CUARTA EDICIÓN

Transferencia de calor y masa

FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

YUNUS A. ÇENGEL • AFSHIN J. GHAJAR

McGraw Hill

www.mundoindustrial.net

www.mundoindustrial.net

Factores de conversión

DIMENSIÓN	MÉTRICA	MÉTRICA/INGLESA
Aceleración	1 m/s^2 = 100 cm/s^2	1 m/s^2 = 3.2808 ft/s^2 1 ft/s^2 = 0.3048* m/s^2
Área	1 m^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2 = 10^{-6} km^2	1 m^2 = 1 550 in^2 = 10.764 ft^2 1 ft^2 = 144 in^2 = 0.09290304* m^2
Densidad	1 g/cm^3 = 1 kg/L = 1 000 kg/m^3	1 g/cm^3 = 62.428 lbm/ft^3 = 0.036127 lbm/in^3 1 lbm/in^3 = 1 728 lbm/ft^3 1 kg/m^3 = 0.062428 lbm/ft^3
Energía, calor, trabajo, energía interna, entalpía	1 kJ = 1 000 J = 1 000 Nm = 1 kPa · m^3 1 kJ/kg = 1 000 m^2/s^2 1 kWh = 3 600 kJ 1 cal† = 4.184 J 1 IT cal† = 4.1868 J 1 Cal† = 4.1868 kJ	1 kJ = 0.94782 Btu 1 Btu = 1.055056 kJ = 5.40395 psia · ft^3 = 778.169 lbf · ft 1 Btu/lbm = 25 037 ft^2/s^2 = 2.326* kJ/kg 1 kJ/kg = 0.430 Btu/lbm 1 kWh = 3 412.14 Btu 1 therm = 10^5 Btu = 1.055 × 10^5 kJ (gas natural)
Fuerza	1 N = 1 kg · m/s^2 = 10^5 dina 1 kgf = 9.80665 N	1 N = 0.22481 lbf 1 lbf = 32.174 lbm · ft/s^2 = 4.44822 N
Flujo de calor	1 W/cm^2 = 10^4 W/m^2	1 W/m^2 = 0.3171 Btu/h · ft^2
Rapidez de generación de calor	1 W/cm^3 = 10^6 W/m^3	1 W/m^3 = 0.09665 Btu/h · ft^3
Coeficiente de transferencia de calor	1 W/m^2 · °C = 1 W/m^2 · K	1 W/m^2 · °C = 0.17612 Btu/h · ft^2 · °F
Longitud	1 m = 100 cm = 1 000 mm 1 km = 1 000 m	1 m = 39.370 in = 3.2808 ft = 1.0926 yd 1 ft = 12 in = 0.3048* m 1 milla = 5 280 ft = 1.6093 km 1 in = 2.54* cm
Masa	1 kg = 1 000 g 1 tonelada métrica = 1 000 kg	1 kg = 2.2046226 lbm 1 lbm = 0.45359237* kg 1 onza = 28.3495 g 1 slug = 32.174 lbm = 14.5939 kg 1 tonelada corta = 2 000 lbm = 907.1847 kg
Potencia, rapidez de transferencia de calor	1 W = 1 J/s 1 kW = 1 000 W = 1.341 hp 1 hp‡ = 745.7 W	1 kW = 3412.14 Btu/h = 737.56 lbf · ft/s 1 hp = 550 lbf · ft/s = 0.7068 Btu/s = 42.41 Btu/min = 2 544.5 Btu/h = 0.74570 kW 1 hp de caldera = 33 475 Btu/h 1 Btu/h = 1.055056 kJ/h 1 tonelada de refrigeración = 200 Btu/min
Presión	1 Pa = 1 N/m^2 1 kPa = 10^3 Pa = 10^{-3} MPa 1 atm = 101.325 kPa = 1.01325 bars = 760 mmHg a 0°C = 1.03323 kgf/cm^2 1 mmHg = 0.1333 kPa	1 Pa = 1.4504 × 10^{-4} psia = 0.020886 lbf/ft^2 1 psia = 144 lbf/ft^2 = 6.894757 kPa 1 atm = 14.696 psia = 29.92 inHg a 30°F 1 inHg = 3.387 kPa
Calor específico	1 kJ/kg · °C = 1 kJ/kg · K = 1 J/g · °C	1 Btu/lbm · °F = 4.1868 kJ/kg · °C 1 Btu/lbmol · R = 4.1868 kJ/kmol · K 1 kJ/kg · °C = 0.23885 Btu/lbm · °F = 0.23885 Btu/lbm · R

* Factor de conversión exacto entre unidades métricas e inglesas.

† Originalmente, la caloría se define como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 g de agua en 1°C, pero varía con la presión. La caloría de la tabla internacional de vapor (IT) (preferida en general por los ingenieros) es, por definición, exactamente 4.1868 J y corresponde al calor específico del agua a 15°C. La caloría termodinámica (generalmente preferida por los físicos) es, por definición, exactamente igual a 4.184 J y corresponde al calor específico del agua a la temperatura ambiente. La diferencia entre las dos es alrededor del 0.06%, lo cual es despreciable. La Caloría, con letra inicial mayúscula, que usan los especialistas en nutrición en realidad es una kilocaloría (1 000 calorias IT).

‡ Caballo de potencia mecánico. El caballo de potencia eléctrico se toma exactamente como 746 W.

www.mundoindustrial.net

DIMENSIÓN	MÉTRICA	MÉTRICA/INGLESA
Volumen específico	1 m^3/kg = 1 000 L/kg = 1 000 cm^3/g	1 m^3/kg = 16.02 ft^3/lbm 1 ft^3/lbm = 0.062428 m^3/kg
Temperatura	T(K) = T(°C) + 273.15 ΔT(K) = ΔT(°C)	T(R) = T(°F) + 459.67 = 1.8T(K) T(°F) = 1.8 T(°C) + 32 ΔT(°F) = ΔT(R) = 1.8* ΔT(K)
Conductividad térmica	1 W/m · °C = 1 W/m · K	1 W/m · °C = 0.57782 Btu/h · ft · °F
Resistencia térmica	1°C/W = 1 K/W	1 K/W = 0.52750°F/h · Btu
Velocidad	1 m/s = 3.60 km/h	1 m/s = 3.2808 ft/s = 2.237 mi/h 1 mi/h = 1.46667 ft/s 1 mi/h = 1.609 km/h
Viscosidad dinámica	1 kg/m · s = 1 N · s/m^2 = 1 Pa · s = 10 poise	1 kg/m · s = 2 419.1 lbf/ft · h = 0.020886 lbf · s/ft^2 = 5.8016×10^{-6} lbf · h/ft^2
Viscosidad cinemática	1 m^2/s = 10^4 cm^2/s 1 stoke = 1 cm^2/s = 10^{-4} m^2/s	1 m^2/s = 10.764 ft^2/s = 3.875×10^4 ft^2/h 1 m^2/s = 10.764 ft^2/s
Volumen	1 m^3 = 1 000 L = 10^6 cm^3 (cc)	1 m^3 = 6.1024×10^4 in^3 = 35.315 ft^3 = 264.17 gal (E.U.) 1 galón E.U. = 231 in^3 = 3.7854 L 1 onza fluida = 29.5735 cm^3 = 0.0295735 L 1 galón E.U. = 128 onzas fluidas

Algunas constantes físicas

Constante universal de los gases	R_u = 8.31447 kJ/kmol · K = 8.31447 kPa · m^3/kmol · K = 0.0831447 bar · m^3/kmol · K = 82.05 L · atm/kmol · K = 1.9858 Btu/lbmol · R = 1 545.35 ft · lbf/lbmol · R = 10.73 psia · ft^3/lbmol · R
Aceleración estándar de la gravedad	g = 9.80665 m/s^2 = 32.174 ft/s^2
Presión atmosférica estándar	1 atm = 101.325 kPa = 1.01325 bar = 14.696 psia = 760 mmHg (0°C) = 29.9213 inHg (32°F) = 10.3323 mH_2O (4°C)
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5.6704 \times 10^{-8}$ W/m^2 · K^4 $= 0.1714 \times 10^{-8}$ Btu/h · ft^2 · R^4
Constante de Boltzmann	$k = 1.380650 \times 10^{-23}$ J/K
Velocidad de la luz en vacío	$c = 2.9979 \times 10^8$ m/s $= 9.836 \times 10^8$ ft/s
Velocidad del sonido en aire seco a 0°C y 1 atm	C = 331.36 m/s = 1 089 ft/s
Calor de fusión del agua a 1 atm	h_{if} = 333.7 kJ/kg = 143.5 Btu/lbm
Calor de vaporización del agua a 1 atm	h_{fg} = 2 257.1 kJ/kg = 970.4 Btu/lbm

www.mundoindustrial.net

www.mundoindustrial.net

TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

www.mundoindustrial.net

Citas sobre Ética

Sin la ética, todo sucede como si cinco mil millones de pasajeros fueran abordo de una embarcación sin conductor. Cada vez más de prisa, pero no sabemos hacia adónde.
—Jacques Cousteau

Que tenga el derecho o la posibilidad de hacerlo, no significa que sea correcto hacerlo.
—Laura Schlessinger

Un hombre sin ética es una bestia salvaje deambulando por este mundo.
—Manly Hall

La preocupación por el hombre y su destino deben ser siempre el principal interés de cualquier esfuerzo técnico. Nunca lo olvide entre sus diagramas y ecuaciones.
—Albert Einstein

La cobardía pregunta '¿Es seguro?'.
La conveniencia pregunta '¿Es políticamente aceptable?'
La vanidad pregunta '¿Es popular?'.
Pero la conciencia pregunta '¿Es lo correcto?'
Y entonces llega el momento en que una persona debe asumir una postura que no es segura, ni políticamente aceptable ni popular, pero que es su deber asumirla pues su conciencia le dice que es lo correcto.
—Martin Luther King, Jr.

Educar mental y no moralmente a un hombre es crear un peligro para la sociedad.
—Theodore Rooselvelt

La política que gira alrededor del beneficio es salvajismo.
—Said Nursi

La verdadera prueba de la civilización no es el censo ni el tamaño de las ciudades ni de los cultivos, sino el tipo de hombre que el país produce.
—Ralph W. Emerson

El verdadero carácter de un hombre se puede apreciar en qué haría si supiera que nadie nunca lo sabría.
—Thomas B. Macaulay

www.mundoindustrial.net

TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

Cuarta edición

YUNUS A. ÇENGEL
University of Nevada, Reno

AFSHIN J. GHAJAR
Oklahoma State University, Stillwater

Revisión técnica

Rosario Dávalos Gutiérrez
Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas,
Instituto Politécnico Nacional, México

Juan José Coble Castro
Universidad Antonio de Nebrija,
Madrid, España

Sofía Faddeeva Sknarina
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey,
Campus Estado de México

Álvaro Ochoa López
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente

McGraw Hill

MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • MADRID
NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO • SÃO PAULO • AUCKLAND • LONDRES • MILÁN
MONTREAL • NUEVA DELHI • SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

www.mundoindustrial.net

Director Higher Education: Miguel Ángel Toledo Castellanos
Editor sponsor: Pablo E. Roig
Coordinadora editorial: Marcela I. Rocha Martínez
Editora de desarrollo: Ana L. Delgado Rodríguez
Supervisor de producción: Zeferino García García

Traducción: Erika Jasso Hernán D'Borneville

TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA. Fundamentos y aplicaciones
Cuarta edición

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del editor.

Mc Graw Hill **Educación**

DERECHOS RESERVADOS © 2011, 2007, 2004 respecto a la tercera edición en español por
McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
A Subsidiary of ***The McGraw-Hill*** *Companies, Inc.*
Edificio Punta Santa Fe
Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A
Piso 17, Colonia Desarrollo Santa Fe,
Delegación Álvaro Obregón
C.P. 01376, México, D.F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN: 978-607-15-0540-8
ISBN edición anterior: 978-970-10-6173-2

Traducido de la cuarta edición de *Heat and Mass Transfer* by Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar.
Copyright © 2011 by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.
ISBN: 978-0-07-339812-9

1098765432 1098765432101

Impreso en México *Printed in Mexico*

The McGraw-Hill Companies

www.mundoindustrial.net

ACERCA DE LOS AUTORES

Yunus A. Çengel es profesor de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Nevada en Reno. Recibió su grado de doctor en Ingeniería Mecánica en la Universidad Estatal de Carolina del Norte en 1984. Sus áreas de investigación son la energía renovable, la desalinización, el análisis de la energía, el mejoramiento de la transferencia de calor, la transferencia de calor por radiación y la conservación de la energía. Ha fungido como director del Industrial Assessment Center (IAC) en la Universidad de Nevada en Reno, de 1996 a 2000. Ha conducido equipos de estudiantes de ingeniería a numerosas instalaciones industriales en el norte de Nevada y California, para efectuar evaluaciones industriales y ha preparado informes sobre conservación de la energía, minimización de los desechos y mejoramiento de la productividad para ellas.

El doctor Çengel es coautor de libros de texto ampliamente aceptados, como: *Termodinámica: una aproximación a la ingeniería* (2002), ahora en su cuarta edición, y *Fundamentos de ciencias de termofluidos* (2001), los dos publicados por McGraw-Hill. También es autor del libro de texto *Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer* (1997) publicado por McGraw-Hill. Algunos de sus libros de texto han sido traducidos al chino, japonés, coreano, español, turco, italiano y griego.

Ha recibido varios premios sobresalientes en el ámbito de la enseñanza como el premio ASEE Meriam/Wiley como autor distinguido en 1992 y, una vez más, en 2000.

Es ingeniero profesional registrado en el estado de Nevada y miembro de la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Mecánicos (ASME, por sus siglas en inglés) y la Sociedad Estadounidense para la Educación en Ingeniería (ASEE, por sus siglas en inglés).

Afshin J. Ghajar es profesor distinguido con el nombramiento de *Regents Professor* y director de estudios de posgrado en la Escuela de Mecánica e Ingeniería Aeroespacial en la Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, y profesor honorario en la Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China. Obtuvo su licenciatura, maestría y doctorado en ingeniería mecánica por la Oklahoma State University. Se ha especializado en transferencia de calor y mecánica de fluidos en las áreas experimental y computacional. Ha realizado importantes aportaciones al campo de las ciencias térmicas a través de sus trabajos experimentales, empíricos y numéricos sobre transferencia de calor y estratificación en sistemas de almacenamiento sensible, transferencia térmica a fluidos no newtonianos, transferencia de calor en la región de transición y transferencia de calor no hirviente en flujos bifásicos. Su investigación se ha centrado, actualmente, en la transferencia de calor en los flujos bifásicos, la administración térmica de mini y microsistemas y la transferencia de calor por convección mixta y la caída de presión en la región de transición. Ha participado como investigador asociado de verano en el Wright Patterson AFB (Dayton, Ohio) y en Dow Chemical Company (Freeport, Texas). Ha publicado con sus colaboradores más de 150 trabajos de investigación. Tiene en su haber varios discursos inaugurales y conferencias en importantes conferencias e instituciones técnicas. Ha recibido múltiples premios por su labor magisterial, científica y consultiva del College of Engineering at Oklahoma State University. El doctor Ghajar pertenece a la American Society of Mechanical Engineers (ASME), es editor para CRS Press/Taylor & Francis y editor en jefe de *Heat Transfer Engineering*, una revista internacional orientada a los ingenieros y especialistas en transferencia de calor publicada por Taylor y Francis.

www.mundoindustrial.net

CONTENIDO BREVE

www.mundoindustrial.net

CAPÍTULO UNO
INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS 1

CAPÍTULO DOS
ECUACIÓN DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR 63

CAPÍTULO TRES
CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO 135

CAPÍTULO CUATRO
CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO 225

CAPÍTULO CINCO
MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA CONDUCCIÓN DE CALOR 295

CAPÍTULO SEIS
FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN 373

CAPÍTULO SIETE
CONVECCIÓN EXTERNA FORZADA 417

CAPÍTULO OCHO
CONVECCIÓN INTERNA FORZADA 465

CAPÍTULO NUEVE
CONVECCIÓN NATURAL 519

CAPÍTULO DIEZ
EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN 581

CAPÍTULO ONCE
INTERCAMBIADORES DE CALOR 629

CAPÍTULO DOCE
FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA 683

CAPÍTULO TRECE
TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN 731

CAPÍTULO CATORCE
TRANSFERENCIA DE MASA 795

APÉNDICE 1
TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INTERNACIONAL) 865

APÉNDICE 2
TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INGLÉS) 893

CONTENIDO

www.mundoindustrial.net

Prefacio xvii

CAPÍTULO UNO
INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS 1

1-1 Termodinámica y transferencia de calor 2
Áreas de aplicación de la transferencia de calor 3
Fundamentos históricos 3

1-2 Transferencia de calor en la ingeniería 4
Elaboración de modelos en la transferencia de calor 5

1-3 Calor y otras formas de energía 6
Calores específicos de gases, líquidos y sólidos 7
Transferencia de la energía 9

1-4 Primera ley de la termodinámica 11
Balance de energía para sistemas cerrados (*masa fija*) 12
Balance de energía para sistemas de flujo estacionario 12
Balance de energía en la superficie 13

1-5 Mecanismos de transferencia de calor 17

1-6 Conducción 17
Conductividad térmica 19
Difusividad térmica 22

1-7 Convección 25

1-8 Radiación 27

1-9 Mecanismos simultáneos de transferencia de calor 30

1-10 Técnica de resolución de problemas 35
Software para ingeniería 37
Solucionador de ecuación de ingeniería o Engineering Equation Solver (EES) 38
Una observación sobre las cifras significativas 39

Tema de interés especial:
Comodidad térmica 40

Resumen 46
Bibliografía y lecturas sugeridas 47
Problemas 47

CAPÍTULO DOS
ECUACIÓN DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR 63

2-1 Introducción 64
Transferencia de calor estable en comparación con la transferencia transitoria 65
Transferencia de calor multidimensional 66
Generación de calor 68

2-2 Ecuación unidimensional de la conducción de calor 69
Ecuación de la conducción de calor en una pared plana grande 69
Ecuación de la conducción de calor en un cilindro largo 71
Ecuación de la conducción de calor en una esfera 72
Ecuación unidimensional combinada de la conducción de calor 73

2-3 Ecuación general de conducción de calor 75
Coordenadas rectangulares 75
Coordenadas cilíndricas 77
Coordenadas esféricas 77

2-4 Condiciones de frontera e iniciales 78
1 Condición de frontera de temperatura específica 80
2 Condición de frontera de flujo específico de calor 80
3 Condición de convección de frontera 82
4 Condición de radiación de frontera 84
5 Condiciones de frontera en la interfase 85
6 Condiciones de frontera generalizadas 85

2-5 Resolución de problemas unidimensionales de conducción de calor en regimen estacionario 87

2-6 Generación de calor en un sólido 99

2-7 Conductividad térmica variable, $k(T)$ 106

Tema de interés especial:
Un breve repaso de las ecuaciones diferenciales 109

Resumen 114
Bibliografía y lecturas sugeridas 115
Problemas 115

CAPÍTULO TRES
CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO 135

3-1 Conducción de calor en estado estacionario en paredes planas 136
El concepto de resistencia térmica 137
Red de resistencias térmicas 139
Paredes planas de capas múltiples 141

3-2 Resistencia térmica por contacto 146

3-3 Redes generalizadas de resistencias térmicas 151

3-4 Conducción de calor en cilindros y esferas 154
Cilindros y esferas con capas múltiples 156

3-5 Radio crítico de aislamiento 160

www.mundoindustrial.net

3-6 Transferencia de calor desde superficies con aletas 163

Ecuación de la aleta 164
Eficiencia de la aleta 169
Efectividad de la aleta 171
Longitud apropiada de una aleta 174

3-7 Transferencia de calor en configuraciones comunes 179

Tema de interés especial:
Transferencia de calor a través de paredes y techos 184

Resumen 194
Bibliografía y lecturas sugeridas 196
Problemas 196

CAPÍTULO CUATRO
CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO 225

4-1 Análisis de sistemas concentrados 226

Criterios para el análisis de sistemas concentrados 227
Algunas observaciones sobre la transferencia de calor en sistemas concentrados 229

4-2 Conducción de calor en régimen transitorio en paredes planas grandes, cilindros largos y esferas con efectos espaciales 232

Problema de conducción transitoria unidimensional, en forma adimensional 233

4-3 Conducción de calor en régimen transitorio en sólidos semiinfinitos 249

Contacto de dos sólidos semiinfinitos 253

4-4 Conducción de calor en régimen transitorio en sistemas multidimensionales 256

Tema de interés especial:
Refrigeración y congelación de alimentos 264

Resumen 275
Bibliografía y lecturas sugeridas 277
Problemas 277

CAPÍTULO CINCO
MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA CONDUCCIÓN DE CALOR 295

5-1 ¿Por qué los métodos numéricos? 296

1 Limitaciones 297
2 Una mejor elaboración de modelos 297
3 Flexibilidad 298
4 Complicaciones 298
5 Naturaleza humana 298

5-2 Formulación en diferencias finitas de ecuaciones diferenciales 299

5-3 Conducción unidimensional de calor en estado estacionario 302

Condiciones de frontera 304

5-4 Conducción bidimensional de calor en estado estacionario 313

Nodos frontera 314
Fronteras irregulares 318

5-5 Conducción de calor en régimen transitorio 322

Conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana 324
Conducción bidimensional de calor en régimen transitorio 335
Software SS-T CONDUCT interactivo 340

Tema de interés especial:
Control del error numérico 346

Resumen 350
Bibliografía y lecturas sugeridas 351
Problemas 351

CAPÍTULO SEIS
FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN 373

6-1 Mecanismo físico de la convección 374

Número de Nusselt 376

6-2 Clasificación de los flujos de fluidos 377

Región viscosa de flujo en comparación con la no viscosa 378
Flujo interno en comparación con el externo 378
Flujo compresible en comparación con el incompresible 378
Flujo laminar en comparación con el turbulento 379
Flujo natural (o no forzado) en comparación con el forzado 379
Flujo estacionario en comparación con el no estacionario 379
Flujos unidimensional, bidimensional y tridimensional 380

6-3 Capa límite de la velocidad 381

Esfuerzo cortante superficial 382

6-4 Capa límite térmica 383

Número de Prandtl 384

6-5 Flujos laminar y turbulento 384

Número de Reynolds 385

6-6 Transferencia de calor y de cantidad de movimiento en el flujo turbulento 386

6-7 Deducción de las ecuaciones diferenciales de la convección 388

Ecuación de la conservación de la masa 389
Las ecuaciones de la cantidad de movimiento 389
Ecuación de la conservación de la energía 391

www.mundoindustrial.net

6-8 Soluciones de las ecuaciones de convección para una placa plana 395

La ecuación de la energía 397

6-9 Ecuaciones adimensionales de la convección y semejanza 399

6-10 Formas funcionales de los coeficientes de fricción y de convección 400

6-11 Analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor 401

Tema de interés especial:
Transferencia de calor a microescala 404

Resumen 407
Bibliografía y lecturas sugeridas 408
Problemas 409

CAPÍTULO SIETE
CONVECCIÓN EXTERNA FORZADA 417

7-1 Fuerza de resistencia al movimiento y transferencia de calor en el flujo externo 418

Resistencia al movimiento debida a la fricción y la presión 418
Transferencia de calor 420

7-2 Flujo paralelo sobre placas planas 421

Coeficiente de fricción 422
Coeficiente de transferencia de calor 423
Placa plana con tramo inicial no calentado 425
Flujo uniforme de calor 426

7-3 Flujo alrededor de cilindros y esferas 430

Efecto de la aspereza de la superficie 432
Coeficiente de transferencia de calor 434

7-4 Flujo sobre bancos de tubos 439

Caída de presión 442

Resumen 445
Bibliografía y lecturas sugeridas 447
Problemas 447

CAPÍTULO OCHO
CONVECCIÓN INTERNA FORZADA 465

8-1 Introducción 466

8-2 Velocidad y temperatura promedios 467

Flujos laminar y turbulento en tubos 468

8-3 La región de entrada 469

Longitudes de entrada 471

8-4 Análisis térmico general 472

Flujo constante de calor en la superficie ($\dot{q}_s$ = constante) 473
Temperatura superficial constante (T_s = constante) 474

8-5 Flujo laminar en tubos 477

Caída de presión 479
Perfil de temperatura y el número de Nusselt 481
Flujo constante de calor en la superficie 481
Temperatura superficial constante 482
Flujo laminar en tubos no circulares 483
Desarrollo del flujo laminar en la región de entrada 484

8-6 Flujo turbulento en tubos 488

Superficies ásperas 489
Desarrollo del flujo turbulento en la región de entrada 491
Flujo turbulento en tubos no circulares 491
Flujo por la sección anular entre tubos concéntricos 492
Mejoramiento de la transferencia de calor 492

Tema de interés especial:
Flujo de transición en tubos 497
Caída de presión sobre la región de transición 497
Transferencia de calor en la región de transición 501
Caída de presión en la región de transición en mini y microtubos 504

Resumen 506
Bibliografía y lecturas sugeridas 507
Problemas 508

CAPÍTULO NUEVE
CONVECCIÓN NATURAL 519

9-1 Mecanismo físico de la convección natural 520

9-2 Ecuación del movimiento y el número de Grashof 523

El número de Grashof 525

9-3 Convección natural sobre superficies 526

Placas verticales (T_s = constante) 527
Placas verticales ($\dot{q}_s$ = constante) 527
Cilindros verticales 529
Placas inclinadas 529
Placas horizontales 530
Cilindros horizontales y esferas 530

9-4 Convección natural desde superficies con aletas y PCB 534

Enfriamiento por convección natural de superficies con aletas (T_s = constante) 534
Enfriamiento por convección natural de PCB verticales ($\dot{q}_s$ = constante) 535
Gasto de masa por el espacio entre placas 536

9-5 Convección natural dentro de recintos cerrados 538

www.mundoindustrial.net

Conductividad térmica efectiva 539
Recintos cerrados rectangulares horizontales 539
Recintos cerrados rectangulares inclinados 540
Recintos cerrados rectangulares verticales 541
Cilindros concéntricos 541
Esferas concéntricas 542
Convección natural y radiación combinadas 542

9-6 Convección natural y forzada combinadas 547

Tema de interés especial:
Transferencia de calor a través de ventanas 552

Resumen 562
Bibliografía y lecturas sugeridas 563
Problemas 565

CAPÍTULO DIEZ
EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN 581

10-1 Transferencia de calor en la ebullición 582

10-2 Ebullición en estanque 584

Regímenes de ebullición y la curva de ebullición 584
Correlaciones de la transferencia de calor en la ebullición en estanque 588
Mejoramiento de la transferencia de calor en la ebullición en estanque 592

10-3 Ebullición en flujo 596

10-4 Transferencia de calor en la condensación 598

10-5 Condensación en película 598

Regímenes de flujo 600
Correlaciones de la transferencia de calor para la condensación en película 600

10-6 Condensación en película dentro de tubos horizontales 610

10-7 Condensación por gotas 611

Tema de interés especial:
Transferencia de calor en flujo bifásico no hirviente 612

Resumen 617
Bibliografía y lecturas sugeridas 618
Problemas 619

CAPÍTULO ONCE
INTERCAMBIADORES DE CALOR 629

11-1 Tipos de intercambiadores de calor 630

11-2 El coeficiente total de transferencia de calor 633

Factor de incrustación 635

11-3 Análisis de los intercambiadores de calor 639

11-4 Método de la diferencia media logarítmica de temperatura 641

Intercambiadores de calor a contraflujo 643
Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado: uso de un factor de corrección 644

11-5 Método de la efectividad-NTU 651

11-6 Selección de los intercambiadores de calor 661

Razón de transferencia del calor 662
Costo 662
Potencia para el bombeo 662
Tamaño y peso 663
Tipo 663
Materiales 663
Otras consideraciones 663

Resumen 665
Bibliografía y lecturas sugeridas 666
Problemas 667

CAPÍTULO DOCE
FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA 683

12-1 Introducción 684

12-2 Radiación térmica 685

12-3 Radiación de cuerpo negro 687

12-4 Intensidad de radiación 694

Ángulo sólido 694
Intensidad de la radiación emitida 695
Radiación incidente 697
Radiosidad 697
Cantidades espectrales 697

12-5 Propiedades de radiación 700

Emisividad 700
Absortividad, reflectividad y transmisividad 704
Ley de Kirchhoff 707
El efecto de invernadero 708

12-6 Radiación atmosférica y solar 708

Tema de interés especial:
Ganancia de calor solar a través de las ventanas 713

Resumen 720
Bibliografía y lecturas sugeridas 721
Problemas 722

CAPÍTULO TRECE
TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN 731

13-1 El factor de visión 732

www.mundoindustrial.net

13-2 Relaciones del factor de visión 735

1 La relación de reciprocidad 736
2 La regla de la suma 739
3 La regla de superposición 741
4 La regla de simetría 742
Factores de visión entre superficies infinitamente largas: el método de las cuerdas cruzadas 744

13-3 Transferencia de calor por radiación: superficies negras 746

13-4 Transferencia de calor por radiación: superficies grises y difusas 748

Radiosidad 748
Transferencia neta de calor por radiación hacia una superficie o desde una superficie 749
Transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies cualesquiera 750
Métodos de resolución de problemas sobre radiación 751
Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de dos superficies 752
Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de tres superficies 754

13-5 Blindajes contra la radiación y el efecto de la radiación 760

Efecto de la radiación sobre las mediciones de temperatura 762

13-6 Intercambio de radiación con gases emisores y absorbentes 764

Propiedades relativas a la radiación de un medio participante 765
Emisividad y absortividad de gases y mezclas de ellos 766

Tema de interés especial:
Transferencia de calor desde el cuerpo humano 773

Resumen 777
Bibliografía y lecturas sugeridas 778
Problemas 779

CAPÍTULO CATORCE
TRANSFERENCIA DE MASA 795

14-1 Introducción 796

14-2 Analogía entre la transferencia de masa y la de calor 797

Temperatura 798
Conducción 798
Generación de calor 798
Convección 799

14-3 Difusión de masa 799

1 Base másica 799
2 Base molar 800
Caso especial: Mezclas de gases ideales 801
Ley de Fick de difusión: Medio en reposo que consta de dos especies 801

14-4 Condiciones de frontera 805

14-5 Difusión estacionaria de masa a través de una pared 810

14-6 Migración del vapor de agua en los edificios 814

14-7 Difusión transitoria de masa 818

14-8 Difusión en un medio en movimiento 820

Caso especial: Mezclas de gases a presión y temperatura constantes 824
Difusión del vapor a través de un gas estacionario: Flujo de Stefan 825
Contradifusión equimolar 827

14-9 Convección de masa 831

Analogía entre los coeficientes de fricción, la transferencia de calor y de transferencia de masa 835
Limitación sobre la analogía de la convección calor-masa 837
Relaciones de convección de masa 838

14-10 Transferencia simultánea de calor y de masa 840

Resumen 846
Bibliografía y lecturas sugeridas 848
Problemas 848

APÉNDICE 1
TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INTERNACIONAL) 865

Tabla A-1 Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias 866

Tabla A-2 Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación 867

Tabla A-3 Propiedades de metales sólidos 868-870

Tabla A-4 Propiedades de no metales sólidos 871

Tabla A-5 Propiedades de materiales de construcción 872-873

Tabla A-6 Propiedades de materiales aislantes 874

Tabla A-7 Propiedades de alimentos comunes 875-876

Tabla A-8 Propiedades de diversos materiales 877

Tabla A-9 Propiedades del agua saturada 878

Tabla A-10 Propiedades del refrigerante 134a saturado 879

www.mundoindustrial.net

Tabla A-11 Propiedades del amoniaco saturado 880

Tabla A-12 Propiedades del propano saturado 881

Tabla A-13 Propiedades de líquidos 882

Tabla A-14 Propiedades de metales líquidos 883

Tabla A-15 Propiedades del aire a la presión de 1 atm 884

Tabla A-16 Propiedades de gases a la presión de 1 atm 885-886

Tabla A-17 Propiedades de la atmósfera a gran altitud 887

Tabla A-18 Emisividades de las superficies 888-889

Tabla A-19 Propiedades relativas a la radiación solar de los materiales 890

Figura A-20 Diagrama de Moody del factor de fricción para flujos completamente desarrollados en tubos circulares 891

APÉNDICE 2
TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INGLÉS) 893

Tabla A-1I Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias 894

Tabla A-2I Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación 895

Tabla A-3I Propiedades de metales sólidos 896-897

Tabla A-4I Propiedades de no metales sólidos 898

Tabla A-5I Propiedades de materiales de construcción 899-900

Tabla A-6I Propiedades de materiales aislantes 901

Tabla A-7I Propiedades de alimentos comunes 902-903

Tabla A-8I Propiedades de diversos materiales 904

Tabla A-9I Propiedades del agua saturada 905

Tabla A-10I Propiedades del refrigerante 134a saturado 906

Tabla A-11I Propiedades del amoniaco saturado 907

Tabla A-12I Propiedades del propano saturado 908

Tabla A-13I Propiedades de líquidos 909

Tabla A-14I Propiedades de metales líquidos 910

Tabla A-15I Propiedades del aire a la presión de 1 atm 911

Tabla A-16I Propiedades de gases a la presión de 1 atm 912-913

Tabla A-17I Propiedades de la atmósfera a gran altitud 914

ÍNDICE 915

PREFACIO

FUNDAMENTOS

La transferencia de calor y de masa es una ciencia básica que trata de la rapidez de transferencia de energía térmica. Tiene una amplia área de aplicación que va desde los sistemas biológicos hasta aparatos domésticos comunes, pasando por los edificios residenciales y comerciales, los procesos industriales, los aparatos electrónicos y el procesamiento de alimentos. Para este curso, se parte de la idea que los estudiantes tienen bases adecuadas en cálculo y física. Igualmente, resulta conveniente completar los primeros cursos en termodinámica, mecánica de fluidos y ecuaciones diferenciales antes de abordar el estudio de la transferencia de calor. Sin embargo, los conceptos pertinentes que pertenecen a estos temas son presentados y revisados según se van necesitando.

OBJETIVOS

Este libro está dirigido a los estudiantes de ingeniería de licenciatura, en su segundo o tercer año, y a ingenieros en ejercicio de su profesión, como libro de consulta. Los objetivos de este texto son:

- Cubrir los *principios básicos* de la transferencia de calor.
- Presentar una gran cantidad de *ejemplos de ingeniería* del mundo real para dar a los estudiantes un sentido acerca de cómo se aplica la transferencia de calor en la práctica de la ingeniería.
- Desarrollar una *comprensión intuitiva* de la transferencia de calor, al resaltar la física y los argumentos físicos.

Esperamos que este libro, a través de sus cuidadosas explicaciones de los conceptos y del uso de numerosos ejemplos prácticos y figuras, ayude a los estudiantes a desarrollar las habilidades necesarias para tender un puente entre la brecha del conocimiento y la confianza para su apropiada aplicación.

En la práctica de la ingeniería, cada vez está cobrando más importancia contar con cierta comprensión de los mecanismos de la transferencia de calor, ya que ésta desempeña un papel crítico en el diseño de vehículos, plantas generadoras de energía eléctrica, refrigeradores, aparatos electrónicos, edificios y puentes, entre otras cosas. Incluso un chef necesita tener una comprensión intuitiva del mecanismo de la transferencia de calor para cocinar los alimentos "de manera correcta", ajustando la rapidez con que se da esa transferencia. Puede ser que no estemos conscientes de ello, pero aplicamos los principios de la transferencia de calor cuando buscamos la comodidad térmica. Aislamos nuestros cuerpos al cubrirlos con gruesos abrigos en invierno y minimizamos la ganancia de calor por radiación al permanecer en lugares sombreados durante el verano. Aceleramos el enfriamiento de los alimentos calientes al soplar sobre ellos y nos mantenemos calientes en épocas de frío al abrazarnos y, de este modo, minimizar el área superficial expuesta. Es decir, aplicamos cotidianamente la transferencia de calor, nos demos o no cuenta de ello.

ENFOQUE GENERAL

Este trabajo es el resultado de un intento por tener un libro de texto para un curso sobre transferencia de calor con orientación práctica, dirigido a los es-

tudiantes de ingeniería. En el texto se cubren los temas estándar de la transferencia de calor, y se resaltan las aplicaciones en la física y en el mundo real. Este enfoque está más alineado con la intuición de los estudiantes y hace que se disfrute más el aprendizaje de la materia.

La filosofía que contribuyó a la sorprendente popularidad de las ediciones anteriores de este libro ha permanecido inalterada en esta edición. A saber, nuestra meta ha sido ofrecer un libro de texto para ingeniería que:

- Se comunique directamente con las mentes de los ingenieros del mañana de una manera *sencilla y, no obstante, precisa*.
- Conduzca a los estudiantes hacia una comprensión clara y una captación firme de los *principios básicos* de la transferencia de calor.
- Aliente el *pensamiento creativo* y desarrolle una *comprensión más profunda* y una *sensación intuitiva* de la transferencia de calor.
- Sea leído por los estudiantes con *interés* y *entusiasmo*, en lugar de que se use como una ayuda para resolver problemas.

Se ha hecho un esfuerzo especial a fin de recurrir a la curiosidad natural de los estudiantes y para ayudarles a examinar las diversas facetas de la excitante área de contenido de la transferencia de calor. La entusiasta respuesta que recibimos de los usuarios de las ediciones anteriores —desde las pequeñas hasta las grandes universidades en todo el mundo— indica que nuestros objetivos se han alcanzado en gran medida. Nuestra filosofía se basa en que la mejor manera de aprender es a través de la práctica. Por lo tanto, a lo largo de todo el libro se ha realizado un esfuerzo especial para reforzar el material que se presentó con anterioridad.

Los ingenieros de ayer consumieron gran parte de su tiempo sustituyendo valores en las fórmulas y obteniendo los resultados numéricos. Sin embargo, en la actualidad, las manipulaciones de las fórmulas y de los números se están dejando a las computadoras. El ingeniero de mañana tendrá que contar con una clara comprensión y una firme captación de los *principios básicos*, de modo que pueda entender incluso los problemas más complejos, formularlos e interpretar los resultados. Se hace un esfuerzo consciente para resaltar estos principios básicos, dando al mismo tiempo a los estudiantes una perspectiva acerca de cómo usar las herramientas en la práctica de la ingeniería.

LO NUEVO EN ESTA EDICIÓN

El principal cambio en esta cuarta edición es la sustitución de varias ilustraciones por figuras tridimensionales, además de la incorporación de 300 nuevos problemas. Se conservaron las características más gustadas de las ediciones anteriores y se agregaron nuevas. El cuerpo principal de todos los capítulos, la estructura del texto, las tablas y los cuadros de los apéndices se modificaron ligeramente. Sin embargo, se ha añadido a cada capítulo al menos un nuevo problema resuelto y la mayor parte de los problemas se ha modificado. Esta edición también incluye breves biografías de estudiosos que han realizado importantes contribuciones al desarrollo del tema de la transferencia de calor y masa.

NUEVO TÍTULO Y NUEVO AUTOR

El título cambió a *Transferencia de calor y masa: fundamentos y aplicaciones* para enfatizar el rigor con el que se presentan los principios básicos y las aplicaciones prácticas en la ingeniería. El nuevo coautor, el profesor Afshin Ghajar, aporta al proyecto sus numerosos años de experiencia en el magisterio, la investigación y la práctica de la transferencia de calor.

NUEVA COBERTURA DE MINI Y MICROTUBOS

Gracias al rápido desarrollo de las técnicas de fabricación, el uso de dispositivos y componentes miniaturizados está cada vez más difundido. Ya se trate de la aplicación de miniaturas de intercambiadores térmicos, celdas combustibles, bombas, compresores, turbinas, sensores o vasos sanguíneos artificiales, la comprensión cabal de los microcanales de flujos fluidos es esencial. La transferencia de calor a microescala se presenta como "Tema de interés especial" en el capítulo 6. Esta edición amplía la cobertura de los tubos en el capítulo 8.

PROBLEMAS DE EXAMEN DE FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA (FI)

Para preparar a los estudiantes para el Fundamentals of Engineering Exam (Examen de Fundamentos de Ingeniería), que se está volviendo más importante para los criterios ABET 2000 basados en los resultados, y a fin de facilitar las pruebas de selección múltiple, al término de los conjuntos de problemas de cada capítulo, se incluyen alrededor de 250 *problemas de selección múltiple*. Para reconocerlos con facilidad, están colocados bajo el título de "Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)". Estos problemas están pensados para comprobar la comprensión de los fundamentos y para ayudar a los lectores a evitar las equivocaciones comunes.

CAMBIOS Y REORGANIZACIÓN DEL CONTENIDO

A excepción de los cambios ya mencionados, se han realizado otros menores al cuerpo principal del texto. Se agregaron cerca de 300 nuevos problemas y se revisaron muchos de los ya existentes. Los cambios más importantes en los diferentes capítulos se resumen a continuación para aquellas personas familiarizadas con la edición previa.

- En el capítulo 3 se amplió la cobertura de la transferencia de calor desde superficies con aletas para darle un tratamiento más extenso y riguroso.
- En el capítulo 5 se presenta un nuevo programa fácil de usar, el SS-T-CONDUCT (*Steady State and Transient Heat Conduction*) desarrollado por Ghajar y sus colaboradores. Puede utilizarse para resolver o comprobar las soluciones de los problemas de conducción bidimensional o unidimensional de calor con generación uniforme de energía en cuerpos geométricos rectangulares.
- En el capítulo 8 se agregó una nueva subsección "Caída de presión en la región de transición en mini y microtubos". Además, se eliminó como "Tema de interés especial".
- En el capítulo 9 se amplió la sección "Convección natural y forzada combinadas".
- En el capítulo 10 el "Tema de interés especial" se sustituyó por "Tubos de calor en flujo bifásico no hirviente".

COMPLEMENTOS

Esta obra cuenta con interesantes complementos que fortalecen los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como la evaluación de los mismos, los cuales se otorgan a profesores que adoptan este texto para sus cursos. Para obtener más información y conocer la política de entrega de estos materiales, contacte a su representante McGraw-Hill.

HERRAMIENTAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE

ÉNFASIS SOBRE LA FÍSICA

El autor cree que el énfasis de la educación en el nivel licenciatura debe mantenerse en el *desarrollo de un sentido de los mecanismos físicos subyacentes* y en un *dominio de la resolución de problemas prácticos* que es probable que el ingeniero encare en el mundo real.

USO EFICAZ DE LA ASOCIACIÓN

Una mente observadora no debe tener dificultad en entender las ciencias de ingeniería. Después de todo, los principios de éstas se basan en nuestras *experiencias cotidianas* y en *observaciones experimentales*. Por ejemplo, el proceso de cocinar sirve como un vehículo excelente para demostrar los principios básicos de la transferencia de calor.

AUTODIDÁCTICO

El material del texto se introduce en un nivel que un estudiante promedio puede seguir de manera cómoda. Habla *a* los estudiantes, no *por encima* de los estudiantes. De hecho, es *autodidáctico*. El orden de la cobertura es desde lo *simple* hacia lo *general*.

USO EXTENSO DE ILUSTRACIONES

La ilustración es una importante herramienta de aprendizaje que ayuda a los estudiantes a "obtener la imagen". La cuarta edición de *Transferencia de calor y de masa: fundamentos y aplicaciones* contiene más figuras e ilustraciones que cualquier otro libro de esta categoría.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE Y RESÚMENES

Cada capítulo empieza con un *Panorama general* del material que se va a cubrir y con los *Objetivos de aprendizaje* específicos del capítulo. Se incluye un *Resumen* al final de cada capítulo, que proporciona un repaso rápido de los conceptos básicos y de las relaciones importantes, y se señala la pertinencia del material.

NUMEROSOS PROBLEMAS RESUELTOS CON UN PROCEDIMIENTO SISTEMÁTICO DE RESOLUCIÓN

Cada capítulo contiene varios *ejemplos* resueltos que aclaran el material e ilustran el uso de los principios básicos. En la resolución de los problemas de ejemplo, se aplica un procedimiento *intuitivo* y *sistemático*, manteniendo al mismo tiempo un estilo de conversación informal. En primer lugar, se enuncia el problema y se identifican los objetivos. En seguida se plantean las hipótesis, junto con su justificación. Si resulta apropiado, se da una lista por separado de las propiedades necesarias para resolver el problema. Este procedimiento también se aplica de manera uniforme en las soluciones presentadas en el manual de soluciones del profesor.

GRAN CANTIDAD DE PROBLEMAS DEL MUNDO REAL AL FINAL DEL CAPÍTULO

Los problemas que aparecen al final del capítulo están agrupados en temas específicos con el fin de facilitar la elección de los mismos, tanto para los profesores como para los estudiantes. Dentro de cada grupo de problemas se encuentran:

- De ***Preguntas de concepto***, identificados con una "C", para comprobar el nivel de comprensión de los conceptos básicos por parte del estudiante.

- Los ***Problemas de repaso*** son de naturaleza más completa y no están ligados de manera directa con alguna sección específica de un capítulo; en algunos casos se requiere repasar el material aprendido en capítulos anteriores.
- Los problemas de ***Examen de fundamentos de ingeniería*** están marcados con claridad y pensados para comprobar la comprensión de los fundamentos, ayudar a los estudiantes a evitar las equivocaciones comunes y a prepararlos para el FE Exam, que se está volviendo más importante para los criterios ABET 2000 basados en resultados.

  Estos problemas se resuelven con el uso del EES y, en el CD-ROM adjunto, se incluyen soluciones completas junto con estudios paramétricos.

  Estos problemas son de naturaleza completa y se pretende que se resuelvan con computadora, de preferencia con el uso del programa de cómputo de EES que acompaña a este texto.
- Se pretende que los problemas de ***Diseño y ensayo*** alienten a los estudiantes a hacer juicios de ingeniería para promover el análisis independiente de temas de interés y comunicar sus hallazgos de una manera profesional.

A lo largo de todo el libro se incorporan varios problemas de aspectos económicos relacionados con la seguridad a fin de mejorar la conciencia del costo y de la seguridad entre los estudiantes de ingeniería. Para conveniencia de los estudiantes, se da una lista de las respuestas a problemas seleccionados, inmediatamente después del problema.

SELECCIÓN DE UNIDADES SÓLO DEL SI O SI/INGLESAS

Como reconocimiento al hecho de que, en algunas industrias, todavía se usan con amplitud las unidades inglesas, en este texto se usan tanto las unidades del SI como las inglesas. Este texto se puede usar mediante unidades SI/inglesas combinadas o sólo con las del SI, en función de la preferencia del profesor. En los apéndices, las tablas y gráficas de propiedades, se presentan ambos tipos de unidades, excepto en el caso de las que comprenden unidades adimensionales. Para reconocerlos con facilidad, los problemas, las tablas y las gráficas en unidades inglesas se identifican con una "I" después del número y los usuarios del SI pueden ignorarlos.

TEMAS DE INTERÉS ESPECIAL

La mayor parte de los capítulos contienen una sección con una aplicación inspirada en el mundo real, al final del capítulo y de carácter opcional, llamada "Tema de interés especial"; en ella se discuten aplicaciones interesantes de la transferencia de calor, como la *Comodidad térmica* en el capítulo 1, *Un breve repaso de las ecuaciones diferenciales* en el capítulo 2, *Transferencia de calor a través de paredes y techos* en el capítulo 3 y *Transferencia de calor a través de ventanas* en el capítulo 9.

FACTORES DE CONVERSIÓN

En las primeras páginas de este texto, para facilitar su consulta, se da una lista de los factores de conversión y las constantes físicas de uso frecuente.

RECONOCIMIENTOS

Agradecemos la contribución a nuestras nuevas secciones y problemas, así como los numerosos y valiosos comentarios, sugerencias, críticas constructivas muy valiosas para mejorar la calidad de este texto y los cumplidos de los siguientes colaboradores, evaluadores y revisores:

John Cherng
University of Michigan-Dearborn

Ayodeji Demuren,
Old Dominion University

Hamid Hadim,
Stevens Institute of Technology

Mehmet Kanoglu,
University of Gaziantep, Turquía

Feng Lai,
University of Oklahoma

Yoav Peles,
Renssealaer Polytechnic Institute

Manit Sujummong,
Khon Kaen University, Tailandia

Sus sugerencias han ayudado mucho a mejorar la calidad de este texto.

Un agradecimiento especial a Clement C. Tang de Oklahoma State University por su ayuda para desarrollar los nuevos problemas para esta edición.

Asimismo, agradecemos a nuestros estudiantes y profesores de todo el mundo, que nos proporcionaron abundante retroalimentación de las perspectivas de los estudiantes y usuarios. Por último, queremos expresar nuestro reconocimiento a nuestras esposas e hijos por su continua paciencia, su compresión y apoyo a lo largo de la preparación de la cuarta edición de esta obra.

Yunus A. Çengel
Afshin J. Ghajar

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

La termodinámica trata de la *cantidad* de transferencia de calor a medida que un sistema pasa por un proceso de un estado de equilibrio a otro y no hace referencia a *cuánto* durará ese proceso. Pero en la ingeniería a menudo estamos interesados en la *rapidez* o *razón* de esa transferencia, la cual constituye el tema de la ciencia de la *transferencia de calor*.

Se inicia este capítulo con un repaso de los conceptos fundamentales de la termodinámica, mismos que forman el armazón para entender la transferencia de calor. En primer lugar, se presenta la relación entre el calor y otras formas de energía y se repasa el balance de energía. A continuación, se presentan los tres mecanismos básicos de la transferencia de calor: la conducción, la convección y la radiación, y se discute la conductividad térmica. La *conducción* es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes, menos energéticas, como resultado de la interacción entre ellas. La *convección* es el modo de transferencia de calor entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que están en movimiento, y comprende los efectos combinados de la conducción y del movimiento del fluido. La *radiación* es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones), como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. Se cierra este capítulo con una discusión acerca de la transferencia simultánea de calor.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Entender cómo están relacionadas entre sí la termodinámica y la transferencia de calor;
- Distinguir la energía térmica de las otras formas de energía, así como la transferencia de calor de las otras formas de transferencia de energía;
- Realizar balances generales de energía y balances de energía superficial;
- Comprender los mecanismos básicos de transferencia de calor: la conducción, la convección y la radiación, así como la ley de Fourier de la transferencia de calor por conducción, la ley de Newton del enfriamiento y la ley de Stefan-Boltzmann de la radiación;
- Identificar los mecanismos de transferencia de calor que en la práctica ocurren de manera simultánea;
- Darse cuenta del costo asociado a las pérdidas de calor, y
- Resolver diversos problemas de transferencia de calor que se encuentran en la práctica.

1-1 ▪ TERMODINÁMICA Y TRANSFERENCIA DE CALOR

Con base en la experiencia, se sabe que una bebida enlatada fría dejada en una habitación se entibia y una bebida enlatada tibia que se deja en un refrigerador se enfría. Esto se lleva a cabo por la transferencia de *energía* del medio caliente hacia el frío. La transferencia de energía siempre se produce del medio que tiene la temperatura más elevada hacia el de temperatura más baja y esa transferencia se detiene cuando ambos alcanzan la misma temperatura.

El lector recordará, por lo que sabe de termodinámica, que la energía existe en varias formas. En este texto está interesado sobre todo en el **calor**, que es *la forma de la energía que se puede transferir de un sistema a otro como resultado de la diferencia en la temperatura*. La ciencia que trata de la determinación de las *razones* de esa transferencia es la **transferencia de calor**.

El lector se puede preguntar por qué necesitamos abordar un estudio detallado acerca de la transferencia de calor. Después de todo, se puede determinar la cantidad de transferencia de calor para cualquier sistema que pase por cualquier proceso, con la sola aplicación del análisis termodinámico. La razón es que la termodinámica se interesa en la *cantidad* de transferencia de calor a medida que un sistema pasa por un proceso, de un estado de equilibrio a otro, y no indica *cuánto tiempo* transcurrirá. Un análisis termodinámico sencillamente nos dice cuánto calor debe transferirse para que se realice un cambio de estado específico con el fin de satisfacer el principio de conservación de la energía.

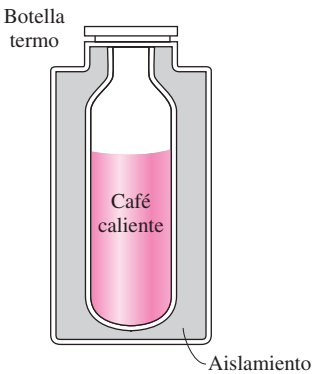


FIGURA 1-1
Normalmente estamos interesados en cuánto tiempo tarda en enfriarse el café caliente que está en un *termo* hasta cierta temperatura, lo cual no se puede determinar sólo a partir de un análisis termodinámico.

En la práctica tiene más interés la razón de la transferencia de calor (transferencia de calor por unidad de tiempo) que la cantidad de este último. Por ejemplo, es posible determinar la cantidad de calor transferida de una jarra o *termo* conforme el café caliente que está en su interior se enfría de 90°C hasta 80°C con sólo un análisis termodinámico. Pero a un usuario típico o al diseñador de una de estas jarras le interesa principalmente *cuánto tiempo pasará* antes de que el café caliente que esté en el interior se enfríe hasta 80°C, y un análisis termodinámico no puede responder esta pregunta. La determinación de las razones de transferencia del calor hacia un sistema y desde éste y, por lo tanto, los tiempos de enfriamiento o de calentamiento, así como de la variación de la temperatura, son el tema de la *transferencia de calor* (figura 1-1).

La termodinámica trata de los estados de equilibrio y de los cambios desde un estado de equilibrio hacia otro. Por otra parte, la transferencia de calor se ocupa de los sistemas en los que falta el equilibrio térmico y, por lo tanto, existe un fenómeno de *no equilibrio*. Por lo tanto, el estudio de la transferencia de calor no puede basarse sólo en los principios de la termodinámica. Sin embargo, las leyes de la termodinámica ponen la estructura para la ciencia de la transferencia de calor. En la *primera ley* se requiere que la razón de la transferencia de energía hacia un sistema sea igual a la razón de incremento de la energía de ese sistema. En la *segunda ley* se requiere que el calor se transfiera en la dirección de la temperatura decreciente (figura 1-2). Esto se asemeja a un automóvil estacionado sobre un camino inclinado que debe moverse hacia abajo de la pendiente, en la dirección que decrezca la elevación, cuando se suelten sus frenos. También es análogo a la corriente eléctrica que fluye en la dirección de la menor tensión o al fluido que se mueve en la dirección que disminuye la presión total.

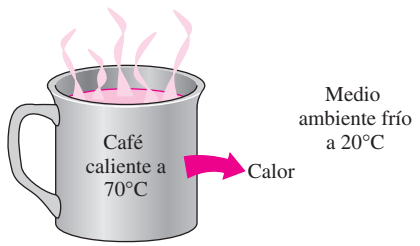


FIGURA 1-2
El calor fluye en la dirección de la temperatura decreciente.

El requisito básico para la transferencia de calor es la presencia de una *diferencia de temperatura*. No puede haber transferencia neta de calor entre dos medios que están a la misma temperatura. La diferencia de temperatura es la *fuerza impulsora* para la transferencia de calor, precisamente como la *diferencia de tensión* es la fuerza impulsora para el flujo de corriente eléctrica y la *diferencia de presión* es la fuerza impulsora para el flujo de fluidos. La

velocidad de la transferencia de calor en cierta dirección depende de la magnitud del *gradiente de temperatura* (la diferencia de temperatura por unidad de longitud o la razón de cambio de la temperatura en esa dirección). A mayor gradiente de temperatura, mayor es la razón de la transferencia de calor.

Áreas de aplicación de la transferencia de calor

Es común encontrar la transferencia de calor en los sistemas de ingeniería y otros aspectos de la vida y no es necesario ir muy lejos para ver algunas de sus áreas de aplicación. De hecho, no es necesario ir a alguna parte. El cuerpo humano está emitiendo calor en forma constante hacia sus alrededores y la comodidad humana está íntimamente ligada con la razón de este rechazo de calor. Tratamos de controlar esta razón de transferencia de calor al ajustar nuestra ropa a las condiciones ambientales.

Muchos aparatos domésticos comunes están diseñados, en su conjunto o en parte, mediante la aplicación de los principios de la transferencia de calor. Algunos ejemplos caen en el dominio de las aplicaciones eléctricas o del uso del gas: el sistema de calefacción y acondicionamiento de aire, el refrigerador y congelador, el calentador de agua, la plancha e, incluso, la computadora, la TV y el reproductor de DVD. Por supuesto, los hogares eficientes respecto al uso de la energía se diseñan de manera que puedan minimizar la pérdida de calor, en invierno, y la ganancia de calor, en verano. La transferencia de calor desempeña un papel importante en el diseño de muchos otros aparatos, como los radiadores de los automóviles, los colectores solares, diversos componentes de las plantas generadoras de energía eléctrica (figura 1-3). El espesor óptimo del aislamiento de las paredes y techos de las casas, de los tubos de agua caliente o de vapor de agua o de los calentadores de agua se determina, una vez más, a partir de un análisis de la transferencia de calor que considere los aspectos económicos.

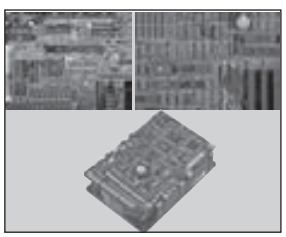
Fundamentos históricos

El calor siempre se ha percibido como algo que produce una sensación de tibieza y se podría pensar que su naturaleza es una de las primeras cosas com-

El cuerpo humano
(© *Vol. 121/PhotoDisc*)

Sistemas de acondicionamiento del aire
(© *The McGraw-Hill Companies, Inc./Jill Braaten, photographer*)

Sistemas de calor
(© *Comstock RF*)



Equipo electrónico
(© *Alamy RF*)
(© *Brand X/Jupiter Images RF*)
(© *Punchstock RF*)

Planta generadora de energía eléctrica
(© *Vol. 57/PhotoDisc*)

Sistemas de refrigeración
(© *The McGraw-Hill Companies, Inc./Jill Braaten, photographer*)

FIGURA 1-3
Algunas áreas de aplicación de la transferencia de calor.

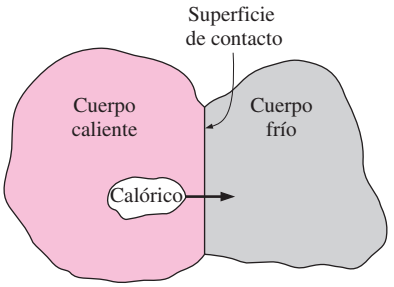


FIGURA 1-4
A principios del siglo XIX se concebía el calor como un fluido invisible llamado *calórico* que fluía de los cuerpos más calientes hacia los más fríos.

prendidas por la humanidad. Pero fue hacia mediados del siglo XIX cuando tuvimos una verdadera comprensión física de la naturaleza del calor, gracias al desarrollo en esa época de la **teoría cinética**, en la cual se considera a las moléculas como bolas diminutas que están en movimiento y que, por lo tanto, poseen energía cinética. El calor entonces se define como la energía asociada con el movimiento aleatorio de los átomos y moléculas. Aun cuando en el siglo XVIII y a principios del XIX se sugirió que el calor es la manifestación del movimiento en el nivel molecular (llamada la *fuerza viva*), la visión prevaleciente en ese sentido hasta mediados del siglo XIX se basaba en la **teoría del calórico** propuesta por el químico francés Antoine Lavoisier (1743-1794), en 1789. La teoría del calórico afirma que el calor es una sustancia semejante a un fluido, llamada **calórico**, que no tiene masa, es incoloro, inodoro e insípido y se puede verter de un cuerpo a otro (figura 1-4). Cuando se agregaba calórico a un cuerpo, su temperatura aumentaba, y cuando se quitaba, la temperatura de ese cuerpo disminuía. Cuando un cuerpo no podía contener más calórico, de manera muy semejante a cuando en un vaso de agua no se puede disolver más sal o azúcar, se decía que el cuerpo estaba saturado con calórico. Esta interpretación dio lugar a los términos *líquido saturado* o *vapor saturado* que todavía se usan en la actualidad.

La teoría del calórico fue atacada pronto después de su introducción. Ella sostenía que el calor es una sustancia que no se podía crear ni destruir. Sin embargo, se sabía que se puede generar calor de manera indefinida frotándose las manos o frotando entre sí dos trozos de madera. En 1798 el estadounidense Benjamin Thompson (Conde de Rumford) (1753-1814) demostró en sus estudios que el calor se puede generar en forma continua a través de la fricción. La validez de la teoría del calórico también fue desafiada por otros científicos. Pero fueron los cuidadosos experimentos del inglés James P. Joule (1818-1889), publicados en 1843, los que finalmente convencieron a los escépticos de que, después de todo, el calor no era una sustancia y, por consiguiente, pusieron a descansar a la teoría del calórico. Aunque esta teoría fue totalmente abandonada a mediados del siglo XIX, contribuyó en gran parte al desarrollo de la termodinámica y de la transferencia de calor (figura 1-5).

1-2 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA INGENIERÍA

El equipo de transferencia de calor —como los intercambiadores de calor, las calderas, los condensadores, los radiadores, los calentadores, los hornos, los refrigeradores y los colectores solares— está diseñado tomando en cuenta el análisis de la transferencia de calor. Los problemas de esta ciencia que se encuentran en la práctica se pueden considerar en dos grupos: 1) de *capacidad nominal* y 2) de *dimensionamiento*. Los problemas de capacidad nominal tratan de la determinación de la razón de la transferencia de calor para un sistema existente a una diferencia específica de temperatura. Los problemas de dimensionamiento tratan con la determinación del tamaño de un sistema con el fin de transferir calor a una razón determinada para una diferencia específica de temperatura.

Un aparato o proceso de ingeniería puede estudiarse *en forma experimental* (realización de pruebas y toma de mediciones) o *en forma analítica* (mediante el análisis o la elaboración de cálculos). El procedimiento experimental tiene la ventaja de que se trabaja con el sistema físico real, y la cantidad deseada se determina por medición, dentro de los límites del error experimental. Sin embargo, este procedimiento resulta caro, tardado y, con frecuencia, impráctico. Además, el sistema que se esté analizando puede incluso no existir. Por ejemplo, por lo regular, los sistemas completos de calefacción y de plomería

de un edificio deben dimensionarse a partir de las especificaciones dadas *antes* de que el edificio se construya en realidad. El procedimiento analítico (que incluye el procedimiento numérico) tiene la ventaja de que es rápido y barato, pero los resultados obtenidos están sujetos a la exactitud de las suposiciones, de las aproximaciones y de las idealizaciones establecidas en el análisis. En los estudios de ingeniería, es frecuente que se logre un buen término medio al reducir los posibles diseños a unos cuantos, por medio del análisis, y verificando después en forma experimental los hallazgos.

Elaboración de modelos en la transferencia de calor

Las descripciones de la mayor parte de los problemas científicos comprenden las ecuaciones que relacionan entre sí los cambios de algunas variables clave. Comúnmente, entre menor es el incremento elegido en las variables cambiantes, más general y exacta es la descripción. En el caso límite de cambios infinitesimales o diferenciales en las variables, se obtienen ecuaciones diferenciales que proporcionan formulaciones matemáticas precisas para las leyes y principios físicos, representando las razones de cambio como derivadas. Por lo tanto, se usan las ecuaciones diferenciales para investigar una amplia variedad de problemas en las ciencias y la ingeniería (figura 1-6). Sin embargo, muchos problemas que se encuentran en la práctica se pueden resolver sin recurrir a las ecuaciones diferenciales y a las complicaciones asociadas con ellas.

El estudio de los fenómenos físicos comprende dos pasos importantes. En el primero se identifican todas las variables que afectan los fenómenos, se hacen suposiciones y aproximaciones razonables y se estudia la interdependencia de dichas variables. Se sustentan en las leyes y principios físicos pertinentes y el problema se formula en forma matemática. La propia ecuación es muy ilustrativa, ya que muestra el grado de dependencia de algunas variables con respecto a las otras y la importancia relativa de diversos términos. En el segundo paso el problema se resuelve usando un procedimiento apropiado y se interpretan los resultados.

De hecho, muchos procesos que parecen ocurrir de manera aleatoria y sin orden son gobernados por algunas leyes físicas visibles o no tan visibles. Se adviertan o no, las leyes están allí, rigiendo de manera coherente y predecible lo que parecen ser sucesos ordinarios. La mayor parte de tales leyes están bien definidas y son bien comprendidas por los científicos. Esto hace posible predecir el curso de un suceso antes de que ocurra en realidad, o bien, estudiar matemáticamente diversos aspectos de un suceso sin ejecutar experimentos caros y tardados. Aquí es donde se encuentra el poder del análisis. Se pueden obtener resultados muy exactos para problemas prácticos con más o menos poco esfuerzo, utilizando un modelo matemático adecuado y realista. La preparación de los modelos de ese tipo requiere un conocimiento adecuado de los fenómenos naturales que intervienen y de las leyes pertinentes, así como de un juicio sólido. Es obvio que un modelo no realista llevará a resultados inexactos y, por lo tanto, inaceptables.

Un analista que trabaje en un problema de ingeniería con frecuencia se encuentra en la disyuntiva de elegir entre un modelo muy exacto, pero complejo, y uno sencillo, pero no tan exacto. La selección correcta depende de la situación que se enfrente. La selección correcta suele ser el modelo más sencillo que da lugar a resultados adecuados. Por ejemplo, el proceso de hornear papas o de asar un trozo redondo de carne de res en un horno se puede estudiar analíticamente de una manera sencilla al considerar la papa o el asado como una esfera sólida que tenga las propiedades del agua (figura 1-7). El modelo es bastante sencillo, pero los resultados obtenidos son suficientemente exactos para la mayor parte de los fines prácticos. En otro ejemplo sencillo,

FIGURA 1-5
James Prescott Joule (1818-1889). Físico británico nacido en Salford, Lancashire, Inglaterra. Es mejor conocido por su trabajo en la conversión de la energía mecánica y eléctrica en calor y la primera ley de la termodinámica. A él se debe el nombre de la unidad de energía, el joule (J). La ley de Joule del calefactor eléctrico afirma que la razón de producción de calor en un cable conductor es proporcional al producto de la resistencia del cable y el cuadrado de la intensidad de la corriente eléctrica. Mediante sus experimentos, Joule demostró la equivalencia mecánica del calor, es decir, la conversión de la energía mecánica en una cantidad equivalente de energía térmica, lo que sentó las bases del principio de la conservación de energía. Joule, junto con William Thomson, quien más tarde se convertiría en Lord Kelvin, descubrieron que la temperatura de una sustancia disminuye o aumenta en función de su libre expansión, fenómeno conocido como el efecto Joule-Thomson, el cual constituye la base de los sistemas de aire acondicionado y refrigeración por compresión de vapor.
(AIP Emilio Segre Visual Archive).

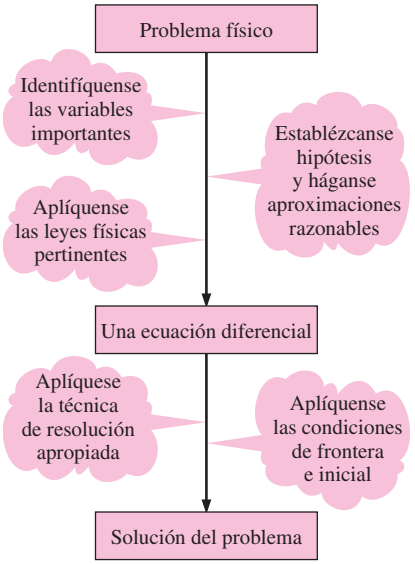


FIGURA 1-6
Modelado matemático de los problemas físicos.

cuando analizamos las pérdidas de calor de un edificio, con el fin de seleccionar el tamaño correcto de un calentador, se determinan las pérdidas de calor en las peores condiciones que se puedan esperar y se selecciona un horno que suministrará calor suficiente para compensar tales pérdidas. A menudo se tiende a elegir un horno más grande como previsión a alguna futura ampliación o sólo para suministrar un factor de seguridad. Un análisis muy sencillo resultará adecuado en este caso.

Al seleccionar el equipo de transferencia de calor es importante considerar las condiciones reales de operación. Por ejemplo, al comprar un intercambiador de calor que manejará agua dura, se debe considerar que, con el paso del tiempo, se formarán algunos depósitos de calcio sobre las superficies de transferencia, causando incrustación y, por consiguiente, una declinación gradual en el rendimiento. Se debe seleccionar el intercambiador de calor tomando en cuenta la operación en esta situación adversa, en lugar de en las condiciones iniciales.

La preparación de modelos muy exactos, pero complejos, no suele ser tan difícil. Pero no sirven de mucho a un analista si son muy difíciles y requieren de mucho tiempo para resolverse. En lo mínimo, el modelo debe reflejar las características esenciales del problema físico que representa. Existen muchos problemas significativos del mundo real que se pueden analizar con un modelo sencillo. Pero siempre se debe tener presente que los resultados obtenidos a partir de un análisis son tan exactos como las suposiciones establecidas en la simplificación del problema. Por lo tanto, la solución no debe aplicarse a situaciones para las que no se cumplen las suposiciones originales.

Una solución que no es bastante coherente con la naturaleza observada del problema indica que el modelo matemático que se ha usado es demasiado burdo. En ese caso, hay que preparar un modelo más realista mediante la eliminación de una o más de las suposiciones cuestionables. Esto dará por resultado un problema más complejo que, por supuesto, es más difícil de resolver. Por lo tanto, cualquier solución para un problema debe interpretarse dentro del contexto de su formulación.

1-3 ▪ CALOR Y OTRAS FORMAS DE ENERGÍA

La energía puede existir en numerosas formas, como térmica, mecánica, cinética, potencial, eléctrica, magnética, química y nuclear, y su suma constituye la **energía total** E (o e en términos de unidad de masa) de un sistema. Las formas de energía relacionadas con la estructura molecular de un sistema y con el grado de la actividad molecular se conocen como *energía microscópica*. La suma de todas las formas microscópicas de energía se llama **energía interna** de un sistema y se denota por U (o u en términos de unidad de masa).

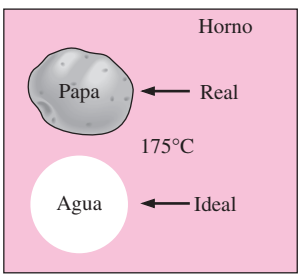


FIGURA 1-7
La elaboración de modelos es una herramienta poderosa en la ingeniería que proporciona gran visión y sencillez a costa de algo de exactitud.

La unidad internacional de energía es el *joule* (J) o el *kilojoule* (kJ = 1 000 J). En el sistema inglés, la unidad de energía es la *unidad térmica británica* (Btu, *British thermal unit*), que se define como la energía necesaria para elevar en 1°F la temperatura de 1 lbm de agua a 60°F. Las magnitudes del kJ y de la Btu son aproximadas (1 Btu = 1.055056 kJ). Otra unidad bien conocida de energía es la *caloría* (1 cal = 4.1868 J), la cual se define como la energía necesaria para elevar en 1°C la temperatura de 1 gramo de agua a 14.5°C.

Se puede considerar la energía interna como la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas. La parte de la energía interna de un sistema que está asociada con la energía cinética de las moléculas se conoce como **energía sensible** o **calor sensible**. La velocidad promedio y el grado de actividad de las moléculas son proporcionales a la temperatura. Por consiguiente, en temperaturas más elevadas, las moléculas poseen una energía cinética más alta y, como resultado, el sistema tiene una energía interna también más alta.

La energía interna también se asocia con las fuerzas que ejercen entre sí las moléculas de un sistema. Estas fuerzas ligan a las moléculas mutuamente y,

como sería de esperar, son más fuertes en los sólidos y más débiles en los gases. Si se agrega energía suficiente a las moléculas de un sólido o de un líquido, vencerán estas fuerzas moleculares y, simplemente, se separarán pasando el sistema a ser gas. Éste es un proceso de *cambio de fase* y, debido a esta energía agregada, un sistema en fase gaseosa se encuentra en un nivel más alto de energía interna que si estuviera en fase sólida o líquida. La energía interna asociada con la fase de un sistema se llama **energía latente** o **calor latente**.

Los cambios mencionados en el párrafo anterior pueden ocurrir sin un cambio en la composición química de un sistema. La mayor parte de los problemas de transferencia de calor caen en esta categoría y no es necesario poner atención en las fuerzas que ligan los átomos para reunirlos en una molécula. La energía interna asociada con los enlaces atómicos en una molécula se llama **energía química** (o **de enlace**), en tanto que la energía interna asociada con los enlaces en el interior del núcleo del propio átomo se llama **energía nuclear**. La energía química o nuclear se absorbe o libera durante las reacciones químicas o nucleares, respectivamente.

En el análisis de los sistemas que comprenden el flujo de fluidos, con frecuencia se encuentra la combinación de las propiedades u y Pv. En beneficio de la sencillez y por conveniencia, a esta combinación se le define como **entalpía** h. Es decir, $h = u + Pv$, en donde el término Pv representa la *energía de flujo* del fluido (también llamada *trabajo de flujo*), que es la energía necesaria para empujar un fluido y mantener el flujo. En el análisis de la energía de los fluidos que fluyen, es conveniente tratar la energía de flujo como parte de la energía del fluido y representar la energía microscópica de un flujo de un fluido por la energía h (figura 1-8).

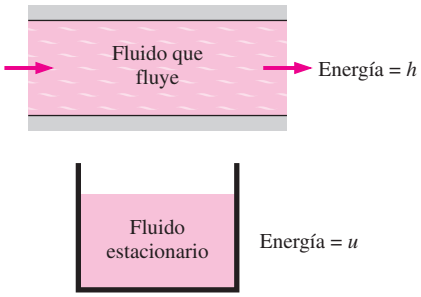


FIGURA 1-8
La *energía interna u* representa la energía microscópica de un fluido que no está fluyendo, en tanto que la *entalpía h* representa la energía microscópica de un fluido.

Calores específicos de gases, líquidos y sólidos

Es posible que el lector recuerde que un **gas ideal** se define como un gas que obedece la relación

$$Pv = RT \qquad \text{o bien,} \qquad P = \rho RT \tag{1-1}$$

en donde P es la presión absoluta, v es el volumen específico, T es la temperatura termodinámica (o absoluta), ρ es la densidad y R es la constante de gas. En forma experimental, se ha observado que la relación antes dada del gas ideal proporciona una aproximación muy cercana al comportamiento P-v-T de los gases reales, a bajas densidades. A presiones bajas y temperaturas elevadas, la densidad de un gas disminuye y éste se comporta como un gas ideal. En el rango de interés práctico, muchos gases comunes, como el aire, el nitrógeno, el oxígeno, el helio, el argón, el neón y el criptón, e incluso gases más pesados, como el bióxido de carbono, pueden tratarse como gases ideales, con error despreciable (con frecuencia, menor de 1%). No obstante, los gases densos, como el vapor de agua en las plantas termoeléctricas y el vapor del refrigerante en los refrigeradores, no siempre deben tratarse como gases ideales, ya que suelen existir en un estado cercano a la saturación.

Puede ser que el lector también recuerde que el **calor específico** se define como *la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia* (figura 1-9). En general, esta energía depende de la manera en que se ejecuta el proceso. Suele tenerse interés en dos tipos de calores específicos: el calor específico a volumen constante, c_v, y el calor específico a presión constante, c_p. El **calor específico a volumen constante**, c_v, se puede concebir como la energía requerida para elevar en un grado la temperatura de una unidad de masa de una sustancia mientras el volumen se

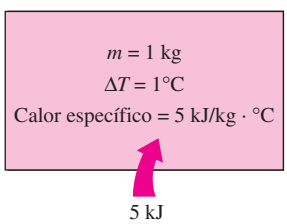


FIGURA 1-9
El calor específico es la energía requerida para elevar la temperatura de una unidad de masa de una sustancia en un grado, de una manera específica.

mantiene constante. La energía requerida para hacer lo mismo cuando la presión se mantiene constante es el **calor específico a presión constante**, c_p. El calor específico a presión constante, c_p, es mayor que c_v porque, en esta condición, se permite que el sistema se expanda y porque la energía para este trabajo de expansión también debe suministrarse al sistema. Para los gases ideales, estos calores específicos están relacionados entre sí por $c_p = c_v + R$.

Una unidad común para los calores específicos es el kJ/kg · °C o kJ/kg · K. Advierta que estas dos unidades son *idénticas*, ya que ΔT(°C) = ΔT(K), y un cambio de 1°C en la temperatura es equivalente a un cambio de 1 K. Asimismo,

$$1 \text{ kJ/kg} \cdot {}^\circ\text{C} \equiv 1 \text{ J/g} \cdot {}^\circ\text{C} \equiv 1 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \equiv 1 \text{ J/g} \cdot \text{K}$$

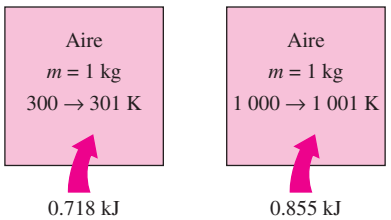


FIGURA 1-10
El calor específico de una sustancia cambia con la temperatura.

En general, los calores específicos de una sustancia dependen de dos propiedades independientes, como la temperatura y la presión. Sin embargo, para un *gas ideal* sólo dependen de la *temperatura* (figura 1-10). A bajas presiones todos los gases reales se aproximan al comportamiento del gas ideal y, por lo tanto, sus calores específicos sólo dependen de la temperatura.

Los cambios diferenciales en la energía interna u y la entalpía h de un gas ideal se pueden expresar en términos de los calores específicos como

$$du = c_v\,dT \qquad \text{y} \qquad dh = c_p\,dT \tag{1-2}$$

Los cambios finitos en la energía interna y la entalpía de un gas ideal durante un proceso se pueden expresar aproximadamente usando valores de los calores específicos a la temperatura promedio, como

$$\Delta u = c_{v,\,\text{prom}}\,\Delta T \qquad \text{y} \qquad \Delta h = c_{p,\,\text{prom}}\,\Delta T \qquad \text{(J/g)} \tag{1-3}$$

o bien,

$$\Delta U = mc_{v,\,\text{prom}}\,\Delta T \qquad \text{y} \qquad \Delta H = mc_{p,\,\text{prom}}\,\Delta T \qquad \text{(J)} \tag{1-4}$$

en donde m es la masa del sistema.

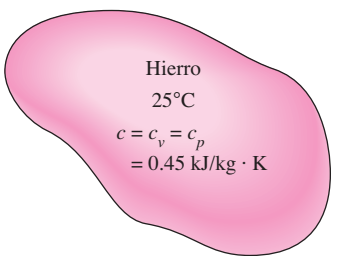


FIGURA 1-11
Los valores de c_v y c_p de las sustancias incompresibles son idénticos y se denotan por c.

Una sustancia cuyo volumen específico (o densidad específica) no cambia con la temperatura o la presión se conoce como **sustancia incompresible**. Los volúmenes específicos de los sólidos y los líquidos permanecen constantes durante un proceso y, por lo tanto, se pueden aproximar como sustancias incompresibles sin mucho sacrificio en la exactitud.

Los calores específicos a volumen constante y a presión constante son idénticos para las sustancias incompresibles (figura 1-11). Por lo tanto, para los sólidos y los líquidos, se pueden quitar los subíndices en c_v y c_p y estos dos calores específicos se pueden representar por un solo símbolo, c. Es decir, $c_p \cong c_v \cong c$. También se pudo deducir este resultado a partir de las definiciones físicas de calores específicos a volumen constante y a presión constante. En el apéndice se dan los calores específicos de varios gases, líquidos y sólidos comunes.

Los calores específicos de las sustancias incompresibles sólo dependen de la temperatura. Por lo tanto, el cambio en la energía interna de sólidos y líquidos se puede expresar como

$$\Delta U = mc_{\text{prom}}\Delta T \qquad \text{(J)} \tag{1-5}$$

donde c_{prom} es el calor específico promedio evaluado a la temperatura promedio. Note que el cambio en la energía interna de los sistemas que permanecen en una sola fase (líquido, sólido o gas) durante el proceso se puede determinar con mucha facilidad usando los calores específicos promedio.

Transferencia de la energía

La energía se puede transferir hacia una masa dada, o desde ésta, por dos mecanismos: *calor Q* y *trabajo W*. Una interacción energética es transferencia de calor si su fuerza impulsora es una diferencia de temperatura. De lo contrario, es trabajo. Tanto un pistón que sube, como una flecha rotatoria y un alambre eléctrico que crucen las fronteras del sistema, están asociados con interacciones de trabajo. El trabajo realizado *por unidad de tiempo* se llama **potencia** y se denota por *W*. La unidad de potencia es el W o el hp (1 hp = 746 W). Los motores de automóviles y las turbinas hidráulicas, de vapor y de gas producen trabajo; los compresores, bombas y mezcladoras consumen trabajo. Advierta que la energía de un sistema disminuye conforme realiza trabajo y aumenta si se realiza trabajo sobre él.

En la vida diaria con frecuencia se hace referencia a las formas latente y sensible de la energía interna como **calor** y se habla del contenido de calor de los cuerpos (figura 1-12). Sin embargo, en la termodinámica a esas formas de energía se les suele mencionar como **energía térmica**, con el fin de impedir que se tenga una confusión con la *transferencia de calor*.

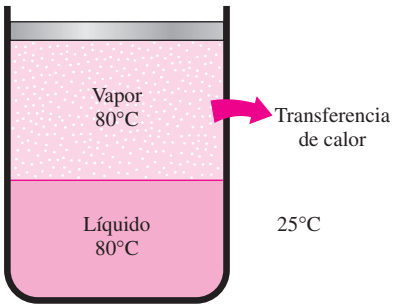


FIGURA 1-12
Las formas sensible y latente de energía interna se pueden transferir como resultado de una diferencia de temperatura y se mencionan como *calor* o *energía térmica*.

El término *calor* y las frases asociadas, como *flujo de calor, adición de calor, rechazo de calor, absorción de calor, ganancia de calor, pérdida de calor, almacenamiento de calor, generación de calor, calentamiento eléctrico, calor latente, calor del cuerpo* y *fuente de calor*, son de uso común hoy en día y el intento de reemplazar *calor* en estas frases por *energía térmica* sólo tuvo un éxito limitado. Estas frases están profundamente arraigadas en nuestro vocabulario y las usan tanto la gente común como los científicos sin que se tengan confusiones. Por ejemplo, la frase *calor del cuerpo* se sabe que quiere dar a entender el *contenido de energía térmica* de un cuerpo. Del mismo modo, se entiende que por *flujo de calor* se quiere decir la *transferencia de energía térmica*, no el flujo de una sustancia semejante a un fluido llamada *calor*, aun cuando esta última interpretación incorrecta, basada en la teoría del calórico, es el origen de esta frase. Asimismo, la transferencia de calor hacia un sistema con frecuencia se menciona como *adición de calor* y la transferencia de calor hacia afuera de un sistema como *rechazo de calor*.

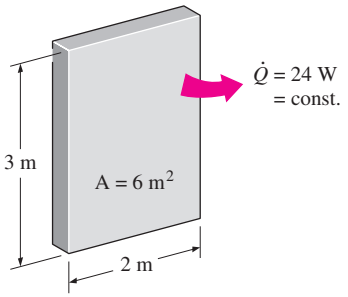
Manteniéndose alineados con la práctica actual, llamaremos a la energía térmica *calor* y a la transferencia de energía térmica *transferencia de calor*. La cantidad de calor transferido durante el proceso se denota por Q. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se llama **razón de transferencia de calor** y se denota por $\dot{Q}$. El punto arriba representa la derivada respecto al tiempo, o "por unidad de tiempo". La velocidad de transferencia de calor, $\dot{Q}$, tiene la unidad J/s, lo cual es equivalente a W.

Cuando se cuenta con la *razón* de transferencia de calor, $\dot{Q}$, entonces se puede determinar la cantidad total de transferencia de calor Q durante un intervalo de tiempo Δt a partir de

$$Q = \int_0^{\Delta t} \dot{Q}\,dt \qquad \text{(J)} \tag{1-6}$$

siempre que se conozca la variación de $\dot{Q}$ con el tiempo. Para el caso especial de $\dot{Q}$ = constante, la ecuación anterior se reduce a

$$Q = \dot{Q}\Delta t \qquad \text{(J)} \tag{1-7}$$



$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{24\ \text{W}}{6\ \text{m}^2} = 4\ \text{W/m}^2$$

FIGURA 1-13
El flujo de calor es la transferencia de calor *por unidad de tiempo* y *por unidad de área*, y es igual a $\dot{q} = \dot{Q}/A$ cuando $\dot{Q}$ es uniforme sobre el área A.

La razón de transferencia de calor por unidad de área perpendicular a la dirección de esa transferencia se llama **flujo de calor** y el flujo promedio de calor se expresa como (figura 1-13)

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \qquad (\text{W/m}^2) \tag{1-8}$$

donde A es el área de transferencia de calor. En unidades inglesas, la unidad de flujo de calor es Btu/h · ft². Note que el flujo de calor puede variar con el tiempo así como con la posición sobre una superficie.

EJEMPLO 1-1 Calentamiento de una bola de cobre

Una bola de cobre de 10 cm de diámetro se va a calentar desde 100°C hasta una temperatura promedio de 150°C, en 30 minutos (figura 1-14). Tomando la densidad y el calor específico promedios del cobre en este rango de temperatura como $\rho = 8\ 950$ kg/m³ y $c_p = 0.395$ kJ/kg · °C, respectivamente, determine *a*) la cantidad total de transferencia de calor a la bola de cobre, *b*) la razón promedio de transferencia de calor a la bola y *c*) el flujo promedio de calor.

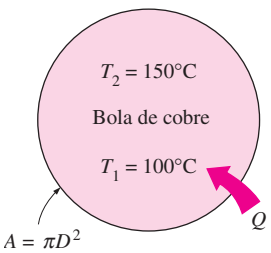


FIGURA 1-14
Esquema para el ejemplo 1-1.

SOLUCIÓN La bola de cobre se va a calentar desde 100°C hasta 150°C. Se van a determinar la transferencia total de calor, la razón promedio de transferencia del calor y el flujo promedio de calor.

Suposición Se pueden usar las propiedades constantes para el cobre a la temperatura promedio.

Propiedades La densidad y el calor específico promedios del cobre se dan como $\rho = 8\ 950$ kg/m³ y $c_p = 0.395$ kJ/kg · °C.

Análisis *a*) La cantidad de calor transferida a la bola de cobre es sencillamente el cambio en su energía interna y se determina a partir de

$$\text{Transferencia de energía al sistema} = \text{Aumento de energía del sistema}$$

$$Q = \Delta U = mc_{\text{prom}}(T_2 - T_1)$$

donde

$$m = \rho V = \frac{\pi}{6}\rho D^3 = \frac{\pi}{6}(8\ 950\ \text{kg/m}^3)(0.1\ \text{m})^3 = 4.686\ \text{kg}$$

Sustituyendo

$$Q = (4.686\ \text{kg})(0.395\ \text{kJ/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(150 - 100)^\circ\text{C} = \mathbf{92.6\ kJ}$$

Por lo tanto, es necesario transferir 92.6 kJ de calor a la bola de cobre para calentarla de 100°C hasta 150°C.

b) Normalmente la razón de transferencia del calor durante un proceso cambia con el tiempo. Sin embargo, se puede determinar la razón *promedio* de transferencia del calor al dividir la cantidad total de esta transferencia entre el intervalo de tiempo. Por lo tanto,

$$\dot{Q}_{\text{prom}} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{92.6\ \text{kJ}}{1\ 800\ \text{s}} = 0.0514\ \text{kJ/s} = \mathbf{51.4\ W}$$

c) El flujo de calor se define como la transferencia de calor por unidad de tiempo por unidad de área, o sea, la razón de transferencia del calor por unidad de área. Por lo tanto, en este caso, el flujo promedio de calor es

$$\dot{q}_{\text{prom}} = \frac{\dot{Q}_{\text{prom}}}{A} = \frac{\dot{Q}_{\text{prom}}}{\pi D^2} = \frac{51.4\ \text{W}}{\pi(0.1\ \text{m})^2} = \mathbf{1\ 636\ W/m^2}$$

Discusión Note que el flujo de calor puede variar con la ubicación sobre una superficie. El valor antes calculado es el flujo promedio de calor sobre toda la superficie de la bola.

1-4 ▪ PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

La **primera ley de la termodinámica**, también conocida como **principio de conservación de la energía**, expresa que *en el curso de un proceso, la energía no se puede crear ni destruir; sólo puede cambiar las formas.* Por lo tanto, toda pequeña cantidad de energía debe tomarse en cuenta en el curso de un proceso. El principio de conservación de la energía (o balance de energía) para *cualquier sistema* que pasa por *cualquier proceso* se puede expresar como sigue: *El cambio neto (aumento o disminución) en la energía total de un sistema en el curso de un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale en el desarrollo de ese proceso.* Es decir,

$$\begin{pmatrix}\text{Energía total}\\ \text{que entra en el}\\ \text{sistema}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Energía total}\\ \text{que sale del}\\ \text{sistema}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Cambio en la}\\ \text{energía total}\\ \text{del sistema}\end{pmatrix} \qquad \textbf{(1-9)}$$

Dado que la energía se puede transferir hacia un sistema, o hacia afuera de éste, por medio de *calor*, *trabajo* y *flujo de masa*, y que la energía total de un sistema simple compresible consta de las energías interna, cinética y potencial, el **balance de energía** para cualquier sistema que pasa por cualquier proceso se puede expresar como

$$\underbrace{E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Transferencia neta de}\\ \text{energía por calor, trabajo}\\ \text{y masa}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{sistema}}}_{\substack{\text{Cambio en las energías}\\ \text{interna, cinética,}\\ \text{potencial, etc.}}} \qquad (\text{J}) \qquad \textbf{(1-10)}$$

o bien, en la **forma de razones**, como

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Razón de la transferencia}\\ \text{neta de energía por calor,}\\ \text{trabajo y masa}}} = \underbrace{dE_{\text{sistema}}/dt}_{\substack{\text{Razón del cambio en las}\\ \text{energías interna, cinética,}\\ \text{potencial, etc.}}} \qquad (\text{W}) \qquad \textbf{(1-11)}$$

La energía es una propiedad y el valor de una propiedad no cambia a menos que cambie el estado del sistema. Por lo tanto, el cambio en la energía de un sistema es cero ($\Delta E_{\text{sistema}} = 0$); si el estado de ese sistema no cambia durante el proceso, entonces el proceso es estacionario. En este caso, el balance de energía se reduce a (figura 1-15)

Estado estacionario, forma de razones:

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{ent}}}_{\substack{\text{Razón de transferencia neta}\\ \text{de energía, hacia adentro,}\\ \text{por calor, trabajo y masa}}} = \underbrace{\dot{E}_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Razón de transferencia neta}\\ \text{de energía, hacia afuera,}\\ \text{por calor, trabajo y masa}}} \qquad \textbf{(1-12)}$$

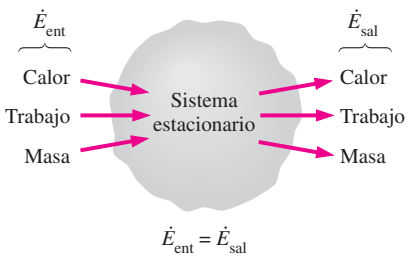


FIGURA 1-15
En operación estacionaria, la razón de transferencia de energía hacia un sistema es igual a la razón de transferencia de energía hacia afuera de ese sistema.

En ausencia de efectos significativos eléctricos, magnéticos, de movimiento, gravitatorios y de tensión superficial (es decir, para sistemas simples compresibles

estacionarios), el cambio en la *energía total* de un sistema durante un proceso es sencillamente el cambio en su *energía interna*; es decir, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta U_{\text{sistema}}$.

En el análisis de la transferencia de calor, es usual tener interés únicamente en las formas de energía que se pueden transferir como resultado de una diferencia de temperatura; es decir, el calor o energía térmica. En esos casos resulta conveniente escribir un **balance de calor** y tratar la conversión de las energías nuclear, química, mecánica y eléctrica hacia energía térmica como *generación de calor*. En ese caso, el *balance de energía* se puede expresar como

$$\underbrace{Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}}_{\text{Transferencia neta de calor}} + \underbrace{E_{\text{gen}}}_{\text{Generación de calor}} = \underbrace{\Delta E_{\text{térmica, sistema}}}_{\text{Cambio en la energía térmica del sistema}} \qquad \text{(J)} \qquad \textbf{(1-13)}$$

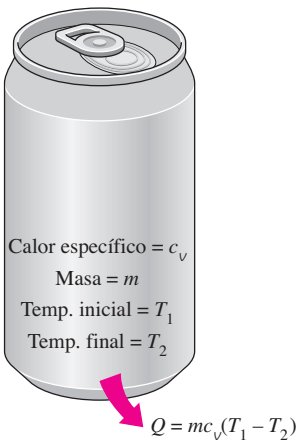


FIGURA 1-16
En ausencia de cualesquiera interacciones de trabajo, el cambio en el contenido de energía interna de un sistema cerrado es igual a la transferencia neta de calor.

Balance de energía para sistemas cerrados (*masa fija*)

Un sistema cerrado consta de una *masa fija*. La energía total E para la mayor parte de los sistemas que se encuentran en la práctica consiste en la energía interna U. Éste es en especial el caso para los sistemas estacionarios, ya que no comprenden cambios en la velocidad o elevación durante el proceso. En ese caso, la relación del balance de energía se reduce a

Sistema cerrado estacionario: $$E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta U = mc_v\Delta T \qquad \text{(J)} \qquad \textbf{(1-14)}$$

donde se expresa el cambio en la energía interna en términos de la masa m, el calor específico a volumen constante c_v, y el cambio en la temperatura, ΔT, del sistema. Cuando el sistema sólo comprende transferencia de calor y ninguna interacción de trabajo cruza su frontera, la relación del balance de energía se reduce todavía más hasta (figura 1-16)

Sistema cerrado estacionario, sin trabajo: $$Q = mc_v\Delta T \qquad \text{(J)} \qquad \textbf{(1-15)}$$

donde Q es la cantidad neta de la transferencia de calor que entra o sale del sistema. La anterior es la forma de la relación del balance de energía que se usará con más frecuencia al tratar con una masa fija.

Balance de energía para sistemas de flujo estacionario

Un gran número de aparatos de ingeniería, como los calentadores de agua y los radiadores de los automóviles, implica flujo de masa, hacia adentro y hacia afuera de un sistema, y se consideran como *volúmenes de control*. La mayor parte de los volúmenes de control se analizan en condiciones estacionarias de operación. El término *estacionario* significa *ningún cambio con el tiempo* en una ubicación específica. Lo opuesto a estacionario es *no estacionario* o *transitorio*. Asimismo, el término *uniforme* implica *ningún cambio con la posición* en toda una superficie o región en un tiempo específico. Estos significados son coherentes con su uso cotidiano [novia estable (estacionaria), distribución uniforme, etc.]. El contenido total de energía de un volumen de control durante un *proceso de flujo estacionario* permanece constante (E_{VC} = constante). Es decir, el cambio en la energía total del volumen de control durante un proceso de este tipo es cero ($\Delta E_{\text{VC}} = 0$). Por lo tanto, la cantidad de energía que entra en un volumen de control en todas las formas (calor, trabajo, transferencia de masa) para un proceso de flujo estacionario debe ser igual a la cantidad de energía que sale de él.

La cantidad de masa que fluye a través de una sección transversal de un aparato de flujo, por unidad de tiempo, se llama **gasto de masa** o razón de transferencia de masa y se denota por $\dot{m}$. Un fluido puede fluir hacia adentro o hacia afuera de un volumen de control a través de tubos o ductos. El gasto de

masa de un fluido que fluye en un tubo o ducto es proporcional al área de la sección transversal A_c* de ese tubo o ducto, la densidad ρ y la velocidad V del fluido. El gasto de masa a través de un área diferencial dA_c se puede expresar como $\delta\dot{m} = \rho V_n dA_c$, donde V_n es la componente de la velocidad perpendicular a dA_c. El gasto de masa a través de toda el área de la sección transversal se obtiene por integración sobre A_c.

A menudo se puede considerar, en forma aproximada, que el flujo de un fluido por un tubo o ducto es *unidimensional*. Es decir, se puede suponer que las propiedades varían sólo en una dirección (la del flujo). Como resultado, se supone que todas las propiedades son uniformes en la sección transversal perpendicular a la dirección del flujo y también se supone que las propiedades tienen *valores promedio en masa* sobre toda la sección transversal. En la aproximación de flujo unidimensional, el gasto de masa de un fluido que fluye en un tubo o ducto se puede expresar como (figura 1-17)

$$\dot{m} = \rho V A_c \qquad \text{(kg/s)} \tag{1-16}$$

donde ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad promedio del mismo en la dirección del flujo y A_c es el área de la sección transversal del tubo o ducto.

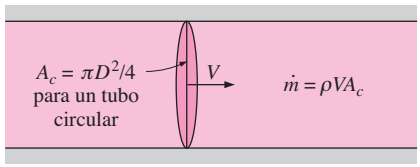


FIGURA 1-17
El gasto de masa de un fluido en una sección transversal es igual al producto de la densidad de ese fluido, la velocidad promedio del mismo y el área de la sección transversal.

El volumen de un fluido que fluye por un tubo o ducto por unidad de tiempo se llama **gasto volumétrico** $\dot{V}$, y se expresa como

$$\dot{V} = V A_c = \frac{\dot{m}}{\rho} \qquad (\text{m}^3/\text{s}) \tag{1-17}$$

Note que el gasto de masa de un fluido por un tubo o ducto permanece constante durante el flujo estacionario. Sin embargo, éste no es el caso para el gasto volumétrico, a menos que la densidad del fluido permanezca constante.

Para un sistema de flujo estacionario con una entrada y una salida, la razón de transferencia de masa hacia adentro del volumen de control debe ser igual a la velocidad del flujo de masa hacia afuera de él; es decir, $\dot{m}_{\text{ent}} = \dot{m}_{\text{sal}} = \dot{m}$. Cuando los cambios en las energías cinética y potencial son despreciables, que es el caso más común, y no se tiene interacción de trabajo, el balance de energía para tal sistema de flujo estacionario se reduce a (figura 1-18)

$$\dot{Q} = \dot{m}\Delta h = \dot{m} c_p \Delta T \qquad \text{(kJ/s)} \tag{1-18}$$

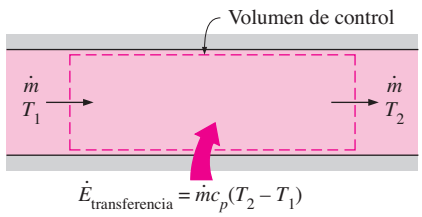


FIGURA 1-18
En condiciones estacionarias, la razón neta de transferencia de energía hacia un fluido en un volumen de control es igual a la razón de incremento en la energía de la corriente de fluido que fluye a través de ese volumen.

donde $\dot{Q}$ es la razón de la transferencia neta de calor hacia adentro o hacia afuera del volumen de control. La anterior es la forma de relación de balance de energía que se usará con la mayor frecuencia para los sistemas de flujo estacionario.

Balance de energía en la superficie

Como se mencionó al inicio del capítulo, el calor se transfiere por los mecanismos de conducción, convección y radiación y, a menudo, el calor cambia de vehículos a medida que se transfiere de un medio a otro. Por ejemplo, el calor conducido hasta la superficie exterior de la pared de una casa en invierno es transferido por convección, por el aire frío del exterior, conforme es irradiado hacia los alrededores fríos. En esos casos puede ser necesario seguir el rastro de las interacciones energéticas en la superficie y esto se hace aplicando el principio de conservación de la energía a la superficie.

Una superficie no contiene volumen ni masa y, por lo tanto, tampoco energía. Por lo mismo, una superficie se puede concebir como un sistema ficticio cuyo contenido de energía permanece constante durante un proceso (precisamente como un sistema de estado estacionario o de flujo estacionario). Entonces el balance de energía para una superficie se puede expresar como

Balance de energía en la superficie: $\dot{E}_{\text{ent}} = \dot{E}_{\text{sal}}$ **(1-19)**

* El subíndice "c" en *A* viene de la palabra en inglés *cross-section*, que significa sección transversal. [Nota del revisor técnico.]

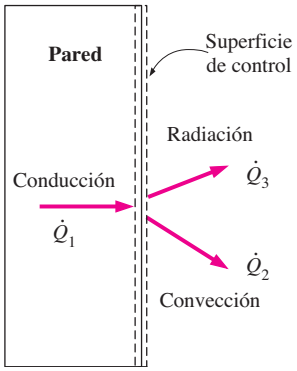


FIGURA 1-19
Interacciones energéticas en la superficie exterior de la pared de una casa.

Esta relación es válida tanto para condiciones estacionarias como transitorias y el balance de energía en la superficie no comprende generación de calor puesto que una superficie no tiene volumen. En la figura 1-19 el balance de energía para la superficie exterior, por ejemplo, se puede expresar como

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 \tag{1-20}$$

donde $\dot{Q}_1$ es la conducción a través de la pared hasta la superficie, $\dot{Q}_2$ es la convección de calor de la superficie hacia el aire del exterior y $\dot{Q}_3$ es la radiación neta de la superficie hacia los alrededores.

Cuando no se conocen las direcciones de las interacciones, se puede suponer que todas se dirigen hacia la superficie y el balance de energía en la superficie se puede expresar como $\Sigma\, \dot{E}_{\text{ent}} = 0$. Note que las interacciones en la dirección opuesta finalizarán con valores negativos balanceando esta ecuación.

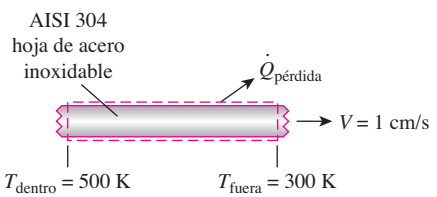


FIGURA 1-20
Esquema para el ejemplo 1-2.

EJEMPLO 1-2 **Enfriamiento de hojas de acero inoxidable**

Una hoja de acero inoxidable AISI 304 sometida a calor continuo se transporta a una velocidad constante de 1 cm/s a una cámara de enfriamiento (figura 1-20). La hoja de acero inoxidable tiene un espesor de 5 mm y un largo de 2 m, entra y sale de la cámara a 500 K y 300 K, respectivamente. Determine la razón a la que perderá calor la hoja de acero dentro de la cámara.

SOLUCIÓN Se determinará la razón de la pérdida de calor de la hoja de acero inoxidable que ingresa a una cámara.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estacionarias. **2** La hoja de acero inoxidable tiene propiedades constantes. **3** Los cambios en la energía potencial y cinética son despreciables.

Propiedades El calor específico a presión constante de la hoja de acero inoxidable AISI 304 a la temperatura promedio de (500 + 300)/2 = 400 K es 515 J/kg · K. La densidad del acero inoxidable AISI 304 es de 7 900 kg/m^3 (tabla A-3).

Análisis La masa de la hoja de acero inoxidable que se transporta ingresa y sale de la cámara a una razón de

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \rho V w t \\ &= (7\,900 \text{ kg/m}^3)(0.01 \text{ m/s})(2\text{m})(0.005\text{m}) \\ &= 0.79 \text{ kg/s}\end{aligned}$$

La razón de pérdida de calor de la hoja de acero inoxidable en la cámara se puede expresar como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pérdida}} &= \dot{m} c_p (T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}) \\ &= (0.79 \text{ kg/s})(515 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(500 - 300)\text{K} = 81\,370 \text{ J/s} \\ &= \mathbf{81.4\ kW}\end{aligned}$$

Discusión La hoja de acero inoxidable que entra y sale de la cámara se toma como volumen de control.

EJEMPLO 1-3 **Pérdida de calor en los ductos de calefacción en un sótano**

Una sección de 5 m de largo de un sistema de calefacción de una casa pasa a través de un espacio no calentado en el sótano (figura 1-21). La sección transversal del ducto rectangular del sistema de calefacción es de 20 cm × 25 cm. El aire caliente entra en el ducto a 100 kPa y 60°C, a una velocidad promedio de 5 m/s. La temperatura del aire en el ducto cae hasta 54°C como resultado de la pérdida de calor hacia el espacio frío en el sótano. Determine la razón de la pérdida de calor del aire en el ducto hacia el sótano en condiciones estacionarias. Asimismo, determine el costo de esta pérdida de calor por hora si la casa se calienta por medio de un calefactor de gas natural que tiene una eficiencia de 80% y el costo del gas natural en esa zona es de 1.60 dólar/therm (1 therm = 100 000 Btu = 105 500 kJ).

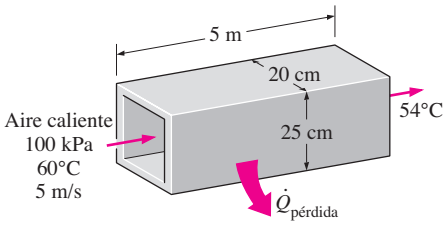


FIGURA 1-21
Esquema para el ejemplo 1-3.

SOLUCIÓN La temperatura del aire en el ducto de calefacción de una casa cae como resultado de la pérdida de calor hacia el espacio frío en el sótano. Se van a determinar la razón de la pérdida de calor del aire caliente y su costo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire se puede tratar como un gas ideal con propiedades constantes a la temperatura ambiente.

Propiedades El calor específico a presión constante del aire a la temperatura promedio de (54 + 60)/2 = 57°C es de 1.007 kJ/kg · °C (tabla A-15).

Análisis Se toma la sección del sótano del sistema de calefacción como nuestro sistema, el cual es de flujo estacionario. Se puede determinar la razón de la pérdida de calor del aire en el ducto a partir de

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

donde $\dot{m}$ es el gasto de masa y ΔT es la caída en la temperatura. La densidad del aire en las condiciones de entrada es

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{100 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(60 + 273)\text{K}} = 1.046 \text{ kg/m}^3$$

El área de la sección transversal del ducto es

$$A_c = (0.20 \text{ m})(0.25 \text{ m}) = 0.05 \text{ m}^2$$

Entonces el gasto de masa de aire que pasa por el ducto y la razón de pérdida de calor quedan

$$\dot{m} = \rho V A_c = (1.046 \text{ kg/m}^3)(5 \text{ m/s})(0.05 \text{ m}^2) = 0.2615 \text{ kg/s}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pérdida}} &= \dot{m} c_p (T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}) \\ &= (0.2615 \text{ kg/s})(1.007 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(60 - 54)°\text{C} \\ &= \mathbf{1.58 \text{ kJ/s}}\end{aligned}$$

o sea, 5 688 kJ/h. El costo de esta pérdida de calor para el propietario de la casa es

$$\text{Costo de la pérdida de calor} = \frac{(\text{Razón de la pérdida de calor}) \times (\text{Costo unitario de la entrada de energía})}{\text{Eficiencia del calefactor}}$$

$$= \frac{(5\,688 \text{ kJ/h})(1.60 \text{ dólar/therm})}{0.80}\left(\frac{1 \text{ therm}}{105\,500 \text{ kJ}}\right)$$

$$= \mathbf{0.108 \text{ dólar/h}}$$

Discusión La pérdida de calor por los ductos de calefacción en el sótano le está costando al propietario de la casa 10.8 centavos de dólar por hora. Suponiendo que el calentador opera 2 000 horas durante la temporada de calefacción, el costo anual de esta pérdida de calor totaliza 216 dólares. La mayor parte de este dinero se puede ahorrar aislando los ductos de calefacción en las zonas no calentadas.

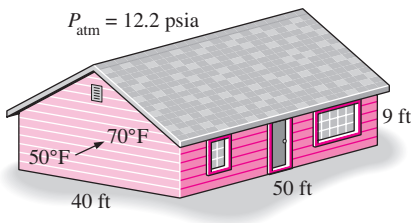


FIGURA 1-22
Esquema para el ejemplo 1-4.

EJEMPLO 1-4 **Calefacción eléctrica de una casa ubicada a gran altitud**

Considere una casa que tiene un espacio de piso de 2 000 ft^2 y una altura promedio de 9 ft y que se encuentra a 5 000 ft sobre el nivel del mar en donde la presión atmosférica estándar es de 12.2 psia (figura 1.22). Inicialmente, la casa está a una temperatura uniforme de 50°F. Ahora se enciende el calefactor eléctrico y funciona hasta que la temperatura del aire en la casa se eleva hasta un valor promedio de 70°F. Determine la cantidad de energía transferida al aire suponiendo que *a*) la casa es hermética al aire y, por lo tanto, no hay fugas de éste durante el proceso de calentamiento, y *b*) algo de aire se escapa por las rendijas conforme el aire caliente que está en la casa se expande a presión constante. Determine también el costo de este calor para cada caso, si el precio de la electricidad en esa zona es de 0.075 dólar/kWh.

SOLUCIÓN El aire en la casa se calienta por medio de un calentador eléctrico. Se debe determinar la cantidad y el costo de la energía transferida al aire, para los casos de volumen constante y presión constante.

Suposiciones **1** El aire se puede considerar un gas ideal con propiedades constantes. **2** La pérdida de calor desde la casa durante el curso del calentamiento es despreciable. **3** El volumen ocupado por los muebles y otras cosas es despreciable.

Propiedades Los calores específicos del aire a la temperatura promedio de (50 + 70)/2 = 60°F son c_p = 0.240 Btu/lbm · R y $c_v = c_p - R$ = 0.171 Btu/lbm · R (tablas A-1l y A-15l).

Análisis El volumen y la masa del aire en la casa son

$$V = (\text{Área de piso})(\text{Altura}) = (2\,000 \text{ ft}^2)(9 \text{ ft}) = 18\,000 \text{ ft}^3$$

$$m = \frac{PV}{RT} = \frac{(12.2 \text{ psia})(18\,000 \text{ ft}^3)}{(0.3704 \text{ psia} \cdot \text{ft}^3/\text{lbm} \cdot \text{R})(50 + 460)\text{R}} = 1\,162 \text{ lbm}$$

a) La cantidad de energía transferida al aire a volumen constante es sencillamente el cambio en su energía interna y se determina a partir de

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sistema}$$

$$E_{ent,\ volumen\ constante} = \Delta U_{aire} = mc_v\Delta T$$

$$= (1\,162 \text{ lbm})(0.171 \text{ Btu/lbm} \cdot °\text{F})(70 - 50)°\text{F}$$

$$= \mathbf{3\,974 \text{ Btu}}$$

A un costo unitario de 0.075 dólar/kWh, el costo total de esta energía es

$$\begin{aligned}\text{Costo de la energía} &= (\text{Cantidad de energía})(\text{Costo unitario de la energía})\\ &= (3\,974\ \text{Btu})(0.075\ \text{dólar/kWh})\left(\frac{1\ \text{kWh}}{3\,412\ \text{Btu}}\right)\\ &= \mathbf{0.087\ dólar}\end{aligned}$$

b) La cantidad de energía transferida al aire a presión constante es el cambio en su entalpía y se determina a partir de

$$\begin{aligned}E_{\text{ent, presión constante}} &= \Delta H_{\text{aire}} = mc_p\Delta T\\ &= (1\,162\ \text{lbm})(0.240\ \text{Btu/lbm}\cdot{}^\circ\text{F})(70-50)^\circ\text{F}\\ &= \mathbf{5\,578\ Btu}\end{aligned}$$

A un costo unitario de 0.075 dólar/kWh, el costo total de esta energía es

$$\begin{aligned}\text{Costo de la energía} &= (\text{Cantidad de energía})(\text{Costo unitario de la energía})\\ &= (5\,578\ \text{Btu})(0.075\ \text{dólar/kWh})\left(\frac{1\ \text{kWh}}{3\,412\ \text{Btu}}\right)\\ &= \mathbf{0.123\ dólar}\end{aligned}$$

Discusión En el primer caso, elevar la temperatura del aire en esta casa, de 50°F hasta 70°F, cuesta alrededor de 9 centavos de dólar y, en el segundo, 12 centavos. La segunda respuesta es más realista, ya que todas las casas tienen grietas, en especial alrededor de las puertas y ventanas, y, en esencia, la presión dentro de la casa permanece constante durante el curso del proceso de calentamiento. Por lo tanto, en la práctica, se aplica el segundo enfoque. Sin embargo, esta óptica conservadora predice un tanto en exceso la cantidad de energía que se usa, puesto que algo del aire se escapa a través de las grietas antes de calentarse hasta 70°F.

1-5 ▪ MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En la sección 1-1 se definió el *calor* como la forma de energía que se puede transferir de un sistema a otro, como resultado de la diferencia de temperatura. Un análisis termodinámico se interesa en la *cantidad* de transferencia de calor conforme un sistema pasa por un proceso, de un estado de equilibrio a otro. La ciencia que trata de la determinación de las *razones* de esas transferencias de energía es la *transferencia de calor*. La transferencia de energía como calor siempre se produce del medio que tiene la temperatura más elevada hacia el de temperatura más baja, y la transferencia de calor se detiene cuando los dos medios alcanzan la misma temperatura.

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: *conducción*, *convección* y *radiación*. Todos los modos de transferencia de calor requieren la existencia de una diferencia de temperatura y todos ellos ocurren del medio que posee la temperatura más elevada hacia uno de temperatura más baja. En seguida se da una breve descripción de cada modo. En los capítulos posteriores de este texto se da un estudio más detallado de estos modos.

1-6 ▪ CONDUCCIÓN

La **conducción** es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas. La conducción puede tener lugar en los sólidos, líquidos o gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las

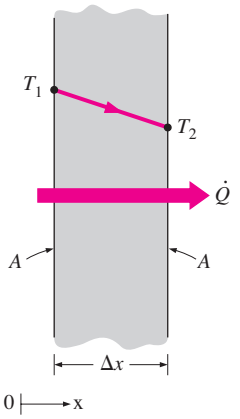


FIGURA 1-23
Conducción de calor a través de una pared plana grande de espesor Δx y área A.

colisiones y a la *difusión* de las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos se debe a la combinación de las *vibraciones* de las moléculas en una retícula y al transporte de energía por parte de los *electrones libres*. Por ejemplo, llegará el momento en que una bebida enlatada fría en un cuarto cálido se caliente hasta la temperatura ambiente como resultado de la transferencia de calor por conducción, del cuarto hacia la bebida, a través del aluminio.

La *rapidez* o *razón* de la conducción de calor a través de un medio depende de la *configuración geométrica* de éste, su *espesor* y el *material* de que esté hecho, así como de la *diferencia de temperatura* a través de él. Se sabe que al envolver un tanque de agua caliente con fibra de vidrio (un material aislante) se reduce la razón de la pérdida de calor de ese tanque. Entre más grueso sea el aislamiento, menor será la pérdida de calor. También se conoce que un tanque de agua caliente perderá calor a mayor rapidez cuando se baja la temperatura del cuarto en donde se aloja. Además, entre más grande sea el tanque, mayor será el área superficial y, por consiguiente, la razón de la pérdida de calor.

Considere una conducción de estado estacionario de calor a través de una pared plana grande de espesor $\Delta x = L$ y área A, como se muestra en la figura 1-23. La diferencia de temperatura de uno a otro lado de la pared es $\Delta T = T_2 - T_1$. Los experimentos han demostrado que la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, a través de la pared se *duplica* cuando se duplica la diferencia de temperatura ΔT de uno a otro lado de ella, o bien, se duplica el área A perpendicular a la dirección de la transferencia de calor; pero se *reduce a la mitad* cuando se duplica el espesor L de la pared. Por lo tanto, se concluye que *la razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa*; es decir,

$$\text{Razón de conducción del calor} \propto \frac{(\text{Área})(\text{Diferencia de temperatura})}{\text{Espesor}}$$

o bien,

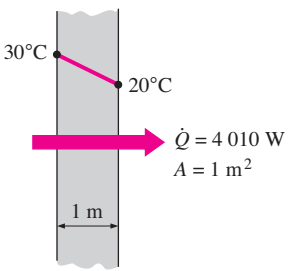
$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(1-21)}$$

donde la constante de proporcionalidad k es la **conductividad térmica** del material, que es una *medida de la capacidad de un material para conducir calor* (figura 1-24). En el caso límite de $\Delta x \to 0$, la ecuación que acaba de darse se reduce a la forma diferencial

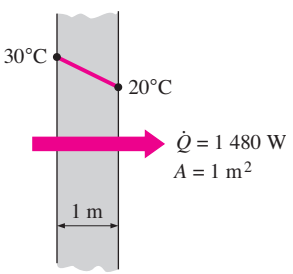
$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(1-22)}$$

la cual se llama **ley de Fourier de la conducción del calor**, en honor de J. Fourier (figura 1-25), quien la expresó por primera vez en su texto sobre transferencia de calor en 1822. Aquí, dT/dx es el **gradiente de temperatura**, el cual es la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama T-x (la razón de cambio de T con respecto a x), en la ubicación x. La relación antes dada indica que la razón de conducción del calor en una dirección es proporcional al gradiente de temperatura en esa dirección. El calor es conducido en la dirección de la temperatura decreciente y el gradiente de temperatura se vuelve negativo cuando esta última decrece al crecer x. El *signo negativo* en la ecuación 1-22 garantiza que la transferencia de calor en la dirección x positiva sea una cantidad positiva.

El área A de transferencia de calor siempre es *normal* (o perpendicular) a la dirección de esa transferencia. Por ejemplo, para la pérdida de calor a través de una pared de 5 m de largo, 3 m de alto y 25 cm de espesor, el área de transferencia de calor es $A = 15\ \text{m}^2$. Note que el espesor de la pared no tiene efecto sobre A (figura 1-26).



a) Cobre (k = 401 W/m · K)



b) Silicio (k = 148 W/m · K)

FIGURA 1-24
La razón de conducción del calor a través de un sólido es directamente proporcional a su conductividad térmica.

EJEMPLO 1-5 **Costo de la pérdida de calor a través de un techo**

El techo de una casa calentada eléctricamente tiene 6 m de largo, 8 m de ancho y 0.25 m de espesor y está hecha de una capa plana de concreto cuya conductividad térmica es $k = 0.8$ W/m · °C (figura 1-27). Las temperaturas de las superficies interior y exterior se miden como de 15°C y 4°C, respectivamente, durante un periodo de 10 horas. Determine *a*) la razón de la pérdida de calor a través del techo esa noche y *b*) el costo de esa pérdida de calor para el propietario de la casa, si el costo de la electricidad es de 0.08 dólar/kWh.

SOLUCIÓN Las superficies interior y exterior del techo plano de concreto de una casa calentada eléctricamente se mantienen a temperaturas especificadas durante una noche. Se van a determinar la pérdida de calor a través del techo esa noche y su costo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación durante toda la noche dado que las temperaturas de las superficies del techo permanecen constantes a los valores especificados. **2** Se pueden usar propiedades constantes para el techo.

Propiedades La conductividad térmica del techo se da como $k = 0.8$ W/m · °C.

Análisis *a*) Nótese que la transferencia de calor a través del techo es por conducción y que el área de éste es $A = 6\text{ m} \times 8\text{ m} = 48\text{ m}^2$, la razón de la transferencia de calor en estado estacionario a través del techo se determina por

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.8\text{ K})(48\text{ m}^2)\frac{(15-4)°\text{C}}{0.25\text{ m}} = \mathbf{1\,690\text{ W} = 1.69\text{ kW}}$$

b) La cantidad de pérdida de calor a través del techo durante un periodo de 10 h y su costo se determinan a partir de

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (1.69\text{ kW})(10\text{ h}) = 16.9\text{ kWh}$$

$$\text{Costo} = (\text{Cantidad de energía})(\text{Costo unitario de la energía})$$
$$= (16.9\text{ kWh})(0.08\text{ dólar/kWh}) = \mathbf{1.35\text{ dólares}}$$

Discusión El costo para el propietario de la casa de la pérdida de calor a través del techo esa noche fue de 1.35 dólares. La factura total por calefacción de la casa será mucho mayor ya que, en estos cálculos, no se consideran las pérdidas de calor a través de las paredes.

FIGURA 1-25
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830). Matemático y físico nacido en Auxerre, Francia. Mejor conocido por su trabajo sobre la serie infinita de funciones trigonométricas, la cual lleva su nombre, y por su teoría matemática de la conducción de calor. Estableció la ecuación diferencial parcial que describe la difusión térmica y que se resuelve mediante la serie de Fourier. La transformada de Fourier, el número de Fourier y la ley de Fourier de la conducción del calor, fueron nombrados así en su honor. También se le atribuye el descubrimiento del fenómeno del efecto invernadero, en 1824.
(Photo Deutsches Museum)

Conductividad térmica

Se ha visto que los diferentes materiales almacenan calor en forma diferente y se ha definido la propiedad de calor específico c_p como una medida de la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Por ejemplo, $c_p = 4.18$ kJ/kg · °C, para el agua, y $c_p = 0.45$ kJ/kg · °C, para el hierro, a la temperatura ambiente, indica que el agua puede almacenar aproximadamente 10 veces más energía que el hierro por unidad de masa. Del mismo modo, la conductividad térmica k es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. Por ejemplo, $k = 0.607$ W/m · °C, para el agua, y $k = 80.2$ W/m · °C, para el hierro, a la temperatura ambiente, indican que el hierro conduce el calor más de 100 veces más rápido que el agua. Por lo tanto, se dice que el agua es mala conductora del calor en relación con el hierro, aun cuando el agua es un medio excelente para almacenar energía térmica.

La ecuación 1-21 para la razón de la transferencia de calor por conducción, en condiciones estacionarias, también se puede concebir como la ecuación de

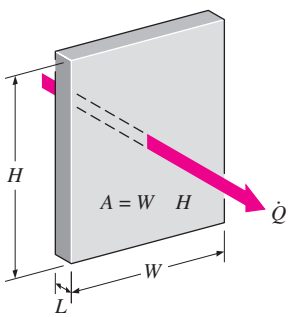


FIGURA 1-26
En el análisis de la conducción del calor, A representa el área *perpendicular* a la dirección de transferencia de calor.

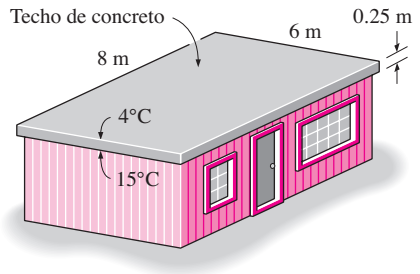


FIGURA 1-27
Esquema para el ejemplo 1-5.

TABLA 1-1

Conductividades térmicas de algunos materiales a la temperatura ambiente

Material	k, W/m · °C*
Diamante	2 300
Plata	429
Cobre	401
Oro	317
Aluminio	237
Hierro	80.2
Mercurio (l)	8.54
Vidrio	0.78
Ladrillo	0.72
Agua (l)	0.607
Piel humana	0.37
Madera (roble)	0.17
Helio (g)	0.152
Caucho suave	0.13
Fibra de vidrio	0.043
Aire (g)	0.026
Uretano, espuma rígida	0.026

*Multiplíquese por 0.5778 para convertir a Btu/h · ft · °F.

definición para la conductividad térmica. Por lo tanto, la **conductividad térmica** de un material se puede definir como *la razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área por unidad de diferencia de temperatura*. La conductividad térmica de un material es una medida de la capacidad del material para conducir calor. Un valor elevado para la conductividad térmica indica que el material es un buen conductor del calor y un valor bajo indica que es un mal conductor o que es un *aislante*. En la tabla 1-1 se dan las conductividades térmicas de algunos materiales comunes a la temperatura ambiente. La conductividad térmica del cobre puro a la temperatura ambiente es $k = 401$ W/m · °C, lo cual indica que una pared de cobre de 1 m de espesor conducirá el calor a razón de 401 W por m^2 de área por °C de diferencia de temperatura a través de ella. Note que los materiales como el cobre y la plata, que son buenos conductores eléctricos, también lo son del calor y tienen valores elevados de conductividad térmica. Los materiales como el caucho, la madera y la espuma de estireno son malos conductores del calor y tienen valores bajos de conductividad térmica.

Se puede calentar una capa de material de espesor y área conocidos, desde uno de sus lados, por medio de un calentador de resistencia eléctrica de potencia conocida. Si las superficies exteriores del calentador están bien aisladas, todo el calor generado por la resistencia se transferirá a través del material cuya conductividad se va a determinar. Entonces, midiendo las dos temperaturas de las superficies del material cuando se llega al estado estacionario de la transferencia y sustituyéndolas en la ecuación 1-21 junto con otras cantidades conocidas se obtiene la conductividad térmica (figura 1-28).

Las conductividades térmicas de los materiales varían sobre un amplio intervalo, como se muestra en la figura 1-29. Las conductividades térmicas de los gases varían en un factor de 10^4 con respecto a las de los metales puros como el cobre. Note que los cristales y metales puros tienen las conductividades térmicas más elevadas, y los gases y los materiales aislantes, las más bajas.

La temperatura es una medida de las energías cinéticas de las partículas, como las moléculas o los átomos de una sustancia. En un líquido o gas, la energía cinética de las moléculas se debe a su movimiento aleatorio de traslación, así como a sus movimientos de vibración y rotación. Cuando chocan dos moléculas que poseen energías cinéticas diferentes, parte de la energía cinética de la molécula más energética (la de temperatura más elevada) se transfiere a la menos energética (la de temperatura más baja), de manera muy semejante a cuando chocan dos bolas elásticas de la misma masa a diferentes velocidades, parte de la energía cinética de la bola más rápida se transfiere a la más lenta. Entre más alta es la temperatura, más rápido se mueven las moléculas, mayor es el número de las colisiones y mejor es la transferencia de calor.

La *teoría cinética* de los gases predice, y los experimentos lo confirman, que la conductividad térmica de los gases es proporcional a la *raíz cuadrada de la temperatura termodinámica T* e inversamente proporcional a la *raíz cuadrada de la masa molar M*. Por lo tanto, la conductividad térmica de un gas crece al aumentar la temperatura y al disminuir la masa molar. De modo que no es sorprendente que la conductividad térmica del helio ($M = 4$) sea mucho más elevada que la del aire ($M = 29$) y la del argón ($M = 40$).

En la tabla A-16 se da una lista de conductividades térmicas de *gases* a la presión de 1 atm. Sin embargo, también se pueden usar a presiones diferentes de 1 atm, ya que la conductividad térmica de los gases es *independiente de la presión* en un amplio rango de presiones encontradas en la práctica.

El mecanismo de conducción del calor en un *líquido* se complica por el hecho de que las moléculas están más cercanas entre sí y ejercen un campo de

fuerzas intermoleculares más intenso. Las conductividades térmicas de los líquidos suelen encontrarse entre las de los sólidos y las de los gases. Normalmente, la conductividad térmica de una sustancia alcanza su valor máximo en la fase sólida y el mínimo en la fase gaseosa. A diferencia de los gases, las conductividades térmicas de la mayor parte de los líquidos decrecen al incrementarse la temperatura, constituyendo el agua una notable excepción. Como en caso de los gases, la conductividad de los líquidos disminuye al aumentar la masa molar. Los metales líquidos como el mercurio y el sodio presentan conductividades térmicas elevadas y resultan muy apropiados para usarse cuando se desea una gran razón de transferencia de calor hacia un líquido, como en las plantas nucleares de generación eléctrica.

En los *sólidos* la conducción del calor se debe a dos efectos: las *ondas reticulares de vibración* inducidas por los movimientos de vibración de las moléculas, colocadas en posiciones más o menos fijas de una manera periódica conocida como red cristalina, y la energía transportada por medio del *flujo libre de electrones* en el sólido (figura 1-30). La conductividad térmica de un sólido se obtiene al sumar la componente reticular y la electrónica. Las conductividades térmicas más o menos elevadas de los metales puros se deben principalmente a la componente electrónica. La componente reticular de la conductividad térmica depende con intensidad de la manera en que las moléculas están dispuestas. Por ejemplo, el diamante, que es un sólido cristalino intensamente ordenado, tiene la conductividad térmica conocida más elevada a la temperatura ambiente.

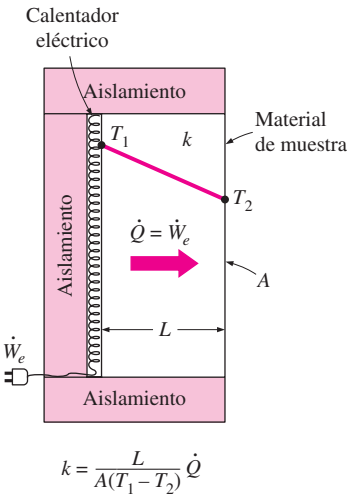


FIGURA 1-28
Aparato experimental sencillo para determinar la conductividad térmica de un material.

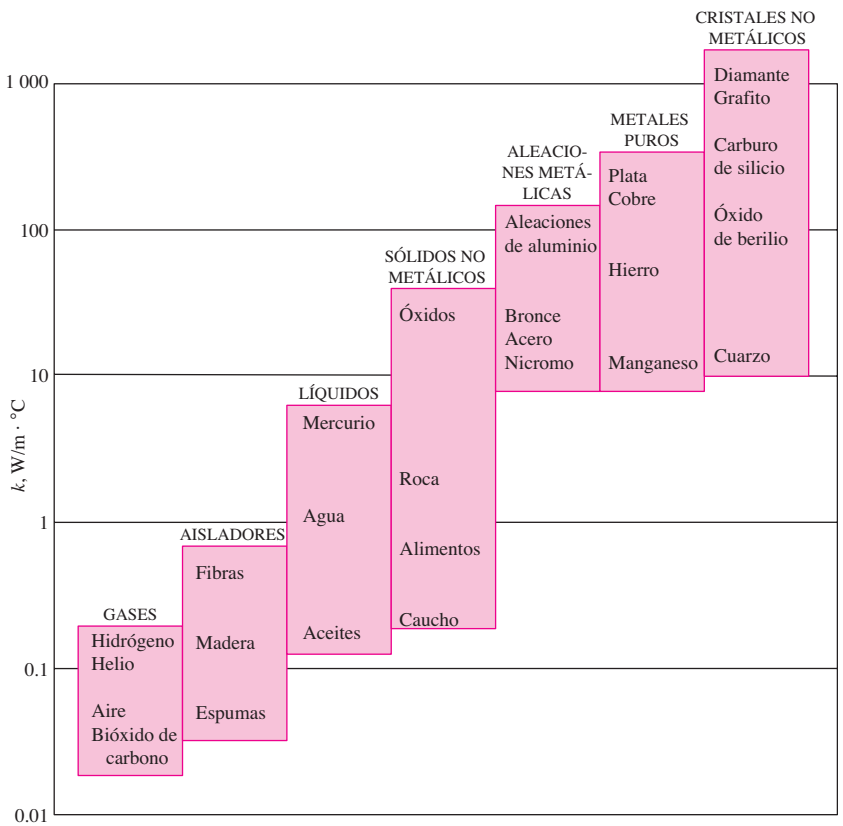


FIGURA 1-29
Rango de la conductividad térmica de diversos materiales a la temperatura ambiente.

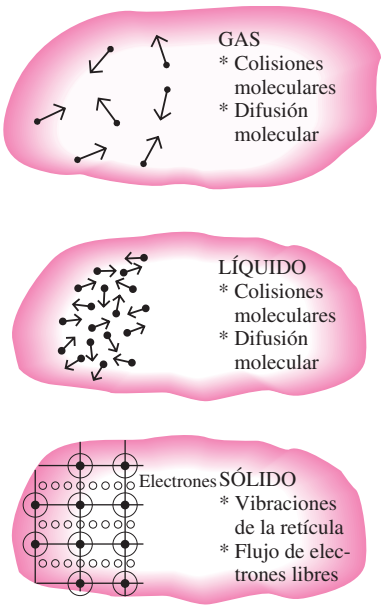


FIGURA 1-30
Los mecanismos de conducción de calor en las diferentes fases de una sustancia.

A diferencia de los metales, los cuales son buenos conductores de la electricidad y el calor, los *sólidos cristalinos*, como el diamante y los semiconductores como el silicio, son buenos conductores del calor pero malos conductores eléctricos. Como resultado, esos materiales encuentran un uso muy amplio en la industria electrónica. A pesar de su precio más elevado, se usan sumideros de calor de diamante en el enfriamiento de componentes electrónicos sensibles debido a la excelente conductividad térmica del mismo. Los aceites y selladores de silicio son de uso común en el empaque de componentes electrónicos porque proporcionan tanto un buen contacto térmico como un buen aislamiento eléctrico.

Los metales puros tienen altas conductividades térmicas y se pensaría que las *aleaciones metálicas* también deben tener altas conductividades. Se esperaría que una aleación de dos metales con conductividades térmicas k_1 y k_2 tenga una conductividad k entre k_1 y k_2. Pero no es así. La conductividad térmica de una aleación de dos metales suele ser mucho más baja que la de cualquiera de ellos, como se muestra en la tabla 1-2. Incluso, en un metal puro, pequeñas cantidades de moléculas "extrañas" que por sí mismas sean buenas conductoras perturban de manera grave la transferencia de calor en ese metal. Por ejemplo, la conductividad térmica del acero que contenga sólo 1% de cromo es 62 W/m · °C, en tanto que las conductividades térmicas del hierro y el cromo son 83 y 95 W/m · °C, respectivamente.

Las conductividades térmicas de los materiales varían con la temperatura (tabla 1-3). La variación de la conductividad térmica sobre ciertos rangos de temperatura es despreciable para algunos materiales, pero significativa para otros, como se muestra en la figura 1-31. Las conductividades térmicas de ciertos sólidos exhiben incrementos sorprendentes a temperaturas cercanas al cero absoluto, cuando estos sólidos se convierten en *superconductores*. Por ejemplo, la conductividad del cobre alcanza un valor máximo de alrededor de 20 000 W/m · °C a 20 K, la cual es alrededor de 50 veces mayor a la correspondiente a la temperatura ambiente. En las tablas A-3 a A-17 se dan las conductividades térmicas y otras propiedades térmicas de diversos materiales.

La dependencia con respecto a la temperatura de la conductividad térmica causa complejidad considerable en el análisis de la conducción. Por lo tanto, es práctica común evaluar la conductividad térmica k a la *temperatura promedio* y tratarla como *constante* en los cálculos.

En el análisis de la transferencia de calor normalmente se supone que un material es *isotrópico*; es decir, tiene propiedades uniformes en todas direcciones. Esta suposición es realista para la mayor parte de los materiales, excepto para aquellos que exhiben características estructurales diferentes en direcciones diferentes, como los materiales compuestos laminados y la madera. Por ejemplo, la conductividad térmica de la madera en la dirección normal a la fibra es diferente a la que se tiene en sentido paralelo a esa fibra.

TABLA 1-2

La conductividad térmica de una aleación suele ser mucho más baja que la de cualesquiera de los dos metales de los cuales está compuesta

Metal puro o aleación	k, W/m · °C, a 300 K
Cobre	401
Níquel	91
Constantano (55% Cu, 45% Ni)	23
Cobre	401
Aluminio	237
Bronce comercial (90% Cu, 10% Al)	52

Difusividad térmica

El producto ρc_p, que se encuentra con frecuencia en el análisis de la transferencia de calor, se llama **capacidad calorífica** de un material. Tanto el calor específico c_p como la capacidad calorífica ρc_p representan la capacidad de almacenamiento de calor de un material. Pero c_p la expresa *por unidad de masa*, en tanto que ρc_p la expresa *por unidad de volumen*, como se puede advertir a partir de sus unidades J/kg · °C y J/m^3 · °C, respectivamente.

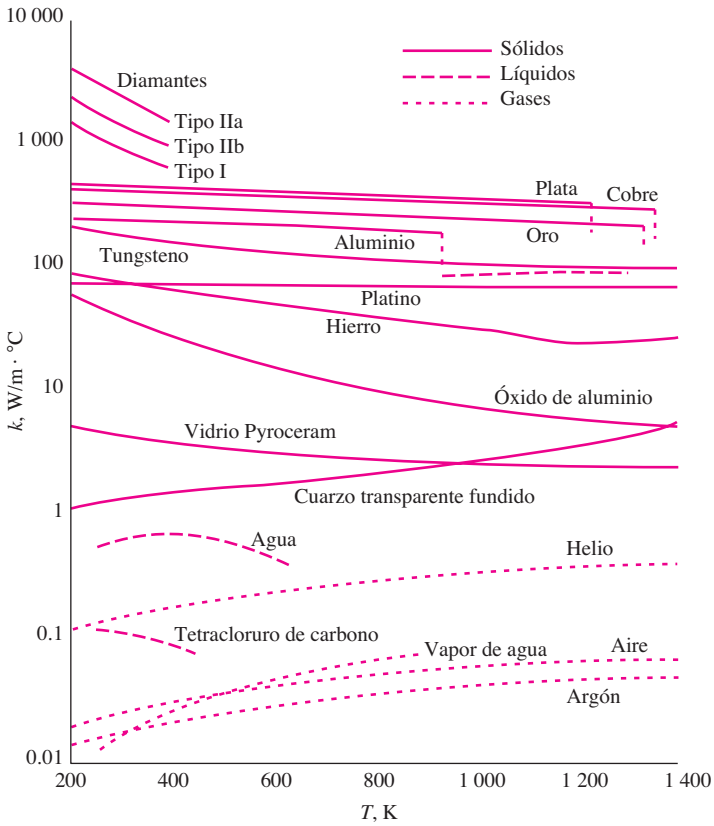


FIGURA 1-31
Variación de la conductividad térmica de diversos sólidos, líquidos y gases con la temperatura.

TABLA 1-3

Las conductividades térmicas de los materiales varían con la temperatura

	k, W/m · °C	
T, K	Cobre	Aluminio
100	482	302
200	413	237
300	401	237
400	393	240
600	379	231
800	366	218

Otra propiedad de los materiales que aparece en el análisis de la conducción del calor en régimen transitorio es la **difusividad térmica**, la cual representa cuán rápido se difunde el calor por un material y se define como

$$\alpha = \frac{\text{Calor conducido}}{\text{Calor almacenado}} = \frac{k}{\rho c_p} \qquad (\text{m}^2/\text{s}) \qquad \textbf{(1-23)}$$

Note que la conductividad térmica k representa lo bien que un material conduce el calor y la capacidad calorífica ρc_p representa cuánta energía almacena un material por unidad de volumen. Por lo tanto, la difusividad térmica de un material se puede concebir como la razón entre el *calor conducido* a través del material y el *calor almacenado* por unidad de volumen. Es obvio que un material que tiene una alta conductividad térmica o una baja capacidad calorífica tiene una gran difusividad térmica. Entre mayor sea la difusividad térmica, más rápida es la propagación del calor por el medio. Un valor pequeño de la difusividad térmica significa que, en su mayor parte, el calor es absorbido por el material y una pequeña cantidad de ese calor será conducida a través de él.

En la tabla 1-4 se dan las difusividades térmicas de algunos materiales comunes a 20°C. Note que la difusividad térmica va desde $\alpha = 0.14 \times 10^{-6}$ m²/s, para el agua, hasta 149×10^{-6} m²/s, para la plata, la cual es una diferencia de más de mil veces. Note también que las difusividades térmicas de la carne de res y del agua son las mismas. Esto no es sorprendente, ya que la carne así como las frutas y los vegetales frescos están constituidos en su mayor parte por agua y, por lo tanto, poseen las propiedades térmicas de ésta.

TABLA 1-4

Difusividades térmicas de algunos materiales a la temperatura ambiente

Material	α, m²/s*
Plata	149×10^{-6}
Oro	127×10^{-6}
Cobre	113×10^{-6}
Aluminio	97.5×10^{-6}
Hierro	22.8×10^{-6}
Mercurio (l)	4.7×10^{-6}
Mármol	1.2×10^{-6}
Hielo	1.2×10^{-6}
Concreto	0.75×10^{-6}
Ladrillo	0.52×10^{-6}
Suelo macizo (seco)	0.52×10^{-6}
Vidrio	0.34×10^{-6}
Lana de vidrio	0.23×10^{-6}
Agua (l)	0.14×10^{-6}
Carne de res	0.14×10^{-6}
Madera (roble)	0.13×10^{-6}

*Multiplíquese por 10.76 para convertir a ft²/s.

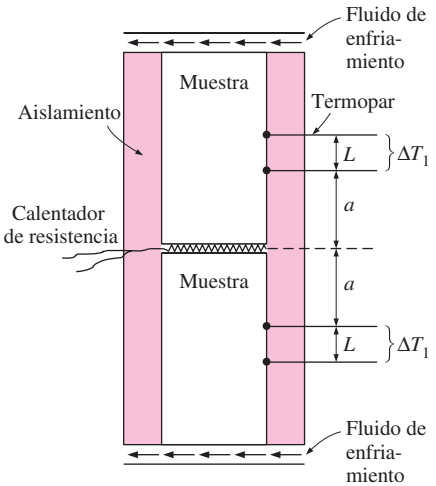


FIGURA 1-32
Aparato para medir la conductividad térmica de un material, usando dos muestras idénticas y un calentador de resistencia delgada (ejemplo 1-6).

EJEMPLO 1-6 Medición de la conductividad térmica de un material

Una manera común de medir la conductividad térmica de un material es colocar, como en un emparedado, un calentador eléctrico, constituido por una hoja térmica, entre dos muestras idénticas del material, como se muestra en la figura 1-32. El espesor del calentador de resistencia, incluyendo su cubierta, la cual está hecha de goma delgada de silicio, suele ser menor de 0.5 mm. Un fluido circulante, como agua del grifo, mantiene los extremos expuestos de las muestras a temperatura constante. Las superficies laterales de las muestras están bien aisladas para garantizar que la transferencia de calor a través de las muestras sea unidimensional. Se empotran dos termopares en cada una de las muestras, separados cierta distancia L, y en un termómetro diferencial se lee la caída de temperatura, ΔT, a través de esta distancia a lo largo de cada muestra. Cuando se alcanzan condiciones estacionarias de operación, la razón total de transferencia de calor a través de las dos muestras se vuelve igual a la potencia eléctrica suministrada por el calentador, la cual se determina al multiplicar la corriente eléctrica por la tensión.

En cierto experimento se usan muestras cilíndricas con un diámetro de 5 cm y una longitud de 10 cm. Los dos termopares de las muestras están colocados con una separación de 3 cm. Después de los procesos transitorios iniciales, se observa que el calentador eléctrico consume 0.4 A a 110 V y en los dos termómetros diferenciales se lee una diferencia de temperatura de 15°C. Determine la conductividad térmica de la muestra.

SOLUCIÓN Se va a determinar la conductividad térmica de un material asegurando una conducción unidimensional de calor y midiendo las temperaturas cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación, ya que las lecturas de temperatura no cambian con el tiempo. **2** Las pérdidas de calor por las superficies laterales del aparato son despreciables dado que están bien aisladas y, por lo tanto, todo el calor generado por el calentador es conducido a través de las muestras. **3** El aparato posee simetría térmica.

Análisis La potencia eléctrica consumida por el calentador de resistencia y que se convierte en calor es

$$\dot{W}_e = \mathrm{V}I = (110\ \mathrm{V})(0.4\ \mathrm{A}) = 44\ \mathrm{W}$$

La razón del flujo de calor a través de cada muestra es

$$\dot{Q} = \tfrac{1}{2}\dot{W}_e = \tfrac{1}{2} \times (44\ \mathrm{W}) = 22\ \mathrm{W}$$

ya que, debido a la simetría, sólo la mitad del calor generado fluirá a través de cada muestra. Leer la misma diferencia de temperatura de uno a otro lado de la misma distancia en cada una de las muestras también confirma que el aparato posee simetría térmica. El área de transferencia de calor es perpendicular a la dirección del flujo de éste, la cual, en este caso, es el área de la sección transversal del cilindro:

$$A = \tfrac{1}{4}\pi D^2 = \tfrac{1}{4}\pi(0.05\ \mathrm{m})^2 = 0.001963\ \mathrm{m}^2$$

Puesto que la temperatura cae en 15°C en una distancia de 3 cm en la dirección del flujo del calor, la conductividad térmica de la muestra se determina como

$$\dot{Q} = kA\frac{\Delta T}{L} \quad \rightarrow \quad k = \frac{\dot{Q}L}{A\,\Delta T} = \frac{(22\ \mathrm{W})(0.03\ \mathrm{m})}{(0.001963\ \mathrm{m}^2)(15°\mathrm{C})} = \mathbf{22.4\ W/m \cdot °C}$$

Discusión Quizá el lector se está preguntando si en realidad se necesita usar dos muestras en el aparato, dado que las mediciones en la segunda muestra no dan información adicional. Parece como que se puede reemplazar una de ellas por un aislamiento. De hecho, no se necesita la segunda muestra; sin embargo, permite verificar las mediciones de temperatura en la primera y proporciona simetría térmica, lo cual reduce el error experimental.

EJEMPLO 1-7 **Conversión entre el SI y las unidades inglesas**

Un ingeniero que trabaja en el análisis de la transferencia de calor de un edificio de ladrillos, en unidades inglesas, necesita la conductividad térmica del ladrillo. Pero el único valor que puede hallar en sus manuales es 0.72 W/m · °C, lo cual está en unidades SI. Para empeorar las cosas, el ingeniero no cuenta con un factor directo de conversión entre los dos sistemas de unidades para la conductividad térmica. ¿Puede usted ayudarlo?

SOLUCIÓN La situación que encara este ingeniero no es única y, a menudo, la mayor parte de los ingenieros se encuentran en una posición semejante. Una persona debe tener mucho cuidado durante la conversión de unidades para no caer en algunas trampas comunes y evitar algunas equivocaciones costosas. Aun cuando la conversión de unidades es un proceso sencillo, requiere el mayor de los cuidados y un razonamiento cuidadoso.

Los factores de conversión para W y m son directos y se dan en las tablas de conversión como

$$1 \text{ W} = 3.41214 \text{ Btu/h}$$
$$1 \text{ m} = 3.2808 \text{ ft}$$

Pero la conversión de °C a °F no es tan sencilla y puede convertirse en una fuente de error si no se tiene cuidado. Quizá lo primero que viene a la mente es reemplazar °C por (°F − 32)/1.8, ya que T(°C) = [T(°F) − 32]/1.8. Pero esto es erróneo puesto que el °C en la unidad W/m · °C significa *por cambio en °C en la temperatura*. Dado que un cambio de 1°C en la temperatura corresponde a 1.8°F, el factor de conversión apropiado que debe usarse es

$$1°\text{C} = 1.8°\text{F}$$

Sustituyendo, se obtiene

$$1 \text{ W/m} \cdot °\text{C} = \frac{3.41214 \text{ Btu/h}}{(3.2808 \text{ ft})(1.8°\text{F})} = 0.5778 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F}$$

el cual es el factor deseado de conversión. Por lo tanto, la conductividad térmica del ladrillo en unidades inglesas es

$$\begin{aligned} k_{\text{ladrillo}} &= 0.72 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \\ &= 0.72 \times (0.5778 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F}) \\ &= \mathbf{0.42 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F}} \end{aligned}$$

Discusión Note que el valor de la conductividad térmica de un material en unidades inglesas es más o menos la mitad del que se da en unidades SI (figura 1-33). Note también que se redondea el resultado a dos cifras significativas (igual que en el valor original), ya que expresar el resultado con más cifras significativas (como 0.4160, en lugar de 0.42) daría a entender falsamente un valor más exacto que el original.

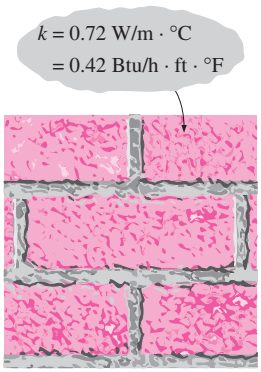


FIGURA 1-33
El valor de la conductividad térmica en unidades inglesas se obtiene al multiplicar el valor en unidades SI por 0.5778.

1-7 ▪ CONVECCIÓN

La **convección** es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la *conducción* y el *movimiento de fluidos*. Entre más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. La presencia de movimiento masivo del fluido acrecienta la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de las razones de esa transferencia.

Considere el enfriamiento de un bloque caliente al soplar aire frío sobre su superficie superior (figura 1-34). La energía se transfiere primero a la capa de aire

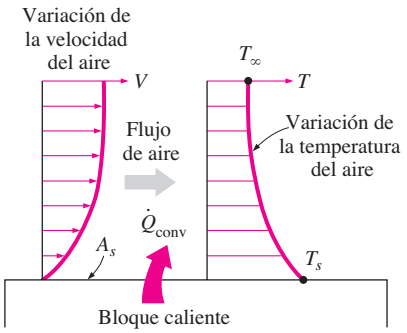


FIGURA 1-34
Transferencia de calor de una superficie caliente hacia el aire por convección.

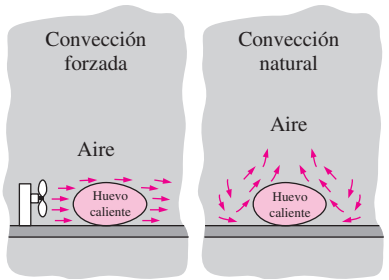


FIGURA 1-35
Enfriamiento de un huevo cocido por convección forzada y convección natural.

TABLA 1-5

Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor por convección

Tipo de convección	h, W/m^2 · °C*
Convección libre de gases	2-5
Convección libre de líquidos	10-1 000
Convección forzada de gases	25-250
Convección forzada de líquidos	50-20 000
Ebullición y condensación	2 500-100 000

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft^2 · °F.

adyacente al bloque, por conducción. En seguida, esta energía es acarreada alejándola de la superficie, por convección; es decir, por los efectos combinados de la conducción dentro del aire, que se debe al movimiento aleatorio de moléculas de éste, y del movimiento masivo o macroscópico de ese aire que remueve el aire calentado cercano a la superficie y lo reemplaza por otro más frío.

La convección recibe el nombre de **convección forzada** si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. Como contraste, se dice que es **convección natural** (o **libre**) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido (figura 1-35). Por ejemplo, en ausencia de un ventilador, la transferencia de calor del bloque caliente de la figura 1-33 será por convección natural, ya que, en este caso, cualquier movimiento en el aire se deberá a la elevación del aire más caliente (y, por lo tanto, más ligero) cercano a la superficie y la caída del más frío (y, por lo tanto, más pesado) para llenar su lugar. La transferencia de calor entre el bloque y el aire circundante será por conducción si la diferencia de temperatura entre el aire y el bloque no es suficientemente grande como para vencer la resistencia de ese aire al movimiento y, por consiguiente, para iniciar corrientes naturales de convección.

Los procesos de transferencia de calor que comprenden *cambio de fase* de un fluido también se consideran como convección a causa del movimiento de ese fluido inducido durante el proceso, como la elevación de las burbujas de vapor durante la ebullición o la caída de las gotitas de líquido durante la condensación.

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la rapidez de la *transferencia de calor por convección* es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la **ley de Newton del enfriamiento** como (figura 1-36)

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(1-24)}$$

donde h es el *coeficiente de transferencia de calor por convección*, en W/m^2 · °C o Btu/h · ft^2 · °F, A_s es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. Note que en la superficie la temperatura del fluido es igual a la del sólido.

El coeficiente de transferencia de calor por convección h no es una propiedad del fluido. Es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, las propiedades de éste y la velocidad masiva del mismo. En la tabla 1-5 se dan valores típicos de h.

Algunos no consideran a la convección como un mecanismo fundamental de transferencia del calor ya que, en esencia, es conducción de calor en presencia de un movimiento de fluido. Pero todavía se necesita dar un nombre a este fenómeno combinado, a menos que se desee seguir refiriéndose a él como "conducción con movimiento de fluido". Por lo tanto, resulta práctico reconocer a la convección como un mecanismo separado de transferencia de calor, a pesar de los argumentos válidos en contra.

EJEMPLO 1-8 **Medición del coeficiente de transferencia de calor por convección**

Un alambre eléctrico de 2 m de largo y 0.3 cm de diámetro se extiende a través de un cuarto a 15°C, como se muestra en la figura 1-37. Se genera calor en

el alambre como resultado de un calentamiento por resistencia y se mide la temperatura de la superficie de ese alambre como 152°C en operación estacionaria. Asimismo, se miden la caída de tensión y la corriente eléctrica que pasa por el alambre, resultando ser 60 V y 1.5 A, respectivamente. Descartando cualquier transferencia de calor por radiación, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie exterior del alambre y el aire que se encuentra en el cuarto.

SOLUCIÓN Se va a determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección de un alambre calentado eléctricamente hacia el aire, midiendo las temperaturas cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación y la potencia eléctrica consumida.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación, ya que las lecturas de la temperatura no cambian con el tiempo. **2** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Análisis Cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación, la razón de la pérdida de calor del alambre será igual a la rapidez de generación de calor que resulta del calentamiento por resistencia; es decir,

$$\dot{Q} = \dot{E}_{\text{generado}} = \mathbf{V}I = (60\text{ V})(1.5\text{ A}) = 90\text{ W}$$

El área superficial del alambre es

$$A_s = \pi DL = \pi(0.003\text{ m})(2\text{ m}) = 0.01885\text{ m}^2$$

La ley de Newton del enfriamiento para la transferencia de calor por convección se expresa como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s\,(T_s - T_\infty)$$

Descartando cualquier transferencia de calor por radiación y, por lo tanto, suponiendo que toda la pérdida de calor del alambre ocurre por convección, el coeficiente de transferencia de calor por convección se determina como

$$h = \frac{\dot{Q}_{\text{conv}}}{A_s(T_s - T_\infty)} = \frac{90\text{ W}}{(0.01885\text{ m}^2)(152 - 15)°\text{C}} = \mathbf{34.9\ W/m^2 \cdot °C}$$

Discusión Note que el sencillo planteamiento que acaba de describirse se puede usar para determinar coeficientes promedio de transferencia de calor desde diversas superficies en el aire. Asimismo, se puede eliminar la transferencia de calor por radiación manteniendo las superficies circundantes a la temperatura del alambre.

FIGURA 1-36
Sir Isaac Newton (1642-1727). Matemático, físico y astrónomo inglés, nacido en Lincolnshire, Inglaterra. Es considerado como uno de los científicos y matemáticos más sobresalientes en la historia. Entre sus contribuciones al campo de la matemática están el desarrollo del teorema binomial, el cálculo diferencial y el cálculo integral. Decía haber concebido la teoría de la gravedad al observar una manzana cayendo de un árbol en 1665. Debido a las tres leyes fundamentales que llevan su nombre y que están descritas en *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Newton es conocido como el padre de la mecánica clásica. Demostró que cada una de las tres leyes del movimiento de los planetas y estrellas formuladas por Kepler, se podían derivar de una sola ley de la gravedad. También se le atribuye el descubrimiento de la naturaleza compuesta de la luz blanca y su separación en diferentes colores al pasar por un prisma, así como la ley del enfriamiento que rige la razón de la transferencia de calor de una superficie caliente a un fluido más frío que la rodea.
(© Pixal/age Fotostock RF)

1-8 ▪ RADIACIÓN

La **radiación** es la energía emitida por la materia en forma de *ondas electromagnéticas* (o *fotones*) como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación no requiere la presencia de un *medio interventor*. De hecho, la transferencia de calor por radiación es la más rápida (a la velocidad de la luz) y no sufre atenuación en un vacío. Ésta es la manera en la que la energía del Sol llega a la Tierra.

En los estudios de transferencia de calor es de interés la *radiación térmica*, que es la forma de radiación emitida por los cuerpos debido a su temperatura. Es diferente de las otras formas de radiación, como los rayos X, los rayos gamma, las microondas, las ondas de radio y de televisión, que no están relacionadas con la temperatura. Todos los cuerpos a una temperatura arriba del cero absoluto emiten radiación térmica.

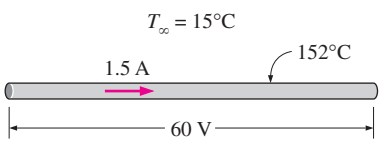


FIGURA 1-37
Esquema para el ejemplo 1-8.

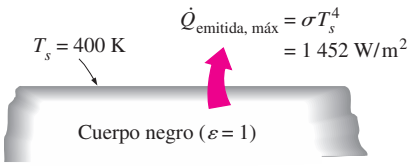


FIGURA 1-38
La radiación del cuerpo negro representa *la cantidad máxima de radiación que puede ser emitida desde una superficie a una temperatura específica.*

La radiación es un *fenómeno volumétrico* y todos los sólidos, líquidos y gases emiten, absorben o transmiten radiación en diversos grados. Sin embargo, la radiación suele considerarse como un *fenómeno superficial* para los sólidos que son opacos a la radiación térmica, como los metales, la madera y las rocas, ya que las radiaciones emitidas por las regiones interiores de un material de ese tipo nunca pueden llegar a la superficie, y la radiación incidente sobre esos cuerpos suele absorberse en unas cuantas micras hacia adentro de dichos sólidos.

La razón máxima de la radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura termodinámica T_s (en K o R) es expresada por la **ley de Stefan-Boltzmann** como

$$\dot{Q}_{\text{emitida, máx}} = \sigma A_s T_s^4 \qquad \text{(W)} \tag{1-25}$$

donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, o bien, $0.1714 \times 10^{-8}\ \text{Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4$ es la *constante de Stefan-Boltzmann*. La superficie idealizada que emite radiación a esta razón máxima se llama **cuerpo negro** y la radiación emitida por éste es la **radiación del cuerpo negro** (figura 1-38). La radiación emitida por todas las superficies reales es menor que la emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura y se expresa como

$$\dot{Q}_{\text{emitida}} = \varepsilon \sigma A_s T_s^4 \qquad \text{(W)} \tag{1-26}$$

en donde ε es la **emisividad** de la superficie. La emisividad cuyo valor está en el intervalo $0 \le \varepsilon \le 1$, es una medida de cuán próxima está una superficie de ser un cuerpo negro, para el cual $\varepsilon = 1$. En la tabla 1-6 se dan las emisividades de algunas superficies.

TABLA 1-6
Emisividades de algunos materiales a 300 K

Material	Emisividad
Hoja de aluminio	0.07
Aluminio anodizado	0.82
Cobre pulido	0.03
Oro pulido	0.03
Plata pulida	0.02
Acero inoxidable pulido	0.17
Pintura negra	0.98
Pintura blanca	0.90
Papel blanco	0.92-0.97
Pavimento de asfalto	0.85-0.93
Ladrillo rojo	0.93-0.96
Piel humana	0.95
Madera	0.82-0.92
Suelo	0.93-0.96
Agua	0.96
Vegetación	0.92-0.96

Otra importante propiedad relativa a la radiación de una superficie es su **absortividad** α, la cual es la fracción de la energía de radiación incidente sobre una superficie que es absorbida por ésta. Como la emisividad, su valor está en el intervalo $0 \le \alpha \le 1$. Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente sobre él. Es decir, un cuerpo negro es un absorbente perfecto ($\alpha = 1$) del mismo modo que es un emisor perfecto.

En general, tanto ε como α de una superficie dependen de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La **ley de Kirchhoff** de la radiación afirma que la emisividad y la absortividad de una superficie a una temperatura y longitud de onda dadas son iguales. En muchas aplicaciones prácticas, las temperaturas de la superficie y de la fuente de radiación incidente son del mismo orden de magnitud, y la absortividad promedio de una superficie se considera igual a su emisividad promedio. La razón a la cual una superficie absorbe la radiación se determina a partir de (figura 1-39)

$$\dot{Q}_{\text{absorbida}} = \alpha \dot{Q}_{\text{incidente}} \qquad \text{(W)} \tag{1-27}$$

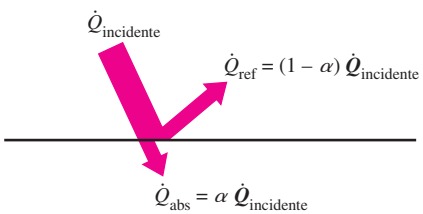


FIGURA 1-39
Absorción de la radiación incidente sobre una superficie opaca de absortividad α.

donde $\dot{Q}_{\text{incidente}}$ es la razón a la cual la radiación incide sobre la superficie y α es la absortividad de la superficie. Para las superficies opacas (no transparentes), la parte de la radiación incidente no absorbida por la superficie se refleja.

La diferencia entre las razones de la radiación emitida por la superficie y la radiación absorbida es la transferencia *neta* de calor por radiación. Si la razón de absorción de la radiación es mayor que la de emisión, se dice que la superficie está *ganando* energía por radiación. De lo contrario, se dice que la superficie está *perdiendo* energía por radiación. En general, la determinación de la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre dos superficies es un asunto complicado, ya que depende de las propiedades de las superficies, de la orientación de una con respecto a la otra y de la interacción del medio que existe entre ellas con la radiación.

Cuando una superficie de emisividad ε y área superficial A_s, a una *temperatura termodinámica* T_s, está por *completo encerrada* por una superficie mucho más grande (o negra), a una temperatura termodinámica T_{alred}, y separada por un gas (como el aire) que no interfiere con la radiación, la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies se da por (figura 1-40)

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \qquad \text{(W)} \tag{1-28}$$

En este caso especial la emisividad y el área superficial de la superficie circundante no tienen efecto sobre la transferencia neta de calor por radiación.

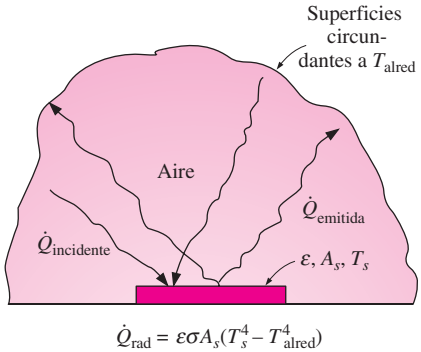


FIGURA 1-40
Transferencia de calor por radiación entre una superficie y las superficies que la circundan.

La transferencia de calor por radiación hacia una superficie, o desde ésta, rodeada por un gas como el aire, ocurre *paralela* a la conducción (o convección, si se tiene un movimiento masivo del gas) entre esa superficie y el gas. Por lo tanto, la transferencia total de calor se determina al *sumar* las contribuciones de los dos mecanismos de transferencia. Por sencillez y conveniencia esto se lleva a cabo con frecuencia mediante la definición de un **coeficiente combinado de transferencia de calor**, $h_{\text{combinado}}$, que incluye los efectos tanto de la convección como de la radiación. Entonces, la razón *total* de transferencia de calor hacia una superficie, o desde ésta, por convección y radiación se expresa como

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = h_{\text{conv}}\,A_s\,(T_s - T_{\text{alred}}) + \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)$$

$$\dot{Q}_{\text{total}} = h_{\text{combinado}}\,A_s\,(T_s - T_\infty) \qquad \text{(W)} \tag{1-29}$$

$$h_{\text{combinado}} = h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}} = h_{\text{conv}} + \varepsilon\sigma\,(T_s + T_{\text{alred}})(T_s^2 + T_{\text{alred}}^2)$$

Note que, en esencia, el coeficiente combinado de transferencia de calor es un coeficiente de transferencia de calor por convección modificado para incluir los efectos de la radiación.

La radiación suele ser significativa con relación a la conducción o a la convección natural, pero despreciable con relación a la convección forzada. Por lo tanto, en las aplicaciones de convección forzada se suele descartar la radiación, en especial cuando las superficies que intervienen tienen emisividades bajas y temperaturas de bajas a moderadas.

EJEMPLO 1-9 **Efecto de la radiación sobre la comodidad térmica**

Es una experiencia común sentir "escalofrío" en invierno y "bochorno" en el verano en nuestras casas, incluso cuando el ajuste del termostato se mantiene igual. Esto se debe al llamado "efecto de radiación", resultante del intercambio de calor por radiación entre nuestros cuerpos y las superficies circundantes de las paredes y el techo.

Considere una persona que está parada en un cuarto mantenido a 22°C en todo momento. Se observa que las superficies interiores de las paredes, pisos y el techo de la casa se encuentran a una temperatura promedio de 10°C, en invierno, y de 25°C, en verano. Determine la razón de transferencia de calor por radiación entre esta persona y las superficies circundantes, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de ella son de 1.4 m^2 y 30°C, respectivamente (figura 1-41).

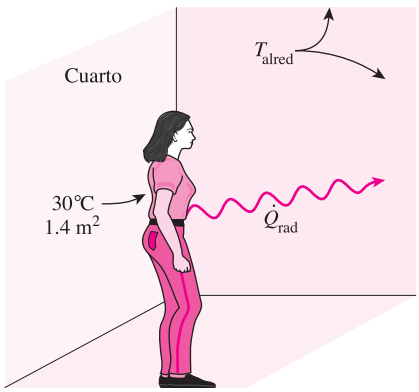


FIGURA 1-41
Esquema para el ejemplo 1-9.

SOLUCIÓN Se van a determinar las razones de transferencia de calor por radiación entre una persona y las superficies circundantes que están a temperaturas específicas en verano y en invierno.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** No se considera la transferencia de calor por convección. **3** La persona está por completo rodeada por las superficies interiores del cuarto. **4** Las superficies circundantes están a una temperatura uniforme.

Propiedades La emisividad de una persona es $\varepsilon = 0.95$ (tabla 1-6).

Análisis Las razones netas de transferencia de calor por radiación del cuerpo hacia las paredes, techo y piso, en invierno y en verano, son

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad, invierno}} &= \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T_{\text{alred, invierno}}^4)\\ &= (0.95)(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1.4\ \text{m}^2)\\ &\quad\times[(30+273)^4-(10+273)^4]\ \text{K}^4\\ &= \mathbf{152\ W}\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad, verano}} &= \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T_{\text{alred, verano}}^4)\\ &= (0.95)(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1.4\ \text{m}^2)\\ &\quad\times[(30+273)^4-(25+273)^4]\ \text{K}^4\\ &= \mathbf{40.9\ W}\end{aligned}$$

Discusión Nótese que, en los cálculos de la radiación, deben usarse *temperaturas termodinámicas* (es decir, *absolutas*). Asimismo, obsérvese que la razón de la pérdida de calor de la persona, por radiación, es aproximadamente cuatro veces más grande en invierno de lo que es en verano, lo cual explica el "frío" que sentimos en aquella temporada, incluso si el ajuste del termostato se mantiene igual.

1-9 ▪ MECANISMOS SIMULTÁNEOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Se mencionó que existen tres mecanismos de transferencia de calor, pero no pueden existir simultáneamente los tres en un medio. Por ejemplo, la transferencia de calor sólo ocurre por conducción en los *sólidos opacos*, pero por conducción y radiación en los *sólidos semitransparentes*. Por lo tanto, un sólido puede comprender conducción y radiación pero no convección. Sin embargo, un sólido puede presentar transferencia de calor por convección y/o radiación en sus superficies expuestas a un fluido o a otras superficies. Por ejemplo, las superficies exteriores de un trozo frío de roca se calentarán en un medio ambiente más caliente, como resultado de la ganancia de calor por convección (del aire) y la radiación (del Sol o de las superficies circundantes más calientes). Pero las partes interiores de la roca se calentarán a medida que el calor se transfiere hacia la región interior de ella por conducción.

La transferencia de calor es por conducción y, posiblemente, por radiación en un *fluido estático* (sin movimiento masivo del fluido) y por convección y radiación en un *fluido que fluye*. En ausencia de radiación, la transferencia de calor a través de un fluido es por conducción o convección, dependiendo de la presencia de algún movimiento masivo de ese fluido. La convección se puede concebir como conducción y movimiento del fluido combinados, y la conducción en un fluido se puede concebir como un caso especial de convección en ausencia de algún movimiento de ese fluido (figura 1-42).

Por lo tanto, cuando se trata con la transferencia de calor a través de un *fluido*, se tiene *conducción* o *convección*, pero no las dos. Asimismo, los gases son prácticamente transparentes a la radiación, excepto por algunos gases que se sabe absorben radiación con gran fuerza en ciertas longitudes de onda. El ozono, por ejemplo, absorbe intensamente la radiación ultravioleta. Pero, en la mayor parte de los casos, un gas entre dos superficies sólidas no interfiere con la radiación y actúa de manera efectiva como el vacío. Por otra parte, los líquidos suelen ser fuertes absorbentes de radiación.

Por último, la transferencia de calor a través del *vacío* sólo se produce por radiación, ya que la conducción o la convección requiere de la presencia de un medio material.

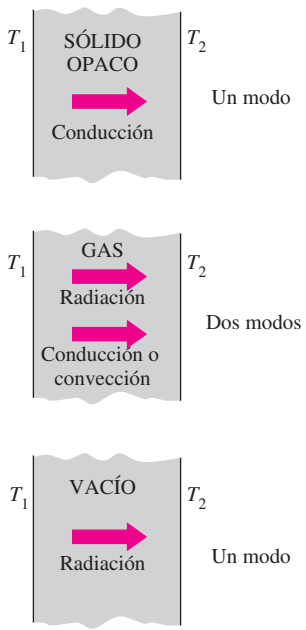


FIGURA 1-42
Aun cuando se tienen tres mecanismos de transferencia de calor, un medio sólo puede comprender dos de ellos simultáneamente.

EJEMPLO 1-10 Pérdida de calor de una persona

Considere una persona que está parada en un cuarto con brisa a 20°C. Determine la razón total de transferencia de calor desde esta persona, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de ella son de 1.6 m^2 y 29°C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 6 $W/m^2 \cdot °C$ (figura 1-43).

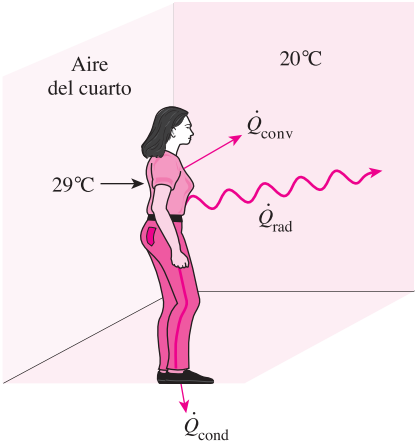


FIGURA 1-43
Transferencia de calor desde la persona descrita en el ejemplo 1-10.

SOLUCIÓN Se va a determinar la razón total de transferencia de calor desde una persona, tanto por convección como por radiación, hacia el aire y superficies circundantes que se encuentran a las temperaturas especificadas.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La persona está por completo rodeada por las superficies interiores del cuarto. **3** Las superficies circundantes están a la misma temperatura que el aire en el cuarto. **4** La conducción del calor hacia el piso, a través de los pies, es despreciable.

Propiedades La emisividad de una persona es $\varepsilon = 0.95$ (tabla 1-6).

Análisis La transferencia de calor entre la persona y el aire del cuarto es por convección (en lugar de por conducción), ya que se puede concebir que el aire que se encuentra en la vecindad de la piel o de la ropa se calienta y sube, como resultado de la transferencia de calor del cuerpo, iniciándose corrientes naturales de convección. Parece que, en este caso, el valor determinado en forma experimental para la razón de la transferencia de calor por convección es 6 W por unidad de área superficial (m^2) por unidad de diferencia de temperatura (en K o °C) entre la persona y el aire alejado de ella. Por lo que la razón de la transferencia de calor de la persona al aire del cuarto es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{conv} &= hA_s(T_s - T_\infty)\\ &= (6\ W/m^2 \cdot °C)(1.6\ m^2)(29 - 20)°C\\ &= 86.4\ W\end{aligned}$$

La persona también pierde calor por radiación hacia las superficies de las paredes circundantes. En este caso, por sencillez, considere la temperatura de las superficies de las paredes, techo y piso como iguales a la del aire, pero reconozca que éste no es necesariamente el caso. Estas superficies pueden estar a una temperatura superior o inferior a la promedio del aire del cuarto, dependiendo de las condiciones en el exterior y de la estructura de las paredes. Considerando que el aire no interviene con la radiación y que la persona está por completo encerrada por las superficies circundantes, la razón neta de la transferencia de calor por radiación de la persona hacia las paredes, techo y piso circundantes es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{rad} &= \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{alred}^4)\\ &= (0.95)(5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4)(1.6\ m^2)\\ &\quad \times [(29 + 273)^4 - (20 + 273)^4]\ K^4\\ &= 81.7\ W\end{aligned}$$

Nótese que deben usarse temperaturas *termodinámicas* en los cálculos de la radiación. Asimismo, obsérvese que se usó el valor de la emisividad para la piel y la ropa a la temperatura ambiente, ya que no se espera que la emisividad cambie de manera significativa a una temperatura ligeramente más elevada.

Entonces, la razón de la transferencia total de calor del cuerpo se determina al sumar estas dos cantidades:

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad} = (86.4 + 81.7)\ W \cong \mathbf{168\ W}$$

Discusión La transferencia de calor sería mucho más elevada si la persona no estuviera vestida, ya que la temperatura de la superficie expuesta sería más al-

ta. Por lo tanto, una importante función de la ropa es servir como una barrera contra la transferencia de calor.

En estos cálculos se despreció la transferencia de calor por conducción a través de los pies hacia el piso, la cual suele ser muy pequeña. Aquí no se considera la transferencia de calor de la piel por transpiración, el cual es el modo dominante de transferencia en los medios calientes.

También, las unidades W/m^2 · °C y W/m^2 · K para el coeficiente de transferencia de calor son equivalentes y pueden intercambiarse.

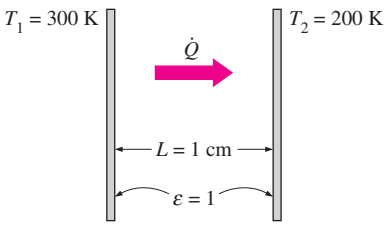


FIGURA 1-44
Esquema para el ejemplo 1-11.

EJEMPLO 1-11 **Transferencia de calor entre dos placas isotérmicas**

Considere la transferencia de calor en estado estacionario entre dos placas paralelas que se encuentran a las temperaturas constantes de $T_1 = 300$ K y $T_2 = 200$ K y están separadas una distancia $L = 1$ cm, como se muestra en la figura 1-44. Suponiendo que las superficies son negras (emisividad $\varepsilon = 1$), determine la razón de transferencia de calor entre las placas por unidad de área superficial, suponiendo que el espacio entre ellas está *a*) lleno con aire atmosférico, *b*) vacío, *c*) lleno con aislamiento de uretano y *d*) lleno con superaislamiento que tiene una conductividad térmica aparente de 0.00002 W/m · °C.

SOLUCIÓN Se va a determinar la razón de transferencia de calor entre dos placas grandes paralelas, a las temperaturas especificadas, para cuatro casos diferentes.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** No se tienen corrientes de convección natural en el aire entre las placas. **3** Las superficies son negras y, por lo tanto, $\varepsilon = 1$.

Propiedades La conductividad térmica a la temperatura promedio de 250 K es $k = 0.0219$ W/m · °C para el aire (tabla A-15), 0.026 W/m · K para el aislamiento de uretano (tabla A-6) y 0.00002 W/m · K para el superaislamiento.

Análisis *a*) Las razones de transferencia de calor por conducción y por radiación entre las placas, a través de la capa de aire, son

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.0219\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\ \text{m}^2)\frac{(300 - 200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = 219\ \text{W}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)\\ &= (1)(5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1\ \text{m}^2)[(300\ \text{K})^4 - (200\ \text{K})^4] = 369\ \text{W}\end{aligned}$$

Por lo tanto,

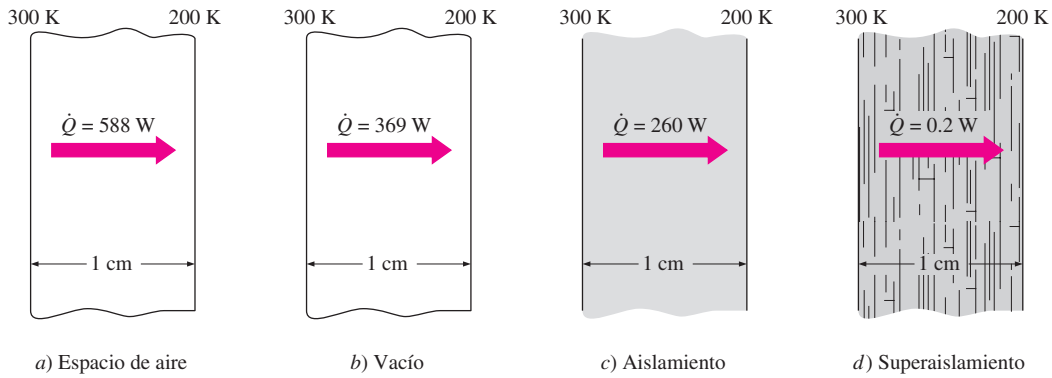
$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{cond}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = 219 + 369 = \mathbf{588\ W}$$

En realidad, la razón de transferencia de calor será más alta debido a las corrientes de convección natural que es muy probable ocurran en el espacio de aire entre las placas.

b) Cuando se vacía el espacio de aire entre las placas, no habrá conducción ni convección y la única transferencia de calor entre las placas será por radiación. Por lo tanto,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{rad}} = \mathbf{369\ W}$$

c) Un material sólido opaco colocado entre las dos placas bloquea la transferencia de calor por radiación directa entre ellas. Asimismo, la conductividad térmi-



a) Espacio de aire *b*) Vacío *c*) Aislamiento *d*) Superaislamiento

FIGURA 1-45
Diferentes maneras de reducir la transferencia de calor entre dos placas isotérmicas y su efectividad.

ca de un material aislante toma en cuenta la transferencia de calor por radiación que puede estar ocurriendo a través de los huecos vacíos en ese material. La razón de transferencia de calor a través del aislamiento de uretano es

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.026\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\ \text{m}^2)\frac{(300-200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = \mathbf{260\ W}$$

Note que la transferencia de calor a través del material de uretano es menor que la ocurrida a través del aire, determinada en *a*), aun cuando la conductividad térmica del aislamiento es más elevada que la del aire. Esto se debe a que el aislamiento bloquea la radiación en tanto que el aire la transmite.

d) Las capas del superaislamiento impiden cualquier transferencia de calor por radiación directa entre las placas. Sin embargo, sí ocurre la transferencia de calor por radiación entre las láminas de superaislamiento y la conductividad térmica aparente de éste toma en cuenta este efecto. Por lo tanto,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.00002\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\ \text{m}^2)\frac{(300-200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = \mathbf{0.2\ W}$$

la cual es $\frac{1}{1\,845}$ de la correspondiente al vacío. Los resultados de este ejemplo se resumen en la figura 1-45 para ponerlos en perspectiva.

Discusión En este ejemplo se demuestra la efectividad de los superaislamientos y ello explica por qué son los que se eligen en aplicaciones críticas, a pesar de su elevado costo.

EJEMPLO 1-12 Transferencia de calor en los hornos convencionales y de microondas

El cocimiento rápido y eficiente de los hornos de microondas los hace uno de los aparatos esenciales en las cocinas modernas (figura 1-46). Discuta los mecanismos de transferencia de calor asociados con la cocción de un pollo en los hornos de microondas y convencionales, y explique por qué la cocción en un horno de microondas es más eficiente.

SOLUCIÓN En un horno de microondas los alimentos se cuecen al absorber la energía de radiación electromagnética generada por el tubo de microondas, conocido como magnetrón. La radiación emitida por el magnetrón no es térmica,

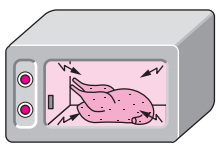


FIGURA 1-46
Pollo cociéndose en un horno de microondas (ejemplo 1-12).

ya que su emisión no se debe a la temperatura del mismo; más bien, se debe a la conversión de energía eléctrica en radiación electromagnética a una longitud de onda específica. La longitud de onda de la radiación de microondas es tal que es *reflejada* por las superficies metálicas; *transmitida* por las cacerolas para cocinar hechas de vidrio, cerámica o plástico y *absorbida* y convertida en energía interna por las moléculas de los alimentos (en especial el agua, el azúcar y la grasa).

En un horno de microondas la *radiación* que choca contra el pollo es absorbida por la piel de éste y las partes exteriores. Como resultado, la temperatura del pollo se eleva en la piel y cerca de ésta. En seguida, el calor es *conducido* hacia el interior del pollo desde sus partes exteriores. Por supuesto, algo del calor absorbido por la superficie exterior del pollo se pierde hacia el aire que está en el horno por *convección*.

En un horno convencional primero se calienta el aire que está en el horno hasta la temperatura deseada por medio de un elemento de calentamiento, eléctrico o de gas. Este precalentamiento puede tardar varios minutos. Entonces el calor se transfiere del aire a la piel del pollo por *convección natural*, en la mayor parte de los hornos, o por *convección forzada*, en los más recientes, en los que se utiliza un ventilador. El movimiento del aire en los hornos de convección incrementa el coeficiente de transferencia de calor por convección y, por lo tanto, disminuye el tiempo de cocción. En seguida, el calor es *conducido* hacia el interior del pollo desde sus partes exteriores, como en los hornos de microondas.

En los hornos de microondas se reemplaza el lento proceso de transferencia de calor por convección de los hornos convencionales por la transferencia instantánea de calor por radiación. Como resultado, en los hornos de microondas se transfiere la energía hacia los alimentos a plena capacidad en el momento en que se encienden y, por lo tanto, cuecen más rápido al mismo tiempo que consumen menos energía.

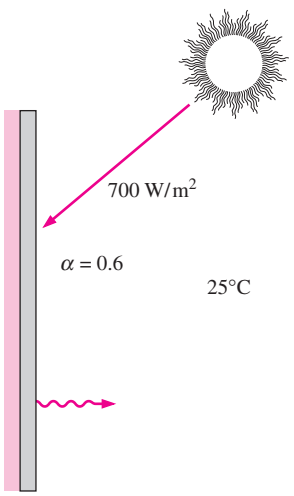


FIGURA 1-47
Esquema para el ejemplo 1-13.

EJEMPLO 1-13 Calentamiento de una placa por energía solar

Una placa metálica delgada está aislada en la parte posterior y expuesta a la radiación solar en la superficie del frente (figura 1-47). La superficie expuesta de la placa tiene una absortividad de 0.6, para la radiación solar. Si la radiación solar incide sobre la placa a una rapidez de 700 W/m^2 y la temperatura del aire circundante es de 25°C, determine la temperatura de la superficie de la placa cuando la pérdida de calor por convección y radiación es igual a la energía absorbida por la propia placa. Suponga que el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación es de 50 W/m^2 · °C.

SOLUCIÓN El lado posterior de la delgada placa metálica está aislado y el lado del frente está expuesto a la radiación solar. Se va a determinar la temperatura de la superficie de la placa cuando se estabiliza.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través del lado aislado de la placa es despreciable. **3** El coeficiente de transferencia de calor permanece constante.

Propiedades Se da la absortividad solar de la placa como $\alpha = 0.6$.

Análisis La absortividad solar de la placa es 0.6 y, por lo tanto, el 60% de la radiación solar incidente sobre la placa es absorbida de manera continua. Como resultado, la temperatura de la placa se elevará y aumentará la diferencia de temperatura entre ella y los alrededores. Esta diferencia creciente de temperatura causará que se incremente la razón de la pérdida de calor de la placa hacia los alrededores. En algún momento, la razón de la pérdida de calor de la

placa será igual a la de la energía solar absorbida, y la temperatura de la placa ya no cambiará. La temperatura de la placa cuando se establece la operación estacionaria se determina a partir de

$$\dot{E}_{\text{ganada}} = \dot{E}_{\text{perdida}} \qquad \text{o} \qquad \alpha A_s\, \dot{q}_{\text{incidente, solar}} = h_{\text{combinado}} A_s\, (T_s - T_\infty)$$

Despejando T_s y sustituyendo, se determina la temperatura de la superficie de la placa como

$$T_s = T_\infty + \alpha \frac{\dot{q}_{\text{incidente, solar}}}{h_{\text{combinado}}} = 25°\text{C} + \frac{0.6 \times (700\ \text{W/m}^2)}{50\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}} = \mathbf{33.4°C}$$

Discusión Note que las pérdidas de calor impedirán que la temperatura de la placa se eleve por encima de 33.4°C. Asimismo, el coeficiente combinado de transferencia de calor considera los efectos tanto de convección como de radiación y, por lo tanto, es muy conveniente para usarse en los cálculos de transferencia de calor cuando se conoce su valor con razonable exactitud.

1-10 ▪ TÉCNICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El primer paso en el aprendizaje de cualquier ciencia es captar los fundamentos y adquirir un conocimiento sólido de ella. El paso siguiente es dominar los fundamentos al poner a prueba este conocimiento. Lo anterior se lleva a cabo al resolver problemas significativos del mundo real. La resolución de esos problemas, en especial los complicados, requiere una rutina sistemática. Mediante el uso de un procedimiento paso a paso, un ingeniero puede reducir la resolución de un problema complicado en la resolución de una serie de problemas sencillos (figura 1-48). Cuando aborde un problema, se recomienda que utilice los pasos siguientes tan celosamente como sea posible. Esto le ayudará a evitar algunas de las trampas comunes asociadas con la resolución de problemas.

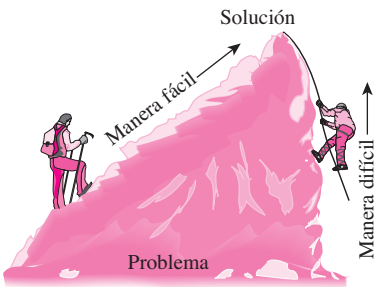


FIGURA 1-48
Un procedimiento paso a paso puede simplificar mucho la resolución de problemas.

Paso 1: Enunciado del problema

Con sus propias palabras exprese con brevedad el problema, la información clave que se le proporciona y las cantidades que debe hallar. Esto equivale a asegurarse de que comprende el problema y los objetivos antes de que intente resolverlo.

Paso 2: Esquema

Dibuje un esquema realista del sistema físico que interviene y haga una lista de la información pertinente sobre la figura. El esquema no tiene que ser tan elaborado, sólo debe asemejarse al sistema real y mostrar las características clave. Indique cualesquiera interacciones de energía y de masa con los alrededores. Hacer una lista de la información dada sobre el esquema ayuda a ver el problema completo de una vez.

Paso 3: Suposiciones y aproximaciones

Enúnciense cualesquiera suposiciones y aproximaciones apropiadas que se establezcan con el fin de simplificar el problema y hacer posible una solución. Justifíquense las suposiciones cuestionables. Supónganse valores razonables para las cantidades faltantes que sean necesarias. Por ejemplo, a falta de datos específicos acerca de la presión atmosférica, se puede tomar como 1 atm. Sin embargo, se debe resaltar en el análisis que la presión atmosférica decrece al

Dado: Temperatura del aire en Denver

Debe hallarse: Densidad del aire

Información faltante: Presión atmosférica

Hipótesis #1: Tómese $P = 1$ atm (Inadecuado. Se ignora el efecto de la altitud. Causará un error de más de 15%.)

Hipótesis #2: Tómese $P = 0.83$ atm (Adecuado: sólo se ignoran pequeños efectos, como las condiciones atmosféricas.)

FIGURA 1-49
Las suposiciones que se hagan al resolver un problema de ingeniería deben ser razonables y justificables.

aumentar la elevación. Por ejemplo, cae hasta 0.83 atm en Denver (elevación 1 610 m) (figura 1-49).

Paso 4: Leyes físicas

Aplique todas las leyes y principios físicos básicos pertinentes (como la conservación de la energía) y redúzcalos hasta su forma más sencilla aplicando las suposiciones establecidas. Sin embargo, en primer lugar debe identificarse con claridad la región a la cual se aplica la ley física.

Paso 5: Propiedades

Determine las propiedades desconocidas necesarias para resolver el problema, con base en relaciones o tablas de propiedades. Haga una lista de las propiedades por separado e indíquese su fuente, si se debe hacer.

Paso 6: Cálculos

Sustituya las cantidades conocidas en las relaciones simplificadas y realice los cálculos con el fin de determinar las incógnitas. Ponga atención particular en las unidades y las cancelaciones de éstas, y recuerde que una cantidad dimensional sin una unidad no tiene significado. Asimismo, no dé una sensación falsa de mucha precisión al copiar todos los dígitos de la pantalla de la calculadora; redondee los resultados hasta un número apropiado de cifras significativas (vea la pág. 39).

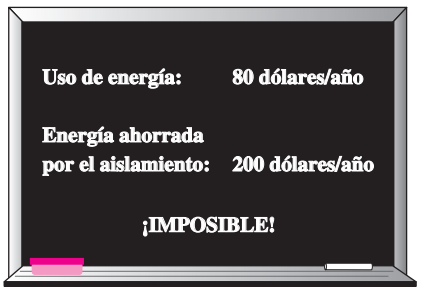


FIGURA 1-50
Se debe comprobar que los resultados obtenidos a partir de un análisis de ingeniería sean razonables.

Paso 7: Razonamiento, verificación y discusión

Asegure las comprobaciones con el fin de que los resultados obtenidos sean razonables e intuitivos, y verifique la validez de las suposiciones cuestionables. Repita los cálculos que condujeron a valores no razonables. Por ejemplo, aislar un calentador de agua en el que se usa gas natural con valor de 80 dólares al año no puede dar por resultado un ahorro de 200 dólares anuales (figura 1-50).

Del mismo modo, señale el significado de los resultados y discuta sus implicaciones. Exprese las conclusiones a las que se puede llegar a partir de los resultados y cualesquiera recomendaciones que se puedan hacer con base en ellas. Haga énfasis en las limitaciones bajo las cuales los resultados son aplicables y tome precauciones contra cualesquiera malas interpretaciones y el uso de los resultados en situaciones en donde las suposiciones subyacentes pierden validez. Por ejemplo, si determinó que al envolver un calentador de agua con una camisa de aislamiento de 20 dólares reducirá el gasto de energía en 30 dólares al año, indique que el aislamiento se pagará por sí mismo con el costo de la energía que se ahorre en menos de un año. Sin embargo, indique también que en el análisis no se consideran las remuneraciones de la mano de obra y que lo anterior tendrá vigencia si instala el aislamiento por sí mismo.

Tenga en mente que usted presenta las soluciones a sus profesores y que cualquier análisis de ingeniería presentado a otros es una forma de comunicación. Por lo tanto, la nitidez, la organización, la integridad y la apariencia visual tienen la mayor importancia para obtener la efectividad máxima (figura 1-51). Además, la nitidez también sirve como una gran herramienta de comprobación, ya que es muy fácil detectar errores y faltas de coherencia en un trabajo claro. La falta de cuidado y saltarse pasos para ahorrar tiempo a menudo termina costando más tiempo y ansiedad innecesaria.

FIGURA 1-51
La limpieza y la organización son muy valoradas por los empleadores.

El procedimiento que se acaba de describir se utiliza en los problemas resueltos como ejemplo, sin expresar en forma explícita cada paso. Para ciertos

problemas algunos de los pasos pueden no ser aplicables o ser innecesarios. Sin embargo, no se puede pasar por alto la importancia de un procedimiento lógico y ordenado para resolver los problemas. La mayor parte de las dificultades que se encuentran al resolver un problema no se deben a falta de conocimiento sino de coordinación. Se le recomienda intensamente que siga estos pasos en la resolución de problemas hasta que desarrolle un procedimiento que funcione mejor para usted.

Software para ingeniería

Quizá el lector se pregunte por qué estamos a punto de abordar un concienzudo estudio de los fundamentos de la transferencia de calor. Después de todo, casi todos los problemas que es probable se encuentren en la práctica se pueden resolver utilizando uno de los varios paquetes de software disponibles con facilidad en el mercado actual. Estos paquetes no sólo dan los resultados numéricos deseados, sino que también los proporcionan en la forma de gráficas a todo color para realizar presentaciones impresionantes. Hoy es inconcebible practicar la ingeniería sin utilizar alguno de estos paquetes. El enorme poder de computación del que se dispone con sólo el toque de un botón es al mismo tiempo una bendición y una maldición. Es cierto que permite a los ingenieros resolver los problemas con facilidad y rapidez, pero también abre la puerta para los abusos y la falsa información. En las manos de personas con preparación deficiente estos paquetes de software son tan peligrosos como las armas poderosas y complicadas en las manos de soldados mal entrenados.

Pensar que una persona que puede usar los paquetes de software para ingeniería, sin el adiestramiento apropiado en los fundamentos, puede practicar esta disciplina es como pensar que una persona que puede usar una llave de tuercas es capaz de trabajar como mecánico de automóviles. Si fuera cierto que los estudiantes de ingeniería no necesitan todos los cursos fundamentales que están tomando porque prácticamente todo se puede hacer con rapidez y facilidad mediante las computadoras, entonces también sería cierto que los patrones ya no necesitarían contratar ingenieros con elevados salarios, ya que cualquier persona que sepa cómo usar un programa de procesamiento de textos también puede aprender cómo usar aquellos paquetes de software. Sin embargo, las estadísticas hacen ver que la demanda de ingenieros está creciendo, no está en declinación, a pesar de la disponibilidad de estos poderosos paquetes.

Siempre se debe recordar que todo el poder de computación y los paquetes de software para ingeniería de los que se dispone en la actualidad son *herramientas* que tienen significado sólo en las manos de los maestros. Tener el mejor programa de procesamiento de textos no hace que una persona sea un buen escritor, pero es evidente que la labor de un buen escritor será mucho más fácil y éste será más productivo (figura 1-52). Las calculadoras manuales no eliminaron la necesidad de enseñar a los niños cómo sumar o restar, y los complicados paquetes médicos de software no sustituyeron el adiestramiento en la escuela de medicina. Tampoco los paquetes de software de ingeniería reemplazarán la educación tradicional de ésta. Sencillamente causarán un desplazamiento en la profundidad con la que se imparten los cursos de matemáticas aplicadas a la física. Es decir, se dedicará más tiempo en el salón de clases para discutir los aspectos físicos de los problemas con mayor detalle y menos tiempo para la mecánica de los procedimientos de resolución.

Todas estas herramientas maravillosas y poderosas con las que se cuenta en la actualidad ponen una carga adicional sobre los ingenieros de hoy. Todavía deben contar con una comprensión completa de los fundamentos, desarrollar una "sensación" de los fenómenos físicos, ser capaces de poner los datos en la perspectiva apropiada y establecer juicios sólidos de ingeniería, precisamente como

FIGURA 1-52
Un excelente programa de procesamiento de textos no hace que una persona sea un buen escritor, sencillamente hace que un buen escritor sea mejor y más eficiente.

(© Vol. 80/PhotoDisc)

sus antecesores. Sin embargo, deben hacerlo mucho mejor y mucho más rápido, con el uso de modelos más realistas, debido a las poderosas herramientas de que disponen en la actualidad. Los ingenieros del pasado se apoyaban en los cálculos a mano, en las reglas de cálculo y, más tarde, en las calculadoras manuales y las computadoras. Ahora, se apoyan en los paquetes de software. El fácil acceso a un poder de ese tipo y la posibilidad de que una falsa comprensión o una mala interpretación cause grandes daños hace más importante en la actualidad que nunca tener un adiestramiento sólido en los fundamentos de la ingeniería. En este texto se hace un esfuerzo adicional para enfatizar el desarrollo de una comprensión intuitiva y física de los fenómenos naturales, en lugar de hacerlo sobre los detalles matemáticos de los procedimientos de resolución.

Solucionador de ecuación de ingeniería o Engineering Equation Solver (EES)

EES es un programa con el que se resuelven numéricamente sistemas de ecuaciones algebraicas o diferenciales, lineales o no lineales. Cuenta con una gran biblioteca de funciones de propiedades termofísicas, así como de funciones matemáticas, y permite al usuario suministrar datos adicionales de propiedades. A diferencia de algunos paquetes de software, con EES no se resuelven problemas de ingeniería; sólo se solucionan las ecuaciones suministradas por el usuario. Por lo tanto, éste debe entender el problema y formularlo mediante la aplicación de algunas leyes y relaciones físicas pertinentes. EES ahorra al usuario tiempo y esfuerzo considerables al resolver las ecuaciones matemáticas resultantes. Esto hace posible resolver problemas significativos de ingeniería que no son adecuados para los cálculos a mano, así como conducir estudios paramétricos con rapidez y de manera conveniente. EES es un programa muy poderoso y, sin embargo, intuitivo, por lo que es muy fácil usarlo, como se muestra en el ejemplo 1-14. El empleo y las capacidades de EES se explican en el apéndice 3, en el Online Learning Center.

FIGURA 1-53
Imágenes de la pantalla EES para el ejemplo 1-14.

EJEMPLO 1-14 **Resolución de un sistema de ecuaciones con EES**

La diferencia de dos números es 4 y la suma de sus cuadrados es igual a su suma más 20. Determine estos dos números.

SOLUCIÓN Se dan relaciones para la diferencia y la suma de los cuadrados de dos números. Deben determinarse éstos.

Análisis Se arranca el programa EES haciendo doble clic sobre su ícono, se abre un nuevo archivo y se mecanografía lo siguiente sobre la pantalla en blanco que aparece:

$$x-y=4$$
$$x^2+y^2=x+y+20$$

lo cual es una expresión matemática exacta del enunciado del problema, denotando con *x* y *y* los números desconocidos. La solución para este sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas se obtiene al hacer clic sobre el símbolo de "calculadora" de la barra de tareas. Esto da (figura 1-53)

$$x=5 \quad y \quad y=1$$

Discusión Note que todo lo que se hizo fue plantear el problema en la forma en que se haría sobre un papel; EES se encarga de todos los detalles matemá-

ticos de la resolución. Note también que las ecuaciones pueden ser lineales o no lineales y se pueden introducir en cualquier orden con las incógnitas en cualquiera de sus miembros. Los programas amigables para resolver ecuaciones, como el EES, permiten al usuario concentrarse en la física del problema, sin preocuparse por las complejidades matemáticas asociadas con la resolución del sistema resultante de ecuaciones.

Una observación sobre las cifras significativas

En los cálculos de ingeniería, la información dada no se conoce hasta más de un cierto número de cifras significativas. Como consecuencia, los resultados que se obtengan posiblemente no puedan determinarse hasta más cifras significativas. Dar los resultados con más cifras significativas da a entender que existe una mayor exactitud y debe evitarse.

Por ejemplo, considere un recipiente de 3.75 L lleno con gasolina cuya densidad es 0.845 kg/L y trate de determinar su masa. Es probable que el primer pensamiento venido a la mente sea multiplicar el volumen por la densidad para obtener 3.16875 kg para la masa, lo cual implica con falsedad que la masa determinada tiene precisión hasta seis cifras significativas. Sin embargo, en realidad la masa no puede precisarse hasta más de tres cifras significativas, ya que tanto el volumen como la densidad se proporcionan con tres cifras significativas. Por lo tanto, el resultado se debe redondear al mismo número de cifras significativas y se debe dar la masa como de 3.17 kg en lugar de lo que aparece en la pantalla de la calculadora. El resultado de 3.16875 kg sería correcto sólo si el volumen y la densidad se dieran como 3.75000 L y 0.845000 kg/L, respectivamente. El valor 3.75 implica que se tiene bastante confianza en que el volumen es exacto dentro de ± 0.01 L y no puede ser 3.74 o 3.76 L. Sin embargo, el volumen puede ser 3.746, 3.750, 3.753, etc., ya que todos se redondean a 3.75 L (figura 1-54). Resulta más apropiado conservar todos los dígitos durante los cálculos intermedios y realizar el redondeo en el paso final, ya que esto es lo que normalmente hará una computadora.

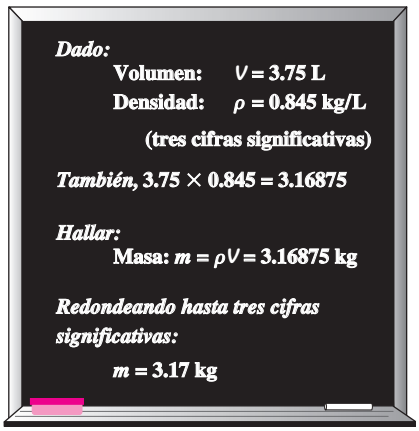


FIGURA 1-54
Un resultado con más cifras significativas que las de los datos que se dan implica falsamente una mayor exactitud.

Al resolver problemas se supondrá que la información dada es exacta al menos hasta tres cifras significativas. Por lo tanto, si la longitud de un tubo se da como de 40 m, se supondrá que es de 40.0 m, para justificar el uso de tres dígitos significativos en los resultados finales. También debe tener presente que todos los valores determinados en forma experimental están sujetos a errores de medición que se reflejan en los resultados obtenidos. Por ejemplo, si la densidad de una sustancia tiene una incertidumbre de 2%, entonces la masa determinada usando este valor de densidad también tendrá una incertidumbre de 2%.

También debe estar consciente de que, a veces, se introducen pequeños errores en forma intencional para evitar el problema de buscar datos más exactos. Por ejemplo, al tratar con agua líquida, sólo se usa el valor de 1 000 kg/m^3 para la densidad, que es la del agua pura a 0°C. Si se usa este valor a 75°C conducirá a un error de 2.5%, ya que la densidad a esta temperatura es de 975 kg/m^3. Los minerales y las impurezas que están en el agua introducirán un error adicional. Al ser éste el caso, el lector no debe tener reservas en redondear los resultados finales hasta un número razonable de cifras significativas. Además, tener una incertidumbre de unas cuantas unidades en porcentaje en los resultados de los análisis de ingeniería suele ser la norma, no la excepción.

Al escribir los resultados intermedios en un cálculo es aconsejable tomar en cuenta las cifras "adicionales" mas no anotarlas redondeando para evitar errores de redondeo; no obstante, el resultado final debe escribirse tomando en

consideración el número de cifras significativas. También se debe tener en cuenta que cierto número de cifras significativas de precisión en el resultado no necesariamente implica el mismo número de cifras de precisión general. Por ejemplo, el error de sesgo en una de las lecturas puede reducir de manera importante la precisión general del resultado y hasta restarle sentido a la última cifra significativa y reducir el número de cifras confiables a sólo una. Los valores determinados experimentalmente están sujetos a errores de medición y tales errores se reflejan en los resultados obtenidos. Por ejemplo, si la densidad de una sustancia tiene una incertidumbre de 2%, entonces la masa determinada mediante este valor de densidad también tendrá una incertidumbre de 2%.

Por último, cuando se desconoce el número de cifras significativas, la norma aceptada en ingeniería es de tres cifras significativas. Por lo tanto, si la longitud de una tubería se da como 40 m, asumiremos que es de 40.0 para justificar las tres cifras significativas en los resultados finales.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Comodidad térmica

FIGURA 1-55
La mayoría de los animales vienen a este mundo con aislamiento integrado, pero los seres humanos venimos con una piel delicada.

(© *Create/PunchStock RF.*)

A diferencia de los animales como una zorra o un oso, que nacen con abrigos de piel integrados, los seres humanos venimos a este mundo con poca protección contra las condiciones ambientales severas (figura 1-55). Por lo tanto, se afirma que la búsqueda de la comodidad térmica se remonta hasta los principios de la historia humana. Se cree que los primeros seres humanos vivieron en cuevas que les proporcionaban refugio y protección contra las condiciones térmicas extremas. Es probable que el primer sistema de calentamiento usado fuera el *hogar abierto*, seguido por el fuego en moradas, mediante el uso de una *chimenea* para dar salida a los gases de la combustión. El concepto de *calefacción central* se remonta a la época de los romanos, quienes calentaban sus casas utilizando técnicas de construcción de piso doble y haciendo pasar los humos del fuego por la abertura entre las dos capas de piso. Los romanos también fueron los primeros en usar *ventanas transparentes* hechas de mica o de vidrio para mantener fuera a la lluvia y el viento pero dejar entrar la luz. La madera y el carbón mineral fueron las fuentes primarias de energía para calefacción, y se usaron el aceite y las velas para alumbrar. Las ruinas de casas con el frente hacia el sur indican que pronto, en la historia, se reconoció el valor del *calentamiento solar*.

El término **acondicionamiento del aire** suele usarse en sentido restringido para implicar el enfriamiento pero, en su sentido amplio, significa *acondicionar* el aire hasta tener el nivel deseado de calentamiento, enfriamiento, humidificación, deshumidificación, limpieza y desodorización. La finalidad del sistema de acondicionamiento del aire de un edificio es proporcionar una *comodidad térmica completa* para sus ocupantes. Por lo tanto, se necesita comprender los aspectos térmicos del *cuerpo humano* para diseñar un sistema eficaz de acondicionamiento del aire.

Los bloques de construcción de los organismos vivientes son las *células*, las cuales se asemejan a fábricas en miniatura que realizan diversas funciones necesarias para la supervivencia de los seres vivos. El cuerpo

* Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

humano contiene cerca de 100 mil billones de células con un diámetro promedio de 0.01 mm. En una célula típica ocurren miles de reacciones químicas cada segundo, durante las cuales algunas moléculas se dividen y se libera energía, y se forman algunas nuevas moléculas. El elevado nivel de actividad química de las células que mantiene la temperatura del cuerpo humano a 37.0°C (98.6°F), al mismo tiempo que realizan las funciones corporales necesarias, se llama **metabolismo**. En términos sencillos, el metabolismo se refiere al consumo de los alimentos, como los carbohidratos, las grasas y las proteínas. Los especialistas en nutrición suelen expresar el contenido de energía metabolizable de los alimentos en términos de la Caloría, con mayúscula. Una Caloría es equivalente a 1 Cal = 1 kcal = 4.1868 kJ.

La rapidez del metabolismo en el estado de reposo se llama *índice metabólico basal*, el cual es la velocidad de metabolismo requerida para conservar un organismo realizando las funciones corporales necesarias, como la respiración y la circulación sanguínea, en un nivel cero de actividad externa. El índice metabólico también se puede interpretar como la rapidez de consumo de energía por parte de un organismo. Para un *hombre promedio* (de 30 años de edad, 70 kg, 1.73 m de estatura, 1.8 m^2 de área superficial), el índice metabólico basal es de 84 W. Es decir, el organismo está convirtiendo la energía química de los alimentos (o de la grasa del cuerpo, si la persona no hubiera comido) en calor a razón de 84 J/s, el cual entonces se disipa hacia los alrededores. El índice metabólico crece con el *nivel de actividad* y puede decuplicar el índice metabólico basal cuando alguien está realizando un ejercicio extremo. Es decir, dos personas haciendo ejercicio pesado en un cuarto pueden liberar más energía hacia éste que un calentador de resistencia de 1 kW (figura 1-56). Un hombre promedio genera calor a razón de 108 W mientras está sentado leyendo, escribiendo, mecanografiando o escuchando una conferencia en un salón de clases. El índice metabólico máximo de un hombre promedio es de 1 250 W, a la edad de 20 años, y de 730 a los 70. Las razones promedio para las mujeres son inferiores en alrededor de 30%. Los índices metabólicos de los atletas entrenados pueden sobrepasar los 2 000 W.

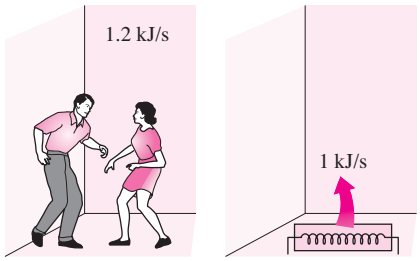


FIGURA 1-56
Dos personas bailando rápido emiten más calor hacia un cuarto que un calentador de resistencia de 1 kW.

En la tabla 1-7 se dan los índices metabólicos durante diversas actividades por unidad de área superficial del cuerpo. El **área superficial** de un cuerpo desnudo fue expresada por D. DuBois, en 1916, como

$$A_s = 0.202 m^{0.425} h^{0.725} \qquad (\mathrm{m}^2) \qquad \textbf{(1-30)}$$

en donde m es la masa del cuerpo en kg y h es la altura en m. La *ropa* incrementa el área superficial expuesta en hasta cerca de 50%. Los índices metabólicos que se dan en la tabla son suficientemente exactos para la mayor parte de los fines, pero se tiene una incertidumbre considerable en los niveles de elevada actividad. Se pueden determinar valores más exactos midiendo la rapidez del *consumo de oxígeno* en la respiración, que va desde alrededor de 0.25 L/min, para un hombre promedio en reposo, hasta más de 2 L/min durante el trabajo extremadamente pesado. Se puede suponer que toda la energía liberada durante el metabolismo se libera como *calor* (en las formas sensible o latente), puesto que el trabajo mecánico externo realizado por los músculos es muy pequeño. Además, el trabajo que se realiza durante la mayor parte de las actividades, como al caminar o hacer ejercicio en una bicicleta fija, llega el momento en que se convierte en calor a través de la fricción.

La comodidad del cuerpo humano depende principalmente de tres factores ambientales: la temperatura, la humedad relativa y el movimiento del

TABLA 1-7

Índices metabólicos durante diversas actividades (tomado del *Handbook of Fundamentals* del Cap. 8, tabla 4)

Actividad	Índice metabólico* W/m²
Reposo:	
Dormir	40
Reclinarse	45
Sentado, quieto	60
De pie, relajado	70
Caminar (a nivel):	
2 mph (0.89 m/s)	115
3 mph (1.34 m/s)	150
4 mph (1.79 m/s)	220
Actividades de oficina:	
Leer, sentado	55
Escribir	60
Mecanografiar	65
Archivar, sentado	70
Archivar, de pie	80
Caminar por allí	100
Levantar objetos/empacar	120
Conducir/volar:	
Automóvil	60-115
Avión, rutinario	70
Vehículo pesado	185
Actividades ocupacionales diversas:	
Cocinar	95-115
Limpiar la casa	115-140
Trabajo en máquinas:	
Ligero	115-140
Pesado	235
Manejar bultos de 50 kg	235
Trabajo de picar y palear	235-280
Actividades diversas de placer:	
Bailar, socialmente	140-255
Calistenia/ejercicio	175-235
Tenis, singles	210-270
Basquetbol	290-440
Lucha, en competencia	410-505

*Multiplíquese por 1.8 m² para obtener los índices metabólicos para un hombre promedio. Multiplíquese por 0.3171 para convertir en Btu/h · ft².

aire. La temperatura del medio ambiente es el índice sencillo más importante de la comodidad. Se ha realizado una investigación extensa sobre sujetos humanos con el fin de determinar la **"zona de comodidad térmica"** e identificar las condiciones en las que el cuerpo se siente cómodo en un medio. Se ha observado que la mayor parte de la gente vestida de manera normal, en reposo o realizando trabajo ligero, se siente cómoda en el rango de la *temperatura operativa* (muy aproximadamente, la temperatura promedio del aire y las superficies circundantes) de 23°C hasta 27°C, o bien, 73°F a 80°F (figura 1-57). Para la gente desnuda, este rango es de 29°C a 31°C. La humedad relativa también tiene un efecto considerable sobre la comodidad, ya que es una medida de la capacidad del aire para absorber humedad y, por lo tanto, afecta la cantidad de calor que un cuerpo puede disipar por evaporación. La humedad relativa elevada retarda el rechazo de calor por evaporación, en especial a altas temperaturas, y la baja humedad relativa lo acelera. El nivel deseable de *humedad relativa* se encuentra en el amplio rango de 30 a 70%, siendo el nivel más deseable el de 50%. La mayor parte de las personas no sienten calor ni frío en estas condiciones y el cuerpo no necesita activar alguno de los mecanismos de defensa con el fin de mantener su temperatura normal (figura 1-58).

Otro factor que tiene un efecto importante sobre la comodidad térmica es el **movimiento excesivo del aire** o **corriente de aire**, que causa un enfriamiento local no deseado del cuerpo humano. La corriente de aire es identificada por muchos como uno de los factores más molestos en los lugares de trabajo, los automóviles y los aviones. La experimentación de incomodidad por la corriente de aire es común entre las personas que usan ropa normal en interiores y que están realizando trabajo ligero sedentario y menos común entre aquellas con elevados niveles de actividad. La velocidad del aire debe mantenerse por debajo de 9 m/min (30 ft/min), en el invierno, y de 15 m/min (50 ft/min), en el verano, para minimizar la incomodidad por la corriente, en especial cuando el aire es frío. Un bajo nivel de movimiento del aire es deseable ya que remueve el bochorno, el aire húmedo que se acumula alrededor del cuerpo, y lo reemplaza con aire fresco. Por lo tanto, el movimiento del aire debe ser lo suficientemente fuerte para eliminar el calor y la humedad de la vecindad del cuerpo, pero tan suave como para no advertirse. El movimiento del aire a alta velocidad también causa incomodidad en el exterior. Por ejemplo, un medio ambiente a 10°C (50°F) con vientos de 48 km/h se siente tan frío como un medio ambiente a −7°C (20°F) con vientos de 3 km/h, debido al efecto de enfriamiento del movimiento del aire (el factor del viento).

Un buen sistema debe proporcionar *condiciones uniformes* en todo el espacio habitable para evitar la incomodidad causada por irregularidades como las *corrientes de aire*, la *radiación térmica asimétrica*, los *pisos calientes o fríos* y la *estratificación vertical de la temperatura*. La **radiación térmica asimétrica** es causada por las *superficies frías* de las ventanas grandes, las paredes no aisladas o los productos fríos, así como por las *superficies calientes* como los paneles radiantes para calefacción, de gas o eléctricos, colocados en las paredes o el techo, las paredes o techos de mampostería calentados por el Sol y la maquinaria caliente. La radiación asimétrica causa incomodidad por la exposición de lados diferentes del cuerpo a superficies con temperaturas diferentes y, por lo tanto, a distintas pérdidas o ganancias de calor por radiación. Una persona cuyo lado izquierdo está expuesto a una ventana fría, por ejemplo, sentirá como si estuviera perdiendo calor de ese lado (figura 1-59). Para lograr la comodidad térmica, la asimetría en la temperatura radiante no debe sobrepasar 5°C en

la dirección vertical y 10°C en la horizontal. Se puede minimizar el efecto desagradable de la asimetría en la radiación mediante la instalación de paneles de calefacción de tamaño apropiado, usando ventanas de hoja doble y colocando aislamiento generoso en las paredes y el techo.

El contacto directo con **superficies frías** o **calientes** también causa incomodidad en los pies. La temperatura del piso depende de la manera en que esté *construido* (si está directamente sobre el suelo o sobre la parte superior de un cuarto calentado, si está hecho de madera o de concreto, si se usó aislamiento, etc.) así como de la *cubierta usada para el piso*, como almohadillas, tapetes, alfombras y linóleo. Se sabe que una temperatura del piso de 23 a 25°C es cómoda para la mayor parte de la gente. La asimetría térmica del piso pierde su significado para las personas con calzado. Una manera eficaz y económica de elevar la temperatura del piso es usar paneles radiantes de calefacción en lugar de aumentar el ajuste del termostato. Otra condición no uniforme que causa incomodidad es la **estratificación de la temperatura** en un cuarto, que expone la cabeza y los pies a temperaturas diferentes. Para lograr la comodidad térmica, la diferencia de temperatura entre los niveles de la cabeza y los pies no debe exceder de 3°C. Este efecto se puede minimizar usando ventiladores.

Se debe notar que ningún ambiente térmico satisfará a todos. Sin importar lo que se haga, ciertas personas expresarán alguna incomodidad. La zona de comodidad térmica está basada en una tasa de 90% de aceptación. Es decir, se estima que un medio es cómodo si sólo 10% de las personas no están satisfechas con él. El metabolismo disminuye algo con la *edad*, pero no tiene efecto sobre la zona de comodidad. La investigación indica que no existe diferencia apreciable entre los medios preferidos por las personas viejas y jóvenes. Los experimentos también demuestran que los *hombres* y las *mujeres* prefieren ambientes semejantes. El índice de metabolismo de la mujer es algo inferior, pero esto se compensa por la temperatura de la piel y la pérdida por evaporación ligeramente inferiores. Asimismo, no existe variación significativa en la zona de comodidad de una parte del mundo a otra y de invierno a verano. Por lo tanto, se pueden usar las condiciones térmicas de comodidad *en todo el mundo* en cualquier temporada. Del mismo modo, las personas no pueden *aclimatarse* para preferir condiciones diferentes de comodidad.

En un **medio ambiente frío** la razón de pérdida de calor del cuerpo puede exceder la razón de generación de calor metabólico. El calor específico promedio del cuerpo humano es de 3.49 kJ/kg · °C y, por lo tanto, cada caída de 1°C en la temperatura del cuerpo corresponde a un déficit de 244 kJ en el contenido corporal de calor para un hombre promedio de 70 kg. Una caída de 0.5°C en la temperatura media del cuerpo causa una incomodidad notoria pero que es aceptable. Una caída de 2.6°C causa una incomodidad extrema. Una persona que esté durmiendo se despertará cuando su temperatura media corporal caiga en 1.3°C (lo cual normalmente representa una caída de 0.5°C en el interior del cuerpo y de 3°C en el área de la piel). La caída de la temperatura en las profundidades del cuerpo por debajo de 35°C puede dañar el mecanismo de regulación de la temperatura de éste, en tanto que una caída por debajo de 28°C puede ser fatal. Las personas sedentarias informaron sentirse *cómodas* a una *temperatura media de la piel* de 33.3°C, *incómodamente frías* a 31°C, *frías hasta tiritar* a 30°C y *extremadamente frías* a 29°C. Las personas que realizan trabajos pesados informaron sentirse cómodas a temperaturas mucho más bajas, lo cual muestra que el nivel de actividad afecta el desempeño y la comodidad humanos. Las extremidades del cuerpo, como las manos y los pies, es probable que

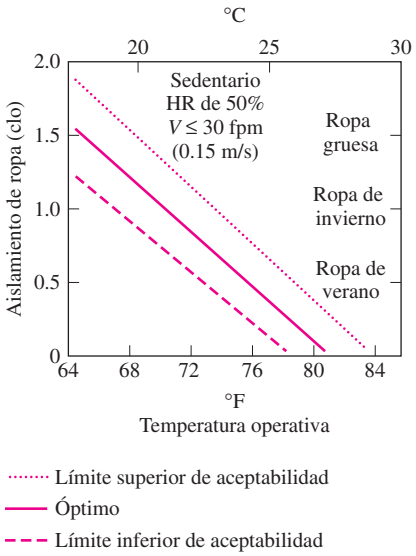


FIGURA 1-57
Efecto de la ropa sobre la temperatura ambiente que se siente cómoda (1 clo = 0.155 m² · °C/W = 0.880 ft² · °F · h/Btu)
(Tomada de la norma 55-1981 de la ASHRAE).

FIGURA 1-58
Medio térmicamente cómodo.

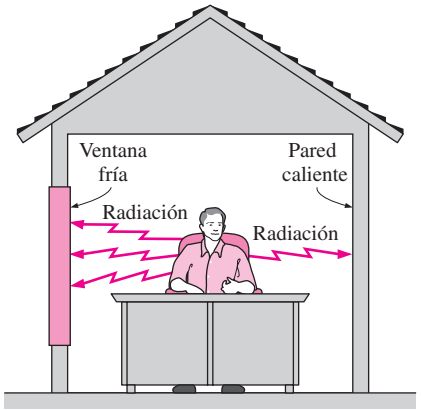


FIGURA 1-59
Las superficies frías causan pérdida excesiva de calor del cuerpo por radiación y, por lo tanto, incomodidad en ese lado del cuerpo.

FIGURA 1-60
La rapidez de generación de calor metabólico en reposo puede aumentar hasta seis veces durante la tiritera total en condiciones climáticas frías.

resulten afectadas con mayor facilidad por las condiciones atmosféricas frías y su temperatura es una mejor indicación de la comodidad y el desempeño. Se percibe que la piel de una mano a 20°C está incómodamente fría, a 15°C está en extremo fría y a 5°C está dolorosamente fría. Se puede realizar trabajo útil por medio de las manos, sin dificultad, mientras la temperatura de la piel de los dedos permanece arriba de 16°C (*Manual de fundamentos* de la ASHRAE, Ref. 1, capítulo 8).

La primera línea de defensa del cuerpo contra la pérdida excesiva de calor en un medio ambiente frío es *reducir la temperatura de la piel* y, de este modo, la razón de pérdida de calor; esto lo logra al estrechar las venas y disminuir el flujo sanguíneo. La medida disminuye la temperatura de los tejidos subyacentes a la piel, pero mantiene la temperatura corporal interior. La siguiente acción preventiva es incrementar la razón de *generación de calor metabólico* en el cuerpo al *tiritar*, a menos que la persona lo haga voluntariamente incrementando su nivel de actividad o poniéndose ropa adicional. La tiritera empieza con lentitud en pequeños grupos de músculos y puede duplicar la producción de calor metabólico del cuerpo en sus etapas iniciales. En el caso extremo de una tiritera total, la rapidez de producción de calor puede alcanzar hasta seis veces los niveles correspondientes al reposo (figura 1-60). Si esta medida también resulta inadecuada, la temperatura profunda del cuerpo empieza a *caer*. Las partes más alejadas del centro de éste, como las manos y los pies, se encuentran en el máximo peligro de sufrir daños en los tejidos.

En los **medios calientes** la razón de pérdida de calor del cuerpo puede hacerse más lenta que la de generación de calor metabólico. En esta ocasión el cuerpo activa los mecanismos opuestos. En primer lugar aumenta el *flujo de sangre* y, por lo tanto, el transporte de calor hacia la piel, causando que la temperatura de ésta y la de los tejidos subyacentes se eleve y se aproxime a la del interior del cuerpo. En condiciones de calor extremo, el *ritmo cardiaco* puede llegar hasta 180 latidos por minuto para mantener un suministro adecuado de sangre al cerebro y a la piel. A ritmos cardiacos más altos, la *eficiencia volumétrica* del corazón cae; debido al tiempo tan corto entre los latidos no puede llenarse por completo con sangre y cae el suministro sanguíneo hacia la piel y, lo que es más importante, al cerebro. Esto hace que la persona se desmaye como resultado de la *postración causada por el calor*. La deshidratación hace que el problema sea peor. Una cosa semejante sucede cuando una persona que trabaja muy duro durante un tiempo largo se detiene súbitamente. En este caso, la sangre que ha inundado la piel tiene dificultad para regresar al corazón porque los músculos relajados ya no fuerzan a esa sangre de regreso al corazón y, por consiguiente, se tiene menos flujo disponible para bombearlo al cerebro.

La siguiente línea de defensa es liberar agua de las glándulas sudoríparas y recurrir al *enfriamiento evaporativo*, si es que la persona no se quita algo de ropa y reduce el nivel de actividad (figura 1-61). El cuerpo puede mantener indefinidamente la temperatura de su centro a 37°C en este modo de enfriamiento evaporativo, incluso en medios a temperaturas más elevadas (tan altas como 200°C durante las pruebas militares de aguante), si la persona toma gran cantidad de líquidos para reaprovisionar sus reservas de agua y el aire ambiental está lo suficientemente seco como para permitir que el sudor se evapore en lugar de rodar hacia abajo de la piel. Si esta medida no resulta adecuada, el cuerpo tendrá que empezar a absorber calor metabólico y la temperatura profunda del cuerpo se elevará. Una persona puede tolerar una elevación en la temperatura de 1.4°C, sin incomodidad

importante, pero puede *desplomarse* cuando la elevación de la temperatura alcanza los 2.8°C. La gente se siente lenta y su eficiencia cae de manera considerable cuando la temperatura del centro del cuerpo se eleva por encima de 39°C. Una temperatura del centro del cuerpo por encima de 41°C puede dañar las proteínas hipotalámicas, lo que da por resultado el cese de la sudoración, una producción mayor de calor por tiritera y una *insolación* con daños irreversibles que constituyen una amenaza para la vida. Por encima de 43°C puede ocurrir la muerte.

Una temperatura superficial de 46°C causa dolor en la piel. Por lo tanto, el contacto directo con un bloque metálico a esta temperatura o superior es doloroso. Sin embargo, una persona puede permanecer en un cuarto a 100°C hasta por 30 min sin daños o dolor en la piel, debido a la resistencia por convección en la epidermis y al enfriamiento evaporativo. Incluso es posible poner nuestras manos dentro de un horno a 200°C, durante un corto tiempo, sin que salgan quemadas.

Otro factor que afecta la comodidad térmica, la salud y la productividad es la **ventilación**. Se puede proporcionar aire fresco del exterior a un edificio *en forma natural* o *por fuerza* mediante un sistema mecánico de ventilación. En el primer caso, lo cual es la norma en los edificios residenciales, la ventilación necesaria se suministra por *infiltración a través de las grietas y fugas* en el espacio habitado y abriendo las ventanas y puertas. La ventilación adicional necesaria en los cuartos de baño y las cocinas se suministra con *respiraderos con compuertas* o con *ventiladores de extracción*. Sin embargo, con este tipo de ventilación no controlada, el suministro de aire fresco será demasiado elevado, con desperdicio de energía, o demasiado bajo, causando una mala calidad del aire en el interior. Pero la práctica actual probablemente no sea buscar un cambio para los edificios residenciales, ya que no existe una protesta pública por el desperdicio de energía o la calidad del aire y, por lo tanto, es difícil justificar el costo y la complejidad de los sistemas de ventilación mecánica.

Los sistemas de ventilación mecánica forman parte de cualquier sistema de calefacción y acondicionamiento del aire en los *edificios comerciales*, suministrando la cantidad necesaria de aire fresco del exterior y distribuyéndolo de manera uniforme en todo el edificio. Esto no es sorprendente, ya que muchas habitaciones en los grandes edificios comerciales no cuentan con ventanas y, por lo tanto, dependen de la ventilación mecánica. Incluso los espacios con ventanas se encuentran en la misma situación, ya que dichas ventanas están herméticamente selladas y no se pueden abrir en la mayor parte de los edificios. No es una buena idea exagerar el tamaño del sistema de ventilación sólo para quedar en el "lado seguro", ya que extraer aire del interior, calentado o enfriado, desperdicia energía. Por otra parte, también debe evitarse la reducción de las razones de ventilación por debajo del mínimo requerido, con el fin de conservar energía, de modo que la calidad del aire en el interior se pueda mantener en los niveles requeridos. En la tabla 1-8 se da una lista de los requisitos mínimos de aire fresco para ventilación. Los valores están basados en el control del CO_2 y otros contaminantes con un margen adecuado de seguridad, lo cual requiere que a cada persona se le suministren por lo menos 7.5 L/s (15 ft^3/min) de aire fresco.

Otra función del sistema de ventilación mecánica es **limpiar** el aire, filtrándolo a medida que entra en el edificio. Se cuenta con varios tipos de filtros para este fin, dependiendo de los requisitos de limpieza y de la caída admisible de presión.

FIGURA 1-61
En los medios calientes un cuerpo puede disipar una gran cantidad de calor metabólico al transpirar, ya que el sudor absorbe el calor del cuerpo y se evapora.

TABLA 1-8

Requerimientos mínimos de aire fresco en los edificios (norma 62-1989 de la ASHRAE)

	Requerimiento (por persona)	
Aplicación	L/s	ft^3/min
Salones de clases, bibliotecas, supermercados	8	15
Comedores, salas de conferencias, oficinas	10	20
Salas de hospital	13	25
Cuartos de hotel	15 (por cuarto)	30 (por cuarto)
Salas de descanso	30	60
Almacenes de ventas al menudeo	1.0-1.5 (por m^2)	0.2-0.3 (por ft^2)
Edificios residenciales	0.35 de cambio de aire por hora, pero no menos de 7.5 L/s (o 15 ft^3/min) por persona	

RESUMEN

En este capítulo se presentaron y se discutieron los conceptos básicos de la transferencia de calor. La ciencia de la *termodinámica* trata de la cantidad de transferencia de calor a medida que un sistema pasa por un proceso de un estado de equilibrio hacia otro, en tanto que la ciencia de la *transferencia de calor* trata de la razón de esa transferencia, que es el principal interés en el diseño y evaluación del equipo de transferencia de calor. La suma de todas las formas de energía de un sistema se llama *energía total* e incluye las energías interna, cinética y potencial. La *energía interna* representa la energía molecular de un sistema y consta de las formas sensible, latente, química y nuclear. Las formas sensible y latente de la energía interna se pueden transferir de un medio a otro como resultado de una diferencia de temperatura y se mencionan como *energía calorífica* o *térmica*. Por lo tanto, la *transferencia de calor* es el intercambio de las formas sensible y latente de la energía interna entre dos medios, como resultado de una diferencia de temperatura. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se llama *razón de transferencia del calor* y se denota por $\dot{Q}$. La razón de transferencia del calor por unidad de área se llama *flujo de calor*, $\dot{q}$.

Un sistema de masa fija recibe el nombre de *sistema cerrado* y uno que comprende transferencia de masa a través de sus fronteras es un *sistema abierto* o *volumen de control*. La *primera ley de la termodinámica* o el *balance de energía* para cualquier sistema que pasa por cualquier proceso se puede expresar como

$$E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta E_{\text{sistema}}$$

Cuando un sistema cerrado estacionario comprende sólo transferencia de calor y no interacciones de trabajo a través de su frontera, la relación de balance de energía se reduce a

$$Q = mc_v \Delta T$$

en donde Q es la cantidad de transferencia neta de calor hacia el sistema o desde éste. Cuando el calor se transfiere con una rapidez constante de $\dot{Q}$, la cantidad de transferencia de calor durante un intervalo de tiempo Δt se puede determinar a partir de $Q = \dot{Q}\Delta t$.

En condiciones de estado estacionario y en ausencia de cualesquiera interacciones de trabajo, la relación de conservación de la energía para un volumen de control con una admisión y una salida, y con cambios despreciables en las energías cinética y potencial, se puede expresar como

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

donde $\dot{m} = \rho V A_c$ es el gasto de masa y $\dot{Q}$ es la razón de transferencia neta de calor hacia afuera o hacia adentro del volumen de control.

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: conducción, convección y radiación. La *conducción* es la transferencia de calor de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las menos energéticas adyacentes, como resultado de la interacción entre ellas, y es expresada por la *ley de Fourier de la conducción del calor* como

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx}$$

donde k es la *conductividad térmica* del material, A es el *área* perpendicular a la dirección de la transferencia de calor y dT/dx es el *gradiente de temperatura*. La magnitud de la rapidez de conducción del calor a través de una capa plana de espesor L se expresa por

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{\Delta T}{L}$$

donde ΔT es la diferencia de temperatura de uno a otro lado de la capa.

La *convección* es el modo de transferencia de calor entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que se encuentra en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y del fluido en movimiento. La razón de la transferencia de calor por convección se expresa por la *ley de Newton del enfriamiento* como

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = hA_s\,(T_s - T_\infty)$$

donde h es el *coeficiente de transferencia de calor por convección*, en $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ o $\text{Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$, A_s es el *área superficial* a través de la cual tiene lugar esa transferencia, T_s es la *temperatura de la superficie* y T_∞ es la *temperatura del fluido* suficientemente lejos de dicha superficie.

La *radiación* es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones), como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. La razón máxima de la radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura termodinámica T_s es expresada por la *ley de Stefan-Boltzmann* como $\dot{Q}_{\text{emitido, máx}} = \sigma A_s T_s^4$, donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ o $0.1714 \times 10^{-8}\ \text{Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4$ es la *constante Stefan-Boltzmann*.

Cuando una superficie de emisividad ε y área superficial A_s, a una temperatura termodinámica T_s, está por completo encerrada por una superficie mucho más grande (o negra), a una temperatura termodinámica T_{alred}, separada por un gas (como el aire) que no interfiere con la radiación, la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies se da por

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)$$

En este caso, la emisividad y el área superficial de la superficie circundante no tienen efecto sobre la transferencia neta de calor por radiación.

La razón a la cual una superficie absorbe radiación se determina a partir de $\dot{Q}_{\text{absorbido}} = \alpha\dot{Q}_{\text{incidente}}$ en donde $\dot{Q}_{\text{incidente}}$ es la razón a la cual la radiación incide sobre la superficie y α es la absortividad de esta última.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air-Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, Atlanta: ASHRAE, 1993.
2. Y. A. Çengel y R. H. Turner, *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences*, Nueva York: McGraw-Hill, 2007.
3. Y. A. Çengel y M. A. Boles, *Thermodynamics—An Engineering Approach*, 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 2011.
4. Robert J. Ribando, *Heat Transfer Tools*, Nueva York: McGraw-Hill, 2002.

PROBLEMAS*

Termodinámica y transferencia de calor

1-1C ¿En qué difiere la ciencia de la transferencia de calor de la ciencia de la termodinámica?

1-2C ¿Cómo surgen las ecuaciones diferenciales en el estudio de un problema físico?

1-3C ¿Cuál es la fuerza impulsora para *a*) la transferencia de calor, *b*) el flujo de corriente eléctrica y *c*) el flujo de fluidos?

1-4C ¿Cuál es la teoría del calórico? ¿Cuándo y por qué se abandonó?

1-5C ¿En qué se diferencian los problemas de capacidad nominal de los de dimensionamiento?

1-6C ¿Cuál es la diferencia entre el enfoque analítico y el experimental de la transferencia de calor? Discuta las ventajas y las desventajas de cada uno de ellos.

1-7C ¿Cuál es la importancia de la elaboración de modelos en la ingeniería? ¿Cómo se preparan los modelos matemáticos para los procesos de ingeniería?

1-8C Cuando se hace un modelo de un proceso de ingeniería, ¿cómo se hace la selección correcta entre un modelo simple pero burdo y uno complejo pero exacto? ¿El modelo complejo es necesariamente una selección mejor porque es más exacto?

1-9C En un día caluroso de verano un estudiante enciende su ventilador cuando sale de su cuarto en la mañana. Cuando regrese en la tarde, ¿su cuarto estará más caluroso o más frío que los cuartos vecinos? ¿Por qué? Suponga que todas las puertas y ventanas se mantienen cerradas.

1-10C Considere dos cuartos idénticos, uno con un refrigerador en él y el otro no. Si se cierran todas las puertas y ventanas, ¿el cuarto que contiene el refrigerador estará más frío o más caliente que el otro? ¿Por qué?

1-11C ¿Qué es flujo de calor? ¿Cómo está relacionado con la razón de transferencia de calor?

1-12C ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de energía para un sistema cerrado? ¿Cómo se distingue la transferencia de calor de las otras formas de transferencia de energía?

1-13C ¿Cómo están relacionados entre sí el calor, la energía interna y la energía térmica?

1-14C Se calienta un gas ideal desde 50°C hasta 80°C *a*) a volumen constante, y *b*) a presión constante. ¿Para cuál de los dos casos piensa que la energía requerida será mayor? ¿Por qué?

1-15 Un elemento resistor cilíndrico en un tablero de circuito disipa 0.8 W de potencia. El resistor tiene 1.5 cm de largo y un diámetro de 0.4 cm. Suponiendo que el calor se va a transferir uniformemente desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que este resistor disipa durante un periodo de 24 horas, *b*) el flujo de calor, y *c*) la fracción de calor disipada desde las superficies inferior y superior.

1-16I Un chip lógico usado en una computadora disipa 3 W de potencia en un medio de 120°F y tiene un área superficial de transferencia de calor de 0.08 in^2. Suponiendo que la transferencia de calor desde la superficie es uniforme, determine *a*) la cantidad de calor que este chip disipa durante un día de trabajo de 8 horas, en kWh, y *b*) el flujo de calor sobre la superficie de él, en W/in^2.

1-17 Considere una casa con una superficie de piso de 200 m^2 y una altura promedio de 3 m, al nivel del mar, en donde la presión atmosférica estándar es 101.3 kPa. Inicialmente, la casa está a una temperatura uniforme de 10°C. Ahora, se enciende el calefactor eléctrico y funciona hasta que la temperatura del aire en la casa se eleva hasta un valor promedio de 22°C. Determine cuánto calor es absorbido por el aire, suponiendo que algo de éste se escapa a través de las grietas conforme el aire calentado en la casa se expande a presión constante. También determine el costo de este calor si el precio unitario de la electricidad en esa zona es de 0.075 dólar/kWh.

1-18 Se deja una plancha de 800 W sobre la tabla de planchar con su base expuesta al aire. Cerca de 85% del calor generado en la plancha se disipa a través de la base, cuya área superficial es de 150 cm^2, y el 15% restante a través de otras superficies. Suponiendo que la transferencia de calor desde la superficie es uniforme, determine *a*) la cantidad de calor que la plancha disipa durante un periodo de 2 horas, en kWh, *b*) el flujo de

* Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES se resuelven usando el EES, y las soluciones completas junto con los estudios paramétricos se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software de EES que acompaña a este texto.

calor sobre la superficie de la base de la plancha, en W/m^2, y *c*) el costo total de la energía eléctrica consumida durante este periodo de 2 horas. Tome el costo unitario de la electricidad como 0.07 dólar/kWh.

1-19 Un tablero de circuitos de 15 cm × 20 cm aloja sobre su superficie 120 chips lógicos con poco espacio entre ellos, cada uno disipando 0.12 W. Si la transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero es despreciable, determine *a*) la cantidad de calor que este tablero de circuito disipa durante un periodo de 10 horas, en kWh, y *b*) el flujo de calor sobre la superficie de ese tablero, en W/m^2.

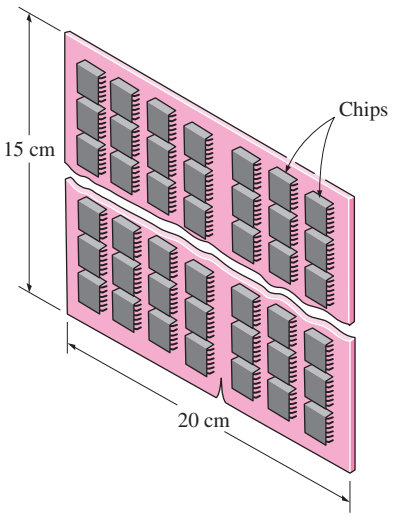


FIGURA P1-19

1-20 Se va a calentar una bola de aluminio de 15 cm de diámetro desde 80°C hasta una temperatura promedio de 200°C. Tomando la densidad y el calor específico promedios del aluminio en este rango de temperaturas como $\rho = 2\,700$ kg/m^3 y $c_p = 0.90$ kJ/kg · °C, determine la cantidad de energía que necesita ser transferida a la bola. *Respuesta:* 515 kJ

1-21 La infiltración de aire frío en una casa caliente durante el invierno a través de las rendijas alrededor de las puertas, ventanas y otras aberturas es una fuente importante de pérdida de energía, ya que ese aire frío que entra necesita ser calentado hasta la temperatura del cuarto. La infiltración se expresa a menudo en términos de los cambios de aire por hora (ACH por sus siglas en inglés). Un ACH de 2 indica que todo el aire de la casa se reemplaza dos veces cada hora por el aire frío del exterior.

Considere una casa calentada eléctricamente que tiene una superficie de piso de 150 m^2 y una altura promedio de 3 m a una elevación de 1 000 m, en donde la presión atmosférica estándar es 89.6 kPa. La casa se mantiene a una temperatura de 22°C y se estima que las pérdidas por infiltración equivalen a 0.7 ACH. Suponiendo que la presión y la temperatura en la casa permanecen constantes, determine la cantidad de pérdida de energía de ella, debido a la infiltración, para un día durante el cual la temperatura promedio en el exterior es de 5°C. Asimismo, determine el costo de esta pérdida de energía para ese día, si el costo unitario de la electricidad en esa zona es de 0.082 dólar/kWh.

Respuestas: 40.4 kWh/día, 3.31 dólares/día

1-22 Considere una lámpara incandescente de 150 W. El filamento de la lámpara tiene 5 cm de largo y el diámetro es de 0.5 mm. El diámetro del bulbo de vidrio de la lámpara es de 8 cm. Determine el flujo de calor, en W/m^2, *a*) sobre la superficie del filamento y *b*) sobre la superficie del bulbo de vidrio, y *c*) calcule cuánto costará por año mantener esa lámpara encendida durante 8 horas al día, todos los días, si el costo unitario de la electricidad es de 0.08 dólar/kWh.

Respuestas: a) 1.91 × 10^6 W/m^2, *b*) 7 500 W/m^2, *c*) 35.04 dólares/año

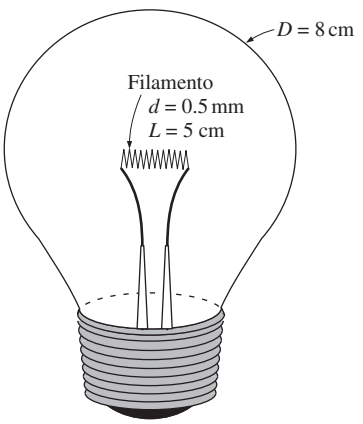


FIGURA P1-22

1-23 Se calienta agua en un tubo aislado de diámetro constante por medio de un calentador eléctrico de resistencia de 5 kW. Si el agua entra en el calentador de manera estacionaria a 15°C y sale a 60°C, determine el gasto masa de agua.

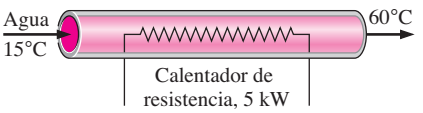


FIGURA P1-23

1-24 Un cuarto de 4 m × 5 m × 6 m se va a calentar por medio de un calefactor de resistencia instalado en la base de la pared. Se desea que este calefactor sea capaz de elevar la temperatura del aire en el cuarto de 7°C hasta 25°C en 15 minutos. Suponiendo que no existen pérdidas de calor y que la presión atmosférica es de 100 kPa, determine la potencia nominal requerida del calefactor. Suponga calores específicos constantes a la temperatura ambiente. *Respuesta:* 3.01 kW

1-25 Se va a calentar 1.2 kg de agua líquida con una temperatura inicial de 15°C a 95°C en una tetera equipada en su interior

con un elemento calefactor eléctrico de 1 200 W. La tetera pesa 0.5 kg y tiene un calor específico promedio de 0.7 kJ/kg · K. Si se asume que el calor específico del agua es de 4.18 kJ/kg · K y se desprecia cualquier pérdida de calor de la tetera, determine cuánto tardará el agua en alcanzar la temperatura deseada.

Respuesta: 6 min

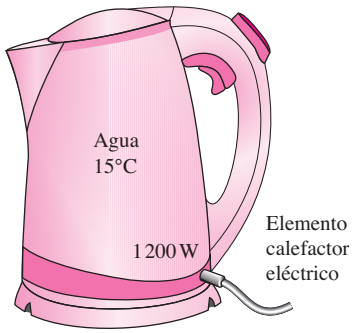


FIGURA P1-25

1-26 Un cuarto se calienta por medio de un calefactor de resistencia instalado en la base de la pared. Cuando las pérdidas de calor del cuarto en un día de invierno equivalen a 9 000 kJ/h, se observa que la temperatura del aire en el cuarto permanece constante aun cuando el calefactor opera de manera continua. Determine la potencia nominal del calefactor, en kW.

1-27 Se va a calentar un cuarto de 5 m × 6 m × 8 m por medio de un calefactor eléctrico de resistencia colocado en un ducto corto en el propio cuarto. Inicialmente, el cuarto está a 15°C y la presión atmosférica local es de 98 kPa. El cuarto está perdiendo calor de manera estacionaria hacia el exterior con una rapidez de 200 kJ/min. Un ventilador de 300 W hace circular el aire de manera estacionaria a través del ducto y del calefactor con un gasto promedio de masa de 50 kg/min. Se puede suponer que el ducto es adiabático y no hay fugas ni filtraciones de aire desde o hacia el cuarto. Si transcurren 18 minutos para que el aire del cuarto alcance una temperatura promedio de 25°C, encuentre *a*) la potencia nominal del calefactor eléctrico y *b*) el aumento en la temperatura que experimenta el aire cada vez que pasa a través del calefactor.

1-28 Una casa tiene un sistema eléctrico de calefacción que consta de un ventilador de 300 W y un elemento eléctrico de calentamiento de resistencia colocado en un ducto. El aire fluye de manera estacionaria a través del ducto a razón de 0.6 kg/s y experimenta un aumento en la temperatura de 5°C. Se estima que la razón de la pérdida de calor del aire en el ducto es de 250 W. Determine la potencia nominal del elemento de calentamiento.

1-29 Una secadora de cabello es básicamente un ducto en el cual se colocan unas cuantas capas de resistores eléctricos. Un ventilador pequeño tira del aire llevándolo hacia adentro y forzándolo a que fluya sobre los resistores, en donde se calienta. Entra aire en una secadora de cabello de 900 W, a 100 kPa y 25°C, y sale a 50°C. El área de la sección transversal de la secadora a la salida es de 60 cm^2. Despreciando la potencia consumida por el ventilador y las pérdidas de calor a través de las paredes de la secadora, determine *a*) el gasto volumétrico del aire a la entrada y *b*) la velocidad del aire a la salida.

Respuestas: a) 0.0303 m^3/s, *b*) 5.48 m/s

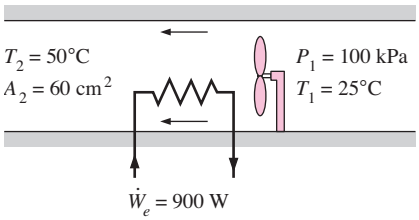


FIGURA P1-29

1-30 Los ductos de un sistema de calentamiento de aire pasan por un área no calentada. Como resultado de las pérdidas de calor, la temperatura del aire en el ducto cae 3°C. Si el gasto masa del aire es de 90 kg/min, determine la razón de la pérdida de calor del aire hacia el medio ambiente frío.

1-31I Entra aire en el ducto de un sistema de acondicionamiento a 15 psia y 50°F, con un gasto volumétrico de 450 ft^3/min. El diámetro del ducto es de 10 pulgadas y el calor se transfiere al aire de los alrededores a una razón de 2 Btu/s. Determine *a*) la velocidad del aire en la admisión del ducto y *b*) la temperatura de ese aire a la salida.

Respuestas: a) 825 ft/min, *b*) 64°F

1-32 Se va a acondicionar el aire de un salón de clases que normalmente contiene 50 personas, con unidades acondicionadoras del aire montadas en las ventanas con una capacidad de enfriamiento de 5 kW. Se supone que una persona en reposo disipa calor a una velocidad de 360 kJ/h. Se tienen 10 focos eléctricos en el cuarto, cada uno con una capacidad nominal de 100 W. Se estima que la razón de transferencia de calor hacia el salón a través de las paredes y las ventanas es de 12 000 kJ/h. Si el aire del cuarto se debe mantener a una temperatura constante de 21°C, determine el número de unidades como la mencionada que se requieren. *Respuesta:* dos unidades

Mecanismos de transferencia de calor

1-33C ¿Cuál es mejor conductor del calor: el diamante o la plata?

1-34C Defina la conductividad térmica y explique su significado en la transferencia de calor.

1-35C ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de calor? ¿Cómo se distinguen entre sí?

1-36C ¿Cuál es el mecanismo físico de conducción del calor en un sólido, un líquido y un gas?

1-37C Considere la transferencia de calor a través de una pared sin ventanas de una casa, en un día de invierno. Discuta los parámetros que afectan la razón de conducción del calor a través de la pared.

1-38C Escriba las expresiones para las leyes físicas que rigen cada modo de transferencia de calor e identifique las variables que intervienen en cada relación.

1-39C ¿En qué difiere la conducción de calor de la convección?

1-40C ¿Alguna energía del Sol llega a la Tierra por conducción o por convección?

1-41C ¿En qué difiere la convección forzada de la natural?

1-42C Defina emisividad y absortividad. ¿Cuál es la ley de Kirchhoff de la radiación?

1-43C ¿Qué es un cuerpo negro? ¿En qué difieren los cuerpos reales de los negros?

1-44C A juzgar por su unidad, W/m · °C, ¿podemos definir la conductividad térmica de un material como el flujo de calor a través del material por unidad de espesor por unidad de diferencia en la temperatura? Explique.

1-45C Considere la pérdida de calor a través de dos paredes de una casa en una noche de invierno. Las paredes son idénticas, excepto que una de ellas tiene una ventana de vidrio firmemente ajustada. ¿A través de cuál pared la casa perderá más calor? Explique.

1-46C Considere dos casas que son idénticas, excepto porque, en una de ellas, las paredes se construyen con ladrillos y, en la otra, con madera. Si las paredes de la casa de ladrillos tienen el doble de espesor, ¿cuál de las casas piensa usted que será más eficiente respecto al uso de la energía?

1-47C Considere dos paredes de una casa que son idénticas, excepto que una de ellas está construida de madera de 10 cm de espesor, en tanto que la otra está hecha de ladrillo de 25 cm de espesor. ¿A través de cuál de las dos paredes la casa perderá más calor en el invierno?

1-48C ¿Cómo varía la conductividad térmica de los gases y los líquidos con la temperatura?

1-49C ¿Por qué la conductividad térmica de los superaislamientos es de magnitud inferior que la correspondiente al aislamiento común?

1-50C ¿Por qué caracterizamos la capacidad de conducción del calor de los aisladores en términos de su conductividad térmica aparente en lugar de la conductividad térmica común?

1-51C Considere una aleación de dos metales cuyas conductividades térmicas son k_1 y k_2. ¿La conductividad térmica de la aleación será menor que k_1, mayor que k_2 o estará entre k_1 y k_2?

1-52 Las dos superficies de una placa de 2 cm de espesor se mantienen a 0°C y 80°C, respectivamente. Si se determina que el calor se transfiere a través de la placa a una razón de 500 W/m^2, determine su conductividad térmica.

1-53 Cuatro transistores de potencia, cada uno de ellos disipando 12 W, están montados sobre una placa vertical de aluminio delgado que tiene un tamaño de 22 cm × 22 cm. El calor generado por los transistores se va a disipar por las dos superficies de la placa hacia al aire circundante que está a 25°C, el cual se mueve sobre aquélla por medio de un ventilador. Se puede suponer que toda la placa es isotérmica y que se puede tomar el área superficial expuesta del transistor como igual al área de su base. Si el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es 25 W/m^2 · °C, determine la temperatura de la placa de aluminio. Descarte cualesquiera efectos de radiación.

1-54 En las centrales eléctricas son muy comunes las tuberías que transportan vapor sobrecalentado. Este vapor fluye a una razón de 0.3 kg/s dentro de una tubería con un diámetro de 5 cm y longitud de 10 m. La tubería está colocada en una central eléctrica a 20°C y tiene una temperatura superficial uniforme de 100°C. Si el descenso de temperatura entre la entrada y salida de la tubería es de 30°C, y el calor específico del vapor es de 2 190 J/kg · K, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie de la tubería y los alrededores.

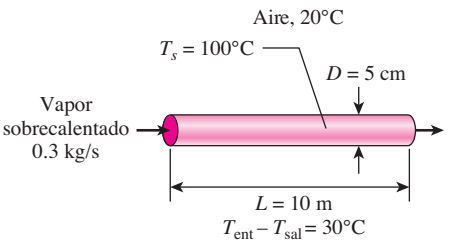


FIGURA P1-54

1-55 Una corriente eléctrica de 5 A que pasa por un resistor tiene un voltaje medido de 6 V a través del resistor. El resistor es un cilindro con 2.5 cm de diámetro y 15 cm de longitud. El resistor tiene una temperatura uniforme de 90°C y aire a temperatura ambiente de 20°C. Si se supone que la transferencia de calor por radiación es despreciable, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección.
Respuesta: 33.6 W/m^2 · K

1-56 Las superficies interior y exterior de un muro de ladrillos de 4 m × 7 m, con espesor de 30 cm y conductividad térmica de 0.69 W/m · K, se mantienen a las temperaturas de 26°C y 8°C, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor a través del muro, en W.

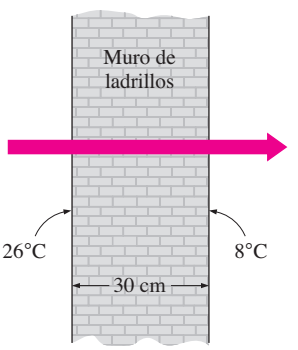


FIGURA P1-56

1-57 Durante el invierno las superficies interior y exterior de una ventana de vidrio de 0.5 cm de espesor y de 2 m × 2 m están a 10°C y 3°C, respectivamente. Si la conductividad térmica del vidrio es 0.78 W/m · °C, determine la cantidad de pérdida de calor, en kJ, a través de él durante un periodo de 5 horas. ¿Cuál sería su respuesta si el vidrio tuviera 1 cm de espesor?

Respuestas: 78.6 kJ, 39.3 kJ

1.58 Vuelva a considerar el problema 1-57. Usando el software EES (o cualquier otro semejante) trace la gráfica de la cantidad de pérdida de calor a través del vidrio en función del espesor del vidrio de la ventana, en el rango de 0.1 cm hasta 1.0 cm. Discuta los resultados.

1-59 Una cacerola de aluminio cuya conductividad térmica es 237 W/m · °C tiene un fondo plano con un diámetro de 15 cm y un espesor de 0.4 cm. Se transfiere calor de manera estacionaria a través del fondo, hasta hervir agua en la cacerola, con una razón de 1 400 W. Si la superficie interior del fondo de la cacerola está a 105°C, determine la temperatura de la superficie exterior de ella.

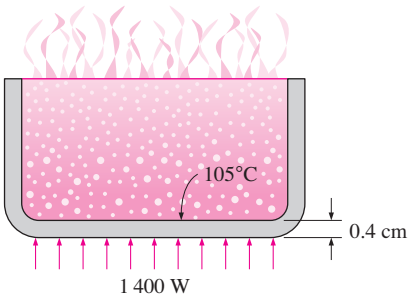


FIGURA P1-59

1-60I El muro norte de una casa calentada eléctricamente tiene 20 ft de largo, 10 ft de alto y 1 ft de espesor y está hecha de ladrillo cuya conductividad térmica es $k = 0.42$ Btu/lb · ft · °F. En cierta noche de invierno se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior y resultan ser de alrededor de 62°F y 25°F, respectivamente, durante un periodo de 8 horas. Determine *a*) la razón de la pérdida de calor a través del muro en la noche, y *b*) el costo de esa pérdida de calor para el propietario de la casa, si el costo de la electricidad es 0.07 dólar/kWh.

1-61 En cierto experimento se usan muestras cilíndricas con un diámetro de 4 cm y una longitud de 7 cm (véase la figura 1-32). Los dos termopares en cada una de las muestras se colocan con 3 cm de separación. Al término de los procesos de los transitorios iniciales, se observa que el calentador eléctrico consume 0.6 A a 110 V y los dos termómetros diferenciales dan como lectura una diferencia de temperatura de 8°C. Determine la conductividad térmica de la muestra. *Respuesta:* 98.5 W/m · °C

1-62 Una manera de medir la conductividad térmica de un material es colocar como en un emparedado un calentador eléctrico de lámina térmica entre dos muestras rectangulares idénticas de ese material y aislar profusamente los cuatro bordes exteriores, como se muestra en la figura. Los termopares sujetos a las superficies interiores y exteriores de las muestras registran las temperaturas.

Durante un experimento se usan dos muestras de 0.5 cm de espesor con un tamaño de 10 cm × 10 cm. Cuando se alcanza la operación de estado estacionario, se observa que el calentador consume 25 W de potencia eléctrica y se observa que la temperatura de cada una de las muestras cae de 82°C en la superficie interior a 74°C en la exterior. Determine la conductividad térmica del material a la temperatura promedio.

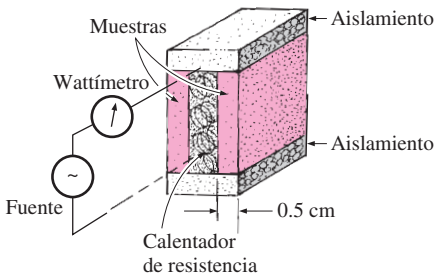


FIGURA P1-62

1-63 Repita el problema 1-62 para un consumo de potencia eléctrica de 20 W.

1-64 Un medidor de flujo de calor sujeto a la superficie interior de la puerta de un refrigerador que tiene 3 cm de espesor indica que se tiene un flujo de 32 W/m^2 a través de esa puerta. Asimismo, se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior de la puerta y resultan ser 7°C y 15°C, respectivamente. Determine la conductividad térmica promedio de la puerta del refrigerador. *Respuesta:* 0.120 W/m · °C

1-65 Considere una persona que se encuentra parada en un cuarto que se mantiene a 20°C en todo momento. Se observa que las superficies de las paredes, pisos y techo de la casa están a una temperatura promedio de 12°C en el invierno y 23°C en el verano. Determine las razones de la transferencia de calor entre esta persona y las superficies circundantes, tanto en el verano como en el invierno, si el área superficial expuesta, la emisividad y la temperatura promedio de la superficie exterior de esa persona son 1.6 m^2, 0.95 y 32°C, respectivamente.

1-66 Vuelva a considerar el problema 1-65. Usando el software EES (u otro equivalente) trace la gráfica de la transferencia de calor por radiación en el invierno en función de la temperatura de la superficie interior del cuarto en el rango de 8°C hasta 18°C. Discuta los resultados.

1-67 Para los fines de la transferencia de calor, un hombre de pie se puede considerar como si fuera un cilindro vertical de 30 cm de diámetro y 170 cm de longitud, con las superficies superior e inferior aisladas y con la superficie lateral a una temperatura promedio de 34°C. Para un coeficiente de transferencia de calor por convección de 8 W/m^2 · °C, determine la razón de la pérdida de calor de este hombre, por convección, en un medio ambiente a 18°C. *Respuesta:* 205 W

1-68 Se sopla aire caliente a 80°C sobre una superficie plana de 2 m × 4 m que está a 30°C. Si el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es 55 W/m^2 · °C, determine la razón de transferencia de calor del aire a la placa, en kW.

Respuesta: 22 kW

1-69 Vuelva a considerar el problema 1-68. Usando el software EES (u otro equivalente) trace la gráfica de la transferencia de calor en función del coeficiente de transferencia, en el rango de 20 W/m^2 · °C hasta 100 W/m^2 · °C. Discuta los resultados.

1-70 La superficie exterior de una nave en el espacio tiene una emisividad de 0.8 y una absortividad solar de 0.3. Si la radiación solar incide sobre la nave espacial a razón de 950 W/m^2, determine la temperatura superficial de esta última cuando la radiación emitida es igual a la energía solar absorbida.

1-71 El calor generado en la circuitería sobre la superficie de un chip de silicio (k = 130 W/m · °C) se conduce hasta el sustrato de cerámica al cual está sujeto. El chip tiene un tamaño de 6 mm × 6 mm y un espesor de 0.5 mm y disipa 5 W de potencia. Descartando cualesquiera transferencia de calor a través de las superficies laterales de 0.5 mm de altura, determine la diferencia de temperatura entre las superficies del frente y posterior del chip operando en estado estacionario.

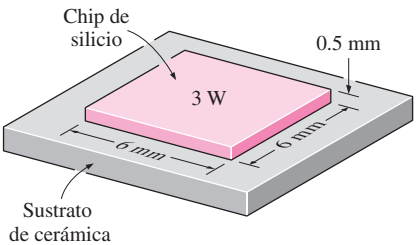


FIGURA P1-71

1-72 Un calentador de 800 W y 40 cm de largo a base de resistencia eléctrica, con diámetro de 0.5 cm y temperatura superficial de 120°C, está inmerso en 75 kg de agua cuya temperatura inicial es de 20°C. Determine cuánto tiempo tomará a este calentador elevar la temperatura del agua a 80°C. Asimismo, determine los coeficientes de transferencia de calor por convección al principio y al final del proceso de calentamiento.

1-73 Un tubo de agua caliente con un diámetro exterior de 5 cm y de 10 m de largo, a 80°C, está perdiendo calor hacia el aire circundante, a 5°C, por convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 · °C. Determine la razón de la pérdida de calor del tubo por convección natural, en W. *Respuesta:* 2 945 W

1-74 Un recipiente esférico hueco de hierro con un diámetro exterior de 20 cm y un espesor de 0.2 cm se llena con agua con hielo a 0°C. Si la temperatura de la superficie exterior es de 5°C, determine la razón aproximada de la pérdida de calor desde la esfera, en kW, y la razón a la cual el hielo se funde en el recipiente. El calor de fusión del agua es 333.7 kJ/kg.

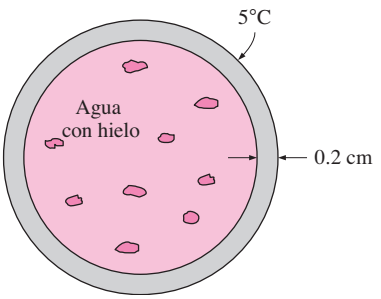


FIGURA P1-74

1-75 Vuelva a considerar el problema 1-74. Usando el software EES (u otro equivalente) trace la gráfica de la rapidez a la cual el hielo se funde en función del espesor del recipiente, en el rango de 0.1 cm hasta 1.0 cm. Discuta los resultados.

1-76I Los vidrios interior y exterior de una ventana de hoja doble de 4 ft × 4 ft están a 60°F y 48°F, respectivamente. Si el espacio de 0.25 in entre los dos vidrios está lleno con aire en reposo, determine la razón de transferencia de calor a través de la ventana. *Respuesta:* 131 Btu/h

1-77 Un transistor con una altura de 0.4 cm y un diámetro de 0.6 cm está montado sobre un tablero de circuito. El transistor se enfría por aire que fluye sobre él con un coeficiente promedio de transferencia de calor de 30 W/m^2 · °C. Si la temperatura del aire es de 55°C y la temperatura de la caja del transistor no debe ser mayor de 70°C, determine la cantidad de potencia que este transistor puede disipar con seguridad. Descarte toda transferencia de calor desde la base del transistor.

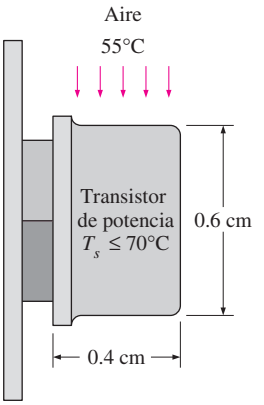


FIGURA P1-77

1-78 Vuelva a considerar el problema 1-77. Usando el software EES (u otro equivalente), trace la gráfica de la cantidad de potencia que el transistor puede disipar con seguridad, en función de la temperatura máxima de la caja, en el rango de 60°C hasta 90°C. Discuta los resultados.

1-79I Una sección de 300 ft de largo de un tubo de vapor de agua cuyo diámetro exterior es de 4 pulgadas pasa por un espacio abierto que está a 50°F. La temperatura promedio de la superficie exterior del tubo se mide como igual a 280°F y se determina que el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre esa superficie es 6 Btu/h · ft^2 · °F. Determine *a*) la razón de la pérdida de calor del tubo de vapor, y *b*) el costo anual de esta pérdida de energía si el vapor de agua se genera en un hogar de gas natural que tiene una eficiencia de 86% y el precio de este gas es de 1.10 dólar/therm (1 therm = 100 000 Btu).

Respuestas: a) 433 500 Btu/h, *b*) 48 576 dólares/año

1-80 La temperatura de ebullición del nitrógeno a la presión atmosférica al nivel del mar (1 atm) es −196°C. Por lo tanto, es común usar el nitrógeno en estudios científicos a baja temperatura ya que el nitrógeno líquido en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a −196°C hasta que se agote. Cualquier transferencia de calor al tanque conducirá a la evaporación de algo del nitrógeno líquido, el cual tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3 a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 4 m de diámetro inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y −196°C. El tanque está expuesto a un aire ambiente a 20°C con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 · °C. Se observa que la temperatura del tanque esférico de pared delgada es aproximadamente igual a la del nitrógeno que se encuentra en su interior. Descartando cualquier intercambio de calor por radiación, determine la rapidez de evaporación del nitrógeno líquido en el tanque, como resultado de la transferencia de calor del aire ambiente.

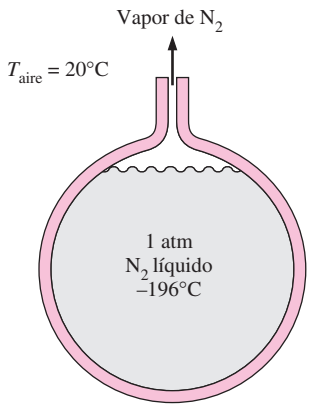


FIGURA P1-80

1-81 Repita el problema 1-80 para el oxígeno líquido, el cual tiene una temperatura de ebullición de −183°C, un calor de vaporización de 213 kJ/kg y una densidad de 1 140 kg/m^3 a una presión de 1 atm.

1-82 Vuelva a considerar el problema 1-80. Usando el software EES (u otro equivalente) trace la gráfica de la rapidez de evaporación del nitrógeno líquido en función de la temperatura del aire ambiente, en el rango de 0°C hasta 35°C. Discuta los resultados.

1-83 Considere una persona cuya área superficial expuesta es de 1.7 m^2, su emisividad es 0.5 y su temperatura superficial es de 32°C. Determine la razón de la pérdida de calor por radiación de esa persona en un cuarto grande que tiene paredes a una temperatura de *a*) 300 K y *b*) 280 K.

Respuestas: a) 26.7 W, *b)* 121 W

1-84 Un tablero de circuito de 0.3 cm de espesor, 12 cm de alto y 18 cm de largo aloja 80 chips lógicos, con poco espacio entre ellos, en uno de sus lados, disipando cada uno 0.06 W. El tablero está impregnado con empaste de cobre y tiene una conductividad térmica efectiva de 16 W/m · °C. Todo el calor generado en los chips es conducido a través del tablero de circuito y se disipa desde el lado posterior de éste hacia el aire ambiente. Determine la diferencia de temperatura entre los dos lados del tablero. *Respuesta:* 0.042°C

1-85 Considere una caja electrónica sellada de 20 cm de alto, cuyas dimensiones de la base son 50 cm × 50 cm, colocada en una cámara al vacío. La emisividad de la superficie exterior de la caja es 0.95. Si los componentes electrónicos que están en la caja disipan un total de 120 W de potencia y la temperatura de la superficie exterior de ella no debe de sobrepasar 55°C, determine la temperatura a la cual deben mantenerse las superficies circundantes si esta caja se va a enfriar sólo por radiación. Suponga que la transferencia de calor desde la superficie inferior de la caja hacia el pedestal es despreciable.

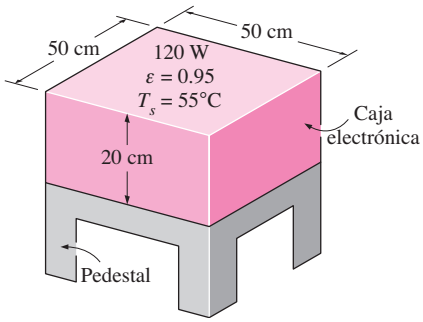


FIGURA P1-85

1-86I Usando los factores de conversión entre W y Btu/h, m y ft y K y R, exprese la constante de Stefan-Boltzmann ρ = 5.67 × 10^{-8} W/m^2 · K^4 en la unidad inglesa Btu/h · ft^2 · R^4.

1-87I Un ingeniero que está trabajando sobre el análisis de transferencia de calor de una casa, en unidades inglesas, necesita el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior de la casa. Pero el único valor que puede encontrar en sus manuales es 22 W/m^2 · °C, el cual está en unidades SI. El ingeniero no tiene un factor directo de conversión entre los dos sistemas de unidades para el coeficiente de transferencia de calor por convección. Usando los factores de conversión entre W y Btu/h, m y ft y °C y °F, exprese el coeficiente dado en Btu/h · ft^2 · °F. *Respuesta:* 3.87 Btu/h · ft^2 · °F

1-88 El agua a 0°C libera 333.7 kJ/kg de calor conforme se convierte en hielo (ρ = 920 kg/m^3) a 0°C. Un avión que vuela en condiciones de congelación mantiene un coeficiente de transferencia de calor de 150 W/m^2 · °C entre el aire y las superficies de las alas. ¿Cuál es la temperatura a que deben mantenerse las alas para impedir que se forme hielo sobre ellas durante las condiciones de congelación a una tasa de 1 mm/min o menos?

1-89 Un cable eléctrico de 2.1 m de largo y 0.2 cm de diámetro es extendido a través de una habitación que se mantiene a 20°C. En el cable se genera calor como resultado de la disipación de la energía eléctrica; al medirse la temperatura de la superficie del cable, resulta ser de 180°C en condiciones de operación estacionaria. Asimismo, al medirse el voltaje y la corriente eléctrica en el cable, resultan ser de 110 V y 3 A, respectivamente. Si se ignora cualquier transferencia de calor por radiación, determine el coeficiente de transferencia de calor

por convección para la transferencia entre la superficie externa del cable y el aire de la habitación.

Respuesta: 156 W/m^2 · °C

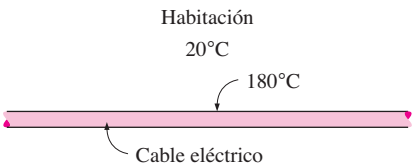


FIGURA P1-89

1-90 Vuelva a considerar el problema 1-89. Usando el software EES (u otro equivalente) trace la gráfica del coeficiente de transferencia de calor por convección en función de la temperatura de la superficie del alambre, en el rango de 100°C a 300°C. Discuta los resultados.

Mecanismos simultáneos de transferencia de calor

1-91C ¿Pueden ocurrir simultáneamente los tres modos de transferencia de calor (en paralelo) en un medio?

1-92C ¿Puede un medio comprender *a*) conducción y convección, *b*) conducción y radiación, o *c*) convección y radiación simultáneamente? Dé ejemplos para las respuestas que sean "sí".

1-93C La temperatura profunda del organismo humano de una persona sana permanece constante a 37°C mientras que la temperatura y la humedad del medio cambian con el tiempo. Discuta los mecanismos de transferencia de calor entre el cuerpo humano y el medio tanto en verano como en invierno y explique cómo una persona puede mantenerse más fría en verano y más caliente en invierno.

1-94C A menudo encendemos el ventilador en verano para que ayude a enfriarnos. Explique de qué manera un ventilador hace sentirnos más fríos en el verano. Asimismo, explique por qué algunas personas usan ventiladores en el techo también en el invierno.

1-95 Considere una persona parada en un cuarto a 18°C. Determine la razón total de transferencia de calor desde esta persona, si el área superficial expuesta y la temperatura de la piel de ella son 1.7 m^2 y 32°C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 5 W/m^2 · °C. Tome la emisividad de la piel y la ropa como 0.9 y suponga que la temperatura de las superficies interiores del cuarto es igual a la temperatura del aire. *Respuesta:* 248 W

1-96 Considere la transferencia de calor en estado estacionario entre dos placas paralelas a las temperaturas constantes de T_1 = 290 K y T_2 = 150 K y con una separación L = 2 cm. Suponiendo que las superficies son negras (emisividad ε = 1), determine la razón de la transferencia de calor entre las placas por unidad de área superficial, suponiendo que el espacio entre las placas está *a*) lleno con aire atmosférico, *b*) al vacío, *c*) lleno con aislamiento de fibra de vidrio y *d*) lleno con superaislamiento que tiene una conductividad térmica aparente de 0.00015 W/m · °C.

1-97 En el verano, las superficies interna y externa de una pared de 25 cm de espesor se encuentran a 27°C y 44°C, respectivamente. La superficie exterior intercambia calor por radiación con las superficies que la rodean a 40°C, y por convección con el aire del ambiente, también a 40°C, con un coeficiente de transferencia de 8 W/m^2 · °C. La radiación solar incide sobre la superficie a razón de 150 W/m^2. Si tanto la emisividad como la capacidad de absorción de la superficie exterior son de 0.8, determine la conductividad térmica efectiva de la pared.

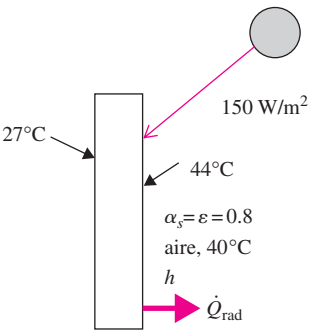


FIGURA P1-97

1-98I Una esfera de 2 pulgadas de diámetro, cuya superficie se mantiene a una temperatura de 170°F, está suspendida en medio de un cuarto que está a 70°F. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es 15 Btu/h · ft^2 · °F y la emisividad de la superficie es 0.8, determine la razón total de transferencia de calor desde la esfera.

1-99 Se deja una plancha de 800 W sobre una tabla de planchar con su base expuesta al aire a 20°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie de la base y el aire circundante es 35 W/m^2 · °C. Si la base tiene una emisividad de 0.6 y un área superficial de 0.02 m^2, determine la temperatura de la base de la plancha.

Respuesta: 601°C

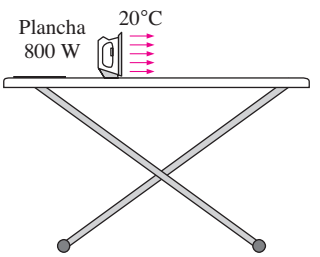


FIGURA P1-99

1-100 Se usa un tanque esférico con diámetro interior de 3 m, hecho de acero inoxidable de 1 cm de espesor, para almacenar agua con hielo a 0°C. El tanque está ubicado en el exterior en donde la temperatura es de 25°C. Suponiendo que todo el tanque de acero está a 0°C y, por lo tanto, la resistencia térmica del mismo es despreciable, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 horas. El calor de fusión del hielo a la presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg. La emisividad de la superficie exterior del tanque es 0.75 y el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior se puede tomar como 30 W/m^2 · °C. Suponga que la temperatura promedio de la superficie circundante para el intercambio de radiación es 15°C.

Respuesta: a) 23.1 kW, *b*) 5 980 kg

1-101 El techo de una casa consta de una losa de concreto (k = 2 W/m · °C) de 15 cm de espesor, la cual tiene 15 m de ancho y 20 m de largo. La emisividad de la superficie exterior del techo es 0.9 y se estima que el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre esa superficie es 15 W/m^2 · °C. La superficie interior del techo se mantiene a 15°C. En una noche clara de invierno, se informa que el aire ambiente está a 10°C, en tanto que la temperatura nocturna del cielo para la transferencia de calor por radiación es de 255 K. Considerando tanto la transferencia de calor por radiación como por convección, determine la temperatura de la superficie exterior y la razón de la transferencia de calor a través del techo.

Si la casa se calienta por un hogar en el que se quema gas natural con una eficiencia de 85% y el costo unitario del gas natural es de 1.20 dólares/therm (1 therm = 105 500 kJ de contenido de energía), determine el dinero perdido a través del techo esa noche, durante un periodo de 14 horas.

1-102I Considere un colector solar de placa plana colocado horizontalmente sobre el techo plano de una casa. El colector tiene 5 ft de ancho y 15 ft de largo, y la temperatura promedio de la superficie expuesta del colector es 100°F. La emisividad de esa superficie expuesta es 0.9. Determine la razón de la pérdida de calor del colector por convección y radiación durante un día calmado, cuando la temperatura ambiente del aire es de 70°F y la temperatura efectiva del cielo para el intercambio de radiación es de 50°F. Tome el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie expuesta como 2.5 Btu/h · ft^2 · °F.

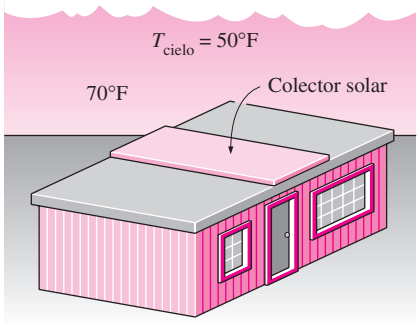


FIGURA P1-102I

1-103 Una hoja de acero inoxidable AISI 304 se someterá a un proceso de endurecimiento dentro de un horno eléctrico. El aire ambiental dentro del horno tiene una temperatura de 600°C, mientras que las superficies circundantes del horno están a una temperatura uniforme de 750°C. Si la emisividad de la hoja de acero inoxidable es de 0.40 y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es de 10 W/m^2 · K, determine la temperatura de la hoja de acero inoxidable.

Respuesta: 736°C

1-104 El tratamiento térmico es común en el procesamiento de materiales semiconductores. Una oblea de silicio con un diámetro de 200 mm y un espesor de 725 μm se calienta en una cámara de vacío mediante un calefactor infrarrojo. Las paredes circundantes de la cámara tienen una temperatura uniforme de 310 K. El calefactor infrarrojo emite un flujo de radiación incidente de 200 kW/m^2 sobre la superficie de la oblea, cuya emisividad y absortividad son de 0.70. La temperatura de la superficie inferior de la oblea marcada por un pirómetro es de 1 000 K. Si se asume que no hay intercambio de radiación entre la superficie inferior de la oblea y los alrededores, determine la temperatura de la superficie superior de la oblea. (*Nota*: Un *pirómetro* es un dispositivo que mide e intercepta la radiación térmica sin necesidad de entrar en contacto con la superficie. Se puede utilizar para determinar la temperatura de la superficie del objeto.)

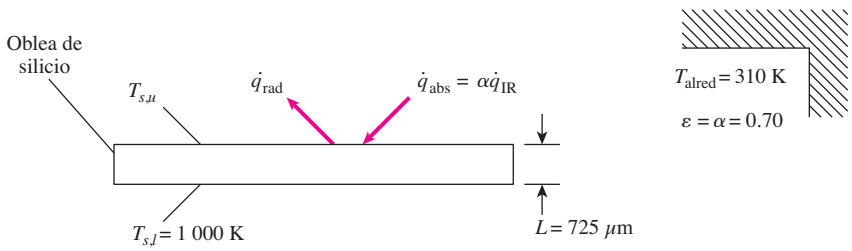


FIGURA P1-104

Técnica de resolución de problemas y EES

1-105C ¿Cuál es la utilidad de los paquetes de software para ingeniería en *a*) la educación en ingeniería y *b*) la práctica de la ingeniería?

1-106 Determine una raíz real positiva de la ecuación siguiente, usando EES:

$$3.5x^3 - 10x^{0.5} - 3x = -4$$

1-107 Resuelva el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, usando EES:

$$x^3 - y^2 = 10.5$$
$$3xy + y = 4.6$$

1-108 Resuelva el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, usando EES:

$$2x - y + z = 5$$
$$3x^2 + 2y = z + 2$$
$$xy + 2z = 8$$

1-109 Resuelva el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, usando EES:

$$x^2y - z = 1.5$$
$$x - 3y^{0.5} + xz = -2$$
$$x + y - z = 4.2$$

1-110 Mediante la tabla de parámetros y las funciones graficadoras de EES, determine los cuadrados del número del 1 al 100 en incrementos de 10; muestre los resultados en forma tabular y gráfica.

Tema de interés especial: Comodidad térmica

1-111C ¿Qué es metabolismo? ¿Cuál es el valor de la razón metabólica para un hombre promedio? ¿Por qué estamos interesados en el índice metabólico de los ocupantes de un edificio cuando tratamos con la calefacción y el acondicionamiento del aire?

1-112C ¿Por qué, en general, la razón metabólica de las mujeres es menor que la de los hombres? ¿Cuál es el efecto de la ropa sobre la temperatura ambiental que se siente cómoda?

1-113C ¿Qué es radiación térmica asimétrica? ¿Cómo causa incomodidad térmica en los ocupantes de un cuarto?

1-114C ¿Cómo *a*) la corriente de aire y *b*) las superficies frías del piso causan incomodidad en los ocupantes de un cuarto?

1-115C ¿Qué es estratificación? ¿Es probable que ocurra en lugares con techos bajos o altos? ¿Cómo causa incomodidad térmica en los ocupantes de un cuarto? ¿Cómo puede evitarse la estratificación?

1-116C ¿Por qué es necesario ventilar los edificios? ¿Cuál es el efecto de la ventilación sobre el consumo de energía para la calefacción en el invierno y para el enfriamiento en el verano? ¿Es buena idea mantener encendidos los ventiladores de los cuartos de baño todo el tiempo? Explique.

1-117 Considere una casa en Atlanta, Georgia, que se mantiene a 22°C y tiene un total de 20 m^2 de área de ventanas. Éstas son del tipo de doble puerta con marcos de madera y espaciadores metálicos, y tienen un factor U de 2.5 W/m^2 · °C (vea el problema 1-126 para definir el factor U). En invierno, la temperatura promedio de Atlanta es de 11.3°C. Determine la rapidez promedio de pérdida de calor a través de las ventanas, en esa época del año.

1-118 Se usa un alambre de resistencia eléctrica de 70 cm de largo y 2 mm de diámetro, sumergido en agua, para determinar en forma experimental el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición en agua a 1 atm. Se mide la temperatura del alambre y es de 120°C, cuando un wattímetro indica que la potencia eléctrica consumida es de 4.1 kW. Determine el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición, aplicando la ley de Newton del enfriamiento.

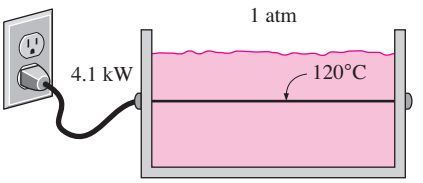


FIGURA P1-118

Problemas de repaso

1-119 Una máquina para soldar eléctrica tiene un electrodo cilíndrico de un diámetro de 2.5 mm y una longitud de 20 mm. Con el tiempo y el uso el electrodo se ha oxidado y tiene una emisividad de 0.80. Si se asume que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección sobre el electrodo de la máquina de soldar es de 25 W/m^2 · K, y la temperatura del aire circundante es de 20°C, determine la energía requerida para mantener el electrodo a 400°C.

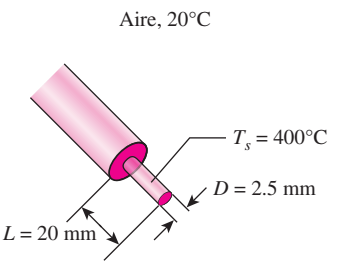


FIGURA P1-119

1-120 Se sabe bien que el viento hace que el aire frío se sienta mucho más frío como resultado del efecto de e*nfriamiento por el viento*, que se debe al aumento en el coeficiente de transferencia de calor por convección junto con el aumento en la velocidad del aire. El efecto de enfriamiento por el viento suele expresarse en términos de *factor de enfriamiento por el viento*, el cual es la diferencia entre la temperatura real del aire y la temperatura equivalente del aire en calma. Por ejemplo, un factor de enfriamiento por el viento de 0°C, para una temperatura real del aire de 5°C, significa que el aire ventoso a 5°C se siente tan frío como el aire en calma a −15°C. En otras palabras, una persona desprenderá tanto calor hacia el aire a 5°C, con un factor de enfriamiento por el viento de 20°C, como el que perdería en aire en calma a −15°C.

Para los fines de la transferencia de calor, un hombre de pie se puede modelar como un cilindro vertical de 30 cm de diámetro y 170 cm de largo, con las superficies tanto de arriba como de abajo aisladas y con la superficie lateral a una temperatura promedio de 34°C. Para un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m^2 · °C, determine la rapidez de la pérdida de calor de este hombre, por convección, en aire en calma a 20°C. ¿Cuál sería su respuesta si el coeficiente de transferencia de calor por convección se incrementara hasta 30 W/m^2 · °C como resultado de los vientos? ¿Cuál es el factor de enfriamiento por el viento en este caso?

Respuestas: 336 W, 672 W, 6°C

1-121 Una placa metálica delgada tiene aislada la parte posterior y la superficie del frente expuesta a la radiación solar. La superficie expuesta de la placa tiene una absortividad de 0.7 para la radiación solar. Si la radiación solar incide sobre la placa a razón de 550 W/m^2 y la temperatura del aire circundante es de 10°C, determine la temperatura superficial de la placa cuando la pérdida de calor por convección es igual a la energía solar absorbida por dicha placa. Tome el coeficiente de transferencia de calor por convección como 25 W/m^2 · °C y descarte cualquier pérdida de calor por radiación.

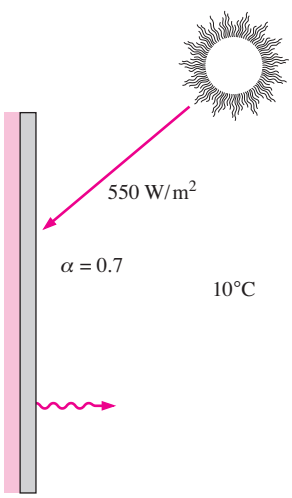


FIGURA P1-121

1-122 Se va a calentar un cuarto de 4 m × 5 m × 6 m por medio de una tonelada (1 000 kg) de agua líquida contenida en un tanque colocado en el propio cuarto. Éste está perdiendo calor hacia el exterior con una razón promedio de 10 000 kJ/h. El cuarto está inicialmente a 20°C y 100 kPa, y se mantiene a una temperatura promedio de 20°C en todo momento. Si el agua caliente va a satisfacer las necesidades de calentamiento de este cuarto durante un periodo de 24 horas, determine la temperatura mínima de esa agua cuando se lleva al inicio del proceso a dicho cuarto. Suponga calores específicos constantes tanto para el aire como para el agua a la temperatura ambiente.

Respuesta: 77.4°C

1-123 Considere un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m cuyas superficies superior y laterales se aproximan mucho a las superficies negras a una temperatura de 1 200 K. La superficie de la base tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.4$ y se mantiene a 800 K. Determine la rapidez neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie de la base desde las superficies superior y laterales. *Respuesta*: 340 W

1-124 Se van a calentar válvulas para motores (c_p = 440 J/kg · °C y ρ = 7 840 kg/m^3) desde 40°C hasta 800°C en 5 minutos, en la sección de tratamientos térmicos de una instalación de fabricación de válvulas. Las válvulas tienen un vástago cilíndrico con un diámetro de 8 mm y una longitud de 10 cm. Se puede suponer que la cabeza y el vástago de la válvula tienen un área superficial igual, con una masa total de 0.0788 kg. Para una sola válvula, determine *a*) la cantidad de transferencia de calor, *b*) la razón promedio de transferencia de calor y *c*) el flujo promedio de calor, *d*) el número de válvulas que se pueden tratar térmicamente por día si la sección de calentamiento puede contener 25 válvulas y se usa 10 horas al día.

1-125 Considere un colector solar de placa plana colocado en el techo de una casa. Se miden las temperaturas en las superficies interior y exterior de la cubierta de vidrio y resultan 28°C y 25°C, respectivamente. La cubierta de vidrio tiene un área superficial de 2.5 m^2, un espesor de 0.6 cm y una conductividad térmica de 0.7 W/m · °C. El calor se pierde desde la superficie exterior de la cubierta por convección y radiación, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · °C y a una temperatura ambiente de 15°C. Determine la fracción de calor perdido desde la cubierta de vidrio por radiación.

1-126 La razón de pérdida de calor a través de una unidad de área superficial de una ventana por unidad de diferencia en la

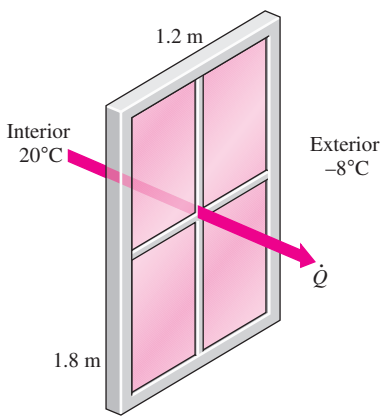


FIGURA P1-126

temperatura entre el interior y el exterior se llama factor U. El valor del factor U va desde 1.25 W/m^2 · °C (o sea, 0.22 Btu/h · ft^2 · °F), para ventanas de cuatro hojas, llenas con argón, con revestimiento de baja emisividad (low-e), hasta 6.25 W/m^2 · °C (o sea, 1.1 Btu/h · ft^2 · °F), para una ventana de una sola hoja, con marcos de aluminio. Determine el rango para la razón de pérdida de calor a través de una ventana de 1.2 m × 1.8 m de una casa que se mantiene a 20°C cuando la temperatura del aire exterior es de −8°C.

1-127 Vuelva a considerar el problema 1-126. Usando el software EES (u otro semejante) trace la gráfica de la razón de pérdida de calor a través de la ventana en función del factor U. Discuta los resultados.

1-128 Un calefactor eléctrico con área superficial total de 0.25 m^2 y una emisividad de 0.75 está en un cuarto en donde el aire tiene una temperatura de 20°C y las paredes se encuentran a 10°C. Cuando el calefactor consume 500 W de potencia eléctrica, su superficie tiene una temperatura estacionaria de 120°C. Determine la temperatura de la superficie del calefactor cuando consume 700 W. Resuelva el problema *a*) si se supone radiación despreciable y *b*) si se toma en consideración la radiación. Con base en sus resultados, haga un comentario acerca de la suposición establecida en el inciso *a*).

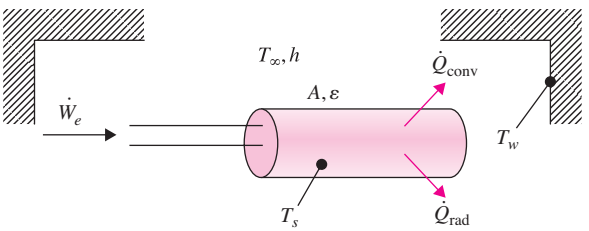


FIGURA P1-128

1-129 Una pista de patinaje sobre hielo está ubicada en un edificio en donde el aire está a T_{aire} = 20°C y las paredes, a T_w = 25°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre el hielo y el aire circundante es h = 10 W/m^2 · K. La emisividad del hielo es ε = 0.95. El calor latente de fusión del hielo es h_{if} = 333.7 kJ/kg y su densidad, de 920 kg/m^3. *a*) Calcule la carga necesaria de refrigeración del sistema para mantener el hielo a T_s = 0°C, para una pista de 12 m × 40 m. *b*) ¿Cuánto tardaría en fundirse ε = 3 mm de hielo de la superficie de la pista si no se proporciona enfriamiento y el lado inferior del hielo se considera aislado?

1-130 Un bloque de motor con un área superficial de 0.95 m^2 genera una potencia neta de salida de 50 kW y tiene una eficiencia de 35%. El bloque de motor opera dentro de un compartimiento a 157°C y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es de 50 W/m^2 · K. Si la convección es el único mecanismo de transferencia de calor, determine la temperatura superficial del bloque de motor.

Respuesta: 841°C

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

1-131 ¿Cuál de las ecuaciones siguientes se utiliza para determinar el flujo de calor por conducción?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k\,\text{grad}\,T$ *c*) $h(T_2-T_1)$ *d*) $\varepsilon\sigma T^4$
e) Ninguna de ellas.

1-132 ¿Cuál de las ecuaciones siguientes se utiliza para determinar el flujo de calor por convección?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k\,\text{grad}\,T$ *c*) $h(T_2-T_1)$ *d*) $\varepsilon\sigma T^4$
e) Ninguna de ellas.

1-133 ¿Cuál de las ecuaciones siguientes se utiliza para determinar el flujo de calor emitido por radiación térmica desde una superficie?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k\,\text{grad}\,T$ *c*) $h(T_2-T_1)$ *d*) $\varepsilon\sigma T^4$
e) Ninguna de ellas.

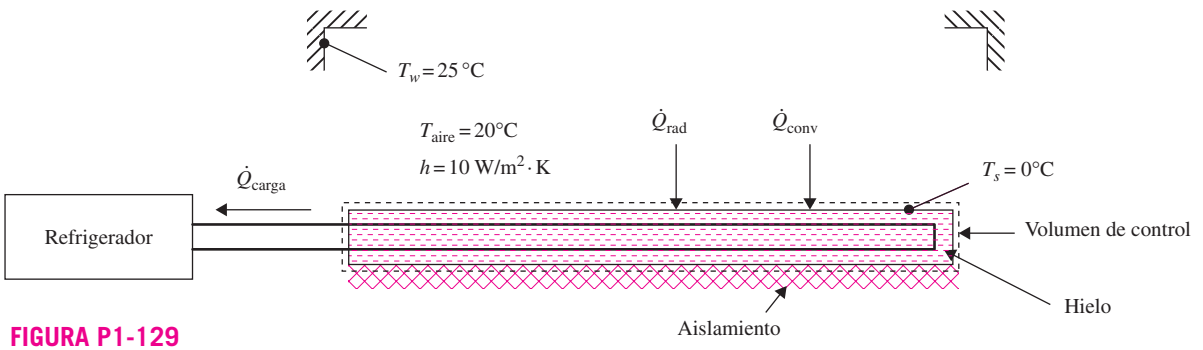


FIGURA P1-129

1-134 Considere dos materiales diferentes, *A* y *B*. La razón de las conductividades térmicas es $k_A/k_B = 13$, la razón de las densidades es $\rho_A/\rho_B = 0.045$ y la razón de los calores específicos es $c_{p,A}/c_{p,B} = 16.9$. ¿Cuál es la razón de las difusividades térmicas α_A/α_B?

a) 4 882 *b*) 17.1 *c*) 0.06 *d*) 0.1 *e*) 0.03

1-135 En una habitación se enciende un calentador eléctrico de 1 kW y se mantiene así durante 50 minutos. La cantidad de energía transmitida por el calentador a la habitación es

a) 2 kJ *b*) 100 kJ *c*) 6 000 kJ
d) 7 200 kJ *e*) 12 000 kJ

1-136 Un bloque cúbico de hierro caliente, de 16 cm × 16 cm × 16 cm, se enfría a una tasa promedio de 80 W. El flujo de calor es

a) 195 W/m^2 *b*) 521 W/m^2 *c*) 3 125 W/m^2
d) 7 100 W/m^2 *e*) 19 500 W/m^2

1-137 Se sumerge un calentador eléctrico de 2 kW en 30 kg de agua y se enciende y mantiene así durante 10 min. Durante el proceso, se pierden del agua 500 kJ de calor. El aumento de temperatura del agua es de

a) 5.6°C *b*) 9.6°C *c*) 13.6°C
d) 23.3°C *e*) 42.5°C

1-138 Se enfrían huevos con una masa de 0.15 kg cada uno y calor específico de 3.32 kJ/kg, de 32°C a 10°C, a razón de 200 huevos por minuto. La tasa de remoción de calor desde los huevos es de

a) 7.3 kW *b*) 53 kW *c*) 17 kW
d) 438 kW *e*) 37 kW

1-139 Se enfrían bolas de acero a 140°C con un calor específico de 0.5 kJ/kg · °C, en un baño de aceite a una temperatura promedio de 85°C a razón de 35 bolas por minuto. Si la masa promedio de las bolas de acero es de 1.2 kg, la tasa de transferencia de calor de las bolas al aceite es de

a) 33 kJ/s *b*) 1 980 kJ/s *c*) 49 kJ/s
d) 30 kJ/s *e*) 19 kJ/s

1-140 Se deja una bebida embotellada fría ($m = 2.5$ kg, $c_p =$ 4 200 J/kg · °C) a 5°C sobre una mesa en un cuarto. Se observa que la temperatura promedio de la bebida se eleva hasta 15°C en 30 minutos. La razón promedio de la transferencia de calor a la bebida es

a) 23 W *b*) 29 W *c*) 58 W
d) 88 W *e*) 122 W

1-141 Entra agua a 20°C a un tubo, a razón de 0.50 kg/s, y se calienta hasta 60°C. La razón de la transferencia de calor al agua es

a) 20 kW *b*) 42 kW *c*) 84 kW
d) 126 kW *e*) 334 kW

1-142 Entra aire a 50°C a un tubo de 12 m de largo y 7 cm de diámetro, a razón de 0.06 kg/s. El aire se enfría a una razón promedio de 400 W por m^2 de área superficial del tubo. La temperatura del aire a la salida del tubo es

a) 4.3°C *b*) 17.5°C *c*) 32.5°C
d) 43.4°C *e*) 45.8°C

1-143 Se pierde calor en forma continua a través de una ventana de vidrio de 2 m × 3 m y 0.5 cm de espesor cuya conductividad térmica es de 0.7 W/m · °C. Se sabe que las temperaturas de las superficies interior y exterior del vidrio son 12°C y 9°C. La razón de la pérdida de calor por conducción a través del vidrio es

a) 420 W *b*) 5 040 W *c*) 17 600 W
d) 1 256 W *e*) 2 520 W

1-144 La pared de una casa calentada eléctricamente tiene 9 m de largo, 3 m de alto y 0.35 m de espesor, y una conductividad térmica efectiva de 0.7 W/m · °C. Si las temperaturas de las superficies interior y exterior de la pared son de 15°C y 6°C, la razón de la pérdida de calor a través de la pared es

a) 486 W *b*) 60 W *c*) 1 134 W
d) 972 W *e*) 2 085 W

1-145 A través de una pared compuesta de 9 m × 3 m de dimensiones y de 0.3 m de espesor ocurre conducción de calor estable a razón de 1.2 kW. Si las temperaturas de las superficies interna y externa de la pared son de 15°C y 7°C, la conductividad térmica efectiva de la pared es de

a) 0.61 W/m · °C *b*) 0.83 W/m · °C *c*) 1.7 W/m · °C
d) 2.2 W/m · °C *e*) 5.1 W/m · °C

1-146 Se pierde calor a razón de 500 W a través de una pared de ladrillos ($k = 0.72$ W/m · °C) que tiene 4 m de largo, 3 m de ancho y 25 cm de espesor. Si la superficie interior de la pared está a 22°C, la temperatura en el plano medio de ella es

a) 0°C *b*) 7.5°C *c*) 11.0°C
d) 14.8°C *e*) 22°C

1-147 Un tablero de circuitos de 10 cm de alto y 20 cm de ancho aloja sobre su superficie 100 chips espaciados en forma cerrada, generando cada uno de ellos calor a razón de 1.2 W y transfiriéndolo por convección y radiación hacia el medio que lo rodea, que se encuentra a 40°C. La transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero es despreciable. Si el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación del tablero es 22 W/m^2 · °C, la temperatura superficial promedio del chip es

a) 41°C *b*) 54°C *c*) 67°C
d) 76°C *e*) 82°C

1-148 Se usa un alambre de resistencia eléctrica de 40 cm de largo y 0.4 cm de diámetro, sumergido en agua, para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección en agua durante la ebullición, a una presión de 1 atm. Se sabe que la temperatura superficial del alambre es de 114°C, cuando un wattímetro indica que el consumo de potencia eléctrica es de 7.6 kW. El coeficiente de transferencia de calor es

a) 108 kW/m^2 · °C *b*) 13.3 kW/m^2 · °C
c) 68.1 kW/m^2 · °C *d*) 0.76 kW/m^2 · °C
e) 256 kW/m^2 · °C

1-149 Más de 90% de la energía disipada por un foco incandescente es en forma de calor, no de luz. ¿Cuál es la temperatura de un filamento de tungsteno encerrado al vacío, con un área superficial expuesta de 2.03 cm^2, en un foco incandescente de 100 W? La emisividad del tungsteno a las temperaturas anticipadas es alrededor de 0.35. Nótese que el foco consume 100 W de energía eléctrica y toda la disipa por radiación.

a) 1 870 K *b*) 2 230 K *c*) 2 640 K
d) 3 120 K *e*) 2 980 K

1-150 Es frecuente que procesos comerciales de recubrimiento de superficies utilicen lámparas infrarrojas para acelerar el secado del recubrimiento. Se recubre una superficie de 4 m × 4 m con una capa de teflón (k = 0.45 W/m · K) de 1 mm de espesor usando dicho proceso. Una vez que el recubrimiento alcanza las condiciones estacionarias, las temperaturas de sus dos superficies son de 50°C y 45°C. ¿Cuál es la tasa mínima a la que debe suministrarse energía para las lámparas infrarrojas en las condiciones estacionarias?

a) 36 kW *b*) 40 kW *c*) 44 kW
d) 48 kW *e*) 52 kW

1-151 Se enfría un objeto con forma de prisma rectangular de 10 cm × 12 cm × 14 cm, hecho de madera (ρ = 721 kg/m^3, c_p = 1.26 kJ/kg · °C), desde 100°C hasta la temperatura ambiente de 20°C, en 54 minutos. El coeficiente promedio de transferencia de calor en el curso de este proceso es

a) 0.47 W/m^2 · °C *b*) 5.5 W/m^2 · °C
c) 8 W/m^2 · °C *d*) 11 W/m^2 · °C
e) 17 830 W/m^2 · °C

1-152 Se suspende una bola negra de 30 cm de diámetro en el aire y se está perdiendo calor hacia el aire de los alrededores, que está a 25°C, por convección y con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2 · °C, y por radiación hacia los alrededores que están a 15°C. La razón total de la transferencia de calor desde la bola negra es

a) 217 W *b*) 247 W *c*) 251 W
d) 465 W *e*) 2 365 W

1-153 Una superficie negra de 3 m^2, que está a 140°C, está perdiendo calor hacia el aire de los alrededores que se encuentra a 35°C, por convección con un coeficiente de transferencia de calor de 16 W/m^2 · °C, y por radiación hacia los alrededores que están a 15°C. La razón total de la pérdida de calor de la superficie es

a) 5 105 W *b*) 2 940 W *c*) 3 779 W
d) 8 819 W *e*) 5 040 W

1-154 Se puede hacer una aproximación de la cabeza de una persona como una esfera de 25 cm de diámetro a 35°C, con una emisividad de 0.95. Se pierde calor de la cabeza hacia el aire de los alrededores que se encuentra a 25°C, por convección con un coeficiente de transferencia de calor de 11 W/m^2 · °C, y por radiación hacia los alrededores que están a 10°C. Si se descarta el cuello, determine la razón total de la pérdida de calor desde la cabeza.

a) 22 W *b*) 27 W *c*) 49 W
d) 172 W *e*) 249 W

1-155 Un alambre eléctrico mide 25 cm de largo y 0.4 cm de diámetro, y se utiliza para determinar en forma experimental el coeficiente de transferencia de calor por convección en el aire a 25°C. La temperatura superficial del alambre se mide y es de 230°C cuando el consumo de energía eléctrica es de 180 W. Si la pérdida de calor por radiación desde el alambre se calcula y resulta ser de 60 W, el coeficiente de transferencia de calor por convección es de

a) 186 W/m^2 · °C *b*) 280 W/m^2 · °C
c) 373 W/m^2 · °C *d*) 585 W/m^2 · °C
e) 620 W/m^2 · °C

1-156 Se calienta un cuarto por medio de un calefactor de resistencia eléctrica de 1.2 kW cuyos alambres tienen un diámetro de 4 mm y una longitud total de 3.4 m. El aire del cuarto está a 23°C y las superficies interiores del mismo están a 17°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie de los alambres es de 8 W/m^2 · °C. Si las razones de la transferencia de calor de los alambres al cuarto por convección y por radiación son iguales, la temperatura de la superficie del alambre es

a) 3 534°C *b*) 1 778°C *c*) 1 772°C
d) 98°C *e*) 25°C

1-157 Una persona parada en un cuarto pierde calor hacia el aire que hay en éste, por convección, y hacia las superficies de alrededor, por radiación. Tanto el aire del cuarto como las superficies de alrededor están a 20°C. La superficie expuesta de la persona es de 1.5 m^2 y tiene una temperatura promedio de 32°C y una emisividad de 0.90. Si las razones de la transferencia de calor de la persona por convección y por radiación son iguales, el coeficiente combinado de transferencia de calor es

a) 0.008 W/m^2 · °C *b*) 3.0 W/m^2 · °C
c) 5.5 W/m^2 · °C *d*) 8.3 W/m^2 · °C
e) 10.9 W/m^2 · °C

1-158 Mientras transita por una carretera temprano en la tarde, el flujo de aire sobre un automóvil establece un coeficiente global de transferencia de calor de 18 W/m^2 · K. La cabina de pasajeros de este automóvil expone 9 m^2 de superficie al aire ambiente en movimiento. En un día en el que la temperatura del aire ambiente es de 33°C, ¿cuánto enfriamiento debe suministrar el sistema de acondicionamiento de aire para mantener una temperatura de 20°C en la cabina?

a) 670 W *b*) 1 284 W *c*) 2 106 W
d) 2 565 W *e*) 3 210 W

1-159 En una noche clara y tranquila, el cielo parece ser un cuerpo negro con una temperatura equivalente de 250 K. ¿Cuál es la temperatura del aire cuando un campo de fresas se enfría hasta 0°C y se congela, si el coeficiente total de transferencia de calor entre las plantas y el aire es de 6 W/m^2 · °C, debido a una ligera brisa, y si las plantas tienen una emisividad de 0.9?

a) 14°C *b*) 7°C *c*) 3°C
d) 0°C *e*) −3°C

Problemas de diseño y ensayo

1-160 Escriba un ensayo sobre la manera en que funciona el horno de microondas y explique cómo es que cocinan mucho

más rápido que los hornos convencionales. Discuta si los hornos eléctricos convencionales o los de microondas consumen más electricidad para la misma tarea.

1-161 Con la información de las facturas de las compañías generadoras de electricidad para el mes más frío del año, estime la rapidez promedio de la pérdida de calor de su casa para ese mes. En su análisis, considere la contribución de las fuentes internas de calor, como las personas, las lámparas y los aparatos eléctricos. Identifique las fuentes primarias de pérdida de calor de su casa y proponga maneras para mejorar la eficiencia respecto del uso de la energía de la misma.

1-162 Conduzca este experimento para determinar el coeficiente combinado de transferencia de calor entre un foco incandescente de 60 W, por un lado, y el aire y las superficies de alrededor, por el otro. Necesitará un termómetro eléctrico, el cual se puede comprar en una ferretería, y un pegamento para metales. También necesitará un trozo de cuerda y una regla para calcular el área superficial del foco. En primer lugar, mida la temperatura del aire en el cuarto y, a continuación, pegue la punta del alambre del termopar del termómetro al vidrio del foco. Encienda la luz y espere hasta que se estabilice la lectura de la temperatura. La lectura de la temperatura le dará la temperatura superficial del foco. Si se supone que 10% de la potencia nominal del foco se convierte en luz y se transmite por el vidrio, calcule el coeficiente de transferencia de calor basándose en la ley de Newton del enfriamiento.

1-163 Es bien sabido que a la misma temperatura del aire en exteriores una persona se enfría con una rapidez mayor cuando sopla el viento, debido al aumento del coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con los vientos fuertes. El término *temperatura de sensación* se utiliza para relacionar la razón a la que las personas pierden calor en condiciones ventosas y la temperatura equivalente del aire cuando hay vientos ligeros (vientos con una velocidad de 3 mph o 5 km/h). La temperatura hipotética de sensación del viento (WCT, *wind-chill temperature*), llamada *índice de temperatura de sensación del viento* (WCTI, *wind-chill temperature index*), es la temperatura del aire equivalente a la temperatura del aire necesaria para producir el mismo efecto de enfriamiento en condiciones de vientos suaves. Un reporte del año 2003 sobre la temperatura de sensación del viento realizado por el U.S. National Weather Service expresa el WCTI en unidades métricas como:

$$\text{WCTI (°C)} = 13.12 + 0.6215T - 11.37V^{0.16} + 0.3965TV^{0.16}$$

donde T es la temperatura del aire en °C y V es la velocidad del viento en km/h a una elevación de 10 m. Muestre que esta relación se puede expresar en unidades inglesas como

$$\text{WCTI (°F)} = 35.74 + 0.6215T - 35.75V^{0.16} + 0.4275TV^{0.16}$$

donde T es la temperatura del aire en °F y V es la velocidad del viento en mph a 33 pies de elevación. Además, prepare una tabla de WCTI para las temperaturas del aire que varíen de 10 a −60°C y velocidades de viento de 10 a 80 km/h. Comente acerca de la magnitud del efecto de enfriamiento por el viento y el peligro de congelación.

CAPÍTULO 2

ECUACIÓN DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR

La transferencia de calor tiene *dirección* y *magnitud*. La razón de la transferencia de calor por conducción en una dirección específica es proporcional al *gradiente de temperatura*, el cual es la razón del cambio de la temperatura con respecto a la distancia, en esa dirección. En general, la conducción de calor en un medio es tridimensional y depende del tiempo, y la temperatura en un medio varía con la posición y con el tiempo; es decir, $T = T(x, y, z, t)$. Se dice que la conducción en un medio es *estacionaria* (algunos autores emplean el término *estable*) cuando la temperatura no varía con el tiempo, y *no estacionaria* o *transitoria*, cuando lo hace. Se dice que la conducción de calor en un medio es *unidimensional* cuando la transferencia de calor por conducción es significativa sólo en una dimensión y despreciable en las otras dos direcciones primarias, *bidimensional* cuando la conducción en la tercera dimensión es despreciable y *tridimensional* cuando la conducción en todas las dimensiones es significativa.

Se empieza este capítulo con una descripción de la conducción de calor estacionaria, no estacionaria y multidimensional. A continuación se deduce la ecuación diferencial que rige la conducción de calor en una gran pared plana, un cilindro largo y una esfera, y se generalizan los resultados hacia los casos tridimensionales en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas. Después de una discusión de las condiciones de frontera se presenta la formulación de los problemas de conducción de calor y sus soluciones. Por último, se consideran los problemas de conducción de calor con conductividad térmica variable.

En este capítulo se tratan los aspectos teóricos y matemáticos de la conducción de calor y se puede estudiar de manera selectiva, si se desea, sin causar una pérdida significativa en la continuidad. Los aspectos más prácticos de la conducción del calor se cubren en los dos capítulos siguientes.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Entender la multidimensionalidad y la dependencia de la transferencia de calor respecto al tiempo, así como las condiciones en las cuales se puede realizar una aproximación de un problema de transferencia de calor al caso unidimensional;
- Obtener la ecuación diferencial de la conducción del calor en varios sistemas de coordenadas y simplificarla para el caso unidimensional estacionario;
- Identificar las condiciones térmicas en las superficies y expresarlas en forma matemática como condiciones de frontera e inicial;
- Resolver problemas de conducción unidimensional del calor y obtener las distribuciones de temperaturas dentro de un medio, así como el flujo de calor;
- Analizar la conducción unidimensional de calor en sólidos en los que se tiene generación de calor, y
- Evaluar la conducción de calor en sólidos con conductividad térmica que depende de la temperatura.

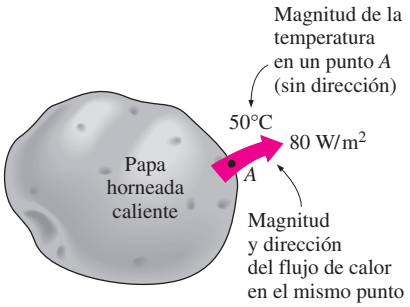


FIGURA 2-1
La transferencia de calor tiene dirección así como magnitud y, por lo tanto, es una cantidad *vectorial*.

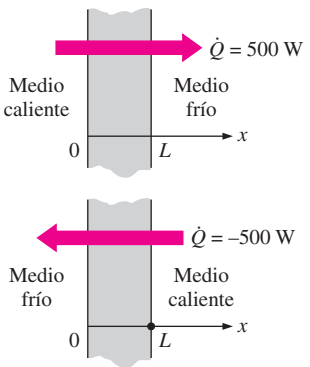


FIGURA 2-2
Indicación de la dirección para la transferencia de calor (positiva en la dirección positiva; negativa en la dirección negativa).

2-1 ▪ INTRODUCCIÓN

En el capítulo 1 se definió la conducción del calor como la transferencia de energía térmica de las partículas más energéticas de un medio hacia las menos energéticas adyacentes. Se expresó que la conducción puede tener lugar en los líquidos y los gases así como en los sólidos, siempre que no se tenga un movimiento masivo.

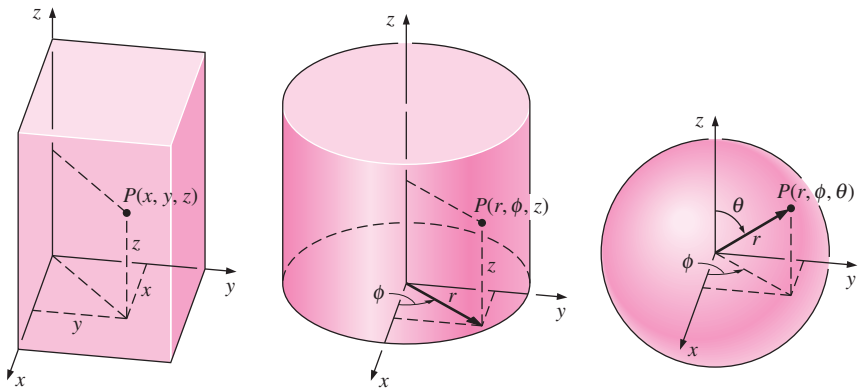
Aun cuando la transferencia de calor y la temperatura están íntimamente relacionadas, son de naturaleza diferente. A diferencia de la temperatura, la transferencia de calor tiene dirección así como magnitud y, por lo tanto, es una cantidad *vectorial* (figura 2-1). Por consiguiente, se debe especificar tanto la dirección como la magnitud con el fin de describir por completo la transferencia de calor en un punto. Por ejemplo, al decir que la temperatura en la superficie interior de una pared es de 18°C, se describe en su totalidad la temperatura en ese lugar. Pero si se dice que el flujo de calor sobre esa superficie es de 50 W/m^2, de inmediato se propone la pregunta: "¿en qué dirección?" Se responde a esta pregunta al decir que la conducción de calor es hacia el interior (indicando ganancia de calor) o hacia el exterior (con lo que se indica pérdida de calor).

Con el fin de evitar esas preguntas, se recomienda trabajar con un sistema de coordenadas e indicar la dirección con los signos más o menos. La convención en general aceptada es que la transferencia de calor en la dirección positiva de un eje de coordenadas es positiva y en la dirección opuesta es negativa. Por lo tanto, una cantidad positiva indica la transferencia de calor en la dirección positiva y una cantidad negativa indica transferencia de calor en la dirección negativa (figura 2-2).

La fuerza impulsora para cualquier forma de transferencia de calor es la *diferencia de temperatura*, y entre mayor sea esa diferencia, mayor es la razón de la transferencia. En algunos problemas de transferencia de calor en ingeniería se requiere la determinación de la *distribución de temperatura* (la variación de la temperatura) de uno a otro lado del medio para calcular algunas cantidades de interés, como la razón local de transferencia de calor, la expansión térmica y el esfuerzo térmico, en algunos lugares críticos en momentos específicos. La especificación de la *temperatura* en un punto en un medio requiere en primer lugar la determinación de la *ubicación* de ese punto. Esto se puede hacer al elegir un sistema adecuado de coordenadas, como las *rectangulares*, *cilíndricas* o *esféricas*, dependiendo de la configuración geométrica que intervenga, y un punto conveniente de referencia (el origen).

La *ubicación* de un punto se especifica como (x, y, z), en coordenadas rectangulares, como (r, ϕ, z), en coordenadas cilíndricas, y como (r, ϕ, θ), en coordenadas esféricas, en donde las distancias x, y, z y r, y los ángulos ϕ y θ son como se muestran en la figura 2-3. Entonces, la temperatura en un punto (x, y, z) en el instante t, en coordenadas rectangulares, se expresa como $T(x, y, z, t)$. El mejor sistema de coordenadas para una configuración geométrica dada es la que describe mejor las superficies en dicha configuración. Por ejemplo, un paralelepípedo se describe de la mejor manera en coordenadas rectangulares, ya que cada una de las superficies se puede describir por un valor constante de las coordenadas x, y o z. Un cilindro es lo más apropiado para las coordenadas cilíndricas, ya que su superficie lateral se puede describir por un valor constante del radio. De modo análogo, toda la superficie exterior de un cuerpo esférico se puede describir del mejor modo por un valor constante del radio en coordenadas esféricas. Para un cuerpo con forma arbitraria, lo normal es usar coordenadas rectangulares, ya que es más fácil tratar con distancias que con ángulos.

La notación que acaba de describirse también se usa para identificar las variables que intervienen en un problema de transferencia de calor. Por ejemplo,



a) Coordenadas rectangulares *b*) Coordenadas cilíndricas *c*) Coordenadas esféricas

FIGURA 2-3
Diversas distancias y ángulos que intervienen al describir la ubicación de un punto en los diferentes sistemas de coordenadas.

la notación $T(x, y, z, t)$ implica que la temperatura varía con las variables espaciales x, y y z, así como con el tiempo. Por otra parte, la notación $T(x)$ indica que la temperatura varía sólo en la dirección x y no se tiene variación con las otras dos coordenadas espaciales o con el tiempo.

Transferencia de calor estacionaria en comparación con la transferencia transitoria

Los problemas de transferencia de calor a menudo se clasifican como **estacionarios** (también llamados *estables*) o **transitorios** (también llamados *no estables* o no estacionarios). El término *estacionario* implica que *no hay cambio* con el tiempo en cualquier punto dentro del medio, en tanto que *transitorio* implica *variación con el tiempo* o *dependencia con respecto al tiempo*. Por lo tanto, la temperatura o el flujo de calor permanecen inalterados con el transcurso del tiempo durante la transferencia de calor estacionaria a través de un medio, en cualquier ubicación, aunque las dos cantidades pueden variar de una ubicación a otra (figura 2-4). Por ejemplo, la transferencia de calor a través de las paredes de una casa será estacionaria cuando las condiciones en el interior de ella y en el exterior permanezcan constantes durante varias horas. Pero incluso en este caso, las temperaturas sobre las superficies interior y exterior de la pared serán diferentes, a menos que las temperaturas dentro y fuera de la casa sean iguales. Por otra parte, el enfriamiento de una manzana en un refrigerador es un proceso transitorio de transferencia de calor, ya que la temperatura en cualquier punto fijo dentro de esa manzana cambiará con el tiempo mientras se produce el enfriamiento. Durante la transferencia de calor transitoria, la temperatura normalmente varía tanto con el tiempo como con la posición. En el caso especial de variación con el tiempo pero no con la posición, la temperatura del medio cambia *uniformemente* con el tiempo. Los sistemas con una transferencia de calor de este tipo se llaman **sistemas de parámetros concentrados** o de resistencia interna despreciable. Por ejemplo, un pequeño objeto metálico, como una unión de un termopar o un alambre delgado de cobre, se puede analizar como un sistema de parámetros concentrados durante un proceso de calentamiento o de enfriamiento.

La mayoría de los problemas de transferencia de calor que se encuentran en la práctica son de naturaleza *transitoria*, pero suelen analizarse bajo condiciones que se suponen *estacionarias*, ya que los procesos estacionarios son más fáciles de analizar y suministran respuestas a nuestras preguntas. Por ejemplo, la transferencia de calor a través de las paredes y el techo de una casa típica nunca es estacionaria, puesto que las condiciones en el exterior, como la temperatura, la velocidad y dirección del viento, la ubicación del Sol, etc., cam-

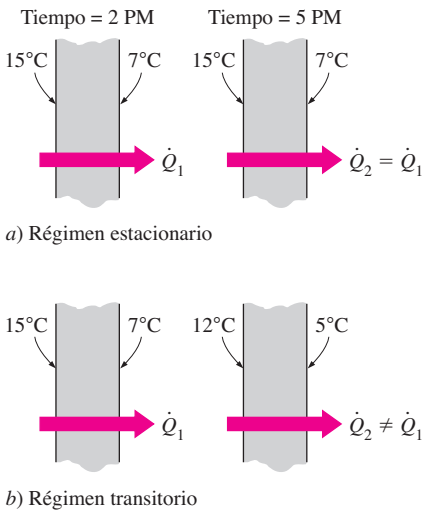


FIGURA 2-4
Conducción de calor estacionaria y transitoria en una pared plana.

bian en forma constante. Las condiciones dentro de una casa típica tampoco son tan estacionarias. Por lo tanto, es casi imposible realizar el análisis de transferencia de calor de una casa con exactitud. Pero, entonces, ¿en realidad se necesita un análisis profundo de la transferencia de calor? Si la finalidad del análisis de transferencia de calor de una casa es determinar el tamaño apropiado de un calefactor, que suele ser el caso más común, se necesita conocer la razón *máxima* de la pérdida de calor de esa casa, que se calcula al considerar la pérdida de calor en las *peores* condiciones, durante un periodo extendido; es decir, durante operación *estacionaria* en las peores condiciones. Por consiguiente, se puede obtener la respuesta a la pregunta al llevar a cabo un análisis de transferencia de calor en condiciones estacionarias. Si el calefactor es suficientemente grande para mantener la casa caliente en las peores condiciones supuestas, es idóneo para cualquier situación. El procedimiento antes descrito es una práctica común en la ingeniería.

Transferencia de calor multidimensional

Los problemas de transferencia de calor también se clasifican como *unidimensionales*, *bidimensionales* o *tridimensionales*, dependiendo de las magnitudes relativas de las razones de transferencia en las diferentes direcciones y del nivel de exactitud deseado. En el caso más general la transferencia de calor a través de un medio es **tridimensional**. Es decir, la temperatura varía a lo largo de las tres direcciones primarias dentro del medio durante el proceso de transferencia de calor. En este caso general, la distribución de temperatura de uno a otro lado del medio en un momento específico, así como la razón de la transferencia de calor en cualquier ubicación se pueden describir por un conjunto de tres coordenadas, tales como x, y y z, en el sistema de coordenadas rectangulares (o cartesianas), la r, ϕ y z, en el sistema de coordenadas cilíndricas, y la r, ϕ y θ, en el sistema de coordenadas esféricas (o polares). En este caso, la distribución de temperatura se expresa como $T(x, y, z, t)$, $T(r, \phi, z, t)$ y $T(r, \phi, \theta, t)$, en los respectivos sistemas de coordenadas.

En algunos casos la temperatura en un medio varía principalmente en dos direcciones primarias y la variación de la temperatura en la tercera dirección (y, por lo tanto, la transferencia de calor en esa dirección) es despreciable. En ese caso, se dice que un problema de transferencia de calor es **bidimensional**. Por ejemplo, la distribución estacionaria de temperatura en una barra larga de sección transversal rectangular se puede expresar como $T(x, y)$, si la variación de la temperatura en la dirección z (a lo largo de la barra) es despreciable y no hay cambio con el tiempo (figura 2-5).

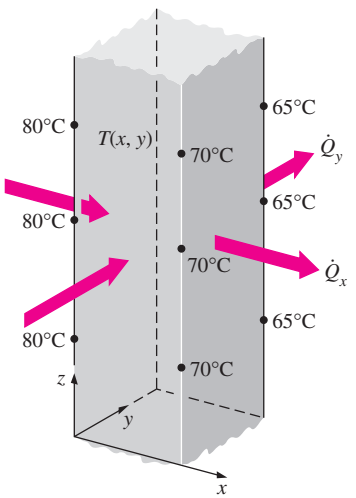


FIGURA 2-5
Transferencia bidimensional de calor en una barra rectangular larga.

Se dice que un problema de transferencia de calor es **unidimensional** si la temperatura en el medio varía en una sola dirección y, por lo tanto, el calor se transfiere en esa misma dirección; al mismo tiempo, la variación de temperatura y, como consecuencia, la transferencia de calor en otras direcciones es despreciable o cero. Por ejemplo, la transferencia de calor a través del vidrio de una ventana se puede considerar como unidimensional, ya que ocurrirá de manera predominante en una dirección (la perpendicular o normal a la superficie del vidrio) y la transferencia de calor en otras direcciones (de uno de los bordes laterales hacia el otro y del borde superior al inferior) es despreciable (figura 2-6). De modo semejante, la transferencia de calor a través de un tubo de agua caliente ocurre de manera predominante en dirección radial desde el agua caliente hacia el ambiente, y es típico que la transferencia a lo largo del tubo y de la circunferencia de una sección transversal (direcciones z y ϕ) sea despreciable. La transferencia de calor hacia un huevo que se deja caer en agua hirviendo también es casi unidimensional debido a la simetría. En este caso, el calor se transferirá al huevo en la dirección radial; es decir, a lo largo de rectas que pasan por el punto medio del huevo.

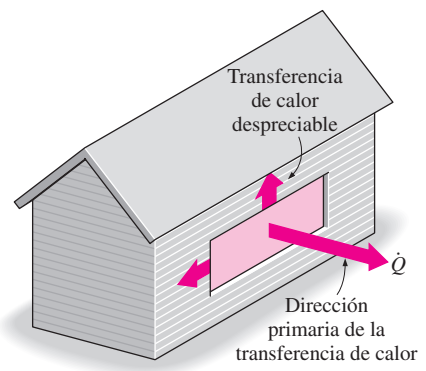


FIGURA 2-6
La transferencia de calor a través de la ventana de una casa se puede considerar como unidimensional.

También se mencionó en el capítulo 1 que la razón de la transferencia de calor a través de un medio en una dirección específica (por ejemplo, en la dirección x) es proporcional a la diferencia de temperatura entre uno y otro lados del medio y al área perpendicular a la dirección de la transferencia de calor, pero es inversamente proporcional a la distancia en esa dirección. Esto se expresó en forma diferencial por la **ley de Fourier de la conducción de calor** en forma unidimensional, como

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \qquad \text{(W)} \tag{2-1}$$

donde k es la *conductividad térmica* del material, que es una medida de la capacidad del material para conducir el calor y dT/dx es el *gradiente de temperatura*, es decir, la pendiente de la curva de temperatura sobre un diagrama T-x (figura 2-7). En general, la conductividad térmica de un material varía con la temperatura. Pero se pueden obtener resultados suficientemente exactos al usar un valor constante para la conductividad térmica a la temperatura *promedio*.

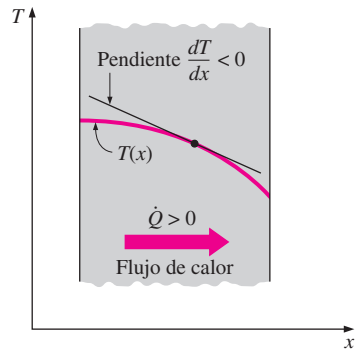


FIGURA 2-7
El gradiente de temperatura dT/dx es simplemente la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama T-x.

El calor es conducido en la dirección de la temperatura decreciente y, por lo tanto, el gradiente de temperatura es negativo cuando el calor es conducido en la dirección positiva de x. El *signo negativo* en la ecuación 2-1 garantiza que la transferencia de calor en la dirección positiva de x sea una cantidad positiva.

Con el fin de obtener una relación general para la ley de Fourier de la conducción de calor, considere un medio en el cual la distribución de temperatura es tridimensional. En la figura 2-8 se muestra una superficie isotérmica en ese medio. El vector de flujo de calor en un punto P sobre esta superficie debe ser perpendicular a ella y debe apuntar en la dirección de la temperatura decreciente. Si n es la normal a la superficie isotérmica en el punto P, la razón de la conducción de calor en ese punto se puede expresar por la ley de Fourier como

$$\dot{Q}_n = -kA\frac{\partial T}{\partial n} \qquad \text{(W)} \tag{2-2}$$

En coordenadas rectangulares el vector de conducción del calor se puede expresar en términos de sus componentes como

$$\vec{\dot{Q}}_n = \dot{Q}_x\vec{i} + \dot{Q}_y\vec{j} + \dot{Q}_z\vec{k} \tag{2-3}$$

en donde $\vec{i}$, $\vec{j}$ y $\vec{k}$ son los vectores unitarios, y $\dot{Q}_x$, $\dot{Q}_y$ y $\dot{Q}_z$ son las magnitudes de las razones de transferencia de calor en las direcciones x, y y z, las cuales una vez más se pueden determinar a partir de la ley de Fourier como

$$\dot{Q}_x = -kA_x\frac{\partial T}{\partial x}, \qquad \dot{Q}_y = -kA_y\frac{\partial T}{\partial z} \qquad \text{y} \qquad \dot{Q}_z = -kA_z\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2-4}$$

Aquí, A_x, A_y y A_z son las áreas de conducción del calor normales a las direcciones x, y y z, respectivamente (figura 2-8).

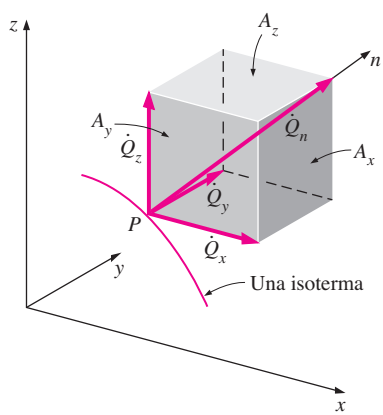


FIGURA 2-8
El vector de transferencia de calor siempre es normal a una superficie isotérmica y se puede transformar en sus componentes como cualquier otro vector.

La mayor parte de los materiales de ingeniería son de naturaleza *isotrópica* y, por lo tanto, tienen las mismas propiedades en todas direcciones. Para esos materiales no es necesario preocuparse por la variación de las propiedades con la dirección. Pero en los materiales *anisotrópicos*, como los fibrosos o compuestos, las propiedades pueden cambiar con la dirección. Por ejemplo, algunas de las propiedades de la madera a lo largo de la fibra son diferentes de aquellas en la dirección normal a ésta. En esos casos puede ser que se necesite expresar la conductividad térmica como una cantidad tensorial, para tomar en cuenta la variación con la dirección. El tratamiento de esos temas avanza-

dos está fuera del alcance de este texto y se supondrá que la conductividad térmica de un material es independiente de la dirección.

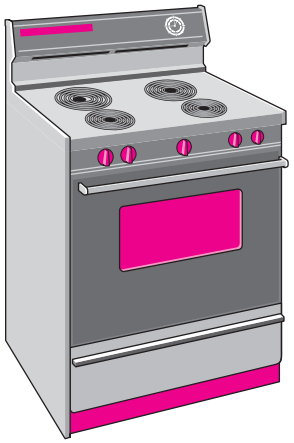


FIGURA 2-9
El calor se genera en las bobinas de calentamiento de una estufa eléctrica como resultado de la conversión de la energía eléctrica en calor.

Generación de calor

En un medio a través del cual se transfiere calor puede tenerse la conversión de energía mecánica, eléctrica, nuclear o química en calor (o energía térmica). En el análisis de la conducción de calor, esos procesos de conversión son caracterizados como **generación de calor** (o de **energía térmica**).

Por ejemplo, la temperatura de una resistencia de alambre se eleva con rapidez cuando pasa corriente eléctrica a través de ella, como resultado de la energía eléctrica que se está convirtiendo en calor a razón de I^2R, en donde I es la corriente y R es la resistencia eléctrica del alambre (figura 2-9). La eliminación segura y eficaz de este calor de los sitios en los que se genera (los circuitos electrónicos) es el tema del *enfriamiento de equipos electrónicos*, el cual es una de las áreas modernas de aplicación de la transferencia de calor.

De modo semejante, una gran cantidad de calor se genera en los elementos combustibles de los reactores nucleares, como resultado de la fisión nuclear que sirve como *fuente de calor* para las plantas nucleares de generación eléctrica. La desintegración natural de los elementos radiactivos en desechos nucleares o en otro material radiactivo también resulta en la generación de calor a través de todo el cuerpo. El calor generado en el Sol como consecuencia de la fusión del hidrógeno para formar helio hace que el Sol sea un gran reactor nuclear que suministra calor a la Tierra.

Otra fuente de generación de calor en un medio son las reacciones químicas exotérmicas que pueden ocurrir en él. En este caso la reacción química sirve como una *fuente de calor* para el medio. Sin embargo, en el caso de las reacciones químicas endotérmicas el calor se absorbe en lugar de ser liberado y, por lo tanto, dicha reacción sirve como un *sumidero de calor*. En este caso el término generación de calor se convierte en una cantidad negativa.

A menudo también es conveniente considerar la absorción de la radiación, por ejemplo la energía solar o los rayos gamma, como generación de calor, cuando penetra profundo en el cuerpo mientras es absorbida de manera gradual. Por ejemplo, la absorción de calor en las masas grandes de agua se puede tratar como generación de calor en todo el líquido con una velocidad igual a la rapidez de absorción, que varía con la profundidad (figura 2-10). Pero la absorción de la energía solar por un cuerpo opaco ocurre dentro de unas cuantas micras de la superficie, en este caso la energía que penetra en el medio se puede tratar como un flujo específico de calor sobre esa superficie.

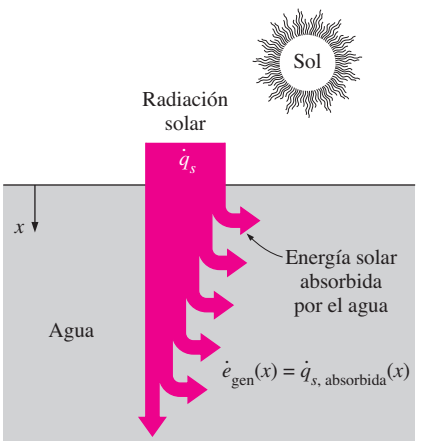


FIGURA 2-10
La absorción de la radiación solar por el agua se puede considerar como generación de calor.

Note que la generación de calor es un *fenómeno volumétrico*. Es decir, ocurre en todo el medio. Por lo tanto, la razón de generación de calor en un medio suele especificarse *por unidad de volumen* y se denota por $\dot{e}_{gen}$, cuya unidad es el W/m^3 o Btu/h · ft^3.

La razón de generación de calor en un medio puede variar con el tiempo y con la posición dentro de él. Cuando se conoce la variación de la generación de calor con la posición, la razón *total* de esa generación en un medio de volumen V se puede determinar a partir de

$$\dot{E}_{gen} = \int_V \dot{e}_{gen} dV \qquad \text{(W)} \tag{2-5}$$

En el caso especial de una generación *uniforme* de calor, como en el caso del calentamiento por resistencia eléctrica en todo un material homogéneo, la relación de la ecuación 2-5 se reduce a $\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen}V$, en donde $\dot{e}_{gen}$ es la razón constante de generación de calor por unidad de volumen.

EJEMPLO 2-1 **Generación de calor en una secadora de cabello**

La resistencia de alambre de una secadora de cabello de 1 200 W tiene 80 cm de largo y un diámetro $D = 0.3$ cm (figura 2-11). Determine la razón de generación de calor en el alambre por unidad de volumen, en W/cm^3, y el flujo de calor sobre la superficie exterior del alambre, como resultado de esta generación de calor.

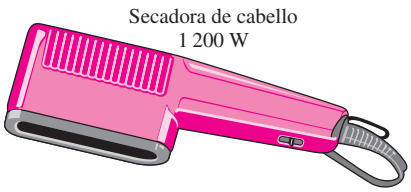


FIGURA 2-11
Esquema para el ejemplo 2-1.

SOLUCIÓN Se da la potencia consumida por la resistencia de alambre de una secadora de cabello. Deben determinarse la generación de calor y el flujo de calor.

Suposición El calor se genera de manera uniforme en la resistencia de alambre.

Análisis Una secadora de cabello de 1 200 W convertirá energía eléctrica en calor, en el alambre, a razón de 1 200 W. Por lo tanto, la razón de generación de calor en una resistencia de alambre es igual al consumo de potencia de un calentador de resistencia. Entonces, la razón de generación de calor en el alambre por unidad de volumen se determina al dividir la razón total de generación de calor entre el volumen del alambre:

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{(\pi D^2/4)L} = \frac{1\,200 \text{ W}}{[\pi(0.3 \text{ cm})^2/4](80 \text{ cm})} = \mathbf{212 \text{ W/cm}^3}$$

De manera análoga, el flujo de calor sobre la superficie exterior del alambre, como resultado de la generación de calor, se determina al dividir la razón total de la generación entre el área superficial del alambre,

$$\dot{Q}_s = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{A_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{\pi DL} = \frac{1\,200 \text{ W}}{\pi(0.3 \text{ cm})(80 \text{ cm})} = \mathbf{15.9 \text{ W/cm}^2}$$

Discusión Note que la generación de calor se expresa por unidad de volumen, en W/cm^3 o Btu/h · ft^3, en tanto que el flujo de calor se expresa por unidad de área superficial, en W/cm^2 o Btu/h · ft^2.

2-2 ▪ ECUACIÓN UNIDIMENSIONAL DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR

Considere la conducción de calor a través de una pared plana grande, como la de una casa, el vidrio de una ventana de una sola hoja, la placa metálica de la base de una plancha, un tubo para vapor de agua de hierro fundido, un elemento cilíndrico de combustible nuclear, una resistencia eléctrica de alambre, la pared de un recipiente esférico o una bola metálica que está siendo templada por inmersión o revenida. La conducción de calor en estas y muchas otras configuraciones geométricas se puede considerar *unidimensional*, ya que la conducción a través de ellas será dominante en una dirección y despreciable en las demás. En seguida se desarrollará la ecuación unidimensional de la conducción de calor en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas.

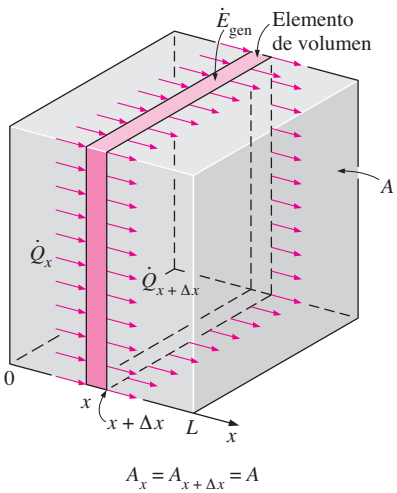


FIGURA 2-12
Conducción unidimensional de calor a través de un elemento de volumen en una pared plana grande.

Ecuación de la conducción de calor en una pared plana grande

Considere un elemento delgado de espesor Δx en una pared plana grande, como se muestra en la figura 2-12. Suponga que la densidad de la pared es ρ, el calor específico es c y el área de la pared perpendicular a la dirección de transferencia de calor es A. Un *balance de energía* sobre este elemento delgado, durante un pequeño intervalo de tiempo Δt, se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción}\\ \text{del calor en } x\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción del}\\ \text{calor en } x + \Delta x\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Velocidad de}\\ \text{generación}\\ \text{de calor en}\\ \text{el interior del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón}\\ \text{de cambio del}\\ \text{contenido}\\ \text{de energía del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix}$$

o bien,

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \tag{2-6}$$

Pero el cambio en el contenido de energía interna del elemento y la razón de generación de calor dentro del elemento se pueden expresar como

$$\Delta E_{\text{elemento}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c A \Delta x (T_{t+\Delta t} - T_t) \tag{2-7}$$

$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} A \Delta x \tag{2-8}$$

Al sustituir en la ecuación 2-6, se obtiene

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} A \Delta x = \rho c A \Delta x \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-9}$$

Al dividir entre $A\Delta x$ da

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-10}$$

Al tomar el límite cuando $\Delta x \to 0$ y $\Delta t \to 0$ se obtiene

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial x}\left(kA\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-11}$$

por la definición de derivada y a partir de la ley de Fourier de la conducción del calor,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{2-12}$$

Dado que el área A es constante para una pared plana, la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio en una pared de ese tipo queda

Conductividad variable:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-13}$$

En general, la conductividad térmica k de un material depende de la temperatura T (y, por lo tanto, de x) y, por consiguiente, no se puede extraer de la derivada. No obstante, en la mayor parte de las aplicaciones prácticas se puede suponer que la *conductividad térmica* permanece *constante* en algún valor promedio. En ese caso, la ecuación antes dada se reduce a

Conductividad constante:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-14}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho C$ es la **difusividad térmica** del material y representa la rapidez con que se propaga el calor a través del mismo. Ésta se reduce a las formas siguientes en condiciones específicas (figura 2-13):

General, unidimensional:

Sin generación — Estado estacionario

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}}^{\,0} = \cancel{\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}}^{\,0}$$

Estado estacionario, unidimensional:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

FIGURA 2-13
Simplificación de la ecuación unidimensional de conducción de calor en una pared plana, para el caso de conductividad constante en estado estacionario, sin generación de calor.

1) *Régimen estacionario:* $(\partial/\partial t = 0)$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_{gen}}{k} = 0 \quad \textbf{(2-15)}$$

2) *Régimen transitorio, sin generación de calor:* $(\dot{e}_{gen} = 0)$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-16)}$$

3) *Régimen estacionario, sin generación de calor:* $(\partial/\partial t = 0 \text{ y } \dot{e}_{gen} = 0)$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad \textbf{(2-17)}$$

Note que se reemplazan las derivadas parciales por derivadas ordinarias en el caso de conducción unidimensional y estable de calor, ya que son idénticas cuando dicha función depende de una sola variable [$T = T(x)$, en este caso].

Ecuación de la conducción de calor en un cilindro largo

Considere ahora un elemento delgado con forma de casco cilíndrico, de espesor Δr, en un cilindro largo, como se muestra en la figura 2-14. Suponga que la densidad del cilindro es ρ, el calor específico es c y la longitud es L. El área del cilindro, normal a la dirección de transferencia de calor en cualquier lugar, es $A = 2\pi rL$, en donde r es el valor del radio en ese lugar. Note que el área A de la transferencia de calor depende de r en este caso y, por lo tanto, varía con el lugar. Un *balance de energía* sobre este elemento delgado con forma de casco cilíndrico, durante un pequeño intervalo de tiempo Δt, se puede expresar como

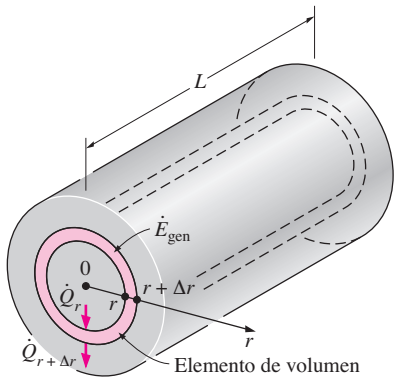


FIGURA 2-14
Conducción unidimensional del calor a través de un elemento de volumen en un cilindro largo.

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción}\\ \text{del calor en } r\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción del}\\ \text{calor en } r+\Delta r\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación}\\ \text{de calor en}\\ \text{el interior del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón}\\ \text{de cambio del}\\ \text{contenido}\\ \text{de energía del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix}$$

o bien,

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{E}_{gen,\ elemento} = \frac{\Delta E_{elemento}}{\Delta t} \quad \textbf{(2-18)}$$

El cambio en el contenido de energía del elemento y la razón de generación de calor dentro del mismo se pueden expresar como

$$\Delta E_{elemento} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho cA\Delta r(T_{t+\Delta t} - T_t) \quad \textbf{(2-19)}$$

$$\dot{E}_{gen,\ elemento} = \dot{e}_{gen}V_{elemento} = \dot{e}_{gen}A\Delta r \quad \textbf{(2-20)}$$

Al sustituir en la ecuación 2-18, se obtiene

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{e}_{gen}A\Delta r = \rho cA\Delta r\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \quad \textbf{(2-21)}$$

donde $A = 2\pi rL$. El lector puede sentirse tentado a expresar el área localizada a la *mitad* del elemento, usando el radio *promedio* como $A = 2\pi(r + \Delta r/2)L$. Pero nada hay que se pueda ganar a partir de esta complicación, ya que, más adelante en el análisis, se tomará el límite cuando $\Delta r \to 0$ y, por lo tanto, se cancelará el término $\Delta r/2$. Ahora se divide la ecuación anterior entre $A\Delta r$ y da

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} + \dot{e}_{gen} = \rho c\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \quad \textbf{(2-22)}$$

Si se toma el límite cuando $\Delta r \to 0$ y $\Delta t \to 0$, se obtiene

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial r}\left(kA\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{gen} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-23)}$$

a) La forma que es fácil de integrar

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

b) La forma alternativa equivalente

$$r\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = 0$$

FIGURA 2-15
Dos formas equivalentes de la ecuación diferencial para la conducción unidimensional y estacionaria de calor en un cilindro, sin generación de calor.

por la definición de derivada y a partir de la ley de Fourier de la conducción del calor,

$$\lim_{\Delta r \to 0} \frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad \textbf{(2-24)}$$

Puesto que el área de transferencia de calor en este caso es $A = 2\pi rL$, la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio en un cilindro queda

Conductividad variable:
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-25)}$$

Para el caso de conductividad térmica constante, la ecuación anterior se reduce a

Conductividad constante:
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-26)}$$

donde una vez más la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la difusividad térmica del material. En condiciones especificadas, la ecuación 2-26 se reduce a las formas siguientes (figura 2-15):

1) *Régimen estacionario:* ($\partial/\partial t = 0$)
$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{} = 0 \quad \textbf{(2-27)}$$

2) *Régimen transitorio, sin generación de calor:* ($\dot{e}_{\text{gen}} = 0$)
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-28)}$$

3) *Régimen estacionario, sin generación de calor:* ($\partial/\partial t = 0$ y $\dot{e}_{\text{gen}} = 0$)
$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0 \quad \textbf{(2-29)}$$

Note que, una vez más, se reemplazan las derivadas parciales por derivadas ordinarias en el caso de la conducción unidimensional y estacionaria de calor, ya que son idénticas cuando dicha función depende de una sola variable [$T = T(r)$, en este caso].

Ecuación de la conducción de calor en una esfera

Considere ahora una esfera con densidad ρ, calor específico c y radio exterior R. El área de la esfera normal a la dirección de transferencia de calor, en cualquier lugar, es $A = 4\pi r^2$, en donde r es el valor del radio en ese lugar. Note que, en este caso, el área de transferencia de calor A, depende de r y, por lo tanto, varía con la ubicación. Al considerar un elemento con forma de casco esférico delgado de espesor Δr y repetir el procedimiento descrito con anterioridad para el cilindro, usando $A = 4\pi r^2$ en lugar de $A = 2\pi rL$, la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio para una esfera se determina que es (figura 2-16)

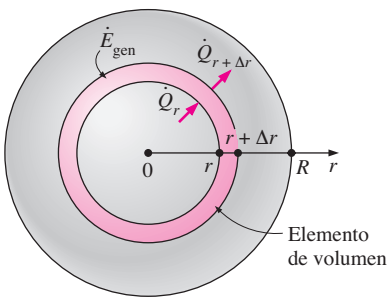


FIGURA 2-16
Conducción unidimensional de calor a través de un elemento de volumen en una esfera.

Conductividad variable:
$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 k\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-30)}$$

la cual, en el caso de conductividad térmica constante, se reduce a

Conductividad constante:
$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-31)}$$

en donde, una vez más, la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la difusividad térmica del material. En condiciones especificadas, se reduce a las formas siguientes:

1) *Régimen estacionario:* $(\partial/\partial t = 0)$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{gen}}{k} = 0 \qquad \textbf{(2-32)}$$

2) *Régimen transitorio, sin generación de calor:* $(\dot{e}_{gen} = 0)$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-33)}$$

3) *Régimen estacionario, sin generación de calor:* $(\partial/\partial t = 0 \text{ y } \dot{e}_{gen} = 0)$

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0 \quad \text{o} \quad r\frac{d^2T}{dr^2} + 2\frac{dT}{dr} = 0 \qquad \textbf{(2-34)}$$

donde, de nuevo, se reemplazan las derivadas parciales por derivadas ordinarias en el caso de conducción unidimensional y estacionaria de calor.

Ecuación unidimensional combinada de la conducción de calor

Un examen de las ecuaciones unidimensionales de conducción de calor en régimen transitorio, para la pared plana, el cilindro y la esfera, revela que las tres se pueden expresar en una forma compacta como

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n k\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{gen} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-35)}$$

donde $n = 0$ para una pared plana, $n = 1$ para un cilindro y $n = 2$ para una esfera. En el caso de una pared plana se acostumbra reemplazar la variable r por x. Esta ecuación se puede simplificar para los casos de régimen estacionario o sin generación de calor como se describe con anterioridad.

EJEMPLO 2-2 **Conducción de calor a través del fondo de una cacerola**

Considere una cacerola de acero colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica para cocinar espagueti (figura 2-17). La sección del fondo de la cacerola tiene $L = 0.4$ cm de espesor y un diámetro $D = 18$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento en la parte superior de la estufa consume 800 W de potencia durante el cocimiento y 80% del calor generado en el elemento de calentamiento se transfiere de manera uniforme a la cacerola. Si se supone una conductividad térmica constante, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en la sección del fondo de la cacerola durante la operación estacionaria.

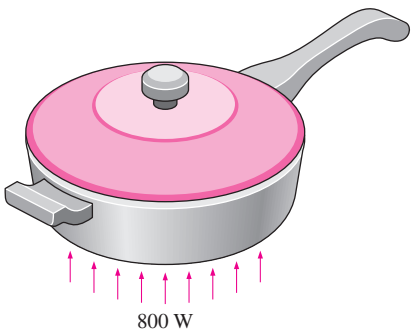


FIGURA 2-17
Esquema del ejemplo 2-2.

SOLUCIÓN Se considera una sartén de acero colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica. Debe obtenerse la ecuación diferencial para la variación de la temperatura en el fondo de la sartén.

Análisis La sección del fondo de la cacerola tiene un área superficial grande en relación con su espesor y se puede tener una aproximación de ella como una pared plana grande. Se aplica flujo de calor a la superficie inferior de la cacerola, de manera uniforme, y las condiciones sobre la superficie interior también son uniformes. Por lo tanto, se espera que la transferencia de calor a través de la sección del fondo de la cacerola sea de la superficie de abajo hacia la de arriba y, en este caso, la transferencia de calor se puede aproximar de manera razonable como si fuere unidimensional. Tomando la dirección perpendicular a la superficie del fondo de la cacerola como el eje x, se tendrá $T = T(x)$ durante la operación estacionaria ya que, en este caso, la temperatura dependerá sólo de x.

La conductividad térmica se da como constante y no hay generación de calor en el medio (dentro de la sección del fondo de la cacerola). Por lo tanto, en este caso, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura en esa sección es simplemente la 2-17,

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

la cual es la ecuación unidimensional de conducción de calor en estado estacionario en coordenadas rectangulares, bajo las condiciones de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

Discusión Note que las condiciones en la superficie del medio no tienen efecto sobre la ecuación diferencial.

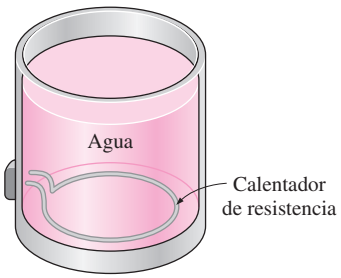


FIGURA 2-18
Esquema para el ejemplo 2-3.

EJEMPLO 2-3 **Conducción de calor en un calentador de resistencia**

Se usa un calentador de resistencia de alambre de 2 kW, con conductividad térmica $k = 15$ W/m · °C, diámetro $D = 0.4$ cm y longitud $L = 50$ cm, para calentar agua al sumergirlo en ella (figura 2-18). Suponiendo que la variación de la conductividad térmica del alambre con la temperatura es despreciable, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en el alambre durante la operación estacionaria.

SOLUCIÓN Se considera el alambre eléctrico de un calentador de agua. Debe obtenerse la ecuación diferencial para la variación de la temperatura en el alambre.

Análisis La resistencia de alambre se puede considerar como un cilindro muy largo dado que su longitud es más de 100 veces su diámetro. Asimismo, el calor se genera de manera uniforme en el alambre y las condiciones sobre la superficie exterior de éste son uniformes. Por lo tanto, resulta razonable esperar que la temperatura en el alambre varíe sólo en la dirección radial r y, por lo tanto, la transferencia de calor sea unidimensional. Entonces, se tendrá $T = T(r)$ durante la operación estacionaria, puesto que la temperatura en este caso dependerá sólo de r.

Se puede determinar la razón de la generación de calor en el alambre por unidad de volumen a partir de

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{(\pi D^2/4)L} = \frac{2\,000 \text{ W}}{[\pi(0.004 \text{ m})^2/4](0.5 \text{ cm})} = 0.318 \times 10^9 \text{ W/m}^3$$

Dado que se considera la conductividad térmica como constante, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura en el alambre es simplemente la ecuación 2-27,

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

que es la ecuación unidimensional de conducción del calor en estado estacionario en coordenadas cilíndricas, para el caso de conductividad térmica constante.

Discusión Note una vez más que las condiciones en la superficie del alambre no tienen efecto sobre la ecuación diferencial.

EJEMPLO 2-4 **Enfriamiento de una esfera metálica caliente en el aire**

Una esfera metálica de radio R se calienta en un horno hasta una temperatura de 600°F en toda ella y, a continuación, se le extrae del horno y se le deja enfriar en el aire ambiental a $T_\infty = 75$°F, por convección y radiación (figura 2.19). Se sabe que la conductividad térmica del material de la bola varía en forma lineal con la temperatura. Suponiendo que la bola se enfría uniformemente partiendo de toda la superficie exterior, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en la esfera durante el enfriamiento.

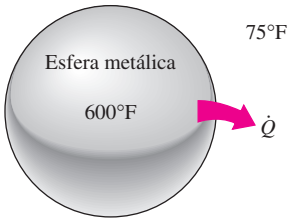


FIGURA 2-19
Esquema para el ejemplo 2-4.

SOLUCIÓN Se deja enfriar una bola metálica caliente en aire a temperatura ambiente. Debe obtenerse la ecuación diferencial para la variación de la temperatura dentro de la bola.

Análisis La esfera está inicialmente a una temperatura uniforme y se enfría de manera uniforme partiendo de toda la superficie exterior. Asimismo, la temperatura en cualquier punto en la esfera cambiará con el tiempo durante el enfriamiento. Por lo tanto, es un problema unidimensional de conducción del calor en régimen transitorio, puesto que la temperatura dentro de la esfera cambia con la distancia radial r y el tiempo t; es decir, $T = T(r, t)$.

La conductividad térmica se da como variable y no se tiene generación de calor en la esfera. Por consiguiente, en este caso, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura en la bola se obtiene a partir de la ecuación 2-30, igualando a cero el término de generación de calor. Se obtiene

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 k \frac{\partial T}{\partial r}\right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

la cual es la ecuación unidimensional de conducción del calor en régimen transitorio, en coordenadas esféricas, con las condiciones de conductividad térmica variable y sin generación de calor.

Discusión Note de nuevo que las condiciones en la superficie exterior de la esfera no tienen efecto sobre la ecuación diferencial.

2-3 ▪ ECUACIÓN GENERAL DE CONDUCCIÓN DE CALOR

En la sección anterior se consideró la conducción unidimensional de calor y se supuso que la conducción en otras direcciones era despreciable. La mayor parte de los problemas de transferencia de calor que se encuentran en la práctica se pueden aproximar como si fueran unidimensionales, y en este texto se tratará principalmente con ese tipo de problemas. Empero, éste no siempre es el caso y a veces se necesita considerar la transferencia de calor también en otras direcciones. En esos casos se dice que la conducción de calor es *multidimensional*; en esta sección se desarrollará la ecuación diferencial que rige tales sistemas, en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas.

Coordenadas rectangulares

Considere un pequeño elemento rectangular de longitud Δx, ancho Δy y altura Δz, como se muestra en la figura 2-20. Suponga que la densidad del cuerpo es ρ y el calor específico es c. Un *balance de energía* sobre este elemento, durante un pequeño intervalo de tiempo Δt, se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción del}\\ \text{calor en } x, y \text{ y } z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción del}\\ \text{calor en } x+\Delta x,\\ y+\Delta y \text{ y } z+\Delta z\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación}\\ \text{de calor en}\\ \text{el interior del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón}\\ \text{de cambio del}\\ \text{contenido}\\ \text{de energía del}\\ \text{elemento}\end{pmatrix}$$

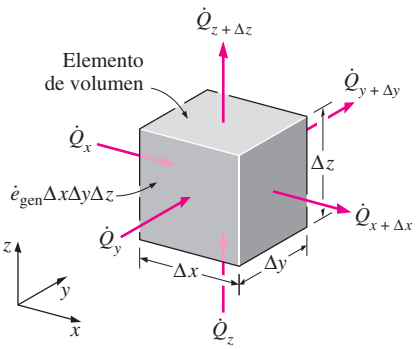


FIGURA 2-20
Conducción tridimensional del calor a través de un elemento rectangular de volumen.

o bien,

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \tag{2-36}$$

Dado que el volumen del elemento es $V_{\text{elemento}} = \Delta x \Delta y \Delta z$, el cambio en el contenido de energía en dicho elemento y la razón de generación de calor dentro del mismo se pueden expresar como

$$\Delta E_{\text{elemento}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\Delta t} - T_t)$$
$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} \Delta x \Delta y \Delta z$$

Si se sustituye en la ecuación 2-36 se obtiene

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{\text{gen}} \Delta x \Delta y \Delta z = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

Al dividir entre $\Delta x \Delta y \Delta z$ da

$$-\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} - \frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_y}{\Delta y} - \frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-37}$$

Dado que las áreas de transferencia de calor del elemento para la conducción de ese calor en las direcciones x, y y z son $A_x = \Delta y \Delta z$, $A_y = \Delta x \Delta z$ y $A_z = \Delta x \Delta y$, respectivamente, y tomando el límite cuando Δx, Δy, Δz y $\Delta t \to 0$, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-38}$$

por la definición de derivada y a partir de la ley de Fourier de la conducción de calor,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\partial}{\partial x}\left(-k \Delta y \Delta z \frac{\partial T}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_y}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\partial Q_y}{\partial y} = \frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\partial}{\partial y}\left(-k \Delta x \Delta z \frac{\partial T}{\partial y}\right) = -\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\partial Q_z}{\partial z} = \frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\partial}{\partial z}\left(-k \Delta x \Delta y \frac{\partial T}{\partial z}\right) = -\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

La ecuación general de conducción de calor en coordenadas rectangulares es la 2-38. En el caso de conductividad térmica constante, se reduce a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-39}$$

donde, una vez más, la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la *difusividad térmica del material*. La ecuación 2-39 se conoce como **ecuación de Fourier-Biot** y, en condiciones especificadas, se reduce a estas formas:

1) *Régimen estacionario:* (llamada **ecuación de Poisson**)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0 \qquad \textbf{(2-40)}$$

2) *Régimen transitorio, sin generación de calor:* (llamada **ecuación de difusión**)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-41)}$$

3) *Régimen transitorio, sin generación de calor:* (llamada **ecuación de Laplace**)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \qquad \textbf{(2-42)}$$

Note que en el caso especial de transferencia de calor unidimensional en la dirección x, las derivadas con respecto a y y a z se cancelan y las ecuaciones antes dadas se reducen a las desarrolladas en la sección anterior para una pared plana (figura 2-21).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} = 0$$

FIGURA 2-21
Las ecuaciones tridimensionales de conducción de calor se reducen a las unidimensionales cuando la temperatura varía sólo en una dimensión.

Coordenadas cilíndricas

Se puede obtener la ecuación general de conducción de calor en coordenadas cilíndricas a partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen en coordenadas cilíndricas, el cual se muestra en la figura 2-22, siguiendo los pasos que acaban de describirse. También se puede obtener directamente de la ecuación 2-38, por transformación de coordenadas, usando las relaciones siguientes entre las coordenadas de un punto en los sistemas de coordenadas rectangulares y cilíndricas:

$$x = r\cos\phi, \qquad y = r\,\text{sen}\,\phi \qquad \text{y} \qquad z = z$$

Después de largas manipulaciones, se obtiene

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(kr\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-43)}$$

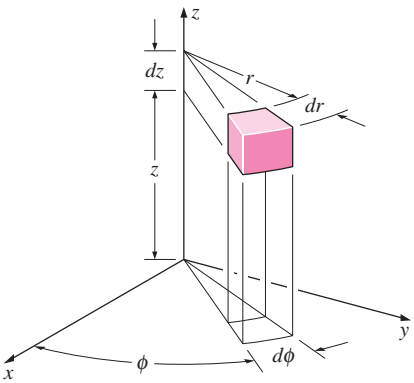


FIGURA 2-22
Un elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas.

Coordenadas esféricas

Se puede obtener la ecuación general de conducción de calor en coordenadas esféricas a partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen en coordenadas esféricas, el cual se muestra en la figura 2-23, siguiendo los pasos que acaban de describirse. También se puede obtener directamente de la ecuación 2-38, por transformación de coordenadas, usando las relaciones siguientes entre las coordenadas de un punto en los sistemas de coordenadas rectangulares y esféricas:

$$x = r\cos\phi\,\text{sen}\,\theta, \qquad y = r\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta \qquad \text{y} \qquad z = \cos\theta$$

Después de largas manipulaciones, se obtiene

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,\text{sen}^2\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\,\text{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,\text{sen}\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-44)}$$

La obtención de soluciones analíticas de estas ecuaciones diferenciales requiere un conocimiento de las técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales parciales, lo cual se encuentra fuera del alcance de este texto introductorio. Aquí se limita esta consideración a los casos unidimensionales en estado estacionario, ya que conducen a ecuaciones diferenciales ordinarias.

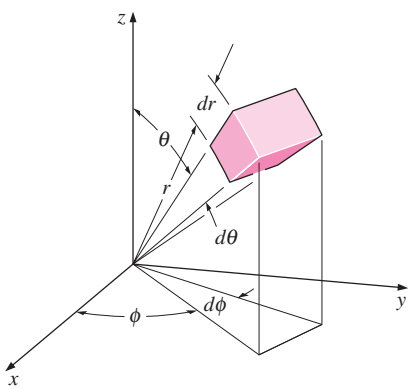


FIGURA 2-23
Un elemento diferencial de volumen en coordenadas esféricas.

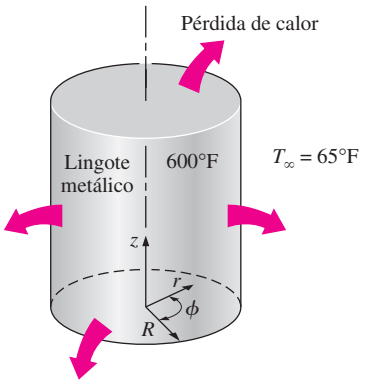


FIGURA 2-24
Esquema para el ejemplo 2-5.

EJEMPLO 2-5 **Conducción de calor en un cilindro corto**

Un lingote metálico cilíndrico corto, de radio R y altura h, se calienta en un horno hasta una temperatura de 600°F en toda su extensión y, a continuación, se saca del horno y se deja enfriar en el aire ambiental que está a $T_\infty = 65°F$, por convección y radiación. Suponiendo que el lingote se enfría de manera uniforme desde todas las superficies exteriores y que la variación de la conductividad térmica del material con la temperatura es despreciable, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en el lingote durante este proceso de enfriamiento.

SOLUCIÓN Se enfría un lingote cilíndrico corto en aire a temperatura ambiente. Debe obtenerse la ecuación diferencial para la variación de la temperatura.

Análisis El lingote mostrado en la figura 2-24 está inicialmente a una temperatura uniforme y se enfría de manera uniforme desde las superficies superior e inferior, en la dirección z, así como desde la superficie lateral, en la dirección r radial. Asimismo, la temperatura en el lingote cambiará con el tiempo durante el enfriamiento. Por lo tanto, se trata de un problema bidimensional de conducción de calor en régimen transitorio, puesto que la temperatura dentro del lingote cambiará con las distancias radial y axial, r y z, y con el tiempo t; es decir, $T = T(r, z, t)$.

La conductividad térmica se da como constante y no hay generación de calor en el lingote. Por lo tanto, en este caso, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura se obtiene a partir de la ecuación 2-43, igualando a cero el término de generación de calor y las derivadas con respecto a ϕ. Se obtiene

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

En el caso de conductividad térmica constante, se reduce a

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

que es la ecuación deseada.

Discusión Nótese que las condiciones de frontera e inicial no tienen efecto sobre la ecuación diferencial.

2-4 ▪ CONDICIONES DE FRONTERA E INICIALES

Las ecuaciones de conducción de calor antes dadas se desarrollaron aplicando un balance de energía sobre un elemento diferencial en el interior del medio y siguen siendo las mismas sin importar las *condiciones térmicas* sobre las *superficies* del medio. Es decir, las ecuaciones diferenciales no incorporan información relacionada con las condiciones sobre las superficies, como la temperatura de la superficie o un flujo específico de calor. Empero, se sabe que el flujo de calor y la distribución de temperatura en un medio depende de las condiciones en las superficies, y la descripción completa de un problema de transferencia de calor en un medio tiene que incluir las condiciones térmicas en las superficies limítrofes del mismo. La *expresión matemática* de las condiciones térmicas en las fronteras se llama **condiciones de frontera**.

Desde un punto de vista matemático, resolver una ecuación diferencial es, en esencia, un proceso de *eliminar derivadas*, o sea, un proceso de *integración*, por lo tanto es típico que la solución de una ecuación diferencial comprenda constantes arbitrarias (figura 2-25). Se deduce que para obtener una solución única para un problema, se necesita especificar más que sólo la ecuación diferencial que lo rige. Es necesario fijar algunas condiciones (como el valor de la función o de sus derivadas en algún valor de la variable independiente) de modo que al forzar a la solución a que satisfaga tales condiciones en puntos específicos arrojará valores únicos para las constantes arbitrarias y, por lo tanto, una *solución única*. Pero puesto que la ecuación diferencial no tiene lugar para la información o condiciones adicionales, se necesita suministrarlas por separado en la forma de condiciones iniciales o de frontera.

La ecuación diferencial:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Solución general:

$$T(x) = C_1x + C_2$$

Constantes arbitrarias

Algunas soluciones específicas:

$$T(x) = 2x + 5$$
$$T(x) = -x + 12$$
$$T(x) = -3$$
$$T(x) = 6.2x$$
$$\vdots$$

FIGURA 2-25
La solución general de una ecuación diferencial típica comprende constantes arbitrarias y, por lo tanto, un número infinito de soluciones.

Considere la variación de la temperatura a lo largo de la pared de una casa de ladrillos en invierno. La temperatura en cualquier punto en la pared depende, entre otras cosas, de las condiciones en las superficies interior y exterior, la temperatura del aire de la casa, la velocidad y dirección de los vientos y la energía solar que incide sobre la superficie externa. Es decir, la distribución de temperatura en un medio depende de las condiciones en las fronteras del mismo así como del mecanismo de transferencia de calor en su interior. Con el fin de describir por completo un problema de transferencia de calor, deben darse *dos condiciones en la frontera* para *cada dirección* del sistema de coordenadas a lo largo de la cual la transferencia de calor es significativa (figura 2-26). Por lo tanto, se necesita especificar *dos condiciones de frontera* para los problemas unidimensionales, *cuatro* para los bidimensionales y *seis* para los tridimensionales. Por ejemplo, en el caso de la pared de una casa, se necesita especificar las condiciones en dos lugares (las superficies interior y exterior) ya que, en este caso, la transferencia de calor es unidimensional. Pero en el caso de un paralelepípedo, se necesita especificar seis condiciones de frontera (una en cada cara) cuando la transferencia de calor es significativa en las tres dimensiones.

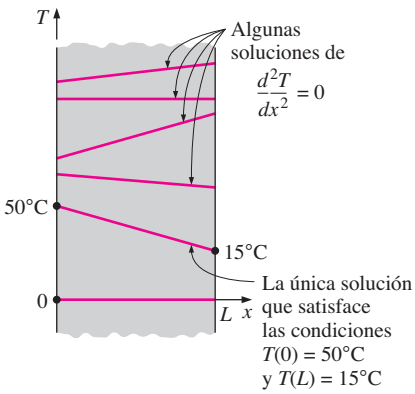


FIGURA 2-26
Para describir por completo un problema de transferencia de calor, deben darse dos condiciones de frontera para cada dirección a lo largo de la cual la transferencia de calor es significativa.

El argumento físico que acaba de presentarse es coherente con la naturaleza matemática del problema, ya que la ecuación de conducción de calor es de segundo orden (es decir, contiene segundas derivadas con respecto a las variables espaciales) en todas las direcciones a lo largo de las cuales la conducción del calor es significativa, y la solución general de una ecuación diferencial de segundo orden contiene dos constantes arbitrarias para cada dirección. Esto es, el número de condiciones de frontera que es necesario especificar en una dirección es igual al orden de la ecuación diferencial en esa dirección.

Vuelva a considerar la pared de ladrillos ya discutida. La temperatura en cualquier punto sobre ella en un momento dado también depende de la condición de la pared al principio del proceso de conducción de calor. Tal condición, que suele especificarse en el instante $t = 0$, se llama **condición inicial**, la cual es una expresión matemática para la distribución inicial de temperatura del medio. Note que sólo se necesita una condición inicial para un problema de conducción de calor, sin importar la dimensión, ya que la ecuación de la conducción es de primer orden en el tiempo (contiene la primera derivada de la temperatura con respecto al tiempo).

En coordenadas rectangulares, la condición inicial se puede especificar en la forma general como

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \tag{2-45}$$

en donde la función $f(x, y, z)$ representa la distribución de temperatura en todo el medio en el instante $t = 0$. Cuando el medio está inicialmente a una temperatura uniforme T_i, la condición inicial de la ecuación 2-45 se puede expresar como $T(x, y, z, 0) = T_i$. Note que en condiciones *estacionarias* la ecuación de

conducción de calor no contiene derivadas con respecto al tiempo y, por lo tanto, no se necesita especificar una condición inicial.

La ecuación de conducción de calor es de primer orden en el tiempo y, por lo tanto, la condición inicial no puede contener derivadas (está limitada a una temperatura específica). Sin embargo, la ecuación de conducción de calor es de segundo orden en las coordenadas espaciales y, por lo tanto, una condición de frontera puede contener primeras derivadas en las fronteras así como valores específicos de la temperatura. Las condiciones de frontera que se encuentran con la mayor frecuencia en la práctica son las de *temperatura específica*, *flujo específico de calor*, *convección* y *radiación*.

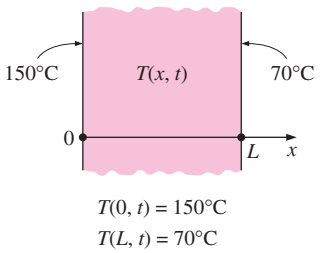


FIGURA 2-27
Condiciones de frontera de temperatura especificada en ambas superficies de una pared plana.

1 Condición de frontera de temperatura específica

La *temperatura* de una superficie expuesta suele ser mensurable directamente y con facilidad. Por lo tanto, una de las maneras más fáciles de especificar las condiciones térmicas sobre una superficie es mediante la temperatura. Por ejemplo, para una transferencia unidimensional de calor a través de una pared plana de espesor L, las condiciones en la frontera de temperatura específica se pueden expresar como (figura 2-27)

$$T(0, t) = T_1$$
$$T(L, t) = T_2 \qquad \textbf{(2-46)}$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas específicas en las superficies en $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Las temperaturas específicas pueden ser constantes, como en el caso de la conducción estacionaria de calor, o pueden variar con el tiempo.

2 Condición de frontera de flujo específico de calor

Cuando existe información suficiente acerca de las interacciones de energía en una superficie, puede ser posible determinar la velocidad de transferencia de calor y, por lo tanto, el *flujo de calor*, $\dot{q}$ (velocidad de transferencia de calor por unidad de área superficial, W/m^2), sobre esa superficie, y se puede usar esta información como una de las condiciones en la frontera. El flujo de calor en la dirección positiva x, en cualquier lugar del medio, incluidas las fronteras, se puede expresar por la *ley de Fourier* de la conducción de calor como

$$\dot{q} = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{pmatrix}\text{Flujo de calor en la}\\ \text{dirección positiva } x\end{pmatrix} \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(2-47)}$$

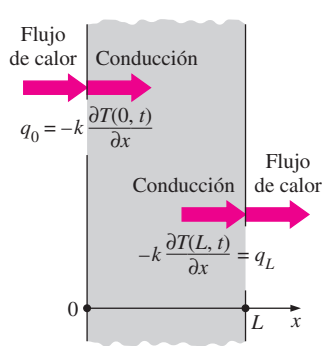


FIGURA 2-28
Condiciones de frontera de flujo de calor específico en ambas superficies de una pared plana.

Entonces se obtiene la condición de frontera, en una de las fronteras, al hacer el flujo específico de calor igual a $-k(\partial T/\partial x)$ en esa frontera. El signo del flujo específico de calor se determina por inspección: *positivo*, si el flujo de calor es en la dirección positiva del eje coordenado y *negativo*, si lo es en la dirección opuesta. Note que es en extremo importante tener el *signo correcto* para el flujo específico de calor, ya que el signo erróneo invertirá la dirección de la transferencia de calor y hará que la ganancia de éste se interprete como pérdida (figura 2-28).

Por ejemplo, para una placa de espesor L sujeta a un flujo de calor de 50 W/m^2 hacia su interior desde ambos lados, las condiciones de frontera de flujo específico de calor se pueden expresar como

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 50 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = -50 \qquad \textbf{(2-48)}$$

Note que el flujo de calor en la superficie en $x = L$ es en la dirección *negativa* x y, por lo tanto, es –50 W/m^2. En este caso se invertiría la dirección de las flechas del flujo de calor en $x = L$ en la figura 2-28.

Caso especial: frontera aislada

Es común que, en la práctica, algunas superficies se aíslen con el fin de minimizar la pérdida (o ganancia) de calor a través de ellas. El aislamiento reduce la transferencia de calor pero no lo elimina en su totalidad, a menos que su espesor sea infinito. Sin embargo, la transferencia de calor a través de una superficie apropiadamente aislada se puede tomar como cero, ya que el aislamiento adecuado reduce la transferencia de calor a través de una superficie a niveles despreciables. Por lo tanto, una superficie bien aislada se puede considerar como una con un flujo específico de calor de cero. Entonces, la condición de frontera sobre una superficie perfectamente aislada (en $x = 0$, por ejemplo) se expresa como (figura 2-29)

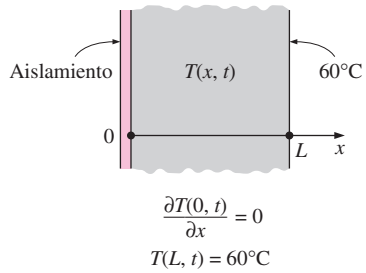


FIGURA 2-29
Una pared plana con aislamiento y condiciones de frontera de temperatura específica.

$$k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \qquad \text{o} \qquad \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \tag{2-49}$$

Es decir, *sobre una superficie aislada, la primera derivada de la temperatura con respecto a la variable espacial (el gradiente de temperatura) en la dirección normal a esa superficie aislada es cero*. Esto también significa que la gráfica de la función de temperatura debe ser perpendicular al eje vertical en una superficie aislada, ya que la pendiente de la temperatura en la superficie debe ser cero.

Otro caso especial: simetría térmica

Algunos problemas de transferencia de calor poseen *simetría térmica* como resultado de la simetría en las condiciones térmicas impuestas. Por ejemplo, las dos superficies de una placa grande caliente, de espesor L, suspendida verticalmente en el aire, estarán sujetas a las mismas condiciones térmicas y, por lo tanto, la distribución de temperatura en una de las mitades de ella será igual a la de la otra mitad. Es decir, la transferencia de calor en esta placa poseerá simetría térmica con respecto al plano central en $x = L/2$. Asimismo, la dirección del flujo de calor en cualquier punto en la placa será dirigida hacia la superficie más cercana a ese punto y no habrá flujo de calor a través del plano central. Por consiguiente, el plano central se puede concebir como una superficie aislada y la condición térmica en este plano de simetría se puede expresar como (figura 2-30)

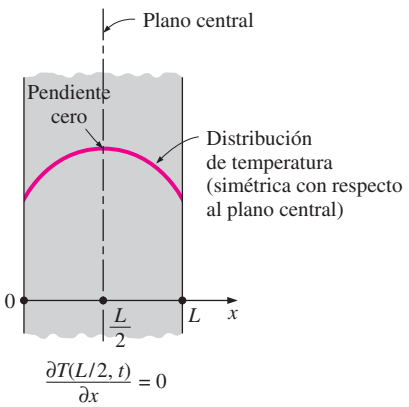


FIGURA 2-30
Condición de frontera de simetría térmica en el plano central de una pared plana.

$$\frac{\partial T(L/2,t)}{\partial x} = 0 \tag{2-50}$$

la cual se asemeja a la condición de frontera de *aislamiento* o de *flujo cero de calor*. Este resultado también se puede deducir a partir de una gráfica de la distribución de temperatura con un máximo y, por lo tanto, pendiente cero en el plano central.

En el caso de cuerpos cilíndricos (o esféricos) que tienen simetría térmica con respecto a la línea central (o punto medio), la condición de frontera de simetría térmica requiere que la primera derivada de la temperatura con respecto a r (la variable radial) sea cero en la línea central (o el punto medio).

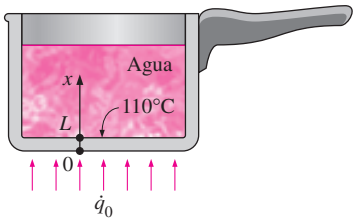


FIGURA 2-31
Esquema para el ejemplo 2-6.

EJEMPLO 2-6 **Condición de frontera de flujo de calor**

Considere una cacerola de aluminio usada para cocinar estofado colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica. La sección del fondo de la cacerola tiene $L = 0.3$ cm de espesor y un diámetro de $D = 20$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento en la parte superior de la estufa consume 800 W de potencia durante la cocción y 90% del calor generado en el elemento de calentamiento se transfiere a la cacerola. Durante la operación estacionaria, se mide la temperatura de la superficie interior de la cacerola y resulta ser de 110°C. Exprese las condiciones de frontera para la sección del fondo de la cacerola durante este proceso de cocción.

SOLUCIÓN Se considera una cacerola de aluminio colocada sobre una estufa eléctrica. Deben obtenerse las condiciones de frontera para el fondo de la cacerola.

Análisis La transferencia de calor a través de la sección del fondo de la cacerola es de la superficie inferior hacia la superior y se puede aproximar razonablemente como si fuera unidimensional. Se toma la dirección normal a las superficies del fondo como el eje x, con el origen en la superficie exterior, como se muestra en la figura 2-31. Entonces las superficies interior y exterior de la sección del fondo de la cacerola se pueden representar por $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Durante la operación estacionaria la temperatura dependerá sólo de x y, por lo tanto, $T = T(x)$.

La condición de frontera sobre la superficie exterior del fondo, en $x = 0$, se puede especificar como cierto flujo específico de calor, ya que se expresó que 90% de los 800 W (es decir, 720 W) se transfieren a la cacerola en esa superficie. Por lo tanto,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0$$

donde

$$\dot{q}_0 = \frac{\text{Razón de transferencia de calor}}{\text{Área de la superficie exterior}} = \frac{0.720\ \text{kW}}{\pi(0.1\ \text{m})^2} = 22.9\ \text{kW/m}^2$$

La temperatura en la superficie interior del fondo de la cacerola se especifica como 110°C. Entonces la condición de frontera sobre esa superficie se puede expresar como

$$T(L) = 110°\text{C}$$

en donde $L = 0.003$ m.

Discusión Note que la determinación de las condiciones de frontera puede requerir algo de razonamiento y aproximaciones.

3 Condición de convección de frontera

Es probable que la convección sea la condición de frontera más común encontrada en la práctica, ya que la mayor parte de las superficies de transferencia de calor están expuestas a un medio y a una temperatura específica. La condición de convección de frontera se basa en un *balance de energía superficial* expresado como

$$\begin{pmatrix}\text{Conducción de calor}\\ \text{en la superficie en una}\\ \text{dirección seleccionada}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Convección de calor}\\ \text{en la superficie en la}\\ \text{misma dirección}\end{pmatrix}$$

Para la transferencia de calor unidimensional en la dirección x, en una placa de espesor L, las condiciones de frontera sobre ambas superficies se pueden expresar como

$$-k\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = h_1[T_{\infty 1} - T(0,t)] \qquad \textbf{(2-51a)}$$

y

$$-k\frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = h_2[T(L,t) - T_{\infty 2}] \qquad \textbf{(2-51b)}$$

donde h_1 y h_2 son los coeficientes de transferencia de calor por convección y $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ son las temperaturas de los medios circundantes sobre los dos lados de la placa, como se muestra en la figura 2-32.

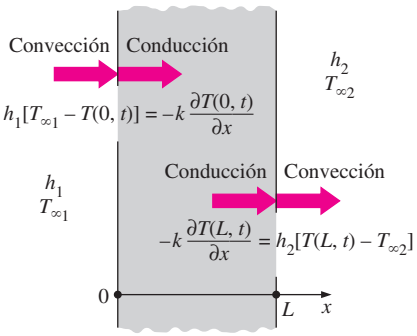


FIGURA 2-32
Condiciones de frontera de convección sobre las dos superficies de una pared plana.

Al escribir las ecuaciones 2-51 para las condiciones de convección de frontera se ha seleccionado la dirección de la transferencia de calor como la x positiva en ambas superficies. Pero esas expresiones son aplicables por igual cuando la transferencia de calor es en la dirección opuesta, en una o en las dos superficies, ya que la inversión de la dirección de la transferencia de calor en una superficie simplemente invierte los signos de los términos *tanto de* conducción *como de* convección. Esto es equivalente a multiplicar una ecuación por –1, lo cual no tiene efecto sobre la igualdad (figura 2-33). Es evidente que poder seleccionar cualquiera de las dos direcciones como la de transferencia de calor es un alivio, ya que a menudo no se conoce de antemano la temperatura superficial y, como consecuencia, la dirección de la transferencia en una superficie. Este argumento también es válido para otras condiciones de frontera, como las de radiación y combinadas que se discuten un poco más adelante.

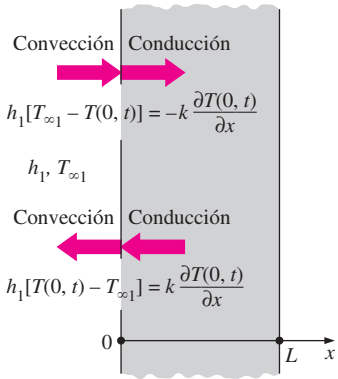


FIGURA 2-33
La dirección supuesta de la transferencia de calor en una frontera no tiene efecto sobre la expresión de la condición en la frontera.

Note que una superficie tiene espesor cero y, por lo tanto, no tiene masa, y no puede almacenar energía. Por lo tanto, todo el calor neto que entra en la superficie desde uno de los lados debe salir de ella por el otro lado. La condición de convección de frontera simplemente expresa que el calor sigue fluyendo de un cuerpo al medio circundante a la misma razón y sólo cambia de vehículos en la superficie, de conducción a convección (o viceversa, en la otra dirección). Esto es análogo a la gente que viaja en autobuses por tierra y se transfiere a barcos en la orilla del mar. Si no se permite a los pasajeros deambular por la orilla, entonces la rapidez a la cual la gente desciende en la orilla debe ser igual a la rapidez a la cual aborda los barcos. Se puede decir que esto es el principio de conservación de la "gente".

Note también que no se conocen las temperaturas superficiales $T(0, t)$ y $T(L, t)$ (si se conocieran, simplemente se usarían como la temperatura específica en la condición de frontera sin tomar en cuenta la convección). Pero se puede determinar una temperatura superficial una vez que se obtiene la solución $T(x, t)$, sustituyendo en la solución el valor de x en esa superficie.

EJEMPLO 2-7 Condiciones de frontera de convección y aislamiento

Fluye vapor de agua por un tubo, mostrado en la figura 2-34, a una temperatura promedio de $T_\infty = 200°C$. Los radios interior y exterior del tubo son $r_1 = 8$ cm y $r_2 = 8.5$ cm, respectivamente, y la superficie exterior está fuertemente aislada. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie interior del tubo es $h = 65$ W/m$^2 \cdot$ °C, exprese las condiciones de frontera sobre las superficies interior y exterior del tubo durante los periodos en régimen transitorio.

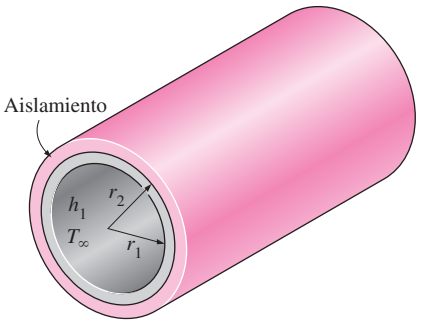


FIGURA 2-34
Esquema para el ejemplo 2-7.

SOLUCIÓN Se considera el flujo de vapor de agua por un tubo aislado. Deben obtenerse las condiciones de frontera en las superficies interior y exterior del tubo.

Análisis En el transcurso de los periodos transitorios, la transferencia de calor a través del material del tubo es, de manera predominante, en dirección radial, por lo que puede tenerse una aproximación a ella considerándola como unidimensional. Entonces la temperatura dentro del material del tubo cambia con la distancia radial r y el tiempo t. Es decir, $T = T(r, t)$.

Se plantea que la transferencia de calor entre el vapor de agua y el tubo, en la superficie interior, es por convección. Entonces, si se toma la dirección de la transferencia de calor como la dirección r positiva, puede expresarse la condición de frontera en esa superficie como

$$-k\frac{\partial T(r_1, t)}{\partial r} = h[T_\infty - T(r_1)]$$

Se dice que el tubo está bien aislado en el exterior y, por consiguiente, se puede suponer que la pérdida de calor a través de la superficie exterior del mismo es despreciable. Entonces, la condición de frontera en la superficie exterior puede expresarse como

$$\frac{\partial T(r_2, t)}{\partial r} = 0$$

Discusión Nótese que el gradiente de temperatura debe ser cero en la superficie exterior del tubo, en todo momento.

4 Condición de radiación de frontera

En algunos casos, como los encontrados en las aplicaciones espaciales y criogénicas, una superficie de transferencia de calor está rodeada por un espacio vacío y, por lo tanto, no se tiene transferencia por convección entre la superficie y el medio circundante. En esos casos la *radiación* se convierte en el único mecanismo de transferencia de calor entre la superficie y los alrededores. Utilizando un balance de energía, la condición de radiación de frontera sobre una superficie se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Conducción de calor}\\ \text{en la superficie, en una}\\ \text{dirección seleccionada}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Intercambio de radiación}\\ \text{en la superficie, en la}\\ \text{misma dirección}\end{pmatrix}$$

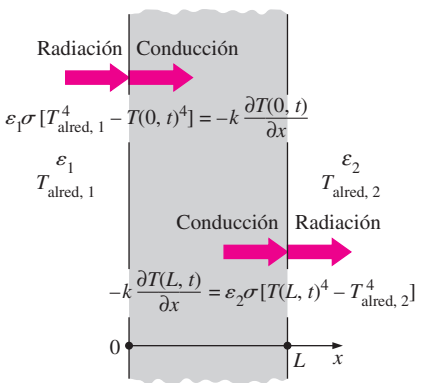


FIGURA 2-35
Condiciones de frontera de radiación sobre ambas superficies de una pared plana.

Para una transferencia unidimensional de calor en la dirección x, en una placa de espesor L, las condiciones de radiación de frontera sobre ambas superficies se pueden expresar como (figura 2-35)

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = \varepsilon_1\sigma[T^4_{\text{alred, 1}} - T(0, t)^4] \qquad \textbf{(2-52a)}$$

y

$$-k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = \varepsilon_2\sigma[T(L, t)^4 - T^4_{\text{alred, 2}}] \qquad \textbf{(2-52b)}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las superficies frontera, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$ K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann y $T_{\text{alred, 1}}$ y $T_{\text{alred, 2}}$ son las temperaturas promedio de las superficies circundantes de los dos lados de la placa, respectivamente. Note que las temperaturas en los cálculos de radiación deben expresarse en K o R (no en °C o °F).

La condición de radiación de frontera involucra la cuarta potencia de la temperatura y, por lo tanto, es una condición *no lineal*. Como resultado, la aplicación de esta condición de frontera conduce a potencias de los coeficientes desconocidos, lo cual hace que sea difícil determinarlos. Por lo tanto, resulta tentador ignorar el intercambio de radiación en una superficie durante un análisis de transferencia de calor con el fin de evitar las complicaciones asociadas con la no linealidad. Éste es en especial el caso cuando la transferencia de calor en la superficie está dominada por la convección y el papel de la radiación es pequeño.

5 Condiciones de frontera en la interfase

Algunos cuerpos están formados por capas de materiales diferentes y la resolución de un problema de transferencia de calor en un medio de ese tipo requiere determinar la transferencia en cada capa. Esto, a su vez, requiere la especificación de las condiciones de frontera en cada *interfase*.

Las condiciones de frontera en una interfase se basan en los requisitos de que 1) los dos cuerpos en contacto deben tener la *misma temperatura* en el área de contacto y 2) una interfase (que es una superficie) no puede almacenar energía y, por lo tanto, el *flujo de calor* sobre ambos lados de la interfase *debe ser el mismo*. Las condiciones de frontera en la interfase de dos cuerpos A y B, en contacto perfecto en $x = x_0$ se pueden expresar como (figura 2-36)

$$T_A(x_0, t) = T_B(x_0, t) \tag{2-53}$$

y

$$-k_A \frac{\partial T_A(x_0, t)}{\partial x} = -k_B \frac{\partial T_B(x_0, t)}{\partial x} \tag{2-54}$$

donde k_A y k_B son las conductividades térmicas de las capas A y B, respectivamente. El caso de un contacto imperfecto que conduce a resistencia térmica por contacto, se abordará en el siguiente capítulo.

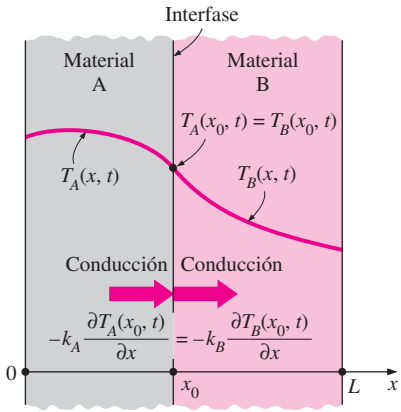


FIGURA 2-36
Condiciones de frontera en la interfase de dos cuerpos en contacto perfecto.

6 Condiciones de frontera generalizadas

Hasta ahora se ha considerado superficies sujetas a transferencia de calor de un *solo modo*, como el flujo especificado de calor, la convección o la radiación, por sencillez. Sin embargo, en general, una superficie puede comprender convección, radiación *y* flujo especificado de calor simultáneamente. En esos casos se obtiene una vez más la condición de frontera a partir de un balance de energía superficial, expresado como

$$\begin{pmatrix}\text{Transferencia de}\\ \text{calor hacia la superficie}\\ \text{en todos los modos}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Transferencia de calor}\\ \text{desde la superficie en}\\ \text{todos los modos}\end{pmatrix} \tag{2-55}$$

Esto se ilustra en los ejemplos 2-8 y 2-9.

EJEMPLO 2-8 **Condición de convección y radiación combinadas**

Una esfera metálica de radio r_0 se calienta en un horno hasta una temperatura de 600°F en toda su extensión y, a continuación, se saca del horno y se deja enfriar en el aire ambiente que está a $T_\infty = 78$°F, como se muestra en la figura 2-37. La conductividad térmica del material de la bola es $k = 8.3$ Btu/h · ft · °F y el coeficiente de transferencia de calor promedio por convección sobre la superficie exterior se evalúa que es $h = 4.5$ Btu/h · ft^2 · °F. La emisividad de la superficie exterior de la bola es $\varepsilon = 0.6$ y la temperatura promedio de las superficies circundantes es $T_{\text{alred}} = 525$ R. Suponiendo que la bola se enfría de manera uniforme desde toda la superficie exterior, exprese las condiciones inicial y de frontera para el proceso de enfriamiento de la misma.

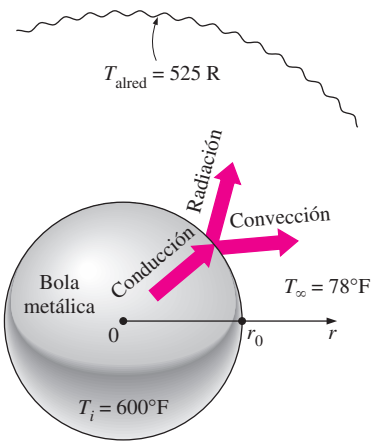


FIGURA 2-37
Esquema para el ejemplo 2-8.

SOLUCIÓN Se considera el enfriamiento de una bola metálica esférica caliente. Deben obtenerse las condiciones inicial y de frontera.

Análisis La bola está inicialmente a una temperatura uniforme y se enfría también de manera uniforme desde toda la superficie exterior. Por lo tanto, se trata de un problema unidimensional de transferencia de calor en régimen transitorio, dado que la temperatura dentro de la bola cambiará con la distancia radial r y el tiempo t. Es decir, $T = T(r, t)$. Tomando como $t = 0$ el momento en que la bola se saca del horno, la condición inicial se puede expresar como

$$T(r, 0) = T_i = 600°\text{F}$$

El problema posee simetría en torno al punto medio ($r = 0$), ya que, en este caso, las isotermas serán esferas concéntricas y, por consiguiente, nada de calor cruza el punto medio de la bola. Entonces, la condición de frontera en el punto medio se puede expresar como

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial r} = 0$$

El calor conducido hacia la superficie exterior de la bola se pierde hacia el medio por convección y radiación. Entonces, tomando la dirección r positiva como la dirección de transferencia de calor, la condición de frontera sobre la superficie exterior se puede expresar como

$$-k\frac{\partial T(r_o, t)}{\partial r} = h[T(r_o) - T_\infty] + \varepsilon\sigma[T(r_o)^4 - T_{\text{alred}}^4]$$

Discusión Se conocen todas las cantidades involucradas en las relaciones anteriores, excepto las temperaturas y sus derivadas en $r = 0$ y r_0. Asimismo, por sencillez, con frecuencia se ignora la parte de radiación de la condición en la frontera modificando el coeficiente de transferencia de calor por convección para explicar la contribución de la radiación. En ese caso, el coeficiente de convección h se convierte en el coeficiente combinado de transferencia de calor.

EJEMPLO 2-9 Convección, radiación y flujo de calor combinados

Considere el muro sur de una casa que tiene $L = 0.2$ m de espesor. La superficie exterior del muro está expuesta a la radiación solar y tiene una absortividad de $\alpha = 0.5$, para la energía solar. El interior de la casa se mantiene a $T_{\infty 1} = 20°\text{C}$, en tanto la temperatura del aire ambiente exterior permanece en $T_{\infty 2} = 5°\text{C}$. El cielo, el suelo y las superficies de las estructuras circundantes en este lugar se pueden considerar como una superficie a una temperatura efectiva de $T_{\text{cielo}} = 255$ K, para el intercambio de radiación sobre la superficie exterior. El intercambio de radiación entre la superficie interior del muro y las superficies de las paredes, piso y techo que están enfrente de él es despreciable. Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior del muro son $h_1 = 6$ W/m$^2 \cdot$ °C y $h_2 = 25$ W/m$^2 \cdot$ °C, respectivamente. La conductividad térmica del material del muro es $k = 0.7$ W/m $\cdot$ °C y la emisividad de la superficie exterior es $\varepsilon_2 = 0.9$. Suponiendo que la transferencia de calor a través del muro es estacionaria y unidimensional, exprese las condiciones en la frontera sobre las superficies interior y exterior de él.

SOLUCIÓN Se considera la pared de una casa sujeta a radiación solar. Deben obtenerse las condiciones de frontera en las superficies interior y exterior de la pared.

Análisis Tome la dirección normal a las superficies del muro como el eje x, con el origen en la superficie interior del propio muro, como se muestra en la figura 2-38. La transferencia de calor a través del muro se considera como estacionaria y unidimensional y, por consiguiente, la temperatura depende sólo de x y no del tiempo. Es decir, $T = T(x)$.

La condición de frontera sobre la superficie interior del muro, en $x = 0$, es una condición típica de convección, ya que no comprende radiación o flujo especificado de calor. Tomando la dirección x positiva como el sentido de la transferencia de calor, la condición de frontera sobre la superficie interior se puede expresar como

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = h_1[T_{\infty 1} - T(0)]$$

La condición de frontera sobre la superficie exterior, en $x = L$, es bastante general, ya que comprende conducción, convección, radiación y flujo especificado de calor. De nuevo, tomando la dirección x positiva como el sentido de la transferencia de calor, la condición de frontera sobre la superficie exterior se puede expresar como

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2}] + \varepsilon_2\sigma[T(L)^4 - T_{\text{cielo}}^4] - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

en donde $\dot{q}_{\text{solar}}$ es el flujo de calor solar incidente.

Discusión Suponiendo la dirección opuesta para la transferencia de calor daría el mismo resultado multiplicado por –1, lo cual es equivalente a la relación que se da aquí. Todas las cantidades en estas relaciones se conocen, excepto las temperaturas y sus derivadas en las dos fronteras.

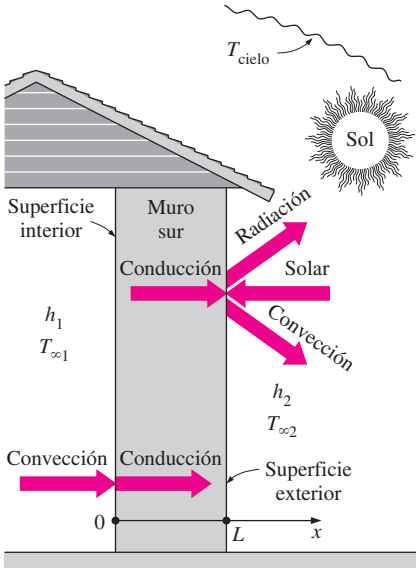


FIGURA 2-38
Esquema para el ejemplo 2-9.

Note que un problema de transferencia de calor puede comprender diferentes clases de condiciones de frontera sobre distintas superficies. Por ejemplo, una placa puede estar sujeta a *flujo de calor* sobre una de sus superficies, mientras pierde o gana calor al mismo tiempo por *convección* desde la otra. También, las dos condiciones de frontera en una dirección pueden especificarse *en la misma frontera*, en tanto no se imponga condición sobre la otra. Por ejemplo, la especificación de la temperatura y el flujo de calor en $x = 0$ de una placa de espesor L dará por resultado una solución única para la distribución unidimensional de temperatura de estado estacionario en la placa, incluyendo el valor de la temperatura en la superficie $x = L$. Aun cuando no es necesario, nada hay de erróneo en la especificación de más de dos condiciones de frontera en una dirección específica, siempre que no exista contradicción. En este caso, las condiciones adicionales se pueden usar para verificar los resultados.

2-5 ▪ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UNIDIMENSIONALES DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Hasta ahora se han deducido las ecuaciones diferenciales para la conducción del calor en varios sistemas de coordenadas y discutido las posibles condiciones de frontera. Un problema de conducción de calor se puede formular por la especificación de la ecuación diferencial aplicable y un conjunto de condiciones de frontera apropiadas.

En esta sección se resolverá una amplia gama de problemas de conducción del calor en configuraciones geométricas rectangulares, cilíndricas y esféricas. Se limitará la atención a los problemas que conducen a *ecuaciones diferenciales ordinarias*, como los *unidimensionales* de conducción de calor *en régimen*

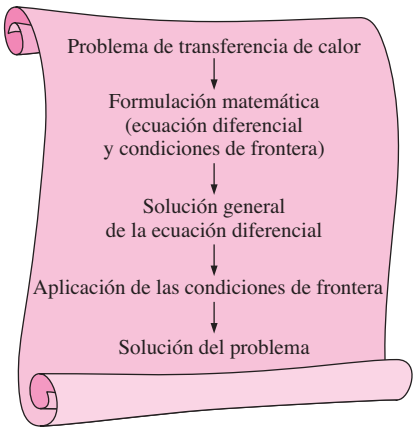


FIGURA 2-39
Pasos básicos que intervienen en la resolución de los problemas de transferencia de calor.

estacionario. También se supondrá que la *conductividad térmica es constante*, pero más adelante en este capítulo se considerará la conductividad variable. Si se siente intimidado por las ecuaciones diferenciales, o todavía no ha tomado un curso en ese sentido, no es necesario sentir pánico. La *integración simple* es todo lo que necesita para resolver los problemas unidimensionales de conducción de calor en régimen estacionario.

El procedimiento para resolver los problemas de conducción de calor se puede resumir como sigue: 1) *formúlese* el problema mediante la obtención de la ecuación diferencial aplicable en su forma más sencilla y especificando las condiciones de frontera, 2) obténgase la *solución general* de la ecuación diferencial y 3) aplíquense las *condiciones de frontera* y determínense las constantes arbitrarias en la solución general (figura 2-39). Esto se demuestra a continuación con ejemplos.

EJEMPLO 2-10 Conducción de calor en una pared plana

Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.2$ m, conductividad térmica $k = 1.2$ W/m · °C y área superficial $A = 15$ m^2. Los dos lados de la pared se mantienen a las temperaturas constantes $T_1 = 120$°C y $T_2 = 50$°C, respectivamente, como se muestra en la figura 2-40. Determine *a*) la variación de la temperatura dentro de la pared y el valor de la temperatura en $x = 0.1$ m, y *b*) la razón de la conducción de calor a través de la pared en condiciones estacionarias.

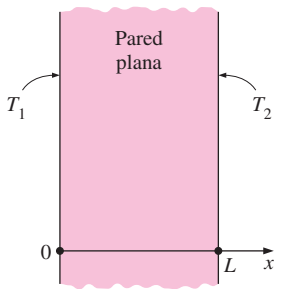


FIGURA 2-40
Esquema para el ejemplo 2-10.

SOLUCIÓN Se da una pared plana con temperaturas superficiales específicas. Se deben determinar la variación de la temperatura y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** La conducción de calor es estacionaria. **2** La conducción de calor es unidimensional, dado que la pared es grande en relación con su espesor y las condiciones térmicas en ambos lados son uniformes. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades Se da la conductividad térmica como $k = 1.2$ W/m · °C.

Análisis *a*) Tomando la dirección x como la perpendicular a la superficie de la pared, la ecuación diferencial para este problema se puede expresar como

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con las condiciones de frontera

$$T(0) = T_1 = 120°\text{C}$$
$$T(L) = T_2 = 50°\text{C}$$

La ecuación diferencial es lineal y de segundo orden, y una inspección rápida de ella revela que tiene un solo término que comprende derivadas y ningún término que contenga a la función desconocida T como factor. Por lo tanto, se puede resolver por integración directa. Puesto que una integración reduce el orden de una derivada en uno, se puede obtener la solución general de la ecuación diferencial antes dada por medio de dos simples integraciones sucesivas, cada una de las cuales introduce una constante de integración.

Integrando la ecuación diferencial una vez con respecto a x, se obtiene

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

donde C_1 es una constante arbitraria. Advierta que, como resultado de la integración, el orden de la derivada disminuyó en uno. Como verificación, si se calcula la derivada de esta ecuación, se obtendrá la ecuación diferencial original. Esta ecuación todavía no es la solución puesto que contiene una derivada.

Integrando una vez más se obtiene

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

la cual es la solución general de la ecuación diferencial (figura 2-41). En este caso, la solución general se asemeja a la fórmula general de una recta cuya pendiente es C_1 y cuyo valor en $x = 0$ es C_2. Esto no es sorprendente, ya que la segunda derivada representa el cambio en la pendiente de una función, y una segunda derivada igual a cero indica que la pendiente de esa función permanece constante. Por lo tanto, *cualquier recta* es una solución de esta ecuación diferencial.

La solución general contiene dos constantes desconocidas, C_1 y C_2 y, por consiguiente, se necesitan dos ecuaciones para determinarlas de manera única y obtener la solución específica. Estas ecuaciones se obtienen al forzar que la solución general satisfaga las condiciones de frontera específicas. La aplicación de cada condición da lugar a una ecuación y, por lo tanto, se necesita especificar dos condiciones para determinar las constantes C_1 y C_2.

Cuando se aplica una condición de frontera a una ecuación, *todas las ocurrencias de las variables dependiente e independiente y cualesquiera derivadas se reemplazan por los valores específicos*. De este modo, las únicas incógnitas en las ecuaciones resultantes son las constantes arbitrarias.

La primera condición de frontera se puede interpretar como *en la solución general, reemplácense todas las x por cero y T(x) por* T_1; es decir (figura 2-42):

$$T(0) = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_1$$

La segunda condición de frontera se puede interpretar como *en la solución general, reemplácense todas las x por L y T(x) por* T_2; es decir,

$$T(L) = C_1 L + C_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = C_1 L + T_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Si se sustituyen las expresiones para C_1 y C_2 en la solución general, se obtiene

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1 \tag{2-56}$$

la cual es la solución deseada, ya que no sólo satisface la ecuación diferencial sino también las dos condiciones de frontera específicas. Es decir, si se deriva la ecuación 2-56 con respecto a x dos veces dará $d^2T/dx^2 = 0$ que es la ecuación diferencial dada, y si se sustituyen $x = 0$ y $x = L$ en la ecuación 2-56, da $T(0) = T_1$ y $T(L) = T_2$, respectivamente, las cuales son las condiciones de frontera especificadas.

Si se sustituye la información dada, se determina que el valor de la temperatura en $x = 0.1$ m es

$$T(0.1\text{ m}) = \frac{(50 - 120)°\text{C}}{0.2\text{ m}}(0.1\text{ m}) + 120°\text{C} = \mathbf{85°C}$$

b) La razón de conducción de calor a través de la pared, en cualquier punto, determinada por la ley de Fourier es:

$$\dot{Q}_{\text{pared}} = -kA\frac{dT}{dx} = -kAC_1 = -kA\frac{T_2 - T_1}{L} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} \tag{2-57}$$

Al sustituir los valores dados se determina que el valor numérico de la razón de conducción de calor a través de la pared es

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (1.2\text{ W/m}\cdot°\text{C})(15\text{ m}^2)\frac{(120 - 50)°\text{C}}{0.2\text{ m}} = \mathbf{6\,300\ W}$$

Discusión Note que en las condiciones en régimen estacionario, la razón de conducción de calor a través de una pared plana es constante.

Ecuación diferencial:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Intégrese:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

Intégrese una vez más:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

Solución general — Constantes arbitrarias

FIGURA 2-41
Obtención por integración de la solución general de una ecuación diferencial simple de segundo orden.

Condición de frontera:

$$T(0) = T_1$$

Solución general:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

Aplicación de la condición de frontera:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

$$\underbrace{0}_{T_1} \qquad 0$$

Sustituyendo:

$$T_1 = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_1$$

No puede aparecer x o $T(x)$ después de que se aplica la condición de frontera.

FIGURA 2-42
Cuando se aplica una condición de frontera a la solución general, en un punto específico, todas las ocurrencias de las variables dependiente e independiente deben reemplazarse por los valores especificados en ese punto.

EJEMPLO 2-11 **Una pared con varios conjuntos de condiciones de frontera**

Considere la conducción unidimensional de calor en régimen estacionario en una pared plana de espesor L y conductividad térmica constante k, sin generación de calor. Obtenga expresiones para la variación de la temperatura dentro de la pared para las parejas siguientes de condiciones de frontera (figura 2-43):

$$a)\quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\ \text{W/cm}^2 \qquad \text{y} \qquad T(0) = T_0 = 15°\text{C}$$

$$b)\quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\ \text{W/cm}^2 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L = -25\ \text{W/cm}^2$$

$$c)\quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\ \text{W/cm}^2 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L = \dot{q}_0 = 40\ \text{W/cm}^2$$

SOLUCIÓN Se considera la conducción unidimensional estacionaria de calor en una pared plana grande. Debe determinarse la variación de la temperatura para diferentes conjuntos de condiciones de frontera.

Análisis Éste es un problema unidimensional de conducción de calor en estado estacionario, con conductividad térmica constante y sin generación de calor en el medio, y la ecuación de conducción de calor en este caso se puede expresar como (ecuación 2-17)

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

cuya solución general se determinó en el ejemplo anterior por integración directa que era

$$T(x) = C_1\,x + C_2$$

en donde C_1 y C_2 son dos constantes arbitrarias de integración. Las soluciones correspondientes a cada pareja especificada de condiciones de frontera se determinan como sigue:

a) En este caso, las dos condiciones de frontera se especifican en la misma frontera $x = 0$ y no se especifica condición en la otra frontera, en $x = L$. Dado que

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

la aplicación de las condiciones de frontera da

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$T(0) = T_0 \quad \rightarrow \quad T_0 = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_0$$

Al sustituir se determina que, en este caso, la solución específica es

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + T_0$$

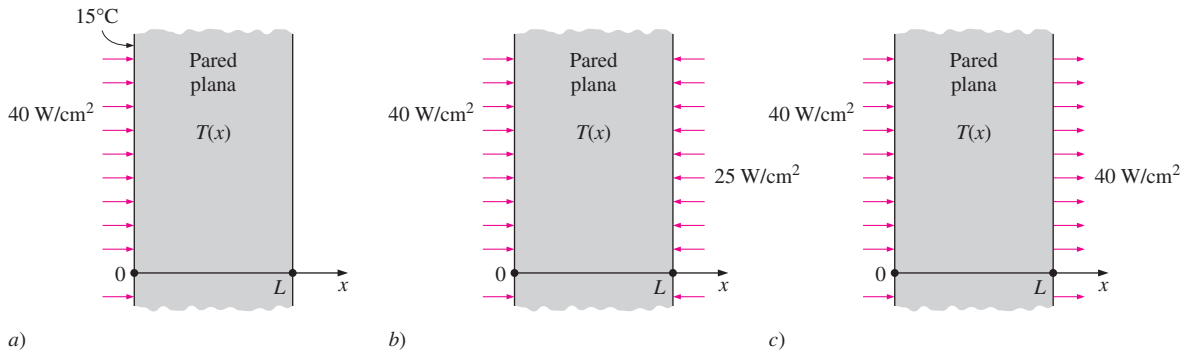


FIGURA 2-43
Esquema para el ejemplo 2-11.

Por lo tanto, las dos condiciones de frontera se pueden especificar en la misma frontera y no es necesario determinarlas en lugares diferentes. De hecho, el teorema fundamental de las ecuaciones diferenciales lineales ordinarias garantiza que existe una solución única cuando se especifican las dos condiciones en la misma ubicación. Pero no existe esa garantía cuando las dos condiciones se especifican en fronteras diferentes, como se verá a continuación.

b) En este caso se especifican diferentes flujos de calor en las dos fronteras. La aplicación de las condiciones de frontera da

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_L}{k}$$

Puesto que $\dot{q}_0 \neq \dot{q}_L$ y la constante C_1 no puede ser igual a dos cosas diferentes al mismo tiempo, no hay solución en este caso. Esto no es sorprendente, ya que este caso corresponde a suministrar calor a la pared plana desde ambos lados y esperar que la temperatura permanezca estacionaria (no cambie con el tiempo). Esto es imposible.

c) En este caso se especifican los mismos valores para el flujo de calor en las dos fronteras. La aplicación de las condiciones de frontera da

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

Por lo tanto, las dos condiciones conducen al mismo valor para la constante C_1, pero a ninguno para C_2. Al sustituir, se determina que, en este caso, la solución específica es

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + C_2$$

la cual no es una solución única, ya que C_2 es arbitraria.

Ecuación diferencial:

$$T''(x) = 0$$

Solución general:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

a) Solución única:

$$\left.\begin{aligned} -kT'(0) &= \dot{q}_0 \\ T(0) &= T_0 \end{aligned}\right\} T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + T_0$$

b) Ninguna solución:

$$\left.\begin{aligned} -kT'(0) &= \dot{q}_0 \\ -kT'(L) &= \dot{q}_L \end{aligned}\right\} T(x) = \text{Ninguna}$$

c) Soluciones múltiples:

$$\left.\begin{aligned} -kT'(0) &= \dot{q}_0 \\ -kT'(L) &= \dot{q}_0 \end{aligned}\right\} T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Arbitraria}}}{C_2}$$

FIGURA 2-44
Un problema con condiciones de frontera puede tener una solución única, un número infinito de soluciones o ninguna solución.

Discusión Esta última solución representa una familia de rectas cuya pendiente es $-\dot{q}_0/k$. Físicamente, este problema corresponde a requerir que la razón a la cual el calor es suministrado a la pared en $x = 0$ sea igual a la razón con la que se rechaza desde el otro lado, en $x = L$. Pero ésta es una consecuencia de que la conducción de calor a través de la pared sea estacionaria y, por lo tanto, la segunda condición de frontera no proporciona nueva información. Por lo tanto, no sorprende que la solución de este problema no sea única. En la figura 2-44 se resumen los tres casos antes discutidos.

EJEMPLO 2-12 Conducción de calor en la placa base de una plancha

Considere la placa base de una plancha doméstica de 1 200 W que tiene un espesor de $L = 0.5$ cm, área de la base de $A = 300$ cm^2 y conductividad térmica de $k = 15$ W/m · °C. La superficie interior de la placa base se sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores por resistencia que están en el interior y la superficie exterior pierde calor hacia los alrededores que están a $T_\infty = 20$°C, por convección, como se muestra en la figura 2-45. Tomando el coeficiente de transferencia de calor por convección como $h = 80$ W/m^2 · °C y descartando la pérdida de calor por radiación, obtenga una expresión para la variación de la temperatura en la placa base y evalúe las temperaturas en las superficies interior y exterior.

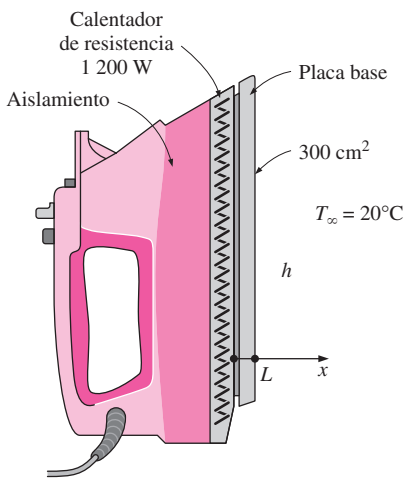


FIGURA 2-45
Esquema para el ejemplo 2-12.

SOLUCIÓN Se considera la placa base de una plancha. Deben determinarse la variación de la temperatura en la placa y las temperaturas superficiales.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no existe cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que el área superficial de la placa base es grande en relación con su espesor y las condiciones térmicas en ambos lados son uniformes. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No se tiene generación de calor en el medio. **5** La transferencia de calor por radiación es despreciable. **6** La parte superior de la plancha está bien aislada, de modo que todo el calor generado en las resistencias de alambre se transfiere a la placa base a través de su superficie interior.

Propiedades Se da la conductividad térmica como $k = 15$ W/m · °C.

Análisis La superficie interior de la placa base está sujeta a un flujo uniforme de calor a razón de

$$\dot{q}_0 = \frac{\dot{Q}_0}{A_{\text{base}}} = \frac{1\,200 \text{ W}}{0.03 \text{ m}^2} = 40\,000 \text{ W/m}^2$$

El lado exterior de la placa está sujeto a la condición de convección. Tomando la dirección x como la perpendicular a la superficie de la pared, con su origen sobre la superficie interior, la ecuación diferencial para este problema se puede expresar como (figura 2-46)

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con las condiciones de frontera

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\,000 \text{ W/m}^2$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty]$$

Una vez más, mediante dos integraciones sucesivas se obtiene que la solución general de la ecuación diferencial es

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

y

$$T(x) = C_1 x + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

en donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias. Aplicando la primera condición de frontera,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

Dado que $dT/dx = C_1$ y $T(L) = C_1L + C_2$, la aplicación de la segunda condición en la frontera da

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad -kC_1 = h[(C_1L + C_2) - T_\infty]$$

Si se hace la sustitución $C_1 = -\dot{q}_0/k$ y se despeja C_2, se obtiene

$$C_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}_0}{h} + \frac{\dot{q}_0}{k}L$$

Ahora, al sustituir C_1 y C_2 en la solución general (*a*) da

$$T(x) = T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L-x}{k} + \frac{1}{h}\right) \qquad \textbf{(b)}$$

la cual es la solución para la variación de la temperatura en la placa. Las temperaturas en las superficies interior y exterior de la placa se determinan al hacer las sustituciones $x = 0$ y $x = L$, respectivamente, en la relación (*b*):

$$T(0) = T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L}{k} + \frac{1}{h}\right)$$

$$= 20°\text{C} + (40\,000\ \text{W/m}^2)\left(\frac{0.005\ \text{m}}{15\ \text{W/m}\cdot°\text{C}} + \frac{1}{80\ \text{W/m}^2\cdot°\text{C}}\right) = \mathbf{533°C}$$

y

$$T(L) = T_\infty + \dot{q}_0\left(0 + \frac{1}{h}\right) = 20°\text{C} + \frac{40\,000\ \text{W/m}^2}{80\ \text{W/m}^2\cdot°\text{C}} = \mathbf{520°C}$$

Discusión Note que la temperatura de la superficie interior de la placa base es 13°C más elevada que la de la superficie exterior cuando se alcanzan las condiciones estables de operación. Note también que este análisis de transferencia de calor permite incluso calcular las temperaturas de superficies que no se pueden alcanzar. En este ejemplo se demuestra cómo se aplican las condiciones de frontera de flujo de calor y de convección a los problemas de transferencia de calor.

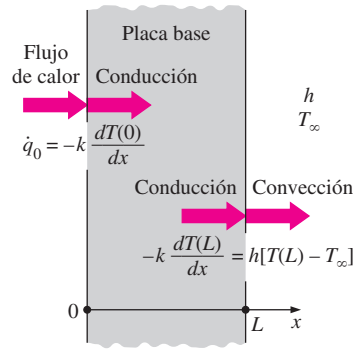


FIGURA 2-46
Condiciones de frontera sobre la placa base de la plancha discutida en el ejemplo 2-12.

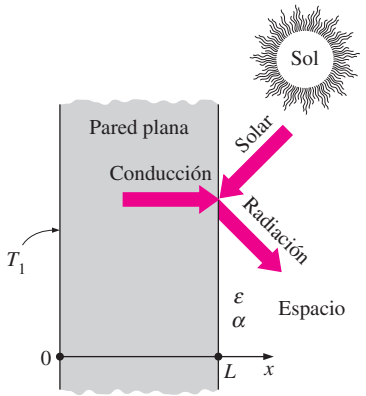


FIGURA 2-47
Esquema para el ejemplo 2-13.

EJEMPLO 2-13 Conducción del calor en una pared calentada por radiación solar

Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.06$ m y conductividad térmica $k = 1.2$ W/m · °C en el espacio. La pared está cubierta con losetas de porcelana blanca que tienen una emisividad de $\varepsilon = 0.85$ y una absortividad solar de $\alpha = 0.26$, como se muestra en la figura 2-47. La superficie interior de la pared se mantiene a $T_1 = 300$ K en todo momento, en tanto que la exterior está expuesta a la radiación solar que incide a razón de $\dot{q}_{solar} = 800$ W/m^2. La superficie exterior también está perdiendo calor por radiación hacia el espacio profundo que está a 0 K. Determine la temperatura de la superficie exterior de la pared y la razón de la transferencia de calor a través de la pared cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación. ¿Qué respondería si no incidiera radiación solar sobre la superficie?

SOLUCIÓN Una pared plana en el espacio está sujeta a una temperatura específica sobre uno de sus lados y a radiación solar sobre el otro. Se deben determinar la temperatura de la superficie exterior y la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria dado que no hay cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que la pared es grande en relación con su espesor y las condiciones térmicas en ambos lados son uniformes. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades Se da que la conductividad térmica es $k = 1.2$ W/m · °C.

Análisis Tomando la dirección x como la perpendicular a la superficie de la pared con su origen sobre la superficie interior, la ecuación diferencial para este problema se puede expresar como

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con las condiciones de frontera

$$T(0) = T_1 = 300 \text{ K}$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma[T(L)^4 - T_{espacio}^4] - \alpha\dot{q}_{solar}$$

en donde $T_{espacio} = 0$. Una vez más, por medio de dos integraciones sucesivas, se obtiene que la solución general de la ecuación diferencial es

$$T(x) = C_1x + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias. Aplicando la primera condición de frontera, se obtiene

$$T(0) = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_1$$

Dado que $dT/dx = C_1$ y $T(L) = C_1L + C_2 = C_1L + T_1$, la aplicación de la segunda condición de frontera da

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma T(L)^4 - \alpha\dot{q}_{solar} \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \varepsilon\sigma(C_1L + T_1)^4 - \alpha\dot{q}_{solar}$$

Aun cuando C_1 es la única incógnita en esta ecuación, no se puede obtener una expresión explícita para ella porque dicha ecuación no es lineal y, por lo tanto, no se puede obtener una expresión en forma cerrada para la distribución de temperatura. Esto debe explicar por qué se hizo el mejor esfuerzo para evitar las no linealidades en el análisis, como las asociadas con la radiación.

Se retrocede un poco y se denota la temperatura de la superficie exterior por $T(L) = T_L$, en lugar de $T(L) = C_1L + T_1$. En este caso, la aplicación de la segunda condición de frontera da

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma T(L)^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}} \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \varepsilon\sigma T_L^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

Despejando C_1 da

$$C_1 = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k} \qquad \textbf{(b)}$$

Ahora, sustituyendo C_1 y C_2 en la solución general (*a*), se obtiene

$$T(x) = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k}x + T_1 \qquad \textbf{(c)}$$

la cual es la solución para la variación de la temperatura en la pared en términos de la temperatura desconocida de la superficie exterior, T_L. En $x = L$, se transforma en

$$T_L = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k}L + T_1 \qquad \textbf{(d)}$$

la cual es una relación implícita para la temperatura de la superficie exterior, T_L. Si se sustituyen los valores dados, se obtiene

$$T_L = \frac{0.26 \times (800\ \text{W/m}^2) - 0.85 \times (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)\,T_L^4}{1.2\ \text{W/m} \cdot \text{K}}(0.06\ \text{m}) + 300\ \text{K}$$

la cual se simplifica a

$$T_L = 310.4 - 0.240975\left(\frac{T_L}{100}\right)^4$$

Esta ecuación se puede resolver por medio de uno de los varios programas para resolver ecuaciones no lineales (o bien, por el antiguo método de tanteos) para dar (figura 2-48)

$$T_L = \mathbf{292.7\ K}$$

Al conocer la temperatura de la superficie exterior y ya que se sabe que debe permanecer constante en condiciones estacionarias, se puede determinar la distribución de temperatura en la pared mediante la sustitución del valor de T_L antes encontrado en la ecuación (*c*):

$$T(x) = \frac{0.26 \times (800\ \text{W/m}^2) - 0.85 \times (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(292.7\ \text{K})^4}{1.2\ \text{W/m} \cdot \text{K}}x + 300\ \text{K}$$

la cual se simplifica a

$$T(x) = (-121.5\ \text{K/m})x + 300\ \text{K}$$

Note que la temperatura de la superficie exterior resulta menor que la de la superficie interior. Por lo tanto, la transferencia de calor a través de la pared será hacia afuera, a pesar de la absorción de la radiación solar por la superficie exterior. Si se conocen las temperaturas de las superficies interior y exterior de la pared, se puede determinar la razón estacionaria de conducción de calor a través de la pared, a partir de

$$\dot{q} = k\frac{T_1 - T_L}{L} = (1.2\ \text{W/m} \cdot \text{K})\frac{(300 - 292.7)\ \text{K}}{0.06\ \text{m}} = \mathbf{146\ W/m^2}$$

1) *Reacomódese la ecuación que se debe resolver:*

$$T_L = 310.4 - 0.240975\left(\frac{T_L}{100}\right)^4$$

La ecuación está en la forma apropiada ya que el miembro izquierdo sólo consta de T_L.

2) *Supóngase el valor de T_L, por ejemplo, 300 K y sustitúyase en el miembro derecho de la ecuación. Esto da*

$$T_L = 290.2\ \text{K}$$

3) *Ahora sustitúyase este valor de T_L en el miembro derecho de la ecuación y obténgase*

$$T_L = 293.1\ \text{K}$$

4) *Repítase el paso 3 hasta llegar a la convergencia con el fin de lograr la exactitud deseada. Las iteraciones subsiguientes dan*

$$T_L = 292.6\ \text{K}$$
$$T_L = 292.7\ \text{K}$$
$$T_L = 292.7\ \text{K}$$

Por lo tanto, la solución es $T_L = 292.7$ K. El resultado es independiente de la suposición inicial.

FIGURA 2-48
Un método sencillo para resolver una ecuación no lineal es disponerla en tal forma que la incógnita quede sola en el miembro izquierdo e iterar, después de hacer una suposición inicial del valor, hasta lograr la convergencia.

Discusión En el caso de que no incidiera radiación solar, la temperatura de la superficie exterior, determinada a partir de la ecuación (*d*), haciendo $\dot{q}_{solar} = 0$, será T_L = **284.3 K.** Es interesante notar que la energía solar que incide sobre la superficie causa que la temperatura superficial se incremente sólo en alrededor de 8 K, cuando la temperatura de la superficie interior de la pared se mantiene en 300 K.

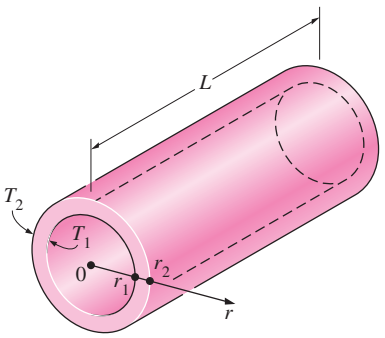


FIGURA 2-49
Esquema para el ejemplo 2-14.

EJEMPLO 2-14 **Pérdida de calor a través de un tubo de vapor de agua**

Considere un tubo de vapor de agua de longitud L = 20 m, radio interior r_1 = 6 cm, radio exterior r_2 = 8 cm y conductividad térmica k = 20 W/m · °C, como se muestra en la figura 2-49. Las superficies interior y exterior del tubo se mantienen a las temperaturas promedio de T_1 = 150°C y T_2 = 60°C, respectivamente. Obtenga una relación general para la distribución de temperatura en el interior del tubo, en condiciones estacionarias, y determine la razón de la pérdida de calor del vapor a través del propio tubo.

SOLUCIÓN Un tubo de vapor de agua está sujeto a temperaturas específicas sobre sus superficies. Deben determinarse la variación de la temperatura y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no cambia con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional puesto que hay simetría térmica con respecto a la línea central y no varía en la dirección axial, por lo tanto, $T = T(r)$. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica se da como k = 20 W/m · °C.

Análisis La formulación matemática de este problema se puede expresar como

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

con las condiciones de frontera

$$T(r_1) = T_1 = 150°\text{C}$$
$$T(r_2) = T_2 = 60°\text{C}$$

Al integrar la ecuación diferencial una vez con respecto a r da

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

donde C_1 es una constante arbitraria. Ahora se dividen los dos miembros de esta ecuación entre r para llevarla a una forma fácilmente integrable,

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Si se integra de nuevo con respecto a r da (figura 2-50)

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \qquad (a)$$

Ahora se aplican las dos condiciones de frontera al reemplazar todas las ocurrencias de r y $T(r)$ en la ecuación (*a*) con los valores específicos en las fronteras. Se obtiene

$$T(r_1) = T_1 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_1 + C_2 = T_1$$
$$T(r_2) = T_2 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_2 + C_2 = T_2$$

Ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

Intégrese:

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

Divídase entre r ($r \neq 0$):

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Intégrese una vez más:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

la cual es la solución general.

FIGURA 2-50
Pasos básicos que intervienen en la resolución de la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen estacionario, en coordenadas cilíndricas.

las cuales son dos ecuaciones con dos incógnitas, C_1 y C_2. Al resolverlas simultáneamente da

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln (r_2/r_1)} \qquad \text{y} \qquad C_2 = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln (r_2/r_1)} \ln r_1$$

Si se sustituyen en la ecuación (*a*) y se reacomoda, se determina que la variación de la temperatura dentro del tubo es

$$T(r) = \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}(T_2 - T_1) + T_1 \tag{2-58}$$

La razón de la pérdida de calor del vapor es simplemente la razón total de conducción de calor a través del tubo y, a partir de la ley de Fourier, se determina que es

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{C_1}{r} = -2\pi kLC_1 = 2\pi kL\frac{T_1 - T_2}{\ln (r_2/r_1)} \tag{2-59}$$

El valor numérico de la razón de la conducción de calor a través del tubo se determina por la sustitución de los valores dados:

$$\dot{Q} = 2\pi(20\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C})(20\ \text{m})\frac{(150 - 60)^\circ\text{C}}{\ln (0.08/0.06)} = \mathbf{786\ kW}$$

Discusión Note que la razón total de la transferencia de calor a través de un tubo es constante, pero el flujo de calor no lo es, ya que decrece en la dirección de la transferencia de calor al crecer el radio, puesto que se tiene $\dot{q} = \dot{Q}/(2\pi rL)$.

EJEMPLO 2-15 Conducción de calor a través de una capa esférica

Considere un recipiente esférico de radio interior $r_1 = 8$ cm, radio exterior $r_2 = 10$ cm y conductividad térmica $k = 45$ W/m · °C, como se muestra en la figura 2-51. Las superficies interior y exterior del recipiente se mantienen a las temperaturas constantes de $T_1 = 200$°C y $T_2 = 80$°C, respectivamente, como resultado de algunas reacciones químicas que ocurren en su interior. Obtenga una relación general para la distribución de temperatura dentro de la capa esférica, en condiciones estacionarias, y determine la razón de la pérdida de calor del recipiente.

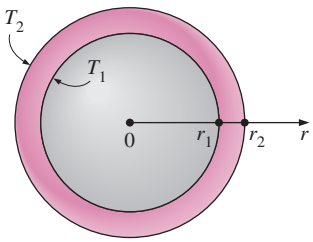


FIGURA 2-51
Esquema para el ejemplo 2-15.

SOLUCIÓN Un recipiente esférico está sujeto a temperaturas específicas sobre sus superficies. Deben determinarse la variación de la temperatura y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no cambia con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, dado que se tiene simetría térmica con respecto al punto medio y, por lo tanto, $T = T(r)$. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica es $k = 45$ W/m · °C.

Análisis La formulación matemática de este problema se puede expresar como

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

con las condiciones de frontera

$$T(r_1) = T_1 = 200°\text{C}$$
$$T(r_2) = T_2 = 80°\text{C}$$

Al integrar la ecuación diferencial una vez con respecto a r da

$$r^2 \frac{dT}{dr} = C_1$$

en donde C_1 es una constante arbitraria. Ahora se dividen los dos miembros de esta ecuación entre r^2 con el fin de llevarla a una forma fácilmente integrable,

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}$$

Si se integra una vez más con respecto a r da

$$T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

Ahora se aplican las dos condiciones de frontera, al reemplazar todas las ocurrencias de r y $T(r)$ en la relación que acaba de obtenerse por los valores específicos en las fronteras. Se obtiene

$$T(r_1) = T_1 \quad \rightarrow \quad -\frac{C_1}{r_1} + C_2 = T_1$$

$$T(r_2) = T_2 \quad \rightarrow \quad -\frac{C_1}{r_2} + C_2 = T_2$$

las cuales son dos ecuaciones con dos incógnitas, C_1 y C_2. Al resolverlas simultáneamente da

$$C_1 = -\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}(T_1 - T_2) \qquad \text{y} \qquad C_2 = \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1}$$

Al sustituir en la ecuación (*a*) se determina que la variación de la temperatura dentro de la capa esférica es

$$T(r) = \frac{r_1 r_2}{r(r_2 - r_1)}(T_1 - T_2) + \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1} \qquad \textbf{(2-60)}$$

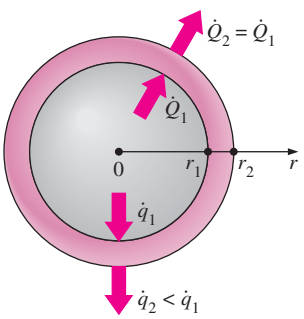
La razón de la pérdida de calor del recipiente es simplemente la razón total de la transferencia de calor a través de la pared del mismo y se determina a partir de la ley de Fourier,

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = -kA\frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2)\frac{C_1}{r^2} = -4\pi k C_1 = 4\pi k r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} \qquad \textbf{(2-61)}$$

El valor numérico de la razón de la conducción de calor a través de la pared se determina mediante la sustitución de los valores dados como

$$\dot{Q} = 4\pi(45\ \text{W/m}\cdot°\text{C})(0.08\ \text{m})(0.10\ \text{m})\frac{(200 - 80)°\text{C}}{(0.10 - 0.08)\ \text{m}} = \mathbf{27.1\ kW}$$

Discusión Note que la razón total de la transferencia de calor a través de una capa esférica es constante pero el flujo de calor, $\dot{q} = \dot{Q}/4\pi r^2$, no lo es puesto que disminuye en la dirección de la transferencia de calor al crecer el radio, como se muestra en la figura 2-52.



$$\dot{q}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{A_1} = \frac{27.1\ \text{kW}}{4\pi(0.08\ \text{m})^2} = 337\ \text{kW/m}^2$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\dot{Q}_2}{A_2} = \frac{27.1\ \text{kW}}{4\pi(0.10\ \text{m})^2} = 216\ \text{kW/m}^2$$

FIGURA 2-52
Durante la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en un recipiente esférico (o cilíndrico), la razón total de la transferencia de calor permanece constante, pero el flujo de calor disminuye al crecer el radio.

2-6 ▪ GENERACIÓN DE CALOR EN UN SÓLIDO

Muchas aplicaciones prácticas de la transferencia de calor comprenden la conversión de alguna forma de energía en *energía térmica* en el medio. Se dice que los medios de ese tipo comprenden *generación* interna *de calor*, la cual se manifiesta como una elevación en la temperatura en todo el medio. Algunos ejemplos de generación de calor son el *calentamiento por resistencia* en alambres, las *reacciones químicas* exotérmicas en un sólido y las *reacciones nucleares* en las barras de combustible nuclear, en donde las energías eléctrica, química y nuclear se convierten en calor, respectivamente (figura 2-53). La absorción de radiación en todo el volumen de un medio semitransparente, tal como el agua, también se puede considerar como generación de calor dentro del medio, como se explicó con anterioridad.

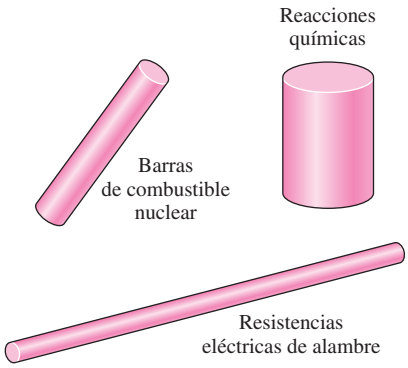


FIGURA 2-53
En la práctica es común encontrar la generación de calor en sólidos.

La generación de calor suele expresarse *por unidad de volumen* del medio y se denota por $\dot{e}_{gen}$, cuya unidad es W/m^3. Por ejemplo, la generación de calor en un alambre eléctrico de radio exterior r_0 y longitud L se puede expresar como

$$\dot{e}_{gen} = \frac{\dot{E}_{gen,\ eléctrica}}{V_{alambre}} = \frac{I^2 R_e}{\pi r_o^2 L} \qquad (W/m^3) \qquad \textbf{(2-62)}$$

donde I es la corriente eléctrica y R_e es la resistencia eléctrica que presenta el alambre.

La temperatura de un medio *se eleva* durante la generación de calor, como resultado de la absorción del calor generado por el medio durante el periodo transitorio de arranque. A medida que se incrementa la temperatura del medio, también aumenta la transferencia de calor de ese medio hacia sus alrededores. Esto continúa hasta que se alcanzan las condiciones de operación estacionarias y la velocidad de generación de calor es igual a la razón de la transferencia de calor hacia los alrededores. Una vez que se ha establecido la operación estacionaria, la temperatura del medio en cualquier punto ya no cambia.

La *temperatura máxima* $T_{máx}$ en un sólido que comprende generación uniforme de calor se tiene en un lugar *lo más alejado* de la superficie exterior, cuando ésta se mantiene a una temperatura constante T_s. Por ejemplo, la temperatura máxima ocurre en el *plano medio* de una pared plana, en la *línea central* de un cilindro largo y en el *punto medio* en una esfera. En estos casos la distribución de temperatura dentro del sólido será *simétrica* con respecto al eje de simetría.

Las cantidades que interesan más en un medio con generación de calor son la temperatura superficial T_s y la temperatura máxima $T_{máx}$ que se presentan en el medio en operación *estacionaria*. En seguida se desarrollarán expresiones para estas dos cantidades, en relación con configuraciones geométricas comunes, para el caso de generación *uniforme* de calor ($\dot{e}_{gen}$ = constante) dentro del medio.

Considere un medio sólido de área superficial A_s, volumen V y conductividad térmica constante k, donde el calor se genera a una razón constante de $\dot{e}_{gen}$ por unidad de volumen. El calor se transfiere del sólido al medio circundante que está a T_∞, con un coeficiente constante de transferencia de calor de h. Todas las superficies del sólido se mantienen a una temperatura común T_s. En condiciones *estacionarias* el balance de energía para este sólido se puede expresar como (figura 2-54)

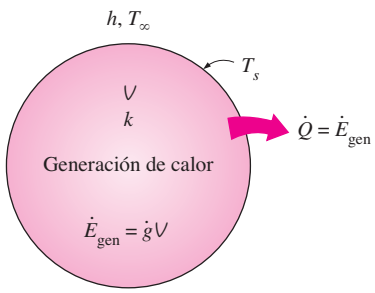


FIGURA 2-54
En condiciones estacionarias, todo el calor generado en un sólido debe salir de éste a través de su superficie exterior.

$$\begin{pmatrix} \text{Razón de la} \\ \textit{transferencia de calor} \\ \text{desde el sólido} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Velocidad de la} \\ \textit{generación de energía} \\ \text{dentro del sólido} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(2-63)}$$

o bien,

$$\dot{Q} = \dot{e}_{gen} V \qquad (W) \qquad \textbf{(2-64)}$$

Si se descarta la radiación (o se incorpora en el coeficiente de transferencia de calor h), la razón de la transferencia de calor también se puede expresar a partir de la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q} = hA_s\,(T_s - T_\infty) \qquad \text{(W)} \tag{2-65}$$

Al combinar las ecuaciones 2-64 y 2-65 y despejar la temperatura superficial T_s da

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} V}{hA_s} \tag{2-66}$$

Para una *pared plana* grande de espesor $2L$ ($A_s = 2A_{\text{pared}}$ y $V = 2LA_{\text{pared}}$) con ambos lados de la pared mantenidos a la misma temperatura T_s, un *cilindro* largo sólido con un radio r_o ($A_s = 2\pi r_o L$ y $V = \pi r_o^2 L$), y una *esfera* sólida de radio r_o ($A_s = 4\pi r_o^2$ y $V = \frac{4}{3}\pi r_o^3$), la ecuación 2-66 se reduce a

$$T_{s,\,\text{pared plana}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} L}{h} \tag{2-67}$$

$$T_{s,\,\text{cilindro}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o}{2h} \tag{2-68}$$

$$T_{s,\,\text{esfera}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o}{3h} \tag{2-69}$$

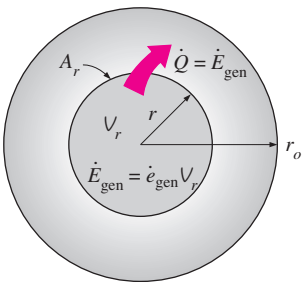


FIGURA 2-55
El calor conducido a través de un casco cilíndrico de radio r es igual al calor generado dentro de él.

Note que la elevación en la temperatura superficial T_s se debe a la generación de calor en el sólido.

Vuelva a considerar la transferencia de calor de un cilindro largo con generación de calor. Se mencionó con anterioridad que, en condiciones *estacionarias*, todo el calor generado dentro del medio es conducido a través de la superficie exterior del cilindro. Considere ahora un cilindro interior imaginario, de radio r, dentro del cilindro (figura 2-55). Una vez más, el *calor generado* dentro de este cilindro interior debe ser igual al *calor conducido* a través de la superficie exterior del mismo. Es decir, con base en la ley de Fourier de la conducción del calor,

$$-kA_r \frac{dT}{dr} = \dot{e}_{\text{gen}} V_r \tag{2-70}$$

en donde $A_r = 2\pi rL$ y $V_r = \pi r^2 L$ en cualquier ubicación r. Al sustituir estas expresiones en la ecuación 2-70 y separar las variables, se obtiene

$$-k(2\pi rL)\frac{dT}{dr} = \dot{e}_{\text{gen}}(\pi r^2 L) \quad \rightarrow \quad dT = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}\, rdr$$

Si se integra desde $r = 0$, donde $T(0) = T_0$, hasta $r = r_o$, donde $T(r_o) = T_s$, se obtiene

$$\Delta T_{\text{máx, cilindro}} = T_0 - T_s = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{4k} \tag{2-71}$$

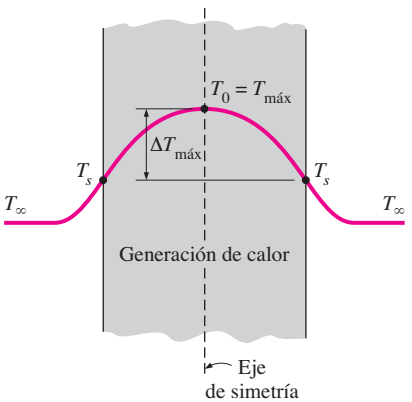


FIGURA 2-56
La temperatura máxima en un sólido simétrico con generación uniforme de calor ocurre en su centro.

donde T_0 es la temperatura en la línea central del cilindro, la cual es la *temperatura máxima*, y $\Delta T_{\text{máx}}$ es la diferencia entre las temperaturas de la línea central y de la superficie del cilindro, la cual es la *elevación máxima de temperatura* en dicho cilindro por encima de la temperatura superficial. Una vez que se cuenta con $\Delta T_{\text{máx}}$, la temperatura en la línea central se puede determinar con facilidad a partir de (figura 2-56)

$$T_{\text{centro}} = T_0 = T_s + \Delta T_{\text{máx}} \tag{2-72}$$

También se puede usar el enfoque descrito con anterioridad con el fin de determinar la *elevación máxima en la temperatura* en una pared plana de espesor $2L$ y en una esfera sólida de radio r_0, con estos resultados:

$$\Delta T_{\text{máx, pared plana}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} L^2}{2k} \tag{2-73}$$

$$\Delta T_{\text{máx, esfera}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{6k} \tag{2-74}$$

De nuevo se puede determinar la temperatura máxima en el centro a partir de la ecuación 2-72 sumando la elevación máxima en la temperatura a la temperatura superficial del sólido.

EJEMPLO 2-16 **Temperatura en la línea central de un calentador de resistencia**

Un calentador de resistencia de alambre de 2 kW cuya conductividad es $k = 15$ W/m · °C tiene un diámetro de $D = 4$ mm y una longitud de $L = 0.5$ m y se usa para hervir agua (figura 2-57). Si la temperatura de la superficie exterior de la resistencia de alambre es $T_s = 105$°C, determine la temperatura en el centro del alambre.

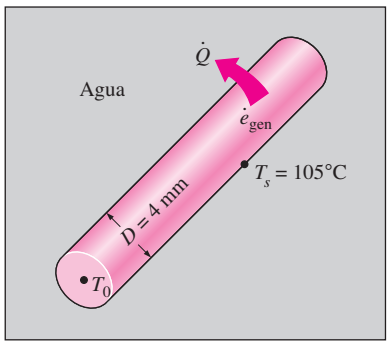


FIGURA 2-57
Esquema para el ejemplo 2-16.

SOLUCIÓN Se va a determinar la temperatura en el centro de un calentador de resistencia sumergido en agua.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, dado que no cambia con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que se tiene simetría térmica con respecto a la línea central y no hay cambio en la dirección axial. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor en el calentador es uniforme.

Propiedades Se da la conductividad térmica, la cual es $k = 15$ W/m · K.

Análisis La resistencia del calentador de 2 kW convierte la energía eléctrica en calor a razón de 2 kW. La generación de calor por unidad de volumen del alambre es

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{\pi r_o^2 L} = \frac{2\,000 \text{ W}}{\pi(0.002 \text{ m})^2(0.5 \text{ m})} = 0.318 \times 10^9 \text{ W/m}^3$$

Entonces, a partir de la ecuación 2-71, se determina que la temperatura en el centro del alambre es

$$T_o = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{4k} = 105°\text{C} + \frac{(0.318 \times 10^9 \text{ W/m}^3)(0.002 \text{ m})^2}{4 \times (15 \text{ W/m} \cdot °\text{C})} = \mathbf{126°C}$$

Discusión Nótese que la diferencia de temperatura entre el centro y la superficie del alambre es de 21°C. Asimismo, las unidades de la conductividad térmica W/m · °C y W/m · K son equivalentes.

Se han desarrollado estas relaciones por medio del procedimiento intuitivo del *balance de energía*. Sin embargo, fue posible haber obtenido las mismas relaciones planteando las *ecuaciones diferenciales* apropiadas y resolviéndolas, como se ilustra en los ejemplos 2-17 y 2-18.

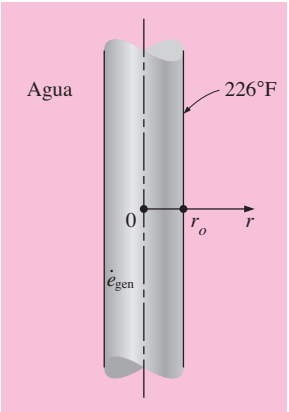


FIGURA 2-58
Esquema para el ejemplo 2-17.

EJEMPLO 2-17 Variación de la temperatura en una resistencia de calentador

Se usa una resistencia de alambre homogéneo y largo de radio $r_0 = 0.2$ in y conductividad térmica $k = 7.8$ Btu/h · ft · °F para hervir agua a la presión atmosférica por el paso de corriente eléctrica, como se muestra en la figura 2-58. El calor se genera en el alambre de manera uniforme como resultado del calentamiento por resistencia a una razón de $\dot{e}_{gen} = 2\,400$ Btu/h · in^3. Si se mide la temperatura de la superficie exterior del alambre y resulta ser $T_s = 226$°F, obtenga una relación para la distribución de temperatura y determine la temperatura de la línea central del alambre cuando se alcanzan las condiciones de operación estacionaria.

SOLUCIÓN Este problema de transferencia de calor es semejante al del ejemplo 2-16, excepto en que se necesita obtener una relación para la variación de la temperatura dentro del alambre con respecto a r. Las ecuaciones diferenciales son muy adecuadas para este fin.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, dado que no cambia con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que se tiene simetría térmica con respecto a la línea central y no hay cambio en la dirección axial. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor en el alambre es uniforme.

Propiedades La conductividad térmica es $k = 7.8$ Btu/h · ft · °F.

Análisis La ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura en el alambre es simplemente la ecuación 2-27,

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{gen}}{k} = 0$$

Ésta es una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden y, por lo tanto, su solución general contendrá dos constantes arbitrarias. La determinación de éstas requiere la especificación de dos condiciones de frontera, las cuales se pueden tomar como

$$T(r_o) = T_s = 226°\text{F}$$

y

$$\frac{dT(0)}{dr} = 0$$

La primera condición de frontera simplemente expresa que la temperatura de la superficie exterior del alambre es de 226°F. La segunda es la condición de simetría en la línea central y se afirma que la temperatura máxima en el alambre ocurrirá en esa línea, por lo tanto, la pendiente de la temperatura en $r = 0$ debe ser cero (figura 2-59). Con esto se completa la formulación matemática del problema.

Aun cuando no es obvio de inmediato, la ecuación diferencial está en una forma que se puede resolver por integración directa. Al multiplicar los dos miembros de la ecuación por r y reacomodar, se obtiene

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{\dot{e}_{gen}}{k}r$$

Si se integra con respecto a r da

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{e}_{gen}}{k}\frac{r^2}{2} + C_1 \qquad (a)$$

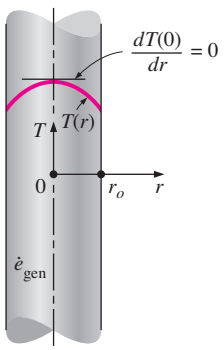


FIGURA 2-59
Condición de simetría térmica en la línea central de un alambre en el cual el calor se genera de manera uniforme.

puesto que la generación de calor es constante y la integral de la derivada de una función es la propia función. Es decir, la integración elimina una derivada. En este punto resulta conveniente aplicar la segunda condición de frontera, dado que está relacionada con la primera derivada de la temperatura, al reemplazar todas las ocurrencias de r y de dT/dr en la ecuación (*a*) por cero. Con esto se llega a

$$0 \times \frac{dT(0)}{dr} = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k} \times 0 + C_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = 0$$

Por lo tanto, C_1 se cancela de la solución. Ahora se divide la ecuación (*a*) entre r para llevarla a una forma fácilmente integrable,

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k} r$$

Si se integra una vez más con respecto a r da

$$T(r) = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r^2 + C_2 \qquad \textbf{(b)}$$

Ahora se aplica la primera condición de frontera, reemplazando todas las ocurrencias de r por r_0 y todas las de T por T_s. Se obtiene

$$T_s = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_0^2 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_o^2$$

Al sustituir esta relación para C_2 en la ecuación (*b*) y reacomodar da

$$T(r) = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k}(r_o^2 - r^2) \qquad \textbf{(c)}$$

que es la solución deseada para la distribución de temperatura en el alambre en función de r. La temperatura en la línea central ($r = 0$) se obtiene al reemplazar r en la ecuación (*c*) por cero y sustituir las cantidades conocidas,

$$T(0) = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_o^2 = 226°\text{F} + \frac{2\,400 \text{ Btu/h} \cdot \text{in}^3}{4 \times (7.8 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F})}\left(\frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}}\right)(0.2 \text{ in})^2 = \mathbf{263°F}$$

Discusión La temperatura de la línea central será 37°F por encima de la temperatura de la superficie exterior del alambre. Note que la expresión que acaba de darse para la temperatura de la línea central es idéntica a la ecuación 2-71, la cual se obtuvo utilizando un balance de energía en un volumen de control.

EJEMPLO 2-18 Conducción de calor en un medio de dos capas

Considere un alambre largo usado como resistencia de radio $r_1 = 0.2$ cm y conductividad térmica $k_{\text{alambre}} = 15$ W/m · °C en el cual el calor se genera de manera uniforme como resultado del calentamiento de la resistencia a una razón constante de $\dot{e}_{\text{gen}} = 50$ W/cm³ (figura 2-60). El alambre está recubierto por una capa de 0.5 cm de espesor de cerámica cuya conductividad térmica es $k_{\text{cerámica}} = 1.2$ W/m · °C. Si se mide que la temperatura de la superficie exterior de la capa de cerámica es $T_s = 45$°C, determine las temperaturas en el centro del alambre y en la interfase del alambre y la capa de cerámica en condiciones estacionarias.

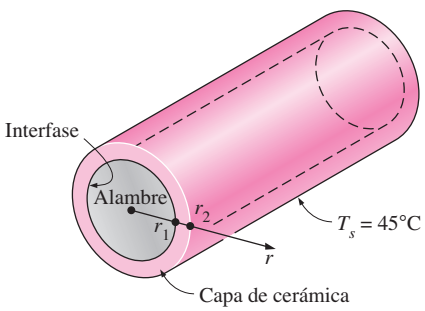


FIGURA 2-60
Esquema para el ejemplo 2-18.

SOLUCIÓN Se deben determinar las temperaturas de la superficie y de la interfase de una resistencia de alambre cubierta con una capa de cerámica.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, puesto que no cambia con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, dado que este problema de transferencia de calor en dos capas posee simetría con respecto a la línea central y no comprende cambios en la dirección axial, por lo tanto, $T = T(r)$. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La generación de calor en el alambre es uniforme.

Propiedades Se tiene $k_{\text{alambre}} = 15$ W/m · °C y $k_{\text{cerámica}} = 1.2$ W/m · °C.

Análisis Si se denota la temperatura desconocida en la interfase por T_I, el problema de transferencia de calor en el alambre se puede formular como

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT_{\text{alambre}}}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

con

$$T_{\text{alambre}}(r_1) = T_I$$

$$\frac{dT_{\text{alambre}}(0)}{dr} = 0$$

Este problema se resolvió en el ejemplo 2-17 y se determinó que su solución es

$$T_{\text{alambre}}(r) = T_I + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k_{\text{alambre}}}(r_1^2 - r^2) \qquad \textbf{(a)}$$

Si se observa que la capa de cerámica no involucra generación de calor y que se especifica su temperatura en la superficie exterior, el problema de conducción de calor en esa capa se puede expresar como

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT_{\text{cerámica}}}{dr}\right) = 0$$

con

$$T_{\text{cerámica}}(r_1) = T_I$$

$$T_{\text{cerámica}}(r_2) = T_s = 45°\text{C}$$

Este problema se resolvió en el ejemplo 2-15 y se determinó que su solución es

$$T_{\text{cerámica}}(r) = \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}(T_s - T_I) + T_I \qquad \textbf{(b)}$$

Ya se ha utilizado la primera condición en la interfase al igualar a T_I las temperaturas en el alambre y en la capa de cerámica, donde $r = r_1$. La temperatura T_I en la interfase se determina a partir de la segunda condición en la interfase de que el flujo de calor en el alambre y en la capa de cerámica, en $r = r_1$, deben ser iguales:

$$-k_{\text{alambre}}\frac{dT_{\text{alambre}}(r_1)}{dr} = -k_{\text{cerámica}}\frac{dT_{\text{cerámica}}(r_1)}{dr} \rightarrow \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_1}{2} = -k_{\text{cerámica}}\frac{T_s - T_I}{\ln(r_2/r_1)}\left(\frac{1}{r_1}\right)$$

Al despejar T_I y sustituir los valores dados, se determina que la temperatura en la interfase es

$$T_I = \frac{\dot{e}_{gen} r_1^2}{2k_{cerámica}} \ln \frac{r_2}{r_1} + T_s$$
$$= \frac{(50 \times 10^6 \text{ W/m}^3)(0.002 \text{ m})^2}{2(1.2 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})} \ln \frac{0.007 \text{ m}}{0.002 \text{ m}} + 45^\circ \text{ C} = \mathbf{149.4^\circ C}$$

Si se conoce la temperatura en la interfase se obtiene la temperatura en la línea central ($r = 0$) al sustituir las cantidades conocidas en la ecuación (*a*),

$$T_{alambre}(0) = T_I + \frac{\dot{e}_{gen} r_1^2}{2k_{alambre}} = 149.4^\circ\text{C} + \frac{(50 \times 10^6 \text{ W/m}^3)(0.002 \text{ m})^2}{4 \times (15 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})} = \mathbf{152.7^\circ C}$$

Por lo tanto, la temperatura de la línea central será ligeramente mayor que la de interfase.

Discusión En este ejemplo se demuestra cómo se pueden resolver los problemas unidimensionales de conducción de calor en estado estacionario en medios compuestos. También se podría resolver este problema mediante la determinación del flujo de calor en la interfase al dividir el calor total generado en el alambre entre el área superficial de éste y, a continuación, usando este valor como la condición de frontera de flujo específico de calor, tanto para el alambre como para la capa de cerámica. De esta manera, los dos problemas se desacoplan y se pueden resolver por separado.

EJEMPLO 2-19 Conducción de calor en una pared plana con generación de calor

Una pared plana con un espesor de $2L$ experimenta una generación uniforme de calor (figura 2-61). Determine la expresión para la variación de temperatura dentro de la pared, si *a*) $T_1 > T_2$ y *b*) $T_1 = T_2$.

SOLUCIÓN Una pared plana grande experimenta una generación de calor uniforme. Se deben determinar las expresiones de la variación de temperatura dentro de la pared para $T_1 > T_2$ y $T_1 = T_2$.

Suposiciones **1** El estado de la conducción de calor es estacionario. **2** La conducción de calor es unidimensional. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor es uniforme.

Análisis Comenzamos con la ecuación general de conducción de calor para coordenadas rectangulares,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Para la conducción unidimensional de calor y la conductividad térmica constante, la ecuación general de conducción de calor se simplifica como

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_{gen}}{k} = 0$$

Después de integrar dos veces, se obtiene la solución general para esta ecuación diferencial de segundo orden:

$$T(x) = -\frac{\dot{e}_{gen}}{2k}x^2 + C_1 x + C_2$$

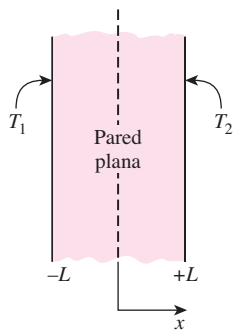


FIGURA 2-61
Esquema para el ejemplo 2-19.

a) Para el caso de las condiciones de frontera asimétricas con $T_1 > T_2$, después de aplicar las condiciones de frontera, se obtiene

$$x = -L: \qquad T(-L) = T_1 = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 - C_1L + C_2$$

$$x = L: \qquad T(L) = T_2 = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 + C_1L + C_2$$

Observe que en este problema el sistema de coordenadas se coloca en el centro de la pared plana ($x = 0$) y se considera que la x a la derecha del eje central es positiva y a la izquierda, negativa. Cuando se analizan problemas de pared plana con generación de calor, suele adoptarse esta notación con el fin de capturar mejor el efecto de la generación de calor sobre la temperatura. Tras despejar las constantes C_1 y C_2, se obtiene

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{2L} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 + \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Al sustituir las expresiones C_1 y C_2 en la solución general, se determina que la variación de la temperatura dentro de la pared es

$$T(x) = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_2 - T_1}{2}\left(\frac{x}{L}\right) + \frac{T_1 + T_2}{2} \qquad \textbf{(a)}$$

b) Para el caso de condiciones de frontera simétricas, tras sustituir $T_2 = T_1$ en la ecuación anterior se obtiene

$$T(x) = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_1 \qquad \textbf{(b)}$$

Discusión La ecuación *a*) muestra que la variación de la temperatura dentro de la pared, para el caso de condiciones de frontera asimétricas con $T_1 > T_2$, no es simétrica y la temperatura máxima ocurre a la izquierda de la línea central. Observe que la ecuación *a*) se reduce a la solución de la temperatura del ejemplo 2-10 (ecuación 2-56) para la conducción de calor en una pared plana sin generación de calor si se establece que $\dot{e}_{\text{gen}} = 0$ y al realizar la transformación adecuada de coordenadas. En el caso de las condiciones de frontera simétricas ($T_1 = T_2$), la ecuación *b*) muestra que la variación de la temperatura dentro de la pared es simétrica y que la temperatura máxima se presenta en la línea central. Esto es comparable a los resultados mostrados en el ejemplo 2-16 para la variación de temperaturas en un calentador de resistencia cilíndrico.

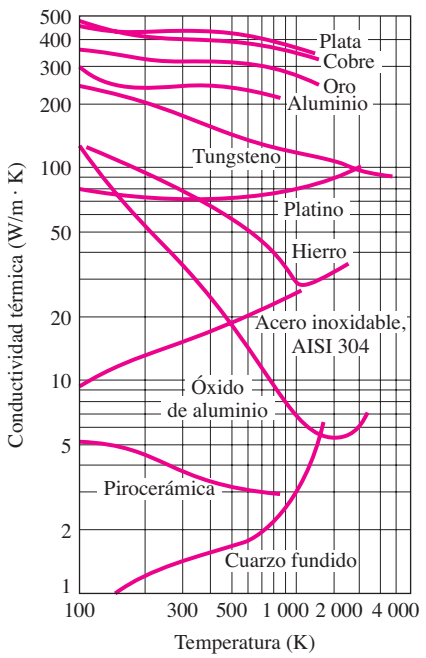


FIGURA 2-62
Variación de la conductividad térmica de algunos sólidos con la temperatura.

2-7 ▪ CONDUCTIVIDAD TÉRMICA VARIABLE, $k(T)$

El lector recordará, por lo visto en el capítulo 1 que, en general, la conductividad térmica de un material varía con la temperatura (figura 2-62). Sin embargo, esta variación es moderada para muchos materiales en un rango de interés práctico y se puede descartar. En esos casos se puede usar un valor promedio para la conductividad térmica y considerarla constante, como se ha estado haciendo hasta ahora. Es común hacer lo mismo para otras propiedades que dependen de la temperatura, como la densidad y el calor específico.

Sin embargo, cuando la variación de la conductividad térmica con la temperatura, en un intervalo específico de temperaturas es grande, puede ser necesario tomar en cuenta esta variación para minimizar el error. En general, al tomar en cuenta la variación de la conductividad térmica con la temperatura se complica el análisis. Pero cuando se trata de casos simples unidimensionales, se pueden obtener relaciones de transferencia de calor de manera directa.

Cuando se conoce la variación de la conductividad térmica con la temperatura, $k(T)$, se puede determinar el valor promedio de la conductividad térmica en el rango de temperaturas entre T_1 y T_2, a partir de

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2 - T_1} \tag{2-75}$$

Esta relación se basa en el requisito de que la razón de la transferencia de calor a través de un medio con conductividad térmica promedio constante k_{prom} es igual a la razón de transferencia a través del mismo medio con conductividad variable $k(T)$. Note que en el caso de conductividad térmica constante $k(T) = k$, la ecuación 2-75 se reduce a $k_{\text{prom}} = k$, como era de esperarse.

Entonces se puede determinar la razón de la transferencia de calor en operación estacionaria a través de una pared plana, una capa cilíndrica o una capa esférica, para el caso de conductividad térmica variable, si se reemplaza la conductividad térmica constante k de las ecuaciones 2-57, 2-59 y 2-61 por la expresión (o valor) de k_{prom} de la 2-75:

$$\dot{Q}_{\text{pared plana}} = k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT \tag{2-76}$$

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = 2\pi k_{\text{prom}} L \frac{T_1 - T_2}{\ln (r_2/r_1)} = \frac{2\pi L}{\ln (r_2/r_1)}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT \tag{2-77}$$

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = 4\pi k_{\text{prom}} r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT \tag{2-78}$$

Con frecuencia se puede aproximar la variación en la conductividad térmica de un material con la temperatura, en el rango de interés, como una función lineal y expresada como

$$k(T) = k_0(1 + \beta T) \tag{2-79}$$

en donde β se denomina **coeficiente de temperatura de la conductividad térmica**. En este caso, el valor *promedio* de la conductividad térmica en el rango de temperaturas T_1 a T_2 se puede determinar a partir de

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k_0(1 + \beta T)dT}{T_2 - T_1} = k_0\left(1 + \beta\frac{T_2 + T_1}{2}\right) = k(T_{\text{prom}}) \tag{2-80}$$

Note que, en este caso, la *conductividad térmica promedio* es igual al valor de la conductividad térmica en la *temperatura promedio*.

Se mencionó con anterioridad que, en una pared plana, la temperatura varía linealmente durante la conducción unidimensional de calor en estado estacionario cuando la conductividad térmica es constante. Pero éste ya no es el caso cuando la conductividad térmica cambia con la temperatura, incluso linealmente, como se muestra en la figura 2-63.

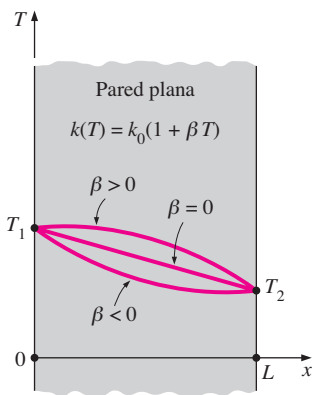


FIGURA 2-63
Variación de la temperatura en una pared plana durante la conducción unidimensional de calor en estado estacionario, para los casos de conductividad térmica constante y variable.

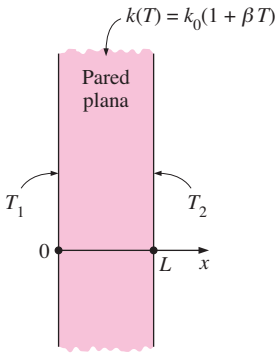


FIGURA 2-64
Esquema para el ejemplo 2-20.

EJEMPLO 2-20 Variación de la temperatura en una pared con $k(T)$

Considere una pared plana de espesor L cuya conductividad térmica varía linealmente en un intervalo especificado de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde k_0 y β son constantes. La superficie de la pared en $x = 0$ se mantiene a una temperatura constante T_1, en tanto que la superficie en $x = L$ se mantiene a T_2, como se muestra en la figura 2-64. Si se supone una transferencia de calor unidimensional en estado estacionario, obtenga una relación para *a*) la razón de la transferencia de calor a través de la pared y *b*) la distribución de temperatura $T(x)$ en ésta.

SOLUCIÓN Una placa con conductividad variable está sujeta a temperaturas específicas en ambos lados. Deben determinarse la variación de la temperatura y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** Se supone que la transferencia de calor es estacionaria y unidimensional. **2** La conductividad térmica varía linealmente. **3** No hay generación de calor.

Propiedades Se sabe que la conductividad térmica es $k(T) = k_0(1 + \beta T)$.

Análisis *a*) Se puede determinar la razón de la transferencia de calor a través de la pared a partir de

$$\dot{Q} = k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

donde A es el área de conducción de calor de la pared y

$$k_{\text{prom}} = k(T_{\text{prom}}) = k_0\left(1 + \beta \frac{T_2 + T_1}{2}\right)$$

es la conductividad térmica promedio (ecuación 2-80).

b) Con el fin de determinar la distribución de temperatura en la pared, se inicia con la ley de Fourier de la conducción del calor, expresada como

$$\dot{Q} = -k(T) A \frac{dT}{dx}$$

donde la razón de la transferencia de calor por conducción $\dot{Q}$ y el área A son constantes. Al separar variables e integrando desde $x = 0$, en donde $T(0) = T_1$, hasta cualquier x, en donde $T(x) = T$, se obtiene

$$\int_0^x \dot{Q}\,dx = -A \int_{T_1}^{T} k(T)dT$$

Al sustituir $k(T) = k_0(1 + \beta T)$ y llevar a cabo las integraciones, se obtiene

$$\dot{Q}x = -Ak_0[(T - T_1) + \beta(T^2 - T_1^2)/2]$$

Si se sustituye la expresión para $\dot{Q}$ del inciso *a* y se reacomoda, da

$$T^2 + \frac{2}{\beta}T + \frac{2k_{\text{prom}}}{\beta k_0}\frac{x}{L}(T_1 - T_2) - T_1^2 - \frac{2}{\beta}T_1 = 0$$

la cual es una ecuación *cuadrática* en la temperatura desconocida T. Usando la fórmula cuadrática, se determina que la distribución de temperatura $T(x)$ en la pared es

$$T(x) = -\frac{1}{\beta} \pm \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{2k_{\text{prom}}}{\beta k_0}\frac{x}{L}(T_1 - T_2) + T_1^2 + \frac{2}{\beta}T_1}$$

Discusión El signo apropiado del término con la raíz cuadrada (+ o –) se determina con base en el requisito de que la temperatura en cualquier punto dentro del medio debe permanecer entre T_1 y T_2. Este resultado explica por qué la distribución de temperatura en una pared plana ya no es una recta cuando la conductividad térmica varía con la temperatura.

EJEMPLO 2-21 **Conducción de calor a través de una pared con $k(T)$**

Considere una placa de bronce de 2 m de alto y 0.7 m de ancho cuyo espesor es de 0.1 m. Uno de los lados de la placa se mantiene a una temperatura constante de 600 K, en tanto que el otro se mantiene a 400 K, como se muestra en la figura 2-65. Se puede suponer que la conductividad térmica de la placa de bronce varía linealmente en ese rango de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, en donde $k_0 = 38$ W/m · K y $\beta = 9.21 \times 10^{-4}$ K^{-1}. Si se descartan los efectos de los bordes y se supone transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, determine la razón de la conducción de calor a través de la placa.

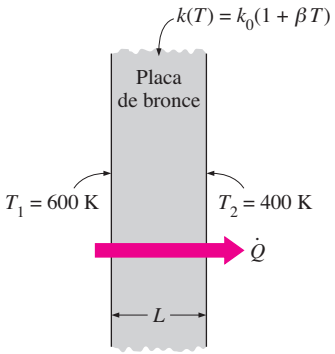


FIGURA 2-65
Esquema para el ejemplo 2-21.

SOLUCIÓN Una placa con conductividad variable está sujeta a temperaturas específicas en ambos lados. Debe determinar la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria y unidimensional. **2** La conductividad térmica varía linealmente. **3** No hay generación de calor.

Propiedades Se da que la conductividad térmica es $k(T) = k_0(1 + \beta T)$.

Análisis En este caso, la conductividad térmica promedio del medio es simplemente el valor a la temperatura promedio y se determina a partir de

$$\begin{aligned} k_{\text{prom}} &= k(T_{\text{prom}}) = k_0\left(1 + \beta\frac{T_2 + T_1}{2}\right) \\ &= (38\ \text{W/m}\cdot\text{K})\left[1 + (9.21 \times 10^{-4}\ \text{K}^{-1})\frac{(600 + 400)\ \text{K}}{2}\right] \\ &= 55.5\ \text{W/m}\cdot\text{K} \end{aligned}$$

Entonces se puede determinar la razón de la conducción de calor a través de la placa a partir de la ecuación 2-76, como

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L} \\ &= (55.5\ \text{W/m}\cdot\text{K})(2\ \text{m} \times 0.7\ \text{m})\frac{(600 - 400)\text{K}}{0.1\ \text{m}} = \mathbf{155\ kW} \end{aligned}$$

Discusión Se habría obtenido el mismo resultado si se hubiera sustituido la relación de $k(T)$ en la segunda parte de la ecuación 2-76 y realizado la integración indicada.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Un breve repaso de las ecuaciones diferenciales

Como se mencionó en el capítulo 1, la descripción de la mayor parte de los problemas científicos comprende relaciones en las que se tienen cambios en algunas variables clave con respecto a otras. Por lo común, entre más pequeño es el incremento elegido en las variables que cambian, más general y exacta es la descripción. En el caso límite de cambios infinitesimales o diferenciales en las variables, se obtienen *ecuaciones diferenciales*, las cuales proporcionan formulaciones matemáticas precisas para los principios y leyes físicos al representar las razones de cambio como *derivadas*.

*Esta sección se puede pasar por alto, si se desea, sin pérdida de continuidad.

Por lo tanto, se usan ecuaciones diferenciales para investigar una amplia variedad de problemas en la ciencia y la ingeniería, incluyendo la transferencia de calor.

Las ecuaciones diferenciales surgen cuando se aplican las *leyes* y *principios físicos* a un problema considerando cambios infinitesimales en las variables de interés. Por lo tanto, la obtención de la ecuación diferencial que rija un problema específico requiere un conocimiento adecuado de la naturaleza de dicho problema, de las variables que intervienen, de las hipótesis simplificadoras apropiadas y de las leyes y principios físicos aplicables que intervienen, así como un análisis cuidadoso.

En general, una ecuación puede comprender una o más variables. Como el nombre lo implica, una **variable** es una cantidad que puede tomar varios valores durante un estudio. Una cantidad cuyo valor está fijo durante un estudio se llama **constante**. Las constantes suelen denotarse por las primeras letras del alfabeto, como a, b, c y d, en tanto que las variables por lo común se denotan por las últimas, como t, x, y y z. Una variable cuyo valor se puede cambiar de manera arbitraria se llama **variable independiente** (o argumento). Una variable cuyo valor depende del valor de otras variables y, por lo tanto, no puede variar de manera independiente se llama **variable dependiente** (o función).

Una variable dependiente y que depende de una variable x suele denotarse, por claridad, como $y(x)$. Sin embargo, esta notación se vuelve muy inconveniente e incómoda cuando y se repite varias veces en una expresión. En esos casos, resulta conveniente denotar $y(x)$ simplemente como y, cuando es evidente que y es función de x. Esta abreviatura en la notación mejora el aspecto y legibilidad de las ecuaciones. El valor de y en un número fijo a se denota por $y(a)$.

La **derivada** de una función $y(x)$ en un punto es equivalente a la *pendiente* de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto y se define como (figura 2-66)

$$y'(x) = \frac{dy(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \tag{2-81}$$

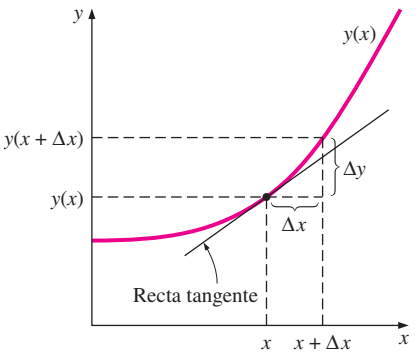


FIGURA 2-66
La derivada de una función en un punto representa la pendiente de la recta tangente de la función en ese punto.

Aquí Δx representa un cambio (pequeño) en la variable independiente x y se llama *incremento* de x. El cambio correspondiente en la función y se llama incremento de y y se denota por Δy. Por lo tanto, la derivada de una función se puede concebir como la razón del incremento Δy de la función con respecto al incremento Δx de la variable independiente, para un Δx muy pequeño. Note que Δy y, por lo tanto, $y'(x)$ será cero si la función y no cambia con x.

La mayor parte de los problemas que se encuentran en la práctica comprenden cantidades que cambian con el tiempo t y sus primeras derivadas con respecto al tiempo representan la razón de cambio de esas cantidades con el tiempo. Por ejemplo, si $N(t)$ denota la población de una colonia de bacterias en el instante t, entonces la primera derivada $N' = dN/dt$ representa la razón de cambio de la población, lo cual es la cantidad de aumento o disminución de la población por unidad de tiempo.

La derivada de la primera derivada de una función y se llama *segunda derivada* de y y se denota por y'' o d^2y/dx^2. En general, la derivada de la $(n - 1)$-ésima derivada de y se llama n-ésima derivada de y y se denota por $y^{(n)}$ o d^ny/dx^n. En este caso, n es un entero positivo y se llama *orden* de la derivada. El orden n no debe confundirse con el *grado* de una derivada. Por

ejemplo, y''' es la derivada de tercer orden de y, pero $(y')^3$ es el tercer grado de la primera derivada de y. Note que la primera derivada de una función representa la *pendiente* o la *razón de cambio* de la función con la variable independiente, y la segunda derivada representa la *razón de cambio de la pendiente* de la función con la variable independiente.

Cuando una función y depende de dos o más variables independientes, como x y t, a veces se tiene interés en examinar la dependencia de la función sólo con respecto a una de las variables. Esto se hace al tomar la derivada de la función con respecto a esa variable, manteniendo constantes las otras variables. Esas derivadas se llaman **derivadas parciales**. Las primeras derivadas parciales de la función $y(x, t)$ con respecto a x y a t se definen como (figura 2-67)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x + \Delta x, t) - y(x, t)}{\Delta x} \tag{2-82}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{y(x, t + \Delta t) - y(x, t)}{\Delta t} \tag{2-83}$$

Note que al hallar $\partial y/\partial x$, se trata a t como una constante y se deriva y con respecto a x. Del mismo modo, al hallar $\partial y/\partial t$, se trata a x como constante y se deriva y con respecto a t.

La **integración** se puede concebir como el proceso inverso a la derivación. Es común usar la integración en la resolución de ecuaciones diferenciales ya que, en esencia, resolver una ecuación diferencial es un proceso de eliminación de las derivadas de la ecuación. La derivación es el proceso de hallar $y'(x)$ cuando se da una función $y(x)$, en tanto que la integración es el proceso de hallar la función $y(x)$ cuando se da su derivada $y'(x)$. La integral de esta derivada se expresa como

$$\int y'(x)dx = \int dy = y(x) + C \tag{2-84}$$

ya que $y'(x)dx = dy$ y la integral de la diferencial de una función es la propia función (más una constante, por supuesto). En la ecuación 2-84, x es la variable de integración y C es una constante arbitraria llamada **constante de integración**.

La derivada de $y(x) + C$ es $y'(x)$, sin importar cuál sea el valor de la constante C. Por lo tanto, dos funciones que difieren en una constante tienen la misma derivada, y siempre se suma una constante C durante la integración con el fin de recuperar esta constante que se pierde durante la derivación. La integral de la ecuación 2-84 se llama **integral indefinida**, ya que el valor de la constante arbitraria C está indefinido. El procedimiento descrito se puede extender hacia derivadas de orden superior (figura 2-68). Por ejemplo,

$$\int y''(x)dx = y'(x) + C \tag{2-85}$$

Esto se puede probar definiendo una nueva variable $u(x) = y'(x)$, derivándola para obtener $u'(x) = y''(x)$ y, a continuación, aplicando la ecuación 2-84. Por consiguiente, el orden de una derivada disminuye en uno cada vez que se integra.

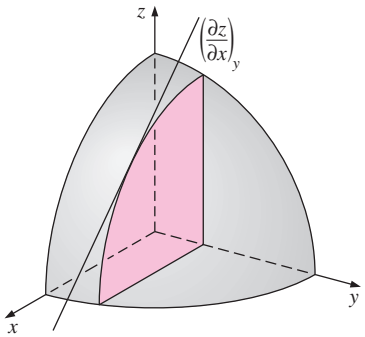


FIGURA 2-67
Representación gráfica de la derivada parcial $\partial z/\partial x$.

$$\int dy = y + C$$
$$\int y'\,dx = y + C$$
$$\int y''\,dx = y' + C$$
$$\int y'''\,dx = y'' + C$$
$$\int y^{(n)}\,dx = y^{(n-1)} + C$$

FIGURA 2-68
Algunas integrales indefinidas que comprenden derivadas.

a) Una ecuación no lineal:

$$3(y'')^2 - 4yy' + e^{2xy} = 6x^2$$

Potencia — Producto — Otras funciones no lineales

b) Una ecuación lineal:

$$3x^2y'' - 4xy' + e^{2x}y = 6x^2$$

FIGURA 2-69
Una ecuación diferencial que es *a*) no lineal y *b*) lineal. Al comprobar la linealidad, se examina sólo la variable dependiente.

Clasificación de las ecuaciones diferenciales

Una ecuación diferencial que contiene sólo derivadas ordinarias se llama **ecuación diferencial ordinaria** y una que contenga derivadas parciales se llama **ecuación diferencial en derivadas parciales**. Entonces se infiere que los problemas relacionados con una sola variable independiente conducen a ecuaciones diferenciales ordinarias y los que comprenden dos o más variables independientes conducen a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Una ecuación diferencial puede contener varias derivadas de diversos órdenes de una función desconocida. El orden de la derivada más alta en una ecuación diferencial es el orden de la propia ecuación. Por ejemplo, el orden de $y''' + (y'')^4 = 7x^5$ es 3, puesto que no contiene derivadas de cuarto orden o superiores.

El lector recordará, por lo visto en álgebra, que la ecuación $3x - 5 = 0$ es mucho más fácil de resolver que la ecuación $x^4 + 3x - 5 = 0$, debido a que la primera ecuación es lineal en tanto que la segunda no lo es. Esto también es cierto para las ecuaciones diferenciales. Por lo tanto, antes de empezar a resolver una ecuación diferencial por lo común se verifica la linealidad. Se dice que una ecuación diferencial es **lineal** si la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado y sus coeficientes sólo dependen de la variable independiente. En otras palabras, una ecuación diferencial es lineal si se puede escribir en una forma que no contenga: 1) potencias de la variable dependiente o de sus derivadas, como y^3 o $(y')^2$, 2) productos de la variable dependiente o de sus derivadas, como yy' o $y'y'''$, y 3) otras funciones no lineales de la variable dependiente, como sen y o e^y. Si se cumple alguna de estas condiciones, es **no lineal** (figura 2-69).

Sin embargo, una ecuación diferencial lineal puede contener: 1) potencias o funciones no lineales de la variable independiente, tales como x^2 o cos x, y 2) productos de la variable dependiente (o sus derivadas) y funciones de la variable independiente, como x^3y', x^2y o $e^{-2x}y''$. Una ecuación diferencial de orden n se puede expresar en la forma más general como

$$y^{(n)} + f_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + f_{n-1}(x)y' + f_n(x)y = R(x) \qquad \textbf{(2-86)}$$

Una ecuación diferencial que no se puede poner en esta forma es no lineal. También se dice que una ecuación diferencial lineal en y es **homogénea**, si $R(x) = 0$. De lo contrario, es no homogénea. Es decir, cada término en una ecuación lineal homogénea contiene la variable dependiente o una de sus derivadas, después de que se eliminan los factores comunes de ella. El término $R(x)$ se conoce como *término no homogéneo*.

Las ecuaciones diferenciales también se clasifican por la naturaleza de los coeficientes de la variable dependiente y sus derivadas. Se dice que una ecuación diferencial tiene **coeficientes constantes** si los coeficientes de todos los términos que contienen la variable dependiente o sus derivadas son constantes. Si, después de eliminar cualesquiera factores comunes, cualquiera de los términos con la variable dependiente o sus derivadas tiene a la variable independiente como coeficiente, se dice que esa ecuación tiene **coeficientes variables** (figura 2-70). Las ecuaciones diferenciales con

a) *Con coeficientes constantes:*

$$y'' + 6y' - 2y = xe^{-2x}$$

Constante

b) *Con coeficientes variables:*

$$y'' - 6x^2y' - \frac{2}{x-1}y = xe^{-2x}$$

Variable

FIGURA 2-70
Una ecuación diferencial con *a*) coeficientes constantes y *b*) coeficientes variables.

coeficientes constantes suelen ser mucho más fáciles de resolver que aquellas con coeficientes variables.

Soluciones de las ecuaciones diferenciales

Resolver una ecuación diferencial puede ser tan fácil como realizar una o más integraciones; pero ecuaciones diferenciales tan simples suelen ser la excepción más bien que la regla. No existe un método único general de resolución aplicable a todas las ecuaciones diferenciales. Se tienen distintas técnicas de solución, siendo aplicable cada una de ellas a clases diferentes de ecuaciones diferenciales. A veces la solución de una ecuación diferencial requiere el uso de dos o más técnicas así como ingenio y dominio de los métodos de resolución. Algunas ecuaciones diferenciales sólo se pueden resolver aplicando algunos trucos ingeniosos. Algunas no se pueden resolver analíticamente en lo absoluto.

En álgebra suelen buscarse valores discretos que satisfagan una ecuación algebraica, como $x^2 - 7x - 10 = 0$. No obstante, al tratar con las ecuaciones diferenciales se buscan funciones que satisfagan la ecuación en un intervalo específico. Por ejemplo, la ecuación algebraica $x^2 - 7x - 10 = 0$ es satisfecha sólo por dos números: 2 y 5. Pero la ecuación diferencial $y' - 7y = 0$ es satisfecha por la función e^{7x} para cualquier valor de x (figura 2-71).

a) Una ecuación algebraica:

$$y^2 - 7y - 10 = 0$$

Solución: $y = 2$ y $y = 5$

b) Una ecuación diferencial:

$$y' - 7y = 0$$

Solución: $y = e^{7x}$

FIGURA 2-71
A diferencia de las ecuaciones algebraicas las soluciones de las ecuaciones diferenciales son típicamente funciones en lugar de valores discretos.

Considere la ecuación algebraica $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$. Es obvio que $x = 1$ satisface esta ecuación y, por lo tanto, es una solución. Sin embargo, no es la única solución de esta ecuación. Se puede demostrar con facilidad, por sustitución directa, que $x = 2$ y $x = 3$ también satisfacen esta ecuación y, por consiguiente, también son soluciones. Pero no existen otras soluciones para esta ecuación. Por lo tanto, se dice que el conjunto 1, 2 y 3 forma la solución completa para esta ecuación algebraica.

La misma línea de razonamiento se aplica a las ecuaciones diferenciales. Por lo común las ecuaciones diferenciales tienen soluciones múltiples que contienen por lo menos una constante arbitraria. Cualquier función que satisfaga la ecuación diferencial en un intervalo se llama *solución* de esa ecuación en ese intervalo. Una solución que contiene una o más constantes arbitrarias representa una familia de funciones que satisfacen la ecuación diferencial y se llama **solución general** de esa ecuación. No es de sorprender que una ecuación diferencial pueda tener más de una solución general. Se suele decir que una solución general es la **solución general** o la **solución completa** si todas las soluciones de la ecuación se pueden obtener a partir de ella como un caso especial. Una solución que se puede obtener a partir de una solución general, al asignar valores particulares a las constantes arbitrarias, se llama **solución específica**.

El lector recordará, por lo que estudió en álgebra, que un número es una solución de una ecuación algebraica si satisface esa ecuación. Por ejemplo, 2 es una solución de la ecuación $x^3 - 8 = 0$ porque la sustitución de la x por 2 hace que sea idéntica a cero. Del mismo modo, una función es una solución de una ecuación diferencial si aquélla satisface a ésta. En otras palabras, una función solución conduce a una identidad cuando se sustituye en la ecuación diferencial. Por ejemplo, se puede demostrar por sustitución directa que la función $3e^{-2x}$ es una solución de $y'' - 4y = 0$ (figura 2-72).

Función: $f = 3e^{-2x}$

Ecuación diferencial: $y'' - 4y = 0$

Derivadas de f:

$$f' = -6e^{-2x}$$
$$f'' = 12e^{-2x}$$

Sustituyendo en $y'' - 4y = 0$:

$$f'' - 4f \stackrel{?}{=} 0$$
$$12e^{-2x} - 4 \times 3e^{-2x} \stackrel{?}{=} 0$$
$$0 = 0$$

Por lo tanto, la función $3e^{-2x}$ es una solución de la ecuación diferencial $y'' - 4y = 0$.

FIGURA 2-72
Verificación de que una función dada es una solución de una ecuación diferencial.

RESUMEN

En este capítulo se ha estudiado la ecuación de la conducción de calor y sus soluciones. Se dice que la conducción de calor en un medio es *estacionaria* (o estable) cuando la temperatura no varía con el tiempo y *no estacionaria* o *transitoria* cuando sí se tiene esta variación. Se dice que la conducción de calor en un medio es *unidimensional* cuando la conducción es significativa sólo en una dimensión y despreciable en las otras dos dimensiones. Se dice que es *bidimensional* cuando la conducción en la tercera dimensión es despreciable y *tridimensional* cuando la conducción en todas las dimensiones es significativa. En el análisis de la transferencia de calor, la conversión de la energía eléctrica, química o nuclear en energía calorífica (o térmica) se caracteriza como *generación de calor*.

Se puede obtener la ecuación de la conducción de calor al realizar un balance de energía sobre un elemento diferencial de volumen. La ecuación unidimensional de conducción de calor en los sistemas de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas, para el caso de conductividades térmicas constantes se expresa como

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la *difusividad térmica* del material.

La solución de un problema de conducción de calor depende de las condiciones en las superficies, y las expresiones matemáticas para las condiciones térmicas en las fronteras se llaman *condiciones de frontera*. La solución de los problemas de conducción transitoria de calor también depende de la condición del medio al iniciarse el proceso de conducción. Esa condición, que suele especificarse en el instante $t = 0$, se llama *condición inicial*, la cual es una expresión matemática para la distribución de temperatura en el medio, inicialmente. La descripción matemática completa de un problema de conducción de calor requiere la especificación de dos condiciones de frontera para cada dimensión a lo largo de la cual la conducción es significativa, y una condición inicial cuando el problema es transitorio. Las condiciones de frontera más comunes son las de *temperatura específica*, *flujo especificado de calor*, *convección* y *radiación*. En general, una superficie de frontera puede comprender flujo especificado de calor, convección y radiación al mismo tiempo.

Para la transferencia unidimensional de calor en estado estacionario a través de una placa de espesor L, los diversos tipos de condiciones de frontera en las superficies en $x = 0$ y $x = L$ se pueden expresar como

Temperatura específica:

$$T(0) = T_1 \qquad \text{y} \qquad T(L) = T_2$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas especificadas en las superficies en $x = 0$ y $x = L$.

Flujo específico de calor:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L$$

donde $\dot{q}_0$ y $\dot{q}_L$ son los flujos específicos de calor en las superficies en $x = 0$ y $x = L$.

Aislamiento o simetría térmica:

$$\frac{dT(0)}{dx} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{dT(L)}{dx} = 0$$

Convección:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = h_1[T_{\infty 1} - T(0)] \qquad \text{y} \qquad -k\frac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2}]$$

donde h_1 y h_2 son los coeficientes de transferencia de calor por convección y $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ son las temperaturas en los medios circundantes en los dos lados de la placa.

Radiación:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \varepsilon_1\sigma[T^4_{\text{alred, 1}} - T(0)^4] \qquad \text{y}$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon_2\sigma[T(L)^4 - T^4_{\text{alred, 2}}]$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las superficies frontera, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$ K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann y $T_{\text{alred,1}}$ y $T_{\text{alred,2}}$ son las temperaturas promedio en las superficies que rodean los dos lados de la placa. En los cálculos sobre radiación, las temperaturas deben estar en K o R.

Interfase de dos cuerpos A *y* B *en contacto perfecto en* $x = x_0$:

$$T_A(x_0) = T_B(x_0) \qquad \text{y} \qquad -k_A\frac{dT_A(x_0)}{dx} = -k_B\frac{dT_B(x_0)}{dx}$$

donde k_A y k_B son las conductividades térmicas de las capas A y B.

La generación de calor suele expresarse *por unidad de volumen* del medio y se denota por $\dot{e}_{\text{gen}}$, cuya unidad es W/m^3. En condiciones estacionarias, la temperatura superficial T_s de una pared plana de espesor $2L$, un cilindro de radio exterior r_o y una esfera de radio r_o, en los cuales el calor se genera a una razón constante de $\dot{e}_{\text{gen}}$ por unidad de volumen en un medio circundante a una temperatura T_∞, se puede expresar como

$$T_{s,\text{ pared plana}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L}{h}$$

$$T_{s,\text{ cilindro}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o}{2h}$$

$$T_{s,\text{ esfera}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o}{3h}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección. La elevación máxima de temperatura entre la superficie y la sección media de un medio se expresa por

$$\Delta T_{\text{máx, pared plana}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}$$

$$\Delta T_{\text{máx, cilindro}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o^2}{4k}$$

$$\Delta T_{\text{máx, esfera}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o^2}{6k}$$

Cuando se conoce la variación de la conductividad térmica con la temperatura, $k(T)$, se puede determinar el valor promedio de la conductividad térmica en el rango de temperaturas entre T_1 y T_2 a partir de

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2 - T_1}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor a través de una pared plana en régimen estacionario, una capa cilíndrica o una capa esférica se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{pared plana}} = k_{\text{prom}}A\frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = 2\pi k_{\text{prom}}L\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = 4\pi k_{\text{prom}}r_1r_2\frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{4\pi r_1r_2}{r_2 - r_1}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

A menudo la variación de la conductividad térmica de un material con la temperatura se puede considerar una función lineal y expresarse como

$$k(T) = k_0(1 + \beta T)$$

donde β se llama *coeficiente de temperatura de la conductividad térmica*.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. W. E. Boyce y R. C. Diprima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 4a. ed., Nueva York: John Wiley & Sons, 1986.

2. S. S. Kutateladze. *Fundamentals of Heat Transfer,* Nueva York: Academic Press, 1963.

PROBLEMAS*

Introducción

2-1C ¿La transferencia de calor es una cantidad escalar o vectorial? Explique. Dé respuesta a la misma pregunta para la temperatura.

2-2C Con el fin de calcular las medidas del compresor de un nuevo refrigerador, se desea determinar la razón de transferencia de calor del aire de la cocina hacia el espacio refrigerado a través de las paredes, la puerta y las secciones superior e inferior del refrigerador. Al analizar este problema, ¿lo manejaría como un problema de transferencia de calor en estado estacionario? ¿Consideraría la transferencia de calor como unidimensional o multidimensional? Explique.

2-3C ¿En qué difiere la transferencia transitoria de calor de la estacionaria? ¿En qué difiere la transferencia unidimensional de calor de la bidimensional?

2-4C Con el fin de determinar el tamaño del elemento de calentamiento de un horno nuevo, se desea determinar la razón de la pérdida de calor a través de las paredes, la puerta y las secciones superior e inferior de éste. En su análisis, ¿consideraría éste como un problema de transferencia estacionaria o transitoria de calor? Asimismo, ¿consideraría que la transferencia de calor es unidimensional o multidimensional? Explique.

2-5C Considere una papa que se está horneando. ¿Describiría la transferencia de calor hacia la papa como unidimensional, bi-

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un icono de CD-EES, , se resuelven usando el EES, y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un icono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software de EES que acompaña a este texto.

dimensional o tridimensional? ¿La transferencia de calor sería estacionaria o transitoria? También, ¿cuál sería el sistema de coordenadas que usaría para resolver este problema y en dónde colocaría el origen? Explique.

2-6C Considere un huevo que se cuece en agua hirviendo en una cacerola. ¿Describiría la transferencia de calor hacia el huevo como unidimensional, bidimensional o tridimensional? ¿La transferencia de calor sería estacionaria o transitoria? También, ¿cuál sería el sistema de coordenadas que usaría para resolver este problema y en dónde colocaría el origen? Explique.

2-7C Considere una salchicha que se cuece en agua hirviendo en una cacerola. ¿Describiría la transferencia de calor hacia la salchicha como unidimensional, bidimensional o tridimensional? ¿La transferencia de calor sería estacionaria o transitoria? También, ¿cuál sería el sistema de coordenadas que usaría para resolver este problema y en dónde colocaría el origen? Explique.

FIGURA P2-7C

2-8C Piense en el proceso de cocción de un trozo de carne de res en un horno. ¿Consideraría éste como un problema de régimen estacionario o transitorio de transferencia de calor? También, ¿consideraría que este problema es unidimensional, bidimensional o tridimensional? Explique.

2-9C Considere la pérdida de calor de un tanque cilíndrico de 200 L de agua caliente. ¿Describiría éste como un problema de régimen estacionario o transitorio de transferencia de calor? También, ¿consideraría que este problema es unidimensional, bidimensional o tridimensional? Explique.

2-10C ¿El vector de flujo de calor en un punto P de una superficie isotérmica de un medio tiene que ser perpendicular a la superficie en ese punto? Explique.

2-11C Desde el punto de vista de la transferencia de calor, ¿cuál es la diferencia entre los materiales isotrópicos y los anisotrópicos?

2-12C ¿Qué es generación de calor en un sólido? Dé ejemplos.

2-13C La generación de calor también se conoce como generación de energía o como generación de energía térmica. ¿Qué piensa de estas frases?

2-14C Considere una bebida enlatada fría que se deja sobre la mesa de un comedor. ¿Consideraría la transferencia de calor hacia la bebida como unidimensional, bidimensional o tridimensional? ¿La transferencia de calor sería estacionaria o transitoria? También, ¿cuál sería el sistema de coordenadas que usaría para analizar este problema y en dónde colocaría el origen? Explique.

2-15 En los medidores de flujo de calor se usa un dispositivo muy sensible, conocido como termopila, que sirve para medir la diferencia de temperatura de uno a otro lado de una película delgada conductora del calor, hecha de kaptón ($k = 0.345$ W/m · K). Si la termopila puede detectar diferencias de temperatura de 0.1°C o más y el espesor de la película es de 2 mm, ¿cuál es el flujo mínimo de calor que puede detectar este medidor?

Respuesta: 17.3 W/m^2.

2-16 En un reactor nuclear se genera calor uniformemente en las barras cilíndricas de uranio de 5 cm de diámetro a razón de 2×10^8 W/m^3. Si la longitud de las barras es de 1 m, determine la razón de la generación de calor en cada una de esas barras.

Respuesta: 393 kW

2-17 En un estanque solar, la absorción de la energía solar se puede considerar como generación de calor y se puede aproximar por $\dot{e}_{gen} = \dot{e}_0 e^{-bx}$, donde $\dot{e}_0$ es la velocidad de absorción de calor en la superficie superior por unidad de volumen y b es una constante. Obtenga una relación para la velocidad total de generación de calor en una capa de agua de área superficial A y espesor L, en la parte superior del estanque.

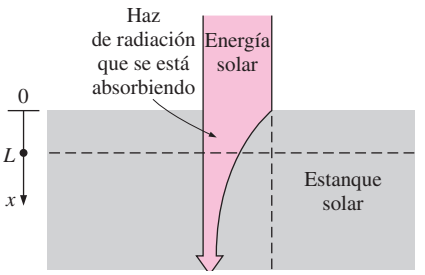


FIGURA P2-17

2-18 Considere una placa grande de acero inoxidable con espesor de 3 cm en la cual se genera calor de manera uniforme a razón de 5×10^6 W/m^3. Suponiendo que la placa está perdiendo calor por ambos lados, determine el flujo de calor en la superficie de ella durante un régimen estacionario.

Respuesta: 75 kW/m^2

2-19I La resistencia de alambre de una plancha de 800 W tiene 15 in de largo y un diámetro de $D = 0.08$ in. Determine la razón de la generación de calor en el alambre por unidad de volumen, en Btu/h · ft^3 y el flujo de calor en la superficie exterior de dicho alambre, en Btu/h · ft^2, como resultado de esta generación de calor.

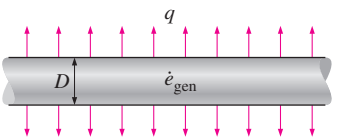


FIGURA P2-19E

2-20I Vuelva a considerar el problema 2-19I. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del flujo de calor en la superficie en función del diámetro del alambre, conforme este diámetro varía de 0.02 hasta 0.40 in. Discuta los resultados.

Ecuación de la conducción del calor

2-21C Escriba la ecuación unidimensional de conducción del calor en régimen transitorio para una pared plana, con conductividad térmica constante y generación de calor, en su forma más simple, e indique qué representa cada una de las variables.

2-22C Escriba la ecuación unidimensional de conducción del calor en régimen transitorio para un cilindro largo, con conductividad térmica constante y generación de calor, e indique qué representa cada una de las variables.

2-23 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento rectangular de volumen, deduzca la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio para una pared plana, con conductividad térmica constante y sin generación de calor.

2-24 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento de volumen con forma de casco cilíndrico, deduzca la ecuación unidimensional de conducción de calor en estado estacionario para un cilindro largo, con conductividad térmica constante, en el cual se genera calor con una velocidad $\dot{e}_{gen}$.

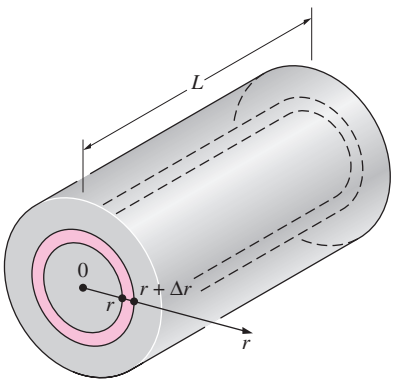


FIGURA P2-24

2-25 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento de volumen con forma de capa esférica, deduzca la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio para una esfera con conductividad térmica constante y sin generación de calor.

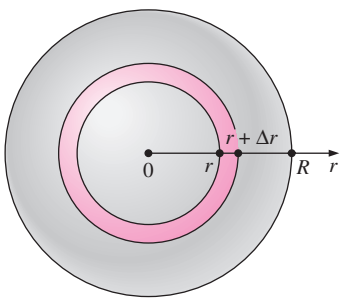


FIGURA P2-25

2-26 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-27 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-28 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{gen} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-29 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) + \dot{e}_{gen} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-30 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-31 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$r\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

2-32 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento de volumen, deduzca la ecuación bidimensional de conducción de calor en régimen transitorio, en coordenadas rectangulares, para $T(x, y, z)$, para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

2-33 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento de volumen con forma de anillo, deduzca la ecuación bidimensional de conducción de calor en estado estacionario, en coordenadas cilíndricas para $T(r, z)$, para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

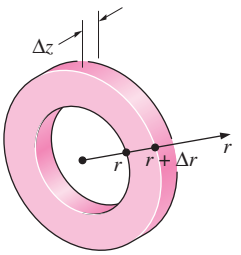


FIGURA P2-33

2-34 Partiendo de un balance de energía sobre un elemento de volumen con forma de disco, deduzca la ecuación unidimensional de conducción de calor en régimen transitorio, para $T(z, t)$, en un cilindro de diámetro D con una superficie lateral aislada, para el caso de conductividad térmica constante y con regeneración de calor.

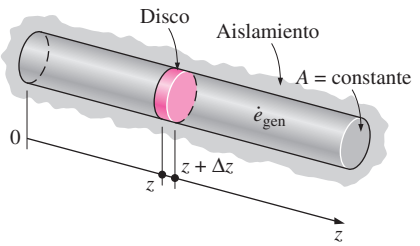


FIGURA P2-34

2-35 Considere un medio en el cual se da la ecuación de conducción de calor en su forma más simple como

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial t}\right) + \frac{1}{r^2\,\text{sen}^2\,\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

Condiciones de frontera e iniciales; Formulación de problemas de conducción de calor

2-36C ¿Qué es una condición de frontera? ¿Cuántas condiciones de frontera se necesita especificar para un problema bidimensional de transferencia de calor?

2-37C ¿Qué es una condición inicial? ¿Cuántas condiciones iniciales se necesita especificar para un problema bidimensional de conducción de calor?

2-38C ¿Qué es condición de frontera de simetría térmica? ¿Cómo se expresa matemáticamente?

2-39C ¿Cómo se expresa matemáticamente la condición de frontera sobre una superficie aislada?

2-40C Se afirma que el perfil de temperaturas en un medio debe ser perpendicular a una superficie aislada. ¿Es ésta una afirmación válida? Explique.

2-41C ¿Por qué se trata de evitar las condiciones de frontera de radiación en el análisis de transferencia de calor?

2-42 Considere una cacerola de aluminio usada para cocinar estofado colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica. La sección del fondo de la cacerola tiene un espesor $L = 0.25$ cm y un diámetro de $D = 18$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento que está en la parte superior de la estufa consume 900 W de potencia durante la cocción y 90% del calor generado en el elemento de calentamiento se transfiere hacia la cacerola. Durante la operación estacionaria se mide la temperatura de la superficie interior y resulta ser de 108°C. Si se supone una conductividad térmica dependiente de la temperatura y transferencia unidimensional de calor, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor en operación estacionaria. No resuelva.

2-43 Considere un recipiente esférico de radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. Exprese la condición de frontera sobre la superficie interior del recipiente para conducción unidimensional estacionaria, para los casos siguientes: *a*) temperatura específica de 50°C, *b*) flujo específico de calor de 30 W/m^2 hacia el centro, *c*) convección hacia un medio que se encuentra a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor de h.

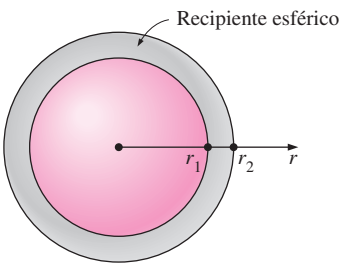


FIGURA P2-43

2-44 Se genera calor en un alambre largo de radio r_o a una razón constante de $\dot{e}_{gen}$ por unidad de volumen. El alambre está cubierto con una capa de aislamiento plástico. Exprese las condiciones de frontera de flujo de calor en la interfase, en términos del calor generado.

2-45 Considere un tubo largo de radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. La superficie exterior del tubo está sujeta a convección hacia un medio a una temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h, pero no se conoce la dirección de esa transferencia. Exprese la condición de frontera de convección sobre la superficie exterior del tubo.

2-46 Considere una capa esférica de radio interior r_1, radio exterior r_2, conductividad térmica k y emisividad ε. La superficie exterior de la capa está sujeta a radiación hacia las superficies circundantes que se encuentran a la temperatura T_{alred}, pero no se conoce la dirección de la transferencia de calor. Exprese la condición de frontera de radiación sobre la superficie exterior de la capa.

2-47 Un recipiente consta de dos capas esféricas, A y B, que están en contacto perfecto. Si el radio de la interfase es r_o, exprese las condiciones de frontera en la interfase.

2-48 Considere una cacerola de acero usada para hervir agua colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica. La sección del fondo de la cacerola tiene un espesor $L = 0.5$ cm y un diámetro de $D = 20$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento que está en la parte superior de la estufa consume 1 250 W de potencia durante la cocción y 85% del calor generado en el elemento de calentamiento se transfiere de manera uniforme hacia la cacerola. La transferencia de calor desde la superficie superior de la sección del fondo hacia el agua es por convección con un coeficiente de transferencia de calor de h. Si se supone conductividad térmica constante y transferencia unidimensional de calor, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor durante una operación estacionaria. No resuelva.

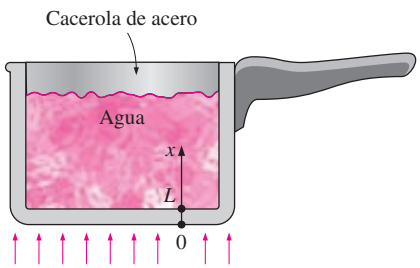


FIGURA P2-48

2-49E Un alambre calentador por resistencia de 2 kW, cuya conductividad térmica es $k = 10.4$ Btu/h · ft · °F, tiene un radio de $r_o = 0.06$ in y una longitud de $L = 15$ in, y se usa para calentamiento espacial. Si se supone conductividad térmica constante y transferencia unidimensional de calor, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor durante operación estacionaria. No resuelva.

2-50 Considere la pared este de una casa, de espesor L. La superficie exterior de la pared intercambia calor tanto por convección como por radiación. El interior de la casa se mantiene a $T_{\infty 1}$, en tanto que la temperatura del aire ambiente de afuera permanece a $T_{\infty 2}$. El cielo, el suelo y las superficies de las estructuras circundantes en este lugar se pueden considerar como una superficie a una temperatura efectiva de T_{cielo}, para el intercambio de radiación sobre la superficie exterior. El intercambio de radiación entre la superficie interior de la pared y las superficies de las paredes, piso y techo que tiene enfrente es despreciable. Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior son h_1 y h_2, respectivamente. La conductividad térmica del material de la pared es k y la emisividad de la superficie exterior es ε_2. Si se supone que la transferencia de calor a través de la pared es estacionaria y unidimensional, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e iniciales) de este problema de conducción de calor. No resuelva.

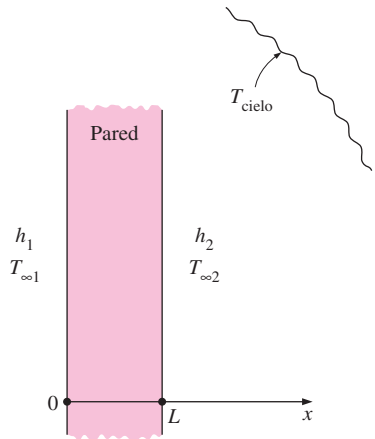


FIGURA P2-50

2-51 Una esfera metálica de radio r_o se calienta en un horno hasta una temperatura de T_i en toda su extensión y, a continuación, se saca del horno y se deja caer en una gran masa de agua que está a la temperatura T_∞, donde se enfría por convección con un coeficiente promedio de transferencia de calor por convección de h. Si se supone una conductividad térmica constante y transferencia unidimensional de calor en régimen transitorio, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor. No resuelva.

2-52 Una esfera metálica de radio r_o se calienta en un horno hasta una temperatura de T_i en toda su extensión y, a continuación, se saca del horno y se deja enfriar en el aire ambiental, que está a una temperatura T_∞, por convección y radiación. La emisividad de la superficie exterior del cilindro es ε y la temperatura de las superficies circundantes es T_{alred}. Se estima que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es h. Si se supone una conductividad térmica variable y transferencia unidimensional de calor en régimen transitorio, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e iniciales) de este problema de conducción de calor. No resuelva.

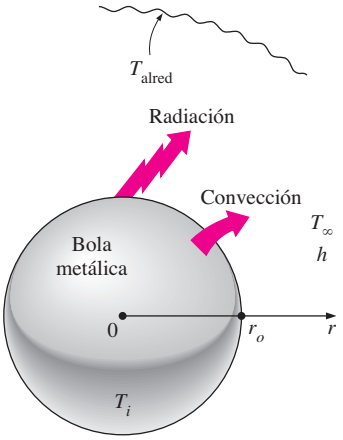


FIGURA P2-52

2-53 Fluye agua por un tubo a una temperatura promedio de $T_\infty = 70°C$. Los radios interior y exterior del tubo son $r_1 = 6$ cm y $r_2 = 6.5$ cm, respectivamente. La superficie exterior del tubo está envuelta con un calentador eléctrico delgado que consume 300 W por m de longitud del tubo. La superficie expuesta del calentador está fuertemente aislada, de modo que todo el calor generado en él se transfiere al tubo. El calor se transfiere de la superficie interior del tubo al agua por convección con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 85$ W/m^2 · °C. Si se supone una conductividad térmica constante y transferencia unidimensional de calor, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de la conducción de calor en el tubo durante una operación estacionaria. No resuelva.

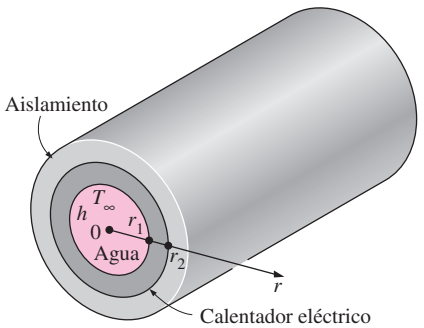


FIGURA P2-53

Solución de problemas unidimensionales de conducción de calor en régimen estacionario

2-54C Considere una varilla cilíndrica sólida cuya superficie lateral se mantiene a una temperatura constante, en tanto que las superficies de los extremos están perfectamente aislados. La conductividad térmica del material de la varilla es constante y no hay generación de calor. Se afirma que la temperatura en la dirección radial dentro de la varilla no variará durante una conducción estacionaria de calor. ¿Está usted de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

2-55C Se expresa que la temperatura en una pared plana con conductividad térmica constante y sin generación de calor varía linealmente durante una conducción unidimensional de calor en estado estacionario. ¿Será éste todavía el caso cuando la pared pierde calor por radiación desde sus superficies?

2-56C Considere una varilla cilíndrica sólida cuyos extremos se mantienen a temperaturas constantes pero diferentes, en tanto que la superficie lateral está perfectamente aislada. No hay generación de calor. Se afirma que la temperatura a lo largo del eje de la varilla varía linealmente durante una conducción estacionaria de calor. ¿Está usted de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

2-57C Considere la conducción unidimensional de calor, sin generación de calor, a través de una pared plana grande que está perfectamente aislada sobre uno de sus lados y está sujeta a convección y radiación en el otro. Se afirma que, en condiciones estacionarias, la temperatura en una pared plana debe ser uniforme (la misma en todas partes). ¿Está usted de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?

2-58 En la industria del tratamiento térmico son muy comunes los hornos discontinuos eléctricos. Considere un horno discontinuo con un frente constituido por una placa de acero de 20 mm de espesor y una conductividad térmica de 25 W/m · K. El horno está situado en una habitación con una temperatura del aire circundante de 20ºC y un coeficiente promedio de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. Si la superficie interna del frente del horno está sujeta a un flujo uniforme de calor de 5 kW/m^2 y la superficie externa tiene una emisividad de 0.30, determine la temperatura superficial interna del frente del horno.

Respuesta: 598 K

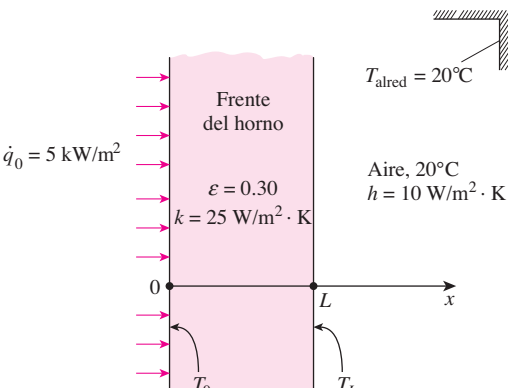


FIGURA P2-58

2-59 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.3$ m, conductividad térmica $k = 2.5$ W/m · °C y área superficial $A = 12$ m^2. El lado izquierdo de la pared, en $x = 0$, está sujeto a un flujo neto de calor de $\dot{q}_0 = 700$ W/m^2 al mismo tiempo que la temperatura en esa superficie es $T_1 = 80°C$. Si se supone una conductividad térmica constante y que no hay generación de

calor en la pared, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional y estacionaria de calor a través de ella, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la misma, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie derecha, en $x = L$. *Respuesta: c) −4°C*

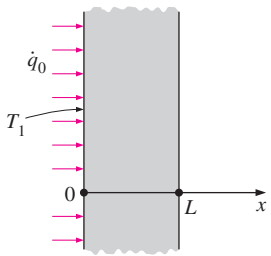


FIGURA P2-59

2-60 Repita el problema 2-59 para un flujo de calor de 1 050 W/m² y una temperatura superficial de 90°C en la superficie de la izquierda, en $x = 0$.

2-61 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.4$ m, conductividad térmica $k = 1.8$ W/m · °C y área superficial $A = 30$ m². El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de $T_1 = 90$°C, en tanto que el derecho pierde calor por convección hacia el aire circundante que está a $T_\infty = 25$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 24$ W/m² · °C. Si se supone una conductividad térmica constante y que no hay generación de calor en la pared, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para una conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la pared, mediante la solución de la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de la transferencia de calor a través de la misma. *Respuesta: c) 7 389 W*

2-62 Considere una varilla cilíndrica sólida de 0.15 m de longitud y 0.05 m de diámetro. Las superficies superior e inferior de la varilla se mantienen a las temperaturas constantes de 20°C y 95°C, respectivamente, en tanto que la superficie lateral está perfectamente aislada. Determine la razón de la transferencia de calor a través de la varilla, si está hecha de *a*) cobre, $k = 380$ W/m · °C, *b*) acero, $k = 18$ W/m · °C y *c*) granito, $k = 1.2$ W/m · °C.

2-63 Vuelva a considerar el problema 2-62. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor en función de la conductividad térmica de la varilla en el rango de 1 W/m · °C a 400 W/m · °C. Discuta los resultados.

2-64 Considere la placa base de una plancha doméstica de 800 W con un espesor de $L = 0.6$ cm, área de la base de $A = 160$ cm² y conductividad térmica de $k = 60$ W/m · °C. La superficie interior de la placa base se sujeta a un flujo uniforme de calor generado por los calentadores de resistencia del interior. Cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación, la temperatura de la superficie exterior de la placa es de 85°C. Descartando cualquier pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la placa base, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie interior. *Respuesta: c) 117°C*

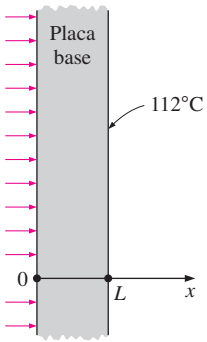


FIGURA P2-64

2-65 Repita el problema 2-64 para una plancha de 1 200 W.

2-66 Vuelva a considerar el problema 2-64. Usando la relación obtenida para la variación de la temperatura en la base de la placa, trace la gráfica de la temperatura en función de la distancia x en el rango de $x = 0$ hasta $x = L$ y discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

2-67 Considere un tubo de agua fría de longitud L, radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. El agua fluye en el tubo a una temperatura T_f y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior es h. Si el tubo está bien aislado en su superficie exterior, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional estacionaria del calor a través del tubo y *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en el tubo, al resolver la ecuación diferencial.

2-68 La tubería de una fábrica transporta vapor sobrecalentado a una razón de flujo de masa de 0.3 kg/s. La tubería mide 10 m de longitud, 5 cm de diámetro y sus paredes tienen un espesor de 6 mm. Tiene una conductividad térmica de 17 W/m · K y su superficie interna se encuentra a una temperatura uniforme de 120°C.

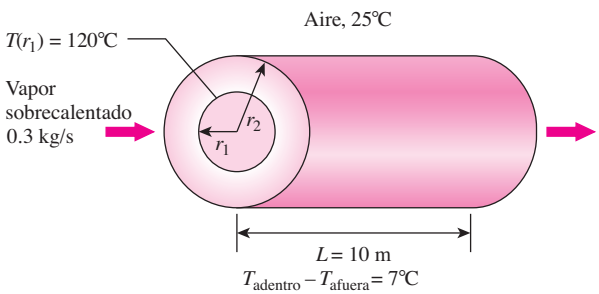


FIGURA P2-68

La caída de la temperatura entre la entrada y salida de la tubería es de 7ºC y el calor específico del vapor a presión constante es 2 190 J/kg ºC. Si la temperatura del área en la fábrica es de 25ºC, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie externa de la tubería y el aire circundante.

2-69 En la producción submarina de petróleo y gas natural, los fluidos de hidrocarburo pueden salir del yacimiento con una temperatura de 70ºC y fluir a través del entorno submarino de 5ºC. Como consecuencia de la diferencia de temperaturas entre el yacimiento y el entorno submarino, es muy importante conocer la transferencia de calor para impedir bloqueos por depósitos de parafina e hidratos de gas. Considere un ducto submarino con un diámetro interno de 0.5 m y paredes con un espesor de 8 mm, que se emplea para transportar hidrocarburos líquidos a una temperatura promedio de 70ºC. Se estima que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección en la superficie interna del ducto es de 250 W/m^2 · K. El entorno submarino tiene una temperatura de 5ºC y se estima que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección en la superficie externa del ducto sea de 150 W/m^2 · K. Si el ducto está hecho de un material con una conductividad térmica de 60 W/m · K, mediante la ecuación de conducción de calor, *a*) obtenga la variación de temperatura en la pared del ducto, *b*) determine la temperatura de la superficie interna del ducto, *c*) obtenga la expresión matemática para la razón de la pérdida de calor del hidrocarburo líquido en el ducto, y *d*) determine el flujo de calor a través de la superficie externa del ducto.

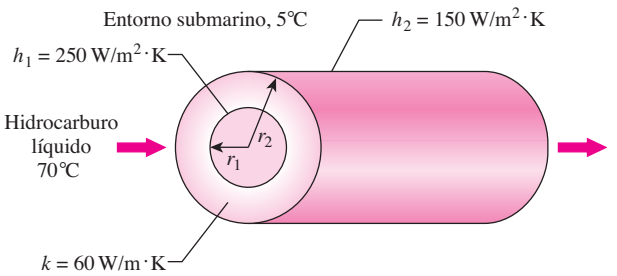


FIGURA P2-69

2-70I Considere un tubo de vapor de agua de longitud L = 30 ft, radio interior r_1 = 2 in, radio exterior r_2 = 2.4 in y conductividad térmica k = 7.2 Btu/h · ft · °F. El vapor está fluyendo por el tubo a una temperatura promedio de 300°F y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior se da como h = 12.5 Btu/h · ft^2 · °F. Si la temperatura promedio sobre la superficie exterior del tubo es T_2 = 175°F: *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional y estacionaria de calor a través del tubo, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en éste, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de la pérdida de calor del vapor a través del mismo. *Respuesta: c*) 46 630 Btu/h

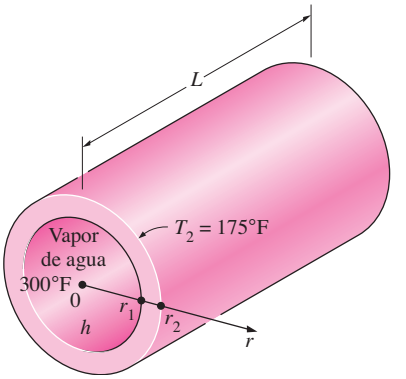


FIGURA P2-70E

2-71 Un recipiente esférico de radio interior r_1 = 2 m, radio exterior r_2 = 2.1 m y conductividad térmica k = 30 W/m · °C está lleno de agua con hielo a 0°C. El recipiente está ganando calor por convección del aire circundante que está a T_∞ = 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 18 W/m^2 · °C. Si se supone que la temperatura de la superficie interior del recipiente es de 0°C, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional y estacionaria de calor a través del recipiente, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en él, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de la ganancia de calor del agua con hielo.

2-72I Una placa grande de acero que tiene un espesor de L = 4 in, conductividad térmica de k = 7.2 Btu/h · ft · °F y una emisividad de ε = 0.7 está tendida sobre el suelo. Se sabe que la superficie expuesta de la placa, en $x = L$, intercambia calor por convección con el aire ambiente que está a T_∞ = 90°F, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de h = 12 Btu/h · ft^2 · °F, así como por radiación hacia el cielo abierto, con una temperatura equivalente del cielo de T_{cielo} = 480 R. Asimismo, la temperatura de la superficie superior de la placa es de 80°F. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en ella, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine el valor de la temperatura de la superficie inferior de la misma, en x = 0.

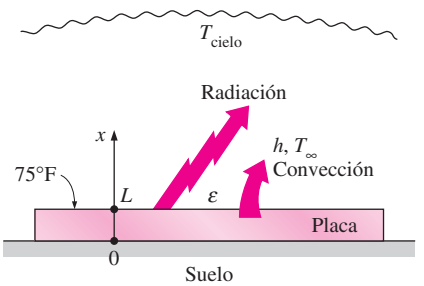


FIGURA P2-72I

2-73 Repita el problema 2-72I descartando la transferencia de calor por radiación.

2-74 En una instalación de procesamiento de alimentos se usa un recipiente esférico de radio interior $r_1 = 40$ cm, radio exterior $r_2 = 41$ cm y conductividad térmica $k = 1.5$ W/m · °C para almacenar agua caliente y mantenerla a 100°C en todo momento. Para realizar esto, la superficie exterior del recipiente se envuelve con un calentador eléctrico de cinta de 500 W y, a continuación, se aísla. Se observa que, en todo instante, la temperatura de la superficie interior del recipiente está cercana a 100°C. Si se supone que 10% del calor generado en el calentador se pierde a través del aislamiento, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través del recipiente, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en el material de ese recipiente, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie exterior del propio recipiente. También determine cuánta agua a 100°C puede suministrar este tanque de manera estacionaria, si el agua fría entra a 20°C.

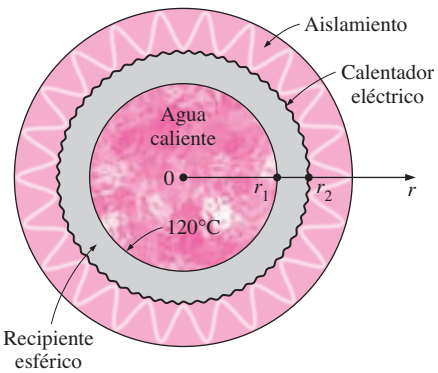


FIGURA P2-74

2-75 Vuelva a considerar el problema 2-74. Usando la relación obtenida para la variación de la temperatura en el material del recipiente, trace la gráfica de la temperatura en función del radio r en el rango de $r = r_1$ hasta $r = r_2$ y discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

Generación de calor en un sólido

2-76C Considere la generación uniforme de calor en un cilindro y una esfera de radio igual, fabricados del mismo material, en el mismo medio. ¿En cuál configuración geométrica se tendrá una temperatura más alta en el centro? ¿Por qué?

2-77 ¿Qué es generación de calor? Dé algunos ejemplos.

2-78 Una plancha se deja desatendida y la temperatura de su base se eleva como resultado del calentamiento por resistencia desde su interior. ¿Cuándo la razón de generación de calor dentro de la plancha será igual a la razón de la pérdida de calor de ésta?

2-79C Considere el calentamiento uniforme de una placa en un medio a una temperatura constante. ¿Es posible que parte del calor generado en la mitad izquierda de la placa salga de ésta a través de la superficie derecha? Explique.

2-80 ¿La generación de calor en un sólido viola la primera ley de la termodinámica, en la cual se afirma que la energía no se puede crear ni destruir? Explique.

2-81 Considere una placa grande de latón de 5 cm de espesor ($k = 111$ W/m · °C) en la cual se genera uniformemente calor a razón de 2×10^5 W/m^3. Uno de los lados de la placa está aislado, en tanto que el otro está expuesto a un medio a 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 44 W/m^2 · °C. Explique en qué sitios de la placa se localizarán las temperaturas más alta y más baja, y determine sus valores.

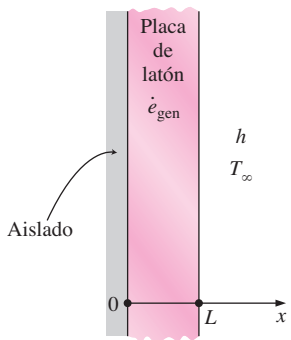


FIGURA P2-81

2-82 Vuelva a considerar el problema 2-81. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del coeficiente de transferencia de calor sobre las temperaturas más alta y más baja en la placa. Suponga que ese coeficiente varía de 20 W/m^2 · °C hasta 100 W/m^2 · °C. Trace la gráfica de las temperaturas más alta y más baja en función del coeficiente de transferencia de calor y discuta los resultados.

2-83 Una barra cilíndrica de combustible nuclear de 1 cm de diámetro está revestida por un tubo concéntrico de 2 cm de diámetro, donde el agua refrigerante fluye por la región anular entre la barra de combustible ($k = 30$ W/m · K) y el tubo concéntrico. El calor se genera de manera uniforme en la barra a una razón de 50 MW/m^3. El coeficiente de transferencia de calor por convección para la superficie concéntrica del tubo es

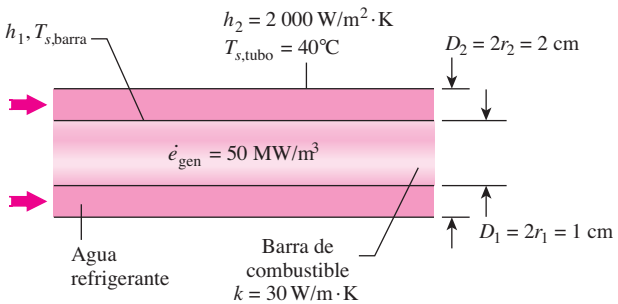


FIGURA P2-83I

2 000 W/m^2 · K. Si la temperatura de la superficie del tubo concéntrico es de 40ºC, determine la temperatura promedio del agua refrigerante. ¿Es posible determinar con esta información la temperatura superficial de la barra de combustible? Explique.
Respuesta: 71.3ºC

2-84 Un satélite de comunicaciones esférico con un diámetro de 2.5 m, orbita alrededor de la Tierra. La superficie externa del satélite en el espacio tiene una emisividad de 0.75 y una absortividad solar de 0.10; además, la radiación solar es incidente sobre la nave espacial a una razón de 1 000 W/m^2. Si la conductividad térmica promedio del material con el que está hecho el satélite es de 5 W/m · K y la temperatura del centro es de 0ºC, determine la razón de generación de calor y la temperatura superficial del satélite.

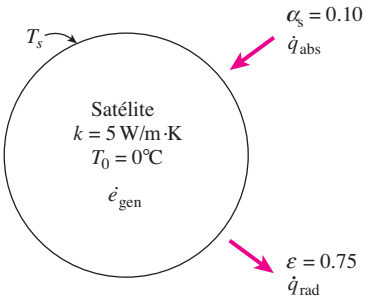


FIGURA P2-84

2-85 Se usa un alambre calentador de resistencia de 2 kW, con conductividad térmica de $k = 20$ W/m · °C, un diámetro de $D = 4$ mm y una longitud de $L = 0.9$ m, para hervir agua. Si la temperatura de la superficie exterior del alambre de resistencia es $T_s = 110$°C, determine la temperatura en el centro del mismo.

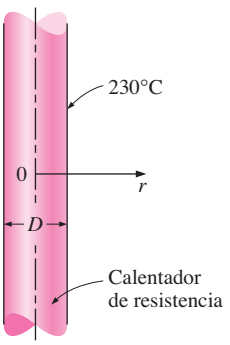


FIGURA P2-85

2-86 Considere un cilindro sólido largo de radio $r_0 = 4$ cm y conductividad térmica $k = 25$ W/m · °C. Se genera calor uniformemente en el cilindro a razón de $\dot{e}_{gen} = 35$ W/cm^3. La superficie lateral del cilindro se mantiene a una temperatura constante de $T_s = 80$°C. La variación de la temperatura en ese cilindro se expresa por

$$T(r) = \frac{\dot{e}_{gen} r_o^2}{k}\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] + T_s$$

Con base en esta relación, determine *a*) si la conducción de calor es estacionaria o transitoria, *b*) si es unidimensional, bidimensional o tridimensional, y *c*) el valor del flujo de calor en la superficie lateral del cilindro, en $r = r_o$.

2-87 Vuelva a considerar el problema 2-86. Usando la relación obtenida para la variación de la temperatura en el cilindro, trace la gráfica de la temperatura en función del radio r en el rango de $r = 0$ hasta $r = r_o$ y discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

2-88 Considere una placa grande de espesor L en la cual se genera uniformemente calor a razón de $\dot{e}_{gen}$. Uno de los lados de la placa está aislado en tanto que el otro está expuesto a un ambiente a T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. *a*) Exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional estacionaria del calor a través de la placa, *b*) determine la variación de la temperatura en la placa, y *c*) obtenga relaciones para las temperaturas en ambas superficies y la elevación máxima de temperatura en la placa, en términos de los parámetros dados.

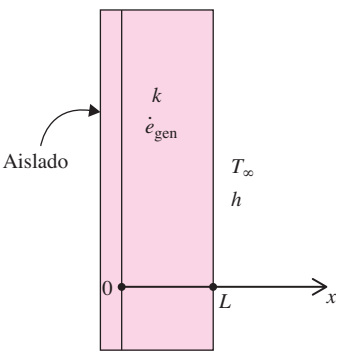


FIGURA P2-88

2-89 Un alambre de resistencia homogénea con un radio $r_o = 0.6$ cm y conductividad térmica de $k = 15.2$ W/m · K se está utilizando para hervir agua a temperatura atmosférica a través del paso de una corriente eléctrica. El calor se genera de manera uniforme en el alambre como consecuencia del calor de la resistencia a una tasa de 16.4 W/cm^3. El calor generado se transfiere al agua a 100ºC por convección con un coeficiente de transfe-

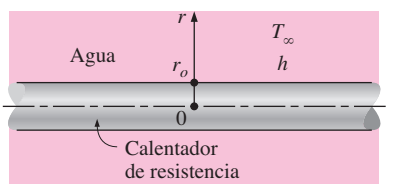


FIGURA P2-89

rencia de calor de $h = 3\,200$ W/m$^2 \cdot$ K. En el supuesto de que haya una transferencia unidimensional de calor en régimen estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través del alambre, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en el alambre una vez que resuelva la ecuación diferencial y *c*) determine la temperatura en la línea central del alambre.

Respuesta: c) 125°C

2-90 Vuelva a considerar el problema 2-89. Usando la relación obtenida para la variación de la temperatura en el alambre, trace la gráfica de la temperatura en la línea central de éste en función de la generación de calor $\dot{e}_{gen}$ en el rango de 400 Btu/h · in^3 hasta 2 400 Btu/h · in^3 y discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

2-91 En un reactor nuclear, barras cilíndricas de uranio de 1 cm de diámetro, enfriadas por agua desde fuera, sirven como combustible. El calor se genera uniformemente en las barras (k = 29.5 W/m · °C) a razón de 4×10^7 W/m^3. Si la temperatura de la superficie exterior de las barras es 220°C, determine la temperatura en su centro.

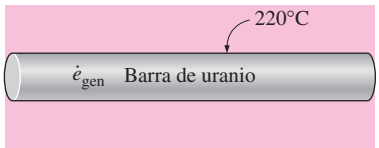


FIGURA P2-91

2-92 Considere una placa grande de acero inoxidable de 3 cm de espesor (k = 15.1 W/m · °C) en la cual se genera uniformemente calor a razón de 5×10^5 W/m^3. Ambos lados de la placa están expuestos a un medio a 30°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 60 W/m^2 · °C. Explique en qué sitios de la placa se localizarán las temperaturas más alta y más baja, y determine sus valores.

2-93 Una resistencia eléctrica de alambre de 3 kW y 6 m de largo está hecha de acero inoxidable de 0.2 cm de diámetro (k = 15.1 W/m · °C). La resistencia de alambre opera en un medio ambiente a 20°C con un coeficiente de transferencia de calor de 175 W/m^2 · °C en la superficie exterior. Determine la temperatura superficial del alambre *a*) usando la relación aplicable y *b*) planteando la ecuación diferencial apropiada y resolviéndola.

Respuestas: a) 475°C, b) 475°C

2-94I Se genera uniformemente calor a razón de 3 kW por ft de longitud en una resistencia eléctrica de alambre de 0.08 in de diámetro hecha de acero al níquel (k = 5.8 Btu/h · ft · °F). Determine la diferencia de temperatura entre la línea central y la superficie del alambre.

2-95I Repita el problema 2-94I para un alambre de manganeso (k = 4.5 Btu/h · ft · °F).

2-96 Considere una pieza esférica homogénea de material radiactivo de radio r_0 = 0.04 m que está generando calor a una razón constante de $\dot{e}_{gen} = 5 \times 10^7$ W/m^3. El calor generado se disipa hacia el medio de manera estacionaria. La superficie exterior de la esfera se mantiene a una temperatura uniforme de 110°C y la conductividad térmica de la esfera es k = 15 W/m · °C. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través de la esfera, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en ella, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine la temperatura en el centro de la misma.

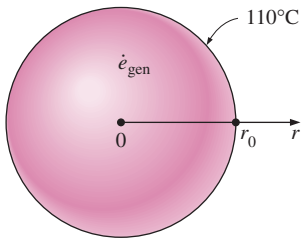


FIGURA P2-96

2-97 Vuelva a considerar el problema 2-96. Usando la relación obtenida para la variación de la temperatura en la esfera, trace la gráfica de la temperatura en función del radio r en el rango de $r = 0$ hasta $r = r_0$. Asimismo, trace la gráfica de la temperatura en el centro de la esfera en función de la conductividad térmica en el rango de 10 W/m · °C hasta 400 W/m · °C. Discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

2-98 Se está usando una resistencia de alambre homogénea y larga de radio r_o = 5 mm para calentar el aire en un cuarto por el paso de la corriente eléctrica. El calor se genera en el alambre de manera uniforme a razón de 5×10^7 W/m^3 como resultado del calentamiento por resistencia. Si la temperatura en la superficie exterior del alambre permanece a 180°C, determine la temperatura en r = 3.5 mm, después de que se han alcanzado las condiciones estacionarias de operación. Tome la conductividad térmica del alambre como k = 6 W/m · °C.

Respuesta: 207°C

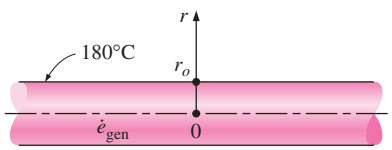


FIGURA P2-98

2-99 Considere una pared plana grande de espesor L = 0.05 m. La superficie de la pared en $x = 0$ está aislada, en tanto que la superficie en $x = L$ se mantiene a una temperatura de 30°C. La conductividad térmica de la pared es k = 30 W/m · °C y el calor se genera en ella a razón de $\dot{e}_{gen} = \dot{e}_0 e^{-0.5x/L}$ W/m^3 en donde $\dot{e}_0 = 8 \times 10^6$ W/m^3. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en ella, resolviendo la ecuación diferen-

cial, y *c*) determine la temperatura de la superficie aislada de la misma. *Respuesta: a)* 314°C

2-100 Vuelva a considerar el problema 2-99. Usando la relación dada para la generación de calor en la pared, trace la gráfica de esa generación en función de la distancia x en el rango de $x = 0$ hasta $x = L$ y discuta los resultados. Use el software EES (o cualquier otro semejante).

Conductividad térmica variable, $k(T)$

2-101C La temperatura de una pared plana durante la conducción unidimensional de calor en estado estacionario varía linealmente cuando la conductividad térmica es constante. ¿Todavía es éste el caso cuando la conductividad térmica varía linealmente con la temperatura?

2-102C En general, ¿la conductividad térmica de un medio es constante o varía con la temperatura?

2-103C Considere la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una pared plana en la cual la conductividad térmica varía linealmente. El error cometido en los cálculos de transferencia de calor, suponiendo conductividad térmica constante a la temperatura promedio es *a*) ninguno, *b*) pequeño o *c*) significativo.

2-104C Considere la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una pared plana, un cilindro largo y una esfera, con conductividad térmica constante y sin generación de calor. ¿Variará linealmente la temperatura en cualquiera de estos medios? Explique.

2-105C Cuando la conductividad térmica de un medio varía linealmente con la temperatura, ¿la conductividad térmica promedio siempre es equivalente al valor de la conductividad a la temperatura promedio?

2-106 Una oblea de silicio con un espesor de 925 μm se calienta mediante un flujo de calor uniforme en la superficie inferior. La oblea de silicio tiene una conductividad térmica que varía con la temperatura y se puede expresar como $k(T) = (a + bT + cT^2)$ W/m·K, donde $a = 437$, $b = -1.29$ y $c = 0.00111$. Para evitar el alabeo, la diferencia de temperatura a través del espesor de la oblea no puede superar los 2ºC. Si la superficie superior de la oblea de silicio está a una temperatura de 600 K, determine el flujo de calor máximo permisible.
Respuesta: 1.35×10^5 W/m^2

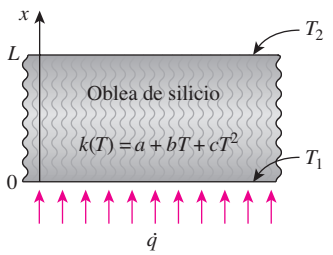


FIGURA P2-106

2-107 Considere una pared plana de espesor L cuya conductividad térmica varía en un rango especificado de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T^2)$, en donde k_0 y β son dos constantes determinadas. La superficie de la pared en $x = 0$ se mantiene a una temperatura constante de T_1, en tanto que la superficie en $x = L$ se mantiene a T_2. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, obtenga una relación para la razón de esa transferencia a través de la pared.

2-108 Considere una capa cilíndrica de longitud L, radio interior r_1 y radio exterior r_2, cuya conductividad térmica varía linealmente en un rango específico de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, en donde k_0 y β son dos constantes definidas. La superficie interior de la capa se mantiene a una temperatura de T_1, en tanto que la exterior se mantiene a T_2. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, obtenga una relación para *a*) la razón de esa transferencia a través de la pared y *b*) la distribución de temperatura $T(r)$ en la capa.

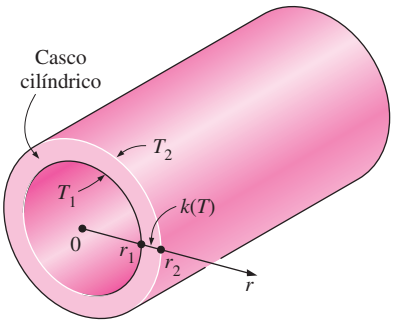


FIGURA P2-108

2-109 Considere una capa esférica de radio interior r_1 y radio exterior r_2, cuya conductividad térmica varía linealmente en un rango específico de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, en donde k_0 y β son dos constantes definidas. La superficie interior de la capa se mantiene a una temperatura de T_1, en tanto que la exterior se mantiene a T_2. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, obtenga una relación para *a*) la razón de esa transferencia a través de la capa y *b*) la distribución de temperatura $T(r)$ en éste.

2-110 Considere una placa de 1.5 m de alto y 0.6 m de ancho, cuyo espesor es de 0.15 m. Uno de los lados de la placa se mantiene a una temperatura constante de 500 K, en tanto que el otro se mantiene a 350 K. Se puede suponer que la conductividad térmica de la placa varía linealmente en ese rango de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, en donde $k_0 = 18$ W/m·K y $\beta = 8.7 \times 10^{-4}$ K^{-1}. Descartando los efectos de los bordes y suponiendo transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, determine la razón de esa transferencia a través de la placa. *Respuesta:* 22.2 kW

2-111 Vuelva a considerar el problema 2-110. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de conducción de calor a través de la placa en función de la temperatura del lado caliente de ésta, en el rango de 400 K hasta 700 K. Discuta los resultados.

Tema de interés especial: Repaso de las ecuaciones diferenciales

2-112C ¿Por qué con frecuencia se utilizan suposiciones simplificadoras cuando se derivan ecuaciones diferenciales?

2-113C ¿Qué es una variable? ¿Cómo distingue una variable dependiente de una independiente en un problema?

2-114C ¿Una ecuación diferencial puede contener más de una variable independiente? ¿Puede contener más de una dependiente? Dé ejemplos.

2-115C ¿Cuál es la interpretación geométrica de una derivada? ¿Cuál es la diferencia entre las derivadas parciales y las ordinarias?

2-116C ¿Cuál es la diferencia entre el grado y el orden de una derivada?

2-117C Considere una función $f(x, y)$ y su derivada parcial $\partial f/\partial x$. ¿En qué condiciones esta derivada parcial será igual a la derivada ordinaria df/dx?

2-118C Considere una función $f(x)$ y su derivada df/dx. ¿Esta derivada tiene que ser función de x?

2-119C ¿Cómo está relacionada la integración con la derivación?

2-120C ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación algebraica y una ecuación diferencial?

2-121C ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación diferencial ordinaria y una ecuación diferencial en derivadas parciales?

2-122C ¿Cómo se determina el orden de una ecuación diferencial?

2-123C ¿Cómo distingue una ecuación diferencial lineal de una no lineal?

2-124C ¿Cómo reconoce una ecuación diferencial lineal homogénea? Dé un ejemplo y explique por qué es lineal y homogénea.

2-125C ¿En qué difieren las ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes de aquellas con coeficientes variables? Dé un ejemplo para cada tipo.

2-126C ¿Qué clase de ecuaciones diferenciales se pueden resolver por integración directa?

2-127C Considere una ecuación diferencial lineal y homogénea de tercer orden. ¿Cuántas constantes arbitrarias contendrá su solución general?

Problemas de repaso

2-128 En una fábrica se utiliza un proceso de templado para tratar rodamientos de acero (c = 500 J/kg · K, k = 60 W/m · K, ρ = 7 900 kg/m^3) de 25 mm de diámetro. Después de calentarse a una temperatura determinada, los rodamientos de acero se templan. Determine la razón de pérdida de calor si la razón de disminución de la temperatura en la superficie del rodamiento en un momento dado durante el proceso de templado es de 50 K/s.

Respuesta: 1.62 kW

2-129 Considere un reactor esférico de 5 cm de diámetro que opera en condiciones estacionarias y que tiene una variación de temperatura que se puede expresar en la forma de $T(r) = a - br^2$, donde a = 850ºC y $b = 5 \times 10^5$ K/m^2. El reactor está compuesto de material con c = 200 J/kg · °C, k = 40 W/m · K, ρ = 900 kg/m^3. Si de pronto, la generación de calor del reactor se establece en 9 MW/m^3, determine la razón del cambio de la temperatura en el reactor. ¿La generación de calor del reactor de pronto aumentó o disminuyó a 9 MW/m^3 a partir de su condición operativa estacionaria?

2-130 Considere un pequeño objeto metálico caliente de masa m y calor específico C que está inicialmente a una temperatura de T_i. Ahora el objeto se deja enfriar por convección en un medio a una temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. Se observa que la temperatura del objeto metálico varía uniformemente con el tiempo durante el enfriamiento. Si se escribe un balance de energía del objeto metálico completo, deduzca la ecuación diferencial que describe la variación de su temperatura con el tiempo, $T(t)$. Suponga conductividad térmica constante y que no existe generación de calor en el objeto. No resuelva.

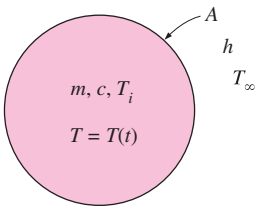


FIGURA P2-130

2-131 Considere una barra rectangular larga de longitud a en la dirección x y ancho b en la dirección y que está inicialmente a una temperatura uniforme de T_i. Las superficies de la barra en $x = 0$ y $y = 0$ están aisladas, en tanto que el calor se pierde por convección desde las otras dos superficies hacia el medio circundante que se encuentra a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. Si se supone conductividad térmica constante y transferencia bidimensional de calor en régimen transitorio, sin generación de calor, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e iniciales) de este problema de conducción de calor. No resuelva.

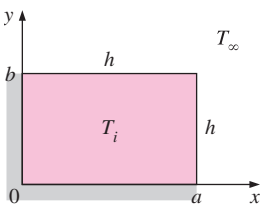


FIGURA P2-131

2-132 Considere un cilindro corto de radio r_0 y altura H en el cual se genera calor con una velocidad constante de $\dot{e}_0$. El calor se pierde por convección desde la superficie cilíndrica, en $r = r_0$, hacia el medio circundante que está a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. La superficie in-

ferior del cilindro, en $z = 0$, está aislada, en tanto que la superficie superior, en $z = H$, está sujeta a un flujo uniforme de calor, $\dot{q}_H$. Si se supone conductividad térmica constante y transferencia bidimensional de calor en estado estacionario, exprese la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor. No resuelva.

2-133I El techo de una casa consta de una losa de concreto de 0.8 ft de espesor ($k = 1.1$ Btu/h · ft · °F) que tiene 25 ft de ancho y 35 ft de largo. La emisividad de la superficie exterior del techo es 0.8 y se estima que el coeficiente de transferencia de calor por convección es 3.2 Btu/h · ft^2 · °F. En una noche clara de invierno se informa que el aire ambiente está a 50°F, en tanto que la temperatura del cielo nocturno para la transferencia de calor por radiación es 310 R. Si la temperatura de la superficie interior del techo es $T_1 = 62$°F, determine la temperatura de su superficie exterior y la razón de la pérdida de calor a través del mismo cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación.

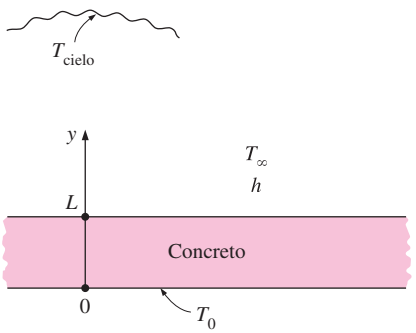


FIGURA P2-133I

2-134 Considere un tubo de vapor de agua de longitud L, radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica constante k. El vapor fluye dentro del tubo a una temperatura promedio de T_i, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h_i. La superficie exterior del tubo está expuesta a convección hacia el aire circundante que está a una temperatura de T_0, con un coeficiente de transferencia de calor de h_o. Si se supone conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través del tubo, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través del material de dicho tubo, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en ese material, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) obtenga una relación para la temperatura de la superficie exterior del tubo.

2-135 La temperatura de ebullición del nitrógeno a la presión atmosférica al nivel del mar (presión de 1 atm) es −196°C. Por lo tanto, es común usar el nitrógeno en los estudios científicos que requieren bajas temperaturas, dado que la temperatura del nitrógeno líquido en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a −196°C, hasta que se agote el nitrógeno en dicho tanque. Cualquier transferencia de calor hacia el tanque conduce a la evaporación de algo del nitrógeno líquido, el cual tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3, a 1 atm.

Considere un tanque esférico de pared gruesa con radio interior $r_1 = 2$ m, radio exterior $r_2 = 2.1$ m y conductividad térmica constante $k = 12$ W/m · °C. El tanque está inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y −196°C, y se expone al aire ambiente que está a $T_\infty = 20$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 35$ W/m^2 · °C. Se observa que la temperatura de la superficie interior del tanque esférico es por lo regular la del nitrógeno que está dentro. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través del tanque, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en el material de éste, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine la rapidez de la evaporación del nitrógeno líquido en el tanque como resultado de la transferencia de calor del aire ambiental.

Respuesta: c) 1.62 kg/s

2-136 Repita el problema 2-135 para el oxígeno líquido, el cual tiene una temperatura de ebullición de −183°C, un calor de vaporización de 213 kJ/kg y una densidad de 1 140 kg/m^3, a 1 atm.

2-137 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.4$ m y conductividad térmica $k = 8.4$ W/m · °C. No hay acceso al lado interior de la pared, en $x = 0$ y, por lo tanto, no se conocen las condiciones térmicas en esa superficie. Sin embargo, se sabe que la superficie exterior de la pared, en $x = L$, cuya emisividad es $\varepsilon = 0.7$, intercambia calor por convección con el aire

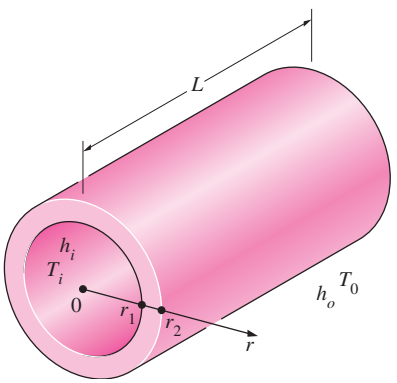


FIGURA P2-134

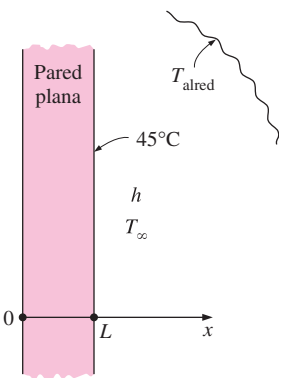


FIGURA P2-137

ambiente que está a $T_\infty = 25°C$, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de $h = 14$ W/m² · °C, así como por radiación con las superficies circundantes que están a una temperatura promedio de $T_{alred} = 290$ K. Además, se mide la temperatura de la superficie exterior que resulta ser $T_2 = 45°C$. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la temperatura de la superficie exterior de ésta, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie interior de la pared en $x = 0$.

Respuesta: c) 64.3°C

2-138 Se deja una plancha de 1 200 W sobre la tabla de planchar con su base expuesta al aire ambiente que está a 26°C. La placa base de la plancha tiene un espesor de $L = 0.5$ cm, un área de la base de $A = 150$ cm² y conductividad térmica de $k = 18$ W/m · °C. La superficie interior de la placa base está sujeta a un flujo uniforme de calor generado por los calentadores de resistencia del interior. La superficie exterior de dicha placa, cuya emisividad es $\varepsilon = 0.7$, pierde calor por convección hacia el aire ambiente con un coeficiente promedio de transferencia de calor de $h = 30$ W/m² · °C, así como por radiación hacia las superficies circundantes que están a una temperatura promedio $T_{alred} = 295$ K. Descartando cualquier pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la temperatura de la superficie exterior de ésta, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie exterior.

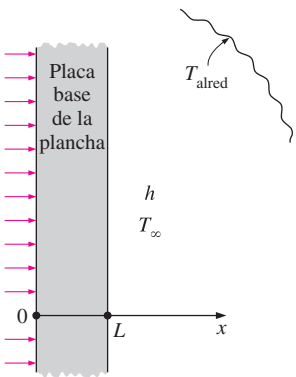


FIGURA P2-138

2-139 Repita el problema 2-138 para una plancha de 1 500 W.

2-140I Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.8$ ft y conductividad térmica $k = 1.2$ Btu/h · ft · °F. La pared está cubierta con un material que tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.80$ y una absortividad solar de $\alpha = 0.60$. La superficie interior de la pared se mantiene a $T_1 = 520$ R en todo momento, en tanto que la exterior está expuesta a la radiación solar que incide a razón de $\dot{q}_{solar} = 300$ Btu/h · ft². La superficie exterior también está perdiendo calor por radiación hacia el espacio profundo que está a 0 K. Determine la temperatura de la superficie exterior de la pared y la razón de la transferencia de calor a través de esta última cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación. *Respuestas:* 554 R, 50.9 Btu/h · ft²

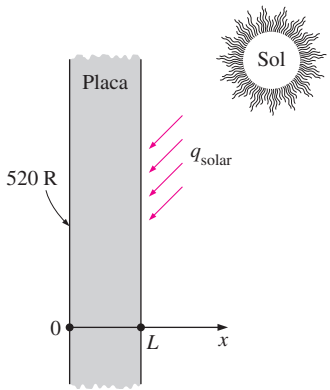


FIGURA P2-140I

2-141I Repita el problema 2-140I para el caso en el que no se tenga radiación solar que incida sobre la superficie.

2-142 Considere un alambre largo usado como resistencia con radio $r_1 = 0.3$ cm y conductividad térmica $k_{alambre} = 18$ W/m · °C en el cual se genera calor de manera uniforme a una razón constante de $\dot{e}_{gen} = 4.8$ W/cm³, como resultado del calentamiento por resistencia. El alambre está recubierto con una capa gruesa de plástico de 0.4 cm cuya conductividad térmica es $k_{plástico} = 1.8$ W/m · °C. La superficie exterior de la cubierta de plástico pierde calor por convección hacia el aire ambiente que está a $T_\infty = 25°C$, con un coeficiente combinado promedio de transferencia de calor de $h = 14$ W/m² · °C. Al suponer una transferencia unidimensional de calor, determine las temperaturas en el centro del alambre y en la interfase alambre-capa de plástico, en condiciones estacionarias. *Respuestas:* 255.6°C, 256.2°C

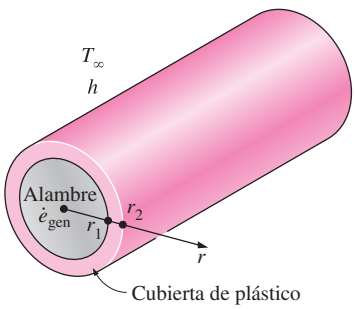


FIGURA P2-142

2-143 Considere una capa cilíndrica de longitud L, radio interior r_1 y radio exterior r_2 cuya conductividad térmica varía en un rango específico de temperaturas como $k(T) = k_0(1 + \beta T^2)$, en donde k_0 y β son dos constantes determinadas. La superficie interior de la capa se mantiene a una temperatura constante de T_1, en tanto que la exterior se mantiene a T_2. Si se supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, obtenga una relación para la razón de esa transferencia a través de la capa.

2-144 En un reactor nuclear se genera calor en unas barras cilíndricas de 1 cm de diámetro de combustible de uranio a razón de 4×10^7 W/m^3. Determine la diferencia de temperatura entre el centro y la superficie de la barra de combustible.

Respuesta: 9.0°C

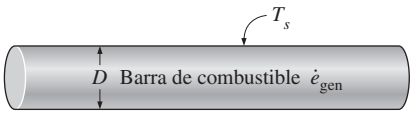


FIGURA P2-144

2-145 Considere una pared plana grande de concreto (k = 0.77 W/m · °C) sujeta a convección en ambos lados, con $T_{\infty 1}$ = 27°C y h_1 = 8 W/m^2 · °C en el interior y $T_{\infty 2}$ = 8°C y h_2 = 12 W/m^2 · °C en el exterior. Si se supone una conductividad térmica constante, sin generación de calor y radiación despreciable, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en ésta, resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe las temperaturas en las superficies interior y exterior de la misma.

2-146 Considere un tubo de agua de longitud L = 17 m, radio interior r_1 = 15 cm, radio exterior r_2 = 20 cm y conductividad térmica k = 14 W/m · °C. Se genera calor de manera uniforme en el material del tubo por medio de un calentador de resistencia eléctrica de 25 kW. Las superficies interior y exterior del tubo están a T_1 = 60°C y T_2 = 80°C, respectivamente. Obtenga una relación general para la distribución de temperatura dentro del tubo en condiciones estacionarias y determine la temperatura en el plano central del mismo.

2-147 Una pared plana de espesor L = 4 cm tiene una conductividad térmica de k = 20 W/m · K. En el interior de la pared, tiene lugar una reacción química que da como resultado una transferencia uniforme de calor, con una razón de $\dot{e}_{gen} = 10^5$ W/m^3. Un calentador de película de espesor despreciable que genera un flujo de calor $\dot{q}_s$ = 16 kW/m^2 se encuentra colocado entre la pared y una capa aislante. El lado opuesto de la pared está en contacto con agua a la temperatura T_∞ = 40°C. Un termopar montado sobre la superficie de la pared que está en contacto con el agua da una lectura T_s = 90°C.

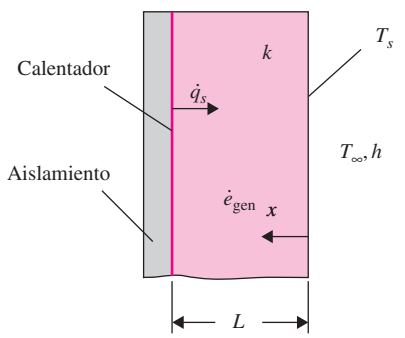


FIGURA P2-147

a) Determine el coeficiente de convección entre la pared y el agua.

b) Demuestre que la distribución de temperatura de estado estacionario tiene la forma $T(x) = ax^2 + bx + c$ y determine los valores y unidades de a, b y c. En la figura, se muestra el origen de x.

c) Determine la ubicación y el valor de la temperatura máxima en la pared. ¿Se podría hallar esta ubicación sin conocer a, b y c, pero si se sabe que $T(x)$ es una función cuadrática? Explique por qué.

2-148 Una pared plana, de espesor $2L$ = 50 mm y conductividad térmica constante k = 8 W/m · K, experimenta una generación uniforme de calor a razón de $\dot{e}_{gen}$. En condiciones estacionarias, la distribución de temperatura en la pared es de la forma $T(x) = a - bx^2$, donde a = 80°C y $b = 2 \times 10^4$ °C/m^2, y x está dada en metros. El origen de la coordenada x se encuentra en el plano medio de la pared.

a) Determine las temperaturas de las superficies y trace un esquema de la distribución de temperatura en la pared.

b) ¿Cuál es la razón volumétrica de generación de calor, $\dot{e}_{gen}$?

c) Determine los flujos de calor en las superficies, $\dot{q}_s(-L)$ y $\dot{q}_s(L)$.

d) ¿Cuál es la relación entre estos flujos, la razón de generación de calor y la configuración geométrica de la pared?

2-149 Tiene lugar conducción unidimensional estacionaria de calor en una plancha larga de ancho W (en la dirección del flujo de calor, x) y espesor Z. La conductividad térmica de la plancha varía con la temperatura como $k = k^*/(T^* + T)$, donde T es la temperatura (en K) y k^* (en W/m) y T^* (en K) son dos constantes. Las temperaturas en $x = 0$ y $x = W$ son T_0 y T_W, respectivamente. Demuestre que el flujo de calor en operación estacionaria se expresa por

$$\dot{q} = \frac{k^*}{W} \ln\left(\frac{T^* + T_0}{T^* + T_W}\right)$$

Asimismo, calcule el flujo de calor para T^* = 1 000 K, T_0 = 600 K, T_W = 400 K, $k^* = 7 \times 10^4$ W/m y W = 20 cm.

2-150 Se genera calor uniformemente, a razón de 4.2×10^6 W/m^3, en una bola esférica (k = 45 W/m · °C) de 24 cm de diámetro. La bola se expone a agua con hielo a 0°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 1 200 W/m^2 · °C. Determine las temperaturas en el centro y en la superficie de la bola.

2-151 Los gases de escape de una fábrica se descargan a través de una chimenea de 10 m de alto con un diámetro externo de 1 m, muros de 10 cm de espesor y conductividad térmica de 40 W/m · K. Los gases de escape se descargan a una razón de 1.2 kg/s, el descenso de la temperatura ocurrido entre la entrada y salida de la chimenea es de 30ºC y el calor específico a presión constante de los gases de escape es de 1 600 J/kg. Un día determinado la superficie externa de la chimenea queda expuesta a la radiación hacia los alrededores a 27ºC y la convección hacia el aire ambiental también a 27ºC, con un coeficiente promedio de transferencia de calor por convección de 8 W/m^2 · K. La radiación solar incide en la superficie externa de la chimenea a una razón de 150 W/m^2, y tanto la emisividad como la absortividad solar de la superficie externa son de 0.9. Si se asume una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario,

a) obtenga la variación de la temperatura en los muros de la chimenea y *b*) determine la temperatura de la superficie interna de la chimenea.

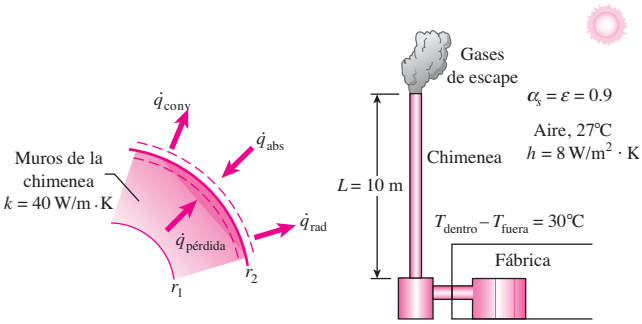


FIGURA P2-151

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

2-152 La ecuación de la conducción de calor en un medio, en su forma más sencilla, se expresa como

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) + \dot{e}_{gen} = 0$$

En las que siguen, seleccione la proposición errónea.

a) El medio tiene forma cilíndrica.
b) La conductividad térmica del medio es constante.
c) La transferencia de calor a través del medio es estacionaria.
d) Se tiene generación de calor dentro del medio.
e) La conducción de calor a través del medio es unidimensional.

2-153 El calor se genera en un calentador eléctrico cilíndrico de 0.3 cm de diámetro a razón de 180 W/cm^3. El flujo de calor en la superficie del calentador en operación estable es

a) 12.7 · W/cm^3 *b*) 13.5 · W/cm^3 *c*) 64.7 · W/cm^3
d) 180 · W/cm^3 *e*) 191 · W/cm^3

2-154 Se genera calor dentro de un material radiactivo esférico de 10 cm de diámetro, cuya conductividad térmica uniforme es de 25 W/m · K, a una razón de 15 W/cm^3. Si la temperatura de la superficie del material es de 120°C, la temperatura de su centro durante una operación en estado estacionario es

a) 160°C *b*) 205°C *c*) 280°C
d) 370°C *e*) 495°C

2-155 Considere un medio en el que la ecuación de la conducción de calor se expresa en su forma más sencilla como

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?
e) ¿El medio es una pared plana, un cilindro o una esfera?
f) ¿Esta ecuación diferencial para la conducción del calor es lineal o no lineal?

2-156 Una manzana de radio R está perdiendo calor de manera estacionaria y uniforme desde su superficie exterior hacia el aire del medio ambiente que está a la temperatura T_∞, con un coeficiente de convección de h, y hacia las superficies de alrededor que están a la temperatura T_{alred} (todas las temperaturas son absolutas). Asimismo, se genera calor dentro de la manzana de manera uniforme, a razón de $\dot{e}_{gen}$ por unidad de volumen. Si T_s denota la temperatura de la superficie exterior, la condición de frontera en la superficie exterior de la manzana se puede expresar como

a) $-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_s - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alred}^4)$

b) $-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_s - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alred}^4) + \dot{e}_{gen}$

c) $k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_s - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alred}^4)$

d) $k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_s - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{alred}^4) + \frac{4\pi R^3/3}{4\pi R^2}\dot{e}_{gen}$

e) Ninguna de ellas

2-157 Un horno de forma esférica está perdiendo calor en forma estacionaria y uniforme desde su superficie exterior, que tiene radio R, hacia el aire del medio ambiente que está a la temperatura T_∞, con un coeficiente de convección de h, y hacia las superficies de alrededor que están a la temperatura T_{alred} (todas las temperaturas son absolutas). Si T_0 denota la temperatura de la superficie exterior, la condición de frontera en la superficie exterior del horno se puede expresar como

a) $-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_0 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_{alred}^4)$

b) $-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_0 - T_\infty) - \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_{alred}^4)$

c) $k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_0 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_{alred}^4)$

d) $k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_0 - T_\infty) - \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_{alred}^4)$

e) $k(4\pi R^2)\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = h(T_0 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_{alred}^4)$

2-158 Una pared plana de espesor L se sujeta a convección en ambas superficies, con la temperatura del medio ambiente $T_{\infty 1}$ y coeficiente h_1 de transferencia de calor en la superficie interior, y los valores correspondientes $T_{\infty 2}$ y h_2 en la superficie exterior. Si se toma la dirección positiva de x como la que va desde la superficie interior hacia la exterior, la expresión correcta para la condición en la frontera por convección es

a) $k\dfrac{dT(0)}{dx} = h_1[T(0) - T_{\infty 1})]$

b) $k\dfrac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2})]$

c) $-k\dfrac{dT(0)}{dx} = h_1[T_{\infty 1} - T_{\infty 2})]$

d) $-k\dfrac{dT(L)}{dx} = h_2[T_{\infty 1} - T_{\infty 2})]$

e) Ninguna de ellas

2-159 Considere la conducción unidimensional estacionaria de calor a través de una pared plana, una capa cilíndrica y una capa esférica, de espesor uniforme con propiedades termofísicas constantes y sin generación de energía térmica. La configuración geométrica en la cual la variación de la temperatura en la dirección de la transferencia de calor será lineal es

a) la pared plana *b*) la capa cilíndrica
c) la capa esférica *d*) todas ellas *e*) ninguna de ellas

2-160 Considere una pared plana grande de espesor L, conductividad térmica k y área superficial A. La superficie izquierda de la pared se expone al aire del medio ambiente a T_∞, con coeficiente de transferencia de calor de h, en tanto que la superficie derecha está aislada. La variación de la temperatura en la pared para la conducción unidimensional estacionaria de calor, sin generación de calor, es

a) $T(x) = \dfrac{h(L - x)}{k} T_\infty$

b) $T(x) = \dfrac{k}{h(x + 0.5L)} T_\infty$

c) $T(x) = \left(1 - \dfrac{xh}{k}\right) T_\infty$

d) $T(x) = (L - x)\, T_\infty$

e) $T(x) = T_\infty$

2-161 Se determina que la variación de la temperatura en una pared plana es $T(x) = 52x + 25$, donde x está en m y T está en °C. Si la temperatura en una de las superficies es de 38°C, el espesor de la pared es de

a) 0.10 m *b*) 0.20 m *c*) 0.25 m *d*) 0.40 m *e*) 0.50 m

2-162 Se determina que la variación de la temperatura en una pared plana es $T(x) = 110 - 60x$, donde x está en m y T está en °C. Si el espesor de la pared es de 0.75 m, la diferencia de temperatura entre sus superficies interior y exterior es

a) 30°C *b*) 45°C *c*) 60°C *d*) 75°C *e*) 84°C

2-163 Las temperaturas en las superficies interior y exterior de una pared plana de 15 cm de espesor son 40°C y 28°C, respectivamente. La expresión para la variación unidimensional estacionaria de temperatura en la pared es

a) $T(x) = 28x + 40$ *b*) $T(x) = -40x + 28$
c) $T(x) = 40x + 28$ *d*) $T(x) = -80x + 40$
e) $T(x) = 40x - 80$

2-164 Se genera calor en un material radiactivo esférico de con un diámetro de 3 cm a una tasa de 15 W/cm^3. El calor se disipa al medio circundante a 25°C con un coeficiente de transferencia de calor de 120 W/m^2 · K. La temperatura superficial del material en la operación estable es

a) 56°C *b*) 84°C *c*) 494°C
d) 650°C *e*) 108°C

2-165 ¿Cuál de las siguientes es la expresión correcta para la ecuación de conducción unidimensional, de estado estacionario y de conductividad térmica constante, para un cilindro con generación de calor?

a) $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(rk\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\dfrac{\partial T}{\partial t}$

b) $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) + \dfrac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \dfrac{1}{\alpha}\dfrac{\partial T}{\partial t}$

c) $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) = \dfrac{1}{\alpha}\dfrac{\partial T}{\partial t}$

d) $\dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{dT}{dr}\right) + \dfrac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$

e) $\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{dT}{dr}\right) = 0$

2-166 Un flujo de calor solar, $\dot{q}_s$, incide sobre una acera cuya conductividad térmica es k, la absortividad solar es α_s y el coeficiente de transferencia de calor por convección es h. Si se toma la dirección x positiva hacia el cielo y se descarta el intercambio por radiación con las superficies de alrededor, la condición correcta en la frontera para la superficie de esta acera es

a) $-k\dfrac{dT}{dx} = \alpha_s \dot{q}_s$ *b*) $-k\dfrac{dT}{dx} = h(T - T_\infty)$

c) $-k\dfrac{dT}{dx} = h(T - T_\infty) - \alpha_s \dot{q}_s$ *d*) $h(T - T_\infty) = \alpha_s \dot{q}_s$

e) Ninguna de ellas

2-167 Fluye agua caliente por un tubo de PVC (k = 0.092 W/m · K) cuyo diámetro interior es de 2 cm y el exterior, de 2.5 cm. La temperatura de la superficie interior de este tubo es de 50°C y la de la superficie exterior, de 20°C. La razón de la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo es

a) 77.7 W/m *b*) 81.5 W/m *c*) 98.0 W/m
d) 112 W/m *e*) 168 W/m

2-168 La conductividad térmica de un sólido depende de su temperatura como $k = aT + b$, donde a y b son constantes. La temperatura en una capa plana de este sólido, a medida que conduce el calor, es expresada por

a) $aT + b = x + C_2$ *b*) $aT + b = C_1x^2 + C_2$
c) $aT^2 + bT = C_1x + C_2$ *d*) $= aT^2 + bT = C_1x^2 + C_2$
e) Ninguna de ellas

2-169 Los granos cosechados, como el trigo, pasan por una reacción exotérmica volumétrica mientras se encuentran almacenados. Si no se controla de manera apropiada, esta generación de calor causa que estos granos se deterioren o, incluso, se produzcan incendios. Se almacena trigo (k = 0.05 W/m · K) sobre el suelo (una superficie adiabática, efectivamente) en capas de 5 m de espesor. Se hace que aire a 22°C entre en contacto con la superficie superior de esta capa de trigo, con h = 3 W/m^2 · K.

La distribución de temperatura en el interior de esta capa es expresada por

$$\frac{T - T_s}{T_0 - T_s} = 1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2$$

donde T_s es la temperatura de la superficie superior, T_0 es la de la inferior, x se mide hacia arriba desde el suelo y L es el espesor de la capa. Cuando la temperatura de la superficie superior es de 24°C, ¿cuál es la temperatura del trigo próximo al suelo?

a) 42°C *b*) 54°C *c*) 58°C *d*) 63°C *e*) 76°C

2-170 La condición de frontera de la ecuación de conducción, para una superficie adiabática, si se considera la dirección n como normal a la superficie, es

a) $T = 0$ *b*) $dT/dn = 0$ *c*) $d^2T/dn^2 = 0$
d) $d^3T/dn^3 = 0$ *e*) $-kdT/dn = 1$

2-171 El calor se genera de manera uniforme en una barra sólida de 12 cm de largo y 4 cm de diámetro (k = 2.4 W/m · K). Las temperaturas del centro y la superficie de la barra son de 210ºC y 45ºC, respectivamente. La razón de generación de calor dentro de la barra es

a) 597 W *b*) 760 W *c*) 826 W
d) 928 W *e*) 1 020 W

Problemas de diseño y ensayo

2-172 Escriba un ensayo sobre la generación de calor en las barras de combustible nuclear. Obtenga información sobre los rangos de generación de calor, la variación de la generación de calor con la posición en las varillas y la absorción de la radiación emitida por el medio de enfriamiento.

2-173 Escriba un programa interactivo para computadora para calcular la razón de la transferencia de calor y el valor de la temperatura en cualquier punto en el medio, para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una capa cilíndrica larga, para cualquier combinación de condiciones de frontera de temperatura específica, flujo específico de calor y convección. Ejecute el programa para cinco conjuntos diferentes de condiciones específicas en la frontera.

2-174 Escriba un programa interactivo para computadora para calcular la razón de la transferencia de calor y el valor de la temperatura en cualquier punto en el medio, para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una capa esférica, para cualquier combinación de condiciones de frontera de temperatura específica, flujo específico de calor y convección. Ejecute el programa para cinco conjuntos diferentes de condiciones específicas de frontera.

CAPÍTULO 3

CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO

En el análisis de transferencia de calor con frecuencia se tiene interés en la razón de esa transferencia a través de un medio, en condiciones y temperaturas superficiales estacionarias. Ese tipo de problemas se pueden resolver con facilidad sin la intervención de ecuaciones diferenciales, mediante la introducción de los *conceptos de resistencia térmica*, de manera análoga a los problemas sobre circuitos eléctricos. En este caso, la resistencia térmica corresponde a la resistencia eléctrica, la diferencia de temperatura a la tensión y la rapidez de la transferencia de calor a la corriente eléctrica.

Se inicia este capítulo con la *conducción unidimensional de calor en estado estacionario* en una pared plana, un cilindro y una esfera, y se desarrollan relaciones para la *resistencia térmica* en estas configuraciones geométricas. También se desarrollan relaciones de la resistencia térmica para condiciones de frontera de convección y radiación. Se aplica este concepto a problemas de conducción de calor en paredes planas, cilindros y esferas *de capas múltiples* y se generalizan hacia sistemas que comprenden transferencia de calor en dos o tres dimensiones. También se discute la *resistencia térmica por contacto* y el *coeficiente total de transferencia de calor* y se desarrollan relaciones para el radio crítico del aislamiento para un cilindro y una esfera. Por último, se discute la transferencia de calor estacionaria desde *superficies con aletas* y algunas configuraciones geométricas complejas comunes de encontrar en la práctica, a través del uso de *factores de forma de conducción*.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Entender el concepto de resistencia térmica y sus limitaciones, y desarrollar redes de resistencias térmicas para problemas prácticos de conducción del calor;
- Resolver problemas de conducción de calor en estado estacionario en los que intervengan configuraciones geométricas rectangulares, cilíndricas o esféricas de capas múltiples;
- Desarrollar una comprensión intuitiva de la resistencia térmica por contacto y de las circunstancias en las que puede ser significativa;
- Identificar las aplicaciones en las que realmente el material aislante puede incrementar la transferencia de calor;
- Analizar las superficies con aletas y evaluar con cuánta eficiencia y efectividad las aletas mejoran la transferencia de calor, y
- Resolver problemas prácticos de conducción multidimensional del calor, usando los factores de forma.

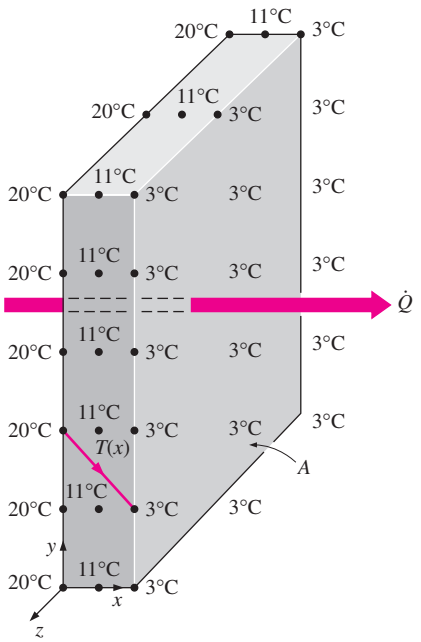


FIGURA 3-1
La transferencia de calor a través de una pared es unidimensional cuando la temperatura de ésta varía sólo en una dirección.

3-1 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO EN PAREDES PLANAS

Considere la conducción estacionaria de calor a través de las paredes de una casa durante un día de invierno. Se sabe que se pierde calor en forma continua hacia el exterior a través de la pared. Intuitivamente se siente que la transferencia de calor a través de la pared es en la *dirección normal* a la superficie de ésta y no tiene lugar alguna transferencia de calor significativa en ella en otras direcciones (figura 3-1).

Recuerde que la transferencia de calor en cierta dirección es impulsada por el *gradiente de temperatura* en esa dirección. No habrá transferencia de calor en una dirección en la cual no hay cambio en la temperatura. Las mediciones de la temperatura en varios lugares sobre la superficie interior o exterior de la pared confirmarán que la superficie de una pared es prácticamente *isotérmica*. Es decir, las temperaturas en la parte superior e inferior de la superficie de una pared, así como en los extremos derecho e izquierdo, son semejantes. Por lo tanto, no hay transferencia de calor a través de la pared de la parte superior hacia abajo, o de izquierda a derecha, pero se tiene una diferencia considerable en las temperaturas entre las superficies interior y exterior de dicha pared y, por lo tanto, transferencia de calor significativa en la dirección de la superficie interior hacia la exterior.

El espesor pequeño de la pared hace que el gradiente de temperatura en esa dirección sea grande. Además, si las temperaturas del aire dentro y fuera de la casa permanecen constantes, entonces la transferencia de calor a través de la pared de una casa se puede considerar como *estacionaria* y *unidimensional*. En este caso, la temperatura de la pared presentará dependencia sólo en una dirección (es decir, la dirección x) y se puede expresar como $T(x)$.

Nótese que la transferencia de calor es la única interacción de energía que interviene en este caso y no se tiene generación de calor; por lo tanto, el *balance de calor* para la pared se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \text{transferencia de calor}\\ \text{hacia la pared}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \text{transferencia de calor}\\ \text{hacia afuera de la pared}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón del}\\ \text{cambio de la energía}\\ \text{de la pared}\end{pmatrix}$$

o bien,

$$\dot{Q}_{\text{ent}} - \dot{Q}_{\text{sal}} = \frac{dE_{\text{pared}}}{dt} \tag{3-1}$$

Pero $dE_{\text{pared}}/dt = 0$ para la operación *estacionaria*, puesto que no hay cambio en la temperatura de la pared con el tiempo en ningún punto. Por lo tanto, la razón de la transferencia de calor hacia la pared debe ser igual a la razón de la transferencia hacia afuera de ella. En otras palabras, la *razón de la transferencia de calor a través de la pared debe ser constante*, $\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$ = constante.

Considere una pared plana de espesor L y conductividad térmica promedio k. Las dos superficies de la pared se mantienen a temperaturas constantes de T_1 y T_2. Para la conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la pared, tenemos $T(x)$. Entonces, la ley de Fourier de la conducción de calor para la pared se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = -kA\frac{dT}{dx} \qquad \text{(W)} \tag{3-2}$$

donde la razón de la transferencia de calor por conducción $\dot{Q}_{\text{cond pared}}$ y el área A de la pared serán constantes. Por lo tanto, dT/dx = constante, lo cual signi-

fica que la *temperatura a través de la pared varía linealmente con x*. Es decir, la distribución de temperatura en la pared, en condiciones estacionarias, es una *línea recta* (figura 3-2).

Al separar la variable en la ecuación anterior e integrar desde $x = 0$, donde $T(0) = T_1$, hasta $x = L$, donde $T(L) = T_2$, se obtiene

$$\int_{x=0}^{L} \dot{Q}_{\text{cond, pared}}\, dx = -\int_{T=T_1}^{T_2} kA\, dT$$

Al realizar las integraciones y reacomodar da

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = kA\,\frac{T_1 - T_2}{L} \qquad \text{(W)} \tag{3-3}$$

que es idéntica a la ecuación 1-21. Una vez más, *la razón de la conducción de calor a través de una pared plana es proporcional a la conductividad térmica promedio, al área de la pared y a la diferencia de temperatura, pero es inversamente proporcional al espesor de la pared*. Asimismo, una vez que se cuenta con la razón de la conducción de calor, se puede determinar la temperatura $T(x)$ en cualquier ubicación x al reemplazar T_2 en la ecuación 3-3 por T y L por x.

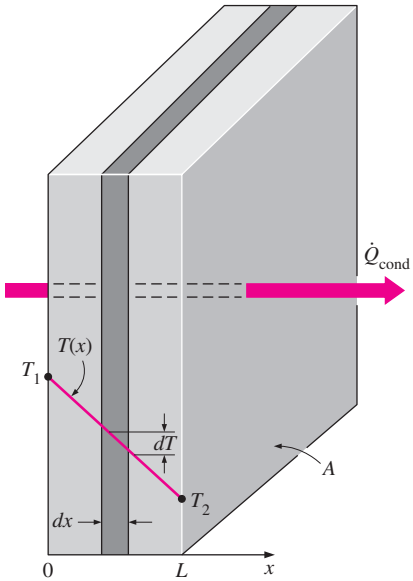


FIGURA 3-2
En condiciones estacionarias, la distribución de temperatura en una pared plana es una línea recta.

El concepto de resistencia térmica

La ecuación 3-3 para la conducción de calor a través de una pared plana se puede reacomodar para tener

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{pared}}} \qquad \text{(W)} \tag{3-4}$$

donde

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} \qquad (°\text{C/W}) \tag{3-5}$$

es la *resistencia térmica* de la pared en contra de la conducción de calor o simplemente la **resistencia a la conducción** de la pared. Note que la resistencia térmica de un medio depende de la *configuración geométrica* y de las *propiedades térmicas* del medio. Observe que la resistencia térmica también se puede expresar como $R_{\text{pared}} = \Delta T/\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$, que es la razón del potencial de arrastre ΔT con respecto a la tasa de transferencia correspondiente $\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$.

La ecuación antes dada para la transferencia de calor es análoga a la relación para el *flujo de corriente eléctrica I*, expresada como

$$I = \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{R_e} \tag{3-6}$$

donde $R_e = L/\sigma_e A$ es la *resistencia eléctrica* y $\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ es la *caída de voltaje* a lo largo de la resistencia (σ_e es la conductividad eléctrica). Por lo tanto, la *razón de la transferencia de calor* a través de una capa corresponde a la *corriente eléctrica*, la *resistencia térmica* a la *resistencia eléctrica* y la *diferencia de temperatura* a *la caída de voltaje* en la capa (figura 3-3).

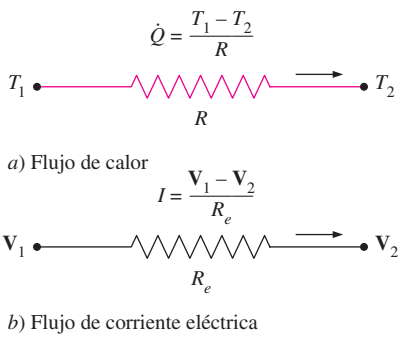


FIGURA 3-3
Analogía entre los conceptos de resistencia térmica y eléctrica.

Considere la transferencia de calor por convección de una superficie sólida de área A_s y temperatura T_s hacia un fluido cuya temperatura en un punto suficientemente lejos de la superficie es T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La ley de Newton del enfriamiento para la razón de transferencia de calor por convección, $\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$, se puede reacomodar para obtener

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = \frac{T_s - T_\infty}{R_{\text{conv}}} \qquad \text{(W)} \tag{3-7}$$

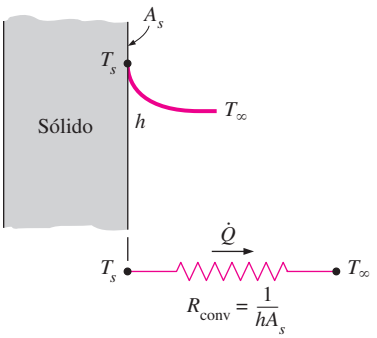


FIGURA 3-4
Esquema para la resistencia a la convección en una superficie.

donde

$$R_{conv} = \frac{1}{hA_s} \qquad (°C/W) \tag{3-8}$$

es la *resistencia térmica* de la superficie contra la convección de calor o, simplemente, la **resistencia a la convección** de la superficie (figura 3-4). Note que cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección es muy grande ($h \to \infty$), la resistencia a la convección se hace *cero* y $T_s \approx T_\infty$. Es decir, la superficie *no ofrece resistencia a la convección* y, por lo tanto, no desacelera el proceso de transferencia de calor. Se tiende a esta situación en la práctica en las superficies en donde ocurren ebullición y condensación. Asimismo, note que la superficie no tiene que ser plana. La ecuación 3-8 para la resistencia a la convección es válida para superficies de cualquier forma, siempre que sea razonable la suposición de que h = constante y uniforme.

Cuando la pared está rodeada por un gas, los *efectos de la radiación*, que hemos ignorado hasta ahora, pueden ser significativos y es posible que sea necesario considerarlos. La razón de la transferencia de calor por radiación entre una superficie de emisividad ε y área A_s, que está a la temperatura T_s, y las superficies circundantes a alguna temperatura promedio T_{alred} se puede expresar como

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{alred}^4) = h_{rad} A_s(T_s - T_{alred}) = \frac{T_s - T_{alred}}{R_{rad}} \qquad (W) \tag{3-9}$$

donde

$$R_{rad} = \frac{1}{h_{rad} A_s} \qquad (°C/W) \tag{3-10}$$

es la *resistencia térmica* de una superficie contra la radiación, o bien, la **resistencia a la radiación** y

$$h_{rad} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{A_s(T_s - T_{alred})} = \varepsilon\sigma(T_s^2 + T_{alred}^2)(T_s + T_{alred}) \qquad (W/m^2 \cdot K) \tag{3-11}$$

es el **coeficiente de transferencia de calor por radiación**. Note que tanto T_s como T_{alred} *deben* estar en K en la evaluación de h_{rad}. La definición del coeficiente de transferencia de calor por radiación permite expresar la radiación en forma conveniente, de manera análoga a la convección, en términos de una diferencia de temperatura. Pero h_{rad} depende con intensidad de la temperatura, en tanto que, por lo común, h_{conv} no depende de ella.

Una superficie expuesta al aire circundante comprende convección y radiación de manera simultánea y la transferencia de calor total en la superficie se determina al sumar (o restar, si tienen direcciones opuestas) las componentes de radiación y de convección. Las resistencias a la convección y a la radiación son paralelas entre sí, como se muestra en la figura 3-5 y pueden provocar algunas complicaciones en la red de resistencias térmicas. Cuando $T_{alred} \approx T_\infty$, el efecto de radiación se puede tomar en cuenta de manera apropiada al reemplazar h en la relación de la resistencia a la convección por

$$h_{combinado} = h_{conv} + h_{rad} \qquad (W/m^2 \cdot K) \tag{3-12}$$

donde $h_{combinado}$ es el **coeficiente de transferencia de calor combinado**. De esta manera, se evitan todas las complicaciones asociadas con la radiación.

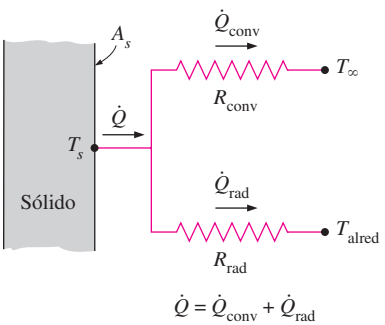


FIGURA 3-5
Esquema para las resistencias a la convección y a la radiación en una superficie.

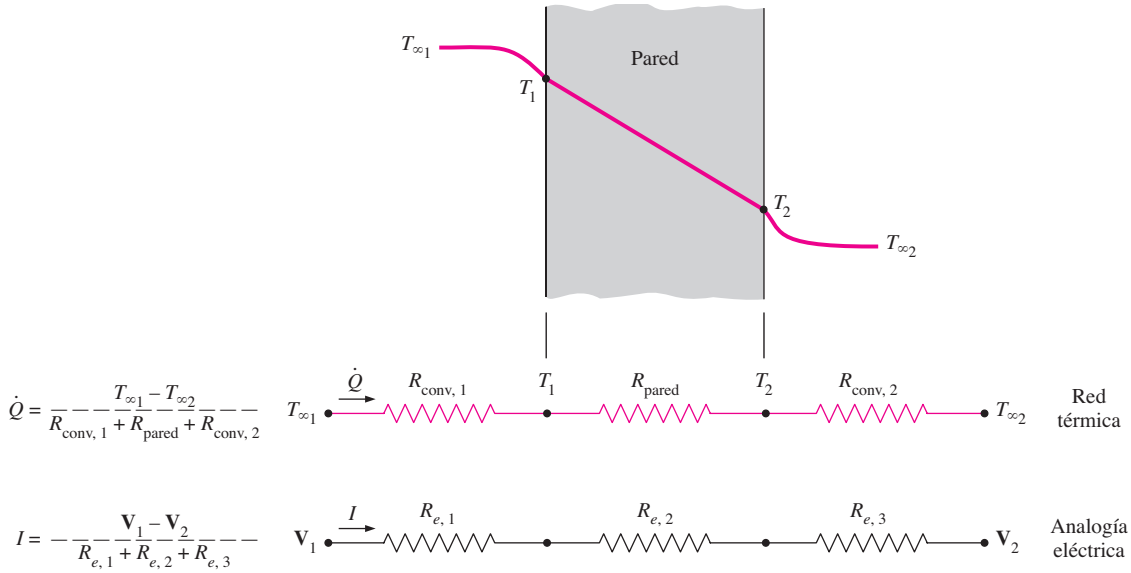


FIGURA 3-6
Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana sujeta a convección sobre ambos lados, y la analogía eléctrica.

Red de resistencias térmicas

Considere ahora la transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a través de una pared plana de espesor L, área A y conductividad térmica k que está expuesta a la convección sobre ambos lados hacia fluidos a las temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$, con coeficientes de transferencia de calor h_1 y h_2, respectivamente, como se muestra en la figura 3-6. Si se supone que $T_{\infty 2} < T_{\infty 1}$, la variación de la temperatura será como se muestra en la figura. Note que la temperatura varía en forma lineal en la pared y tiende asintóticamente a $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ en los fluidos, a medida que se aleja de la pared.

En condiciones estacionarias se tiene

$$\begin{pmatrix} \text{Razón de la} \\ \textit{convección de calor} \\ \text{hacia la pared} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Razón de la} \\ \textit{conducción de calor} \\ \text{a través de la pared} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Razón de la} \\ \textit{convección de calor} \\ \text{desde la pared} \end{pmatrix}$$

o sea

$$\dot{Q} = h_1 A(T_{\infty 1} - T_1) = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = h_2 A(T_2 - T_{\infty 2}) \qquad \textbf{(3-13)}$$

la cual se puede reacomodar como

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} = \frac{T_1 - T_2}{L/kA} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{1/h_2 A}$$

$$= \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{pared}}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_{\text{conv, 2}}} \qquad \textbf{(3-14)}$$

Si

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n} = c$$

entonces

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{b_1 + b_2 + \cdots + b_n} = c$$

Por ejemplo,

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{5}{20} = 0.25$$

y

$$\frac{1 + 2 + 5}{4 + 8 + 20} = 0.25$$

FIGURA 3-7
Una identidad matemática útil.

Una vez que se calcula la tasa de transferencia de calor, también se puede usar la ecuación 3-14 para determinar las temperaturas intermedias T_1 o T_2. Al sumar los numeradores y los denominadores, da (figura 3-7)

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \qquad \text{(W)} \tag{3-15}$$

donde

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \qquad (°\text{C/W}) \tag{3-16}$$

Note que el área A de la transferencia de calor es constante para una pared plana y la razón de esa transferencia a través de una pared que separa dos medios es igual a la diferencia de temperatura ($T_{\infty 1} - T_{\infty 2}$) dividida entre la resistencia térmica total entre los medios. Note también que las resistencias térmicas están en *serie* y la resistencia térmica equivalente se determina simplemente al *sumar* cada una de las resistencias, precisamente como en las resistencias eléctricas conectadas en serie. Por lo tanto, todavía se aplica la analogía eléctrica. Se resume esto al expresar: *la rapidez de la transferencia de calor estacionaria entre dos superficies es igual a la diferencia de temperatura dividida entre la resistencia térmica total entre esas dos superficies*.

Otra observación que se puede hacer a partir de la ecuación 3-15 es que la razón de la caída de temperatura con respecto a la resistencia térmica a través de cualquier capa es constante y, de este modo, la caída de temperatura a través de cualquier capa es proporcional a la resistencia térmica de ésta. Entre mayor sea la resistencia, mayor es la caída de temperatura. De hecho, la ecuación $\dot{Q} = \Delta T/R$ se puede reacomodar para obtener

$$\Delta T = \dot{Q} R \qquad (°\text{C}) \tag{3-17}$$

la cual indica que la *caída de temperatura* a través de cualquier capa es igual a la *razón de la transferencia de calor* multiplicada por la *resistencia térmica* de esa capa (figura 3-8). Posiblemente se recuerde que esto también se cumple para la caída de voltaje a través de una resistencia eléctrica cuando la corriente eléctrica es constante.

A veces resulta conveniente expresar la transferencia de calor a través de un medio de una manera análoga a la ley de Newton del enfriamiento, como

$$\dot{Q} = UA\,\Delta T \qquad \text{(W)} \tag{3-18}$$

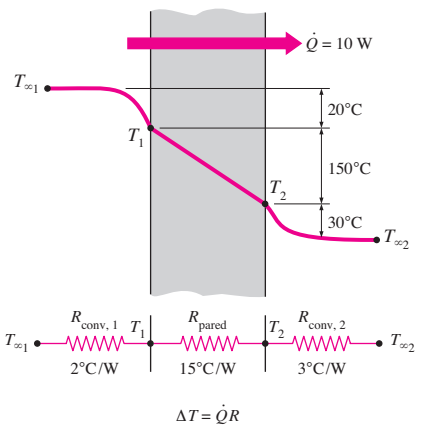


FIGURA 3-8
La caída de temperatura a través de una capa es proporcional a su resistencia térmica.

donde U es el **coeficiente de transferencia de calor total** con la unidad W/m^2 · K. El coeficiente de calor por transferencia general suele utilizarse en los cálculos de transferencia de calor con intercambiadores de calor (capítulo 11). También se utiliza en cálculos de transferencia de calor a través de ventanas (capítulo 9) y es conocido como factor-U. La comparación de las ecuaciones 3-15 y 3-18 revela que

$$UA = \frac{1}{R_{\text{total}}} \qquad (\text{W/°C}) \tag{3-19}$$

Por lo tanto, para una unidad de área, el coeficiente de transferencia de calor total es igual al inverso de la resistencia térmica total.

Note que no se necesita conocer las temperaturas superficiales de la pared para evaluar la razón de la transferencia de calor estacionaria a través de ella. Todo lo que se necesita conocer son los coeficientes de transferencia de calor por convección y las temperaturas de los fluidos en ambos lados de la pared. La *temperatura superficial* de esta última se puede determinar como se describió antes al aplicar el concepto de resistencia térmica, pero se toma la superficie a la cual se le va a determinar la temperatura como una de las su-

perficies terminales. Por ejemplo, una vez que se evalúa $\dot{Q}$ se puede determinar la temperatura superficial T_1 a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} \tag{3-20}$$

Paredes planas de capas múltiples

En la práctica, a menudo se encuentran paredes planas que constan de varias capas de materiales diferentes. Todavía se puede usar el concepto de resistencia térmica con el fin de determinar la razón de la transferencia de calor estacionaria a través de esas paredes *compuestas*. Como es posible que el lector ya haya conjeturado, esto se hace simplemente al darse cuenta de que la resistencia a la conducción de cada pared es L/kA conectada en serie y aplicando la analogía eléctrica. Es decir, al dividir la *diferencia de temperatura* que existe entre las dos superficies a las temperaturas conocidas entre la *resistencia térmica total* que presentan ambas.

Considere una pared plana que consta de dos capas (como un muro de ladrillos con una capa de aislamiento). La razón de la transferencia de calor estacionaria a través de esta pared compuesta de dos capas se puede expresar como (figura 3-9)

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \tag{3-21}$$

donde R_{total} es la *resistencia térmica total*, expresada como

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared, 1}} + R_{\text{pared, 2}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= \frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{1}{h_2 A} \end{aligned} \tag{3-22}$$

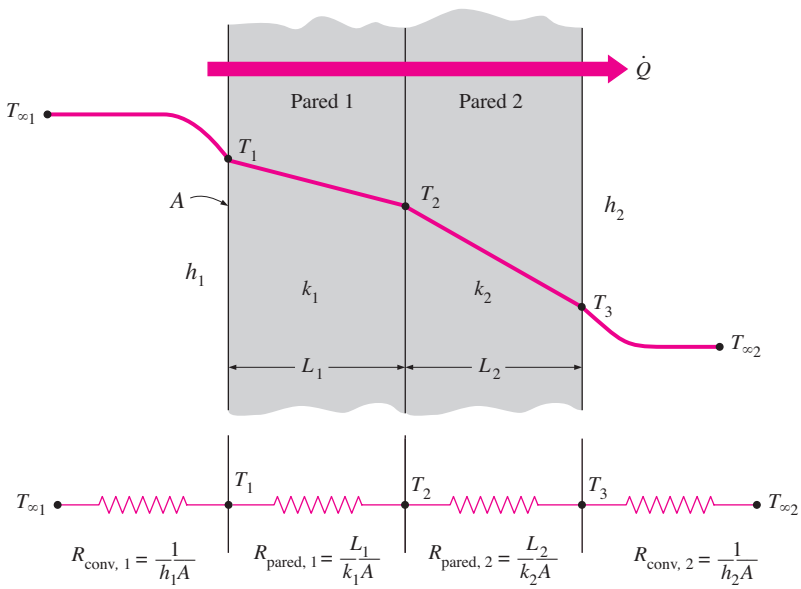
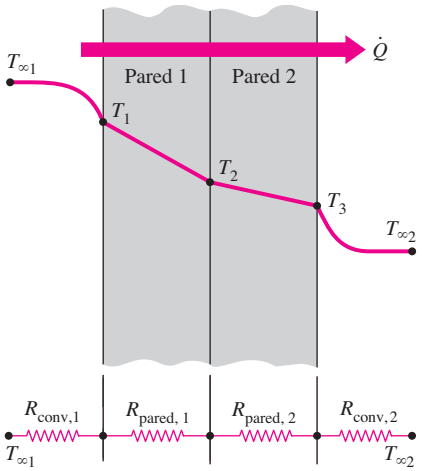


FIGURA 3-9
Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana de dos capas sujeta a convección sobre ambos lados.



Para hallar T_1: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv},1}}$

Para hallar T_2: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv},1} + R_{\text{pared},1}}$

Para hallar T_3: $\dot{Q} = \dfrac{T_3 - T_{\infty 2}}{R_{\text{conv},2}}$

FIGURA 3-10
Evaluación de las temperaturas superficial y en la interfase cuando se dan $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ y se calcula $\dot{Q}$.

Los subíndices 1 y 2 en las relaciones R_{pared} antes dadas indican la primera y la segunda capas, respectivamente. También se pudo obtener este resultado al seguir el procedimiento utilizado antes para el caso de una sola capa, al notar que la razón de la transferencia de calor estacionaria, $\dot{Q}$, a través de un medio de capas múltiples es constante y, por consiguiente, debe ser la misma a través de cada una de las capas. Note, a partir de la red de resistencias térmicas, que dichas resistencias están *en serie* y, por lo tanto, la *resistencia térmica total* es simplemente la *suma aritmética* de cada una de las resistencias térmicas que se encuentran en la trayectoria de la transferencia de calor.

Este resultado para el caso de *dos capas* es análogo al de *una sola capa*, excepto en que se suma una *resistencia adicional* por la *capa adicional*. Este resultado se puede extender para paredes planas que constan de *tres* o *más capas*, al sumar una *resistencia adicional* por cada *capa adicional*.

Una vez que *se conoce* $\dot{Q}$, se puede determinar una temperatura superficial desconocida T_j en cualquier superficie o interfase j, a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_j}{R_{\text{total}, i-j}} \tag{3-23}$$

donde T_i es una temperatura *conocida* en el lugar i y $R_{\text{total}, i-j}$ es la resistencia térmica total entre los lugares i y j. Por ejemplo, cuando se dispone de las temperaturas de los fluidos, $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$, para el caso de dos capas mostrado en la figura 3-9 y se calcula $\dot{Q}$ a partir de la ecuación 3-21, se puede determinar la temperatura T_2 en la interfase entre las dos paredes, a partir de (figura 3-10)

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv}, 1} + R_{\text{pared}, 1}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1 A} + \dfrac{L_1}{k_1 A}} \tag{3-24}$$

La caída de temperatura a través de una capa se determina con facilidad mediante la aplicación de la ecuación 3-17, al multiplicar $\dot{Q}$ por la resistencia térmica de esa capa.

El concepto de resistencia térmica se usa con amplitud en la práctica debido a que es intuitivamente fácil de entender y ha probado ser una herramienta poderosa en la resolución de una amplia gama de problemas de transferencia de calor. Pero su uso queda limitado a los sistemas a través de los cuales la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, permanece *constante*; es decir, a sistemas que implican transferencia de calor *estacionaria*, sin *generación de calor* (como el calentamiento por resistencia o las reacciones químicas) dentro del medio.

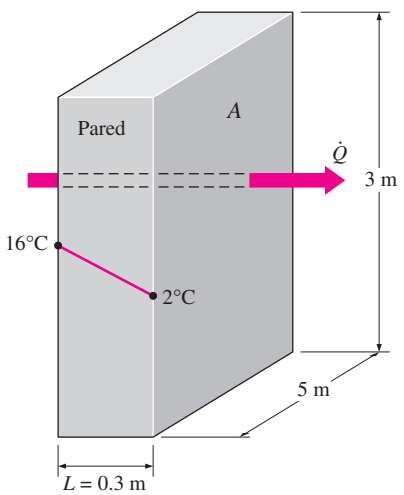


FIGURA 3-11
Esquema para el ejemplo 3-1.

EJEMPLO 3-1 **Pérdida de calor a través de una pared**

Considere una pared gruesa de 3 m de alto, 5 m de ancho y 0.30 m de espesor, cuya conductividad térmica es $k = 0.9$ W/m · °C (figura 3-11). Cierto día, se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior de esa pared y resultan ser de 16°C y 2°C, respectivamente. Determine la razón de la pérdida de calor a través de la pared en ese día.

SOLUCIÓN Las dos superficies de la pared se mantienen a temperaturas específicas. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor a través de la pared.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la pared es estacionaria, dado que las temperaturas superficiales permanecen constantes en los valores especificados. **2** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que cualesquiera gradientes significativos de temperatura existen en la dirección del interior hacia el exterior. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades Se da la conductividad térmica como $k = 0.9$ W/m · °C.

Análisis Dado que la transferencia de calor a través de la pared es por conducción y el área de ésta es $A = 3 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 15 \text{ m}^2$, la razón estacionaria de la transferencia de calor a través de esa pared se puede determinar con base en la ecuación 3-3

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.9 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(15 \text{ m}^2)\frac{(16-2)^\circ\text{C}}{0.3 \text{ m}} = \mathbf{630 \text{ W}}$$

También se pudo determinar la razón estacionaria de la transferencia de calor a través de la pared al hacer uso del concepto de resistencia térmica, a partir de

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{\text{pared}}}{R_{\text{pared}}}$$

donde

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.3 \text{ m}}{(0.9 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(15 \text{ m}^2)} = 0.02222^\circ\text{C/W}$$

Al sustituir, se obtiene

$$\dot{Q} = \frac{(16-2)^\circ\text{C}}{0.02222^\circ\text{C/W}} = 630 \text{ W}$$

Discusión Éste es el mismo resultado obtenido con anterioridad. Note que la conducción de calor a través de una pared plana, con temperaturas superficiales especificadas, puede determinarse directa y fácilmente sin utilizar el concepto de resistencia térmica. Sin embargo, este concepto es una herramienta valiosa en problemas más complejos de transferencia de calor, como el lector verá en los ejemplos que siguen. Además, las unidades W/m · °C y W/m · K para la conductividad térmica son equivalentes y, por consiguiente, pueden ser intercambiadas. Éste es también el caso de °C y K para las diferencias de temperatura.

EJEMPLO 3-2 Pérdida de calor a través de una ventana de una sola hoja

Considere una ventana de vidrio de 0.8 m de alto y 1.5 m de ancho, con un espesor de 8 mm y una conductividad térmica de $k = 0.78$ W/m · °C. Determine la razón estacionaria de la transferencia de calor a través de esta ventana de vidrio y la temperatura de su superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 20°C, en tanto que la temperatura del exterior es de −10°C. Tome los coeficientes de transferencia de calor de las superficies interior y exterior de la ventana como $h_1 = 10$ W/m² · °C y $h_2 = 40$ W/m² · °C, los cuales incluyen los efectos de la radiación.

SOLUCIÓN Se considera la pérdida de calor a través de una ventana de vidrio. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interior.

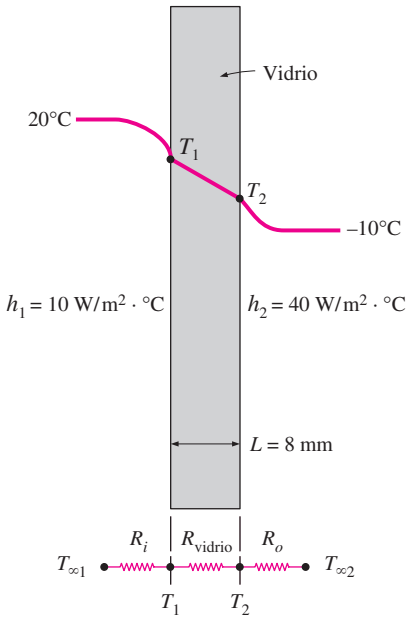


FIGURA 3-12
Esquema para el ejemplo 3-2.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la ventana es estacionaria, dado que las temperaturas superficiales permanecen constantes en los valores especificados. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional ya que cualesquiera gradientes significativos de temperatura existen en la dirección desde el interior hacia el exterior. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades Se da que la conductividad térmica es $k = 0.78$ W/m · °C.

Análisis Este problema está relacionado con conducción a través de la ventana de vidrio y convección en sus superficies, y se puede manejar de la mejor manera al usar el concepto de resistencia térmica y dibujar la red de resistencias térmicas, como se muestra en la figura 3-12. Dado que el área de la ventana es $A = 0.8 \text{ m} \times 1.5 \text{ m} = 1.2 \text{ m}^2$, cada una de las resistencias se evalúan a partir de sus definiciones como

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.08333^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{vidrio}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.008 \text{ m}}{(0.78 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.00855^\circ\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.02083^\circ\text{C/W}$$

Ya que las tres resistencias están en serie, la resistencia total es

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{vidrio}} + R_{\text{conv, 2}} = 0.08333 + 0.00855 + 0.02083$$
$$= 0.1127^\circ\text{C/W}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria a través de la ventana queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]^\circ\text{C}}{0.1127^\circ\text{C/W}} = \mathbf{266\ W}$$

Si se conoce la razón de la transferencia de calor se puede determinar la temperatura de la superficie interior a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} \longrightarrow T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q} R_{\text{conv, 1}}$$
$$= 20^\circ\text{C} - (266 \text{ W})(0.08333^\circ\text{C/W})$$
$$= \mathbf{-2.2^\circ C}$$

Discusión Note que la temperatura de la superficie interior de la ventana de vidrio está a −2.2°C, aun cuando la temperatura del aire en el cuarto se mantenga a 20°C. Temperaturas superficiales así de bajas son del todo indeseables, ya que causarán que se empañen las superficies interiores del vidrio o incluso que se forme escarcha sobre ellas cuando la humedad en el cuarto sea alta.

EJEMPLO 3-3 Pérdida de calor a través de ventanas de hoja doble

Considere una ventana de hoja doble de 0.8 m de alto y 1.5 m de ancho que consta de dos capas de vidrio de 4 mm de espesor ($k = 0.78$ W/m · °C) separadas por un espacio de aire estancado de 10 mm de ancho ($k = 0.026$ W/m · °C). Determine la razón de transferencia de calor estacionaria a través de

la ventana de hoja doble y la temperatura en la superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 20°C, en tanto que la temperatura del exterior es de −10°C. Tome los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior como $h_1 = 10\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}$ y $h_2 = 40\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}$, respectivamente, los cuales incluyen los efectos de la radiación.

SOLUCIÓN Se considera una ventana de hoja doble. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interior.

Análisis Este problema de ejemplo es idéntico al anterior, excepto en que el vidrio sencillo de 8 mm de la ventana se reemplaza por dos vidrios de 4 mm de espesor que encierran un espacio de aire estancado de 10 mm de ancho. Por lo tanto, la red de resistencias térmicas de este problema comprenderá dos resistencias adicionales a la conducción correspondientes a las dos capas adicionales, como se muestra en la figura 3-13. Dado que el área de la ventana es una vez más $A = 0.8\ \text{m} \times 1.5\ \text{m} = 1.2\ \text{m}^2$, cada una de las resistencias se evalúa a partir de sus definiciones como

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.08333°\text{C/W}$$

$$R_1 = R_3 = R_{\text{vidrio}} = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0.004\ \text{m}}{(0.78\ \text{W/m} \cdot °\text{C})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.00427°\text{C/W}$$

$$R_2 = R_{\text{aire}} = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{0.01\ \text{m}}{(0.026\ \text{W/m} \cdot °\text{C})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.3205°\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.02083°\text{C/W}$$

Como las cuatro resistencias están en serie, la resistencia total es

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{vidrio, 1}} + R_{\text{aire}} + R_{\text{vidrio, 2}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= 0.08333 + 0.00427 + 0.3205 + 0.00427 + 0.02083 \\ &= 0.4332°\text{C/W} \end{aligned}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria a través de la ventana queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]°\text{C}}{0.4332°\text{C/W}} = \mathbf{69.2\ W}$$

la cual es alrededor de una cuarta parte del resultado obtenido en el ejemplo anterior. Esto explica la popularidad de las ventanas de hoja doble e incluso triple en los climas fríos. En este caso, la drástica reducción en la razón de la transferencia de calor se debe a la gran resistencia térmica de la capa de aire entre los vidrios.

En este caso, la temperatura de la superficie interior de la ventana será

$$T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q} R_{\text{conv, 1}} = 20°\text{C} - (69.2\ \text{W})(0.08333°\text{C/W}) = \mathbf{14.2°C}$$

la cual es considerablemente más alta que los −2.2°C obtenidos en el ejemplo anterior. Por lo tanto, una ventana de hoja doble rara vez se empaña. Una ventana de hoja doble también reducirá la ganancia de calor en verano y, en consecuencia, reduce los costos del acondicionamiento del aire.

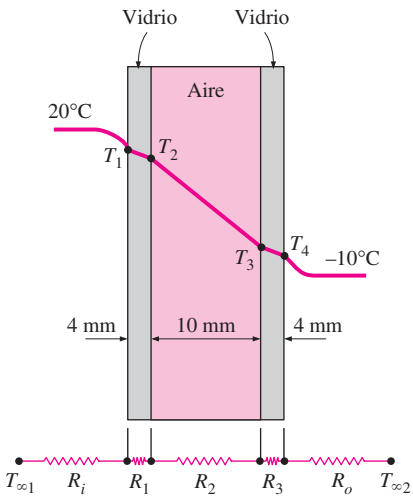
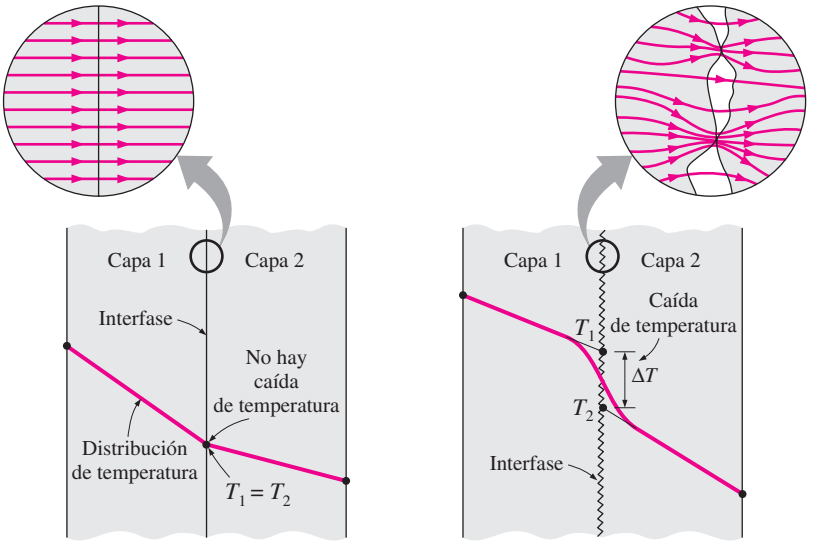


FIGURA 3-13
Esquema para el ejemplo 3-3.



a) Contacto térmico ideal (perfecto)

b) Contacto térmico real (imperfecto)

FIGURA 3-14
Distribución de temperatura y líneas de flujo de calor a lo largo de dos placas sólidas comprimidas entre sí para el caso del contacto perfecto e imperfecto.

3-2 ▪ RESISTENCIA TÉRMICA POR CONTACTO

En el análisis de la conducción de calor a través de sólidos de capas múltiples, se supuso un "contacto perfecto" en la interfase de dos capas y, como consecuencia, ninguna caída de temperatura en dicha interfase. Éste sería el caso cuando las superficies son perfectamente lisas y producen un contacto perfecto en cada punto. No obstante, en la realidad incluso las superficies planas que aparentan estar lisas a simple vista resultan estar más bien ásperas cuando se examinan con un microscopio, como se muestra en la figura 3-14, con numerosos picos y valles. Es decir, una superficie es *microscópicamente áspera* sin importar cuán lisa parezca estar.

Cuando dos superficies de ese tipo se comprimen una contra la otra, los picos forman buen contacto material, pero los valles formarán vacíos con aire. Como resultado, una interfase contendrá numerosas *brechas de aire* de tamaños variables que actúan como *aislamiento* debido a la baja conductividad térmica del aire. Por lo tanto, una interfase ofrece alguna resistencia a la transferencia de calor, y esta resistencia por unidad de área de la interfase se llama **resistencia térmica por contacto**, R_c. El valor de R_c se determina experimentalmente usando un montaje como el que se muestra en la figura 3-15 y, como es de esperar, se tiene una dispersión considerable de los datos debido a la dificultad para caracterizar las superficies.

Considere la transferencia de calor a través de dos barras metálicas de área de sección transversal A que se comprimen una contra la otra. La transferencia de calor a través de la interfase de estas dos barras es la suma de las transferencias a través de los *puntos de contacto sólido* y de las *brechas* en las áreas donde no se tiene contacto y se puede expresar como

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{contacto}} + \dot{Q}_{\text{brecha}} \tag{3-25}$$

También se puede expresar de manera análoga a la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q} = h_c A \, \Delta T_{\text{interfase}} \tag{3-26}$$

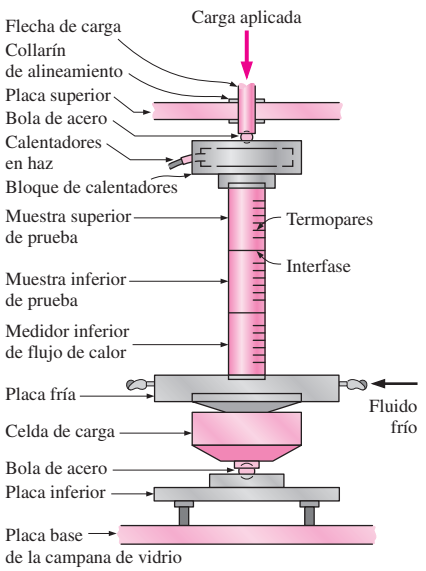


FIGURA 3-15
Montaje experimental típico para la determinación de la resistencia por contacto térmico (tomada de Song *et al.*).

donde A es el área aparente de la interfase (que es igual al área de la sección transversal de las barras) y $\Delta T_{\text{interfase}}$ es la diferencia efectiva de temperatura en dicha interfase. La cantidad h_c, que corresponde al coeficiente de transferencia de calor por convección, se llama **conductancia térmica por contacto** y se expresa como

$$h_c = \frac{\dot{Q}/A}{\Delta T_{\text{interfase}}} \qquad (\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}) \tag{3-27}$$

Está relacionada con la resistencia térmica por contacto por

$$R_c = \frac{1}{h_c} = \frac{\Delta T_{\text{interfase}}}{\dot{Q}/A} \qquad (\text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}) \tag{3-28}$$

Es decir, la resistencia térmica por contacto es la inversa de la conductancia térmica por contacto. Por lo general, en la literatura se da la conductancia, pero el concepto de resistencia térmica por contacto es un mejor vehículo para explicar el efecto de la interfase sobre la transferencia de calor. Note que R_c representa la resistencia térmica por contacto *por unidad de área*. La resistencia térmica para la interfase completa se obtiene al dividir R_c entre el área aparente A de dicha interfase.

La resistencia térmica por contacto se puede determinar a partir de la ecuación 3-28 al medir la caída de temperatura en la interfase y al dividirla entre el flujo de calor en condiciones estacionarias. El valor de la resistencia térmica por contacto depende de la *aspereza de la superficie* y de las *propiedades de los materiales*, así como de la *temperatura* y de la *presión* en la interfase y del *tipo de fluido* atrapado en ésta. La situación se vuelve más compleja cuando las placas se sujetan por medio de pernos, tornillos o remaches puesto que, en ese caso, la presión en la interfase no es uniforme. En ese caso, la resistencia térmica por contacto también depende del espesor de la placa, del radio del perno y del tamaño de la zona de contacto. Se observa que la resistencia térmica por contacto *disminuye* al *disminuir la aspereza superficial* y al *aumentar la presión en la interfase*, como es de esperar. La mayor parte de los valores de la resistencia térmica por contacto determinados experimentalmente caen entre 0.000005 y 0.0005 $\text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$ (el rango correspondiente de la conductancia térmica por contacto es 2 000 a 200 000 $\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$).

Cuando se analiza la transferencia de calor en un medio que consta de dos o más capas, lo primero que se necesita saber es si la resistencia térmica por contacto es *significativa* o no. Se puede responder esta pregunta al comparar las magnitudes de las resistencias térmicas de las capas con los valores típicos de la resistencia térmica por contacto. Por ejemplo, la resistencia térmica de una capa de 1 cm de espesor de un material aislante por unidad de área superficial es

$$R_{c,\,\text{aislamiento}} = \frac{L}{k} = \frac{0.01\ \text{m}}{0.04\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 0.25\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$$

en tanto que para una capa de cobre de 1 cm de espesor es

$$R_{c,\,\text{cobre}} = \frac{L}{k} = \frac{0.01\ \text{m}}{386\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 0.000026\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$$

Al comparar los valores antes dados con los valores típicos de la resistencia térmica por contacto, se concluye que ésta es significativa e incluso puede dominar la transferencia de calor para buenos conductores de calor como los metales, pero puede descartarse para los malos conductores de calor, como los

TABLA 3-1

Conductancia térmica por contacto para placas de aluminio con fluidos diferentes en la interfase, para una aspereza superficial de 10 μm y una presión en esa interfase de 1 atm (tomada de Fried, 1969)

Fluido en la interfase	Conductancia por contacto, h_c, W/m^2 · °C
Aire	3 640
Helio	9 520
Hidrógeno	13 900
Aceite de siliconas	19 000
Glicerina	37 700

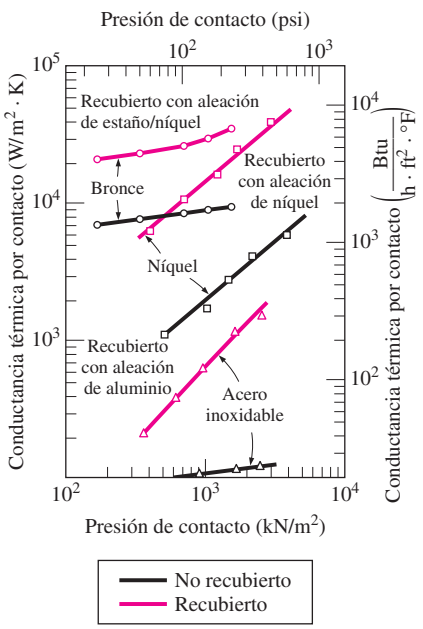


FIGURA 3-16
Efecto de los recubrimientos metálicos sobre la conductancia térmica por contacto (tomada de Peterson, 1987).

aislamientos. Esto no es sorprendente, puesto que los materiales aislantes constan en su mayor parte de espacios llenos de aire, precisamente como la misma interfase.

Se puede minimizar la resistencia térmica por contacto mediante la aplicación de un líquido térmicamente conductor, llamado *grasa térmica*, como el aceite de silicona, sobre las superficies, antes de comprimir una contra la otra. Ésta es una práctica común cuando se sujetan componentes electrónicos, como los transistores de potencia a los sumideros de calor. También se puede reducir la resistencia térmica por contacto reemplazando el aire que se encuentra en la interfase por un *mejor gas conductor*, como el helio o el hidrógeno, como se muestra en la tabla 3-1.

Otra manera de minimizar la resistencia por contacto es insertar una *hoja metálica suave*, como estaño, plata, cobre, níquel o aluminio, entre las dos superficies. Los estudios experimentales demuestran que se puede reducir la resistencia térmica por contacto en un factor de hasta 7 por una hoja metálica en la interfase. Para obtener la máxima eficacia, las hojas deben ser muy delgadas. En la figura 3-16 se muestra el efecto de los recubrimientos metálicos sobre la conductancia térmica por contacto para varias superficies metálicas.

Existe una incertidumbre considerable en los datos sobre la conductancia por contacto que se encuentran en la literatura y debe tenerse cuidado al usarlos. En la tabla 3-2 se dan algunos resultados experimentales para la conductancia por contacto entre superficies metálicas semejantes y diferentes, para usarlos en los cálculos preliminares de diseño. Note que la *conductancia térmica por contacto* es *la más alta* (y, por lo tanto, la resistencia por contacto es la más baja) para los *metales suaves* con *superficies lisas* a *alta presión*.

EJEMPLO 3-4 **Espesor equivalente para la resistencia por contacto**

Se mide la conductancia térmica por contacto en la interfase de dos placas de aluminio de 1 cm de espesor y resulta ser de 11 000 W/m^2 · °C. Determine el espesor de la placa de aluminio cuya resistencia térmica sea igual a la de la interfase entre las placas (figura 3-17).

SOLUCIÓN Se debe determinar el espesor de la placa de aluminio cuya resistencia térmica sea igual a la resistencia térmica por contacto.

Propiedades La conductividad térmica del aluminio a la temperatura ambiente es k = 237 W/m · °C (tabla A-3).

Análisis Dado que la resistencia térmica por contacto es la inversa de la conductancia térmica por contacto, esa resistencia es

$$R_c = \frac{1}{h_c} = \frac{1}{11\,000 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}} = 0.909 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot °\text{C/W}$$

Para una unidad de área superficial, la resistencia térmica de una placa plana se define como

$$R = \frac{L}{k}$$

donde L es el espesor de la placa y k es la conductividad térmica. Si se considera $R = R_c$ se determina el espesor equivalente a partir de la relación antes dada como

$$L = kR_c = (237 \text{ W/m} \cdot °\text{C})(0.909 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot °\text{C/W}) = 0.0215 \text{ m} = \mathbf{2.15 \text{ cm}}$$

TABLA 3-2

Conductancia térmica por contacto de algunas superficies metálicas en aire (tomada de varias fuentes)

Material	Condición de la superficie	Aspereza, μm	Temperatura, °C	Presión, MPa	h_c,* W/m^2 · °C
Parejas de metales idénticos					
Acero inoxidable 416	Esmerilada	2.54	90-200	0.17-2.5	3 800
Acero inoxidable 304	Esmerilada	1.14	20	4-7	1 900
Aluminio	Esmerilada	2.54	150	1.2-2.5	11 400
Cobre	Esmerilada	1.27	20	1.2-20	143 000
Cobre	Cepillada	3.81	20	1-5	55 500
Cobre (al vacío)	Cepillada	0.25	30	0.17-7	11 400
Parejas de metales diferentes					
Acero inoxidable				10	2 900
aluminio		20-30	20	20	3 600
Acero inoxidable				10	16 400
aluminio		1.0-2.0	20	20	20 800
Acero Ct-30				10	50 000
aluminio	Esmerilada	1.4-2.0	20	15-35	59 000
Acero Ct-30				10	4 800
aluminio	Cepillada	4.5-7.2	20	30	8 300
				5	42 000
Aluminio-cobre	Esmerilada	1.17-1.4	20	15	56 000
				10	12 000
Aluminio-cobre	Cepillada	4.4-4.5	20	20-35	22 000

*Divídanse los valores dados entre 5.678 para convertir a Btu/h · ft^2 · °F.

Discusión Note que la interfase entre las dos placas ofrece tanta resistencia a la transferencia de calor como una placa de aluminio de 2.15 cm de espesor. Resulta interesante que, en este caso, la resistencia térmica por contacto es mayor que la suma de las resistencias térmicas de las dos placas.

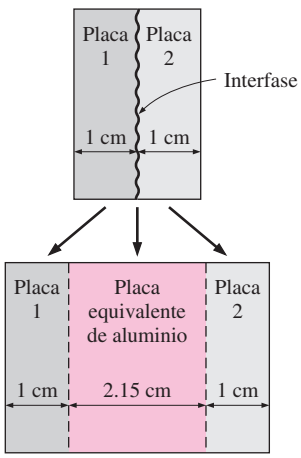


FIGURA 3-17
Esquema para el ejemplo 3-4.

EJEMPLO 3-5 **Resistencia por contacto de los transistores**

Cuatro transistores idénticos de potencia con caja de aluminio están sujetos a uno de los lados de una placa cuadrada de cobre de 20 cm × 20 cm y 1 cm de espesor (k = 386 W/m · °C) por medio de tornillos que ejercen una presión promedio de 6 MPa (figura 3-18). El área de la base de cada transistor es 8 cm^2 y cada uno de ellos está colocado en el centro de una sección de 10 cm × 10 cm que constituye la cuarta parte de la placa. Se estima que la aspereza de la interfase es alrededor de 1.5 μm. Todos los transistores están cubiertos de una gruesa capa de plexiglás, que es un mal conductor del calor y, por lo tanto, todo el calor generado en la unión del transistor debe ser disipado hacia el ambiente que está a 20°C, a través de la superficie posterior de la placa de cobre. El coeficiente combinado de transferencia de calor por convección/radiación en la superficie posterior se puede tomar como 25 W/m^2 · °C. Si la temperatu-

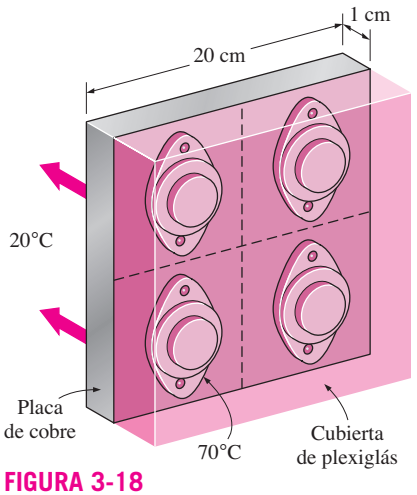


FIGURA 3-18
Esquema para el ejemplo 3-5.

ra de la caja del transistor no debe sobrepasar los 70°C, determine la potencia máxima que cada transistor puede disipar con seguridad y el salto de temperatura en la interfase caja-placa.

SOLUCIÓN Cuatro transistores idénticos de potencia están sujetos a una placa de cobre. Para una temperatura máxima de la caja de 70°C se deben determinar la disipación máxima de potencia y el salto de temperatura en la interfase.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor se puede considerar como si fuera unidimensional, aun cuando se reconoce que, en algunas partes de la placa, la conducción de calor será bidimensional, dado que el área de la placa es mucho más grande que el área de la base del transistor. Pero la gran conductividad térmica del cobre minimizará este efecto. **3** Todo el calor generado en la unión se disipa a través de la superficie posterior de la placa, ya que los transistores están cubiertos por una gruesa capa de plexiglás. **4** Las conductividades térmicas son constantes.

Propiedades Se da la conductividad térmica del cobre como $k = 386$ W/m · °C. La conductancia por contacto se obtiene de la tabla 3-2 como $h_c = 42\,000$ W/m^2 · °C, la cual corresponde a la interfase cobre-aluminio para el caso de una aspereza de 1.17-1.4 μm y una presión de 5 MPa, la cual es suficientemente cercana a la que se tiene.

Análisis Se dice que el área de contacto entre la caja y la placa es de 8 cm^2 y el área de esta última para cada transistor es de 100 cm^2. La red de resistencias térmicas de este problema consta de tres resistencias en serie (interfase, placa y convección), las cuales se determina que son

$$R_{\text{interfase}} = \frac{1}{h_c A_c} = \frac{1}{(42\,000\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(8 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)} = 0.030^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{placa}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.01\ \text{m}}{(386\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(0.01\ \text{m}^2)} = 0.0026^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{(25\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.01\ \text{m}^2)} = 4.0^\circ\text{C/W}$$

Entonces la resistencia térmica total es

$$R_{\text{total}} = R_{\text{interfase}} + R_{\text{placa}} + R_{\text{ambiente}} = 0.030 + 0.0026 + 4.0 = 4.0326^\circ\text{C/W}$$

Note que la resistencia térmica de una placa de cobre es muy pequeña y se puede ignorar por completo. Entonces se determina que la razón de la transferencia de calor es

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\text{total}}} = \frac{(70 - 20)^\circ\text{C}}{4.0326^\circ\text{C/W}} = \mathbf{12.4\ W}$$

Por lo tanto, el transistor de potencia no debe operarse a niveles de potencia mayores que 12.4 W, si la temperatura de la caja no debe sobrepasar los 70°C.

El salto de temperatura en la interfase se determina a partir de

$$\Delta T_{\text{interfase}} = \dot{Q} R_{\text{interfase}} = (12.4\ \text{W})(0.030^\circ\text{C/W}) = \mathbf{0.37^\circ C}$$

que no es muy grande. Por lo tanto, incluso si se elimina por completo la resistencia por contacto térmico en la interfase, en este caso se bajará la temperatura de operación del transistor en menos de 0.4°C.

3-3 ▪ REDES GENERALIZADAS DE RESISTENCIAS TÉRMICAS

También se puede usar el concepto de *resistencia térmica* o la *analogía eléctrica* para resolver problemas de transferencia de calor en estado estacionario que comprenden capas en paralelo o configuraciones combinadas serie-paralelo. Aun cuando ese tipo de problemas con frecuencia son bidimensionales o incluso tridimensionales, se pueden obtener soluciones aproximadas suponiendo transferencia unidimensional de calor y utilizando la red de resistencias térmicas.

Considere la pared compuesta que se muestra en la figura 3-19, la cual consta de dos capas paralelas. La red de resistencias térmicas, que consta de dos resistencias en paralelo, se puede representar como se muestra en la figura. Puesto que la transferencia total de calor es la suma de las transferencias a través de cada capa, se tiene

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_1} + \frac{T_1 - T_2}{R_2} = (T_1 - T_2)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{3-29}$$

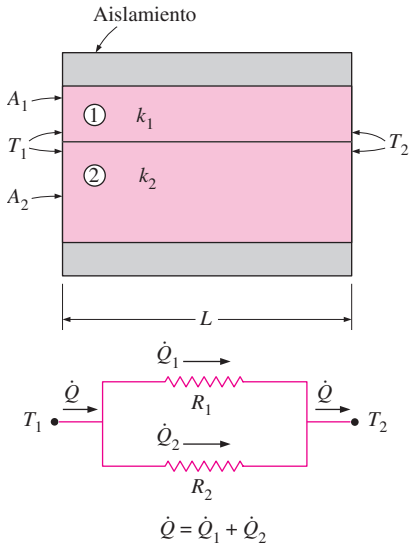


FIGURA 3-19
Red de resistencias térmicas para dos capas paralelas.

Si se utiliza la analogía eléctrica, se obtiene

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{total}}} \tag{3-30}$$

donde

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \longrightarrow R_{\text{total}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{3-31}$$

ya que las resistencias están en paralelo.

Considere ahora la disposición combinada serie-paralelo que se muestra en la figura 3-20. Una vez más, la razón total de la transferencia de calor a través de este sistema compuesto se puede expresar como

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{total}}} \tag{3-32}$$

donde

$$R_{\text{total}} = R_{12} + R_3 + R_{\text{conv}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_{\text{conv}} \tag{3-33}$$

y

$$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A_1}, \qquad R_2 = \frac{L_2}{k_2 A_2}, \qquad R_3 = \frac{L_3}{k_3 A_3}, \qquad R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA_3} \tag{3-34}$$

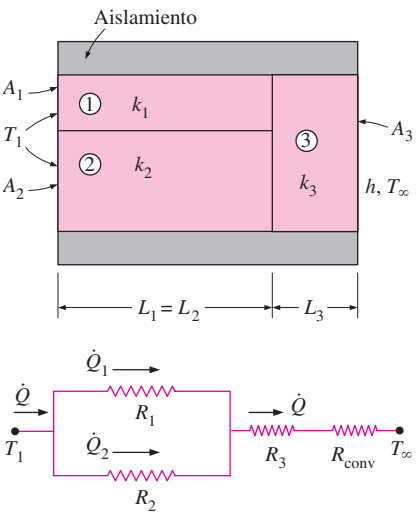


FIGURA 3-20
Red de resistencias térmicas para una configuración combinada serie-paralelo.

Una vez que se evalúan cada una de las resistencias térmicas, se pueden determinar con facilidad la resistencia total y la razón total de la transferencia de calor a partir de las relaciones antes dadas.

El resultado que se obtenga será un tanto aproximado, puesto que las superficies de la tercera capa es probable que no sean isotérmicas y es posible que ocurra transferencia de calor entre las dos primeras capas.

Dos suposiciones que por lo común se establecen al resolver problemas multidimensionales complejos sobre transferencia de calor al tratarlos como

unidimensionales (es decir, en la dirección x), usando la red de resistencias térmicas, son 1) cualquier pared plana normal al eje x es *isotérmica* (es decir, se supone que la temperatura varía sólo en la dirección x), y 2) cualquier plano paralelo al eje x es *adiabático* (es decir, se supone que la transferencia de calor ocurre sólo en la dirección x). Estas dos suposiciones conducen a redes diferentes de resistencias y, como consecuencia, a valores diferentes (pero, por lo general, cercanos) para la resistencia térmica total y, por lo tanto, para la transferencia de calor. El resultado real se encuentra entre estos dos valores. En las configuraciones geométricas en las cuales la transferencia de calor ocurre de manera predominante en una dirección, cualquiera de los dos enfoques conduce a resultados satisfactorios.

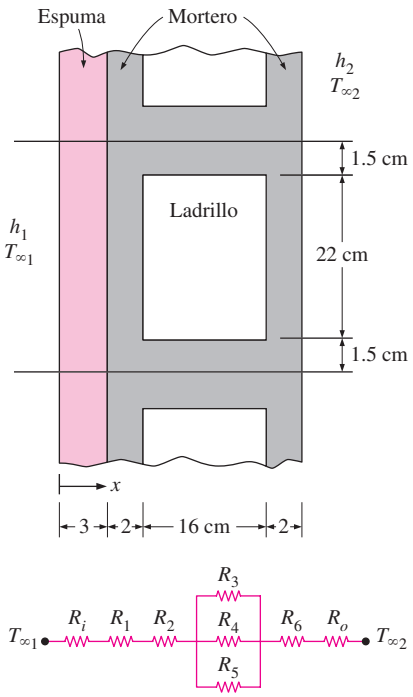


FIGURA 3-21
Esquema para el ejemplo 3-6.

EJEMPLO 3-6 Pérdida de calor a través de una pared compuesta

Una pared de 3 m de alto y 5 m de ancho consta de ladrillos de 16 × 22 cm de sección transversal horizontal (k = 0.72 W/m · °C) separados por capas de mortero (k = 0.22 W/m · °C) de 3 cm de espesor. También se tienen capas de mortero de 2 cm de espesor sobre cada lado del ladrillo y una espuma rígida (k = 0.026 W/m · °C) de 3 cm de espesor sobre el lado interior de la pared, como se muestra en la figura 3-21. Las temperaturas dentro y fuera son de 20°C y −10°C, respectivamente, y los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre los lados interior y exterior son h_1 = 10 W/m^2 · °C y h_2 = 25 W/m^2 · °C, respectivamente. Si se supone transferencia de calor unidimensional y se descarta la radiación, determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

SOLUCIÓN Se da la composición de una pared compuesta. Se debe determinar la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria dado que no hay indicación de cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor se puede considerar como si fuera unidimensional, ya que se realiza de manera predominante en la dirección x. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Se da que las conductividades térmicas son k = 0.72 W/m · °C, para los ladrillos, k = 0.22 W/m · °C, para las capas de mortero y k = 0.026 W/m · °C, para la espuma rígida.

Análisis Existe un patrón en la construcción de esta pared que se repite cada 25 cm de distancia en la dirección vertical. No hay variación en la dirección horizontal. Por lo tanto, se considera una porción de 1 m de profundidad y 0.25 m de alto de la pared, ya que es representativa de toda ella.

Si se supone que cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección x es *isotérmica*, la red de resistencias térmicas para la sección representativa de la pared queda como se muestra en la figura 3-21. Cada una de las resistencias se evalúa como

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 0.40^\circ\text{C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{espuma}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.03\ \text{m}}{(0.026\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 4.62^\circ\text{C/W}$$

$$R_2 = R_6 = R_{\text{mortero, lado}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.02\ \text{m}}{(0.22\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)}$$

$$= 0.36^\circ\text{C/W}$$

$$R_3 = R_5 = R_{\text{mortero, centro}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.16\ \text{m}}{(0.22\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C})(0.015 \times 1\ \text{m}^2)}$$
$$= 48.48^\circ\text{C/W}$$
$$R_4 = R_{\text{ladrillo}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.16\ \text{m}}{(0.72\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C})(0.22 \times 1\ \text{m}^2)} = 1.01^\circ\text{C/W}$$
$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(25\ \text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 0.16^\circ\text{C/W}$$

Las tres resistencias R_3, R_4 y R_5 de en medio son paralelas y su resistencia equivalente se determina a partir de

$$\frac{1}{R_{\text{en medio}}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{48.48} + \frac{1}{1.01} + \frac{1}{48.48} = 1.03\ \text{W/°C}$$

lo cual da

$$R_{\text{en medio}} = 0.97^\circ\text{C/W}$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_2 + R_{\text{en medio}} + R_6 + R_o$$
$$= 0.40 + 4.62 + 0.36 + 0.97 + 0.36 + 0.16$$
$$= 6.87^\circ\text{C/W}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria a través de la pared queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]^\circ\text{C}}{6.87^\circ\text{C/W}} = 4.37\ \text{W} \quad \text{(por área superficial de } 0.25\ \text{m}^2\text{)}$$

o sea, 4.37/0.25 = 17.5 W por m^2 de área. El área total de la pared es A = 3 m × 5 m = 15 m^2. Entonces la razón de la transferencia de calor a través de toda la pared queda

$$\dot{Q}_{\text{total}} = (17.5\ \text{W/m}^2)(15\ \text{m}^2) = \mathbf{263\ W}$$

Por supuesto, este resultado es aproximado, ya que se supuso que la temperatura dentro de la pared varía sólo en una dirección y se ignoró cualquier cambio de temperatura (y, por lo tanto, transferencia de calor) en las otras dos direcciones.

Discusión En la solución antes dada se supuso que cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección x es *isotérmica*. También se pudo resolver este problema yendo hacia el otro extremo y suponer que las superficies paralelas a la dirección x son *adiabáticas*. En este caso, la red de resistencias térmicas será como se muestra en la figura 3-22. Al seguir el enfoque que acaba de describirse, se determina que la resistencia térmica total en este caso es R_{total} = 6.97°C/W, lo cual es muy cercano al valor de 6.85°C/W obtenido con anterioridad. Por lo tanto, cualquiera de los dos enfoques da aproximadamente el mismo resultado en este caso. Este ejemplo hace ver que, en la práctica, se puede usar cualquiera de los dos enfoques para obtener resultados satisfactorios.

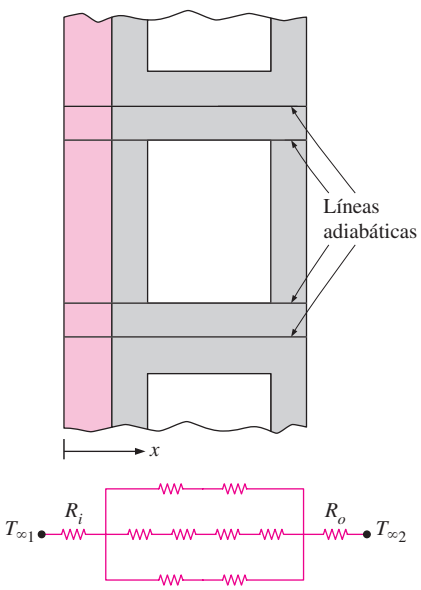


FIGURA 3-22
Red alternativa de resistencias térmicas para el ejemplo 3-6, para el caso en que se consideran adiabáticas las superficies paralelas a la dirección primaria de transferencia de calor.

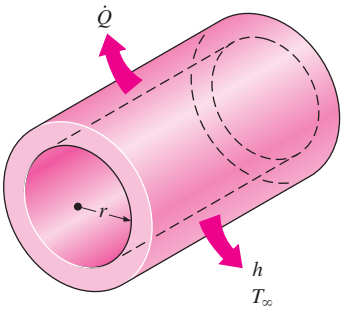


FIGURA 3-23
En un tubo que conduce agua caliente el calor se pierde hacia el aire del exterior en la dirección radial y, como consecuencia, la transferencia de calor desde un tubo largo es unidimensional.

3-4 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN CILINDROS Y ESFERAS

Considere la conducción estacionaria de calor a través de un tubo de agua caliente. El calor se pierde en forma continua hacia el exterior a través de la pared del tubo e, intuitivamente, se siente que la transferencia de calor a través de éste se efectúa en la dirección normal a su superficie y no se tiene alguna transferencia significativa en otras direcciones (figura 3-23). La pared del tubo, cuyo espesor es más bien pequeño, separa dos fluidos a temperaturas diferentes y, en consecuencia, el gradiente de temperatura en la dirección radial es relativamente grande. Además, si las temperaturas de los fluidos, dentro y fuera del tubo, permanecen constantes, entonces la transferencia de calor a través de ese tubo es *estacionaria*. Por lo tanto, la transferencia de calor a través del tubo se puede considerar *estacionaria* y *unidimensional*. En este caso, la temperatura del tubo depende sólo de una dirección (la dirección r radial) y se puede expresar como $T = T(r)$. La temperatura es independiente del ángulo azimutal o de la distancia axial. Esta situación se presenta aproximadamente en la práctica en los tubos cilíndricos largos y en los recipientes esféricos.

En operación *estacionaria* no se tiene cambio en la temperatura del tubo con el tiempo en cualquier punto. Por lo tanto, la razón de la transferencia de calor hacia el tubo debe ser igual a la razón de la transferencia hacia afuera de él. En otras palabras, la transferencia de calor a través del tubo debe ser constante, $\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \text{constante}$.

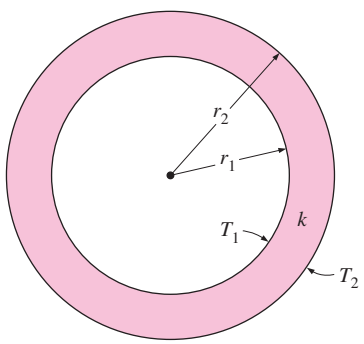


FIGURA 3-24
Tubo cilíndrico largo (o capa esférica) con temperaturas de las superficies interior y exterior, T_1 y T_2, especificadas.

Considere una capa cilíndrica larga (como un tubo circular) de radio interior r_1, radio exterior r_2, longitud L y conductividad térmica promedio k (figura 3-24). Las dos superficies de la capa cilíndrica se mantienen a las temperaturas constantes T_1 y T_2. No hay generación de calor en la capa y la conductividad térmica es constante. Para una conducción de calor unidimensional a través de la capa cilíndrica, se tiene $T(r)$. Entonces la ley de Fourier de la conducción del calor para la transferencia de calor a través de la capa cilíndrica se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = -kA\frac{dT}{dr} \qquad \text{(W)} \tag{3-35}$$

en donde $A = 2\pi rL$ es el área de transferencia en la ubicación r. Note que A depende de r y, en consecuencia, *varía* en la dirección de la transferencia de calor. Al separar las variables de la ecuación antes dada e integrar desde $r = r_1$, donde $T(r_1) = T_1$, hasta $r = r_2$, en donde $T(r_2) = T_2$, da

$$\int_{r=r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}_{\text{cond, cil}}}{A}\,dr = -\int_{T=T_1}^{T_2} k\,dT \tag{3-36}$$

Al sustituir $A = 2\pi rL$ y realizar la integración da

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = 2\pi Lk\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \qquad \text{(W)} \tag{3-37}$$

dado que $\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \text{constante}$. Esta ecuación se puede reacomodar para que quede

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{cil}}} \qquad \text{(W)} \tag{3-38}$$

donde

$$R_{\text{cil}} = \frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi Lk} = \frac{\ln \text{(radio exterior/radio interior)}}{2\pi \times \text{(Longitud)} \times \text{(Conductividad térmica)}} \tag{3-39}$$

es la *resistencia térmica* de la capa cilíndrica contra la conducción de calor o, simplemente, la *resistencia a la conducción* de la capa cilíndrica. Observe que la ecuación 3-37 es idéntica a la ecuación 2-59 que se obtuvo usando el método "estándar" al resolver primero la ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas, ecuación 2-29, para obtener la distribución de temperatura, ecuación 2-58, y después mediante la ley de Fourier para obtener la razón de transferencia de calor. El método utilizado para obtener la ecuación 3-37 puede considerarse como un método "alternativo". No obstante, se restringe a una conducción de calor unidimensional en régimen estacionario sin generación de calor.

Se puede repetir el análisis para una *capa esférica*, al tomar $A = 4\pi r^2$ y realizar la integración en la ecuación 3-36. El resultado se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, esf}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{esf}}} \tag{3-40}$$

donde

$$R_{\text{esf}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k} = \frac{\text{Radio exterior} - \text{Radio interior}}{4\pi \text{(Radio exterior)(Radio interior)(Conductividad térmica)}} \tag{3-41}$$

es la *resistencia térmica* de la capa esférica contra la conducción del calor o, simplemente, la *resistencia a la conducción* de la capa esférica. Vea que la ecuación 3-40 es idéntica a la ecuación 2-61, que se obtiene al resolver la ecuación de conducción de calor en coordinadas esféricas.

Considere ahora el flujo unidimensional de calor en estado estacionario a través de una capa cilíndrica o esférica que está expuesta a la convección en ambos lados hacia fluidos que están a las temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$, con coeficientes de transferencia de calor h_1 y h_2, respectivamente, como se muestra en la figura 3-25. En este caso, la red de resistencias térmicas consta de una resistencia a la conducción y dos a la convección, en serie, precisamente como aquélla para la pared plana y la razón de la transferencia de calor en condiciones estacionarias se puede expresar como

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \tag{3-42}$$

donde

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_1} + \frac{\ln (r_2/r_1)}{(2\pi Lk} + \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_2} \end{aligned} \tag{3-43}$$

para una capa *cilíndrica* y

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{esf}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= \frac{1}{(4\pi r_1^2)h_1} + \frac{r_2 - r_1}{(4\pi r_1 r_2 k} + \frac{1}{(4\pi r_2^2)h_2} \end{aligned} \tag{3-44}$$

para una capa *esférica*. Note que A en la relación de la resistencia a la convección $R_{\text{conv}} = 1/hA$ es el *área superficial en la cual ocurre la convección*. Ésta es igual a $A = 2\pi rL$, para una superficie cilíndrica, y $A = 4\pi r^2$, para una superficie esférica de radio r. Note también que las resistencias térmicas están en serie y, por lo tanto, la resistencia térmica total se determina simplemente al sumar cada una de las resistencias, precisamente como las resistencias eléctricas conectadas en serie.

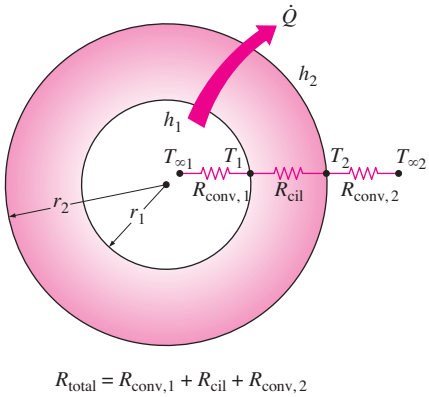


FIGURA 3-25
Red de resistencias térmicas para una capa cilíndrica (o esférica) sujeta a convección tanto en el lado interior como en el exterior.

Cilindros y esferas con capas múltiples

La transferencia de calor estacionaria a través de capas cilíndricas o esféricas múltiples se puede manejar como en el caso de las paredes planas de capas múltiples que se discutió antes, simplemente al sumar una *resistencia adicional* en serie por cada *capa adicional*. Por ejemplo, la razón de la transferencia de calor estacionaria a través del cilindro compuesto de tres capas, de longitud L, que se muestra en la figura 3-26, con convección en ambos lados, se puede expresar como

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \tag{3-45}$$

donde R_{total} es la *resistencia térmica total*, expresada como

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil, 1}} + R_{\text{cil, 2}} + R_{\text{cil, 3}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi L k_1} + \frac{\ln (r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \frac{\ln (r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \frac{1}{h_2 A_4} \end{aligned} \tag{3-46}$$

donde $A_1 = 2\pi r_1 L$ y $A_4 = 2\pi r_4 L$. La ecuación 3-46 también se puede usar para una cubierta esférica de tres capas, al reemplazar las resistencias térmicas de las capas cilíndricas por las correspondientes esféricas. Una vez más, note que, con base en la red de resistencias térmicas, esas resistencias están en serie y, como consecuencia, la resistencia térmica total es simplemente la *suma aritmética* de cada una de las resistencias térmicas en la trayectoria del flujo de calor.

Una vez que se conoce $\dot{Q}$ se puede determinar cualquier temperatura intermedia T_j, al aplicar la relación $\dot{Q} = (T_i - T_j)/R_{\text{total}, i-j}$ a través de cualquier capa o cualesquiera capas, en tal forma que T_i sea una temperatura *conocida* en la ubicación i y $R_{\text{total}, i-j}$ sea la resistencia térmica total entre las ubicaciones i y j (figura 3-27). Por ejemplo, una vez que se ha calculado $\dot{Q}$, se puede determinar la temperatura T_2 en la interfase entre la primera y la segunda capas cilíndricas a partir de

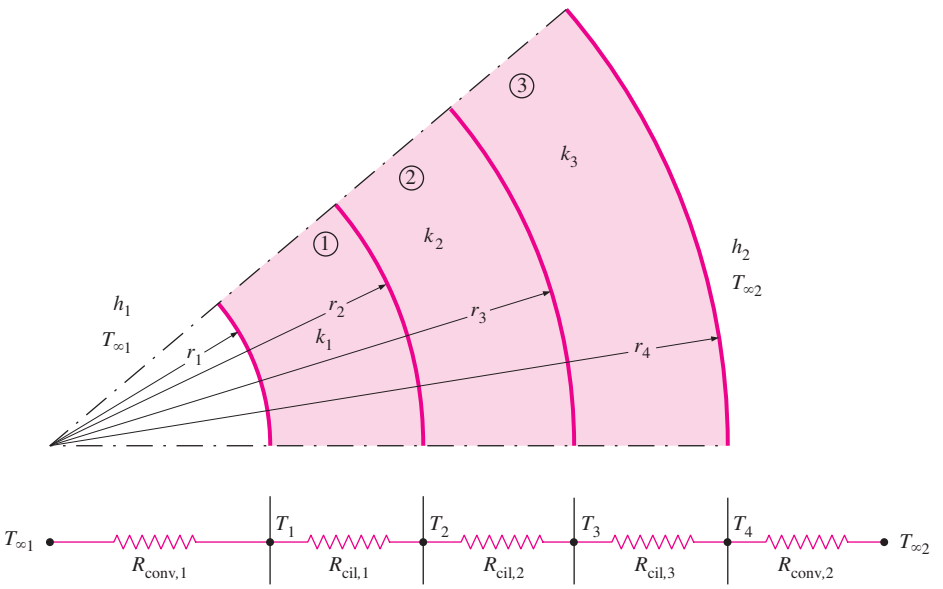


FIGURA 3-26
Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de un cilindro compuesto de tres capas sujeto a convección en ambos lados.

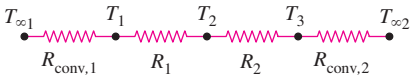
$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil, 1}}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1(2\pi r_1 L)} + \dfrac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi L k_1}} \tag{3-47}$$

También se pudo calcular T_2 a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_2 + R_3 + R_{\text{conv, 2}}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{\dfrac{\ln (r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \dfrac{\ln (r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \dfrac{1}{h_o(2\pi r_4 L)}} \tag{3-48}$$

Aun cuando las dos relaciones dan el mismo resultado, se prefiere la primera, ya que comprende menos términos y, por lo tanto, menos trabajo.

También se puede emplear el concepto de resistencia térmica para *otras configuraciones geométricas*, siempre que se usen las resistencias apropiadas a la conducción y las áreas superficiales apropiadas en las resistencias a la convección.



$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv},1}} \\ &= \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv},1} + R_1} \\ &= \frac{T_1 - T_3}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{T_2 - T_3}{R_2} \\ &= \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_2 + R_{\text{conv},2}} \\ &= \cdots\end{aligned}$$

FIGURA 3-27
La razón $\Delta T/R$ a través de cualquier capa es igual a $\dot{Q}$, la cual permanece constante en la conducción estacionaria unidimensional.

EJEMPLO 3-7 Transferencia de calor hacia un recipiente esférico

Se usa un tanque esférico con diámetro interno de 3 m hecho de acero inoxidable de 2 cm de espesor (k = 15 W/m · °C) para almacenar agua con hielo a $T_{\infty 1}$ = 0°C. El tanque está ubicado en un cuarto cuya temperatura es $T_{\infty 2}$ = 22°C. Las paredes del cuarto también están a 22°C. La superficie exterior del tanque es negra y la transferencia de calor entre la superficie exterior del mismo y los alrededores es por convección natural y radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del tanque son h_1 = 80 W/m² · °C y h_2 = 10 W/m² · °C, respectivamente. Determine: *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 h.

SOLUCIÓN Un recipiente esférico lleno de agua con hielo está sujeto a transferencia de calor por convección y radiación en su superficie exterior. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor y la cantidad de hielo que se funde por día.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria dado que las condiciones térmicas especificadas en las fronteras no cambian con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que se tiene simetría térmica en torno al punto medio. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades Se da la conductividad térmica del acero como k = 15 W/m · °C. El calor de fusión del agua a la presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg. La superficie exterior del tanque es negra y, por lo tanto, su emisividad es $\varepsilon = 1$.

Análisis *a*) En la figura 3-28 se da la red de resistencias térmicas para este problema. Dado que el diámetro interior del tanque es D_1 = 3 m y el diámetro exterior es D_2 = 3.04 m, las áreas de las superficies interior y exterior del mismo son

$$A_1 = \pi D_1^2 = \pi(3\text{ m})^2 = 28.3\text{ m}^2$$
$$A_2 = \pi D_2^2 = \pi(3.04\text{ m})^2 = 29.0\text{ m}^2$$

Asimismo, el coeficiente de transferencia de calor por radiación se expresa por

$$h_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_2^2 + T_{\infty 2}^2)(T_2 + T_{\infty 2})$$

Pero no se conoce la temperatura T_2 de la superficie exterior del tanque y, en consecuencia, no se puede calcular h_{rad}. Por lo tanto, se necesita suponer aho-

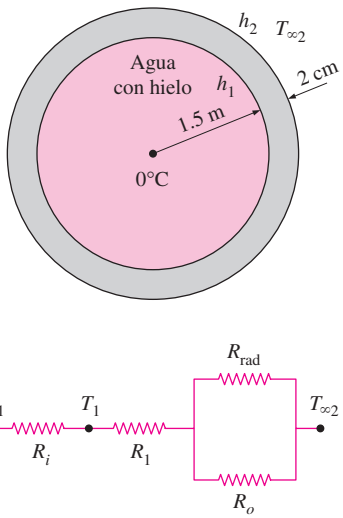


FIGURA 3-28
Esquema para el ejemplo 3-7.

ra un valor de T_2 y comprobar más adelante la exactitud de esta suposición. Si es necesario, se repetirán los cálculos usando un valor revisado para T_2.

Nótese que T_2 debe estar entre 0°C y 22°C, pero debe estar más cercana a 0°C, dado que el coeficiente de transferencia de calor dentro del tanque es mucho mayor. Si se toma $T_2 = 5°C = 278$ K, se determina que el coeficiente de transferencia de calor por radiación es

$$h_{rad} = (1)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(295\ \text{K})^2 + (278\ \text{K})^2][(295 + 278)\ \text{K}]$$
$$= 5.34\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} = 5.34\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}$$

Entonces cada una de las resistencias térmicas queda

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{(80\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(28.3\ \text{m}^2)} = 0.000442°\text{C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{esfera}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2} = \frac{(1.52 - 1.50)\ \text{m}}{4\pi(15\ \text{W/m} \cdot °\text{C})(1.52\ \text{m})(1.50\ \text{m})}$$
$$= 0.000047°\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A_2} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00345°\text{C/W}$$

$$R_{\text{rad}} = \frac{1}{h_{\text{rad}} A_2} = \frac{1}{(5.34\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00646°\text{C/W}$$

Las dos resistencias en paralelo, R_o y R_{rad}, se pueden reemplazar por una resistencia equivalente R_{equiv} determinada a partir de

$$\frac{1}{R_{\text{equiv}}} = \frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_{\text{rad}}} = \frac{1}{0.00345} + \frac{1}{0.00646} = 444.7\ \text{W/°C}$$

la cual da

$$R_{\text{equiv}} = 0.00225°\text{C/W}$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_{\text{equiv}} = 0.000442 + 0.000047 + 0.00225 = 0.00274°\text{C/W}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria hacia el agua con hielo queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 2} - T_{\infty 1}}{R_{\text{total}}} = \frac{(22 - 0)°\text{C}}{0.00274°\text{C/W}} = \mathbf{8\ 029\ W} \qquad (\text{o } \dot{Q} = 8.029\ \text{kJ/s})$$

Para comprobar la validez de nuestra suposición original, se determina ahora la temperatura de la superficie exterior a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 2} - T_2}{R_{\text{equiv}}} \longrightarrow T_2 = T_{\infty 2} - \dot{Q} R_{\text{equiv}}$$
$$= 22°\text{C} - (8\ 029\ \text{W})(0.00225°\text{C/W}) = 4°\text{C}$$

la cual está suficientemente cercana a los 5°C supuestos en la determinación del coeficiente de transferencia de calor por radiación. Por lo tanto, no hay necesidad de repetir los cálculos al usar 4°C para T_2.

b) La cantidad total de transferencia de calor durante un periodo de 24 h es

$$Q = \dot{Q}\ \Delta t = (8.029\ \text{kJ/s})(24 \times 3\ 600\ \text{s}) = 693\ 700\ \text{kJ}$$

Dado que se requieren 333.7 kJ de energía para fundir 1 kg de hielo a 0°C, la cantidad de ese hielo que se fundirá durante un periodo de 24 h es

$$m_{\text{hielo}} = \frac{Q}{h_{if}} = \frac{693\ 700\ \text{kJ}}{333.7\ \text{kJ/kg}} = \mathbf{2\ 079\ kg}$$

Por lo tanto, alrededor de 2 toneladas métricas de hielo se fundirán en el tanque cada día.

Discusión Una manera más fácil de tratar con convección y radiación combinadas en una superficie cuando el medio circundante y las superficies están a la misma temperatura es sumar los coeficientes de transferencia de calor por radiación y por convección y tratar el resultado como el coeficiente de transferencia de calor por convección. Es decir, tomar en este caso $h = 10 + 5.34 = 15.34\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$. De esta manera se puede ignorar la radiación, ya que su contribución se toma en cuenta en el coeficiente de transferencia de calor por convección. En este caso, la resistencia a la convección de la superficie exterior sería

$$R_{\text{combinada}} = \frac{1}{h_{\text{combinada}} A_2} = \frac{1}{(15.34\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00225^\circ\text{C/W}$$

el cual es idéntico al valor obtenido para la resistencia equivalente para las resistencias a la convección y a la radiación en paralelo.

EJEMPLO 3-8 Pérdida de calor a través de un tubo aislado de vapor de agua

En un tubo de hierro fundido ($k = 80\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$), cuyos diámetros interior y exterior son $D_1 = 5$ cm y $D_2 = 5.5$ cm, respectivamente, fluye vapor de agua a $T_{\infty 1} = 320^\circ\text{C}$. El tubo está cubierto con un aislamiento de fibra de vidrio de 3 cm de espesor, con $k = 0.05\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$. Se pierde calor hacia los alrededores que están a $T_{\infty 2} = 5^\circ\text{C}$ por convección natural y radiación, con un coeficiente combinado de transferencia de calor de $h_2 = 18\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$. Si el coeficiente de transferencia de calor dentro del tubo es $h_1 = 60\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$, determine la razón de la pérdida de calor del vapor por unidad de longitud del tubo. Asimismo, determine la caída de temperatura a través de la pared de éste y a través de la capa de aislamiento.

SOLUCIÓN Un tubo de vapor de agua cubierto con aislamiento de fibra de vidrio está sujeto a convección sobre sus superficies. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor por unidad de longitud y la caída de temperatura a través del tubo y el aislamiento.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria ya que no se tiene indicación de algún cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que se tiene simetría térmica con respecto a la línea central y no hay variación en la dirección axial. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La resistencia por contacto térmico en la interfase es despreciable.

Propiedades Se da que las conductividades térmicas son $k = 80\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$, para el hierro fundido, y $k = 0.05\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$, para el aislamiento de fibra de vidrio.

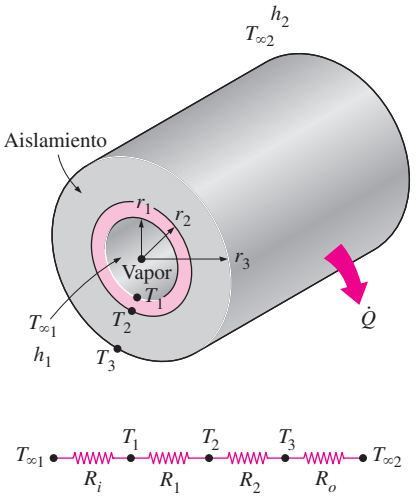


FIGURA 3-29
Esquema para el ejemplo 3-8.

Análisis Para este problema, la red de resistencias térmicas comprende cuatro dispuestas en serie y se presenta en la figura 3-29. Si $L = 1$ m, se determina que las áreas de las superficies expuestas a la convección son

$$A_1 = 2\pi r_1 L = 2\pi(0.025 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.157 \text{ m}^2$$
$$A_3 = 2\pi r_3 L = 2\pi(0.0575 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.361 \text{ m}^2$$

Entonces cada una de las resistencias térmicas queda

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{(60 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.157 \text{ m}^2)} = 0.106^\circ\text{C/W}$$
$$R_1 = R_{\text{tubo}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} = \frac{\ln(2.75/2.5)}{2\pi(80 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(1 \text{ m})} = 0.0002^\circ\text{C/W}$$
$$R_2 = R_{\text{aislamiento}} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L} = \frac{\ln(5.75/2.75)}{2\pi(0.05 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(1 \text{ m})} = 2.35^\circ\text{C/W}$$
$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A_3} = \frac{1}{(18 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.361 \text{ m}^2)} = 0.154^\circ\text{C/W}$$

Ya que todas las resistencias están en serie se determina que la resistencia total es

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = 0.106 + 0.0002 + 2.35 + 0.154 = 2.61^\circ\text{C/W}$$

Entonces la razón estacionaria de pérdida de calor del vapor queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(320 - 5)^\circ\text{C}}{2.61^\circ\text{C/W}} = \mathbf{121\ W} \qquad \text{(por m de longitud del tubo)}$$

Se puede determinar la pérdida de calor para una longitud dada de tubo multiplicando esta última cantidad por la longitud L de ese tubo.

La caída de temperatura a través del tubo y el aislamiento se determinan con base en la ecuación 3-17 como

$$\Delta T_{\text{tubo}} = \dot{Q} R_{\text{tubo}} = (121 \text{ W})(0.0002^\circ\text{C/W}) = \mathbf{0.02^\circ C}$$
$$\Delta T_{\text{aislamiento}} = \dot{Q} R_{\text{aislamiento}} = (121 \text{ W})(2.35^\circ\text{C/W}) = \mathbf{284^\circ C}$$

Es decir, las temperaturas entre las superficies interior y exterior del tubo difieren en 0.02°C, en tanto que las temperaturas entre las superficies interior y exterior del aislamiento difieren en 284°C.

Discusión Note que la resistencia térmica del tubo es demasiado pequeña con relación a las otras resistencias y se puede despreciar sin causar algún error significativo. Del mismo modo, note que la caída de temperatura a través del tubo es prácticamente cero y, por lo tanto, se puede suponer que el tubo es isotérmico. La resistencia al flujo de calor en los tubos aislados se debe principalmente al aislamiento.

3-5 ▪ RADIO CRÍTICO DE AISLAMIENTO

Se sabe que al agregar más aislamiento a una pared o al ático siempre disminuye la transferencia de calor. Entre más grueso sea el aislamiento, más baja es la razón de la transferencia de calor. Esto es previsible ya que el área A de la transferencia de calor es constante y agregar aislamiento siempre incrementa la resistencia térmica de la pared sin incrementar la resistencia a la convección.

Sin embargo, agregar aislamiento a un tubo cilíndrico o a una capa esférica es un asunto diferente. El aislamiento adicional incrementa la resistencia a la

conducción de la capa de aislamiento pero disminuye la resistencia a la convección de la superficie debido al incremento en el área exterior. La transferencia de calor del tubo puede aumentar o disminuir, dependiendo de cuál sea el efecto que domine.

Considere un tubo cilíndrico de radio exterior r_1 cuya temperatura de la superficie exterior, T_1, se mantiene constante (figura 3-30). Ahora se aísla el tubo con un material cuya conductividad térmica es k y su radio exterior es r_2. Se pierde calor del tubo hacia el medio circundante que está a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h por convección. La razón de la transferencia de calor del tubo aislado hacia el aire circundante se puede expresar como (figura 3-31)

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{ais}} + R_{\text{conv}}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} + \dfrac{1}{h(2\pi r_2 L)}} \tag{3-49}$$

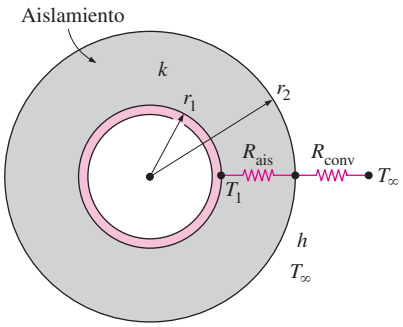


FIGURA 3-30
Tubo cilíndrico aislado expuesto a la convección desde la superficie exterior y la red de resistencias térmicas asociada con él.

En la figura 3-31 se tiene la gráfica de la variación de $\dot{Q}$ con el radio exterior del aislamiento r_2. El valor de r_2 al cual $\dot{Q}$ alcanza un máximo se determina a partir del requisito de que $d\dot{Q}/dr_2 = 0$ (pendiente cero). Al derivar y despejar r_2 resulta que el **radio crítico de aislamiento** para un cuerpo cilíndrico es

$$r_{\text{cr, cilindro}} = \frac{k}{h} \qquad \text{(m)} \tag{3-50}$$

Note que el radio crítico de aislamiento depende de la conductividad térmica del aislamiento k y del coeficiente externo de transferencia de calor por convección h. La razón de la transferencia de calor del cilindro aumenta con la adición de aislamiento para $r_2 < r_{\text{cr}}$, alcanza un máximo cuando $r_2 = r_{\text{cr}}$ y empieza a decrecer para $r_2 > r_{\text{cr}}$. Por lo tanto, en realidad, aislar el tubo puede aumentar la razón de la transferencia de calor del tubo en lugar de disminuirla cuando $r_2 < r_{\text{cr}}$.

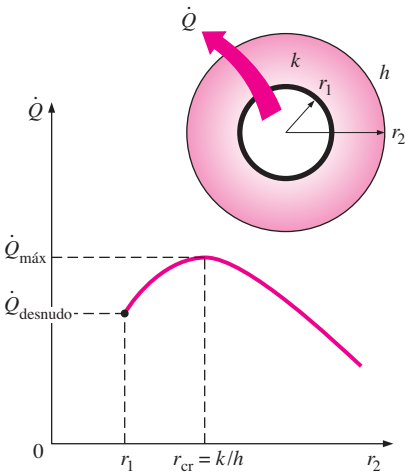


FIGURA 3-31
Variación de la razón de transferencia de calor con el radio externo del aislamiento r_2 cuando $r_1 < r_{\text{cr}}$.

La pregunta importante a la que debe responderse en este punto es si es necesario preocuparse por el radio crítico de aislamiento para los tubos de agua caliente o incluso los tanques de agua caliente. ¿Siempre se debe comprobar y asegurar que el radio exterior del aislamiento sea suficientemente mayor que el radio crítico antes de que se instale? Probablemente no, como se explica en seguida.

El valor del radio crítico r_{cr} alcanzará un máximo cuando k sea grande y h sea pequeño. Dado que el valor más bajo de h que se encuentra en la práctica es de alrededor de 5 W/m^2 · °C, para el caso de convección natural de los gases y que la conductividad térmica de los materiales aislantes comunes es alrededor de 0.05 W/m · °C, el valor más grande del radio crítico que probablemente se encuentra es

$$r_{\text{cr, máx}} = \frac{k_{\text{máx, aislamiento}}}{h_{\text{mín}}} \approx \frac{0.05\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}{5\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 0.01\ \text{m} = 1\ \text{cm}$$

Este valor incluso sería más pequeño si se consideraran los efectos de la radiación. Los radios críticos serían mucho menores en la convección forzada, con frecuencia menores a 1 mm, debido a los valores mucho más grandes de h asociados con la convección forzada. Por lo tanto, se puede aislar los tubos de agua caliente o de vapor con libertad, sin preocuparnos por la posibilidad de aumentar la transferencia de calor por el aislamiento de los tubos.

El radio de los alambres eléctricos puede ser menor que el radio crítico. Por lo tanto, el aislamiento eléctrico de plástico en realidad puede *acrecentar* la transferencia de calor de los alambres eléctricos y, de este modo, mantener sus

temperaturas de operación estacionarias en niveles más bajos y, como consecuencia, más seguros.

Se puede repetir la discusión antes presentada para una esfera y, de manera semejante, se puede demostrar que el radio crítico del aislamiento para una capa esférica es

$$r_{\text{cr, esfera}} = \frac{2k}{h} \tag{3-51}$$

donde k es la conductividad térmica del aislamiento y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior.

EJEMPLO 3-9 Pérdida de calor de un alambre eléctrico aislado

Un alambre eléctrico de 3 mm de diámetro y 5 m de largo está firmemente envuelto con una cubierta gruesa de plástico de 2 mm cuya conductividad térmica es $k = 0.15$ W/m · °C. Las mediciones eléctricas indican que por el alambre pasa una corriente de 10 A y se tiene una caída de voltaje de 8 V a lo largo de éste. Si el alambre aislado se expone a un medio que está a $T_\infty = 30$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 12$ W/m^2 · °C, determine la temperatura en la interfase del alambre y la cubierta de plástico en operación estacionaria. Asimismo, determine si la duplicación del espesor de la cubierta de plástico aumentará o disminuirá esta temperatura en la interfase.

SOLUCIÓN Un alambre eléctrico está firmemente envuelto con una cubierta de plástico. Se van a determinar la temperatura en la interfase y el efecto de la duplicación del espesor de la cubierta de plástico sobre esta temperatura.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria ya que no hay indicación de algún cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional dado que se tiene simetría térmica con respecto a la línea central y no hay variación en la dirección axial. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La resistencia térmica por contacto en la interfase es despreciable. **5** En el coeficiente de transferencia de calor se incorporan los efectos de la radiación, si los hay.

Propiedades Se da que la conductividad térmica del plástico es $k = 0.15$ W/m · °C.

Análisis En el alambre se genera calor y su temperatura se eleva como resultado del calentamiento por resistencia. Se supone que el calor se genera de manera uniforme en todo el alambre y se transfiere hacia el medio circundante en la dirección radial. En la operación estacionaria, la razón de la transferencia de calor se vuelve igual al calor generado dentro del alambre, el cual se determina que es

$$\dot{Q} = \dot{W}_e = \mathbf{V}I = (8\text{ V})(10\text{ A}) = 80\text{ W}$$

La red de resistencias térmicas para este problema comprende una resistencia a la conducción, para la cubierta de plástico, y una resistencia a la convección, para la superficie exterior, en serie, como se muestra en la figura 3-32. Se determina que los valores de estas dos resistencias son

$$A_2 = (2\pi r_2)L = 2\pi(0.0035\text{ m})(5\text{ m}) = 0.110\text{ m}^2$$

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA_2} = \frac{1}{(12\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(0.110\text{ m}^2)} = 0.76^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{plástico}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} = \frac{\ln(3.5/1.5)}{2\pi(0.15\text{ W/m}\cdot{}^\circ\text{C})(5\text{ m})} = 0.18^\circ\text{C/W}$$

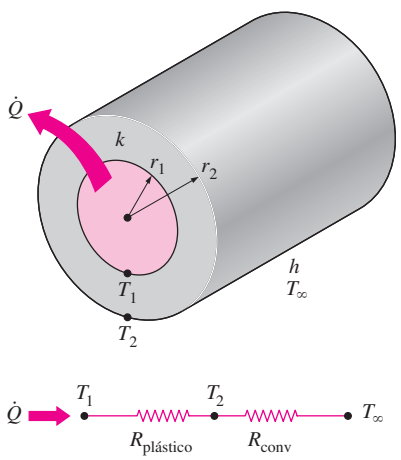


FIGURA 3-32
Esquema para el ejemplo 3-9.

y, por lo tanto,

$$R_{\text{total}} = R_{\text{plástico}} + R_{\text{conv}} = 0.76 + 0.18 = 0.94°\text{C/W}$$

Entonces se puede determinar la temperatura en la interfase a partir de

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{total}}} \longrightarrow T_1 = T_\infty + \dot{Q}R_{\text{total}} = 30°\text{C} + (80\ \text{W})(0.94°\text{C/W}) = \mathbf{105°C}$$

Note que no se involucra directamente el alambre en la red de resistencias térmicas, ya que el alambre comprende la generación de calor.

Para responder a la segunda parte de la pregunta se necesita conocer el radio crítico de aislamiento de la cubierta de plástico. Éste se determina a partir de la ecuación 3-50 como

$$r_{\text{cr}} = \frac{k}{h} = \frac{0.15\ \text{W/m} \cdot °\text{C}}{12\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}} = 0.0125\ \text{m} = 12.5\ \text{mm}$$

el cual es más grande que el radio de la cubierta de plástico. Por lo tanto, al aumentar el espesor de la cubierta de plástico se *acrecentará* la transferencia de calor hasta que el radio exterior de esa cubierta llegue a 12.5 mm. Como resultado se *aumentará* la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, cuando la temperatura de la interfase, T_1, se mantenga constante o bien T_1 disminuirá cuando $\dot{Q}$ se mantenga constante, el cual es el caso en este problema.

Discusión Se puede demostrar, al repetir los cálculos anteriores para una cubierta de plástico de 4 mm de espesor, que la temperatura en la interfase cae hasta 90.6°C cuando se duplica el espesor de esa cubierta. También se puede demostrar de manera semejante que la interfase alcanza una temperatura mínima de 83°C cuando el radio exterior de la cubierta de plástico es igual al radio crítico.

3-6 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR DESDE SUPERFICIES CON ALETAS

La razón de la transferencia de calor desde una superficie que está a una temperatura T_s hacia el medio circundante que está a T_∞ se expresa por la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde A_s es el área superficial de transferencia de calor y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección. Cuando las temperaturas T_s y T_∞ se fijan por consideraciones de diseño, como con frecuencia es el caso, existen *dos maneras* de incrementar la razón de la transferencia de calor: aumentar el *coeficiente de transferencia de calor por convección*, h, o *aumentar el área superficial* A_s. El aumento de h puede requerir la instalación de una bomba o ventilador, o reemplazar el existente con uno más grande, pero este procedimiento puede no ser práctico o adecuado. La alternativa es aumentar el área superficial al agregar unas *superficies extendidas* llamadas *aletas*, hechas de materiales intensamente conductores como el aluminio. Las superficies con aletas se fabrican al extruir, soldar o envolver una delgada lámina metálica sobre una superficie. Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al exponer un área más grande a la convección y la radiación.

Una interesante aplicación de las aletas data del periodo Jurásico —hace 150 millones— (figura 3-33). El estegosaurio vivió en aquella época y tenía dos filas de grandes y extrañas placas óseas en su espalda. Por mucho tiempo

FIGURA 3-33
Supuestas aletas refrigerantes en el estegosaurio (© Alamy RF).

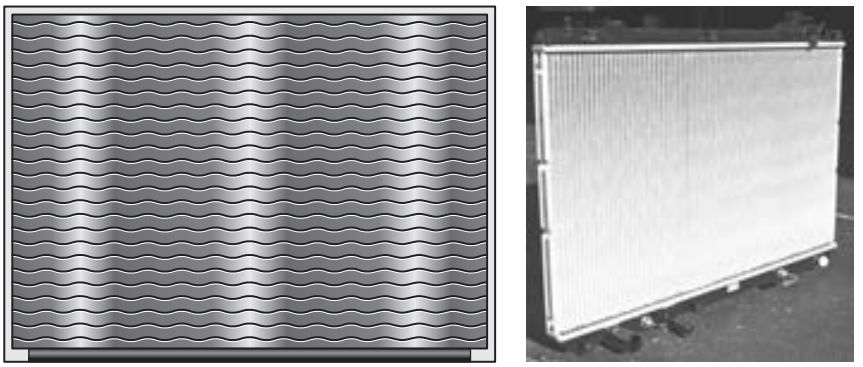


FIGURA 3-34
Las aletas en placas delgadas del radiador de un automóvil aumentan en gran medida la razón de transferencia de calor al aire. (Izq. © Yuns Çengel, foto de James Kleiser, derecha: © The McGraw-Hill Companies, Inc./Christopher Kerrigan, fotógrafo.)

los científicos pensaron que estas formaciones eran algún tipo de armadura que lo protegía de los depredadores carnívoros. Ahora sabemos que por esas placas fluían grandes cantidades de sangre y que quizá tenían la misma función que un radiador de automóvil. El corazón bombeaba sangre hacia esas placas y éstas funcionaban como aletas refrigerantes para enviar sangre fresca de regreso al corazón.

Las superficies con aletas son de uso común en la práctica para mejorar la transferencia de calor y a menudo incrementan la razón de esa transferencia desde una superficie varias veces. El radiador del automóvil, mostrado en la figura 3-34, es un ejemplo de una superficie con aletas. Las delgadas hojas metálicas, colocadas muy cercanas entre sí, que se sujetan a los tubos de agua caliente aumentan el área superficial para la convección y, por consiguiente, la razón de la transferencia de calor por convección desde los tubos hacia el aire, muchas veces. Existen en el mercado gran variedad de diseños innovadores de aletas y parece que la única limitación existente es la imaginación (figura 3-35).

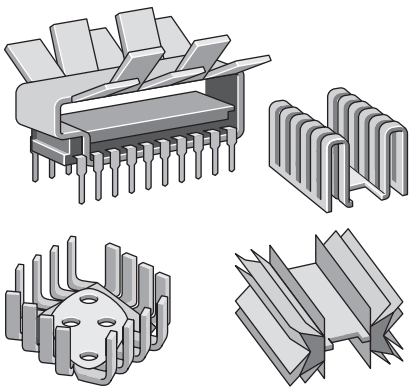


FIGURA 3-35
Algunos diseños innovadores de aletas.

En el análisis de las aletas, se considera operación *estacionaria sin generación de calor* en la aleta y se supone que la conductividad térmica k del material permanece constante. También, por conveniencia en el análisis, se supone que el coeficiente de transferencia de calor por convección, h, es *constante* y *uniforme* sobre toda la superficie de la aleta. Se reconoce que, en general, ese coeficiente h varía a lo largo de la aleta así como de su circunferencia y que su valor en un punto es una fuerte función del *movimiento del fluido* en ese punto. El valor de h suele ser mucho más bajo en la *base de la aleta* que en la *punta* de la misma debido a que, cerca de la base, el fluido está rodeado por superficies sólidas, las cuales obstaculizan seriamente su movimiento hasta el punto de "asfixiarlo", en tanto que el fluido cercano a la punta de la aleta tiene poco contacto con una superficie sólida y, como consecuencia, encuentra poca resistencia al flujo. Por lo tanto, la adición de demasiadas aletas sobre una superficie en realidad puede disminuir la transferencia de calor total cuando el decremento en h nulifica cualquier ganancia resultante del aumento en el área superficial.

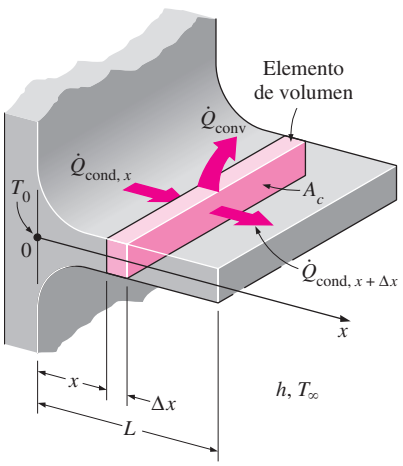


FIGURA 3-36
Elemento de volumen de una aleta en la ubicación x, con una longitud de Δx, área de la sección transversal de A_c y perímetro de p.

Ecuación de la aleta

Considere un elemento de volumen en una aleta, en la ubicación x, que tiene una longitud Δx, un área de sección transversal de A_c y un perímetro de p, como se muestra en la figura 3-36. En condiciones estacionarias, el balance de energía sobre este elemento de volumen se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \textit{conducción del calor}\\ \text{hacia el elemento en } x\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \textit{conducción del calor}\text{ desde}\\ \text{el elemento en } x+\Delta x\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \textit{convección del calor}\\ \text{desde el elemento}\end{pmatrix}$$

o sea

$$\dot{Q}_{\text{cond},\,x} = \dot{Q}_{\text{cond},\,x+\Delta x} + \dot{Q}_{\text{conv}}$$

donde

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h(p\,\Delta x)(T - T_\infty)$$

Al sustituir y dividir entre Δx, se obtiene

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond},\,x+\Delta x} - \dot{Q}_{\text{cond},\,x}}{\Delta x} + hp(T - T_\infty) = 0 \qquad \textbf{(3-52)}$$

Al tomar el límite cuando $\Delta x \to 0$ da

$$\frac{d\dot{Q}_{\text{cond}}}{dx} + hp(T - T_\infty) = 0 \qquad \textbf{(3-53)}$$

Con base en la ley de Fourier de la conducción del calor, se tiene

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA_c\frac{dT}{dx} \qquad \textbf{(3-54)}$$

donde A_c es el área de la sección transversal de la aleta en la ubicación x. La sustitución de esta relación en la ecuación 3-53 da la ecuación diferencial que rige la transferencia de calor en las aletas,

$$\frac{d}{dx}\left(kA_c\frac{dT}{dx}\right) - hp(T - T_\infty) = 0 \qquad \textbf{(3-55)}$$

En general, el área de la sección transversal A_c y el perímetro p de una aleta varían con x, lo cual hace que esta ecuación diferencial sea difícil de resolver. En el caso especial de una *sección transversal constante* y *conductividad térmica constante*, la ecuación diferencial 3-55 se reduce a

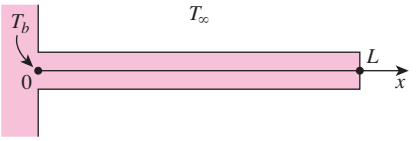
$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA_c}(T - T_\infty) = 0 \qquad \text{o} \qquad \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \qquad \textbf{(3-56)}$$

donde

$$m^2 = \frac{hp}{kA_c} \qquad \textbf{(3-57)}$$

y $\theta = T - T_\infty$ es el *exceso de la temperatura*. En la base de la aleta se tiene $\theta_b = T_b - T_\infty$.

La ecuación 3-56 es diferencial lineal, homogénea, de segundo orden con coeficientes constantes. Una teoría fundamental de las ecuaciones diferenciales expresa que una ecuación de ese tipo tiene dos funciones de solución linealmente independientes y su solución general es la combinación lineal de ambas. Un examen cuidadoso de la ecuación diferencial revela que si se resta un múltiplo constante de la función de solución θ de su segunda derivada da cero. De donde se concluye que la función θ y su segunda derivada deben ser *múltiplos constantes* una de la otra. Las únicas funciones cuyas derivadas son múltiplos constantes de sí mismas son las *exponenciales* (o una combinación lineal de funciones exponenciales, como el seno y el coseno hiperbólicos). Por lo tanto, las funciones de solución de la ecuación diferencial antes dada son las exponenciales e^{-mx} o e^{mx}, o múltiplos constantes de ellas. Esto se puede verificar por sustitución directa. Por ejemplo, la segunda derivada de e^{-mx} es



1. Aleta infinitamente larga
2. Pérdida de calor despreciable (punta adiabática)
3. Temperatura específica
4. Convección

FIGURA 3-37
Condiciones de frontera en la base de la aleta y en la punta de ella.

m^2e^{-mx} y su sustitución en la ecuación 3-56 da cero. Por lo tanto, la solución general de la ecuación diferencial 3-56 es

$$\theta(x) = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx} \tag{3-58}$$

en donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias cuyos valores se deben determinar a partir de las condiciones de frontera en la base y en la punta de la aleta. Note que sólo se necesitan dos condiciones para determinar C_1 y C_2 de manera única.

Es normal que la temperatura de la placa a la cual se sujetan las aletas se conozca con anterioridad. Por lo tanto, en la base de la aleta se tiene una condición de frontera de *temperatura específica*, expresada como

Condición de frontera en la base de la aleta: $$\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty \tag{3-59}$$

En la punta de la aleta se tienen varias posibilidades, que incluyen temperatura específica, pérdida de calor despreciable (idealizada como una punta aislada), convección o convección y radiación combinadas (figura 3-37). A continuación, se considera cada caso por separado.

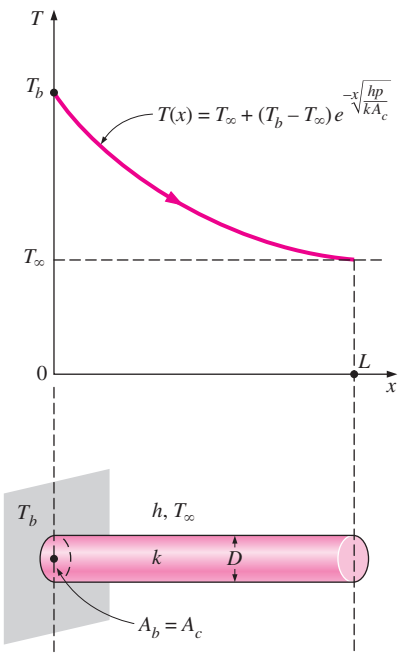
1 Aleta infinitamente larga ($T_{\text{punta de la aleta}} = T_\infty$)

Para una aleta suficientemente larga de sección transversal *uniforme* (A_c = constante), la temperatura en la punta tenderá a la del medio, T_∞, y por consiguiente θ tenderá a cero. Es decir,

Condición de frontera en la punta de la aleta: $$\theta(L) = T(L) - T_\infty = 0 \qquad \text{cuando} \qquad L \to \infty$$

Esta condición es satisfecha por la función e^{-mx}, pero no por la otra función de solución posible, e^{mx}, ya que esta última tiende al infinito cuando x se incrementa. Por lo tanto, en este caso la solución general consistirá en un múltiplo constante de e^{-mx}. El valor del múltiplo constante se determina a partir del requisito de que, en la base de la aleta en donde $x = 0$, el valor de θ será θ_b. Dado que $e^{-mx} = e^0 = 1$, el valor apropiado de la constante es θ_b y la función solución que se busca es $\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$. Esta función satisface la ecuación diferencial así como los requisitos de que la solución se reduzca a θ_b en la base de la aleta y tienda a cero en la punta de ésta para un valor de x grande. Si $\theta = T - T_\infty$ y $m = \sqrt{hp/kA_c}$, la variación de la temperatura a lo largo de la aleta se puede expresar como

Aleta muy larga: $$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mx} = e^{-x\sqrt{hp/kA_c}} \tag{3-60}$$



($p = \pi D$, $A_c = \pi D^2/4$ para una aleta cilíndrica)

FIGURA 3-38
Aleta circular larga de sección transversal uniforme y la variación de la temperatura a lo largo de ella.

Note que en este caso la temperatura a lo largo de la aleta decrece *exponencialmente* desde T_b hasta T_∞, como se muestra en la figura 3-38. Se puede determinar la razón de la *transferencia de calor* estacionaria desde toda la aleta a partir de la ley de Fourier de la conducción del calor:

Aleta muy larga: $$\dot{Q}_{\text{aleta larga}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty) \tag{3-61}$$

donde p es el perímetro, A_c es el área de la sección transversal de la aleta y x es la distancia desde la base de la aleta. De modo alternativo, también se pudo determinar la razón de la transferencia de calor desde la aleta al considerar la transferencia de calor desde un elemento diferencial de volumen de ella e integrando a lo largo de toda la superficie de la misma. Es decir,

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \int_{A_{\text{aleta}}} h[T(x) - T_\infty]\, dA_{\text{aleta}} = \int_{A_{\text{aleta}}} h\theta(x)\, dA_{\text{aleta}} \tag{3-62}$$

Los dos procedimientos descritos son equivalentes y dan el mismo resultado ya que, en condiciones estacionarias, la transferencia de calor desde la superficie expuesta de la aleta es igual a la transferencia de calor hacia ésta en la base (figura 3-39).

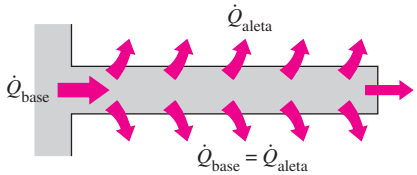


FIGURA 3-39
En condiciones estacionarias, la transferencia de calor desde las superficies expuestas de la aleta es igual a la conducción de calor hacia ésta en la base.

2 Pérdida de calor despreciable desde la punta de la aleta (punta de la aleta aislada, $\dot{Q}_{\text{punta de la aleta}} = 0$)

No es probable que las aletas sean tan largas como para que su temperatura en la punta se aproxime a la de los alrededores. Una situación más realista es que la transferencia de calor desde la punta sea despreciable, puesto que la transferencia desde la aleta es proporcional a su área superficial y la de la punta suele ser una fracción despreciable del área total de la aleta. Entonces se puede suponer que la punta de la aleta está aislada y que la condición en ella puede expresarse como

Condición en la frontera en la punta de la aleta: $$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \qquad \textbf{(3-63)}$$

La condición en la base de la aleta sigue siendo la misma, según se expresó en la ecuación 3-59. La aplicación de las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones (3-59) y (3-63) sobre la solución general (ecuación 3-58) requiere que $\theta(0) = \theta_b = C_1 + C_2$ y $mC_1e^{mL} - mC_2e^{-mL} = 0$, respectivamente. Tras despejar C_1 y C_2 de estas dos ecuaciones de manera simultánea, se obtiene $C_1 = \theta_b/(1 + e^{2mL})$ y $C_2 = \theta_b/(1 + e^{-2mL})$. Al sustituir las relaciones para C_1 y C_2 en la ecuación 3-58 y usar la definición de función del coseno hiperbólico $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$, se obtiene la relación deseada para la distribución de la temperatura:

Punta adiabática de la aleta: $$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL} \qquad \textbf{(3-64)}$$

Una vez más, se puede determinar la *razón de la transferencia de calor* a partir de la ley de Fourier de la conducción del calor:

Punta adiabática de la aleta: $$\dot{Q}_{\text{punta aislada}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL \qquad \textbf{(3-65)}$$

donde la ecuación para la función de tangente hiperbólica es

$$\tanh x = \operatorname{senh} x/\cosh x = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x}).$$

Note que las relaciones de transferencia de calor para una aleta muy larga y una con pérdida de calor despreciable en la punta difieren en el factor tanh mL, la cual tiende a 1 cuando L se hace muy grande.

3 Temperatura específica ($T_{\text{punta de la aleta}} = T_L$)

En este caso, la temperatura en el extremo de la aleta (la punta de aleta) está fija a una temperatura específica T_L. Este caso podría considerarse como una generalización de la *aleta infinitamente larga*, en el que la temperatura de la punta de aleta estaba fija en T_∞. La condición en la punta de aleta para este caso es

Condición de frontera en la punta de la aleta: $$\theta(L) = \theta_L = T_L - T_\infty \qquad \textbf{(3-66)}$$

La condición de frontera en la base de la aleta sigue siendo la misma que en la ecuación 3-59. Al aplicar las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 3-59 y 3-66 sobre la solución general (ecuación 3-58) se obtiene, después de

algunas manipulaciones algebraicas y mediante la definición del seno hiperbólico senh $x = (e^x - e^{-x})/2$, la distribución deseada de la temperatura:

Temperatura específica de la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{[(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]\operatorname{senh} mx + \operatorname{senh} m(L-x)}{\operatorname{senh} mL} \tag{3-67}$$

Mediante la ley de Fourier de la conducción de calor, la *razón de transferencia de calor* de la aleta es

Temperatura específica de la punta de la aleta:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{temperatura específica}} &= -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \\ &= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\cosh mL - [(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]}{\operatorname{senh} mL}\end{aligned} \tag{3-68}$$

Observe que las ecuaciones 3-67 y 3-68 se reducen a las ecuaciones 3-60 y 3-61 para el caso de la *aleta infinitamente larga* ($L \to \infty$).

4 Convección (o convección y radiación combinadas) desde la punta de la aleta

En la práctica, las puntas de las aletas están expuestas a los alrededores; por lo tanto, la condición de frontera apropiada para la punta de la aleta es la de la convección, que también puede incluir los efectos de la radiación. Considere el caso de la convección sólo en la punta. La condición en la punta de la aleta se puede obtener a partir de un equilibrio de energía en la punta de la aleta ($\dot{Q}_{\text{cond}} = \dot{Q}_{\text{conv}}$). Es decir,

Condición de frontera en la punta de la aleta: $$-kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = hA_c[T(L) - T_\infty] \tag{3-69}$$

La condición de frontera en la base de la aleta es la ecuación 3-59, la misma que en los tres casos anteriores. Al sustituir las dos condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 3-59 y 3-69 en la solución general (ecuación 3-58), se puede mostrar, después de algunas manipulaciones largas, que la distribución de la temperatura es

Convección en la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\operatorname{senh} m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL} \tag{3-70}$$

Se puede calcular la *razón de la transferencia de calor* de la aleta al sustituir en la ecuación de la ley de Fourier de conducción de calor el gradiente de temperatura en la base de la aleta, obtenido en la ecuación 3-70. El resultado de este procedimiento es

Convección en la punta de la aleta:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{convección}} &= -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \\ &= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\operatorname{senh} mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL}\end{aligned} \tag{3-71}$$

La solución a la ecuación general de aletas para el caso de la convección de la punta de la aleta es muy compleja. Un método aproximado, pero práctico y preciso de representar la pérdida en la punta de la aleta es reemplazar la longitud de la aleta L en la relación para la *punta aislada* por una **longitud de aleta corregida** [definida como en (figura 3-40)]

Longitud corregida de la aleta: $$L_c = L + \frac{A_c}{p} \tag{3-72}$$

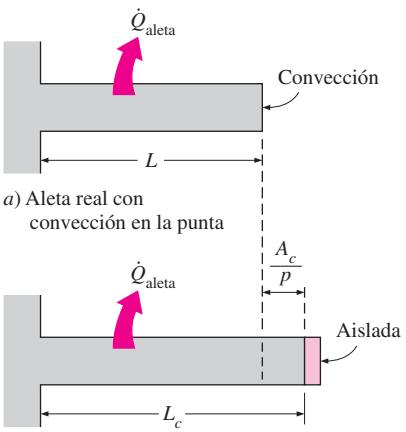


FIGURA 3-40
La longitud corregida de la aleta L_c se define en tal forma que la transferencia de calor desde una aleta de longitud L_c con punta aislada es igual a la transferencia de calor desde la aleta real de longitud L, con convección en la punta.

donde A_c es el área de la sección transversal y p es el perímetro de la aleta en la punta. Al multiplicar la relación antes dada por el perímetro da $A_{\text{corregida}} = A_{\text{aleta (lateral)}} + A_{\text{punta}}$, lo cual indica que el área de la aleta determinada usando la longitud corregida es equivalente a la suma del área lateral de esa aleta más el área de la punta de la misma.

La aproximación de la longitud corregida da resultados muy buenos cuando la variación de la temperatura cerca de la punta es pequeña (cuando $mL \geq 1$) y el coeficiente de transferencia de calor en esa punta es semejante al que se tiene en la superficie lateral de la aleta. Por lo tanto, *las aletas sujetas a convección en las puntas se pueden tratar como aletas con puntas aisladas, al reemplazar la longitud real de la aleta por la longitud corregida en las ecuaciones 3-64 y 3-65*.

Si se usan las relaciones apropiadas para A_c y p, se determina con facilidad que las longitudes corregidas para las aletas rectangulares y cilíndricas son

$$L_{c,\text{ aleta rectangular}} = L + \frac{t}{2} \qquad \text{y} \qquad L_{c,\text{ aleta cilíndrica}} = L + \frac{D}{4}$$

donde t es el espesor de las aletas rectangulares y D es el diámetro de las aletas cilíndricas.

Eficiencia de la aleta

Considere la superficie de una *pared plana* que está a la temperatura T_b, expuesta a un medio a la temperatura T_∞. El calor se pierde de la superficie hacia el medio circundante por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de h. Si se descarta la radiación o se considera su contribución en el coeficiente de convección h, la transferencia de calor desde un área superficial A_s se expresa como $\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty)$.

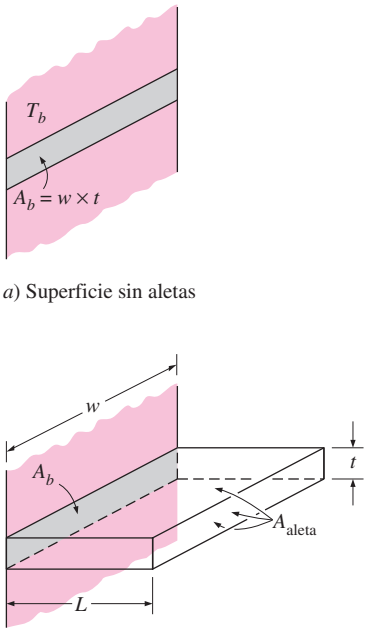
Considere ahora una aleta de área constante de sección transversal, $A_c = A_b$, y longitud L que está sujeta a la superficie con contacto perfecto (figura 3-41). En esta ocasión, el calor es transferido de la superficie hacia la aleta *por conducción* y de la aleta al medio circundante *por convección*, con el mismo coeficiente h de transferencia de calor. La temperatura de la aleta será T_b en su base y gradualmente disminuirá hacia la punta. La convección desde la superficie de la aleta causa que la temperatura en cualquier sección transversal caiga un tanto desde la parte interior hacia las superficies exteriores. Sin embargo, el área de la sección transversal de las aletas suele ser muy pequeña y, en consecuencia, se puede considerar que la temperatura en cualquier sección transversal es uniforme. Asimismo, por conveniencia y sencillez, se puede suponer que la punta de la aleta está aislada, al usar la longitud corregida para la aleta en lugar de la longitud real.

En el caso límite de *resistencia térmica cero* o *conductividad térmica infinita* ($k \to \infty$), la temperatura de la aleta es uniforme al valor de la temperatura de la base de T_b. En este caso, la transferencia de calor desde la aleta será *máxima* y se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) \tag{3-73}$$

Sin embargo, en realidad la temperatura de la aleta cae a lo largo de ella y, por lo tanto, la transferencia de calor desde la misma será menor debido a la diferencia decreciente en la temperatura, $T(x) - T_\infty$, hacia la punta, como se muestra en la figura 3-42. Para considerar el efecto de esta disminución en la temperatura sobre la transferencia de calor, se define una **eficiencia de la aleta** como

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\text{Razón real de la transferencia de calor desde la aleta}}{\text{Razón ideal de la transferencia de calor desde la aleta si estuviera toda a la temperatura de la base}} \tag{3-74}$$

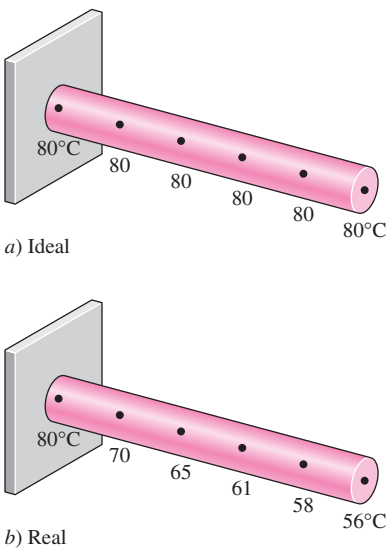


a) Superficie sin aletas

b) Superficie con una aleta

$$A_{\text{aleta}} = 2 \times w \times L + w \times t$$
$$\cong 2 \times w \times L$$

FIGURA 3-41
Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al acrecentar el área superficial.



a) Ideal

b) Real

FIGURA 3-42
Distribución ideal y real de temperatura en una aleta.

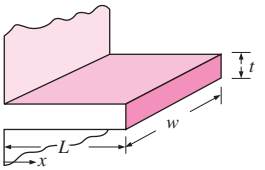
TABLA 3-3

Eficiencia y áreas de superficie de configuraciones comunes de aletas

Aletas rectangulares rectas

$m = \sqrt{2h/kt}$
$L_c = L + t/2$
$A_{\text{aleta}} = 2wL_c$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

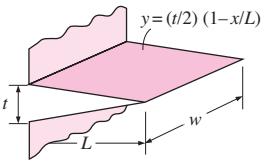


Aletas triangulares rectas

$m = \sqrt{2h/kt}$

$A_{\text{aleta}} = 2w\sqrt{L^2 + (t/2)^2}$

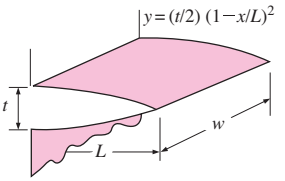
$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$



Aletas parabólicas rectas

$m = \sqrt{2h/kt}$
$A_{\text{aleta}} = wL[C_1 + (L/t)\ln(t/L + C_1)]$
$C_1 = \sqrt{1 + (t/L)^2}$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL)^2 + 1}}$$

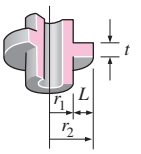


Aletas circulares de perfil rectangular

$m = \sqrt{2h/kt}$
$r_{2c} = r_2 + t/2$
$A_{\text{aleta}} = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$

$$\eta_{\text{aleta}} = C_2\frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

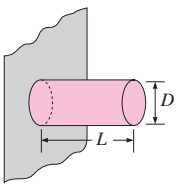
$$C_2 = \frac{2r_1/m}{r_{2c}^2 - r_1^2}$$



Aletas de espiga de perfil rectangular

$m = \sqrt{4h/kD}$
$L_c = L + D/4$
$A_{\text{aleta}} = \pi DL_c$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$



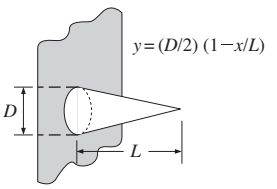
Aletas de espiga de perfil triangular

$m = \sqrt{4h/kD}$

$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D}{2}\sqrt{L^2 + (D/2)^2}$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

$I_2(x) = I_0(x) - (2/x)I_1,(x)$ donde $x = 2mL$

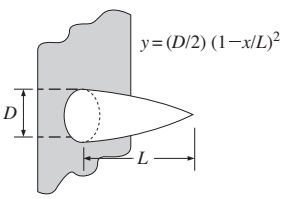


Aletas de espiga de perfil parabólico

$m = \sqrt{4h/kD}$

$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi L^3}{8D}[C_3C_4 - \frac{L}{2D}ln(2DC_4/L + C_3)]$
$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$
$C_4 = \sqrt{1 + (D/L)^2}$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL/3)^2 + 1}}$$

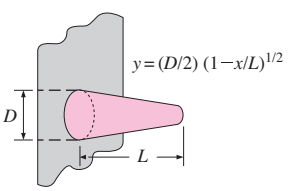


Aletas de espiga de perfil parabólico (punta truncada)

$m = \sqrt{4h/kD}$

$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^4}{96L^2}\left\{[16(L/D)^2 + 1]^{3/2} - 1\right\}$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{3}{2mL}\frac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)}$$



o bien,

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} \dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = \eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}} (T_b - T_\infty) \tag{3-75}$$

donde A_{aleta} es el área superficial total de la aleta. Esta relación permite determinar la transferencia de calor desde una aleta cuando se conoce su eficiencia. Para los casos de sección transversal constante de *aletas muy largas* y *aletas con puntas aisladas*, la eficiencia de la aleta se puede expresar como

$$\eta_{\text{aleta larga}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty)} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{kA_c}{hp}} = \frac{1}{mL} \tag{3-76}$$

y

$$\eta_{\text{punta aislada}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh aL}{hA_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty)} = \frac{\tanh mL}{mL} \tag{3-77}$$

puesto que $A_{\text{aleta}} = pL$ para las aletas con sección transversal constante. También se puede usar la ecuación 3-77 para las aletas con puntas sujetas a convección, siempre que la longitud L de la aleta se reemplace por la longitud corregida L_c.

Se han desarrollado relaciones para la eficiencia de aletas de diversos perfiles, cuya lista se da en la tabla 3-3. Para aletas con un perfil no uniforme, la ecuación 3-56 ya no es válida por lo que se deberá utilizar la forma general de la ecuación diferencial que gobierna la transferencia de calor en las aletas de forma arbitraria, la ecuación 3-55. Para esos casos, la solución ya será en forma de funciones simples exponenciales o hiperbólicas. Las funciones matemáticas I y K que aparecen en algunas de estas relaciones son las *funciones modificadas de Bessel* y sus valores se dan en la tabla 3-4. En la figura 3-43 se tienen las gráficas de las eficiencias para aletas sobre una *superficie plana* y, en la figura 3-44, para *aletas circulares* de espesor constante. Para la mayor parte de las aletas de espesor constante que se encuentran en la práctica, el espesor t de la aleta es demasiado pequeño en relación con la longitud L de la propia aleta y, como consecuencia, el área de la punta de ésta es despreciable.

Note que las aletas con perfiles triangular y parabólico contienen menos material y son más eficientes que aquellas con perfiles rectangulares y, por lo tanto, más adecuadas para las aplicaciones que requieren un peso mínimo, como las espaciales.

Una consideración importante en el diseño de las superficies con aletas es la selección de la *longitud L de la aleta* que sea más apropiada. Por lo común, entre *más larga* es la aleta, *mayor* es el área de transferencia de calor y, como consecuencia, *más alta* es la razón de la transferencia desde ella. Pero también entre más grande es la aleta, más grande es la masa, el precio y la fricción del fluido. Por lo tanto, no puede justificarse el aumento de la longitud de una aleta más allá de cierto valor, a menos que los beneficios adicionales compensen el costo adicional. Asimismo, la eficiencia de la aleta decrece al aumentar su longitud debido a la disminución de la temperatura con la longitud. Las longitudes de aletas que causan la caída de eficiencia por debajo de 60% suelen no poder justificarse económicamente y deben evitarse. La eficiencia de la mayor parte de las aletas usadas en la práctica está por encima de 90%.

Efectividad de la aleta

Las aletas se usan para *mejorar* la transferencia de calor y no se puede recomendar su uso a menos que el mejoramiento de la transferencia justifique el costo adicional y la complejidad asociada con ellas. De hecho, no se tiene la seguridad de que la adición de aletas sobre una superficie *mejorará* la transferencia de calor. El desempeño de las aletas se juzga sobre la base del mejora-

TABLA 3-4

Funciones modificadas de Bessel, de primera y segunda especies*

x	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^{x}K_0(x)$	$e^{x}K_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000	—	—
0.2	0.8269	0.0823	2.1408	5.8334
0.4	0.6974	0.1368	1.6627	3.2587
0.6	0.5993	0.1722	1.4167	2.3739
0.8	0.5241	0.1945	1.2582	1.9179
1.0	0.4658	0.2079	1.1445	1.6362
1.2	0.4198	0.2153	1.0575	1.4429
1.4	0.3831	0.2185	0.9881	1.3011
1.6	0.3533	0.2190	0.9309	1.1919
1.8	0.3289	0.2177	0.8828	1.1048
2.0	0.3085	0.2153	0.8416	1.0335
2.2	0.2913	0.2121	0.8057	0.9738
2.4	0.2766	0.2085	0.7740	0.9229
2.6	0.2639	0.2047	0.7459	0.8790
2.8	0.2528	0.2007	0.7206	0.8405
3.0	0.2430	0.1968	0.6978	0.8066
3.2	0.2343	0.1930	0.6770	0.7763
3.4	0.2264	0.1892	0.6580	0.7491
3.6	0.2193	0.1856	0.6405	0.7245
3.8	0.2129	0.1821	0.6243	0.7021
4.0	0.2070	0.1788	0.6093	0.6816
4.2	0.2016	0.1755	0.5953	0.6627
4.4	0.1966	0.1725	0.5823	0.6454
4.6	0.1919	0.1695	0.5701	0.6292
4.8	0.1876	0.1667	0.5586	0.6143
5.0	0.1835	0.1640	0.5478	0.6003
5.2	0.1797	0.1614	0.5376	0.5872
5.4	0.1762	0.1589	0.5280	0.5749
5.6	0.1728	0.1565	0.5188	0.5634
5.8	0.1697	0.1542	0.5101	0.5525
6.0	0.1667	0.1521	0.5019	0.5422
6.5	0.1598	0.1469	0.4828	0.5187
7.0	0.1537	0.1423	0.4658	0.4981
7.5	0.1483	0.1380	0.4505	0.4797
8.0	0.1434	0.1341	0.4366	0.4631
8.5	0.1390	0.1305	0.4239	0.4482
9.0	0.1350	0.1272	0.4123	0.4346
9.5	0.1313	0.1241	0.4016	0.4222
10.0	0.1278	0.1213	0.3916	0.4108

*Evaluada con base en el EES, usando las funciones matemáticas Bessel_I(x) y Bessel_K(x)

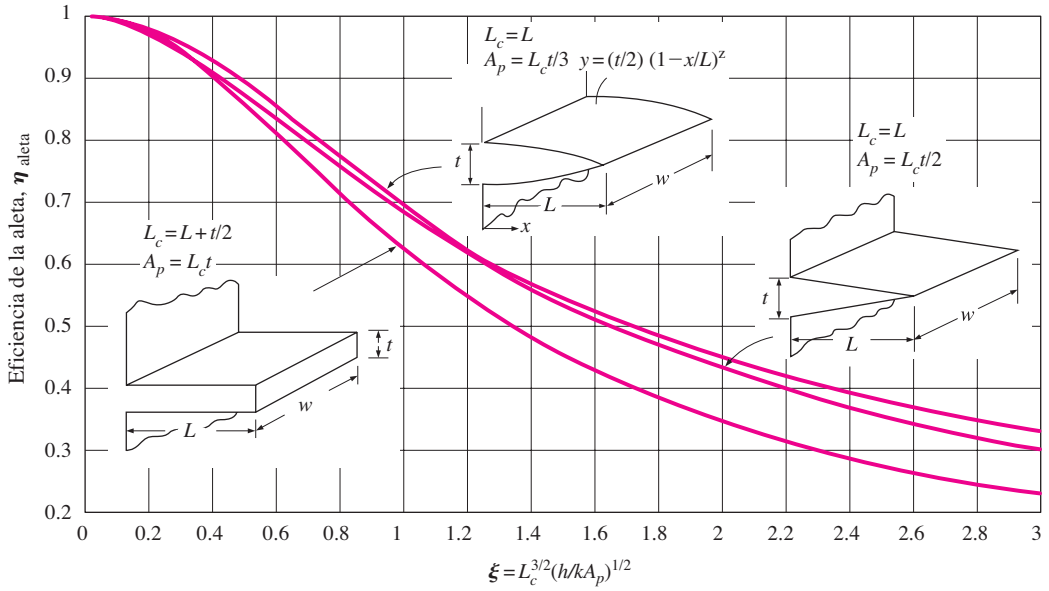


FIGURA 3-43
Eficiencia de aletas rectas de perfiles rectangular, triangular y parabólico.

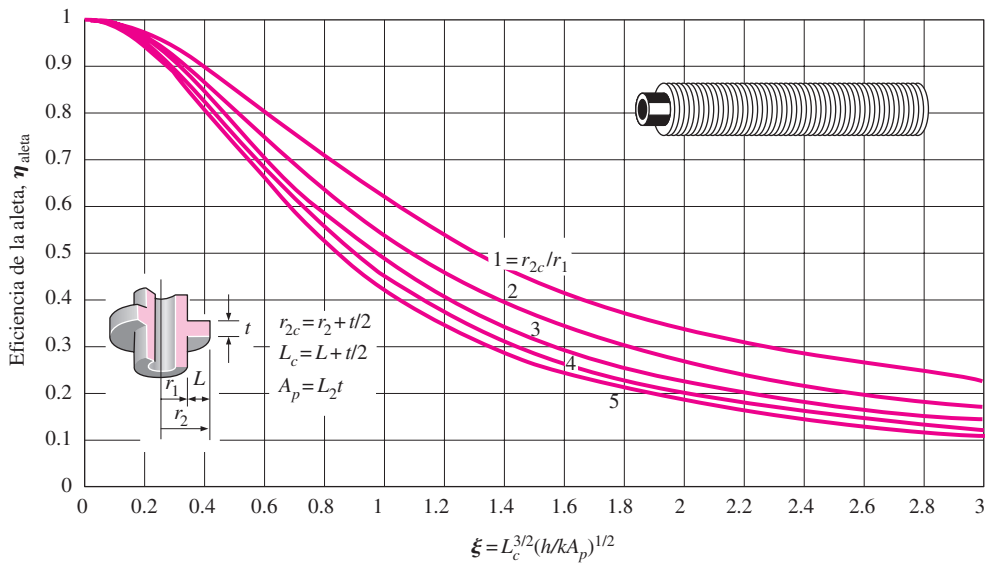


FIGURA 3-44
Eficiencia de aletas circulares de espesor constante t.

miento en la transferencia de calor comparado con el caso en el que no se usan aletas. El desempeño de las aletas, expresado en términos de la *efectividad de la aleta* ε_{aleta} se define como (figura 3-45)

$$\varepsilon_{aleta} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{\dot{Q}_{sin\ aleta}} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\text{Razón de la transferencia de calor desde la aleta de } \textit{área de la base } A_b}{\text{Razón de la transferencia de calor desde la superficie de } \textit{área } A_b} \quad \textbf{(3-78)}$$

Aquí, A_b es el área de la sección transversal de la aleta en la base y $\dot{Q}_{\text{sin aleta}}$ representa la razón de la transferencia de calor desde esta área, si no se tienen aletas sujetas a la superficie. Una efectividad de $\varepsilon_{\text{aleta}} = 1$ indica que la adición de aletas a la superficie no afecta la transferencia de calor en lo absoluto. Es decir, el calor conducido hacia la aleta a través del área A_b de la base es igual al calor transferido desde la misma área A_b hacia el medio circundante. Una efectividad de $\varepsilon_{\text{aleta}} < 1$ indica que, en realidad, la aleta actúa como *aislamiento*, retardando la transferencia de calor desde la superficie. Se puede tener esta situación cuando se usan aletas hechas de materiales con baja conductividad térmica. Una efectividad de $\varepsilon_{\text{aleta}} > 1$ indica que las aletas están *mejorando* la transferencia de calor desde la superficie, como debe ser. Sin embargo, no se puede justificar el uso de aletas a menos que $\varepsilon_{\text{aleta}}$ sea suficientemente mayor que 1. Las superficies con aletas se diseñan sobre la base de *maximizar* la efectividad para un costo específico o *minimizar* el costo para una efectividad deseada.

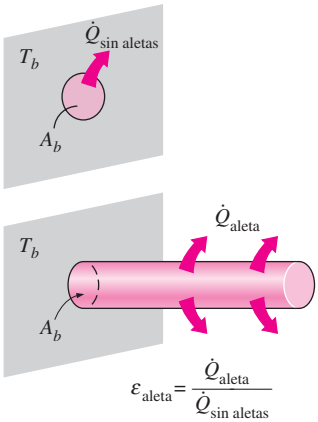


FIGURA 3-45
Efectividad de una aleta.

Note que tanto la eficiencia de la aleta como su efectividad están relacionadas con el desempeño de la misma, pero son cantidades diferentes. Sin embargo, están relacionadas entre sí por

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b\,(T_b - T_\infty)} = \frac{\eta_{\text{aleta}}\,hA_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty)}{hA_b\,(T_b - T_\infty)} = \frac{A_{\text{aleta}}}{A_b}\,\eta_{\text{aleta}} \tag{3-79}$$

Por lo tanto, se puede determinar con facilidad la efectividad de la aleta cuando se conoce su eficiencia, o viceversa.

La razón de la transferencia de calor desde una aleta suficientemente *larga* de sección transversal *uniforme*, en condiciones estacionarias, se expresa por la ecuación 3-61. Al sustituir esta relación en la ecuación 3-78, se determina que la efectividad de esa aleta larga es

$$\varepsilon_{\text{aleta larga}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)}{hA_b\,(T_b - T_\infty)} = \sqrt{\frac{kp}{hA_c}} \tag{3-80}$$

dado que, en este caso, $A_c = A_b$. Se pueden sacar varias conclusiones importantes con base en la relación antes dada de la efectividad para que sean consideradas en el diseño y la selección de las aletas:

- La *conductividad térmica k* del material de la aleta debe ser tan alta como sea posible. Por ello, no es coincidencia que las aletas estén hechas de metales, siendo los más comunes el cobre, el aluminio y el hierro. Quizá las aletas que se usan con mayor amplitud están hechas de aluminio debido a su costo y peso bajos y a su resistencia a la corrosión.
- La razón entre el *perímetro* y el *área de la sección transversal* de la aleta, p/A_c debe ser tan alta como sea posible. Este criterio lo satisfacen las aletas de placa *delgada* y las de espiga *esbeltas*.
- El uso de aletas es *más efectivo* en aplicaciones que comprenden un *bajo coeficiente de transferencia de calor por convección*. Por lo tanto, el uso de las aletas se justifica con más facilidad cuando el medio es un *gas* en lugar de un líquido y la transferencia de calor es por *convección natural* en lugar de por convección forzada. Por lo tanto, no es coincidencia que en los intercambiadores de calor de líquido a gas, como el radiador de un automóvil, las aletas se coloquen en el lado del *gas*.

Al determinar la razón de la transferencia de calor desde una superficie con aletas, se debe considerar la *parte libre de aletas* de esa superficie así como las

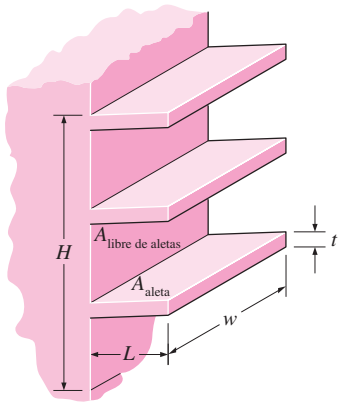
aletas. Por lo tanto, la velocidad de la transferencia de calor para una superficie que contiene n aletas se puede expresar como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{total, aleta}} &= \dot{Q}_{\text{libre de aletas}} + \dot{Q}_{\text{aleta}} \\ &= hA_{\text{libre de aletas}}(T_b - T_\infty) + \eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) \\ &= h(A_{\text{libre de aletas}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)\end{aligned} \tag{3-81}$$

También se define una **efectividad total** para una superficie con aletas como la razón entre transferencia de calor total desde la superficie con aletas y la transferencia de calor desde la misma superficie si no hubieran aletas,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{aleta, total}} &= \frac{\dot{Q}_{\text{total, aleta}}}{\dot{Q}_{\text{total, sin aletas}}} = \frac{h(A_{\text{libre de aletas}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{sin aletas}}(T_b - T_\infty)} \\ &= \frac{A_{\text{libre de aletas}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}}}{A_{\text{sin aletas}}}\end{aligned} \tag{3-82}$$

donde $A_{\text{sin aletas}}$ es el área de la superficie cuando no hay aletas, A_{aleta} es el área superficial total de todas las aletas sobre la superficie y $A_{\text{libre de aletas}}$ es el área de la parte sin aletas de esa superficie (figura 3-46). Note que la efectividad total con aletas depende de la densidad de éstas (número de aletas por unidad de longitud) así como de la efectividad de cada una ellas. La efectividad total es una medida mejor del desempeño de una superficie con aletas que la efectividad de cada una.



$$\begin{aligned}A_{\text{sin aletas}} &= w \times H \\ A_{\text{libre de aletas}} &= w \times H - 3 \times (t \times w) \\ A_{\text{aleta}} &= 2 \times L \times w + t \times w \\ &\cong 2 \times L \times w \text{ (una aleta)}\end{aligned}$$

FIGURA 3-46
Diversas áreas superficiales asociadas con una superficie rectangular con tres aletas.

Longitud apropiada de una aleta

Un paso importante en el diseño de una aleta es la determinación de su longitud apropiada, una vez que se especifican el material y la sección transversal de la misma. El lector puede sentirse tentado a pensar que entre más larga es la aleta, mayor es el área superficial y, como consecuencia, más alta es la razón de la transferencia de calor. Por lo tanto, para tener la máxima transferencia de calor, la aleta debe ser infinitamente larga. Sin embargo, la temperatura cae exponencialmente a lo largo de ella y alcanza la temperatura ambiente a cierta longitud. La parte de la aleta más allá de esta longitud no contribuye con la transferencia de calor, ya que se encuentra a la temperatura ambiente, como se muestra en la figura 3-47. Por consiguiente, diseñar una aleta "extra larga" de ese tipo está fuera de contexto ya que representa un desperdicio de material, peso excesivo y mayor tamaño y, por lo tanto, un costo mayor sin obtener beneficio a cambio (de hecho, una aleta así de larga tendrá un comportamiento dañino, ya que suprimirá el movimiento del fluido y, por consiguiente, reducirá el coeficiente de transferencia de calor por convección). Las aletas tan largas, en las que la temperatura tiende a ser la del medio no son recomendables, dado que el poco incremento en la transferencia de calor en la región de la punta no puede justificar el desproporcionado aumento en el peso y el costo.

Con el fin de obtener cierto sentido de la longitud apropiada de una aleta, se compara la transferencia de calor de una de longitud finita con la transferencia de calor de una infinitamente larga, en las mismas condiciones. La razón entre estas dos transferencias de calor es

Razón de las transferencias de calor:
$$\frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta larga}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL}{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)} = \tanh mL \tag{3-83}$$

Con una calculadora de mano se evaluaron los valores de tanh mL para algunas magnitudes de mL y los resultados se dan en la tabla 3-5. En ella se observa que la transferencia de calor desde una aleta aumenta con mL linealmente al principio, pero la curva forma una meseta más adelante y alcanza un valor pa-

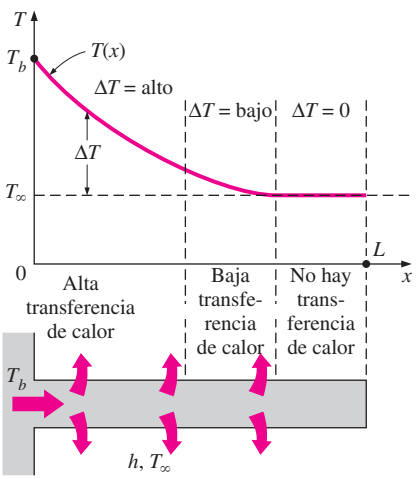


FIGURA 3-47
Debido a la caída gradual de la temperatura a lo largo de la aleta, la región cercana a la punta de ésta contribuye poco o nada a la transferencia de calor.

ra la aleta infinitamente larga en alrededor de $mL = 5$. Por lo tanto, se puede considerar que una aleta es infinitamente larga cuando su longitud es $L = \frac{5}{m}$. También se observa que reducir la longitud de la aleta a la mitad (desde $mL = 5$ hasta $mL = 2.5$) causa una caída de sólo 1% en la transferencia de calor. Por supuesto no se duda en sacrificar ese 1% en el rendimiento con respecto a la transferencia de calor, a cambio de una reducción de 50% en el tamaño y posiblemente en el costo de la aleta. En la práctica, una longitud de aleta que corresponde a alrededor de $mL = 1$ transferirá 76.2% del calor que puede transferir una aleta infinitamente larga y, por lo tanto, debe ofrecer un buen término medio entre el rendimiento respecto a la transferencia de calor y el tamaño de la aleta.

Una aproximación común usada en el análisis de las aletas es suponer que la temperatura de la aleta varía sólo en una dirección (a lo largo de su longitud) y la variación de la temperatura a lo largo de las otras direcciones es despreciable. Quizá el lector se pregunte si esta aproximación unidimensional resulta razonable. Desde luego, éste es el caso para las aletas hechas con hojas metálicas delgadas, como las del radiador de un automóvil, pero no se estaría tan seguro para aquellas hechas con materiales gruesos. Los estudios han demostrado que el error que se comete en el análisis unidimensional es despreciable (menos de 1%) cuando

$$\frac{h\delta}{k} < 0.2$$

donde δ es el espesor característico de la aleta, el cual se toma como el espesor t de la placa para las aletas rectangulares, y el diámetro D para las cilíndricas.

Superficies con aletas especialmente diseñadas, llamadas *sumideros de calor*, que son de uso común en el enfriamiento de equipo electrónico, están relacionadas con configuraciones geométricas complejas únicas en su clase, como se muestra en la tabla 3-6. El rendimiento con respecto a la transferencia de calor de estos sumideros suele expresarse en términos de sus *resistencias térmicas* R, en °C/W, las cuales se definen como

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \frac{T_b - T_\infty}{R} = hA_{\text{aleta}}\,\eta_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty) \qquad \textbf{(3-84)}$$

Un valor pequeño de resistencia térmica indica una caída pequeña de la temperatura a través del sumidero de calor y, por consiguiente, una alta eficiencia de la aleta.

TABLA 3-5

La variación de la transferencia de calor desde una aleta comparada con una aleta infinitamente larga

mL	$\frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta larga}}} = \tanh mL$
0.1	0.100
0.2	0.197
0.5	0.462
1.0	0.762
1.5	0.905
2.0	0.964
2.5	0.987
3.0	0.995
4.0	0.999
5.0	1.000

EJEMPLO 3-10 Disipación máxima de potencia de un transistor

Los transistores de potencia que son de uso común en los aparatos electrónicos consumen grandes cantidades de energía eléctrica. El índice de falla de los componentes electrónicos aumenta exponencialmente con la temperatura de operación. Como regla empírica, el índice de falla de los componentes electrónicos se reduce a la mitad por cada disminución de 10°C en la temperatura de operación en la unión. Por lo tanto, la temperatura de operación de los componentes electrónicos se mantiene por debajo de un nivel seguro para minimizar el riesgo de falla.

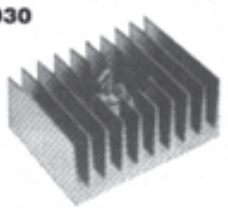
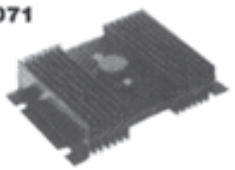
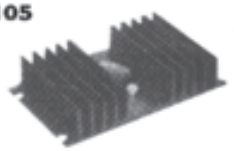
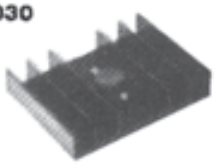
La sensible circuitería electrónica de un transistor de potencia está protegida por su caja, que es una cubierta metálica rígida. Las características relacionadas con la transferencia de calor de un transistor de potencia suelen especifi-

carse por el fabricante en términos de la resistencia térmica de la caja con respecto al medio, en la cual se toman en cuenta tanto la transferencia de calor por convección natural como por radiación.

Se dice que la resistencia térmica de la caja con respecto al ambiente de un transistor de potencia que tiene una potencia nominal máxima de 10 W es de 20°C/W. Si la temperatura de la caja del transistor no debe ser mayor a 85°C, determine la potencia a la cual se puede operar este transistor con seguridad en un medio a 25°C.

TABLA 3-6

Resistencia térmica de convección natural y radiación combinadas entre el sumidero y los alrededores de diversos sumideros de calor usados en el enfriamiento de dispositivos electrónicos. Todas las aletas están hechas de aluminio 6063T-5, anodizadas en negro y tienen 76 mm (3 in) de largo

HS 5030 	R = 0.9°C/W (vertical) R = 1.2°C/W (horizontal) Dimensiones: 76 mm × 105 mm × 44 mm Área superficial: 677 cm^2
HS 6065	R = 5°C/W Dimensiones: 76 mm × 38 mm × 24 mm Área superficial: 387 cm^2
HS 6071 	R = 1.4°C/W (vertical) R = 1.8°C/W (horizontal) Dimensiones: 76 mm × 92 mm × 26 mm Área superficial: 968 cm^2
HS 6105 	R = 1.8°C/W (vertical) R = 2.1°C/W (horizontal) Dimensiones: 76 mm × 127 mm × 91 mm Área superficial: 677 cm^2
HS 6115	R = 1.1°C/W (vertical) R = 1.3°C/W (horizontal) Dimensiones: 76 mm × 102 mm × 25 mm Área superficial: 929 cm^2
HS 7030 	R = 2.9°C/W (vertical) R = 3.1°C/W (horizontal) Dimensiones: 76 mm × 97 mm × 19 mm Área superficial: 290 cm^2

SOLUCIÓN Se debe determinar la potencia nominal máxima de un transistor cuya temperatura de la caja no debe sobrepasar 85°C.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La caja del transistor es isotérmica a 85°C.

Propiedades Se dice que la resistencia térmica de la caja al ambiente es de 20°C/W.

Análisis En la figura 3-48 se muestran el transistor de potencia y la red de resistencias térmicas asociada con él. Al observar la red de resistencias térmicas se advierte que existe una sola resistencia de 20°C/W entre la caja que está a T_c = 85°C y el ambiente a T_∞ = 25°C y, por lo tanto, la rapidez de la transferencia de calor es

$$\dot{Q} = \left(\frac{\Delta T}{R}\right)_{\text{caja-ambiente}} = \frac{T_c - T_\infty}{R_{\text{caja-ambiente}}} = \frac{(85 - 25)°\text{C}}{20°\text{C/W}} = \mathbf{3\ W}$$

Por lo tanto, este transistor de potencia no debe operarse a niveles de potencia por arriba de 3 W si la temperatura de su caja no debe ser mayor a 85°C.

Discusión Este transistor se puede usar a niveles más altos de potencia conectándolo a un sumidero de calor (el cual baja la resistencia térmica al incrementar el área superficial de transferencia de calor, como se discute en el ejemplo que sigue), o bien, usando un ventilador (que baja la resistencia térmica al incrementar el coeficiente de transferencia de calor por convección).

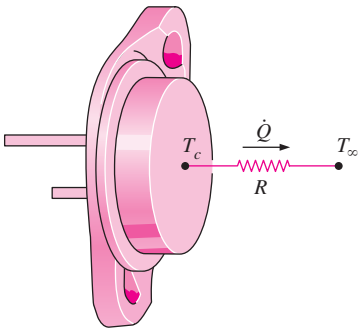


FIGURA 3-48
Esquema para el ejemplo 3-10.

EJEMPLO 3-11 **Selección de un sumidero de calor para un transistor**

Se va a enfriar un transistor de potencia de 60 W acoplándolo a uno de los sumideros de calor que se encuentran en el mercado, mostrados en la tabla 3-6. Seleccione un sumidero de calor que permita que la temperatura del transistor no sea mayor que 90°C en el aire ambiente a 30°C.

SOLUCIÓN Se debe seleccionar, de la tabla 3-6, uno de los sumideros de calor que se encuentran en el comercio para mantener la temperatura de la caja de un transistor por debajo de 90°C.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La caja del transistor es isotérmica a 90°C. **3** La resistencia por contacto entre el transistor y el sumidero de calor es despreciable.

Análisis La razón de la transferencia de calor desde un transistor de 60 W a plena potencia es $\dot{Q}$ = 60 W. Se determina que la resistencia térmica entre el transistor sujeto al sumidero de calor y el aire ambiente, para la diferencia especificada de temperatura es

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \longrightarrow R = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{(90 - 30)°\text{C}}{60\ \text{W}} = 1.0°\text{C/W}$$

Por lo tanto, la resistencia térmica del sumidero de calor debe estar por debajo de 1.0°C/W. Un examen de la tabla 3.6 revela que el HS 5030, cuya resistencia térmica es 0.9°C/W en la posición vertical, es el único que satisfará esta necesidad.

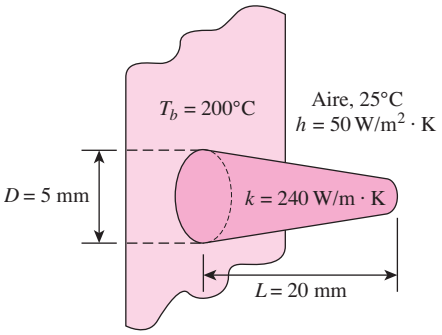


FIGURA 3-49
Esquema para el ejemplo 3-12.

EJEMPLO 3-12 Transferencia de calor de aletas de sección transversal variable

Aletas de aluminio en forma de espiga de perfil parabólico con puntas truncadas se fijan a una pared plana con temperatura superficial de 200°C (figura 3-49). Cada aleta tiene un largo de 20 mm y un diámetro de base de 5 mm. Las aletas están expuestas a una temperatura circundante de 25°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 50 W/m² · K. Si la conductividad térmica de las aletas es de 240 W/m² · K, determine la razón de transferencia de calor, la eficiencia y la efectividad de cada aleta.

SOLUCIÓN Se debe determinar la razón de la transferencia de calor, la eficiencia y la efectividad de una aleta de espiga de perfil parabólico con puntas truncadas.

Suposiciones **1** La conducción de calor es unidimensional y de estado estacionario. **2** Las propiedades térmicas son constantes. **3** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades La conductividad térmica de la aleta se expresa como 240 W/m² · K.

Análisis A partir de la tabla 3-3, para las aletas de espiga de perfil parabólico (punta truncada), se tiene

$$mL = \sqrt{\frac{4h}{kD}}L = \sqrt{\frac{4(50\,\text{W/m}^2\cdot\text{K})}{(240\,\text{W/m}\cdot\text{K})(0.005\,\text{m})}}\,(0.020\,\text{m}) = 0.2582$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^4}{96L^2}\left\{\left[16\left(\frac{L}{D}\right)^2 + 1\right]^{3/2} - 1\right\} = \frac{\pi\ (0.005\,\text{m})^4}{96(0.020\,\text{m})^2}\left\{\left[16\left(\frac{0.020\,\text{m}}{0.005\,\text{m}}\right)^2 + 1\right]^{3/2} - 1\right\}$$

$$= 2.106 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{3}{2mL}\frac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)} = \frac{3}{2(0.2582)}\frac{I_1[4(0.2582)/3]}{I_0[4(0.2582)/3]} = 5.8095\frac{I_1[0.3443]}{I_0[0.3443]}$$

Los valores de las funciones de Bessel correspondientes a $x = 0.3443$ según la tabla 3-4 son $I_0 = 1.0350$ e $I_1 = 0.1716$. Tras sustituir, la eficiencia de la aleta es

$$\eta_{\text{aleta}} = 5.8095\,\frac{0.1716}{1.0350} = \mathbf{0.9632}$$

La razón de transferencia de calor para una sola aleta es

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}}\,hA_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty)$$

$$= (0.9632)\,(50\,\text{W/m}^2\cdot\text{K})\,(2.106 \times 10^{-4}\,\text{m}^2)(200-25)°\text{C} = \mathbf{1.77\ W}$$

La efectividad de la aleta es

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{h(\pi D^2/4)\,(T_b - T_\infty)}$$

$$= \frac{1.77\,\text{W}}{(50\text{W/m}^2\cdot\text{K})\,[\pi(0.005\,\text{m})^2/4]\,(200 - 25)°\text{C}}$$

$$= \mathbf{10.3}$$

Es decir, al usar una aleta de espiga como en este caso, se logra un incremento de más de 10 veces en la transferencia de calor.

Discusión La eficiencia de la aleta se puede determinar con una precisión mayor si se evita el error de interpolación, lo cual se puede lograr al usar un solucionador de ecuaciones con funciones matemáticas integradas como el EES. Copie la línea

```
eta_fin = 3/(2*0.2582)*Bessel_l1(4*0.2582/3)/Bessel_l0 (4*0.2582/3)
```

en la pantalla EES en blanco y, al hacer clic en el botón "resolver", obtendrá la eficiencia de la aleta como $\eta_{aleta} = 0.9855$, que es aproximadamente 2% superior al resultado obtenido antes por medio de las tablas.

3.7 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN CONFIGURACIONES COMUNES

Hasta ahora se ha considerado la transferencia de calor en configuraciones geométricas *simples*, como paredes planas grandes, cilindros largos y esferas. Esto se debe a que, en las configuraciones geométricas de este tipo la transferencia de calor se puede considerar *unidimensional* y así obtener con facilidad soluciones analíticas sencillas. Pero muchos problemas que se encuentran en la práctica son bidimensionales o tridimensionales y están relacionados con configuraciones geométricas un tanto complicadas para las cuales no se cuenta con soluciones sencillas.

Una importante clase de problemas de transferencia de calor para los cuales se obtienen soluciones sencillas abarca aquellos relacionados con dos superficies que se mantienen a las temperaturas *constantes* T_1 y T_2. La razón de transferencia de calor estacionaria entre estas dos superficies se expresa como

$$Q = Sk(T_1 - T_2) \tag{3-85}$$

donde S es el **factor de forma de conducción**, el cual tiene la dimensión de *longitud*, y k es la conductividad térmica del medio entre las superficies. El factor de forma de conducción sólo depende de la *configuración geométrica* del sistema.

Se han determinado los factores de forma para varias configuraciones que se encuentran en la práctica y se dan en la tabla 3-7 para algunos casos comunes. En la literatura, se encuentran tablas más completas. Una vez que se conoce el valor del factor de forma para una configuración geométrica específica, se puede determinar la razón total de transferencia de calor en estado estacionario de la ecuación 3-85 usando las temperaturas constantes especificadas en las dos superficies y la conductividad térmica del medio entre ellas. Note que los factores de forma de conducción sólo son aplicables cuando la transferencia de calor entre las dos superficies es por *conducción*. Por lo tanto, no se pueden usar cuando el medio entre las superficies es un líquido o un gas, que comprende corrientes naturales o forzadas de convección.

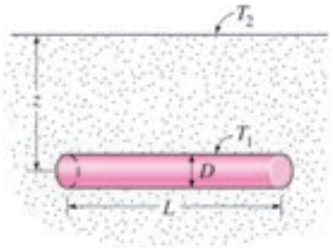
Una comparación de las ecuaciones 3-4 y 3-85 revela que el factor de forma de conducción, S, está relacionado con la resistencia térmica R por $R = 1/kS$ o $S = 1/kR$. Por lo tanto, estas dos cantidades son la inversa una de la otra cuando la conductividad térmica del medio es la unidad. El uso de los factores de forma de conducción se ilustra con los ejemplos 3-13 y 3-14.

TABLA 3-7

Factores de forma de conducción, S, para varias configuraciones con el fin de usarse en $\dot{Q} = kS(T_1 - T_2)$ para determinar la razón estacionaria de transferencia de calor a través de un medio de conductividad térmica k entre las superficies a las temperaturas T_1 y T_2

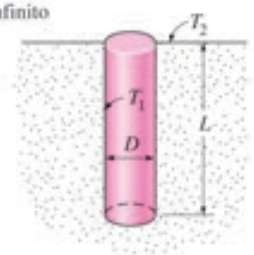
1) Cilindro isotérmico de longitud L enterrado en un medio semiinfinito ($L >> D$ y $z > 1.5D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$$



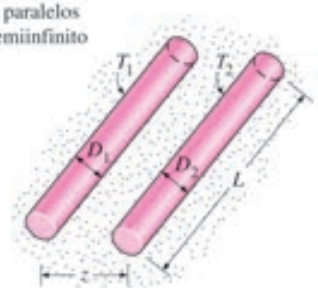
2) Cilindro isotérmico vertical de longitud L enterrado en un medio semiinfinito ($L >> D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$$



3) Dos cilindros isotérmicos paralelos colocados en un medio semiinfinito ($L >> D_1, D_2, z$)

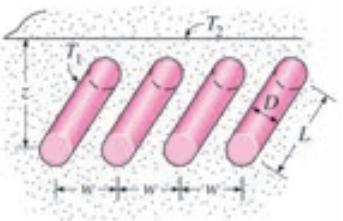
$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$



4) Una fila de cilindros isotérmicos paralelos igualmente espaciados, enterrados en un medio semiinfinito ($L >> D$, z y $w > 1.5D$)

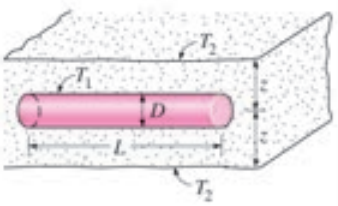
$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D}\operatorname{senh}\frac{2\pi z}{w}\right)}$$

(por cilindro)



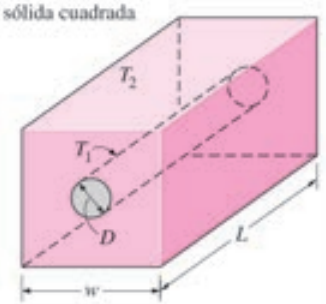
5) Cilindro isotérmico circular de longitud L en el plano medio de una pared infinita ($z > 0.5D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$$



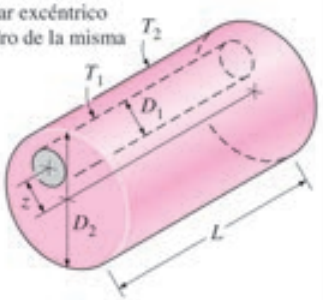
6) Cilindro isotérmico circular de longitud L en el centro de una barra sólida cuadrada de la misma longitud

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(1.08w/D)}$$



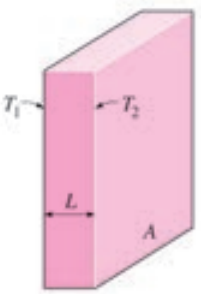
7) Cilindro isotérmico circular excéntrico de longitud L en un cilindro de la misma longitud ($L > D_2$)

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D_1^2 + D_2^2 - 4z^2}{2D_1D_2}\right)}$$



8) Pared plana grande

$$S = \frac{A}{L}$$

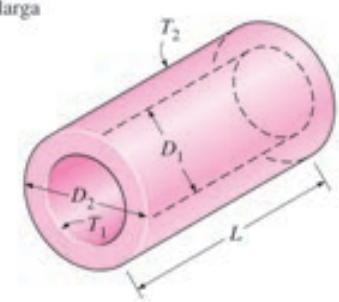


(*continúa*)

TABLA 3-7 (*continuación*)

9) Una capa cilíndrica larga

$$S = \frac{2\pi L}{\ln (D_2/D_1)}$$



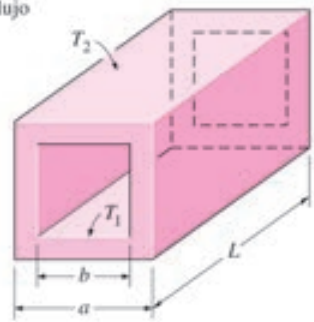
10) Un paso cuadrado para flujo

a) Para $a/b > 1.4$,

$$S = \frac{2\pi L}{0.93 \ln (0.948 a/b)}$$

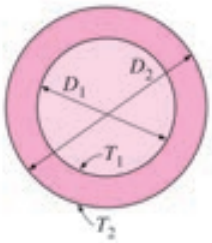
b) Para $a/b < 1.41$,

$$S = \frac{2\pi L}{0.785 \ln (a/b)}$$



11) Una capa esférica

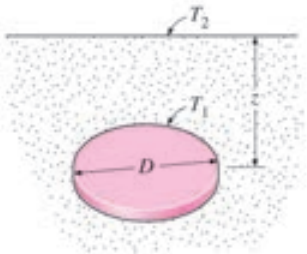
$$S = \frac{2\pi D_1 D_2}{D_2 - D_1}$$



12) Disco enterrado paralelo a la superficie en un medio semiinfinito ($z >> D$)

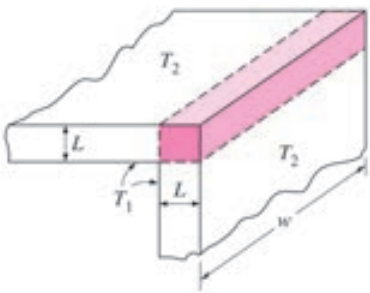
$S = 4D$

($S = 2D$ cuando $z = 0$)



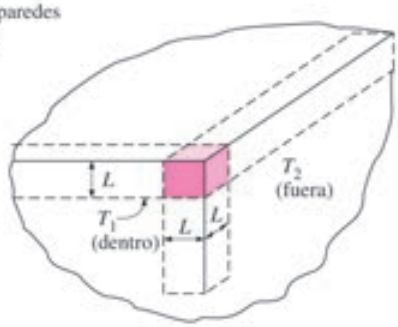
13) Borde de dos paredes adjuntas de igual espesor

$S = 0.54\,w$



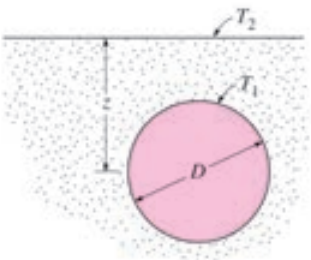
14) Esquina de tres paredes de igual espesor

$S = 0.15L$



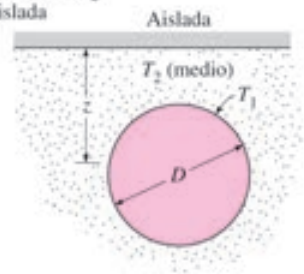
15) Esfera isotérmica enterrada en un medio semiinfinito

$$S = \frac{2\pi D}{1 - 0.25D/z}$$



16) Esfera isotérmica enterrada en un medio semiinfinito que está a T_2 y cuya superficie está aislada

$$S = \frac{2\pi D}{1 + 0.25D/z}$$



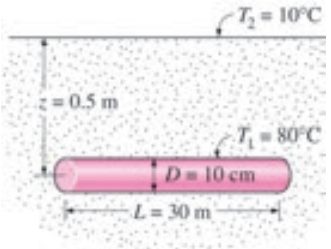


FIGURA 3-50
Esquema para el ejemplo 3-13.

EJEMPLO 3-13 Pérdida de calor en tubos enterrados

Un tubo de agua caliente de 30 m de largo y 10 cm de diámetro de un sistema municipal de calefacción está enterrado en el suelo 50 cm por debajo de la superficie de la tierra, como se muestra en la figura 3-50. La temperatura de la superficie exterior del tubo es 80°C. Si la temperatura superficial de la tierra es 10°C y la conductividad térmica del suelo en ese lugar es 0.9 W/m · °C, determine la razón de la pérdida de calor del tubo.

SOLUCIÓN El tubo de agua caliente de un sistema municipal de calefacción está enterrado en el suelo. Se debe determinar la razón de la pérdida de calor del tubo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor es bidimensional (no hay cambio en la dirección axial). **3** La conductividad térmica del suelo es constante.

Propiedades Se dice que la conductividad térmica del suelo es $k = 0.9$ W/m · °C.

Análisis En la tabla 3-7 se proporciona el factor de forma para esta configuración

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$$

dado que $z > 1.5D$, donde z es la distancia a la que se encuentra el tubo abajo de la superficie de la tierra y D es el diámetro de este tubo. Al sustituir,

$$S = \frac{2\pi \times (30 \text{ m})}{\ln(4 \times 0.5/0.1)} = 62.9 \text{ m}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria del tubo queda

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (62.9 \text{ m})(0.9 \text{ W/m} \cdot °\text{C})(80 - 10)°\text{C} = \mathbf{3\,963\ W}$$

Discusión Note que este calor es conducido de la superficie del tubo a la superficie de la tierra a través del suelo y, a continuación, es transferido hacia la atmósfera por convección y radiación.

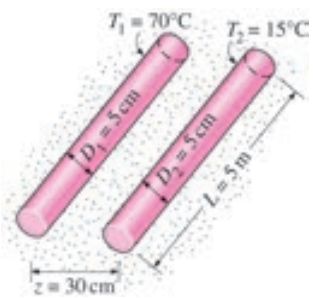


FIGURA 3-51
Esquema para el ejemplo 3-14.

EJEMPLO 3-14 Transferencia de calor entre tubos de agua caliente y fría

Una sección de 5 m de largo de tubos de agua caliente y fría están tendidos paralelos entre sí en una capa gruesa de concreto, como se muestra en la figura 3-51. Los diámetros de los tubos son de 5 cm y la distancia entre las líneas centrales de ellos es de 30 cm. Las temperaturas superficiales de los tubos de agua caliente y fría son 70°C y 15°C, respectivamente. Si la conductividad térmica del concreto es $k = 0.75$ W/m · °C, determine la razón de la transferencia de calor entre los dos tubos.

SOLUCIÓN Tubos de agua caliente y fría corren paralelos entre sí en una capa de concreto. Se debe determinar la razón de la transferencia de calor entre los tubos.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor es bidimensional (no hay cambio en la dirección axial). **3** La conductividad térmica del concreto es constante.

Propiedades Se dice que la conductividad térmica del concreto es $k = 0.75$ W/m · °C.

Análisis En la tabla 3-7 se dice que el factor de forma para esta configuración es

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$

donde z es la distancia entre las líneas centrales de los tubos y L es su longitud. Al sustituir

$$S = \frac{2\pi \times (5\text{ m})}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4 \times 0.3^2 - 0.05^2 - 0.05^2}{2 \times 0.05 \times 0.05}\right)} = 6.34\text{ m}$$

Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria entre los tubos queda

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (6.34\text{ m})(0.75\text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(70 - 15^\circ)\text{C} = \mathbf{262\ W}$$

Discusión Se puede reducir esta pérdida de calor al colocar los tubos de agua fría y caliente más alejados entre sí.

Se sabe bien que el aislamiento reduce la transferencia de calor y ahorra energía y dinero. Las decisiones acerca de la cantidad correcta de aislamiento se basa en análisis de transferencia de calor y económicos, con el fin de determinar el "valor monetario" de la pérdida de energía. Esto se ilustra con el ejemplo 3-15.

EJEMPLO 3-15 Costo de la pérdida de calor a través de las paredes en invierno

Considere una casa calentada eléctricamente cuyas paredes tienen 9 ft de alto y un valor R de aislamiento de 13 (es decir, una razón del espesor con respecto a la conductividad térmica de $L/k = 13\text{ h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$). Dos de las paredes de la casa tienen 40 ft de largo y las otras tienen 30 ft. La casa se mantiene a 75°F en todo momento, en tanto que la temperatura en el exterior varía. Determine la cantidad de calor perdido a través de las paredes de la casa en cierto día durante el cual la temperatura promedio en el exterior es de 45°F. Asimismo, determine el costo de esta pérdida de calor para el propietario de la casa si el costo unitario de la electricidad es de 0.075 dólar/kWh. Para los coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación use los valores recomendados por la ASHRAE (American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers) de $h_i = 1.46\text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$, para la superficie interior de las paredes, y $h_o = 6.0\text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$, para la superficie exterior de las mismas, con las condiciones de viento de 15 mph en invierno.

SOLUCIÓN Se considera una casa calentada eléctricamente con aislamiento R-13. Debe determinarse la cantidad de calor perdida a través de las paredes y su costo.

Suposiciones **1** Las temperaturas del aire en el interior y el exterior han permanecido en los valores dados durante todo el día, de modo que la transferencia de calor a través de las paredes es estacionaria. **2** La transferencia de calor a través de las paredes es unidimensional ya que, en este caso, cualesquiera gradientes significativos de temperatura existirán en la dirección del interior hacia el exterior. **3** Los efectos de la radiación se toman en cuenta en los coeficientes de transferencia de calor.

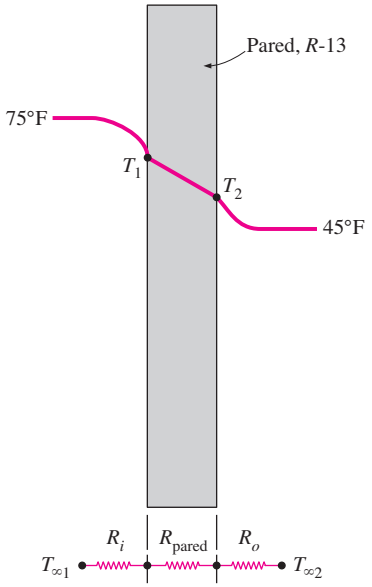


FIGURA 3-52
Esquema para el ejemplo 3-15.

Análisis Este problema está relacionado con conducción a través de la pared y convección en sus superficies y se puede manejar de la mejor manera al usar el concepto de resistencia térmica y el dibujo de la red de resistencias térmicas, como se muestra en la figura 3-52. El área de transferencia de calor de las paredes es

$$A = \text{Circunferencia} \times \text{Altura} = (2 \times 30 \text{ ft} + 2 \times 40 \text{ ft})(9 \text{ ft}) = 1\,260 \text{ ft}^2$$

Entonces se evalúan cada una de las resistencias, con base en sus definiciones, como

$$R_i = R_{\text{conv},\,i} = \frac{1}{h_i A} = \frac{1}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(1\,260 \text{ ft}^2)} = 0.00054 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} = \frac{\text{Valor } R}{A} = \frac{13 \text{ h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F/Btu}}{1\,260 \text{ ft}^2} = 0.01032 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_o = R_{\text{conv},\,o} = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{(6.0 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(1\,260 \text{ ft}^2)} = 0.00013 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$$

Dado que las tres resistencias están en serie, la resistencia total es

$$R_{\text{total}} = R_i + R_{\text{pared}} + R_o = 0.00054 + 0.01032 + 0.00013 = 0.01099 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$$

Entonces, la razón de transferencia de calor estacionaria a través de las paredes de la casa queda

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(75 - 45){}^\circ\text{F}}{0.01099 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}} = 2\,730 \text{ Btu/h}$$

Por último, la cantidad total de calor perdido a través de las paredes durante un periodo de 24 h y su costo para el propietario de la casa son

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (2\,730 \text{ Btu/h})(24 \text{ h/día}) = \mathbf{65\,514 \text{ Btu/día} = 19.2 \text{ kWh/día}}$$

ya que 1 kWh = 3 412 Btu y

$$\begin{aligned}\text{Costo de la calefacción} &= (\text{Energía perdida})(\text{Costo de la energía}) \\ &= (19.2 \text{ kWh/día})(0.075 \text{ dólares/kWh}) \\ &= \mathbf{1.44 \text{ dólares/día}}\end{aligned}$$

Discusión Ese día, las pérdidas de calor a través de las paredes de la casa costaron al propietario 1.44 dólares en electricidad. Se puede evitar la mayor parte de esta pérdida por medio de material aislante.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL *

Transferencia de calor a través de paredes y techos

En condiciones estacionarias se puede determinar la razón de la transferencia de calor a través de cualquier sección de la pared o el techo de un edificio a partir de

$$\dot{Q} = UA(T_i - T_o) = \frac{A(T_i - T_o)}{R} \qquad \textbf{(3-86)}$$

donde T_i y T_o son las temperaturas del aire en el interior y el exterior, A es el área de transferencia de calor, U es el coeficiente de transferencia de

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

calor total (el factor U) y $R = 1/U$ es la resistencia térmica unitaria total (el valor R). Las paredes y los techos de los edificios constan de varias capas de materiales; la estructura, las condiciones de operación de las paredes y los techos pueden diferir de manera significativa de un edificio a otro. Por lo tanto, no resulta práctico enlistar los valores R (o los factores U) de clases diferentes de paredes o techos en condiciones diferentes. La resistencia térmica total de una estructura se puede determinar con la mayor exactitud en un laboratorio, al armar en realidad la unidad y probar como un todo, pero este procedimiento suele ser muy tardado y costoso. El procedimiento analítico que aquí se describe es rápido y directo y los resultados suelen concordar bien con los valores experimentales.

Se puede determinar la resistencia térmica unitaria de una capa plana de espesor L y conductividad térmica k a partir de $R = L/k$. En el apéndice se dan la conductividad térmica y otras propiedades de materiales de construcción comunes. Por conveniencia, en la tabla 3-8 se da una lista de las resistencias térmicas unitarias de varios componentes usados en las estructuras de edificios.

La transferencia de calor a través de una sección de pared o techo también se ve afectada por los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación en las superficies expuestas. Los efectos de la convección y la radiación sobre las superficies interior y exterior de las paredes y techos suelen combinarse en los *coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación* (también llamados *con-*

TABLA 3-8

Resistencia térmica unitaria (valor R) de componentes comunes usados en la construcción

Componente	Valor R	
	$m^2 \cdot °C/W$	$ft^2 \cdot h \cdot °F/Btu$
Superficie exterior (invierno)	0.030	0.17
Superficie exterior (verano)	0.044	0.25
Superficie interior, aire estático	0.12	0.68
Espacio plano lleno de aire, vertical, superficies comunes ($\varepsilon_{ef} = 0.82$):		
13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.16	0.90
20 mm ($\frac{3}{4}$ in)	0.17	0.94
40 mm (1.5 in)	0.16	0.90
90 mm (3.5 in)	0.16	0.91
Aislamiento, 25 mm (1 in):		
Fibra de vidrio	0.70	4.00
Lámina de fibra mineral	0.66	3.73
Espuma rígida de uretano	0.98	5.56
Estuco, 25 mm (1 in)	0.037	0.21
Ladrillo de fachada, 100 mm (4 in)	0.075	0.43
Ladrillo común, 100 mm (4 in)	0.12	0.79
Forro de acero	0.00	0.00
Escoria, 13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.067	0.38
Madera, 25 mm (1 in)	0.22	1.25
Montante de madera nominales 2 in × 4 in (3.5 in o 90 mm de ancho)	0.63	3.58

Componente	Valor R	
	$m^2 \cdot °C/W$	$ft^2 \cdot h \cdot °F/Btu$
Montante de madera nominal 2 in × 6 in (5.5 in o 140 mm de ancho)	0.98	5.56
Loseta de arcilla, 100 mm (4 in)	0.18	1.01
Loseta acústica	0.32	1.79
Teja de asfalto	0.077	0.44
Papel para construcción	0.011	0.06
Bloque de concreto, 100 mm (4 in):		
Ligero	0.27	1.51
Pesado	0.13	0.71
Tablero de yeso, 13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.079	0.45
Lámina de fibra de madera, 13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.23	1.31
Madera contrachapada, 13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.11	0.62
Concreto, 200 mm (8 in):		
Ligero	1.17	6.67
Pesado	0.12	0.67
Mortero de cemento, 13 mm ($\frac{1}{2}$ in)	0.018	0.10
Tablas de forro achaflanadas y traslapadas de madera, 13 mm × 200 mm ($\frac{1}{2}$ in × 8 in)	0.14	0.81

TABLA 3-9

Coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación en las superficies de las ventanas, paredes o techos (tomada del *Handbook of Fundamentals de la* ASHRAE, Ref. 1, Cap. 22, tabla 1)

Posición	Dirección del flujo de calor	h, W/m² · °C* Emisividad superficial, ε 0.90	0.20	0.05
Aire estático (tanto en el interior como en el exterior)				
Horiz.	Hacia arriba ↑	9.26	5.17	4.32
Horiz.	Hacia abajo ↓	6.13	2.10	1.25
Pendiente de 45°	Hacia arriba ↑	9.09	5.00	4.15
Pendiente de 45°	Hacia abajo ↓	7.50	3.41	2.56
Vertical	Horiz. →	8.29	4.20	3.35
Aire en movimiento (cualquier posición, cualquier dirección)				
Condición en invierno (vientos a 15 mph o 24 km/h)		34.0	—	—
Condición en verano (vientos a 7.5 mph o 12 km/h)		22.7	—	—

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft² · °F. La resistencia de la superficie se puede obtener a partir de $R = 1/h$.

ductancias superficiales) h_i y h_o, respectivamente, cuyos valores se dan en la tabla 3-9 para superficies comunes ($\varepsilon = 0.9$) y superficies reflectoras ($\varepsilon = 0.2$ o 0.05). Note que las superficies que tienen una baja emisividad también tienen una baja conductancia superficial, debido a la reducción de la transferencia de calor por radiación. Los valores de la tabla están basados en una temperatura superficial de 21°C (72°F) y una diferencia de temperatura entre la superficie y el aire de 5.5°C (10°F). También se supone que la temperatura superficial equivalente del medio es igual a la temperatura del aire ambiente. A pesar de la conveniencia que esto ofrece, esta hipótesis no es bastante exacta debido a la pérdida adicional de calor por radiación de la superficie hacia el cielo abierto. Se puede tomar en cuenta el efecto de la radiación hacia el cielo tomando aproximadamente la temperatura exterior como el promedio de las temperaturas del aire exterior y del cielo.

El coeficiente de transferencia de calor de la superficie interior, h_i, permanece muy constante durante todo el año, pero el valor de h_o varía de manera considerable a causa de su dependencia de la orientación y de la velocidad del viento, la cual puede variar desde menos de 1 km/h, con condiciones de tiempo en clima tranquilo, hasta más de 40 km/h durante las tormentas. Los valores de uso común de h_i y h_o para los cálculos de la carga pico son

$$h_i = 8.29 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C} = 1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F} \qquad \text{(invierno y verano)}$$

$$h_o = \begin{cases} 34.0 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C} = 6.0 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F} & \text{(invierno)} \\ 22.7 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C} = 4.0 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F} & \text{(verano)} \end{cases}$$

los cuales corresponden a condiciones de diseño del invierno de 24 km/h (15 mph) para el invierno y 12 km/h (7.5 mph) para el verano. Las resistencias térmicas superficiales correspondientes (valores R) se determinan a partir de $R_i = 1/h_i$ y $R_o = 1/h_o$. Se pueden usar los valores de la conductancia superficial en condiciones de aire estático para las superficies interiores así como para las exteriores, con clima tranquilo.

Los componentes de construcción a menudo contienen *espacios con aire atrapado* entre varias capas. Las resistencias térmicas de esos espacios llenos de aire dependen del espesor de la capa, la diferencia de temperatura a través de ésta, la temperatura media del aire, la emisividad de cada superficie, la orientación de la capa de aire y la dirección de la transferencia de calor. En la tabla 3-10 se dan las emisividades de superficies comunes de encontrar en los edificios. La **emisividad efectiva** de un espacio lleno de aire de planos paralelos se expresa por

$$\frac{1}{\varepsilon_{\text{efectiva}}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \qquad \textbf{(3-87)}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisiones de las superficies de espacio lleno de aire. En la tabla 3-10 también se da la lista de las emisividades efectivas de los espacios llenos de aire para los casos en donde 1) la emisividad de una de las superficies del espacio lleno de aire es ε en tanto que la emisividad de la otra es 0.9 (un material de construcción), y 2) la emisividad de las dos superficies es ε. Note que la emisividad efectiva de un espacio lleno de aire entre materiales de construcción es 0.82/0.03 = 27 veces la de un espacio lleno de aire entre superficies cubiertas con hoja de aluminio. Para temperaturas superficiales específicas, la transferencia de calor por radiación a través de un espacio lleno de aire es proporcional a la emisividad efectiva y, por lo tanto, la razón de esa transferencia en el caso de superficies comunes es 27 veces mayor a la que presenta una superficie reflectora.

En la tabla 3-11 se da la lista de las resistencias térmicas de espacios llenos de aire de 20 mm, 40 mm y 90 mm (0.75 in, 1.5 in y 3.5 in) de espesor en varias condiciones. Los valores de la resistencia térmica de la tabla son aplicables a los espacios llenos de aire de espesor uniforme limitados por superficies paralelas planas y lisas, sin fugas de aire. Se pueden obtener las resistencias térmicas para otras temperaturas, emisividades y espacios llenos de aire por interpolación y extrapolación moderadas. Note que la presencia de una superficie de baja emisividad reduce la transferencia de calor por radiación a través de un espacio lleno de aire y, de este modo, aumenta de manera significativa la resistencia térmica. Sin embargo, la efectividad térmica de una superficie de baja emisividad declinará si cambia la condición de esa superficie como resultado de algunos efectos tales como condensación, oxidación superficial y acumulación de polvo.

Se determina con facilidad el valor R de la estructura de una pared o techo que comprenda capas de espesor uniforme al sumar las resistencias térmicas unitarias de las capas que están en serie. Pero cuando en una estructura intervienen componentes como montantes de madera y conectores metálicos, entonces en la red de resistencias térmicas se tienen conexiones en paralelo y posibles efectos bidimensionales. En este caso se puede determinar el valor R total suponiendo 1) trayectorias paralelas de flujo de calor a través de áreas de construcción diferente, o bien, 2) planos isotérmicos normales a la dirección de la transferencia de calor. Con el primer enfoque se suele sobrestimar la resistencia térmica global, en tanto que con el segundo se suele subeestimarla. El enfoque de trayectorias paralelas de flujo de calor es más apropiado para las paredes y techos con armazón de madera, en tanto que el de los planos isotérmicos resulta más apropiado para las paredes de mampostería o con armazón metálico.

La resistencia térmica por contacto entre diferentes componentes de las estructuras de los edificios varía entre 0.01 y 0.1 $m^2 \cdot °C/W$, lo cual es despreciable en la mayor parte de los casos. Sin embargo, puede ser significativo para los componentes metálicos, como los que conforman los armazones de acero.

Por lo común, la construcción de techos interiores planos con armazón de madera incluye viguetas de 2 in × 6 in con 400 mm (16 in) o 600 mm (24 in) entre centros. La fracción que representa el armazón suele tomarse como 0.10 para las viguetas con 400 mm entre centros, y 0.07 para aquellas con 600 mm.

La mayor parte de los edificios tienen una combinación de un techo interior y un tejado con un espacio de ático entre ellos, y la determinación del valor R de la combinación tejado-ático-techo interior depende de si el ático está ventilado o no. Para áticos ventilados de manera adecuada, la temperatura del aire en él es prácticamente la misma que la del aire exterior y, como consecuencia, la transferencia de calor a través del tejado sólo es regida por el valor R del techo interior. Sin embargo, el calor también se transfiere entre el tejado y el techo interior por radiación y ésta necesita ser considerada (figura 3-53). En este caso, la función principal del tejado es servir como blindaje para bloquear la radiación solar. Ventilar de manera eficaz el ático en verano no debe conducir a creer que la ganancia de calor hacia el edificio a través de él se reduce mucho. Esto se debe a que la mayor parte de la transferencia de calor a través del ático es por radiación.

Se puede minimizar la transferencia de calor por radiación entre el techo interior y el tejado si se cubre al menos uno de los lados del ático (el lado del tejado o el del techo interior) con un material reflector, llamado *barrera radiante*, como hoja de aluminio o papel recubierto de aluminio. Las prue-

TABLA 3-10

Emisividades ε de varias superficies y emisividad efectiva de los espacios llenos de aire (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Ref. 1, Cap. 22, tabla 3)

		Emisividad efectiva del espacio lleno de aire	
Superficie	ε	$\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = 0.9$	$\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$
Hoja de aluminio, brillante	0.05*	0.05	0.03
Hoja de aluminio	0.12	0.12	0.06
Papel cubierto de aluminio	0.20	0.20	0.11
Acero galvanizado, brillante	0.25	0.24	0.15
Pintura de aluminio	0.50	0.47	0.35
Materiales de construcción: Madera, papel, mampostería, pinturas no metálicas	0.90	0.82	0.82
Vidrio común	0.84	0.77	0.72

*La emisividad superficial de la hoja de aluminio se incrementa hasta 0.30 con condensación apenas visible y hasta 0.70 con condensación claramente visible.

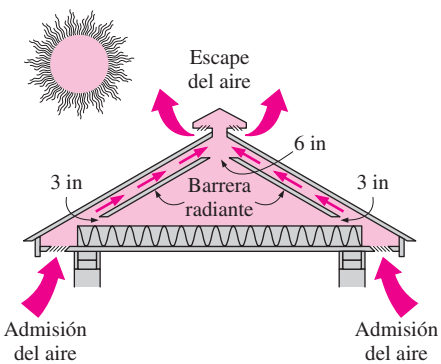


FIGURA 3-53
Trayectorias de ventilación para un ático ventilado en forma natural y el tamaño apropiado de las áreas de flujo alrededor de la barrera radiante para tener una circulación apropiada del aire (tomada de DOE/CE-0335P, Departamento de Energía de Estados Unidos).

TABLA 3-11

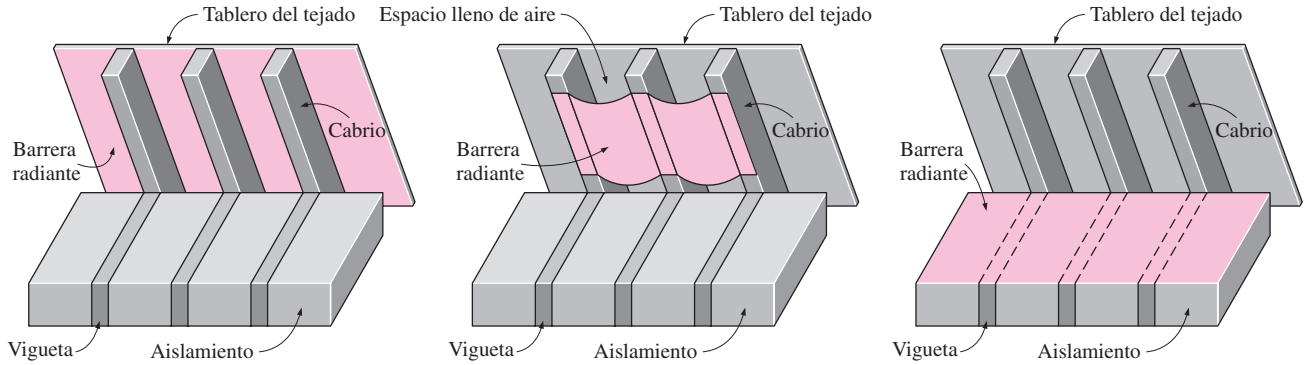
Resistencias térmicas unitarias (valores *R*) de espacios llenos de aire planos bien sellados (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, Ref. 1, Cap. 22, tabla 2)

a) Unidades SI (en $m^2 \cdot °C/W$)

Posición del espacio lleno de aire	Dirección de flujo de calor	Temp. media, °C	Dif. de temp., °C	Espacio lleno de aire de 20 mm				Espacio lleno de aire de 40 mm				Espacio lleno de aire de 90 mm			
				Emisividad efectiva, ε_{ef}				Emisividad efectiva, ε_{ef}				Emisividad efectiva, ε_{ef}			
				0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82
Horizontal	Hacia arriba ↑	32.2	5.6	0.41	0.39	0.18	0.13	0.45	0.42	0.19	0.14	0.50	0.47	0.20	0.14
		10.0	16.7	0.30	0.29	0.17	0.14	0.33	0.32	0.18	0.14	0.27	0.35	0.19	0.15
		10.0	5.6	0.40	0.39	0.20	0.15	0.44	0.42	0.21	0.16	0.49	0.47	0.23	0.16
		−17.8	11.1	0.32	0.32	0.20	0.16	0.35	0.34	0.22	0.17	0.40	0.38	0.23	0.18
Pendiente de 45°	Hacia arriba ↑	32.2	5.6	0.52	0.49	0.20	0.14	0.51	0.48	0.20	0.14	0.56	0.52	0.21	0.14
		10.0	16.7	0.35	0.34	0.19	0.14	0.38	0.36	0.20	0.15	0.40	0.38	0.20	0.15
		10.0	5.6	0.51	0.48	0.23	0.17	0.51	0.48	0.23	0.17	0.55	0.52	0.24	0.17
		−17.8	11.1	0.37	0.36	0.23	0.18	0.40	0.39	0.24	0.18	0.43	0.41	0.24	0.19
Vertical	Horizontal →	32.2	5.6	0.62	0.57	0.21	0.15	0.70	0.64	0.22	0.15	0.65	0.60	0.22	0.15
		10.0	16.7	0.51	0.49	0.23	0.17	0.45	0.43	0.22	0.16	0.47	0.45	0.22	0.16
		10.0	5.6	0.65	0.61	0.25	0.18	0.67	0.62	0.26	0.18	0.64	0.60	0.25	0.18
		−17.8	11.1	0.55	0.53	0.28	0.21	0.49	0.47	0.26	0.20	0.51	0.49	0.27	0.20
Pendiente de 45°	Hacia abajo ↓	32.2	5.6	0.62	0.58	0.21	0.15	0.89	0.80	0.24	0.16	0.85	0.76	0.24	0.16
		10.0	16.7	0.60	0.57	0.24	0.17	0.63	0.59	0.25	0.18	0.62	0.58	0.25	0.18
		10.0	5.6	0.67	0.63	0.26	0.18	0.90	0.82	0.28	0.19	0.83	0.77	0.28	0.19
		−17.8	11.1	0.66	0.63	0.30	0.22	0.68	0.64	0.31	0.22	0.67	0.64	0.31	0.22
Horizontal	Hacia abajo ↓	32.2	5.6	0.62	0.58	0.21	0.15	1.07	0.94	0.25	0.17	1.77	1.44	0.28	0.18
		10.0	16.7	0.66	0.62	0.25	0.18	1.10	0.99	0.30	0.20	1.69	1.44	0.33	0.21
		10.0	5.6	0.68	0.63	0.26	0.18	1.16	1.04	0.30	0.20	1.96	1.63	0.34	0.22
		−17.8	11.1	0.74	0.70	0.32	0.23	1.24	1.13	0.39	0.26	1.92	1.68	0.43	0.29

b) Unidades inglesas (en $h \cdot ft^2 \cdot °F/Btu$)

Posición del espacio lleno de aire	Dirección de flujo de calor	Temp. media, °F	Dif. de temp., °F	Espacio lleno de aire de 0.75 in				Espacio lleno de aire de 1.5 in				Espacio lleno de aire de 3.5 in			
				Emisividad efectiva, ε_{ef}				Emisividad efectiva, ε_{ef}				Emisividad efectiva, ε_{ef}			
				0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82
Horizontal	Hacia arriba ↑	90	10	2.34	2.22	1.04	0.75	2.55	2.41	1.08	0.77	2.84	2.66	1.13	0.80
		50	30	1.71	1.66	0.99	0.77	1.87	1.81	1.04	0.80	2.09	2.01	1.10	0.84
		50	10	2.30	2.21	1.16	0.87	2.50	2.40	1.21	0.89	2.80	2.66	1.28	0.93
		0	20	1.83	1.79	1.16	0.93	2.01	1.95	1.23	0.97	2.25	2.18	1.32	1.03
Pendiente de 45°	Hacia arriba ↑	90	10	2.96	2.78	1.15	0.81	2.92	2.73	1.14	0.80	3.18	2.96	1.18	0.82
		50	30	1.99	1.92	1.08	0.82	2.14	2.06	1.12	0.84	2.26	2.17	1.15	0.86
		50	10	2.90	2.75	1.29	0.94	2.88	2.74	1.29	0.94	3.12	2.95	1.34	0.96
		0	20	2.13	2.07	1.28	1.00	2.30	2.23	1.34	1.04	2.42	2.35	1.38	1.06
Vertical	Horizontal →	90	10	3.50	3.24	1.22	0.84	3.99	3.66	1.27	0.87	3.69	3.40	1.24	0.85
		50	30	2.91	2.77	1.30	0.94	2.58	2.46	1.23	0.90	2.67	2.55	1.25	0.91
		50	10	3.70	3.46	1.43	1.01	3.79	3.55	1.45	1.02	3.63	3.40	1.42	1.01
		0	20	3.14	3.02	1.58	1.18	2.76	2.66	1.48	1.12	2.88	2.78	1.51	1.14
Pendiente de 45°	Hacia abajo ↓	90	10	3.53	3.27	1.22	0.84	5.07	4.55	1.36	0.91	4.81	4.33	1.34	0.90
		50	30	3.43	3.23	1.39	0.99	3.58	3.36	1.42	1.00	3.51	3.30	1.40	1.00
		50	10	3.81	3.57	1.45	1.02	5.10	4.66	1.60	1.09	4.74	4.36	1.57	1.08
		0	20	3.75	3.57	1.72	1.26	3.85	3.66	1.74	1.27	3.81	3.63	1.74	1.27
Horizontal	Hacia abajo ↓	90	10	3.55	3.29	1.22	0.85	6.09	5.35	1.43	0.94	10.07	8.19	1.57	1.00
		50	30	3.77	3.52	1.44	1.02	6.27	5.63	1.70	1.14	9.60	8.17	1.88	1.22
		50	10	3.84	3.59	1.45	1.02	6.61	5.90	1.73	1.15	11.15	9.27	1.93	1.24
		0	20	4.18	3.96	1.81	1.30	7.03	6.43	2.19	1.49	10.90	9.52	2.47	1.62



a) Debajo del tablero del tejado *b*) En la parte inferior de los cabrios *c*) En la parte superior del aislamiento del piso

FIGURA 3-54
Tres ubicaciones posibles para una barrera radiante en el ático (tomada de DOE/CE-0335P, Departamento de Energía de EE.UU.).

bas en casas con aislamiento *R*-19 del piso del ático han demostrado que las barreras radiantes pueden reducir las ganancias de calor por el techo interior en el verano de 16 a 42%, en comparación con un ático con el mismo nivel de aislamiento y sin barrera. Si se considera que la ganancia de calor por el techo representa alrededor de 15 a 25% de la carga total de enfriamiento de una casa, las barreras radiantes reducirán los costos del acondicionamiento del aire de 2 a 10%. Las barreras radiantes también reducen la pérdida de calor en invierno a través del techo interior, pero las pruebas han demostrado que el porcentaje de reducción en las pérdidas de calor es menor. Como resultado, el porcentaje de reducción en los costos de la calefacción será menor que la reducción en los costos del acondicionamiento del aire. Asimismo, los valores dados son para instalaciones de barreras radiantes nuevas y sin polvo y los porcentajes serán menores para las barreras viejas o empolvadas.

En la figura 3-54 se muestran algunas ubicaciones posibles para las barreras radiantes en el ático. En pruebas sobre casas completas, con aislamiento *R*-19 del piso, del ático, las barreras radiantes han reducido la ganancia de calor por el techo interior en un promedio de 35% cuando se instalan sobre el piso del ático, y en 24% cuando se sujetan a la parte inferior de los cabrios. Los ensayos con celdas de prueba también demuestran que la mejor ubicación para las barreras radiantes es el piso del ático, siempre que no se use como área de almacenamiento y se mantenga limpio.

Para áticos no ventilados, cualquier transferencia de calor debe ocurrir a través de: 1) el techo interior, 2) el espacio del ático y 3) el tejado (figura 3-55). Por lo tanto, el valor *R* total de la combinación tejado-techo interior, con un ático no ventilado, depende de los efectos combinados del valor *R* del techo interior y del tejado, así como de las resistencias térmicas del espacio del ático. El espacio del ático se puede tratar en el análisis como una capa de aire. Pero una manera más práctica de considerar su efecto es considerar las resistencias superficiales sobre las áreas del tejado y del techo interior una frente a la otra. En este caso, se determinan primero por separado los valores *R* del techo interior y del tejado (usando resistencias a la convección para el caso de aire estático en las superficies del ático). Entonces se puede demostrar que el valor *R* total de la combinación techo interior-tejado, por unidad de área del techo interior, se puede expresar como

$$R = R_{\text{t. interior}} + R_{\text{tejado}} \left(\frac{A_{\text{t. interior}}}{A_{\text{tejado}}} \right) \tag{3-88}$$

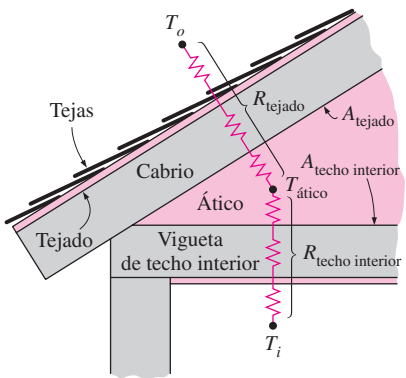


FIGURA 3-55
Red de resistencias térmicas para una combinación de tejado inclinado-ático-techo interior, para el caso de un ático no ventilado.

en donde $A_{\text{t. interior}}$ y A_{tejado} son las áreas del techo interior y del tejado, respectivamente. La razón entre las áreas es igual a 1 para los tejidos planos y menor que 1 para los inclinados. Para un tejido inclinado 45°, la razón entre las áreas es $A_{\text{t. interior}}/A_{\text{tejado}} = 1/\sqrt{2} = 0.707$. Note que el tejado inclinado tiene un área mayor para la transferencia de calor que el techo interior plano y la razón entre las áreas considera la reducción en el valor R unitario del tejado cuando se expresa por unidad de área del techo interior. Asimismo, la dirección del flujo de calor es hacia arriba en invierno (pérdida de calor a través del techo) y hacia abajo en verano (ganancia de calor a través del techo).

En el valor R de una estructura determinado por análisis se supone que los materiales usados y la mano de obra cumplen con los estándares. Una mala mano de obra y materiales de baja calidad usados durante la construcción pueden traer como resultado valores R que se desvían de los predichos. Por lo tanto, algunos ingenieros usan un factor de seguridad en sus diseños basado en la experiencia en aplicaciones críticas.

EJEMPLO 3-16 El valor *R* de una pared con armazón de madera

Determine la resistencia térmica unitaria total (el valor R) y el coeficiente total de transferencia de calor (el factor U) de una pared con armazón de madera que está construida en torno de montantes de madera de 38 mm × 90 mm (2 × 4 nominales) con una distancia entre centros de 400 mm. La cavidad de 90 mm de ancho entre los montantes está llena con aislamiento de fibra de vidrio. El interior está acabado con un tablero de yeso de 13 mm y el exterior con una lámina de fibra de madera de 13 mm y tablas de forro achaflanadas y traslapadas de madera de 13 mm × 200 mm. La cavidad aislada constituye 75% del área de transmisión del calor, en tanto que los montantes y las soleras superior e inferior constituyen un 21%. Los travesaños constituyen 4% del área y se pueden tratar como montantes.

Asimismo, determina la razón de la transferencia de calor a través de las paredes de una casa cuyo perímetro es de 50 m y la altura de sus paredes es de 2.5 m, en Las Vegas, Nevada, cuya temperatura de diseño de invierno es de −2°C. Tome la temperatura de diseño del interior como 22°C y suponga que 20% del área de las paredes está ocupada por cristales.

SOLUCIÓN Se deben determinar el valor R y el factor U de una pared con armazón de madera así como la razón de la pérdida de calor a través de una pared de ese tipo en Las Vegas.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades En la tabla 3-8 se dan los valores R de los diferentes materiales.

Análisis Aquí se muestra el esquema de la pared así como los elementos usados en su construcción. La transferencia de calor a través del aislamiento y a través de los montantes encontrará resistencias diferentes y, como consecuencia, se necesita analizar la resistencia térmica para cada trayectoria por separado. Una vez que se dispone de las resistencias térmicas unitarias y de los factores U para las secciones de aislamiento y de montantes, se puede determinar la resistencia térmica promedio total para toda la pared a partir de

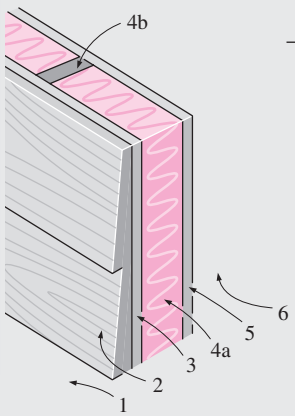
$$R_{\text{total}} = 1/U_{\text{total}}$$

donde

$$U_{\text{total}} = (U \times f_{\text{área}})_{\text{aislamiento}} + (U \times f_{\text{área}})_{\text{montante}}$$

y el valor de la fracción del área, $f_{\text{área}}$, es 0.75 para la sección de aislamiento y 0.25 para la sección de montantes, ya que los travesaños que constituyen una pequeña parte de la pared se deben tratar como montantes. Al usar los valores *R* disponibles, tomados de la tabla 3-8, y calcular los otros, se pueden determinar los valores *R* para cada sección de manera sistemática en la tabla de este ejemplo.

Esquema



Construcción	Valor *R*, m² · °C/W: Entre los montantes	Valor *R*, m² · °C/W: En los montantes
1. Superficie exterior, viento de 24 km/h	0.030	0.030
2. Tablas de forros achaflanadas y traslapadas de madera	0.14	0.14
3. Revestimiento de lámina de fibra de madera, 13 mm	0.23	0.23
4a. Aislamiento de fibra de vidrio, 90 mm	2.45	—
4b. Montaje de madera, 38 mm × 90 mm	—	0.63
5. Tablero de yeso, 13 mm	0.079	0.079
6. Superficie interior, aire estático	0.12	0.12
Resistencia térmica unitaria total de cada sección, *R* (en m² · °C/W)	3.05	1.23
El factor *U* de cada sección, $U = 1/R$, en W/m² · °C	0.328	0.813
Fracción de área de cada sección, $f_{\text{área}}$	0.75	0.25

Factor *U* total: $U = \Sigma f_{\text{área},\,i}\, U_i = 0.75 \times 0.328 + 0.25 \times 0.813$
$= \mathbf{0.449\ W/m^2 \cdot °C}$

Resistencia térmica unitaria total: $R = 1/U = \mathbf{2.23\ m^2 \cdot °C/W}$

Se concluye que la resistencia térmica unitaria total de la pared es 2.23 m² · °C/W y en este valor se consideran los efectos de los montantes y los travesaños. Esto corresponde a un valor *R* de 2.23 × 5.68 = 12.7 (o casi *R*-13), en unidades inglesas. Note que si no hubiera montantes y travesaños de madera en la pared, la resistencia térmica total sería de 3.05 m² · °C/W, lo cual es 37% mayor que 2.23 m² · °C/W. Por lo tanto, en este caso, los montantes y travesaños de madera sirven como puentes térmicos en las paredes con armazón de madera y su efecto debe considerarse en el análisis térmico de los edificios.

El perímetro del edificio es de 50 m y la altura de las paredes de 2.5 m. Ya que los cristales constituyen 20% de las paredes, el área total de la pared es

$$A_{\text{pared}} = 0.80(\text{Perímetro})(\text{Altura}) = 0.80(50\text{ m})(2.5\text{ m}) = 100\text{ m}^2$$

Entonces la razón de la pérdida de calor a través de las paredes en las condiciones de diseño queda

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pared}} &= (UA)_{\text{pared}}\,(T_i - T_o)\\ &= (0.449\text{ W/m}^2\cdot°\text{C})(100\text{ m}^2)[22 - (-2)°\text{C}]\\ &= \mathbf{1\,078\ W}\end{aligned}$$

Discusión Note que, en esta casa, un calentador de 1 kW repondrá gran parte del calor que se pierde a través de las paredes, excepto el que se disipa a través de las ventanas y puertas, cuando la temperatura del aire exterior cae hasta −2°C.

EJEMPLO 3-17 El valor *R* de una pared con espuma rígida

El revestimiento en la lámina de fibra de madera con 13 mm de espesor en la pared de los montantes de madera discutida en el ejemplo anterior se reemplaza por un aislamiento de espuma rígida de 25 mm de espesor. Determine el porcentaje de incremento en el valor *R* de la pared que se tiene como resultado.

SOLUCIÓN En el ejemplo 3-16 se determinó que el valor *R* total de la pared existente era 2.23 $m^2 \cdot °C/W$. Dado que los valores *R* de la lámina de fibra y del aislamiento de espuma son 0.23 $m^2 \cdot °C/W$ y 0.98 $m^2 \cdot °C/W$, respectivamente, y que las asistencias térmicas agregadas y eliminadas están en serie, el valor *R* total de la pared después de la modificación queda

$$\begin{aligned} R_{\text{nuevo}} &= R_{\text{anterior}} - R_{\text{eliminada}} + R_{\text{agregada}} \\ &= 2.23 - 0.23 + 0.98 \\ &= 2.98 \text{ m}^2 \cdot °\text{C/W} \end{aligned}$$

Esto representa un incremento de (2.98 – 2.23)/2.23 = 0.34, o sea **34%** en el valor *R* de la pared. En este ejemplo se demuestra cómo evaluar el nuevo valor *R* de una estructura cuando se agregan o eliminan algunos miembros estructurales.

EJEMPLO 3-18 El valor *R* de una pared de mampostería

Determine la resistencia térmica unitaria total (el valor *R*) y el coeficiente total de transferencia de calor (el factor *U*) de una pared hueca de mampostería que está construida en torno a bloques de concreto de 6 in de espesor de agregado ligero con tres núcleos llenos con perlita ($R = 4.2$ h · ft^2 · °F/Btu). El lado exterior está acabado con 4 in de lado de ladrillo de fachada con $\frac{1}{2}$ in de mortero de cemento entre los ladrillos y los bloques de concreto. El acabado interior consta de un tablero de yeso de $\frac{1}{2}$ in separado del bloque de concreto por listones de $\frac{3}{4}$ in de espesor (1 in × 3 in nominales) listón vertical ($R = 4.2$ h · ft^2 · °F/Btu) cuya distancia entre centros es 16 in. Los dos lados del espacio de aire de $\frac{3}{4}$ in de espesor, entre el bloque de concreto y el tablero de yeso, están recubiertos con hoja reflectora de aluminio ($\varepsilon = 0.05$), de modo que la emisividad efectiva del espacio de aire es 0.03. Para una temperatura media de 50°F y una diferencia de temperatura de 30°F, el valor *R* del espacio de aire es 2.91 h · ft^2 · °F/Btu. El espacio reflector de aire constituye 80% del área de transmisión de calor, en tanto que los listones verticales constituyen 20%.

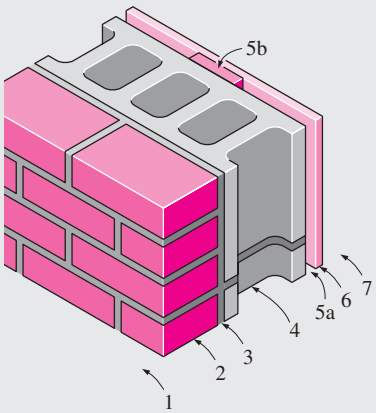
SOLUCIÓN Deben determinarse el valor *R* y el factor *U* de una pared hueca de mampostería.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades En la tabla 3-8 se dan los valores *R* de diferentes materiales.

Análisis Enseguida se muestra el esquema de la pared así como los elementos diferentes usados en su construcción. Siguiendo el procedimiento que aquí se ha descrito y usando los valores *R* de los que se dispone en la tabla 3-8, se determina el valor *R* total en la tabla que sigue.

Esquema



	Construcción	Valor R, h · ft² · °F/Btu: Entre los listones	En los listones
1.	Superficie exterior, viento de 15 mph	0.17	0.17
2.	Ladrillo de fachada, 4 in	0.43	0.43
3.	Mortero de cemento, 0.5 in	0.10	0.10
4.	Bloque de concreto, 6 in	4.20	4.20
5a.	Espacio reflector lleno de aire, $\frac{3}{4}$ in	2.91	—
5b.	Listón vertical 1 × 3 nominal	—	0.94
6.	Tablero de yeso, 0.5 in	0.45	0.45
7.	Superficie interior, aire estático	0.68	0.68
	Resistencia térmica unitaria total de cada sección, R	8.94	6.97
	El factor U de cada sección, $U = 1/R$, en Btu/h · ft² · °F	0.112	0.143
	Fracción de área de cada sección, $f_{\text{área}}$	0.80	0.20

Factor U total: $U = \Sigma f_{\text{área},\,i}\, U_i = 0.80 \times 0.112 + 0.20 \times 0.143$
$= \mathbf{0.118\ Btu/h \cdot ft^2 \cdot °F}$

Resistencia térmica unitaria total: $R = 1/U =$ **8.46 h · ft² · °F/Btu**

Por lo tanto, la resistencia térmica unitaria total de la pared es 8.46 h · ft² · °F/Btu y el factor U total es 0.118 Btu/h · ft² · °F. En estos valores se consideran los efectos de los listones verticales.

EJEMPLO 3-19 El valor *R* de un techo inclinado

Determine la resistencia térmica unitaria total (el valor R) y el coeficiente total de transferencia de calor (el factor U) de un techo inclinado 45°, construido en torno a montantes de madera de 2 in × 4 in nominales con una distancia entre centros de 16 in. El espacio de aire de 3.5 in de ancho que está entre los montantes no tiene superficie reflectora y, por lo tanto, su emisividad efectiva es 0.84. Para una temperatura media de 90°F y una diferencia de temperatura de 30°F, el valor R del espacio lleno de aire es 0.86 h · ft² · °F/Btu. La parte inferior del techo está acabado con un tablero de yeso de $\frac{1}{2}$ in y la superior con madera contrachapada con papel para construcción y teja de asfalto de $\frac{5}{8}$ in. El espacio de aire constituye 75% del área de transmisión de calor, en tanto que los montantes y los travesaños constituyen 25%.

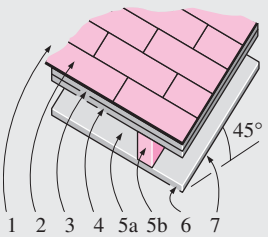
SOLUCIÓN Se debe determinar el valor R y el factor U de un techo inclinado a 45°.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través del techo es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas del techo y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades En la tabla 3-8 se dan los valores R de diferentes materiales.

Análisis Se muestra el esquema del techo inclinado así como los diferentes elementos usados en su construcción. Si se sigue el procedimiento descrito con anterioridad y se usan los valores R que se disponen en la tabla 3-8, se puede determinar el valor R total del techo en la tabla que sigue.

Esquema



		Valor R, h · ft² · °F/Btu	
		Entre los montantes	En los montantes
1.	Superficie exterior, viento de 15 mph	0.17	0.17
2.	Teja de asfalto	0.44	0.44
3.	Papel para construcción	0.06	0.06
4.	Tablero de madera, contrachapada $\frac{5}{8}$ in	0.78	0.78
5a.	Espacio no reflector lleno de aire, 3.5 in	0.86	—
5b.	Montante de madera, 2 in × 4 in	—	3.58
6.	Tablero de yeso, 0.5 in	0.45	0.45
7.	Superficie interior, pendiente de 45°, aire estático	0.63	0.63
Resistencia térmica unitaria total de cada sección, R		3.39	6.11
El factor U de cada sección, $U = 1/R$, en Btu/h · ft² · °F		0.292	0.163
Fracción de área de cada sección, $f_{\text{área}}$		0.75	0.25

Factor U total: $U = \Sigma f_{\text{área},\,i}\,U_i = 0.75 \times 0.292 + 0.25 \times 0.163$
$= \mathbf{0.260\ Btu/h \cdot ft^2 \cdot °F}$

Resistencia térmica unitaria total: $R = 1/U = \mathbf{3.85\ h \cdot ft^2 \cdot °F/Btu}$

Por lo tanto, la resistencia térmica unitaria total de este techo inclinado es 3.85 h · ft² · °F/Btu y el factor U total es 0.260 Btu/h · ft² · °F. Note que los montantes de madera ofrecen una resistencia térmica mucho mayor al flujo de calor que el espacio lleno de aire entre ellos.

RESUMEN

La transferencia unidimensional de calor a través de un cuerpo simple o compuesto expuesto a la convección desde ambos lados hacia medios que se encuentran a las temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ se puede expresar como

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}}$$

donde R_{total} es la resistencia térmica total entre los dos medios. Para una pared plana expuesta a convección sobre ambos lados, la resistencia total se expresa como

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv},\,1} + R_{\text{pared}} + R_{\text{conv},\,2} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}$$

Esta relación se puede extender hacia paredes planas que constan de dos o más capas, al sumar una resistencia adicional por cada capa adicional. Las relaciones elementales de la resistencia térmica se pueden expresar como sigue:

Resistencia a la conducción (pared plana): $R_{\text{pared}} = \dfrac{L}{kA}$

Resistencia a la conducción (cilindro): $R_{\text{cil}} = \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$

Resistencia a la conducción (esfera): $R_{\text{esf}} = \dfrac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k}$

Resistencia a la convección: $R_{\text{conv}} = \dfrac{1}{hA}$

Resistencia de la interfase: $R_{\text{interfase}} = \dfrac{1}{h_c A} = \dfrac{R_c}{A}$

Resistencia a la radiación: $R_{\text{rad}} = \dfrac{1}{h_{\text{rad}} A}$

donde h_c es la conductancia térmica por contacto, R_c es la resistencia térmica por contacto y el coeficiente de transferencia de calor por radiación se define como

$$h_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_s^2 + T_{\text{alred}}^2)(T_s + T_{\text{alred}})$$

Una vez que se dispone de la razón de la transferencia de calor, se puede determinar la *caída de temperatura* a través de cualquier capa a partir de

$$\Delta T = \dot{Q}R$$

También se puede usar el concepto de resistencia térmica en problemas de transferencia de calor en estado estacionario que comprenden capas paraleleas o configuraciones combinadas en serie-paralelo.

Agregar aislamiento a un tubo cilíndrico o a un casco esférico incrementa la razón de la transferencia de calor si el radio exterior del aislamiento es menor que el *radio crítico del aislamiento*, definido como

$$r_{\text{cr, cilindro}} = \frac{k_{\text{ais}}}{h}$$

$$r_{\text{cr, esfera}} = \frac{2k_{\text{ais}}}{h}$$

Con frecuencia se da la efectividad de un aislamiento en términos de su *valor R*, la resistencia térmica del material por unidad de área superficial, expresado como

$$\text{Valor } R = \frac{L}{k} \qquad \text{(aislamiento plano)}$$

donde L es el espesor y k es la conductividad térmica del material.

Las superficies con aletas son de uso común en la práctica para mejorar la transferencia de calor. Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al exponer un área más grande a la convección. La distribución de temperatura a lo largo de la aleta, para aletas muy largas y para aletas con transferencia de calor despreciable en la punta, se expresa por

Aleta muy larga:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-x\sqrt{hp/kA_c}}$$

Punta adiabática de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL}$$

Temperatura específica de la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{[(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]\,\text{senh}\, mx + \text{senh}\, m(L - x)}{\text{senh}\, mL}$$

Convección en la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\text{senh}\, m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\text{senh}\, mL}$$

donde $m = \sqrt{hp/kA_c}$, p es el perímetro y A_c es el área de la sección transversal de la aleta. Las razones de la transferencia de calor para los dos casos se expresan como

Aleta muy larga:

$$\dot{Q}_{\text{aleta larga}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)$$

Punta adiabática de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{punta adiabática}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL$$

Temperatura específica de la punta de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{temperatura específica}} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\cosh mL - [(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]}{\text{senh}\, mL}$$

Convección en la punta de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\text{senh}\, mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\,\text{senh}\, mL}$$

Las aletas expuestas a convección en las puntas se pueden tratar como aletas con puntas aisladas por medio de la longitud corregida $L_c = L + A_c/p$, en lugar de usar la longitud real de la aleta.

La temperatura de una aleta cae a lo largo de la misma y, por lo tanto, la transferencia de calor desde ella es menor debido a la diferencia decreciente de temperatura hacia la punta. Para considerar el efecto de esta disminución en la temperatura sobre la transferencia de calor, se define la *eficiencia de la aleta* como

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\text{Razón real de la transferencia de calor desde la aleta}}{\text{Razón ideal de la transferencia de calor desde la aleta si estuviera toda a la temperatura de la base}}$$

Cuando se dispone de la eficiencia de la aleta, la razón de la transferencia de calor desde la aleta se puede determinar a partir de

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}}\dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = \eta_{\text{aleta}}hA_{\text{aleta}}\,(T_b - T_\infty)$$

El desempeño de las aletas se juzga sobre la base del mejoramiento en la transferencia de calor comparado con el caso en que no hubiera aletas y se expresa en términos de la *efectividad de la aleta*, $\varepsilon_{\text{aleta}}$, definida como

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\text{Razón de la transferencia de calor desde la aleta de } \textit{área de la base } A_b}{\text{Razón de la transferencia de calor desde la superficie de } \textit{área } A_b}$$

En este caso, A_b es el área de la sección transversal de la aleta en la base y $\dot{Q}_{\text{sin aleta}}$ representa la razón de la transferencia de calor desde esta área si no se agregan aletas a la superficie. La *efectividad total* para una superficie con aletas se define como la razón entre la transferencia total de calor desde la superficie con aletas y la transferencia de calor desde la misma superficie si no tuviera aletas,

$$\varepsilon_{\text{aleta, total}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total, aleta}}}{\dot{Q}_{\text{total, sin aleta}}} = \frac{h(A_{\text{libre de aletas}} + \eta_{\text{aleta}}A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{sin aletas}}(T_b - T_\infty)}$$

La eficacia y la efectividad de la aleta están relacionadas entre sí por

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{A_{\text{aleta}}}{A_b}\eta_{\text{aleta}}$$

Ciertos problemas multidimensionales de transferencia de calor comprenden dos superficies mantenidas a las temperaturas constantes T_1 y T_2. La razón estacionaria de la transferencia de calor entre estas dos superficies se expresa como

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2)$$

donde S es el *factor de forma de conducción*, que tiene las dimensiones de *longitud* y k es la conductividad térmica del medio entre las superficies.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers, en *Handbook of Fundamentals*, Atlanta: ASHRAE, 1993.
2. R. V. Andrews. "Solving Conductive Heat Transfer Problems with Electrical-Analogue Shape Factors", *Chemical Engineering Progress* 5 (1955), p. 67.
3. R. Barron. *Cryogenic Systems,* Nueva York: McGraw-Hill, 1967.
4. L. S. Fletcher. "Recent Developments in Contact Conductance Heat Transfer", en *Journal of Heat Transfer* 110, núm. 4B (1988), pp. 1059-1579.
5. E. Fried. "Thermal Conduction Distribution to Heat Transfer at Contacts", en *Thermal Conductivity,* vol. 2, 2a. ed., R. P. Tye, Londres: Academic Press, 1969.
6. K. A. Gardner. "Efficiency of Extended Surfaces". *Trans. ASME* 67 (1945), pp. 621-631. Reimpreso con autorización de ASME International.
7. D. Q. Kern y A. D. Kraus, en *Extended Surface Heat Transfer*, Nueva York: McGraw-Hill, 1972.
8. G. P. Peterson. "Thermal Contact Resistance in Waste Heat Recovery Systems", *Memorias del 18o. ASME/ETCE Hydrocarbon Processing Symposium*, Dallas, TX, 1987, pp. 45-51. Reimpreso con autorización de ASME International.
9. S. Song, M. M. Yovanovich y F. O. Goodman. "Thermal Gap Conductance of Conforming Surfaces in Contact", *Journal of Heat Transfer* 115 (1993), p. 533.
10. J. E. Sunderland y K. R. Johnson. "Shape Factors for Heat Conduction through Bodies with Isothermal or Convective Boundary Conditions", *Trans. ASME* 10 (1964), pp. 2317-2341.
11. W. M. Edmunds. "Residential Insulation", *ASTM Standardization News* (enero de 1989), pp. 36-39.

PROBLEMAS*

Conducción del calor en estado estacionario en paredes planas

3-1C Considere la conducción de calor a través de una pared de espesor L y área A. ¿En qué condiciones la distribución de temperatura en la pared será una recta?

3-2C Considere la conducción de calor a través de una pared plana. ¿Cambia el contenido de energía de la pared durante la conducción de calor en estado estacionario? ¿Cómo cambia durante la conducción transitoria? Explique.

3-3C Considere la transferencia de calor en estado estacionario a través de la pared de un cuarto en invierno. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior de la pared es el triple que el de la superficie interior, como resultado de los vientos. ¿Sobre cuál de las dos superficies piensa el lector que la temperatura estará más cercana a la del aire circundante? Explique.

3-4C El fondo de una cacerola está hecho de una capa de aluminio de 4 mm de espesor. Para incrementar la razón de la transferencia de calor a través del fondo de la cacerola, alguien propone un diseño que consiste en una capa de cobre de 3 mm de espesor comprimida entre dos capas de aluminio de 2 mm de espesor. ¿Con el nuevo diseño se conducirá mejor el calor? Explique. Suponga un contacto perfecto entre las capas.

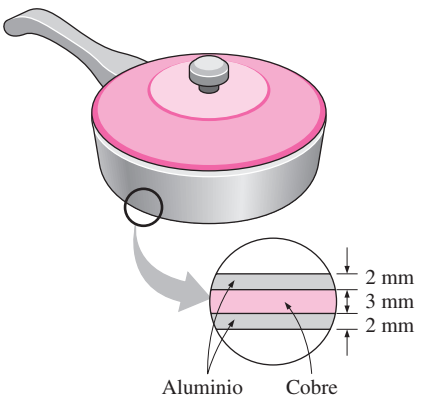


FIGURA P3-4C

3-5C Considere conducción de calor unidireccional en una barra cilíndrica de diámetro D y longitud L. ¿Cuál es el área de transferencia de calor de la varilla si *a*) su superficie lateral está aislada, y *b*) sus superficies superior e inferior están aisladas?

3-6C ¿Qué representa la resistencia térmica de un medio?

3-7C ¿Cómo se define el coeficiente combinado de transferencia de calor? ¿Qué conveniencia ofrece en los cálculos de transferencia de calor?

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-ESS, , se resuelven usando el ESS, y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-ESS, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software ESS que acompaña a este texto.

3-8C ¿Podemos definir la resistencia a la convección por unidad de área como la inversa del coeficiente de transferencia de calor por convección?

3-9C ¿Por qué las resistencias a la convección y a la radiación en una superficie están en paralelo en lugar de en serie?

3-10C Considere una superficie de área A en la cual los coeficientes de transferencia de calor por convección y por radiación son h_{conv} y h_{rad}, respectivamente. Explique cómo determinaría *a*) el coeficiente único equivalente de transferencia de calor y *b*) la resistencia térmica equivalente. Suponga que el medio y las superficies circundantes están a la misma temperatura.

3-11C ¿En qué difiere la red de resistencias térmicas asociada con una pared plana de una sola capa con respecto a una asociada con una pared compuesta de cinco capas?

3-12C Considere la transferencia unidimensional de calor en estado estacionario a través de un medio de capas múltiples. Si se conoce la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, explique cómo determinaría la caída de temperatura a través de cada capa.

3-13C Considere la transferencia unidimensional de calor en estado estacionario a través de una pared plana expuesta a convección desde ambos lados hacia medios que están a las temperaturas conocidas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$, con coeficientes de transferencia de calor conocidos, h_1 y h_2. Una vez que se ha evaluado la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, explique cómo determinaría la temperatura de cada superficie.

3-14C Alguien comenta que un horno de microondas se puede concebir como un horno convencional con una resistencia cero a la convección en la superficie del alimento. ¿Es una afirmación exacta?

3-15C Considere una ventana de vidrio que consta de dos hojas de 4 mm de espesor comprimidas con firmeza una contra la otra. Compare la razón de la transferencia de calor a través de esta ventana con la de una que consta de una sola hoja de vidrio de 8 mm de espesor en condiciones idénticas.

3-16C Considere dos bebidas enlatadas frías, una envuelta en una manta y la otra colocada sobre una mesa en el mismo cuarto. ¿Cuál bebida se entibiará más rápido?

3-17 Considere una pared de ladrillos de 3 m de alto, 6 m de ancho y 0.25 m de espesor cuya conductividad térmica es k = 0.8 W/m · °C. En cierto día, se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior de la pared y resultan ser de 14°C y 5°C, respectivamente. Determine la razón de la pérdida de calor a través de la pared en ese día.

3-18 Está hirviendo agua en una cacerola de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 25 cm de diámetro, a 95°C. El calor se transfiere de manera estacionaria hacia el agua hirviendo que está en la cacerola a través del fondo plano de ésta de 0.5 cm de espesor, a razón de 800 W. Si la temperatura de la superficie interior del fondo es de 108°C, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor de ebullición sobre esa superficie interior, y *b*) la temperatura de la superficie exterior del fondo.

3-19 Considere una ventana de vidrio de 1.5 m de alto y 2.4 m de ancho cuyo espesor es de 6 mm y la conductividad térmica es k = 0.78 W/m · °C. Determine la razón de transferencia de calor estacionaria a través de esta ventana de vidrio y la temperatura de su superficie interior, para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 24°C, en tanto que la temperatura del exterior es de –5°C. Tome los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior de la ventana como h_1 = 10 W/m² · °C y h_2 = 25 W/m² · °C y descarte cualquier transferencia de calor por radiación.

3-20 Considere una ventana de hoja doble de 1.5 m de alto y 2.4 m de ancho que consta de dos capas de vidrio (k = 0.78 W/m · °C) de 3 mm de espesor separadas por un espacio de aire estancado (k = 0.026 W/m · °C) de 12 mm de ancho. Determine la razón de transferencia de calor estacionaria a través de esta ventana de hoja doble y la temperatura de su superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 21°C en tanto que la temperatura del exterior es de –5°C. Tome los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior de la ventana como h_1 = 10 W/m² · °C y h_2 = 25 W/m² · °C y descarte cualquier transferencia de calor por radiación. *Respuestas:* 154 W, 16.7°C

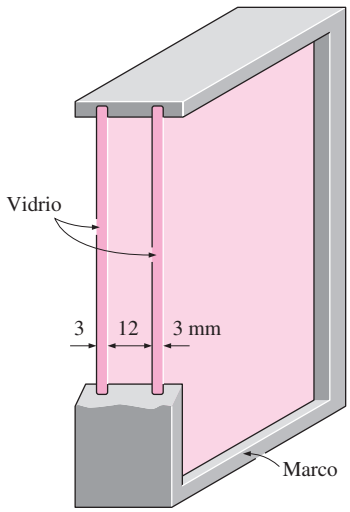


FIGURA P3-20

3-21 Repita el problema 3-20 si se ha hecho el vacío en el espacio entre las dos capas de vidrio.

3-22 Vuelva a considerar el problema 3-20. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de transferencia de calor en función del ancho del espacio de aire, en el rango de 2 mm hasta 20 mm, si se supone conducción pura a través del aire. Discuta los resultados.

3-23I Considere una casa de ladrillos calentada eléctricamente (k = 0.40 Btu/h · ft · °F) cuyas paredes tienen 9 ft de alto y 1 ft de espesor. Dos de las paredes tienen 50 ft de largo y las otras tienen 35 ft. La casa se mantiene a 70°F en todo momento, en tanto que la temperatura del exterior varía. En cierto día, se mide la temperatura de la superficie interior de las paredes y resulta ser de 55°F, en tanto que se observa que la temperatura promedio de la superficie exterior permanece en 45°F durante el día por 10 h, y en 35°F en la noche por 14 h. Determine la cantidad de calor perdido por la casa ese día. También determine el costo de esa pérdida de calor para el propietario, si el precio de la electricidad es de 0.09 dólar/kWh.

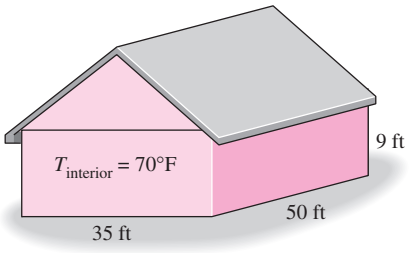


FIGURA P3-23I

3-24 Un elemento resistor cilíndrico en un tablero de circuito disipa 0.15 W de potencia en un medio a 35°C. El resistor tiene 1.2 cm de largo y un diámetro de 0.3 cm. Si se supone que el calor se transfiere de manera uniforme desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que este resistor disipa durante un periodo de 24 h, *b*) el flujo de calor sobre la superficie del resistor, en W/m^2, y *c*) la temperatura superficial del resistor para un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 9 W/m^2 · °C.

3-25 Para desempañar el parabrisas posterior de un automóvil se adhiere un elemento calefactor muy delgado en su superficie interna. El elemento calefactor provee un flujo de calor uniforme de 1 300 W/m^2 para desempañar el parabrisas posterior cuyo espesor es de 5 mm. La temperatura interior del automóvil es de 22°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 15 W/m^2 · K. La temperatura ambiente exterior es de –5°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 100 W/m^2 · K. Si la conductividad térmica de la ventana es de 1.2 W/m · K, determine la temperatura de la superficie interna de la ventana.

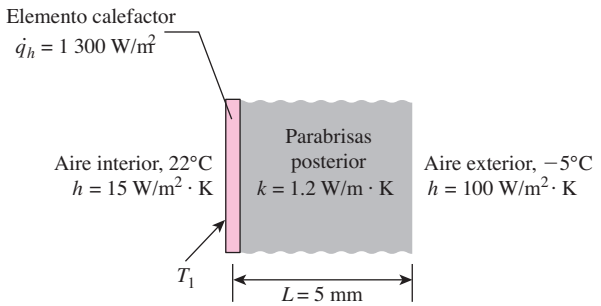


FIGURA P3-25

3-26 Una película transparente se adherirá en la superficie superior de una placa sólida dentro de una cámara caliente. Para lograr la adherencia adecuada se debe mantener una temperatura de 70°C entre la película y la placa sólida. La película transparente tiene un espesor de 1 mm y una conductividad térmica de 0.05 W/m · K, en tanto que la placa sólida tiene un espesor de 13 mm y una conductividad térmica de 1.2 W/m · K. Dentro de la cámara caliente, el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 70 W/m^2 · K. Si la superficie inferior de la placa sólida se mantiene en 52°C, determine la temperatura al interior de la cámara y la temperatura de la superficie de la película transparente. Asuma que la resistencia por contacto térmico es despreciable. *Respuestas:* 127°C, 103°C

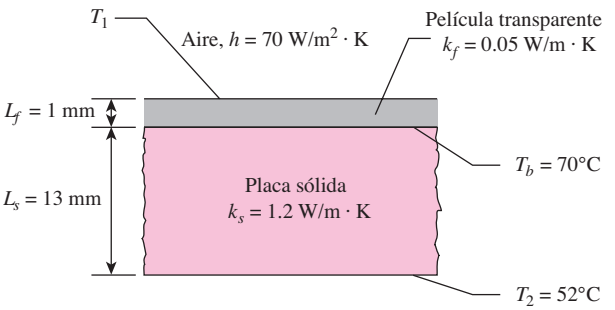


FIGURA P3-26

3-27 Considere un transistor de potencia que disipa 0.15 W de potencia en un medio a 30°C. El transistor tiene 0.4 cm de largo y un diámetro de 0.5 cm. Si se supone que el calor se transfiere de manera uniforme desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que este transistor disipa durante un periodo de 24 h, en kWh; *b*) el flujo de calor sobre la superficie del transistor, en W/m^2, y *c*) la temperatura superficial del transistor para un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 18 W/m^2 · °C.

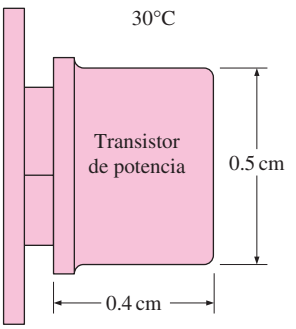


FIGURA P3-27

3-28 Un tablero de circuito de 12 cm × 18 cm aloja sobre su superficie 100 chips lógicos con poco espacio entre ellos, disipando cada uno 0.06 W en un medio a 40°C. La transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero es despreciable. Si el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie del tablero es de 10 W/m^2 · °C, determine *a*) el flujo de calor sobre la superficie del tablero de circuito, en W/m^2; *b*) la temperatura superficial de los chips, y *c*) la resistencia térmica entre la superficie del tablero y el medio de enfriamiento, en °C/W.

3-29 Considere una persona parada en un cuarto a 20°C con un área superficial expuesta de 1.7 m^2. La temperatura en la profundidad del organismo del cuerpo humano es 37°C y la conductividad térmica de los tejidos cercanos a la piel es alrededor de 0.3 W/m · °C. El cuerpo está perdiendo calor a razón de 150 W, por convección natural y radiación hacia los alrede-

dores. Si se toma como 37°C la temperatura del cuerpo a 0.5 cm por debajo de la piel, determine la temperatura de la epidermis de la persona. *Respuesta:* 35.5°C

3-30 Una ventana de hoja doble, de 1.0 m × 1.5 m, está formada por dos capas de vidrio de 4 mm de espesor (k = 0.78 W/m · K) que están separadas por un espacio de aire de 5 mm (k_{aire} = 0.025 W/m · K). Se supone que el flujo de calor a través del espacio de aire se da por conducción. Las temperaturas interior y exterior del aire son de 20°C y −20°C, respectivamente, y los coeficientes interior y exterior de transferencia de calor son 40 y 20 W/m^2 · K, también respectivamente. Determine *a*) la pérdida de calor diaria a través de la ventana en estado estacionario de transferencia de calor y *b*) la diferencia de temperatura debida a la resistencia térmica más grande.

3-31I Se construye una pared de dos capas de tablaroca (k = 0.10 Btu/h · ft · °F) de 0.5 in de espesor, la cual es un tablero hecho con dos capas de papel grueso separadas por una capa de yeso, colocadas con 7 in de separación entre ellas. El espacio entre los tableros de tablaroca está lleno con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.020 Btu/h · ft · °F). Determine *a*) la resistencia térmica de la pared y *b*) el valor R del aislamiento en unidades inglesas.

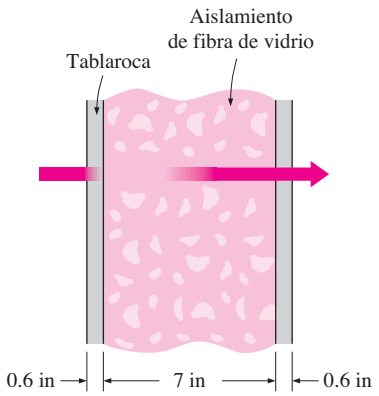


FIGURA P3-31I

3-32 El techo de una casa consta de una losa de concreto (k = 2 W/m · °C) de 15 cm de espesor, que tiene 15 m de ancho y 20 m de largo. Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior del techo son 5 y 12 W/m^2 · °C, respectivamente. En una noche clara de invierno, se informa que el aire ambiente está a 10°C, en tanto que la temperatura nocturna del cielo es de 100 K. La casa y las superficies interiores de la pared se mantienen a una temperatura constante de 20°C. La emisividad de las dos superficies del techo de concreto es 0.9. Si se consideran las transferencias de calor tanto por radiación como por convección, determine la razón de la transferencia de calor a través del techo y la temperatura de la superficie interior de este último.

Si la casa se calienta mediante un hogar en el que se quema gas natural con una eficiencia de 80% y el precio de ese gas es de 1.20 dólar/therm (1 therm = 105 500 kJ de contendido de energía), determine el dinero perdido a través del techo esa noche durante un periodo de 14 h.

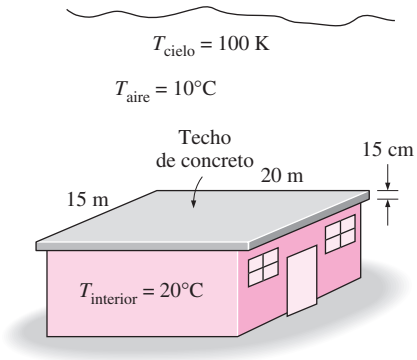


FIGURA P3-32

3-33 Una sección de pared de 2 m × 1.5 m de un horno industrial en el que se quema gas natural no está aislada y se mide la temperatura en la superficie exterior de esta sección, lo cual resulta ser de 110°C. La temperatura de la sala en donde está el horno es de 32°C y el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación es de 10 W/m^2 · °C. Se propone aislar esta sección de pared del horno con aislamiento de lana de vidrio (k = 0.038 W/m · °C) con el fin de reducir la pérdida de calor en 90%. Si se supone que la temperatura de la superficie exterior de la sección metálica todavía permanece alrededor de 110°C, determine el espesor del aislamiento que necesita usarse.

El horno opera en forma continua y tiene una eficiencia de 78%. El precio del gas natural es de 1.10 dólar/therm (1 therm = 105 500 kJ de contenido de energía). Si la instalación del aislamiento costará 250 dólares por los materiales y la mano de obra, determine cuánto tiempo tardará el aislamiento en pagarse por la energía que ahorra.

3-34 Repita el problema 3-33 para un aislamiento de perlita expandida, si se supone que la conductividad es k = 0.052 W/m · °C.

3-35 Vuelva a considerar el problema 3-33. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la conductividad térmica sobre el espesor requerido de aislamiento. Trace la gráfica del espesor del aislamiento en función de la conductividad térmica en el rango de 0.02 W/m · °C hasta 0.08 W/m · °C y discuta los resultados.

3-36 Considere una casa que tiene una base de 10 m × 20 m y paredes de 4 m de alto. Las cuatro paredes de la casa tienen un valor R de 2.31 m^2 · °C/W. Las dos paredes de 10 m × 4 m no tienen ventanas. La tercera pared tiene cinco ventanas hechas de vidrio (k = 0.78 W/m · °C) de 0.5 cm de espesor y con un tamaño de 1.2 m × 1.8 m. La cuarta pared tiene el mismo tamaño y número de ventanas, pero son de hoja doble con un espacio de aire estancado (k = 0.026 W/m · °C) de 1.5 cm de espesor encerrado entre dos capas de vidrio de 0.5 cm de espesor. El termostato en la casa se fija en 24°C y la temperatura promedio en el exterior en ese lugar es de 8°C durante la larga temporada de calefacción de siete meses. Si se descarta cualquier ganancia o pérdida por radiación directa a través de las ventanas y se toma el coeficiente de transferencia de calor en las superficies interior

y exterior de la casa como de 7 y 18 W/m^2 · °C, respectivamente, determine la razón promedio de la transferencia de calor a través de cada pared.

Si la casa se calienta eléctricamente y el precio de la electricidad es de 0.08 dólar/kWh, determine la cantidad de dinero que este propietario ahorrará por temporada de calefacción al convertir las ventanas de una sola hoja en ventanas de hoja doble.

3-37 Se construye la pared de un refrigerador con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) comprimida entre dos capas de hoja metálica de 1 mm de espesor (k = 15.1 W/m · °C). El espacio refrigerado se mantiene a 2°C y los coeficientes promedio de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la pared son de 4 W/m^2 · °C y 9 W/m^2 · °C, respectivamente. La temperatura de la cocina promedia 24°C. Se observa que ocurre condensación sobre las superficies del refrigerador cuando la temperatura de la superficie exterior cae hasta 20°C. Determine el espesor mínimo de aislamiento de fibra de vidrio que es necesario usar en la pared con el fin de evitar la condensación sobre las superficies exteriores.

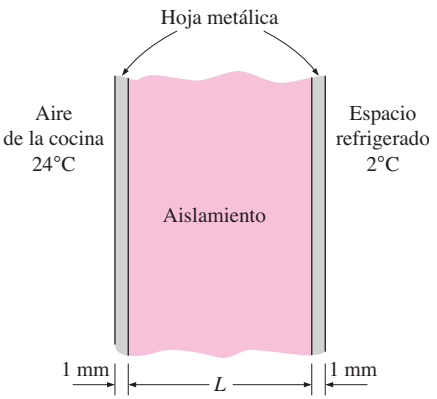


FIGURA P3-37

3-38 Vuelva a considerar el problema 3-37. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de las conductividades térmicas del material de aislamiento y de la hoja metálica sobre el espesor de ese aislamiento. Considere que la conductividad térmica varía desde 0.02 W/m · °C hasta 0.08 W/m · °C, para el aislamiento, y de 10 W/m · °C hasta 400 W/m · °C, para la hoja metálica. Trace gráficas del espesor del aislamiento en función de las conductividades térmicas del aislamiento y de la lámina metálica y discuta los resultados.

3-39 Se debe conducir calor a lo largo de un tablero de circuito que tiene una capa de cobre sobre uno de sus lados. El tablero tiene 15 cm de largo y 15 cm de ancho y los espesores de la capa de cobre y del material epóxico son de 0.1 mm y 1.2 mm, respectivamente. Si se descarta la transferencia de calor desde las superficies laterales, determine los porcentajes de conducción de calor a lo largo de las capas de cobre (k = 386 W/m · °C) y del material epóxico (k = 0.26 W/m · °C). Determine también la conductividad térmica efectiva del tablero.

Respuestas: 0.8%, 99.2% y 29.9 W/m · °C

3-40I Una placa de cobre de 0.005 in (k = 223 Btu/h · ft · °F) está comprimida entre dos tableros de material epóxico (k = 0.15 Btu/h · ft · °F) de 0.1 in de espesor y un tamaño de 7 in × 9 in. Determine la conductividad térmica efectiva del tablero a lo largo de su lado de 9 in. ¿Qué fracción del calor conducido a lo largo de ese lado es conducido a través del cobre?

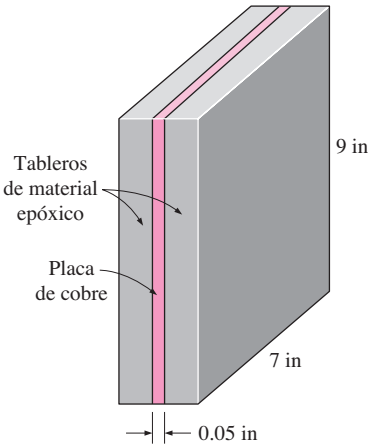


FIGURA P3-40I

3-41 Para descongelar el hielo acumulado en la superficie exterior del parabrisas de un automóvil, se aplica aire caliente sobre su superficie interna. Considere el parabrisas de un automóvil con un espesor de 5 mm y una conductividad térmica de 1.4 W/m · K. La temperatura ambiente exterior es de –10°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 200 W/m^2 · K, en tanto que la temperatura ambiente interna del automóvil es de 25°C. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire caliente aplicado sobre la superficie del parabrisas necesario para empezar a derretir el hielo acumulado.

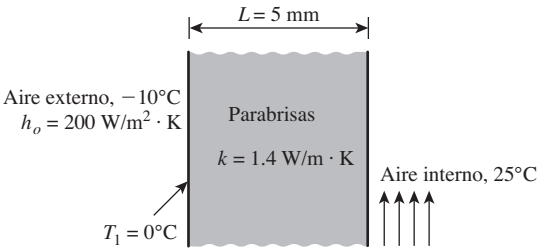


FIGURA P3-41

3-42 Una placa de aluminio de 25 mm de espesor (k = 235 W/m · K) está unida a una placa de cobre de 10 mm de espesor. La placa de cobre se calienta eléctricamente para disipar un flujo uniforme de calor de 5 300 W/m^2. La superficie interna de la placa de aluminio se expone a la convección de la transferencia de calor en una condición tal que el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 67 W/m^2 · K y la temperatura ambiente circundante de 20°C. Las demás superficies de las dos

placas unidas están aisladas de manera que el calor sólo se disipa por la superficie superior de la placa de aluminio. Si la superficie de la placa de cobre que está unida a la placa de aluminio tiene una temperatura de 100°C, determine la conductancia térmica por contacto de la interfase aluminio/cobre.

Respuesta: 16 kW/m^2 · K

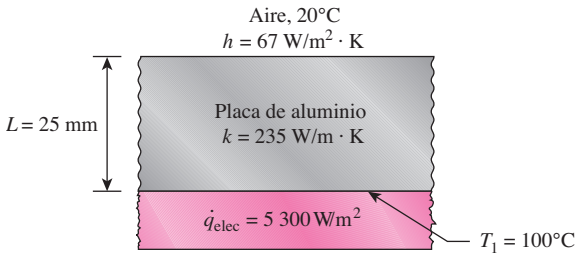


FIGURA P3-42

Resistencia térmica por contacto

3-43C ¿Qué es la resistencia térmica por contacto? ¿Cómo está relacionada con la conductancia térmica por contacto?

3-44C ¿La resistencia térmica por contacto será mayor para las superficies planas lisas o las rugosas?

3-45C Una pared consta de dos capas de aislamiento comprimidas una contra la otra. ¿Necesitamos preocuparnos por la resistencia térmica por contacto en la interfase en un análisis de transferencia de calor o sencillamente podemos ignorarla?

3-46C Una placa consta de dos capas metálicas delgadas comprimidas una contra la otra. ¿Necesitamos preocuparnos por la resistencia térmica por contacto en la interfase en un análisis de transferencia de calor o sencillamente podemos ignorarla?

3-47C Considere dos superficies comprimidas una contra la otra. Ahora se extrae el aire en la interfase. Como resultado, ¿la resistencia térmica por contacto en la interfase aumentará o disminuirá?

3-48C Explique cómo se puede minimizar la resistencia térmica por contacto.

3-49 Se mide la conductancia térmica por contacto en la interfase de dos placas de cobre de 1 cm de espesor y resulta ser de 14 000 W/m^2 · °C. Determine el espesor de la placa de cobre cuya resistencia térmica sea igual a la de la interfase entre las placas.

3-50 Una placa de cobre (k = 386 W/m · °C) de 1 mm de espesor está comprimida entre dos tableros de material epóxico (k = 0.26 W/m · °C) de 7 mm de espesor y tienen un tamaño de 15 cm × 20 cm. Si se estima que la conductancia térmica sobre ambos lados de la placa de cobre es de 6 000 W/m · °C, determine el error en el que se incurre en la resistencia térmica total de la placa si se ignoran las conductancias térmicas por contacto.

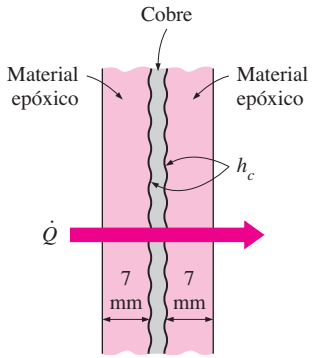


FIGURA P3-50

3-51 Dos barras de aluminio (k = 176 W/m · °C) de 5 cm de diámetro y 15 cm de largo, con las superficies esmeriladas, se comprimen una contra la otra con una presión de 20 atm. Las barras están encerradas en un manguito de aislamiento y, por lo tanto, la transferencia de calor desde las superficies laterales es despreciable. Si las superficies superior e inferior del sistema de dos barras se mantienen a las temperaturas de 150°C y 20°C, respectivamente, determine *a*) la razón de la transferencia de calor a lo largo de los cilindros en condiciones estacionarias y *b*) la caída de temperatura en la interfase.

Respuestas: a) 142.4 W, *b)* 6.4°C

Redes generalizadas de resistencias térmicas

3-52C ¿Cuáles son los dos enfoques aplicados en el desarrollo de la red de resistencias térmicas para los problemas bidimensionales?

3-53C También se pueden usar aproximadamente las redes de resistencias térmicas para los problemas multidimensionales. ¿Para qué clase de problemas multidimensionales el enfoque de resistencias térmicas dará resultados adecuados?

3-54C Cuando se traza la gráfica de la red de resistencias térmicas asociada con un problema de transferencia de calor, explique cuándo dos resistencias están en serie y cuándo están en paralelo.

3-55 En la figura P3-55 se muestra una sección típica de la pared de un edificio. Esta sección se extiende hacia dentro y fuera de la página y se repite en la dirección vertical. Los miem-

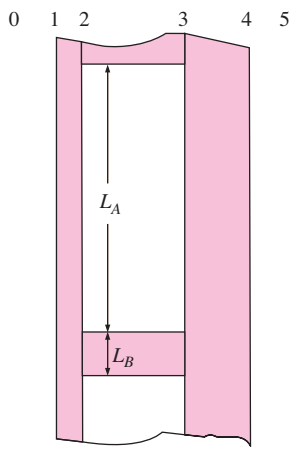


FIGURA P3-55

bros de soporte de la pared están fabricados de acero (k = 50 W/m · K) y tienen 8 cm (t_{23}) × 0.5 cm (L_B). El resto del espacio interior de la pared está lleno con material aislante (k = 0.03 W/m · K) y mide 8 cm (t_{23}) × 60 cm (L_B). La pared interior está fabricada con un tablero de yeso (k = 0.5 W/m · K) de 1 cm de espesor (t_{12}) y la exterior, de ladrillo (k = 1.0 W/m · K) de 10 cm de espesor (t_{34}). ¿Cuál es el flujo promedio de calor a través de esta pared cuando T_1 = 20°C y T_4 = 35°C?

3-56 Una pared de 4 m de alto y 6 m de ancho consiste en ladrillos con una sección transversal horizontal de 15 cm × 25 cm (k = 0.72 W/m · °C) separados por capas de mezcla (k = 0.22 W/m · °C) de 3 cm de espesor. También se tienen capas de mezcla de 2 cm de espesor sobre cada lado de la pared y una espuma rígida (k = 0.026 W/m · °C) de 2 cm de espesor sobre el lado interior de la misma. Las temperaturas en el interior y el exterior son de 22°C y –4°C y los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre los lados interior y exterior son h_1 = 10 W/m² · °C y h_2 = 20 W/m² · °C, respectivamente. Si se supone una transferencia unidimensional de calor y se descarta la radiación, determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

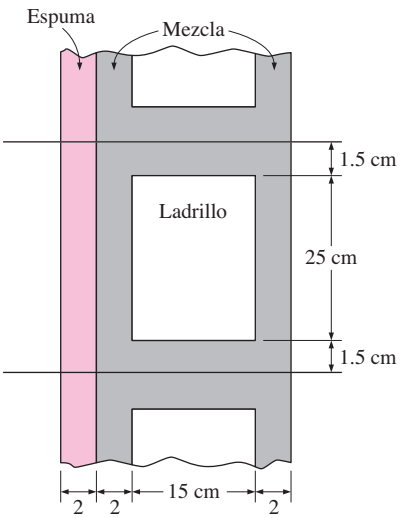


FIGURA P3-56

3-57 Vuelva a considerar el problema 3-56. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor en función del espesor de la espuma rígida, en el rango de 1 cm hasta 10 cm. Discuta los resultados.

3-58 Una pared de 12 m de largo y 5 m de alto está construida de dos capas de tablaroca (k = 0.17 W/m · °C) de 1 cm de espesor, espaciadas 16 cm por montantes de madera (k = 0.11 W/m · °C) cuya sección transversal es de 12 cm × 5 cm. Los montantes están colocados verticalmente y separados 60 cm, y el espacio entre ellos está lleno con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.034 W/m · °C). La casa se mantiene a 20°C y la temperatura ambiente en el exterior es de –9°C. Si se toma los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la casa como 8.3 y 34 W/m² · °C, respectivamente, determine *a*) la resistencia térmica de la pared, si se considera una sección representativa de ella, y *b*) la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

3-59 Se va a construir una pared de 10 cm de espesor con montantes de madera (k = 0.11 W/m · °C) de 2.5 m de largo que tienen una sección transversal de 10 cm × 10 cm. En algún momento, al constructor se le acabaron esos montantes y empezó a usar, en lugar de ellos, parejas de montantes de madera de 2.5 m de largo que tienen una sección transversal de 5 cm × 10 cm, clavados entre sí. Los clavos de acero al manganeso (k = 50 W/m · °C) tienen 10 cm de largo y un diámetro de 0.4 cm. Se usaron un total de 50 clavos para conectar los dos montantes, los cuales están colocados en la pared de tal manera que los clavos cruzan esta última. La diferencia de temperatura entre las superficies interior y exterior de la pared es de 8°C. Si se supone que la resistencia térmica por contacto entre las dos capas es despreciable, determine la razón de la transferencia de calor *a*) a través de un montante macizo, y *b*) a través de una pareja de montantes de igual longitud y ancho clavados entre sí. *c*) Determine también la conductividad efectiva de la pareja clavada de montantes.

3-60I Se va a construir una pared de 10 in de espesor, 30 ft de largo y 9 ft de alto, usando ladrillos sólidos (k = 0.40 Btu/h · ft · °F) con una sección transversal de 7 in × 7 in; o bien, ladrillos de idéntico tamaño con nueve orificios cuadrados llenos de aire (k = 0.015 Btu/h · ft · °F) que tienen 9 in de largo y una sección transversal de 1.5 in × 1.5 in. Se tiene una capa de mezcla (k = 0.10 Btu/h · ft · °F) de 0.5 in de espesor entre dos ladrillos adyacentes, sobre los cuatro lados y sobre los dos lados de la pared. La casa se mantiene a 80°F y la temperatura ambiente en el exterior es de 35°F. Si los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la pared son 1.5 y 6 Btu/h · ft² · °F, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared construida de *a*) ladrillos sólidos y *b*) ladrillos con orificios llenos de aire.

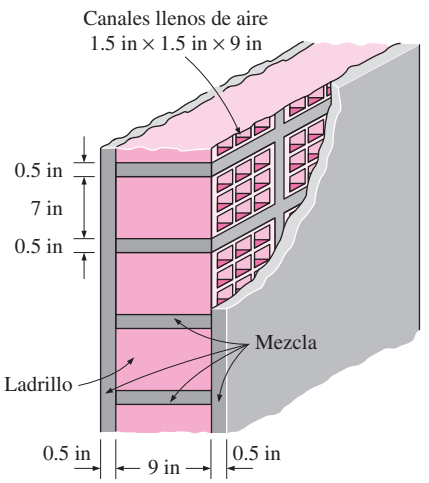


FIGURA P3-60I

3-61 Considere una pared de 5 m de alto, 8 m de largo y 0.22 m de espesor cuya sección transversal representativa se da en la figura. Las conductividades térmicas de los diversos materiales usados, en W/m · °C, son $k_A = k_F = 2$, $k_B = 8$, $k_C = 20$, $k_D = 15$ y $k_E = 35$. Las superficies izquierda y derecha de la pared se mantienen a las temperaturas uniformes de 300°C y 100°C, res-

pectivamente. Si la transferencia de calor a través de la pared es unidimensional, determine *a*) la razón de la transferencia de calor a través de ella; *b*) la temperatura en el punto en el que se encuentran las secciones *B*, *D* y *E*, y *c*) la caída de temperatura a través de la sección *F*. Descarte cualesquiera resistencias por contacto entre las interfases.

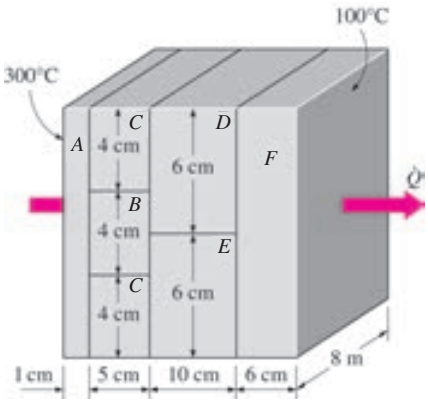


FIGURA P3-61

3-62 Repita el problema 3-61, si la resistencia térmica por contacto en las interfases *D-F* y *E-F* es 0.00012 m² · °C/W.

3-63 La ropa hecha de varias capas delgadas de tela con aire atrapado entre ellas, con frecuencia llamada ropa para esquiar, es de uso común en los climas fríos porque es ligera, elegante y un aislador térmico muy eficaz. De modo que no es sorprendente que esa ropa haya reemplazado en gran parte los antiguos abrigos gruesos y pesados.

Considere una chaqueta hecha de cinco capas de tela sintética (k = 0.13 W/m · °C) de 0.15 mm de espesor con un espacio lleno de aire (k = 0.026 W/m · °C) de 1.5 mm de espesor entre ellas. Si la temperatura de la superficie interior de la chaqueta es de 25°C y el área superficial es de 1.25 m², determine la razón de la pérdida de calor a través de ella cuando la temperatura en el exterior es de 0°C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es de 25 W/m² · °C.

¿Cuál sería su respuesta si la chaqueta estuviera hecha de una sola capa de tela sintética de 0.75 mm de espesor? ¿Cuál sería el espesor de una tela de lana (k = 0.035 W/m · °C) si la persona debe lograr el mismo nivel de comodidad térmica usando un grueso abrigo de lana en lugar de una chaqueta para esquiar de cinco capas?

FIGURA P3-63

3-64 Repita el problema 3-63 si las capas de la chaqueta están hechas de tela de algodón (k = 0.06 W/m · °C).

3-65 En un experimento para medir los coeficientes de transferencia de calor por convección, se adhiere una hoja metálica muy delgada y de muy baja emisividad (p.ej., cobre altamente pulido) a la superficie de una losa de material con muy baja conductividad térmica. La otra superficie de la hoja metálica se expone a la transferencia de calor por convección mediante un flujo de fluido sobre su superficie. Este arreglo disminuye la conducción de calor a través de la losa y la radiación sobre la superficie de la hoja metálica, mientras que la convección de calor desempeña un papel fundamental. El bloque al que está adherida la hoja metálica, tiene un espesor de 25 mm y una conductividad térmica de 0.023 W/m · K. En una condición donde la temperatura ambiente circundante es de 20°C, la hoja metálica se calienta eléctricamente con un flujo de calor uniforme de 5 000 W/m². Si la superficie inferior de la losa está a 20°C y la hoja metálica tiene una emisividad de 0.02, determine,

a) El coeficiente de transferencia de calor por convección si el aire fluye sobre la hoja metálica y la temperatura de la superficie de la hoja es de 150°C.

b) El coeficiente de transferencia de calor por convección si sobre la hoja de metal fluye agua y la temperatura de la superficie de la hoja es de 30°C.

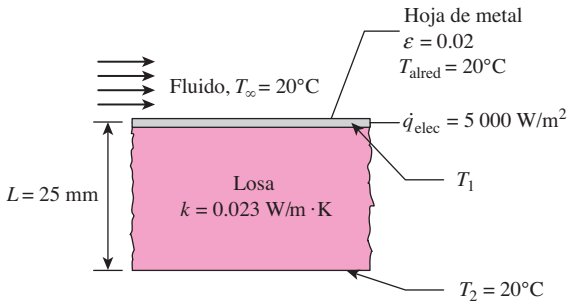


FIGURA P3-65

3-66 Un horno de 5 m de ancho, 4 m de alto y 40 m de largo usado para curar tubos de concreto está hecho con paredes y techo de concreto (k = 0.9 W/m · °C). El horno se mantiene a 40°C por la inyección de vapor de agua caliente en él. Los dos extremos del horno, con un tamaño de 4 m × 5 m, están hechos de lámina metálica de 3 mm de espesor cubierto con espuma de estireno (k = 0.033 W/m · °C) de 2 cm de espesor. Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior del horno son de 3 000 W/m² · °C y

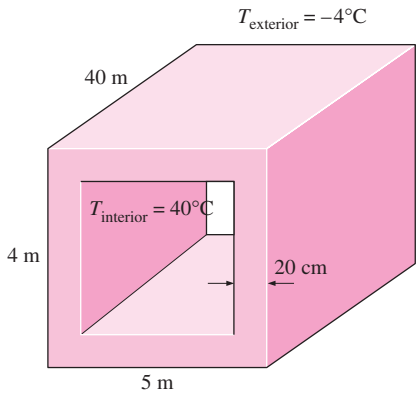


FIGURA P3-66

25 W/m^2 · °C, respectivamente. Si se descarta cualquier pérdida de calor a través del piso, determine la razón de la pérdida de calor del horno cuando el aire ambiente está a –4°C.

3-67 Vuelva a considerar el problema 3-66. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos del espesor de la pared del horno y del coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie exterior sobre la razón de la pérdida de calor del horno. Suponga que el espesor varía de 10 cm hasta 30 cm y el coeficiente de transferencia de calor por convección desde 5 W/m^2 · °C hasta 50 W/m^2 · °C. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor en función del espesor de la pared y del coeficiente de transferencia de calor por convección y discuta los resultados.

3-68I Considere una lámina de vidrio epóxico (k = 0.10 Btu/h · ft · °F) de 10 in × 12 in cuyo espesor es de 0.05 in. Con el fin de reducir la resistencia térmica a través de su espesor, se van a plantar en todo el tablero rellenos cilíndricos de cobre (k = 223 Btu/h · ft · °F) de 0.02 in de diámetro, con una distancia de centro a centro de 0.06 in. Determine el nuevo valor de la resistencia térmica del tablero de vidrio epóxico para la conducción del calor a través de su espesor como resultado de esta modificación. *Respuesta:* 0.000256 h · °F/Btu

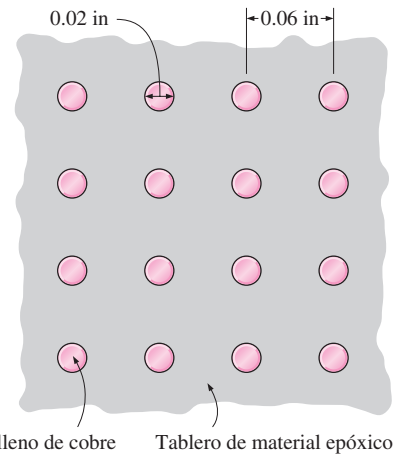


FIGURA P3-68I

Conducción del calor en cilindros y esferas

3-69C ¿Qué es un cilindro infinitamente largo? ¿Cuándo resulta apropiado tratar un cilindro real como si fuera infinitamente largo y cuándo no lo es?

3-70C ¿Puede aplicarse el concepto de resistencia térmica para un cilindro sólido o esfera en operación estacionaria? Explique.

3-71C Considere un cilindro corto cuyas superficies superior e inferior están aisladas. El cilindro está inicialmente a una temperatura uniforme T_i y está sujeto a convección desde su superficie lateral hacia un medio que está a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. ¿La transferencia de calor en este cilindro corto es unidimensional o bidimensional? Explique.

3-72 Se usa un tanque esférico con un diámetro interior de 8 m, hecho de lámina de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C) de 1.5 cm de espesor, para almacenar agua con hielo a 0°C. El tanque está ubicado en un cuarto cuya temperatura es de 25°C. Las paredes del cuarto también están a 25°C. La superficie exterior del tanque es negra (emisividad ε = 1) y la transferencia de calor entre la superficie exterior del tanque y los alrededores es por convección natural y radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del tanque son de 80 W/m^2 · °C y 10 W/m^2 · °C, respectivamente. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque, y *b*) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 h. El calor de fusión del agua a la presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg.

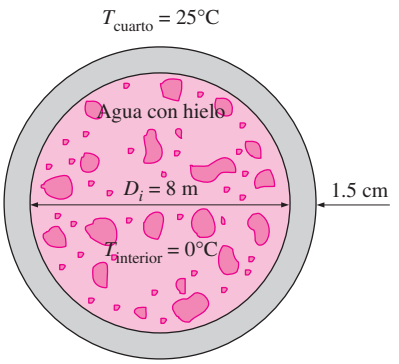


FIGURA P3-72

3-73 En un tubo de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son de 5 cm y 5.5 cm, respectivamente, fluye vapor de agua a 280°C. El tubo está cubierto con aislamiento de lana de vidrio (k = 0.038 W/m · °C) de 3 cm de espesor. El calor se pierde hacia los alrededores que están a 5°C por convección natural y radiación, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección natural y radiación de 22 W/m^2 · °C. Si el coeficiente de transferencia de calor dentro del tubo es 80 W/m^2 · °C, determine la razón de la pérdida de calor del vapor por unidad de longitud del tubo. Determine también las caídas de temperatura a través de la pared del tubo y de la capa de aislamiento.

3-74 Vuelva a considerar el problema 3-73. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del espesor del aislamiento sobre la razón de la pérdida de calor del vapor y la caída de temperatura a través de la capa de aislamiento. Supóngase que el espesor del aislamiento varía de 1 cm hasta 10 cm. Trace las gráficas de la pérdida de calor y de la caída de temperatura en función del espesor del aislamiento y discuta los resultados.

3-75 Una sección de 50 m de largo de un tubo que conduce vapor de agua cuyo diámetro exterior es de 10 cm pasa a través de un espacio abierto que está a 15°C. Se mide la temperatura promedio de la superficie exterior del tubo y resulta ser de 150°C. Si el coeficiente combinado de transferencia de calor sobre la superficie exterior del tubo es de 20 W/m^2 · °C, determine *a*) la razón de la pérdida de calor a través del tubo, *b*) el costo anual de esta pérdida de energía si el vapor

se genera en un hogar de gas natural que tiene una eficiencia de 75% y el precio de ese gas es de 0.52 dólar/therm (1 therm = 105 500 kJ), y *c*) el espesor del aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) necesario para ahorrar 90% del calor perdido. Suponga que la temperatura del tubo permanece constante a 150°C.

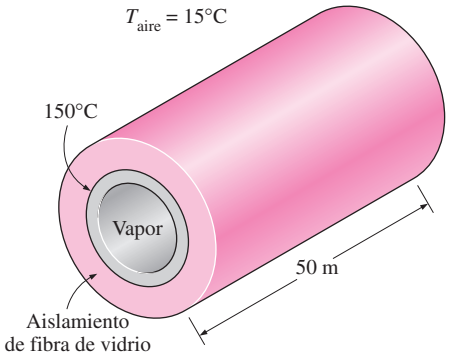


FIGURA P3-75

3-76 Considere un calentador eléctrico para agua de 1.5 m de alto que tiene un diámetro de 40 cm y mantiene el agua a 60°C. El tanque está ubicado en un pequeño cuarto cuya temperatura promedio es de 27°C y los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior del calentador son 50 y 12 W/m^2 · °C, respectivamente. El tanque está colocado en el interior de otro tanque de lámina metálica, de 46 cm de diámetro y espesor despreciable, y el espacio entre los dos tanques está lleno con aislamiento de espuma (k = 0.03 W/m · °C). Las resistencias térmicas del tanque de agua y del casco exterior de hoja metálica delgada son muy pequeñas y se pueden despreciar. El precio de la electricidad es de 0.08 dólar/kWh y el propietario de la casa paga 280 dólares al año para calentar el agua. Determine la fracción del costo de la energía para el agua caliente de esta casa que se puede atribuir a la pérdida de calor del tanque.

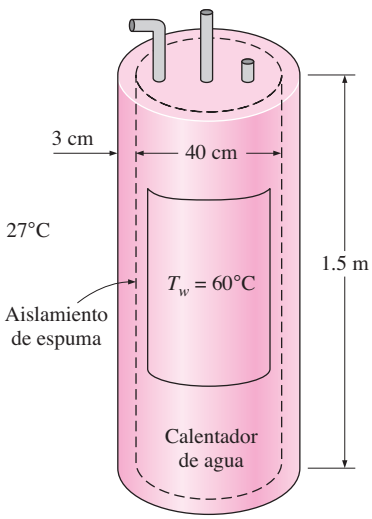


FIGURA P3-76

En el mercado existen equipos de aislamiento para tanques de agua caliente que constan de aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) de 3 cm de espesor, suficientemente grande como para envolver todo el tanque, por alrededor de 30 dólares. Si un aislamiento de este tipo se instala sobre este tanque de agua por el mismo propietario de la casa, ¿cuánto tiempo tardará en pagarse el aislamiento adicional?

Respuesta: 15.2%, 21 meses

3-77 Vuelva a considerar el problema 3-76. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la fracción del costo de la energía para el agua caliente atribuible a la pérdida de calor del tanque en función de la temperatura del agua caliente, en el rango de 40°C hasta 90°C. Discuta los resultados.

3-78 Entra agua fría a 7°C a un tubo largo de pared delgada, de 4 cm de diámetro y 200 m de largo, a razón de 0.98 kg/s, y sale a 8°C. El tubo está expuesto al aire ambiente a 30°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 9 W/m^2 · °C. Si se va a aislar el tubo con material aislante de fibra de vidrio (k = 0.05 W/m · °C) para disminuir la elevación de la temperatura del agua hasta 0.25°C, determine el espesor requerido del material aislante.

3-79 Se transporta vapor de agua sobrecalentado, a una temperatura promedio de 200°C, por un tubo de acero (k = 50 W/m · K, D_o = 8.0 cm, D_i = 6.0 cm y L = 20.0 m). El tubo está aislado con una capa de 4 cm de espesor de argamasa de yeso (k = 0.5 W/m · K), y se encuentra colocado en forma horizontal en el interior de un almacén en donde la temperatura promedio del aire es de 10°C. Se estima que los coeficientes de transferencia de calor del vapor de agua y del aire son 800 y 200 W/m^2 · K, respectivamente. Calcule *a*) la transferencia de calor por día desde el vapor de agua sobrecalentado y *b*) la temperatura de la superficie exterior del material aislante de argamasa de yeso.

3-80I Está fluyendo vapor de agua a través de un tubo de acero (k = 8.7 Btu/h · ft · °F) cuyos diámetros interior y exterior son 3.5 in y 4.0 in, respectivamente, en un medio a 55°F. El tubo está aislado con fibra de vidrio (k = 0.020 Btu/h · ft · °F) de 2 in de espesor. Si los coeficientes de transferencia de calor sobre el interior y el exterior del tubo son 30 y 5 Btu/h · ft^2 · °F, respectivamente, determine la razón de la pérdida de calor del vapor por pie de longitud del tubo. ¿Cuál es el error en que se incurre al despreciar la resistencia térmica del tubo de acero en los cálculos?

3-81 Fluye agua caliente a una temperatura promedio de 90°C a través de una sección de 15 m de un tubo de hierro fundido (k = 52 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son 4 cm y 4.6 cm, respectivamente. La superficie exterior del tubo, cuya emisividad es 0.7, está expuesta al aire frío a 10°C en el sótano, con un coeficiente de transferencia de calor de 15 W/m^2 · °C. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior del tubo es de 120 W/m^2 · °C. Si se considera que las paredes del sótano también están a 10°C, determine la razón de la pérdida de calor del agua caliente. Determine también la velocidad promedio del agua en el tubo si la temperatura de aquélla cae en 3°C a medida que pasa a través del sótano.

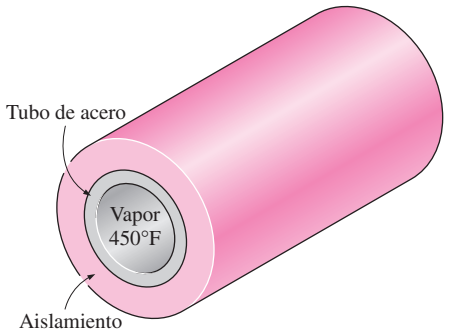


FIGURA P3-81

3-82 Repita el problema 3-81 para un tubo hecho de cobre (k = 386 W/m · °C), en lugar de hierro fundido.

3-83I El vapor que sale de la turbina de una planta generadora a 100°F se condensa en un gran condensador, por enfriamiento con agua que fluye por tubos de cobre (k = 223 Btu/h · ft · °F) con diámetro interior de 0.4 in y exterior de 0.6 in a una temperatura promedio de 70°F. El calor de vaporización del agua a 100°F es 1 037 Btu/lbm. Los coeficientes de transferencia de calor son de 2 400 Btu/h · ft^2 · °F en el lado del vapor, y de 35 Btu/h · ft^2 · °F en el lado del agua. Determine la longitud requerida del tubo para condensar el vapor a razón de 250 lbm/h.

Respuesta: 2 380 ft

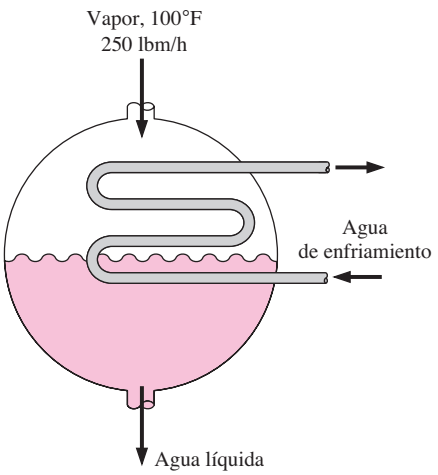


FIGURA P3-83I

3-84I Repita el problema 3-83I, suponiendo que sobre la superficie interior del tubo se ha formado una capa de depósito de minerales (k = 0.5 Btu/h · ft · °F) de 0.01 in de espesor.

3-85I Vuelva a considerar el problema 3-83I. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la conductividad térmica del material del tubo y su diámetro exterior en la longitud requerida del tubo. Varíe la conductividad térmica desde 10 hasta 400 Btu/h · ft · °F y el diámetro exterior desde 0.5 hasta 1.0 in. Trace una gráfica de la longitud del tubo en función de la conductividad y el diámetro exterior del tubo. Discuta los resultados.

3-86 La temperatura de ebullición del nitrógeno a la presión atmosférica al nivel del mar (1 atm) es de –196°C. Por lo tanto, es común usar el nitrógeno en los estudios científicos a bajas temperaturas, ya que la temperatura del nitrógeno en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a –196°C hasta que se agote. Cualquier transferencia de calor hacia el tanque dará por resultado la evaporación de algo del nitrógeno líquido, el cual tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3 a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 3 m de diámetro que está inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y –196°C. El tanque está expuesto al aire ambiente a 15°C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 35 W/m^2 · °C. Se observa que la temperatura del delgado casco esférico es semejante a la del nitrógeno que está en su interior. Determine la rapidez de evaporación del nitrógeno líquido que está en el tanque como resultado de la transferencia de calor del aire ambiente, si dicho tanque *a*) no está aislado, *b*) está aislado con fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) de 5 cm de espesor y *c*) está aislado con un superaislamiento de 2 cm de espesor que tiene una conductividad térmica efectiva de 0.00005 W/m · °C.

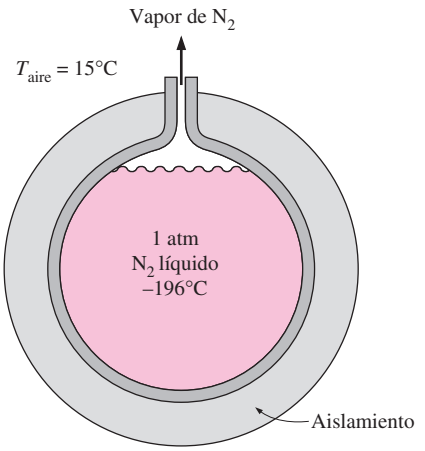


FIGURA P3-86

3-87 Repita el problema 3-86 para el oxígeno líquido, el cual tiene una temperatura de ebullición de –183°C, un calor de vaporización de 213 kJ/kg y una densidad de 1 140 kg/m^3 a la presión de 1 atm.

3-88 Un alambre eléctrico de 2.2 mm de diámetro y 14 m de largo está firmemente envuelto con una cubierta de plástico de 1 mm de espesor cuya conductividad térmica es k = 0.15 W/m · °C. Las mediciones eléctricas indican que por el alambre pasa una corriente de 13 A y se tiene una caída de voltaje de 8 V

a lo largo del mismo. Si el alambre aislado está expuesto a un medio a $T_\infty = 30°C$ con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 24$ W/m^2 · °C, determine la temperatura en la interfase del alambre y la cubierta de plástico en operación estacionaria. Determine también si, al duplicar el espesor de la cubierta, se incrementará o decrecerá esta temperatura en la interfase.

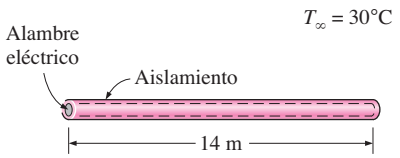


FIGURA P3-88

3-89 En una planta farmacéutica, un tubo de cobre ($k_c = 400$ W/m · K) con un diámetro interno de 20 mm y paredes de un espesor de 2.5 mm se utiliza para transportar oxígeno líquido a un tanque de almacenamiento. El oxígeno líquido que fluye en el tubo tiene una temperatura promedio de –200°C y un coeficiente de transferencia de calor de 120 W/m^2 · K. La temperatura ambiental que rodea al tubo es de 20°C y un coeficiente de transferencia de calor combinado de 20 W/m^2 · K. Si el punto de condensación es 10°C, determine el espesor del aislamiento ($k_i = 0.5$ W/m · K) alrededor del tubo para evitar la condensación en la superficie externa. Suponga que la resistencia térmica de contacto es despreciable.

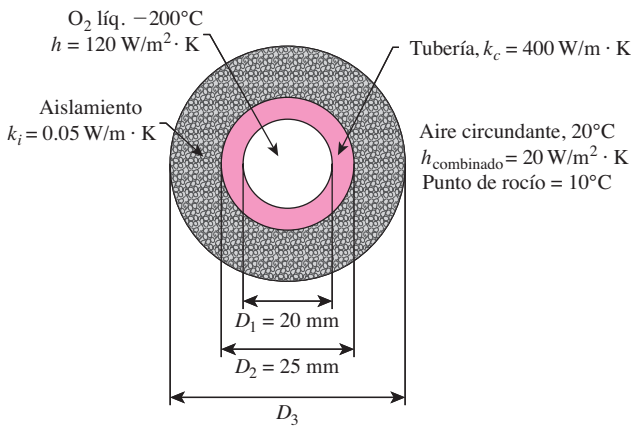


FIGURA P3-89

Radio crítico de aislamiento

3-90C ¿Qué es el radio crítico de aislamiento? ¿Cómo se define para una capa cilíndrica?

3-91C Considere un tubo aislado expuesto a la atmósfera. ¿El radio crítico de aislamiento será mayor en los días calmados o en aquellos en los que hay viento? ¿Por qué?

3-92C Un tubo está aislado para reducir la pérdida de calor de él. Sin embargo, las mediciones indican que la razón de la pérdida de calor ha aumentado en lugar de decrecer. ¿Pueden estar correctas las mediciones?

3-93C Considere un tubo a temperatura constante cuyo radio es mayor que el radio crítico de aislamiento. Alguien afirma que la razón de la pérdida de calor del tubo ha aumentado cuando se agrega algo de aislamiento a éste. ¿Es válida esta afirmación?

3-94C Un tubo está aislado de modo que el radio exterior del aislamiento es menor que el radio crítico. Ahora se quita el aislamiento. ¿La razón de la transferencia de calor del tubo aumentará o disminuirá para la misma temperatura superficial de éste?

3-95I Un alambre eléctrico de 0.083 in de diámetro a 90°F está cubierto por un aislamiento de plástico ($k = 0.075$ Btu/h · ft · °F) de 0.02 in de espesor. El alambre está expuesto a un medio a 50°F, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 2.5 Btu/h · ft^2 · °F. Determine si el aislamiento de plástico sobre el alambre aumentará o disminuirá la transferencia de calor desde este último.

Respuesta: Ayuda

3-96I Repita el problema 3-95I, si se supone una resistencia térmica por contacto de 0.001 h · ft^2 · °F/Btu en la interfase del alambre y el aislamiento.

3-97 Una esfera de 4 mm de diámetro a 50°C está cubierta por un aislamiento de plástico ($k = 0.13$ W/m · °C) de 1 mm de espesor. La esfera está expuesta a un medio a 15°C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 20 W/m^2 · °C. Determine si el aislamiento de plástico que está sobre la esfera ayudará o dañará a la transferencia de calor desde esta última.

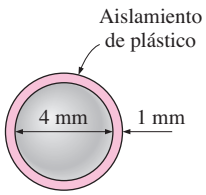


FIGURA P3-97

3-98 Vuelva a considerar el problema 3-97. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor desde la esfera en función del espesor del aislamiento de plástico en el rango de 0.5 mm hasta 20 mm. Discuta los resultados.

Transferencia de calor desde superficies con aletas

3-99C Se va a enfriar aire caliente conforme se le fuerza a fluir por tubos expuestos al aire atmosférico. Se han agregado aletas con el fin de mejorar la transferencia de calor. ¿El lector recomendaría que las aletas se sujetaran adentro o afuera de los tubos? ¿Por qué? ¿Cuándo recomendaría que las aletas se sujetaran tanto adentro como afuera de los tubos?

3-100C ¿Cuál es la razón para el amplio uso de las aletas sobre las superficies?

3-101C ¿Cuál es la diferencia entre la efectividad y la eficiencia de las aletas?

3-102C Se determina que las aletas sujetas a una superficie tienen una efectividad de 0.9. ¿Piensa el lector que la razón de la transferencia de calor desde la superficie ha aumentado o disminuido como resultado de la adición de estas aletas?

3-103C Explique de qué manera las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie. Asimismo, explique cómo es que la adición de aletas puede disminuir la transferencia de calor desde una superficie.

3-104C ¿En qué difiere la efectividad total de una superficie con aletas de la efectividad de una sola aleta?

3-105C Se enfría agua caliente a medida que fluye por tubos expuestos al aire atmosférico. Se han agregado aletas con el fin de mejorar la transferencia de calor. ¿El lector recomendaría que las aletas se sujetaran adentro o afuera de los tubos? ¿Por qué?

3-106C Considere dos superficies con aletas que son idénticas, excepto que las aletas que están sobre la primera superficie se formaron por fundición o extrusión, en tanto que en la segunda superficie se sujetaron posteriormente soldándolas o sujetándolas con firmeza. ¿En cuál de los dos casos piensa el lector que las aletas mejorarán más la transferencia de calor? Explique.

3-107C El área superficial de transferencia de calor de una aleta es igual a la suma de todas las superficies de la misma expuestas al medio circundante, incluyendo el área superficial de la punta. ¿En qué condiciones podemos despreciar la transferencia de calor desde la punta?

3-108C ¿La *a*) eficiencia y *b*) la efectividad de una aleta aumentan o disminuyen a medida que se incrementa la longitud de la misma?

3-109C Dos aletas de espiga son idénticas, excepto en que el diámetro de una de ellas es el doble del diámetro de la otra. ¿Para cuál de las aletas la *a*) efectividad y *b*) la eficiencia será más alta? Explique.

3-110C Dos aletas de placa de sección transversal rectangular constante son idénticas, excepto en que el espesor de una de ellas es el doble del espesor de la otra. ¿Para cuál de las aletas la *a*) efectividad y *b*) la eficiencia será más alta? Explique.

3-111C Dos superficies con aletas son idénticas, excepto en que el coeficiente de transferencia de calor de una de ellas es el doble del correspondiente a la otra. ¿Para cuál de las superficies con aletas la *a*) efectividad de la aleta y *b*) la eficiencia de la misma será más alta? Explique.

3-112 Obtenga una relación para la eficiencia de la aleta para una con área de la sección transversal, A_c, constante, perímetro p, longitud L y conductividad térmica k expuesta a convección hacia un medio a T_∞, con un coeficiente h de transferencia de calor. Suponga que las aletas son suficientemente largas de modo que la temperatura de la aleta en la punta es cercana a T_∞. Tome la temperatura de la aleta en la base como T_b y desprecie la transferencia de calor desde las puntas. Simplifique la relación para *a*) una aleta circular de diámetro D y *b*) aletas rectangulares de espesor t.

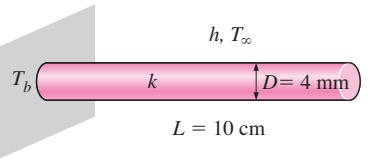


FIGURA P3-112

3-113 La resistencia térmica de la caja al ambiente de un transistor de potencia que tiene una potencia nominal máxima de 15 W es de 25°C/W. Si la temperatura de la caja del transistor no debe sobrepasar 80°C, determine la potencia a la cual se puede operar este transistor con seguridad en un medio a 35°C.

3-114 Se fija a una superficie una aleta de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 4 mm de diámetro y 10 cm de largo. Si el coeficiente de transferencia de calor es de 12 W/m^2 · °C, determine el porcentaje de error en la estimación de la transferencia de calor desde la aleta al suponer que la aleta es infinitamente larga, en lugar de suponer una punta adiabática.

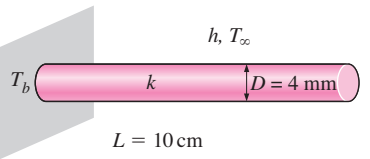


FIGURA P3-114

3-115 Considere una aleta rectangular muy larga, fijada a una superficie plana en tal forma que la temperatura en el extremo de la aleta es prácticamente la del aire circundante, es decir, 20°C. Su ancho es de 5.0 cm, su espesor de 1 mm, su conductividad térmica de 200 W/m · K y su temperatura en la base de 40°C. El coeficiente de transferencia de calor es de 20 W/m^2 · K. Estime la temperatura de la aleta a una distancia de 5.0 cm medida desde la base y la razón de pérdida de calor a través de toda la aleta.

3-116 Un motor DC suministra potencia mecánica a un eje de acero inoxidable giratorio (k = 15.1 W/m · K) de una longitud de 25 cm y un diámetro de 25 mm. En un entorno con una temperatura de 20°C y coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · K, el área de la cubierta del motor expuesta a la temperatura ambiental es de 0.075 m^2. El motor utiliza 300 W de energía eléctrica, 55% de la cual convierte en

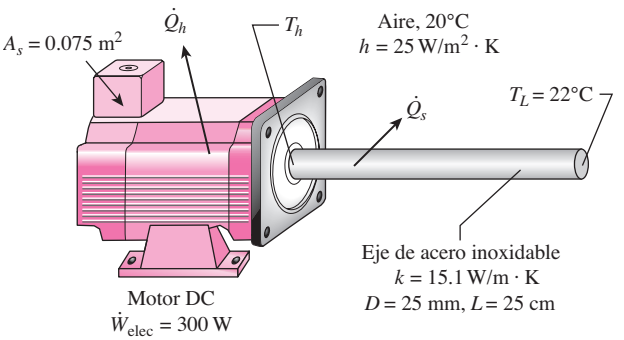


FIGURA P3-116

energía mecánica para hacer girar el eje de acero inoxidable. Si la punta del eje de acero inoxidable tiene una temperatura de 22°C, determine la temperatura superficial de la cubierta del motor. Suponga que la temperatura de la base del eje es igual a la temperatura superficial de la cubierta del motor.

Respuesta: 87.7°C.

3-117 Dos tubos de hierro fundido (k = 52 W/m · °C) de 4 m de largo, 0.4 cm de espesor y 10 cm de diámetro que conducen vapor de agua están conectados entre sí por medio de dos bridas de 1 cm de espesor cuyo diámetro exterior es de 18 cm. El vapor fluye en el interior del tubo a una temperatura promedio de 200°C con un coeficiente de transferencia de calor de 180 W/m^2 · °C. La superficie exterior del tubo está expuesta a un ambiente a 12°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 · K. *a*) Si se descartan las bridas, determine la temperatura promedio de la superficie exterior del tubo. *b*) Con esta temperatura para la base de la brida y si se consideran a las bridas como aletas, determine la eficiencia de la aleta y la razón de la transferencia de calor desde ellas. *c*) ¿A qué longitud del tubo es equivalente la sección de las bridas para los fines de la transferencia de calor?

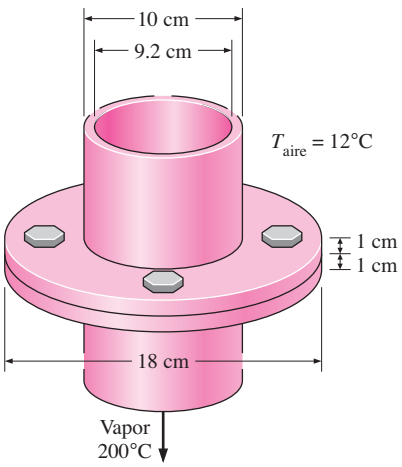


FIGURA P3-117

3-118 Se va a enfriar un transistor de potencia de 40 W acoplándolo a un sumidero de calor de los que se encuentran en el comercio y que se muestran en la tabla 3-6. Seleccione un sumidero de calor que permitirá que la temperatura de la caja del transistor no sobrepase 90°C en el aire ambiente a 20°.

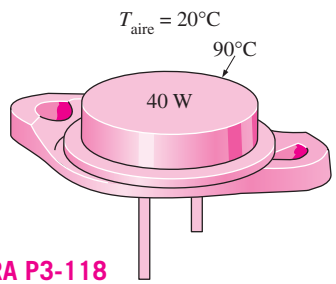


FIGURA P3-118

3-119 Se va a enfriar un transistor de potencia de 25 W sujetándolo a un sumidero de calor de los que se encuentran en el comercio y que se muestran en la tabla 3-6. Seleccione un sumidero de calor que permitirá que la temperatura de la caja del transistor no sobrepase 55°C en el aire ambiente a 18°.

3-120 Un álabe de la turbina hecha de una aleación metálica (k = 17 W/m · K) tiene una longitud de 5.3 cm, un perímetro de 11 cm y un área de sección transversal de 5.13 cm^2. El álabe de la turbina está expuesto al gas caliente de la cámara de combustión a 973°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 538 W/m^2 · K. La base del álabe de la turbina mantiene una temperatura constante de 450°C y su punta es adiabática. Determine la razón de transferencia de calor al álabe de la turbina y su temperatura en la punta.

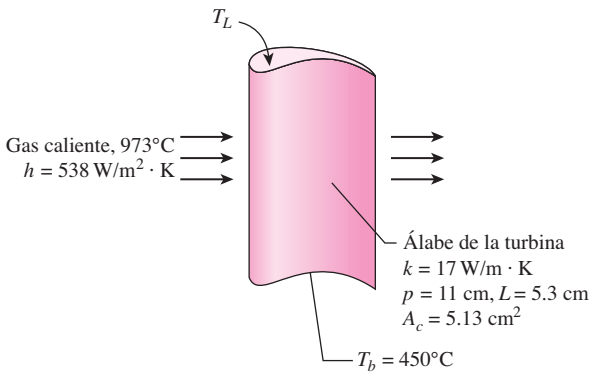


FIGURA P3-120

3-121 Una tubería con diámetros interno y externo de 50 mm y 60 mm, respectivamente, se utiliza para transportar vapor sobrecalentado en una planta de manufactura. Los tubos de la tubería de una conductividad térmica de 16 W/m · K se conectan entre sí mediante bridas con un espesor combinado de 20 mm y un diámetro externo de 90 mm. El aire que rodea a la tubería tiene una temperatura de 25°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. Si la temperatura de la superficie interna de la tubería se mantiene a una temperatura estacionaria de 150°C, determine la temperatura en la base de la brida y la razón de pérdida de calor a través de ésta.

Respuestas: 148°C, 18 W

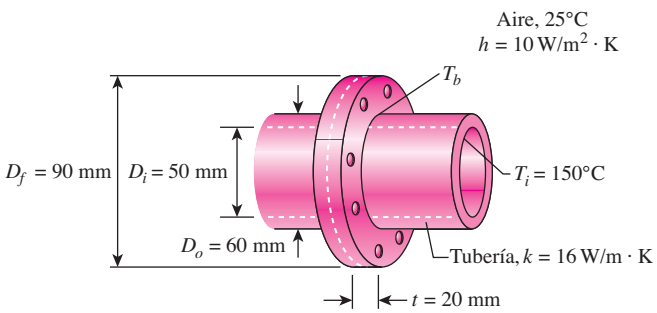


FIGURA P3-121

3-122 Una pared plana con una temperatura superficial de 350°C está conectada a aletas rectangulares rectas (k = 235 W/m · K). Las aletas están expuestas a una temperatura ambiente de 25°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 154 W/m^2 · K. Cada aleta tiene una longitud de 50 mm, una base de 5 mm de espesor y una anchura de 100 mm. Determine la eficiencia, la razón de transferencia de calor y la efectividad de cada aleta, mediante *a*) la tabla 3-3 y *b*) la figura 3-43.

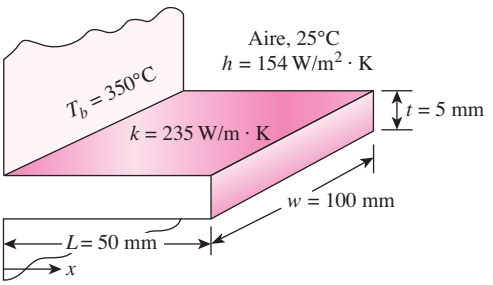


FIGURA P3-122

3-123 El vapor de un sistema de calefacción fluye por tubos cuyo diámetro exterior es de 5 cm y cuyas paredes se mantienen a 130°C. Al tubo se le sujetan aletas circulares de la aleación de aluminio 2024-T6 (k = 186 W/m · °C), de diámetro exterior de 6 cm y espesor constante de 1 mm. El espacio entre las aletas es de 3 mm y, por lo tanto, se tienen 250 aletas por metro de longitud del tubo. El calor se transfiere al aire circundante que está a T_∞ = 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 40 W/m^2 · °C. Determine el aumento en la transferencia de calor desde el tubo, por metro de longitud, como resultado de la adición de las aletas. *Respuesta:* 1 788 W

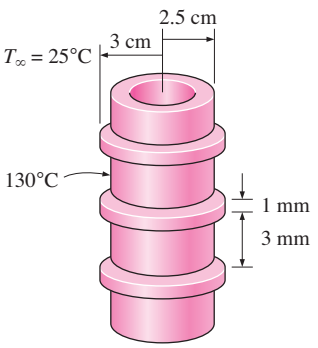


FIGURA P3-123

3-124I Considere una cuchara de acero inoxidable (k = 8.7 Btu/h · ft · °F) sumergida parcialmente en agua hirviente a 200°F, en una cocina a 75°F. El mango de la cuchara tiene una sección transversal de 0.08 in × 0.5 in y se extiende 7 in en el aire a partir de la superficie libre del agua. Si el coeficiente de transferencia de calor en las superficies expuestas del mango de la cuchara es de 3 Btu/h · ft^2 · °F, determine la diferencia de temperatura a través de la superficie expuesta de ese mango. Exprese sus suposiciones. *Respuesta:* 124.6°F

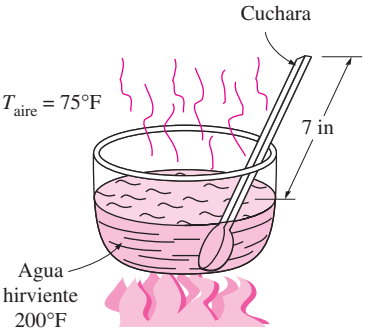


FIGURA P3-124I

3-125I Repita el problema 3-124I para una cuchara de plata (k = 247 Btu/h · ft · °F).

3-126 Vuelva a considerar el problema 3-124I. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la conductividad térmica del material de la cuchara y de la longitud de su extensión en el aire sobre la diferencia de temperatura a través de la superficie expuesta del mango. Suponga que la conductividad térmica varía desde 5 hasta 225 Btu/h · ft · °F, y la longitud desde 5 hasta 12 in. Trace las gráficas de la diferencia de temperatura en función de la conductividad térmica y de la longitud, y discuta los resultados.

3-127 Una tarjeta de circuitos eléctricos de 0.4 cm de espesor, 12 cm de alto y 18 cm de largo aloja 80 chips lógicos colocados muy cercanos entre sí sobre uno de los lados, cada uno de ellos disipando 0.04 W. La tarjeta está impregnada con empaste de cobre y tiene una conductividad térmica efectiva de 30 W/m · °C. Todo el calor generado en los chips es conducido a través de la tarjeta de circuitos y se disipa desde el lado posterior de la misma hacia un medio a 40°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 52 W/m^2 · °C. *a*) Determine las temperaturas sobre los dos lados de la tarjeta. *b*) Ahora al lado posterior de la tarjeta se pega una placa de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 0.2 cm de espesor, 12 cm de alto y 18 cm de largo, con 864 aletas de espiga de aluminio de 2 cm de largo y 0.25 cm de diámetro, con un adhesivo epóxico (k = 1.8 W/m · °C). Determine las nuevas temperaturas sobre los dos lados de la tarjeta de circuitos eléctricos.

3-128 Repita el problema 3-127, usando una placa de cobre con aletas del mismo metal (k = 386 W/m · °C), en lugar de las de aluminio.

3-129 Una superficie caliente a 100°C se va a enfriar sujetándole aletas de pasador de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 0.25 cm de diámetro, 3 cm de largo y con una distancia entre centros de 0.6 cm. La temperatura del medio circundante es de 30°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies es de 35 W/m^2 · °C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la superficie para una sección de 1 m × 1 m de la placa. Determine también la efectividad total de las aletas.

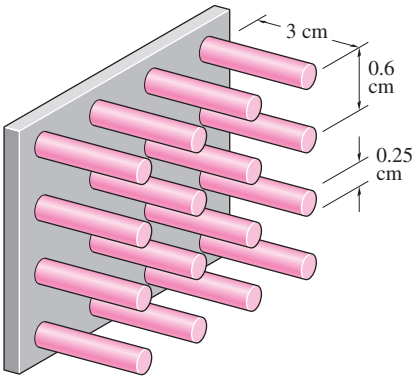


FIGURA P3-129

3-130 Repita el problema 3-129, usando aletas de cobre (k = 386 W/m · °C) en lugar de las de aluminio.

3-131 Vuelva a considerar el problema 3-129. Usando el software EES (o cualquier otro semejante) investigue el efecto de la distancia entre centros de las aletas sobre la razón de la transferencia de calor desde la superficie y sobre la efectividad total de las aletas. Suponga que esa distancia varía de 0.4 cm hasta 2.0 cm. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor y de la efectividad total de las aletas en función de la distancia entre centros y discuta los resultados.

3-132 Se usan, para enfriamiento, aletas de sección transversal circular con un diámetro D = 1 mm y una longitud L = 30 mm, fabricadas de cobre (k = 380 W/m · K), para mejorar la transferencia de calor desde una superficie que se mantiene a la temperatura T_{s1} = 132°C. Cada aleta tiene uno de sus extremos fijado a esta superficie (x = 0), en tanto que el extremo opuesto ($x = L$) se encuentra unido a una segunda superficie, la cual se mantiene a T_{s2} = 0°C. El aire que fluye entre las superficies y las aletas también está a T_∞ = 0°C y el coeficiente de convección es h = 100 W/m^2 · K.

a) Exprese la función $\theta(x) = T(x) - T_\infty$ a lo largo de una aleta y calcule la temperatura en $x = L/2$.

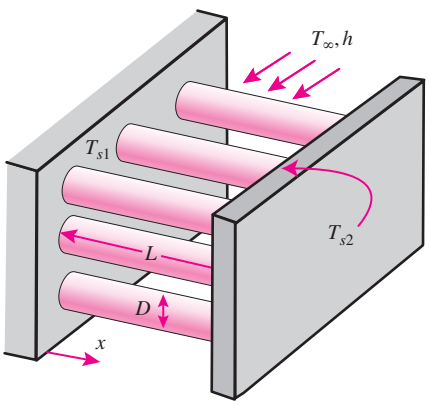


FIGURA P3-132

b) Determine la razón de transferencia de calor desde la superficie caliente, a través de cada aleta, y la efectividad de ésta. ¿Se justifica el uso de aletas? ¿Por qué?

c) ¿Cuál es la razón total de transferencia de calor desde una sección de la pared de 10 cm × 10 cm de dimensiones, la cual tiene 625 aletas uniformemente distribuidas? Suponga el mismo coeficiente de convección para la aleta y para la superficie sin aletas.

Transferencia de calor en configuraciones comunes

3-133C ¿Qué es un factor de forma en la conducción? ¿Cómo está relacionado con la resistencia térmica?

3-134C ¿Cuál es el valor de los factores de forma en la conducción en la ingeniería?

3-135 Tubos de agua caliente y fría de 12 m de largo están tendidos paralelos entre sí en una capa gruesa de concreto. Los diámetros de los dos tubos son de 6 cm y la distancia entre las líneas centrales de los mismos es de 40 cm. Las temperaturas superficiales de los tubos son de 60°C, para el de agua caliente, y de 15°C, para el de fría. Si la conductividad térmica del concreto es k = 0.75 W/m · °C, determine la razón de la transferencia de calor entre los tubos. *Respuesta:* 492 W

3-136 Vuelva a considerar el problema 3-135. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor entre los tubos en función de la distancia entre las líneas centrales de los mismos en el rango de 10 cm hasta 1.0 m. Discuta los resultados.

3-137I Una fila de varillas usadas de combustible de uranio de 3 ft de largo y 1 in de diámetro que todavía están radiactivas se entierran paralelas entre sí con una distancia entre centros de 8 in a una profundidad de 15 ft de la superficie del suelo en un lugar donde la conductividad térmica de éste es de 0.6 Btu/h · ft · °F. Si las temperaturas superficiales de las varillas y del suelo son 350°F y 60°F, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor de esas varillas hacia la atmósfera a través del suelo.

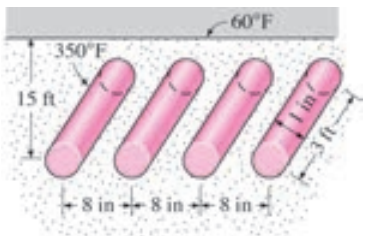


FIGURA P3-137I

3-138 Un tubo que conduce agua caliente, de 12 m de largo y 8 cm de diámetro de un sistema municipal de calefacción, está enterrado 80 cm por debajo de la superficie del suelo. La temperatura de la superficie exterior del tubo es de 60°C. Si la temperatura superficial de la tierra es 2°C y la conductividad térmica del suelo en ese lugar es 0.9 W/m · °C, determine la razón de la pérdida de calor del tubo.

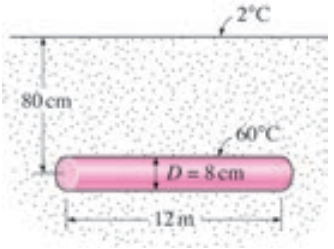


FIGURA P3-138

3-139 Vuelva a considerar el problema 3-138. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la pérdida de calor del tubo en función de la profundidad a la que está enterrado, en el rango de 20 cm hasta 2.0 m. Discuta los resultados.

3-140 Agua caliente a una temperatura promedio de 53°C y a una velocidad promedio de 0.4 m/s fluye por una sección de 5 m de un tubo de pared delgada que tiene un diámetro exterior de 2.5 cm. El tubo pasa por el centro de una pared de 14 cm de espesor llena con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C). Si las superficies de la pared están a 18°C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor del tubo hacia el aire en los cuartos y *b*) la caída de temperatura del agua caliente conforme fluye por esta sección de 5 m de largo de la pared. *Respuestas:* 19.6 W, 0.024°C

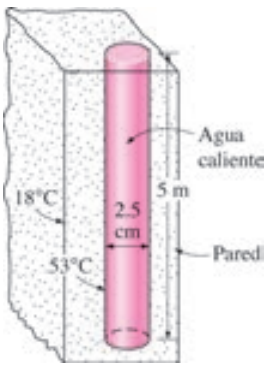


FIGURA P3-140

3-141 Agua caliente a una temperatura promedio de 80°C y a una velocidad promedio de 1.5 m/s fluye por una sección de 25 m de un tubo que tiene un diámetro exterior de 5 cm. El tubo se extiende 2 m en el aire ambiente arriba del piso, entra verticalmente en el suelo (k = 1.5 W/m · °C) una distancia de 3 m y sigue en forma horizontal a esta profundidad por 20 m más antes de entrar al siguiente edificio. La primera sección del tubo está expuesta al aire ambiente a 5°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 22 W/m^2 · °C. Si la superficie del suelo está cubierta con nieve a −3°C, determine *a*) la razón total de la pérdida de calor del agua caliente y *b*) la caída de temperatura del agua caliente conforme fluye por esta sección de 25 m de largo del tubo.

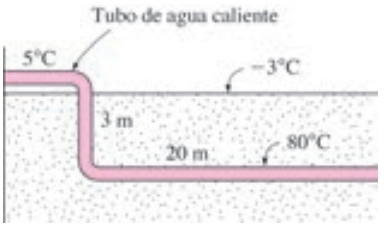


FIGURA P3-141

3-142 Considere una casa con un techo plano cuyas dimensiones exteriores son de 12 m × 12 m. Las paredes exteriores de la casa tienen 6 m de alto. La paredes y el techo de la casa están hechos de concreto (k = 0.75 W/m · °C) de 20 cm de espesor. Las temperaturas de las superficies interior y exterior de la casa son 15°C y 3°C, respectivamente. Si se consideran los efectos de los bordes de las superficies adjuntas, determine la razón de la pérdida de calor de la casa a través de sus paredes y el techo. ¿Cuál es el error que se comete al ignorar los efectos de los bordes y las esquinas y, por simplicidad, tratar el techo como una superficie de 12 m × 12 m y las paredes como superficies de 6 m × 12 m?

3-143 Considere un ducto de concreto (k = 0.75 W/m · °C) de pared gruesa de 25 m de largo y cuya sección transversal es cuadrada. Las dimensiones exteriores del ducto son 20 cm × 20 cm y el espesor de la pared del mismo es de 2 cm. Si las superficies interior y exterior del ducto están a 100°C y 30°C, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor a través de las paredes del mismo. *Respuesta:* 47.1 kW

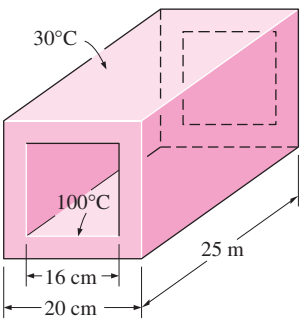


FIGURA P3-143

3-144 Un tanque esférico de 3 m de diámetro y que contiene algo de material radiactivo está enterrado en el suelo (k = 1.4 W/m · °C). La distancia entre la superficie exterior del tanque y la del suelo es de 4 m. Si las temperaturas superficiales del tanque y del suelo son 140°C y 15°C, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor desde el tanque.

3-145 Vuelva a considerar el problema 3-144. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor

desde el tanque en función del diámetro de éste, en el rango de 0.5 m hasta 5.0 m. Discuta los resultados.

3-146 Agua caliente a una temperatura promedio de 90°C pasa por una fila de ocho tubos paralelos que tienen 4 m de largo y un diámetro exterior de 3 cm, ubicados verticalmente en medio de una pared de concreto (k = 0.75 W/m · °C) que tiene 4 m de alto, 8 m de largo y 15 cm de espesor. Si las superficies de la pared de concreto están expuestas a un medio a 32°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2 · °C, determine la razón de la pérdida de calor del agua caliente y la temperatura superficial de la pared.

Tema de interés especial: Transferencia de calor a través de paredes y techos

3-147C ¿Qué es el valor R de una pared? ¿En qué difiere de la resistencia térmica unitaria de la pared? ¿Cómo está relacionado con el factor U?

3-148C ¿Cuál es la emisividad efectiva para un espacio lleno de aire de planos paralelos? ¿Cómo se determina? ¿Cómo se determina la transferencia de calor por radiación a través del espacio lleno de aire cuando se conoce la emisividad efectiva?

3-149C En la tabla 3-9 se dan las resistencias térmicas unitarias (valores R) de espacios verticales de aire de 40 mm y 90 mm como 0.22 m^2 · °C/W, lo cual implica que duplicar el espesor del espacio lleno de aire en una pared no tiene efecto sobre la transferencia de calor a través de esta última. ¿Piensa que éste es un error de mecanografía? Explique.

3-150C ¿Qué es una barrera radiante? ¿Qué clase de materiales son adecuados para usarlos como barreras radiantes? ¿Vale la pena usar barreras radiantes en los áticos de las casas?

3-151C Considere una casa cuyo espacio del ático está ventilado de manera eficaz, de modo que la temperatura del aire en él es la misma que la del aire ambiente en todo momento. ¿El tejado todavía tendrá algún efecto sobre la transferencia de calor a través del techo interior? Explique.

3-152 Determine el valor R y el factor U de verano de una pared con armazón de madera que está construida con montantes de madera de 38 mm × 140 mm con una distancia centro a centro de 400 mm. La cavidad de 140 mm de ancho entre los montantes está llena con aislamiento de lámina de fibra mineral. El interior está acabado con un tablero de yeso de 13 mm y el exterior con lámina de fibra de madera de 13 mm y tablas de forro achaflanadas y traslapadas de madera de 13 mm × 200 mm. La cavidad aislada constituye 80% del área de transmisión de calor, en tanto que los montantes, travesaños y soleras superior e inferior constituyen un 20%.

Respuestas: 3.213 m^2 · °C/W, 0.311 W/m^2 · °C

3-153 El forro de lámina de fibra de madera de 13 mm de espesor de la pared de montantes de madera del problema 3-152 se reemplaza por un aislamiento de espuma rígida de 25 mm de espesor. Determine el porcentaje de incremento en el valor R de la pared que se tiene como resultado.

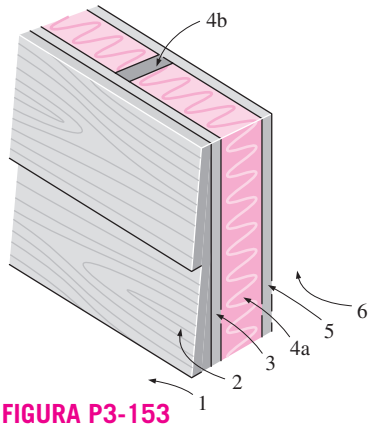


FIGURA P3-153

3-154 El coeficiente total de transferencia de calor (el valor U) de una pared en condiciones de diseño de invierno es U = 2.25 W/m^2 · °C. Ahora, se agrega una capa de ladrillos de fachada de 100 mm en el exterior, dejando un espacio lleno de aire de 20 mm entre la pared y los ladrillos. Determine el nuevo valor U de la pared. Asimismo, determine la razón de la transferencia de calor a través de una sección de 3 m de alto y 7 m de largo de la pared después de la modificación, cuando las temperaturas en el interior y el exterior son de 22°C y –25°C, respectivamente.

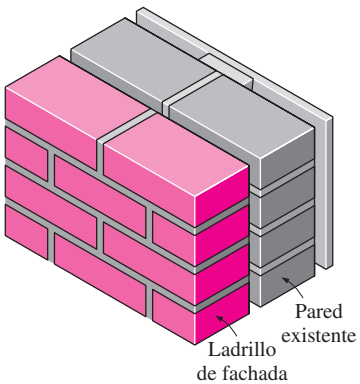


FIGURA P3-154

3-155 Considere un techo interior plano que está construido con montantes de madera de 38 mm × 90 mm con una distancia centro a centro de 400 mm. La parte inferior del techo está acabada con un tablero de yeso de 13 mm, en tanto que la superior consiste en un subpiso de madera (R = 0.166 m^2 · °C/W), una madera contrachapada de 13 mm, una capa de fieltro (R = 0.011 m^2 · °C/W) y linóleo (R = 0.009 m^2 · °C/W). Los dos lados del techo están expuestos a aire estático. El espacio de aire constituye 82% del área de transmisión de calor, en tanto que los montantes y travesaños constituyen 18%. Determine el valor R y el factor U de invierno del techo interior, si el espacio lleno de aire de 90 mm de ancho entre los montantes *a*) no tiene superficie reflectora, *b*) tiene una superficie reflectora con ε = 0.05 en uno de los lados y *c*) tiene superficies reflectoras con ε = 0.05 en los dos lados. Suponga una temperatura media de 10°C y una diferencia de temperatura de 5.6°C para el espacio lleno de aire.

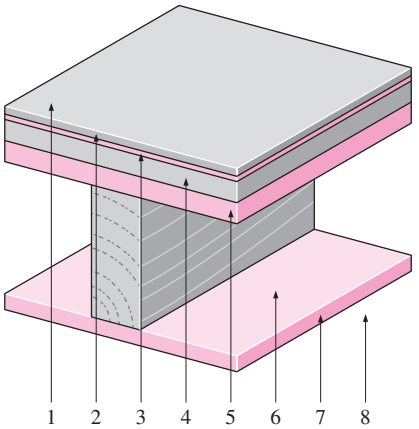


FIGURA P3-155

3-156 Determine el valor R y el factor U de invierno de una pared hueca de mampostería que consta de ladrillos comunes de 100 mm, un espacio de aire de 90 mm, bloques de concreto de 100 mm hechos de agregado ligero, espacio de aire de 20 mm y tablero de yeso de 13 mm separado del bloque de concreto por listones verticales de 20 mm de espesor (1 in × 3 in nominales) cuya distancia centro a centro es de 400 mm. Ninguno de los lados de los espacios llenos de aire está recubierto con película reflectora. Al determinar el valor R, de los espacios llenos de aire, se puede tomar la diferencia de temperatura a través de ellos como de 16.7°C, con una temperatura media del aire de 10°C. El espacio de aire constituye 84% del área de transmisión del calor, en tanto que los listones verticales y las estructuras semejantes constituyen 16%.

Respuestas: 1.02 m² · °C/W, 0.978 W/m² · °C

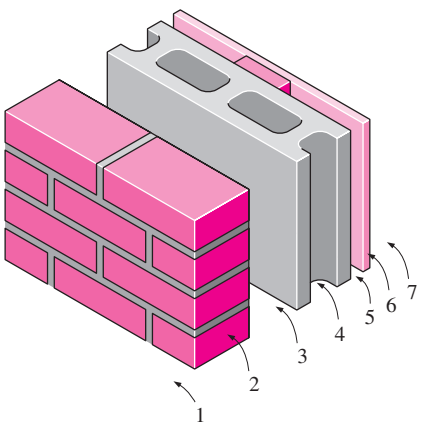


FIGURA P3-156

3-157 Repita el problema 3-156, suponiendo que uno de los lados de los dos espacios de aire está recubierto con una película reflectora de $\varepsilon = 0.05$.

3-158 Determine el valor R y el factor U de invierno de una pared de mampostería que consta de las capas siguientes: ladrillos de fachada de 100 mm, ladrillos comunes de 100 mm, aislamiento de espuma rígida de uretano de 25 mm y tablero de yeso de 13 mm. *Respuestas:* 1.404 m² · °C/W, 0.712 W/m² · °C

3-159 El coeficiente total de transferencia de calor (el valor U) de una pared en condiciones de diseño de invierno es U = 1.40 W/m² · °C. Determine el valor U de la pared en condiciones de diseño de verano.

3-160I Determine el valor R y el factor U de invierno de una pared hueca de mampostería que está construida con bloques de concreto de 4 in de espesor hechos de agregado ligero. El exterior está acabado con ladrillo de fachada de 4 in con $\frac{1}{2}$ in de mortero de cemento entre los ladrillos y los bloques de concreto. El acabado interior consiste en tablero de yeso de $\frac{1}{2}$ in separado del bloque de concreto por listones verticales de $\frac{3}{4}$ in de espesor (1 in por 3 in nominales) cuya distancia centro a centro es de 16 in. Ninguno de los lados del espacio lleno de aire de $\frac{3}{4}$ in de espesor está cubierto con película reflectora. Al determinar el valor R del espacio lleno de aire, la diferencia de temperatura a través de él se puede tomar como de 30°F, con una temperatura media del aire de 50°F. El espacio lleno de aire constituye 80% del área de transmisión de calor, en tanto que los listones verticales y las estructuras similares constituyen un 20%.

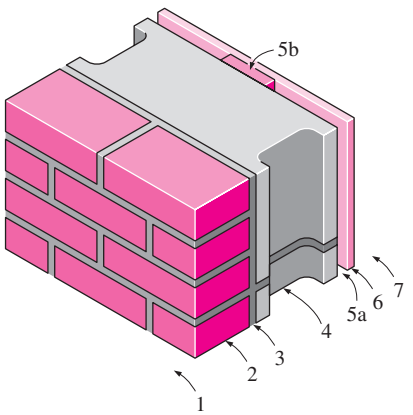


FIGURA P3-160I

3-161 Determine los valores R de verano y de invierno, en m² · °C/W, de una pared de mampostería que consta de ladrillos de fachada de 100 mm, 13 mm de mortero de cemento, bloque de concreto ligero de 100 mm, espacio de aire de 40 mm y tablero de yeso de 20 mm.

Respuestas: 0.809 y 0.795 m² · °C/W

3-162I Se determina que el coeficiente total de transferencia de calor de una pared es U = 0.075 Btu/h · ft² · °F en las condiciones de aire estático en el interior y vientos de 7.5 mph en el exterior. ¿Cuál será el factor U cuando se duplica la velocidad del viento en el exterior? *Respuesta:* 0.0755 Btu/h · ft² · °F

3-163 Dos casas son idénticas, excepto en que las paredes de una de ellas consta de bloques de concreto ligero de 200 mm, espacio de aire de 20 mm y tablero de yeso de 20 mm, en tanto que las paredes de la otra se hicieron con la construcción estándar de paredes de armazón con R-2.4 m² · °C/W. ¿Cuál de las dos piensa el lector que es más eficiente con respecto a la energía?

3-164 Determine el valor R de un techo interior que consta de una capa de losetas acústicas de 19 mm cuya parte superior es-

tá cubierta con una hoja de aluminio intensamente reflectora para las condiciones de invierno. Suponga que el aire está estático arriba y abajo de las losetas.

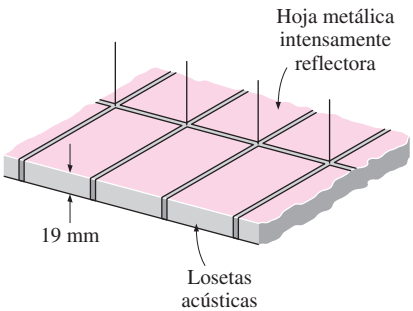


FIGURA P3-164

Problemas de repaso

3-165 Una barra cilíndrica de combustible nuclear de 15 mm de diámetro está revestida por un cilindro cerámico hueco concéntrico con un diámetro interno de 35 mm y un diámetro externo de 110 mm. Este arreglo crea una brecha de aire entre la barra de combustible y el cilindro hueco de cerámica con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. El cilindro hueco de cerámica tiene una conductividad térmica de 0.07 W/m · K y su superficie externa mantiene una temperatura constante de 30°C. Si la barra de combustible genera calor a una razón de MW/m^3, determine la temperatura en la superficie de la barra de combustible. *Respuesta:* 1 026°C

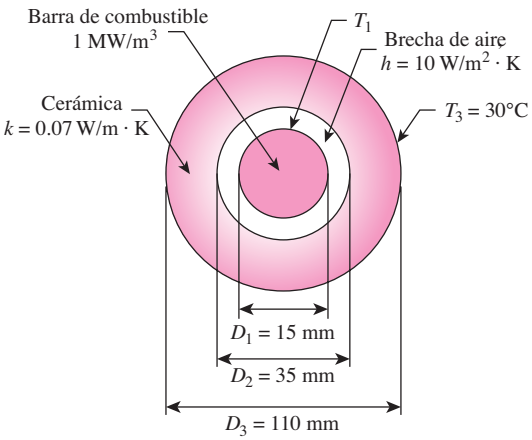


FIGURA P3-165

3-166 En un sistema de calentamiento el vapor fluye a través de tubos cuyo diámetro externo es de 3 cm y cuyas paredes se mantienen a una temperatura de 120°C. Aletas circulares de aleación de aluminio (k = 180 W/m · K), de diámetro externo de 6 cm y espesor constante de t = 2 mm se fijan al tubo, como se muestra en la figura P3-166. El espacio entre las aletas es de 3 mm, por lo tanto hay 200 aletas por metro de tubo. El calor se transfiere al aire circundante a 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor combinado de 60 W/m^2 · K. Determine el incremento en la transferencia de calor del tubo por metro de longitud como consecuencia de agregar aletas.

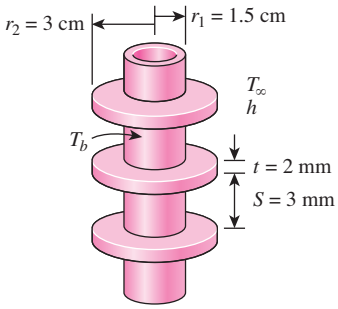


FIGURA P3-166

3-167I Se produce vapor de agua en los tubos de cobre (k = 223 Btu/h · ft · °F) de un intercambiador de calor, a una temperatura de 280°F, mediante la condensación de otro fluido sobre las superficies exteriores de los mismos tubos que está a 350°F. Los diámetros interior y exterior del tubo son 1 in y 1.3 in, respectivamente. Cuando el intercambiador de calor estaba nuevo, la razón de la transferencia de calor por pie de longitud del tubo era de 2 × 10^4 Btu/h. Determine la razón de la transferencia de calor por pie de longitud del tubo cuando, después del uso prolongado de éste, se ha formado una capa de 0.01 in de espesor de caliza (k = 1.7 Btu/h · ft · °F) sobre su superficie interior.

3-168I Repita el problema 3-167I, si se supone que se ha formado la capa de 0.01 in de espesor de caliza tanto sobre la superficie interior como sobre la exterior.

3-169 Fluye agua caliente a una velocidad promedio de 1.5 m/s por un tubo de hierro fundido (k = 52 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son de 3 cm y 3.5 cm, respectivamente. El tubo pasa por una sección de 15 m de largo de un sótano cuya temperatura es de 15°C. Si la temperatura del agua cae de 70°C hasta 67°C cuando pasa por el sótano y el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie interior del tubo es de 400 W/m^2 · °C, determine el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie exterior de dicho tubo. *Respuesta:* 272.5 W/m^2 · °C

3-170 Los tubos de concreto recién formados suelen curarse en principio durante la noche por medio de vapor de agua en un horno que se mantiene a una temperatura de 45°C, antes de dejarlos curándose en el exterior durante varios días. El calor y la humedad para el horno son proporcionados por el vapor de agua que fluye en un tubo cuyo diámetro exterior es de 12 cm. Durante una inspección en la planta, se observó que el tubo pasa por una sección de 8 m que está por completo expuesta al aire ambiente antes de llegar al horno. Las mediciones de temperatura indican que la temperatura promedio de la superficie exterior del tubo de vapor es de 90°C, cuando la temperatura

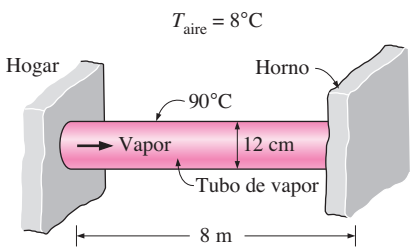


FIGURA P3-170

ambiente es de 8°C. Se estima que el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie exterior del tubo es de 35 W/m^2 · °C. Determine la cantidad de calor perdido por el vapor durante un proceso de curado de 10 h esa noche.

El vapor es suministrado por un generador en el que se quema gas que tiene una eficiencia de 85% y la planta paga 1.20 dólar/therm de gas natural (1 therm = 105 500 kJ). Si el tubo se aísla y, como resultado, se ahorra 90% de la pérdida de calor, determine la cantidad de dinero que esta instalación ahorrará en un año como resultado del aislamiento de los tubos de vapor. Suponga que los tubos de concreto se curan 110 noches al año. Enuncie sus suposiciones.

3-171 Considere un tablero de circuito de capas múltiples de 18 cm × 18 cm que disipa 27 W de calor. El tablero consta de cuatro capas de cobre (k = 386 W/m · °C) de 0.2 mm de espesor y tres capas de vidrio epóxico (k = 0.26 W/m · °C) de 1.5 mm de espesor comprimidos entre sí, como se muestra en la figura. El tablero está acoplado a un sumidero de calor desde los dos extremos y la temperatura de dicho tablero en esos extremos es de 35°C. Se considera que el calor se genera de manera uniforme en las capas epóxicas del tablero a razón de 0.5 W por tira de 1 cm × 18 cm de lámina de este material (o sea, 1.5 W por tira de 1 cm × 18 cm del tablero). Debido a la simetría, si se considera sólo una parte del tablero, determine la magnitud y la ubicación de la temperatura máxima que se presenta en éste. Suponga que la transferencia de calor desde las caras superior e inferior del tablero es despreciable.

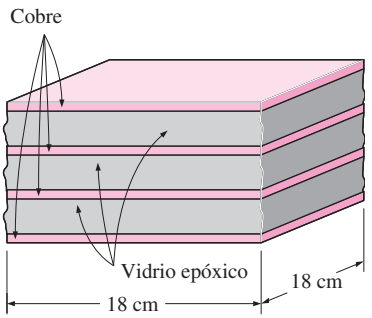


FIGURA P3-171

3-172 El sistema de plomería de una casa comprende una sección de 0.5 m de un tubo de plástico (k = 0.16 W/m · °C) con diámetro interior de 2 cm y exterior de 2.4 cm expuesto al aire ambiente. Durante una noche fría y con viento, la temperatura del aire ambiente permanece a más o menos –5°C durante un periodo de 14 h. Se estima que el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación sobre la superficie exterior del tubo es de 40 W/m^2 · °C y el calor de fusión del agua es de 333.7 kJ/kg. Si el tubo contiene agua en reposo a 0°C, determine si el agua en esa sección se congelará por completo esa noche.

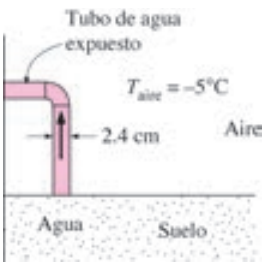


FIGURA P3-172

3-173 Repita el problema 3-172 para el caso de un coeficiente de transferencia de calor de 18 W/m^2 · °C sobre la superficie exterior, como resultado de poner una cerca alrededor del tubo que bloquea el viento.

3-174I Se observa que la temperatura superficial de una papa horneada de 3 in de diámetro cae de 300°F hasta 200°F en 5 minutos, en un medio ambiente a 70°F. Determine el coeficiente promedio de transferencia de calor entre la papa y los alrededores. Si se usa este coeficiente de transferencia de calor y la misma temperatura superficial, determine cuánto tiempo transcurrirá para que la papa experimente la misma caída de temperatura si está envuelta por completo en una toalla (k = 0.035 Btu/h · ft · °F) de 0.12 in de espesor. Para la papa, se pueden usar las propiedades del agua.

3-175I Repita el problema 3-174I suponiendo que existe un espacio lleno de aire (k = 0.015 Btu/h · ft · °F) de 0.02 in de espesor entre la papa y la toalla.

3-176 Una pared de 6 m de ancho y 2.8 m de alto está construida de una capa de ladrillo común (k = 0.72 W/m · °C) de 20 cm de espesor, una capa interior de yeso ligero (k = 0.36 W/m · °C) de 1 cm de espesor y de una cubierta exterior hecha de cemento (k = 1.40 W/m · °C) de 2 cm de espesor. La superficie interior de la pared se mantiene a 23°C, en tanto que la exterior está expuesta al exterior a 8°C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 17 W/m^2 · °C. Determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared y las caídas de temperatura a través del yeso, el ladrillo, la cubierta y el aire ambiente superficial.

3-177 Vuelva a considerar el problema 3-176. Se desea aislar la pared con el fin de disminuir la pérdida de calor en un 85%. Para la misma temperatura de la superficie interior, determine el espesor del aislamiento y la temperatura de la superficie exterior si la pared se aísla con *a*) espuma de poliuretano (k = 0.025 W/m · °C) y *b*) fibra de vidrio (k = 0.036 W/m · °C).

3-178 Un tablero de circuito de 0.2 cm de espesor, 10 cm de alto y 15 cm de largo aloja componentes electrónicos sobre uno

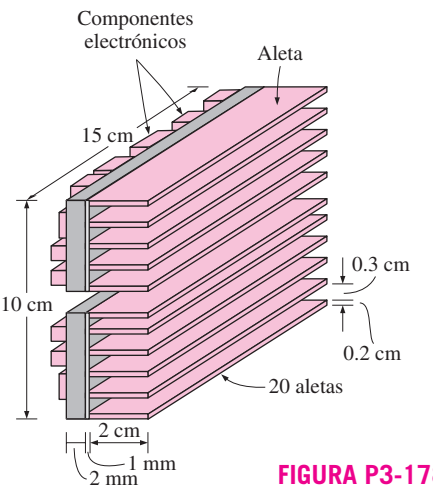


FIGURA P3-178

de sus lados que disipan un total de 15 W de manera uniforme. El tablero está impregnado con limaduras metálicas conductoras y tiene una conductividad térmica efectiva de 12 W/m · °C. Todo el calor generado en los componentes es conducido a través del tablero y se disipa desde la parte posterior del mismo hacia un medio a 37°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 45 W/m^2 · °C. *a*) Determine las temperaturas superficiales sobre los dos lados del tablero. *b*) Ahora se sujeta a la parte posterior del tablero, con un adhesivo epóxico (k = 1.8 W/m · °C) de 0.03 cm de espesor, una placa de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 0.1 cm de espesor, 10 cm de alto y 15 cm de largo con 20 aletas de aluminio de 0.2 cm de espesor, 2 cm de largo y 15 cm de ancho y de perfil rectangular. Determine las nuevas temperaturas en los dos lados del tablero.

3-179 Repita el problema 3-178 con una placa de cobre con aletas del mismo metal (k = 386 W/m · °C), en lugar de las de aluminio.

3-180 Se usa una fila de 10 tubos paralelos que tienen 5 m de largo y un diámetro exterior de 6 cm para transportar vapor de agua a 145°C a través del piso de concreto (k = 0.75 W/m · °C) de un cuarto de 10 m × 5 m que se mantiene a 24°C. El coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en el piso es de 12 W/m^2 · °C. Si la temperatura superficial del piso de concreto no debe ser mayor a 35°C, determine a qué profundidad deben enterrarse los tubos por debajo de la superficie de ese piso.

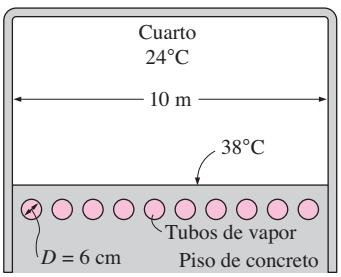


FIGURA P3-180

3-181 Considere dos personas idénticas, cada una de las cuales genera 60 W de calor metabólico en forma estacionaria mientras están realizando trabajo sedentario y lo disipan por convección y transpiración. La primera persona usa ropa hecha de piel (k = 0.159 W/m · °C) de 1 mm de espesor que le cubre la mitad del cuerpo, en tanto que la segunda usa ropa hecha de tela sintética (k = 0.13 W/m · °C) de 1 mm de espesor que le cubre el cuerpo por completo. El aire ambiente está a 30°C, el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es de 15 W/m^2 · °C y la temperatura de la superficie interior de la ropa se puede tomar como 32°C. Si se trata el cuerpo de cada persona como un cilindro de 25 cm de diámetro y 1.7 m de largo, determine las fracciones de calor perdido desde cada una de ellas por transpiración.

3-182 Una pared de 4 m de alto y 6 m de largo está construida con dos placas grandes de acero (k = 15 W/m · °C) de 2 cm de espesor separadas por barras de acero de 1 cm de espesor y 22 cm de ancho colocadas con una separación de 99 cm. El espacio restante entre las placas de acero está lleno con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C). Si la diferencia de temperatura entre las superficies interior y exterior de la pared es de 22°C, determine la razón de la transferencia de calor a través de ella. En el análisis de la transferencia de calor, ¿se pueden ignorar las barras de acero entre las placas puesto que ocupan sólo 1% del área superficial de transferencia de calor?

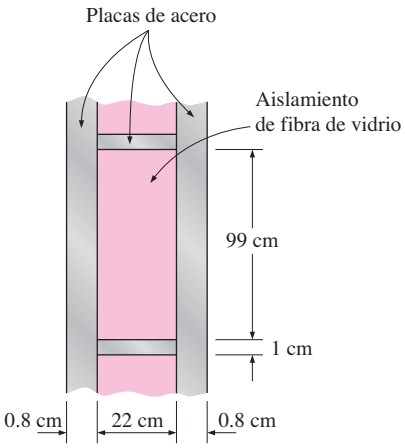


FIGURA P3-182

3-183 Aire acondicionado frío a 12°C fluye con un gasto de masa de 0.8 kg/s dentro de un ducto cuadrado de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 1.5 cm de espesor y cuya sección transversal interior es de 22 cm × 22 cm. El ducto está expuesto a aire a 33°C con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección-radiación de 13 W/m^2 · °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interior es de 75 W/m^2 · °C. Si la temperatura del aire en el ducto no debe aumentar más de 1°C, determine la longitud máxima del mismo.

3-184 Al analizar la transferencia de calor a través de las ventanas, es importante considerar el marco así como el área de vidrio. Considere una ventana con marco de madera, de 2 m de ancho y 1.5 m de alto, con 85% del área cubierta por un vidrio (k = 0.7 W/m · °C) de una sola hoja de 3 mm de espesor. El marco tiene 5 cm de espesor y está hecho de madera de pino (k = 0.12 W/m · °C). El coeficiente de transferencia de calor es de 7 W/m^2 · °C en el interior y de 13 W/m^2 · °C en el exterior. El cuarto se mantiene a 24°C y la temperatura en el exterior es de 40°C. Determine el porcentaje de error en el que se incurre en la transferencia de calor cuando se supone que la ventana sólo consta de vidrio.

3-185 Fluye vapor a 260°C dentro de una tubería de acero (k = 61 W/m · K) cuyos diámetros interno y externo miden 10 y 12 cm, respectivamente, en un entorno con una temperatura de 20°C. Los coeficientes de transferencia de calor dentro y fuera de la tubería son de 120 W/m^2 · K y 14 W/m^2 · K, respectivamente. Determine *a*) el espesor que debe tener el aislamiento (k = 0.038 W/m · K) para reducir en un 95% la pérdida de calor y *b*) el espesor del aislamiento necesario para reducir la temperatura superficial expuesta de la tubería aislada a 40°C por razones de seguridad.

3-186 Cuando no es factible el transporte del gas natural en una tubería, por razones económicas o de otra clase, primero se licua hasta alrededor de –160°C y, a continuación, se transporta

en tanques especialmente aislados en barcos. Considere un tanque esférico de 4 m de diámetro que está lleno con gas natural licuado (GNL) a –160°C. El tanque está expuesto al aire ambiente a 24°C con un coeficiente de transferencia de calor de 22 W/m^2 · °C. El tanque es de pared delgada y su temperatura se puede considerar que es la misma que la de GNL. El tanque está aislado con un superaislamiento de 5 cm de espesor que tiene una conductividad térmica efectiva de 0.00008 W/m · °C. Si la densidad y el calor específico del GNL como 425 kg/m^3 y 3.475 kJ/kg · °C, respectivamente, estime cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del GNL se eleve hasta –150°C.

3-187 Se va a enfriar una superficie caliente de 15 cm × 20 cm que está a 85°C sujetándole aletas de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 4 cm de largo y de sección transversal cuadrada de 2 mm × 2 mm. La temperatura del medio circundante es de 25°C y se puede tomar el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies como 20 W/m^2 · °C. Si se desea triplicar la razón de la transferencia de calor de la superficie caliente sin aletas, determine el número de aletas que es necesario colocar.

3-188 Vuelva a considerar el problema 3-187. Por medio del software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del número de aletas en función del incremento en la pérdida de calor por las aletas comparado con el caso en el que no se tengan aletas (es decir, la efectividad total de las aletas) en el rango de 1.5 hasta 5. Discuta los resultados. ¿Es realista suponer que el coeficiente de transferencia de calor permanece constante?

3-189 Se usa un recipiente agitador para calentar 500 kg/min de una solución acuosa que está a 15°C, por medio de vapor de agua saturado en condensación en la camisa exterior del recipiente. Éste puede contener 6 200 kg de la solución acuosa. Está fabricado de láminas de 15 mm de espesor de acero al carbono a 1% (k = 43 W/m · K) y proporciona un área de transferencia de calor de 12.0 m^2. El coeficiente de transferencia de calor debido a la agitación es de 5.5 W/m^2 · K, en tanto que la condensación del vapor a 115°C, en la camisa, da un coeficiente de transferencia de calor de 10.0 kW/m^2 · K. Todas las propiedades de la solución acuosa son comparables a las del agua pura. Calcule la temperatura de la solución acuosa a la salida del recipiente agitador en el caso de la operación estacionaria.

3-190 Un tanque cilíndrico de 0.6 m de diámetro y 1.9 m de largo que contiene gas natural licuado (GNL) a –160°C se coloca en el centro de una barra sólida cuadrada de 1.9 m de largo y de 1.4 m × 1.4 m hecha de un material aislante con k = 0.0002 W/m · °C. Si la temperatura de la superficie exterior de la barra es de 12°C, determine la razón de la transferencia de calor al tanque. Asimismo, determine la temperatura del GNL después de un mes. Tome la densidad y el peso específico del GNL como 425 kg/m^3 y 3.475 kJ/kg · °C, respectivamente.

3-191 En la figura P3-191 se muestra una sección típica de la pared de un edificio. Esta sección se extiende hacia dentro y fuera de la página y se repite en la dirección vertical. Los miembros de soporte de la pared están fabricados de acero (k = 50 W/m · K) y tienen 8 cm (t_{23}) × 0.5 cm (L_B). El resto del espacio interior de la pared está lleno con material aislante (k = 0.03 W/m · K) y mide 8 cm (t_{23}) × 60 cm (L_B). La pared interior está fabricada de tablero de yeso (k = 0.5 W/m · K) de 1 cm de espesor (t_{12}) y la exterior, de ladrillo (k = 1.0 W/m · K) de 10 cm de espesor (t_{34}). ¿Cuál es la temperatura sobre la superficie interior de ladrillos cuando T_1 = 20°C y T_4 = 35°C?

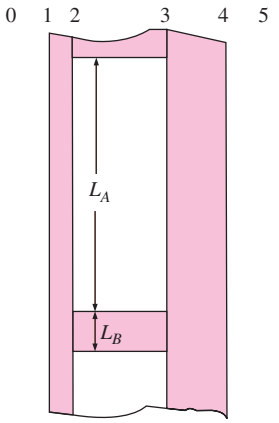


FIGURA P3-191

3-192 Se coloca un total de 10 aletas rectangulares de aluminio (k = 203 W/m · K) sobre la superficie plana exterior de un aparato electrónico. Cada aleta tiene 100 mm de ancho, 20 mm de alto y 4 mm de espesor. Las aletas están ubicadas paralelas entre sí con una distancia de centro a centro de 8 mm. La temperatura en la superficie exterior del aparato electrónico es de 72°C. El aire está a 20°C y el coeficiente de transferencia de calor es de 80 W/m^2 · K. Determine *a*) la razón de la pérdida de calor del aparato electrónico hacia el aire circundante y *b*) la efectividad de la aleta.

3-193 Una pared de un almacén refrigerado tiene 10.0 m de alto y 5.0 m de ancho. La pared está hecha de tres capas: aluminio (k = 200 W/m · K) con 8.0 cm de espesor, fibra de vidrio (k = 0.038 W/m · K) con 8.0 cm de espesor y tablero de yeso (k = 0.48 W/m · K) con 3.0 cm de espesor. Las temperaturas en el interior y el exterior del almacén son –10°C y 20°C, respectivamente, y el valor promedio de los dos coeficientes de transferencia de calor, interior y exterior, es de 40 W/m^2 · K.

a) Calcule la razón de la transferencia de calor a través de la pared del almacén en estado estacionario.
b) Suponga que se usan 400 pernos metálicos (k = 43 W/m · K), cada uno de 2.0 cm de diámetro y 12.0 cm de largo, para sujetar (es decir, para mantener unidas) las tres capas de la pared. Calcule la razón de la transferencia de calor para la pared con los pernos.
c) ¿Cuál es el porcentaje de cambio en la razón de la transferencia de calor a través de la pared debido a los pernos metálicos?

3-194 Un tanque esférico de acero de 2.2 m de diámetro lleno de agua con hielo a 0°C se entierra en un lugar en donde la conductividad térmica del suelo es k = 0.55 W/m · °C. La distancia entre el centro del tanque y la superficie del suelo es de 2.4 m. Para una temperatura superficial del suelo de 18°C, determine la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque. ¿Cuál sería su respuesta si la temperatura del suelo fuera de 18°C y la superficie del mismo estuviera aislada?

3-195 Una barra de 12 cm de largo con una sección transversal cuadrada, como se muestra en la figura P3-195, consta de una capa de cobre (k = 380 W/m · K) de 1 cm de espesor y una capa de compuesto epóxico (k = 0.4 W/m · K) del mismo espesor. Calcule la razón de la transferencia de calor bajo una fuerza térmica impulsora de 50°C, cuando la dirección de la transferencia unidimensional de calor en estado estacionario es *a*) del frente hacia atrás (es decir, a lo largo), *b*) de izquierda a derecha y *c*) de arriba hacia abajo.

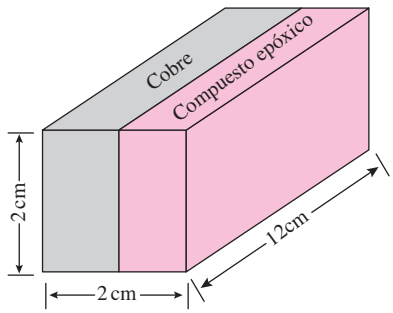


FIGURA P3-195

3-196 Se usa un recipiente esférico, de 3.0 m de diámetro (y espesor despreciable), para almacenar un fluido a una temperatura de 0°C. El recipiente está cubierto con una capa de un material aislante, de 5.0 cm de espesor (k = 0.20 W/m · K). El aire circundante está a 22°C. Los coeficientes de transferencia de calor, interior y exterior, son de 40 y 10 W/m^2 · K, respectivamente. Calcule *a*) todas las resistencias térmicas, en K/W, *b*) la razón de transferencia de calor en estado estacionario y *c*) la diferencia de temperaturas de uno a otro lado de la capa aislante.

3-197 Una pared plana con una temperatura superficial de 300°C está unida a aletas triangulares de aluminio rectas (k = 236 W/m · K). Las aletas están expuestas al aire ambiental de 25°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m^2 · K. Cada aleta tiene 55 mm de largo, una base de 4 mm de espesor y ancho de 110 mm. Mediante la tabla 3-4 determine la eficiencia, la razón de transferencia de calor y la efectividad de cada aleta.

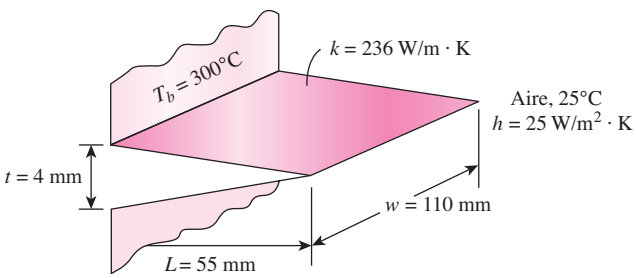


FIGURA P3-197

3-198 Se desea enfriar la superficie de una pared plana a 200°C con aletas de pasador de aluminio de perfil parabólico con puntas romas. Cada aleta tiene una longitud de 25 mm y un diámetro de base de 4 mm. Las aletas están expuestas a una condición de aire ambiental de 25°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 45 W/m^2 · K. Si la conductividad térmica de las aletas es de 230 W/m · K, determine la razón de transferencia de calor de una sola aleta y el incremento en la razón de transferencia de calor por m^2 de área superficial como consecuencia de adherirle las aletas. Suponga que hay 100 aletas por m^2 de área superficial.

3-199 Aletas circulares de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y una longitud de 50 mm, se unen a una pared con una temperatura superficial de 350°C. Las aletas están hechas de un material con una conductividad térmica de 240 W/m · K y están expuestas a una temperatura de 25°C del aire ambiental y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 250 W/m^2 · K. Determine la razón de transferencia de calor y grafique la variación de temperatura de una sola aleta para las siguientes condiciones de frontera:

a) Aleta infinitamente larga
b) Punta de la aleta adiabática
c) Aleta con una temperatura de 250°C en la punta
d) Convección de la punta de la aleta

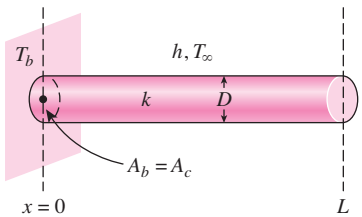


FIGURA P3-199

3-200 En un proceso de generación de calor y energía combinadas (CEC), el calor derivado se utiliza para la calefacción industrial o doméstica. El vapor caliente se transporta de una planta de generación CEC a través de un tubo con un diámetro de 127 mm que pasa por el centro de una barra sólida de sección transversal cuadrada hecha de concreto, con una conductividad térmica de 1.7 W/m · K. La temperatura de la superficie del tubo es constante en 120°C, mientras que la barra de concreto está expuesta al aire con una temperatura de –5°C y a un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m^2 · K. Si la diferencia de temperatura entre la superficie externa de la barra de concreto y el aire ambiental se mantiene en 5°C, determine el ancho de la barra de concreto de sección transversal cuadrada y la razón de pérdida de calor por metro de longitud.

Respuestas: 1.32 m, 530 W/m

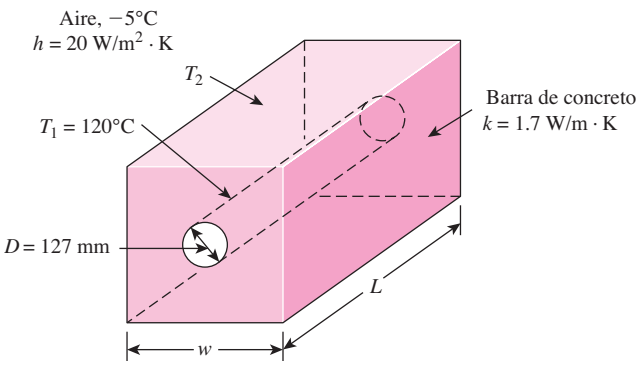


FIGURA P3-200

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

3-201 Se pierde calor a razón de 275 W por m^2 de una pared de 15 cm de espesor que tiene una conductividad térmica de k = 1.1 W/m · °C. La caída de temperatura de uno a otro lado de la pared es

a) 37.5°C *b*) 27.5°C *c*) 16.0°C *d*) 8.0°C
e) 4.0°C

3-202 Considere una pared que consta de dos capas, A y B, con los valores siguientes k_A = 1.2 W/m · °C, L_A = 8 cm, k_B = 0.2 W/m · °C, L_B = 5 cm. Si la caída de temperatura de uno a otro lado de la pared es de 18°C, la razón de la transferencia de calor a través de ella, por unidad de área de la misma, es

a) 56.8 W/m^2 *b*) 72.1 W/m^2 *c*) 114 W/m^2
d) 201 W/m^2 *e*) 270 W/m^2

3-203 Una superficie plana de un horno a 150°C, cubierta con material aislante de 1 cm de espesor, se expone a aire a 30°C y el coeficiente combinado de transferencia de calor es 25 W/m^2 · °C. La conductividad térmica del material aislante es 0.04 W/m · °C. La razón de la pérdida de calor de la superficie, por unidad de área de la misma, es

a) 35 W *b*) 414 W *c*) 300 W
d) 480 W *e*) 128 W

3-204 Se genera calor de manera estacionaria en una bola esférica de 3 cm de diámetro, que está expuesta a aire ambiente a 26°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 7.5 W/m^2 · °C. La bola se va a cubrir con un material de conductividad térmica 0.15 W/m · °C. El espesor del material que la cubrirá y que maximizará la generación de calor dentro de la bola, manteniendo al mismo tiempo constante la temperatura de la superficie de la misma, es

a) 0.5 cm *b*) 1.0 cm *c*) 1.5 cm
d) 2.0 cm *e*) 2.5 cm

3-205 Considere una ventana de hoja triple de 1.5 m de alto y 2 m de ancho. El espesor de cada capa de vidrio (k = 0.80 W/m · °C) es de 0.5 cm y el de cada espacio de aire (k = 0.025 W/m · °C), de 1.2 cm. Si las temperaturas interior y exterior de la ventana son de 10°C y 0°C, respectivamente, la razón de la pérdida de calor a través de la ventana es

a) 3.4 W *b*) 10.2 W *c*) 30.7 W
d) 61.7 W *e*) 86.8 W

3-206 Considere la pared de un horno, hecha de lámina metálica, a una temperatura promedio de 800°C y expuesta a aire a 40°C. El coeficiente combinado de transferencia de calor es de 200 W/m^2 · °C, en el interior del horno, y de 80 W/m^2 · °C, en el exterior. Si la resistencia térmica de la pared del horno es despreciable, la razón de la pérdida de calor del horno, por unidad de área de superficie, es

a) 48.0 kW/m^2 *b*) 213 kW/m^2 *c*) 91.2 kW/m^2
d) 151 kW/m^2 *e*) 43.4 kW/m^2

3-207 Considere una camisa hecha de 5 capas de tela de algodón (k = 0.060 W/m · °C) de 0.1 mm de espesor, con un total de 4 capas de espacio de aire (k = 0.026 W/m · °C) de 1 mm de espesor entre ellas. Si se supone que la temperatura de la superficie interior de la camisa es de 25°C y que el área de la superficie normal en la dirección de la transferencia del calor es de 1.1 m^2, ¿cuál es la razón de la pérdida de calor a través de la camisa cuando la temperatura del exterior es 0°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie exterior es de 18 W/m^2 · °C?

a) 6 W *b*) 115 W *c*) 126 W
d) 287 W *e*) 170 W

3-208 Considere dos placas metálicas comprimidas una contra otra. Si permanece todo lo demás igual, ¿cuál de las medidas que se dan abajo hará que aumente la resistencia térmica por contacto?

a) Limpiar las superficies para hacerlas más brillantes.
b) Oprimir las placas una contra otra con una fuerza más grande.
c) Llenar la brecha con un fluido conductor.
d) Usar metales más suaves.
e) Recubrir las superficies de contacto con una capa delgada de metal suave, como el estaño.

3-209 Un tubo cilíndrico de vapor de agua, con un radio exterior de 8 cm y 10 m de largo, está cubierto con un material aislante de forma cilíndrica de 3 cm de espesor que tiene una conductividad térmica de 0.05 W/m · °C. Si la razón de la pérdida de calor del tubo es de 1 000 W, la caída de temperatura de uno a otro lado del material aislante es

a) 58°C *b*) 101°C *c*) 143°C
d) 282°C *e*) 600°C

3-210 Fluye vapor de agua a 200°C en un tubo de hierro fundido (k = 80 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son D_1 = 0.20 m y D_2 = 0.22 m, respectivamente. El tubo está cubierto con un material aislante de fibra de vidrio (k = 0.05 W/m · °C) de 2 cm de espesor. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior es de 75 W/m^2 · °C. Si la temperatura en la interfase del tubo de hierro y el material aislante es de 194°C, la temperatura en la superficie exterior de este último es

a) 32°C *b*) 45°C *c*) 51°C
d) 75°C *e*) 100°C

3-211 Un tanque esférico de 5 m de diámetro está lleno con oxígeno líquido (ρ = 1 141 kg/m^3, c_p = 1.71 kJ/kg · °C) a –184°C. Se observa que la temperatura del oxígeno aumenta hasta –183°C en un periodo de 144 h. La razón promedio de transferencia de calor hacia el tanque es

a) 124 W *b*) 185 W *c*) 246 W
d) 348 W *e*) 421 W

3-212 Una pared de 2.5 m de alto, 4 m de ancho y 20 cm de espesor de una casa tiene una resistencia térmica de 0.025 °C/W. La conductividad térmica de la pared es

a) 0.8 W/m · °C *b*) 1.2 W/m · °C *c*) 3.4 W/m · °C
d) 5.2 W/m · °C *e*) 8.0 W/m · °C

3-213 Considere dos paredes, A y B, con las mismas áreas superficiales y las mismas caídas de temperatura a través de sus espesores. La razón de las conductividades térmicas es k_A/k_B = 4 y la razón de los espesores de las paredes es L_A/L_B = 2. La razón de las transferencias de calor a través de las paredes, $\dot{Q}_A/\dot{Q}_B$, es

a) 0.5 *b*) 1 *c*) 2 *d*) 4 *e*) 8

3-214 Se expone una superficie plana caliente que está a una temperatura de 100°C, a aire a 25°C con un coeficiente combinado de transferencia de calor de 20 W/m^2 · °C. Se debe reducir la pérdida de calor de la superficie a la mitad, cubriéndola con material aislante que tiene una conductividad térmica de 0.10 W/m · °C. Si se supone que el coeficiente de transferencia de calor permanece constante, el espesor requerido del material aislante es

a) 0.1 cm *b*) 0.5 cm *c*) 1.0 cm
d) 2.0 cm *e*) 5 cm

3-215 Considere una pared fabricada con concreto (k = 1.1 W/m · °C), de 4.5 m de largo, 3.0 m de ancho y 0.22 m de espesor. Las temperaturas de diseño del interior y del exterior son 24°C y 3°C, respectivamente, y los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior son de 10 y 20 W/m^2 · °C, también respectivamente. Si se va a colocar un material aislante de espuma de poliuretano (k = 0.03 W/m · °C) sobre la superficie interior de la pared para incrementar la temperatura superficial de ella hasta 22°C, el espesor requerido del material aislante es

a) 3.3 cm *b*) 3.0 cm *c*) 2.7 cm
d) 2.4 cm *e*) 2.1 cm

3-216 Fluye vapor de agua a 200°C en un tubo de hierro fundido (k = 80 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son D_1 = 0.20 m y D_2 = 0.22 m. El tubo está expuesto a aire ambiente a 35°C. Los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior del tubo son 90 W/m^2 · °C y 20 W/m^2 · °C, respectivamente. El tubo se va a cubrir con material aislante de fibra de vidrio (k = 0.05 W/m · °C) para disminuir la pérdida de calor del vapor en 90%. El espesor requerido del material aislante es

a) 1.2 cm *b*) 2.0 cm *c*) 2.8 cm
d) 3.3 cm *e*) 4.0 cm

3-217 Un tanque esférico de 50 cm de diámetro está lleno de agua con hielo a 0°C. El tanque es de pared delgada y se puede tomar su temperatura como la misma que la del hielo. El tanque está expuesto a aire ambiente a 20°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2 · °C. El tanque se va a cubrir con material aislante de fibra de vidrio (k = 0.05 W/m · °C) para disminuir la ganancia de calor hacia el agua con hielo en 90%. El espesor requerido del material aislante es

a) 4.6 cm *b*) 6.7 cm *c*) 8.3 cm
d) 25.0 cm *e*) 29.6 cm

3-218 Un cuarto con una temperatura del aire de 20°C está perdiendo calor hacia el aire del exterior que se encuentra a 0°C, a razón de 1 000 W, a través de una pared de 2.5 m de alto y 4 m de largo. Ahora la pared se aísla con un material de 2 cm de espesor con una conductividad de 0.02 W/m · °C. Determine la razón de la pérdida de calor del cuarto a través de la pared, después de haber colocado el material aislante. Suponga que los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior de la pared, la temperatura del aire del cuarto y la temperatura del aire en el exterior permanecen inalterados. Asimismo, descarte la radiación

a) 20 W *b*) 561 W *c*) 388 W
d) 167 W *e*) 200 W

3-219 Se fija una aleta de 1 cm de diámetro y 30 cm de largo, hecha de aluminio (k = 237 W/m · °C), a una superficie a 80°C. La superficie está expuesta a aire ambiente a 22°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 18 W/m^2 · °C. Si se supone que la aleta es muy larga, la rapidez de la transferencia de calor desde ella es

a) 2.0 W *b*) 3.2 W *c*) 4.4 W
d) 5.5 W *e*) 6.0 W

3-220 Se fija una aleta de 1 cm de diámetro y 30 cm de largo, hecha de aluminio (k = 237 W/m · °C), a una superficie a 80°C. La superficie está expuesta a aire ambiente a 22°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 11 W/m^2 · °C. Si se supone que la aleta es muy larga, su eficiencia es

a) 0.60 *b*) 0.67 *c*) 0.72
d) 0.77 *e*) 0.88

3-221 Se va a enfriar una superficie caliente a 80°C en aire a 20°C, fijándole aletas cilíndricas de 10 cm de largo y 1 cm de diámetro. El coeficiente combinado de transferencia de calor es de 30 W/m^2 · °C y la transferencia de calor desde la punta de la aleta es despreciable. Si la eficiencia de la aleta es de 0.75, la razón de la pérdida de calor desde 100 aletas es

a) 325 W *b*) 707 W *c*) 566 W
d) 424 W *e*) 754 W

3-222 Una aleta de espiga cilíndrica de 1 cm de diámetro y 5 cm de largo, con pérdida de calor desde la punta despreciable, tiene una efectividad de 15. Si la temperatura de la base de la aleta es de 280°C, la temperatura ambiente es de 20°C y el coeficiente de transferencia de calor es de 65 W/m^2 · °C, la razón de la pérdida de calor desde esta aleta es

a) 20 W *b*) 48 W *c*) 156 W
d) 398 W *e*) 418 W

3-223 Una aleta de espiga cilíndrica de 0.6 cm de diámetro y 3 cm de longitud, con pérdida de calor desde la punta despreciable, tiene una eficiencia de 0.7. La efectividad de esta aleta es

a) 0.3 *b*) 0.7 *c*) 2 *d*) 8 *e*) 14

3-224 Se fija a una superficie una aleta de aluminio (k = 237 W/m · °C) de 3 cm de largo y que tiene una sección transversal rectangular de 2 mm × 2 mm. Si la eficiencia de la aleta es de 65%, la efectividad de esta sola aleta es

a) 39 *b*) 30 *c*) 24 *d*) 18 *e*) 7

3-225 Se fijan 150 aletas de espiga de sección transversal cuadrada, hechas de aluminio (k = 237 W/m · °C), de 3 cm de largo y sección transversal de 2 mm × 2 mm, a una superficie de 8 cm de largo y 6 cm de diámetro. Si la eficiencia de la aleta es de 78%, la efectividad total de las aletas para esta superficie es

a) 3.4 *b*) 4.2 *c*) 5.5 *d*) 6.7 *e*) 8.4

3-226 Dos superficies con aletas largas son idénticas, excepto porque el coeficiente de transferencia de calor por convección de la primera de ellas es el doble que el correspondiente a la segunda. ¿Cuál afirmación de las que siguen es correcta respecto a la eficiencia y la efectividad de la primera superficie con respecto a las de la segunda?

a) La eficiencia y la efectividad son más altas.
b) La eficiencia es más alta, pero la efectividad es más baja.

c) La eficiencia es más baja, pero la efectividad es más alta.
d) La eficiencia y la efectividad son más bajas.
e) La eficiencia y la efectividad son iguales.

3-227 Una esfera caliente de 20 cm de diámetro a 120°C se entierra en el suelo con una conductividad térmica de 1.2 W/m · °C. La distancia entre el centro de la esfera y la superficie del suelo es de 0.8 m y la temperatura de esta superficie es de 15°C. La razón de la pérdida de calor de la esfera es

a) 169 W *b*) 20 W *c*) 217 W
d) 312 W *e*) 1.8 W

3-228 Un cilindro vertical de 25 cm de diámetro y 2.4 m de largo, y que contiene hielo a 0°C, se entierra en posición vertical en el suelo. El cilindro es de pared delgada y está hecho de un material de alta conductividad térmica. La temperatura de la superficie y la conductividad térmica del suelo son 18°C y 0.85 W/m · °C, respectivamente. La razón de la transferencia de calor hacia el cilindro es

a) 37.2 W *b*) 63.2 W *c*) 158 W
d) 480 W *e*) 1 210 W

3-229 Agua caliente (c_p = 4.179 kJ/kg · K) fluye, a razón de 1 kg/s y con una temperatura de 40°C al entrar, por un tubo de PVC (k = 0.092 W/m · K) de 200 m de largo y cuyos diámetros interior y exterior son de 2 cm y 2.5 cm, respectivamente. Si toda la superficie interior de este tubo se mantiene a 35°C y toda la superficie exterior a 20°C, la temperatura de salida del agua es

a) 35°C *b*) 36°C *c*) 37°C
d) 38°C *e*) 39°C

3-230 Las paredes de una instalación para el almacenamiento de alimentos están hechas de una capa de madera (k = 0.1 W/m · K) de 2 cm de espesor en contacto con una capa de espuma de poliuretano (k = 0.03 W/m · K) de 5 cm de espesor. Si la temperatura de la superficie de la madera es de –10°C y la de la superficie de la espuma de poliuretano es de 20°C, la temperatura de la superficie en donde las dos capas están en contacto es

a) –7°C *b*) –2°C *c*) 3°C
d) 8°C *e*) 11°C

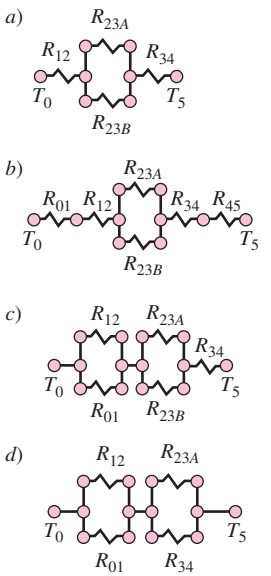
3-231 La razón de la transferencia de calor a través de la pared de un tubo circular, con convección que actúa sobre la superficie exterior, se expresa por unidad de su longitud por

$$\dot{q} = \frac{2\pi L(T_i - T_o)}{\dfrac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \dfrac{1}{r_o h}}$$

donde i se refiere a la superficie interior y o a la superficie del tubo exterior. Si se incrementa r_o se reducirá la transferencia de calor siempre que

a) $r_o < k/h$ *b*) $r_o = k/h$
c) $r_o > k/h$ *d*) $r_o > 2k/h$
e) Si se aumenta r_o siempre se reducirá la transferencia de calor

3-232 En la figura P3-232 se muestra una sección típica de la pared de un edificio. Esta sección se extiende hacia dentro y fuera de la página y se repite en la dirección vertical. El circuito correcto de resistencias térmicas para esta pared es



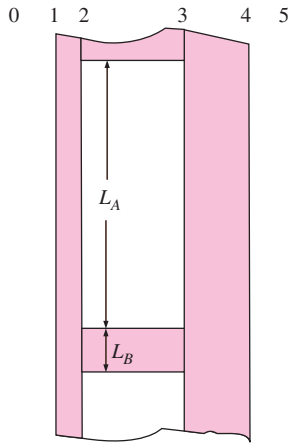


FIGURA P3-232

3-233 El techo de 700 m² de un edificio tiene una resistencia térmica de 0.52 m² · K/W. La razón a la cual el calor se pierde a través de este techo en un día frío de invierno cuando la temperatura ambiente es de –10°C y el interior está a 20°C es

a) 23.1 kW *b*) 40.4 kW *c*) 55.6 kW
d) 68.1 kW *e*) 88.6 kW

3-234 Un tanque de almacenamiento con un diámetro interno de 1 m en hospital contiene oxígeno líquido a 90 K. El tanque consta de una cubierta de aluminio de 0.5 cm de espesor (k = 170 W/m · K) cuyo exterior está cubierto con una capa de aislamiento de 10 cm de espesor (k = 0.02 W/m · K). El aislamiento está expuesto al aire ambiental a 20°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre el lado exterior del aislamiento es de 5 W/m² · K. La razón a la que el oxígeno líquido gana calor es:

a) 141 W *b*) 176 W *c*) 181 W
d) 201 W *e*) 221 W

3-235 En un hospital, un tanque de almacenamiento de oxígeno líquido de 1 m de diámetro interior mantiene ese oxígeno a 90 K. El tanque consta de una capa esférica de aluminio (k = 170 W/m · K) de 0.5 cm de espesor cuyo exterior está cubierto con una capa de 10 cm de espesor de material aislante (k = 0.02 W/m · K). El material aislante está expuesto al aire ambiente a 20°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre el lado exterior del mismo es de 5 W/m² · K. La temperatura de la superficie exterior del material aislante es

a) 13°C *b*) 9°C *c*) 2°C
d) –3°C *e*) –12°C

3-236 La eficiencia de la aleta se define como la razón de la transferencia real de calor de la misma a

a) La transferencia de calor de la misma aleta con una punta adiabática.
b) La transferencia de calor de una aleta equivalente la cual es infinitamente larga.
c) La transferencia de calor de la misma aleta si la temperatura a lo largo de toda su longitud es la misma que la temperatura en la base.
d) La transferencia de calor a través del área de la base de la misma aleta.
e) Ninguna de las anteriores.

3-237 Se colocan chips de memoria de una computadora sobre un montaje metálico con aletas para protegerlos del sobrecalentamiento. Un chip de memoria de 152 MB disipa 5 W de calor hacia aire que se encuentra a 25°C. Si la temperatura de este chip no debe exceder de 60°C, el coeficiente total de transferencia de calor multiplicado por el área del montaje metálico con aletas debe ser, por lo menos, de

a) 0.14 W/°C *b*) 0.20 W/°C *c*) 0.32 W/°C
d) 0.48 W/°C *e*) 0.76 W/°C

3-238 En Estados Unidos, el aislamiento de los edificios se especifica por el valor R (la resistencia térmica en unidades de h · ft^2 · °F/Btu). El propietario de una casa decide ahorrar en el costo de la calefacción de la misma poniendo material aislante adicional en el ático. Si el valor R total se incrementa de 15 a 25, el propietario de la casa puede esperar que la pérdida del calor se reduzca en

a) 25% *b*) 40% *c*) 50% *d*) 60% *e*) 75%

3-239 En las cafeterías, a menudo se sirve el café en una taza de papel que tiene una camisa de papel corrugado rodeándola, como se muestra en seguida. Esta camisa corrugada:

a) Sirve para mantener caliente el café.
b) Aumenta la resistencia térmica a través de la cual se propaga el calor del café a los alrededores.
c) Disminuye la temperatura en donde la mano agarra la taza.
d) Todo lo anterior.
e) Nada de lo anterior.

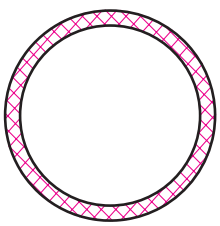


FIGURA P3-239

3-240 Una aleta de forma triangular en un motor de motocicleta tiene 0.5 cm en su base y 3 cm de largo (distancia normal entre la base y el vértice del triángulo), y está hecha de aluminio (k = 150 W/m · K). Esta aleta se encuentra expuesta al aire con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 30 W/m^2 · K que actúa sobre sus superficies. La eficiencia de la aleta es de 75%. Si la temperatura de la base de la aleta es de 130°C y la del aire es de 25°C, la transferencia de calor desde esta aleta por unidad de ancho es

a) 32 W/m *b*) 57 W/m *c*) 102 W/m
d) 124 W/m *e*) 142 W/m

3-241 Una pared plana de ladrillo (k = 0.7 W/m · K) tiene 10 cm de espesor. La resistencia térmica de esta pared por unidad de área de la misma es

a) 0.143 m^2 · K/W *b*) 0.250 m^2 · K/W
c) 0.327 m^2 · K/W *d*) 0.448 m^2 · K/W
a) 0.524 m^2 · K/W

Problemas de diseño y ensayo

3-242 La temperatura en el espacio está cercana al cero absoluto, lo cual presenta desafíos térmicos para los astronautas que realizan caminatas espaciales. Proponga un diseño para los trajes de los astronautas que resulte el más apropiado para el ambiente térmico en el espacio. Defienda las selecciones de su diseño.

3-243 En el diseño de componentes electrónicos, resulta muy conveniente sujetar la circuitería electrónica a un material de sustrato que sea muy buen conductor térmico pero también un aislador eléctrico muy eficaz. Si el costo elevado no es una preocupación importante, ¿cuál sería su propuesta para el sustrato?

3-244 Usando muestras cilíndricas del mismo material, idee un experimento para determinar la resistencia térmica por contacto. Se dispone de muestras cilíndricas en cualquier longitud y se conoce la conductividad térmica del material.

3-245 Averigüe acerca de la construcción de la pared de las cabinas de los grandes aviones comerciales, el rango de las condiciones ambientales en el que operan, los coeficientes típicos de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior de la pared y las velocidades de generación de calor en el interior. Determine el tamaño del sistema de calefacción y acondicionamiento del aire que podrá mantener la cabina a 20°C en todo momento, para un avión capaz de transportar a 400 personas.

3-246 Repita el problema 3-245 para un submarino con una tripulación de 60 personas.

3-247 Una casa con un espacio de piso de 200 m^2 se va a calentar con agua geotérmica que fluye por tubos tendidos en el suelo debajo del piso. Las paredes de la casa tienen 4 m de alto y dicha casa tiene 10 ventanas de una sola hoja que tienen 1.2 m de ancho y 1.8 m de alto. La casa tiene aislamiento R-19 (en h · ft^2 · °F/Btu) en las paredes y R-30 en el techo. La temperatura del piso no debe sobrepasar los 40°C. Se dispone de agua geotérmica a 90°C y los diámetros interior y exterior de los tubos que se van a usar son de 2.4 cm y 3.0 cm. Diseñe el sistema de calefacción para esta casa en la zona en la que vive el lector.

3-248 Usando un cronómetro (o un reloj) y un termómetro, conduzca este experimento con el fin de determinar la razón de la ganancia de calor de su refrigerador. En primer lugar, asegúrese de que la puerta del refrigerador no se abra durante unas cuantas horas, para garantizar que se establezcan condiciones estacionarias de operación. Arranque el cronómetro cuando el refrigerador deja de funcionar y mida el tiempo Δt_1 que perma-

nece apagado antes de que arranque. En seguida, mida el tiempo Δt_2 que permanece encendido. Observando que el calor eliminado durante Δt_2 es igual a la ganancia de calor del refrigerador durante $\Delta t_1 + \Delta t_2$ y utilizando la potencia consumida por éste cuando está funcionando, determine la razón promedio de la ganancia de calor de su refrigerador en watts. Tome el COP (coeficiente de rendimiento) de su refrigerador como 1.3, si no cuenta con él.

Ahora, limpie los serpentines del refrigerador y quite todos los obstáculos en el camino del flujo de aire a través de ellos. Reemplazando estas medidas, determine el mejoramiento en el COP del refrigerador.

CAPÍTULO

4

CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO

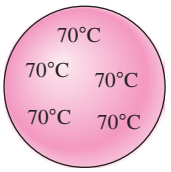
En general, la temperatura de un cuerpo varía con el tiempo así como con la posición. En coordenadas rectangulares, esta variación se expresa como $T(x, y, z, t)$, en donde (x, y, z) indica la variación en las direcciones x-, y- y z-, y t indica la variación con el tiempo. En el capítulo anterior se consideró la conducción de calor en condiciones *estacionarias*, para las cuales la temperatura de un cuerpo en cualquier punto no cambia con el tiempo. Con certeza, esto simplificó el análisis, en especial cuando la temperatura varió sólo en una dirección y se pudieron obtener soluciones analíticas. En este capítulo se considera la variación de la temperatura con el *tiempo* así como con la *posición*, en sistemas unidimensionales y multidimensionales.

Se inicia este capítulo con el análisis de los *sistemas concentrados* (también llamados los sistemas de parámetros concentrados o de resistencia interna despreciable), en los cuales la temperatura de un cuerpo varía con el tiempo, pero permanece uniforme en cualquier instante. En seguida, se considera la variación de la temperatura con el tiempo así como con la posición para problemas unidimensionales de conducción de calor, como los asociados con una pared plana grande, un cilindro largo, una esfera y un medio semiinfinito, usando *diagramas de temperatura transitoria* y soluciones analíticas. Por último, se considera la conducción del calor en estado transitorio en los sistemas multidimensionales por medio de la *solución producto*.

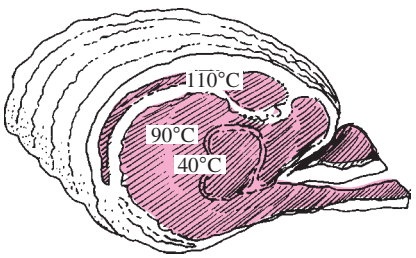
OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Evaluar cuándo es despreciable la variación espacial de la temperatura y cuándo la temperatura varía casi uniformemente, haciendo que pueda aplicarse el análisis de sistemas concentrados;
- Obtener soluciones analíticas para los problemas de conducción unidimensional transitoria en las configuraciones geométricas rectangular, cilíndrica y esférica, aplicando el método de separación de variables, así como entender por qué una solución de un término suele ser una aproximación razonable;
- Resolver el problema de conducción transitoria en medios grandes, aplicando la variable de semejanza, así como predecir la variación de la temperatura con el tiempo y la distancia desde la superficie expuesta, y
- Construir soluciones para los problemas de conducción transitoria multidimensional, aplicando el procedimiento de la solución producto.



a) Bola de cobre



b) Rosbif

FIGURA 4-1
Una bola pequeña de cobre se puede visualizar como un sistema concentrado, pero no es posible con un rosbif.

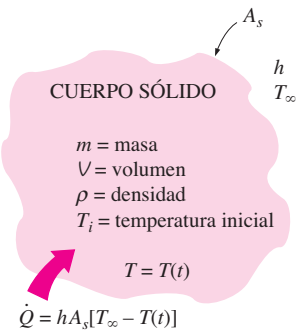


FIGURA 4-2
Configuración geométrica y parámetros que intervienen en el análisis de los sistemas concentrados.

4-1 ▪ ANÁLISIS DE SISTEMAS CONCENTRADOS

En el análisis de la transferencia de calor, se observa que algunos cuerpos se comportan como un "bulto" cuya temperatura interior permanece uniforme en todo momento durante un proceso de transferencia de calor. La temperatura de esos cuerpos se puede tomar sólo como una función del tiempo, $T(t)$. El análisis de la transferencia de calor que utiliza esta idealización se conoce como **análisis de sistemas concentrados**, el cual proporciona una gran simplificación en ciertas clases de problemas de transferencia de calor sin mucho sacrificio de la exactitud.

Considere una pequeña bola de cobre que sale de un horno (figura 4-1). Las mediciones indican que la temperatura de la bola de cobre cambia con el tiempo, pero no varía mucho con la posición en algún momento dado. Por lo tanto, la temperatura de la bola permanece uniforme todo el tiempo y se puede hablar de esa temperatura sin referir a una ubicación específica.

Ahora se va al otro extremo y se considerará un rosbif en un horno. Si el lector ha hecho algún asado, debe haber advertido que la distribución de temperatura dentro del rosbif no se aproxima a ser uniforme. Puede verificar esto con facilidad sacando el rosbif antes de que esté cocido por completo y cortándolo a la mitad. Verá que las partes exteriores de él están bien cocidas, en tanto que la zona central apenas está caliente. Como consecuencia, en este caso no es aplicable el análisis de sistemas concentrados. Antes de presentar un criterio acerca de la aplicabilidad de este análisis, se desarrolla la formulación asociada con él.

Considere un cuerpo de forma arbitraria y masa m, volumen $\forall$, área superficial A_s, densidad ρ y calor específico C_p, inicialmente a una temperatura T_i (figura 4-2). En el instante $t = 0$, el cuerpo está colocado en un medio a la temperatura T_∞ y se lleva a efecto transferencia de calor entre ese cuerpo y su medio ambiente, con un coeficiente de transferencia de calor h. En beneficio de la discusión, se supondrá que $T_\infty > T_i$, pero el análisis es igualmente válido para el caso opuesto. Se supondrá que el análisis de sistemas concentrados es aplicable, de modo que la temperatura permanece uniforme dentro del cuerpo en todo momento y sólo cambia con el tiempo, $T = T(t)$.

Durante un intervalo diferencial de tiempo, dt, la temperatura del cuerpo se eleva en una cantidad diferencial dT. Un balance de energía del sólido para el intervalo de tiempo dt se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Transferencia de calor hacia el cuerpo}\\ \text{durante } dt\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{El incremento en la}\\ \text{energía del cuerpo}\\ \text{durante } dt\end{pmatrix}$$

o bien,

$$hA_s(T_\infty - T)\,dt = mc_p\,dT \tag{4-1}$$

Dado que $m = \rho\forall$ y $dT = d(T - T_\infty)$, puesto que T_∞ = constante, la ecuación 4-1 se puede reacomodar como

$$\frac{d(T - T_\infty)}{T - T_\infty} = -\frac{hA_s}{\rho\forall c_p}\,dt \tag{4-2}$$

Al integrar desde $t = 0$, en el cual $T = T_i$, hasta cualquier instante t, en el cual $T = T(t)$, da

$$\ln\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = -\frac{hA_s}{\rho\forall c_p}\,t \tag{4-3}$$

Al tomar el exponencial de ambos miembros y reacomodar, se obtiene

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \tag{4-4}$$

donde

$$b = \frac{hA_s}{\rho \forall c_p} \qquad (1/\text{s}) \tag{4-5}$$

es una cantidad positiva cuya dimensión es (tiempo)$^{-1}$. El recíproco de b tiene unidad de tiempo (por lo común s) y se llama **constante de tiempo**. En la figura 4-3 se tiene la gráfica de la ecuación 4-4 para diferentes valores de b. Se pueden hacer dos observaciones a partir de esta figura y de la relación antes dada:

1. La ecuación 4-4 permite determinar la temperatura $T(t)$ de un cuerpo en el instante $t = 0$, de modo alternativo, el tiempo t requerido para alcanzar el valor específico $T(t)$.
2. La temperatura de un cuerpo se aproxima a la del medio ambiente, T_∞, en forma exponencial. Al principio, la temperatura del cuerpo cambia con rapidez pero, posteriormente, lo hace más bien con lentitud. Un valor grande de b indica que el cuerpo tenderá a alcanzar la temperatura del medio ambiente en un tiempo corto. Entre mayor sea el valor del exponente b, mayor será la velocidad de decaimiento de la temperatura. Note que b es proporcional al área superficial, pero inversamente proporcional a la masa y al calor específico del cuerpo. Esto no es sorprendente, ya que tarda más tiempo en calentarse o enfriarse una masa grande, en especial cuando tiene un calor específico grande.

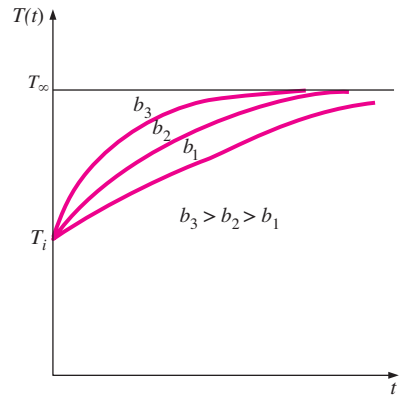


FIGURA 4-3
La temperatura de un sistema concentrado se acerca a la del medio ambiente a medida que transcurre el tiempo.

Una vez que, con base en la ecuación 4-4, se cuenta con la temperatura $T(t)$ en el instante t, se puede determinar la *razón* de la transferencia de calor por convección entre el cuerpo y su medio ambiente en ese tiempo a partir de la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}(t) = hA_s[T(t) - T_\infty] \qquad (\text{W}) \tag{4-6}$$

La *cantidad total* de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante durante el intervalo desde tiempo de $t = 0$ hasta t es simplemente el cambio en el contenido de energía de ese cuerpo:

$$Q = mc_p[T(t) - T_i] \qquad (\text{kJ}) \tag{4-7}$$

La cantidad de transferencia de calor llega a su *límite superior* cuando el cuerpo alcanza la temperatura T_∞ del medio circundante. Por lo tanto, la transferencia de calor *máxima* entre el cuerpo y sus alrededores es (figura 4-4)

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_\infty - T_i) \qquad (\text{kJ}) \tag{4-8}$$

También se pudo obtener esta ecuación al sustituir la relación de $T(t)$, tomada de la 4-4, en la relación para $\dot{Q}$ dada en la 4-6 e integrar desde $t = 0$ hasta $t \to \infty$.

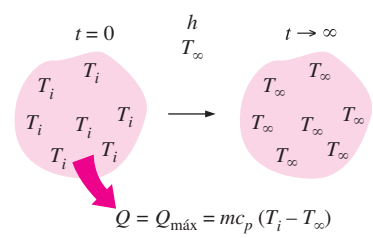


FIGURA 4-4
La transferencia de calor hacia un cuerpo o desde éste alcanza su valor máximo cuando alcanza la temperatura del medio ambiente.

Criterios para el análisis de sistemas concentrados

Es evidente que el análisis de sistemas concentrados es muy conveniente en el estudio de la transferencia de calor y naturalmente que interesa saber cuándo resulta apropiado para usarlo. El primer paso en el establecimiento de un cri-

FIGURA 4-5
Jean-Baptiste Biot (1774-1862). Físico, astrónomo y matemático nacido en París, Francia. A pesar de ser muy joven, Biot trabajó en el análisis de la conducción de calor, incluso antes que el físico matemático Joseph Fourier (1802 a 1803) e intentó, sin éxito, lidiar con el problema de incorporar los efectos de la convección externa al análisis de la conducción del calor. Fourier leyó el trabajo de Biot y para 1807 había determinado por sí mismo cómo resolver el difícil problema. En 1804, Biot acompañó a Gay Lussac en el primer ascenso en globo aerostático con fines científicos. En 1820, con Félix Savart, descubrió la ley conocida como "Ley de Biot y Savart". A Biot le interesaban en especial las cuestiones relacionadas con la polarización de la luz, y por sus logros en este campo obtuvo la "Rumford Medal of the Royal Society" en 1840. El **número de Biot** (**Bi**) adimensional usado en cálculos de transferencia de calor fue bautizado así en su honor.

(© World History Archive/Alamy.)

terio para la aplicabilidad del análisis de sistemas concentrados es definir la **longitud característica** como

$$L_c = \frac{V}{A_s}$$

y un **número de Biot**, Bi (figura 4-5) como

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} \tag{4-9}$$

La longitud característica L_c que se utiliza en el número de Biot para formas geométricas simples en las que la transferencia de calor es unidimensional, como una pared plana larga de $2L$ de espesor, un cilindro largo de radio r_o, y una esfera de radio r_o, se convierte en L (medio espesor), $r_o/2$ y $r_o/3$, respectivamente. La ecuación 4-9 también se puede expresar como en la figura 4-6.

$$\text{Bi} = \frac{h}{k/L_c}\frac{\Delta T}{\Delta T} = \frac{\text{Convección en la superficie del cuerpo}}{\text{Conducción dentro del cuerpo}}$$

o bien,

$$\text{Bi} = \frac{L_c/k}{1/h} = \frac{\text{Resistencia a la conducción dentro del cuerpo}}{\text{Resistencia a la convección en la superficie del cuerpo}}$$

Cuando un cuerpo sólido se calienta por el fluido más caliente que lo rodea (como una papa que se está horneando), en principio el calor es llevado por *convección* hacia el cuerpo y, a continuación, *conducido* hacia el interior del cuerpo. El número de Biot es la razón de la resistencia interna de un cuerpo a la *conducción de calor* con respecto a su resistencia externa a la *convección de calor*. Por lo tanto, un número pequeño de Biot representa poca resistencia a la conducción del calor y, por lo tanto, gradientes pequeños de temperatura dentro del cuerpo.

En el análisis de sistemas concentrados se supone una distribución *uniforme* de temperatura en todo el cuerpo, el cual es el caso sólo cuando la resistencia térmica de éste a la conducción de calor (la *resistencia a la conducción*) sea cero. Por consiguiente, el análisis de sistemas concentrados es *exacto* cuando $\text{Bi} = 0$ y *aproximado* cuando $\text{Bi} > 0$. Por supuesto, entre más pequeño sea el número Bi, más exacto es el análisis de los sistemas concentrados. Entonces la pregunta a la que se debe responder es: ¿cuánta exactitud se dispone a sacrificar para que el análisis de sistemas concentrados resulte conveniente?

Antes de responder la pregunta, se debe mencionar que, en la mayor parte de los casos, un 15% de incertidumbre en el coeficiente de transferencia de calor por convección h se considera "normal" y "esperado". Suponer que h es *constante* y *uniforme* también es una aproximación de validez cuestionable, en especial para configuraciones geométricas irregulares. Por lo tanto, en ausencia de suficientes datos experimentales para la configuración geométrica considerada, no se puede afirmar que los resultados sean mejores que $\pm 15\%$, incluso cuando $\text{Bi} = 0$. Si éste es el caso, la introducción de otra fuente de incertidumbre en el problema difícilmente tendrá algún efecto sobre la incertidumbre total, siempre que sea de poca importancia. En general se acepta que el análisis de sistemas concentrados es *aplicable* si

$$\text{Bi} \leq 0.1$$

Cuando se satisface este criterio, las temperaturas dentro del cuerpo con relación a la de los alrededores (es decir, $T - T_\infty$) permanecen dentro de un margen de 5% entre sí, incluso para configuraciones geométricas bien redondeadas como la de una esfera. Como consecuencia, cuando $\text{Bi} < 0.1$, la variación de la temperatura con la ubicación dentro del cuerpo es ligera y, de manera razonable, se puede considerar como si fuera uniforme.

El primer paso en la aplicación del análisis de sistemas concentrados es el cálculo del *número de Biot* y la valoración de la aplicabilidad de este procedimiento. Es posible que se desee utilizar este tipo de análisis, incluso cuando no se satisface el criterio Bi < 0.1, si una gran exactitud no es la preocupación principal.

Note que el número de Biot es la razón entre la *convección* en la superficie con respecto a la *conducción* dentro del cuerpo, y debe ser tan pequeño como sea posible para que el análisis de sistemas concentrados sea aplicable. Por lo tanto, los *cuerpos pequeños* con *conductividad térmica alta* son buenos candidatos para este tipo de análisis, en especial cuando se encuentran en un medio que sea un mal conductor del calor (como el aire u otro gas) que esté inmóvil. Por lo tanto, la pequeña bola de cobre caliente colocada en aire estático, que se discutió con anterioridad, es la que con mayor probabilidad satisface el criterio para el análisis de sistemas concentrados (figura 4-7).

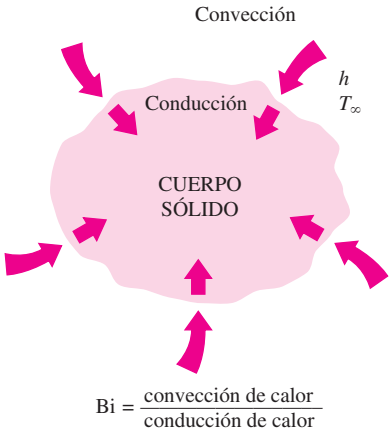


FIGURA 4-6
El número de Biot se puede concebir como la razón entre la convección en la superficie del cuerpo con respecto a la conducción dentro de éste.

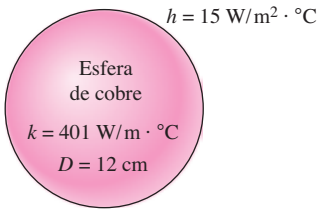
Algunas observaciones sobre la transferencia de calor en sistemas concentrados

Para comprender el mecanismo de la transferencia de calor durante el calentamiento o el enfriamiento de un sólido por el fluido que lo circunda y el criterio para el análisis de sistemas concentrados, considere esta analogía (figura 4-8). Gente que se encuentra en tierra firme debe ir *en bote* hacia una isla en la que toda la costa es puerto y, desde el puerto, hasta su destino en la isla *por autobús*. La aglomeración de personas en el puerto depende del tránsito de botes hacia la isla y del sistema de transporte terrestre en esta última. Si se tiene un sistema excelente de transporte terrestre con un gran número de autobuses, no se tendrá aglomeración de personas en el puerto, en especial cuando el tránsito de botes sea ligero. Pero cuando se cumple lo contrario, se tendrá una aglomeración enorme en el puerto, creando una gran diferencia entre las poblaciones en el puerto y en la isla. La posibilidad de aglomeración es mucho menor en una isla pequeña con una gran cantidad de autobuses rápidos.

En la transferencia de calor, un sistema malo de transporte terrestre corresponde, en esta analogía, a una pobre conducción de calor en un cuerpo, y la aglomeración de gente en el muelle corresponde a la acumulación de energía térmica y la elevación subsiguiente de la temperatura cerca de la superficie de ese cuerpo con respecto a sus partes interiores. Es obvio que el análisis de sistemas concentrados no es aplicable cuando se tiene acumulación en la superficie. Por supuesto, en esta analogía se ha descartado la radiación y, por consiguiente, el tráfico aéreo hacia la isla. A semejanza de los pasajeros en el muelle, el calor cambia de *vehículos* en la superficie: de *convección* a *conducción*. Al hacer la observación de que una superficie tiene espesor cero y, como consecuencia, no puede almacenar energía, el calor que llega por convección a la superficie de un cuerpo debe continuar su viaje, mediante conducción, hacia dentro de ese cuerpo.

Considere la transferencia de calor de un cuerpo caliente hacia sus alrededores más fríos. El calor es transferido del cuerpo hacia el fluido circundante como resultado de una diferencia de temperatura. Pero esta energía provendrá de la región cercana a la superficie y, por consiguiente, la temperatura del cuerpo cercana a dicha superficie caerá. Esto crea un *gradiente de temperatura* entre las regiones interior y exterior del cuerpo e inicia el flujo de calor por conducción del interior del mismo hacia la superficie exterior.

Cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección h y, en consecuencia, la transferencia de calor por convección desde el cuerpo son altos, la temperatura del cuerpo cerca de la superficie cae con rapidez (figura 4-9). Esto creará una diferencia de temperatura grande entre las regiones inte-



$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3}{\pi D^2} = \frac{1}{6}D = 0.02\ \mathrm{m}$$

$$\mathrm{Bi} = \frac{hL_c}{k} = \frac{15 \times 0.02}{401} = 0.00075 < 0.1$$

FIGURA 4-7
Los cuerpos pequeños con altas conductividades térmicas y bajos coeficientes de convección son los que tienen más probabilidad de satisfacer el criterio para el análisis de los sistemas concentrados.

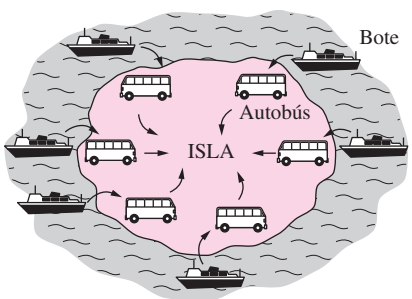


FIGURA 4-8
Analogía entre la transferencia de calor hacia un sólido y el tránsito de pasajeros hacia una isla.

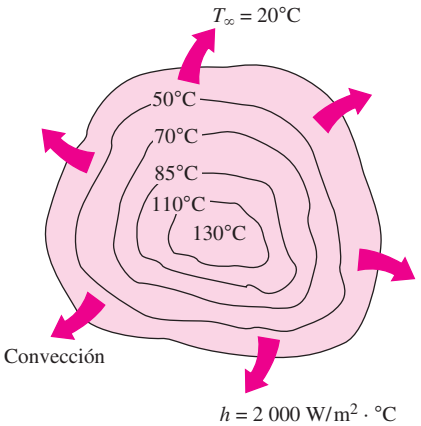


FIGURA 4-9
Cuando el coeficiente de convección h es alto y k es bajo, se tienen grandes diferencias de temperatura entre las regiones interior y exterior de un sólido grande.

rior y exterior a menos que el cuerpo pueda transferir calor desde la región interior a la exterior más rápido. De este modo, la magnitud de la diferencia máxima en la temperatura dentro del cuerpo depende intensamente de la capacidad de éste para conducir calor hacia su superficie en relación con la aptitud del medio circundante para alejar por convección el calor de esa superficie. El número de Biot es una medida de las magnitudes relativas de estos dos efectos competidores.

Recuerde que la conducción de calor en una dirección específica n, por unidad de área superficial, se expresa como $\dot{q} = -k\,\partial T/\partial n$, donde $\partial T/\partial n$ es el gradiente de temperatura y k es la conductividad térmica del sólido. Por lo tanto, la distribución de temperatura en el cuerpo será *uniforme* sólo cuando su *conductividad térmica* sea *infinita*, y no se sabe que exista ese material. Entonces, dentro del cuerpo deben existir gradientes de temperatura y, en consecuencia, diferencias de temperatura, sin importar cuán pequeñas sean, para que tenga lugar la conducción de calor. Por supuesto, el gradiente de temperatura y la conductividad térmica son inversamente proporcionales para un flujo de calor dado. Por lo tanto, entre mayor sea la conductividad térmica, menor será el gradiente de temperatura.

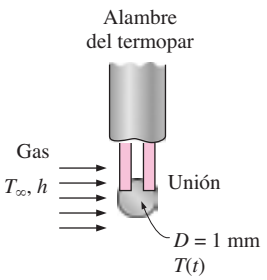


FIGURA 4-10
Esquema para el ejemplo 4-1.

EJEMPLO 4-1 Medición de la temperatura por termopares

Se va a medir la temperatura de un flujo de gas por medio de un termopar cuya unión se puede considerar como una esfera de 1 mm de diámetro, como se muestra en la figura 4-10. Las propiedades de la unión son $k = 35$ W/m · °C, $\rho = 8\,500$ kg/m^3 y $c_p = 320$ J/kg · °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la unión y el gas es $h = 210$ W/m^2 · °C. Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la lectura del termopar sea 99% de la diferencia inicial de temperatura.

SOLUCIÓN Se va a medir la temperatura de un flujo de gas por medio de un termopar. Se debe determinar el tiempo que transcurre para registrar 99% de la ΔT inicial.

Suposiciones **1** La unión tiene forma esférica con un diámetro $D = 0.001$ m. **2** Las propiedades térmicas de la unión y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** Los efectos de la radiación son despreciables.

Propiedades En el enunciado del problema se dan las propiedades de la unión.

Análisis La longitud característica de la unión es

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3}{\pi D^2} = \frac{1}{6}D = \frac{1}{6}(0.001\text{ m}) = 1.67 \times 10^{-4}\text{ m}$$

Entonces el número de Biot queda

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} = \frac{(210\text{ W/m}^2 \cdot °\text{C})(1.67 \times 10^{-4}\text{ m})}{35\text{ W/m} \cdot °\text{C}} = 0.001 < 0.1$$

Por lo tanto, se puede aplicar el análisis de sistemas concentrados y el error que se comete en esta aproximación es despreciable.

Con el fin de tener la lectura de 99% de la diferencia inicial de temperatura $T_i - T_\infty$ entre la unión y el gas, se debe tener

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.01$$

Por ejemplo, cuando $T_i = 0°$C y $T_\infty = 100°$C, se considera que un termopar da la lectura de 99% de esta diferencia aplicada de temperatura cuando indica $T(t) = 99°$C.

El valor del exponente b es

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h}{\rho c_p L_c} = \frac{210\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}{(8\ 500\ \text{kg/m}^3)(320\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(1.67 \times 10^{-4}\ \text{m})} = 0.462\ \text{s}^{-1}$$

Ahora se sustituyen estos valores en la ecuación 4-4 y se obtiene

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \quad \longrightarrow \quad 0.01 = e^{-(0.462\ \text{s}^{-1})t}$$

lo cual da

$$t = \mathbf{10\ s}$$

Por lo tanto, se debe esperar por lo menos 10 s para que la temperatura de la unión del termopar esté a menos de 1% de la diferencia inicial de temperatura entre la unión y el gas.

Discusión Note que la conducción a través de los alambres y el intercambio por radiación con las superficies circundantes afectarán el resultado y deben considerarse en un análisis más refinado.

EJEMPLO 4-2 Templado de barra de acero

En un proceso de templado, barras de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · K y k = 63.9 W/m · K) se calientan en un horno a 850ºC y después se enfrían en una tina de agua a una temperatura promedio de 95ºC (figura 4-11). La tina de agua tiene una temperatura uniforme de 40ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 450 W/m^2 · K. Si las barras de acero tienen un diámetro de 50 mm y una longitud de 2 m, determine: *a*) el tiempo necesario para enfriar una barra de acero de 850ºC a 95ºC en la tina de agua y *b*) la cantidad total de calor que una sola barra transfiere al agua durante el proceso de templado.

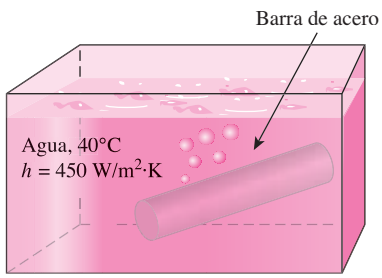


FIGURA 4-11
Esquema para el ejemplo 4-2.

SOLUCIÓN Se debe determinar el tiempo requerido para enfriar una barra de acero en una tina de agua y la cantidad total de calor transferido, durante el proceso de templado.

Suposiciones **1** Las propiedades térmicas de la barra de acero son constantes. **2** El coeficiente de transferencia de calor por convección es uniforme. **3** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Las propiedades de la barra de acero son ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · K y k = 63.9 W/m · K.

Análisis *a*) Para una barra cilíndrica, la longitud característica y el número de Biot son

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{(\pi D^2/4)L}{\pi DL} = \frac{D}{4} = \frac{0.050\ \text{m}}{4} = 0.0125\ \text{m}$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{(450\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.0125\ \text{m})}{63.9\ \text{W/m}\cdot\text{K}} = 0.088 < 0.1$$

Dado que $Bi < 0.1$, es aplicable el análisis de sistemas concentrados. Entonces, el tiempo requerido para enfriar una barra de acero en una tina de agua de 850°C a 95°C es

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p \forall} = \frac{h}{\rho c_p L_c} = \frac{450\,\text{W/m}^2\cdot\text{K}}{(7\,832\ \text{kg/m}^3)(434\,\text{J/kg}\cdot\text{K})\,(0.0125\,\text{m})} = 0.1059\ \text{s}^{-1}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \rightarrow t = -\frac{1}{b}\ln\left[\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right] = -\frac{1}{0.01059\ \text{s}^{-1}}\ln\left[\frac{95 - 40}{850 - 40}\right] = \mathbf{254\ s}$$

b) La cantidad total de calor transferido durante el proceso de enfriamiento de la barra de acero en la tina de agua es

$$Q = mc_p[T_i - T(t)] = \rho\forall c_p[T_i - T(t)] = \frac{\pi D^2 L\rho c_P}{4}[T_i - T(t)]$$

$$= \frac{\pi(0.050\ \text{m})^2(2\,\text{m})(7\,832\,\text{kg/m}^3)\,(434\ \text{J/kg}\cdot\text{K})}{4}(850 - 95)\ \text{K}$$

$$= 1.01 \times 10^7\ \text{J} = \mathbf{10.1\ MJ}$$

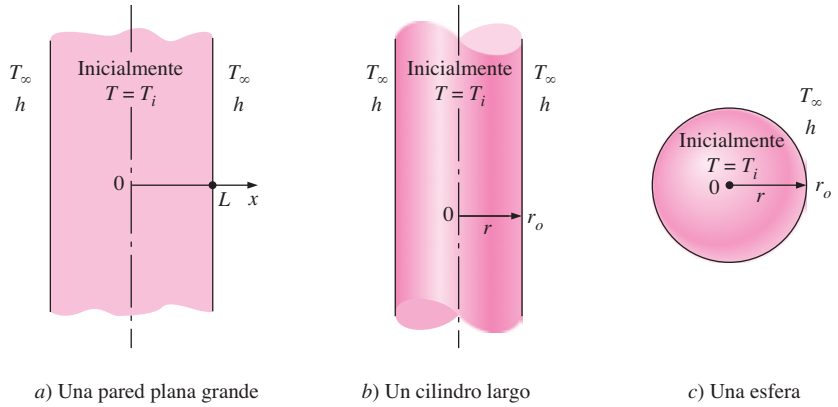
Discusión Para que la temperatura de la tina de agua sea constante, la cantidad de volumen de agua debe ser muy grande o el agua debe enfriarse por medios externos.

4-2 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO EN PAREDES PLANAS GRANDES, CILINDROS LARGOS Y ESFERAS CON EFECTOS ESPACIALES

En la sección 4-1 se consideraron cuerpos en los que la variación de la temperatura dentro de los mismos es despreciable; es decir, cuerpos que permanecen casi *isotérmicos* durante un proceso. Los cuerpos relativamente pequeños de materiales intensamente conductores se aproximan a este comportamiento. Sin embargo, en general, la temperatura dentro de un cuerpo cambia de punto a punto así como de tiempo en tiempo. En esta sección se considera la variación de la temperatura con el *tiempo* y la *posición* en problemas unidimensionales, como los asociados con una pared plana grande, un cilindro largo y una esfera.

Considere una pared plana de espesor $2L$, un cilindro largo de radio r_o y una esfera de radio r_o, inicialmente a una *temperatura uniforme* T_i, como se muestra en la figura 4-12. En el instante $t = 0$, cada configuración geométrica se coloca en un medio grande que está a una temperatura constante T_∞ y se mantiene en ese medio para $t > 0$. La transferencia de calor se lleva a efecto entre estos cuerpos y sus medios ambientes por convección, con un coeficiente de transferencia de calor h *uniforme* y *constante*. Note que los tres casos poseen simetría geométrica y térmica: la pared plana es simétrica con respecto a su *plano central* ($x = 0$), el cilindro es simétrico con respecto a su *línea central* ($r = 0$) y la esfera es simétrica con respecto a su *punto central* ($r = 0$). Se desprecia la transferencia de calor por *radiación* entre estos cuerpos y sus superficies circundantes, o bien, se incorpora el efecto de la radiación en el coeficiente de transferencia de calor por convección, h.

En la figura 4-13 se ilustra la variación del perfil de temperatura con el *tiempo* en la pared plana. Cuando la pared se expone por primera vez al medio circundante que está a $T_\infty < T_i$ en $t = 0$, toda la pared está a la temperatura inicial T_i. Pero la temperatura de la pared en las superficies y cerca de éstas empieza



a) Una pared plana grande *b*) Un cilindro largo *c*) Una esfera

FIGURA 4-12
Esquema de las configuraciones geométricas simples en las que la transferencia de calor es unidimensional.

a caer como resultado de la transferencia de calor de ella hacia el medio circundante. Éste crea un *gradiente de temperatura* en la pared y se inicia la conducción de calor desde las partes internas de ella hacia sus superficies exteriores. Note que la temperatura en el centro de la pared permanece en T_i hasta $t = t_2$ y que el perfil de temperatura dentro de ella permanece simétrico en todo momento con respecto al plano central. El perfil de temperatura se hace más y más aplanado conforme pasa el tiempo como resultado de la transferencia de calor y llega el momento en que se vuelve uniforme en $T = T_\infty$. Es decir, la pared alcanza el *equilibrio térmico* con sus alrededores. En ese punto, la transferencia de calor se detiene, ya que deja de existir una diferencia de temperatura. Se pueden desarrollar discusiones semejantes para el cilindro largo o la esfera.

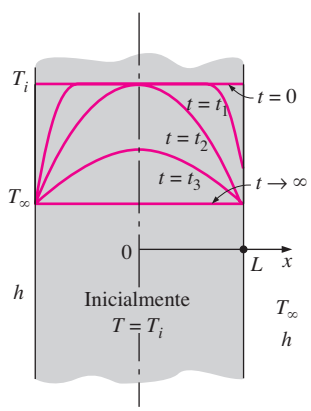


FIGURA 4-13
Perfiles de temperatura transitoria en una pared expuesta a convección desde sus superficies para $T_i > T_\infty$.

Problema de conducción transitoria unidimensional, en forma adimensional

La formulación de problemas de conducción de calor para la determinación de la distribución unidimensional transitoria de temperatura en una pared plana, un cilindro o una esfera conduce a una ecuación diferencial en derivadas parciales; comúnmente, la solución de este tipo de ecuación está relacionada con series infinitas y ecuaciones trascendentes, que no resulta conveniente usar. Pero la solución analítica proporciona una visión valiosa para hacerse una idea del problema físico y, por lo tanto, es importante recorrer los pasos que intervienen. En seguida se muestra el procedimiento de resolución para el caso de una pared plana.

Considérese una pared plana de espesor $2L$ que, inicialmente, se encuentra a una temperatura uniforme T_i, como se muestra en la figura 4-12*a*). En el instante $t = 0$, la pared se sumerge en un fluido a la temperatura T_∞ y se expone a transferencia de calor por convección, desde ambos lados, con un coeficiente de convección de h. La altura y el ancho de la pared son grandes en relación con su espesor, de donde se puede considerar la conducción de calor en esa pared como unidimensional. Asimismo, existe simetría térmica respecto al plano medio que pasa por $x = 0$ y, como consecuencia, la distribución de temperaturas debe ser simétrica respecto a ese plano medio. Por lo tanto, el valor de la temperatura en cualquier punto $-x$ del intervalo $-L \leq x \leq 0$ en el instante t debe ser igual al valor en $+x$ del intervalo $0 \leq x \leq L$, en el mismo instante. Esto significa que se puede formular y resolver el problema de conducción de calor en la mitad positiva del dominio, $0 \leq x \leq L$, y después aplicar la solución a la otra mitad.

En las siguientes condiciones: propiedades termofísicas constantes, no hay generación de calor, simetría térmica respecto al plano medio, temperatura inicial uniforme y coeficiente constante de convección, el problema de conducción transitoria unidimensional de calor en el semidominio $0 \leq x \leq L$ de la pared plana se puede expresar como (véase el capítulo 2)

Ecuación diferencial: $$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{4-10a}$$

Condiciones de frontera: $$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{y} \quad -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = h[T(L, t) - T_\infty] \tag{4-10b}$$

Condición inicial: $$T(x, 0) = T_i \tag{4-10c}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c_p$ es la difusividad térmica del material.

Ahora se intentará expresar en forma adimensional el problema mediante la definición de una variable espacial adimensional $X = x/L$ y la temperatura adimensional $\theta(x, t) = [T(x, t) - T_\infty]/[T_i - T_\infty]$. Éstas son selecciones convenientes, ya que tanto X como θ varían entre 0 y 1. Sin embargo, no se tiene una guía clara para la forma apropiada de la variable adimensional de tiempo y de la razón h/k, de modo que se dejará que el análisis las indique. Se observa que

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial (x/L)} = \frac{L}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{L^2}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Si se sustituye en las ecuaciones 4-10*a*) y 4-10*b*) y se reordena, dan

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{L^2}{\alpha}\frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \theta(1, t)}{\partial X} = \frac{hL}{k}\theta(1, t) \tag{4-11}$$

Por lo tanto, la forma apropiada del tiempo adimensional es $\tau = \alpha t/L^2$, el cual se conoce como **número de Fourier**, Fo, y se reconoce $\text{Bi} = k/hL$ como el número de Biot definido en la sección 4-1. Entonces la formulación del problema de conducción transitoria unidimensional de calor en una pared plana se puede expresar en forma adimensional como

Ecuación diferencial adimensional: $$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \tag{4-12a}$$

Condiciones de frontera adimensionales: $$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = -\text{Bi}\theta(1, \tau) \tag{4-12b}$$

Condición inicial adimensional: $$\theta(X, 0) = 1 \tag{4-12c}$$

donde

$\theta(X, \tau) = \dfrac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i}$ *Temperatura adimensional*

$X = \dfrac{x}{L}$ *Distancia adimensional desde el centro*

$\text{Bi} = \dfrac{hL}{k}$ *Coeficiente adimensional de transferencia de calor* (número de Biot)

$\tau = \dfrac{\alpha t}{L^2} = \text{Fo}$ *Tiempo adimensional* (número de Fourier)

La ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas o esféricas se puede expresar en forma adimensional de manera semejante. Obsérvese que

la expresión en forma adimensional reduce el número de variables independientes y de parámetros, de ocho a tres: de x, L, t, k, α, h, T_i y T_∞ a X, Bi y Fo (figura 4-14). Es decir,

$$\theta = f(X, \text{Bi}, \text{Fo}) \tag{4-13}$$

Esto hace que sea muy práctico realizar estudios paramétricos y evitar resultados en forma gráfica. La ecuación 4-13 es la versión generalizada de la ecuación 4-4 para el análisis de sistemas concentrados (sin variables de espacio). Esto se puede demostrar mediante las definiciones de θ, α, L_c, Bi y Fo en la ecuación 4-4. El resultado final es

$$\theta = \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} = e^{-\frac{hA_s t}{\rho V c_p}} = e^{-\text{BiFo}}$$

o $\theta = f(\text{Fo}, \text{Bi})$, que es el caso especial de la ecuación 4-13 sin variables de espacio.

a) Problema original de conducción de calor:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}, \quad T(x, 0) = T_i$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0, \quad -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = h[T(L, t) - T_\infty]$$

$$T = F(x, L, t, k, \alpha, h, T_i, T_\infty)$$

b) Problema en forma adimensional:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad \theta(X, 0) = 1$$

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = -\text{Bi}\theta(1, \tau)$$

$$\theta = f(X, \text{Bi}, \tau)$$

FIGURA 4-14
En los problemas de conducción transitoria unidimensional, la expresión en forma adimensional reduce el número de variables independientes de ocho a tres, lo que resulta muy conveniente en la presentación de resultados.

Solución exacta del problema de conducción transitoria unidimensional*

La ecuación diferencial en derivadas parciales en forma adimensional, dada en las ecuaciones 4-12 junto con sus condiciones de la frontera e inicial, se puede resolver con la aplicación de varias técnicas analíticas y numéricas, incluidos los métodos de la transformada de Laplace u otra, el método de separación de variables, el de diferencias finitas y el de elementos finitos. En este texto, se aplicará el **método de separación de variables** desarrollado por J. Fourier, en 1820, y que se basa en el desarrollo de una función arbitraria (incluida una constante) en términos de series de Fourier. El método se aplica al suponer que la variable dependiente es un producto de varias funciones, en donde cada una de ellas es función de una sola variable independiente. Esto reduce la ecuación diferencial en derivadas parciales a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, donde cada una de ellas es función de una sola variable independiente. Por ejemplo, en el caso de la conducción transitoria en una pared plana, la variable dependiente es la función de solución $\theta(X, \tau)$, la cual se expresa como $\theta(X, \tau) = F(X)G(\tau)$, y la aplicación del método da como resultado dos ecuaciones diferenciales ordinarias, una en X y otra en τ.

El método es aplicable si 1) la configuración geométrica es sencilla y finita (como un bloque rectangular, un cilindro o una esfera), de modo que las superficies de frontera se puedan describir por medio de funciones matemáticas sencillas, y 2) la ecuación diferencial y las condiciones de frontera e inicial, en su forma más simplificada, son lineales (sin términos que contengan productos de la variable dependiente o de sus derivadas) y sólo contienen un término no homogéneo (un término sin la variable dependiente ni sus derivadas). Si la formulación comprende varios términos no homogéneos, el problema se puede dividir en un número igual de problemas más sencillos, comprendiendo cada uno sólo un término no homogéneo y, después, combinando las soluciones por superposición.

Ahora se demostrará el uso del método de separación de variables, mediante su aplicación al problema de la conducción transitoria unidimensional de calor, dado en las ecuaciones 4-12. En primer lugar, se expresa la función de la temperatura adimensional $\theta(X, \tau)$ como un producto de una función sólo de X y una función sólo de τ, como

$$\theta(X, \tau) = F(X)G(\tau) \tag{4-14}$$

*Si se desea, se puede pasar por alto esta sección, sin pérdida de continuidad.

Si se sustituye la ecuación 4-14 en la 4-12*a*) y se divide entre el producto *FG*, da

$$\frac{1}{F}\frac{d^2F}{dX^2} = \frac{1}{G}\frac{dG}{d\tau} \tag{4-15}$$

Obsérvese que todos los términos que dependen de X se encuentran en la parte izquierda de la ecuación y todos los que dependen de τ están en la parte derecha. Es decir, los términos que son función de variables diferentes se *separan* (de ahí el nombre de *separación de variables*). La parte izquierda de esta ecuación es función sólo de X y la parte derecha sólo lo es de τ. Si se considera que tanto X como τ pueden hacerse variar de manera independiente, únicamente puede cumplirse la igualdad de la ecuación 4-15, para cualquier valor de X y de τ, si esta ecuación es igual a una constante. Además, debe ser una constante *negativa*, la cual se indicará como $-\lambda^2$, ya que una constante positiva hará que la función $G(\tau)$ crezca en forma ilimitada con el tiempo (para hacerse infinita), lo cual carece de significado físico; un valor de cero para esa constante significa que no hay dependencia respecto al tiempo, lo cual una vez más no es coherente con el problema físico planteado. Al hacer la ecuación 4-15 igual a $-\lambda^2$, da

$$\frac{d^2F}{dX^2} + \lambda^2 F = 0 \quad \text{y} \quad \frac{dG}{d\tau} + \lambda^2 G = 0 \tag{4-16}$$

cuyas soluciones generales son

$$F = C_1\cos(\lambda X) + C_2\text{sen}(\lambda X) \quad \text{y} \quad G = C_3 e^{-\lambda^2\tau} \tag{4-17}$$

y

$$\theta = FG = C_3 e^{-\lambda^2\tau}[C_1\cos(\lambda X) + C_2\text{sen}(\lambda X)] = e^{-\lambda^2\tau}[A\cos(\lambda X) + B\text{sen}(\lambda X)] \tag{4-18}$$

donde $A = C_1C_3$ y $B = C_2C_3$ son constantes arbitrarias. Nótese que sólo se necesita determinar A y B para obtener la solución del problema.

Al aplicar las condiciones de frontera de las ecuaciones 4-12*b*), da

$$\frac{\partial\theta(0,\tau)}{\partial X} = 0 \rightarrow -e^{-\lambda^2\tau}(A\lambda\text{sen}\,0 + B\lambda\cos 0) = 0 \;\rightarrow\; B = 0 \;\rightarrow\; \theta = Ae^{-\lambda^2\tau}\cos(\lambda X)$$

$$\frac{\partial\theta(1,\tau)}{\partial X} = -\text{Bi}\theta(1,\tau) \;\rightarrow -Ae^{-\lambda^2\tau}\lambda\text{sen}\lambda = -\text{Bi}Ae^{-\lambda^2\tau}\cos\lambda \;\rightarrow\; \lambda\tan\lambda = \text{Bi}$$

Pero la tangente es una función periódica con un periodo de π y la ecuación $\lambda \tan \lambda = \text{Bi}$ tiene la raíz λ_1 entre 0 y π, la raíz λ_2 entre π y 2π, la raíz λ_n entre $(n-1)\pi$ y $n\pi$, etcétera. Para reconocer que la ecuación trascendente $\lambda \tan \lambda = \text{Bi}$ tiene un número infinito de raíces, ésta es expresada como

$$\lambda_n \tan\lambda_n = \text{Bi} \tag{4-19}$$

Esta última ecuación se conoce como **ecuación característica**, y sus raíces se llaman **valores característicos** o **eigenvalores** (o **valores propios**). En este caso, la ecuación característica es implícita y, por lo tanto, se necesita determinar numéricamente los valores característicos. Entonces, se concluye que se tiene un número infinito de soluciones de la forma $Ae^{-\lambda^2\tau}\cos(\lambda X)$, y la solución de este problema lineal de conducción de calor es una combinación lineal de ellas,

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2\tau}\cos(\lambda_n X) \tag{4-20}$$

Las constantes A_n se determinan a partir de la condición inicial, ecuación 4-12c),

$$\theta(X, 0) = 1 \quad \rightarrow \quad 1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\lambda_n X) \tag{4-21}$$

Éste es un desarrollo en serie de Fourier que expresa una constante en términos de una serie infinita de funciones coseno. A continuación, se multiplican ambos lados de la ecuación 4-21 por $\cos(\lambda_m X)$ y se integra desde $X = 0$ hasta $X = 1$. El lado derecho comprende un número infinito de integrales de la forma $\int_0^1 \cos(\lambda_m X) \cos(\lambda_n X) dx$. Se puede demostrar que todas estas integrales se anulan, excepto cuando $n = m$, y el coeficiente A_n queda

$$\int_0^1 \cos(\lambda_n X) dX = A_n \int_0^1 \cos^2(\lambda_n X) dx \quad \rightarrow \quad A_n = \frac{4 \operatorname{sen} \lambda_n}{2\lambda_n + \operatorname{sen}(2\lambda_n)} \tag{4-22}$$

Con esto se completa el análisis para la resolución del problema de conducción transitoria unidimensional de calor en una pared plana. Se pueden determinar las soluciones en otras configuraciones geométricas, como un cilindro largo y una esfera, aplicando el mismo procedimiento. La aproximación del cilindro grande permite el supuesto de una conducción unidimensional en la dirección radial. Es una aproximación razonable para cilindros que tienen una razón $L/r_0 \geqslant 10$ de longitud (l) con respecto al radio (r_0). En la tabla 4-1 se resumen los resultados para estas tres configuraciones geométricas. La solución para la pared plana también es aplicable cuando se trata de una pared plana de espesor L cuya superficie izquierda, en $x = 0$, esté aislada y la derecha, en $x = L$, esté sujeta a convección, ya que éste es precisamente el problema matemático que se resolvió.

Es común que las soluciones analíticas de los problemas de conducción transitoria comprendan series infinitas y, por lo tanto, la evaluación de un número infinito de términos con el fin de determinar la temperatura en un punto e instante especificados. Esto puede parecer en principio intimidante, pero no hay necesidad de preocuparse. Como se demuestra en la figura 4-15, los términos en la suma decrecen con rapidez conforme n y, por consiguiente, λ_n crecen, debido a la función exponencial de decaimiento $e^{-\lambda_n^2 \tau}$. En especial, este caso se presenta cuando el tiempo adimensional τ es grande. Por lo tanto, suele ser adecuada la evaluación de unos cuantos de los primeros términos de la serie infinita (en este caso, sólo el primer término) con el fin de determinar la temperatura adimensional θ.

$$\theta_n = A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \cos(\lambda_n X)$$

$$A_n = \frac{4 \operatorname{sen} \lambda_n}{2\lambda_n + \operatorname{sen}(2\lambda_n)}$$

$$\lambda_n \tan \lambda_n = \text{Bi}$$

Para Bi = 5, $X = 1$, y $t = 0.2$:

n	λ_n	A_n	θ_n
1	1.3138	1.2402	0.22321
2	4.0336	−0.3442	0.00835
3	6.9096	0.1588	0.00001
4	9.8928	−0.876	0.00000

FIGURA 4-15

Los términos de la serie que presenta la solución de los problemas de conducción transitoria decrecen con rapidez conforme crece n y, por consiguiente, λ_n, debido a la función exponencial de decaimiento con el exponente $-\lambda_n \tau$.

TABLA 4-1

Resumen de las soluciones para la conducción transitoria unidimensional en una pared plana de espesor $2L$, un cilindro de radio r_o y una esfera de radio r_o, sujetos a convección desde todas las superficies*

Configuración geométrica	Solución	Las λ_n son las raíces de
Pared plana	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \operatorname{sen} \lambda_n}{2\lambda_n + \operatorname{sen}(2\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} \cos(\lambda_n x/L)$	$\lambda_n \tan \lambda_n = \text{Bi}$
Cilindro	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n} \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} J_0(\lambda_n r/r_o)$	$\lambda_n \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0(\lambda_n)} = \text{Bi}$
Esfera	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(\operatorname{sen} \lambda_n - \lambda_n \cos \lambda_n)}{2\lambda_n - \operatorname{sen}(2\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} \frac{\operatorname{sen}(\lambda_n x/L)}{\lambda_n x/L}$	$1 - \lambda_n \cot \lambda_n = \text{Bi}$

*Aquí $\theta = (T - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$ es la temperatura adimensional, Bi $= hL/k$ o hr_o/k es el número de Biot, Fo $= \tau = \alpha t/L^2$ o $\alpha\tau/r_o^2$ es el número de Fourier, y J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de la primera especie cuyos valores se dan en la tabla 4-3.

Soluciones aproximadas, analíticas y gráficas

La solución analítica obtenida en los párrafos anteriores para la conducción transitoria unidimensional de calor en una pared plana comprende series infinitas y ecuaciones implícitas, las cuales son difíciles de evaluar. Por lo tanto, existe una motivación clara para simplificar las soluciones analíticas con el fin de presentar las soluciones en forma *tabular* o *gráfica*, usando relaciones sencillas.

Las cantidades adimensionales definidas en los párrafos anteriores para una pared plana también se pueden usar para un *cilindro* o una *esfera*, al reemplazar la variable espacial x por r y el semiespesor L por el radio exterior r_o. Nótese que la longitud característica que se encuentra en la definición del número de Biot se toma como el *semiespesor L*, para la pared plana, y el *radio* r_o, para el cilindro y la esfera, en lugar de $\mathcal{V}/A$, que se usa en el análisis de los sistemas concentrados.

Con anterioridad se mencionó que los términos de las soluciones en serie de la tabla 4-1 convergen con rapidez al aumentar el tiempo; para $\tau > 0.2$, si se conserva el primer término de la serie y se desprecian todos los restantes, se tiene como resultado un error por debajo de 2%. Suele haber interés en la solución para tiempos con $\tau > 0.2$, por lo que resulta muy conveniente expresar la solución usando esta **aproximación de un término**, dada como

Pared plana:
$$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L), \quad \tau > 0.2 \tag{4-23}$$

Cilindro:
$$\theta_{\text{cil}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} J_0(\lambda_1 r/r_o), \quad \tau > 0.2 \tag{4-24}$$

Esfera:
$$\theta_{\text{esf}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\operatorname{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o}, \quad \tau > 0.2 \tag{4-25}$$

donde las constantes A_1 y λ_1 son funciones sólo del número Bi, y en la tabla 4-2 se da una lista de sus valores con respecto al número Bi, para las tres configuraciones geométricas. La función J_0 es la función de Bessel de primera especie y de orden cero, cuyo valor se puede determinar a partir de la tabla 4-3. Dado que $\cos(0) = J_0(0) = 1$ y que el límite de $(\operatorname{sen} x)/x$ también es uno, estas relaciones se simplifican para dar las siguientes en el centro de una pared plana, un cilindro o una esfera:

Centro de pared plana ($x = 0$):
$$\theta_{0,\,\text{pared}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \tag{4-26}$$

Centro del cilindro ($r = 0$):
$$\theta_{0,\,\text{cil}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \tag{4-27}$$

Centro de la esfera ($r = 0$):
$$\theta_{0,\,\text{esf}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \tag{4-28}$$

Si se comparan los dos conjuntos de ecuaciones anteriores, se observa que en cualquier parte de una pared plana, un cilindro o una esfera, las temperaturas adimensionales están relacionadas con la temperatura en el centro por

$$\frac{\theta_{\text{pared}}}{\theta_{0,\,\text{pared}}} = \cos\left(\frac{\lambda_1 x}{L}\right), \quad \frac{\theta_{\text{cil}}}{\theta_{0,\,\text{cil}}} = J_0\left(\frac{\lambda_1 r}{r_o}\right), \quad \text{y} \quad \frac{\theta_{\text{esf}}}{\theta_{0,\,\text{esf}}} = \frac{\operatorname{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o} \tag{4-29}$$

lo cual muestra que la dependencia de la temperatura adimensional respecto al tiempo, dentro de una configuración geométrica dada, es la misma en toda la extensión. Es decir, si la temperatura adimensional en el centro θ_0 disminuye 20% durante un tiempo especificado, del mismo modo disminuye la tempera-

TABLA 4-2

Coeficientes usados en la solución aproximada de un término de la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en paredes planas, cilindros y esferas (Bi = hL/k para una pared plana de espesor $2L$ y Bi = hr_o/k para un cilindro o una esfera de radio r_o)

	Pared plana		*Cilindro*		*Esfera*	
Bi	λ_1	A_1	λ_1	A_1	λ_1	A_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.1	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.2	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.3	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0931	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0918	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2403	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2880	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5708	1.2732	2.4048	1.6021	3.1416	2.0000

TABLA 4-3

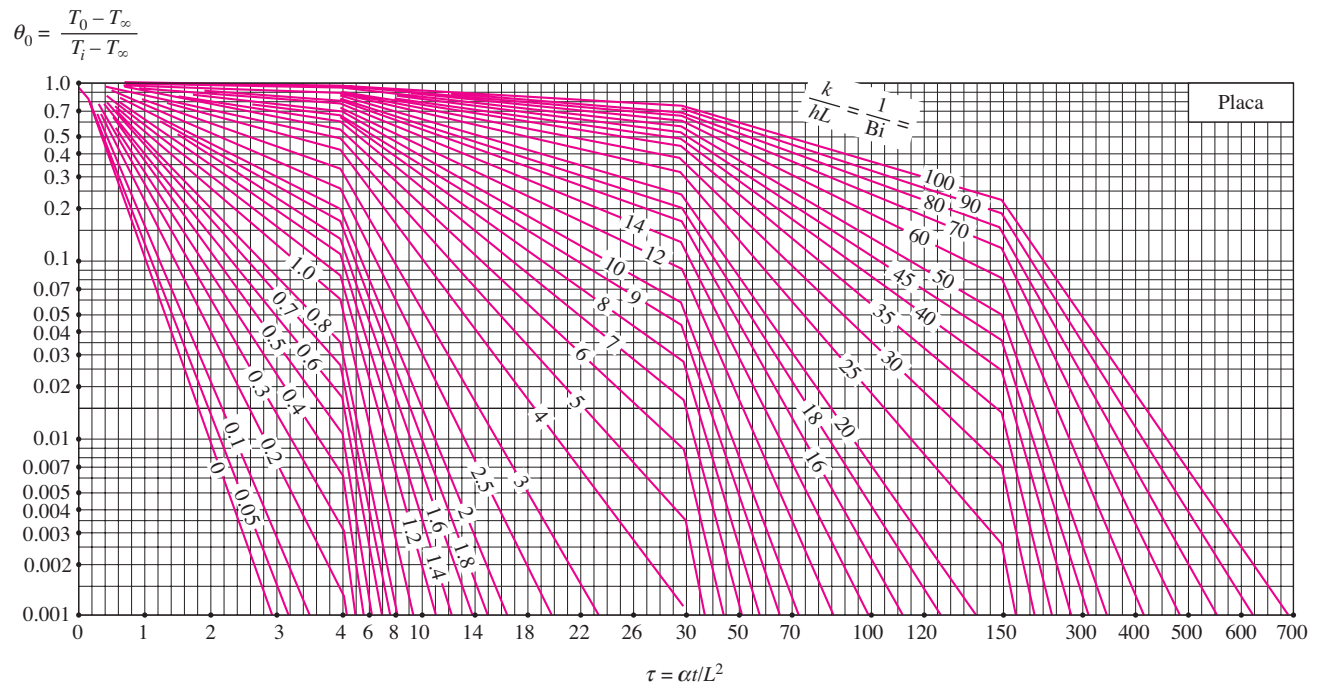
Funciones de Bessel de primera especie y de cero y primer orden

η	$J_o(\eta)$	$J_1(\eta)$
0.0	1.0000	0.0000
0.1	0.9975	0.0499
0.2	0.9900	0.0995
0.3	0.9776	0.1483
0.4	0.9604	0.1960
0.5	0.9385	0.2423
0.6	0.9120	0.2867
0.7	0.8812	0.3290
0.8	0.8463	0.3688
0.9	0.8075	0.4059
1.0	0.7652	0.4400
1.1	0.7196	0.4709
1.2	0.6711	0.4983
1.3	0.6201	0.5220
1.4	0.5669	0.5419
1.5	0.5118	0.5579
1.6	0.4554	0.5699
1.7	0.3980	0.5778
1.8	0.3400	0.5815
1.9	0.2818	0.5812
2.0	0.2239	0.5767
2.1	0.1666	0.5683
2.2	0.1104	0.5560
2.3	0.0555	0.5399
2.4	0.0025	0.5202
2.6	−0.0968	−0.4708
2.8	−0.1850	−0.4097
3.0	−0.2601	−0.3391
3.2	−0.3202	−0.2613

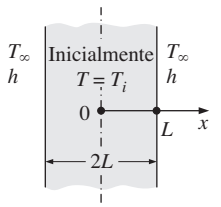
tura adimensional θ_0 en cualquier otra parte del medio, durante el mismo tiempo.

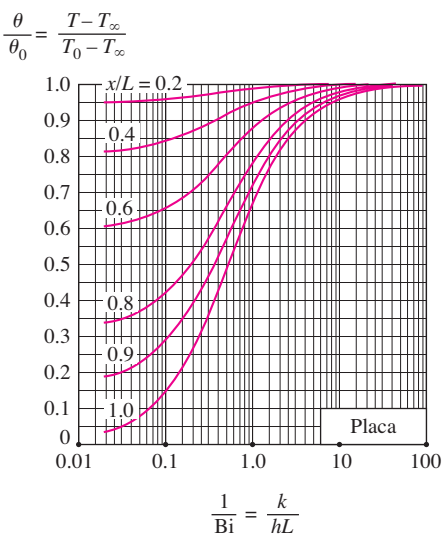
Una vez que se conoce el número Bi, se pueden usar estas relaciones para determinar la temperatura en cualquier parte del medio. La determinación de las constantes A_1 y λ_1 suele requerir interpolación. Para quienes prefieren la lectura de gráficas en lugar de la interpolación, se han trazado representaciones de estas relaciones y de las soluciones de aproximación de un término, conocidas como *gráficas de temperaturas transitorias*. Nótese que, a veces, las gráficas son difíciles de leer y, por ende, están sujetas a errores de lectura. Por lo tanto, en su lugar debe preferirse las relaciones antes dadas.

Las gráficas de temperaturas transitorias de las figuras 4-16, 4-17 y 4-18, para una pared plana grande, un cilindro largo y una esfera, fueron presentadas por M. P. Heisler, en 1947, y se conocen como **gráficas de Heisler**. En

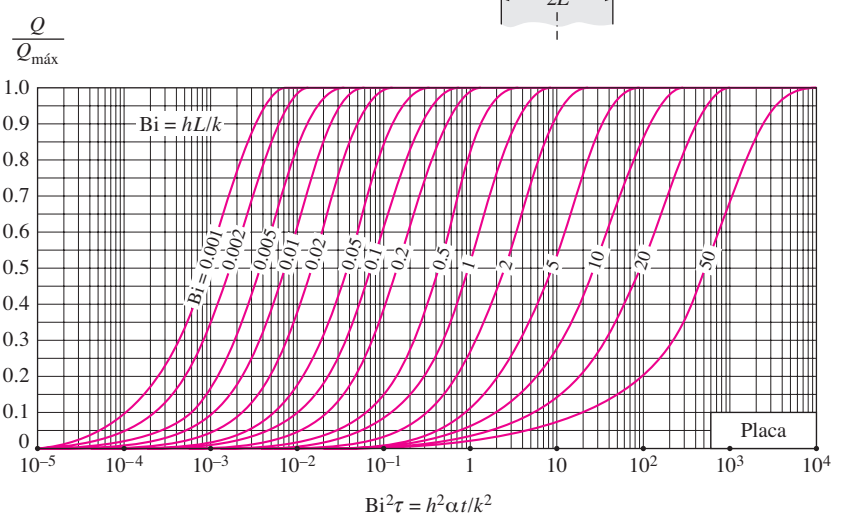


a) Temperatura del plano medio (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).





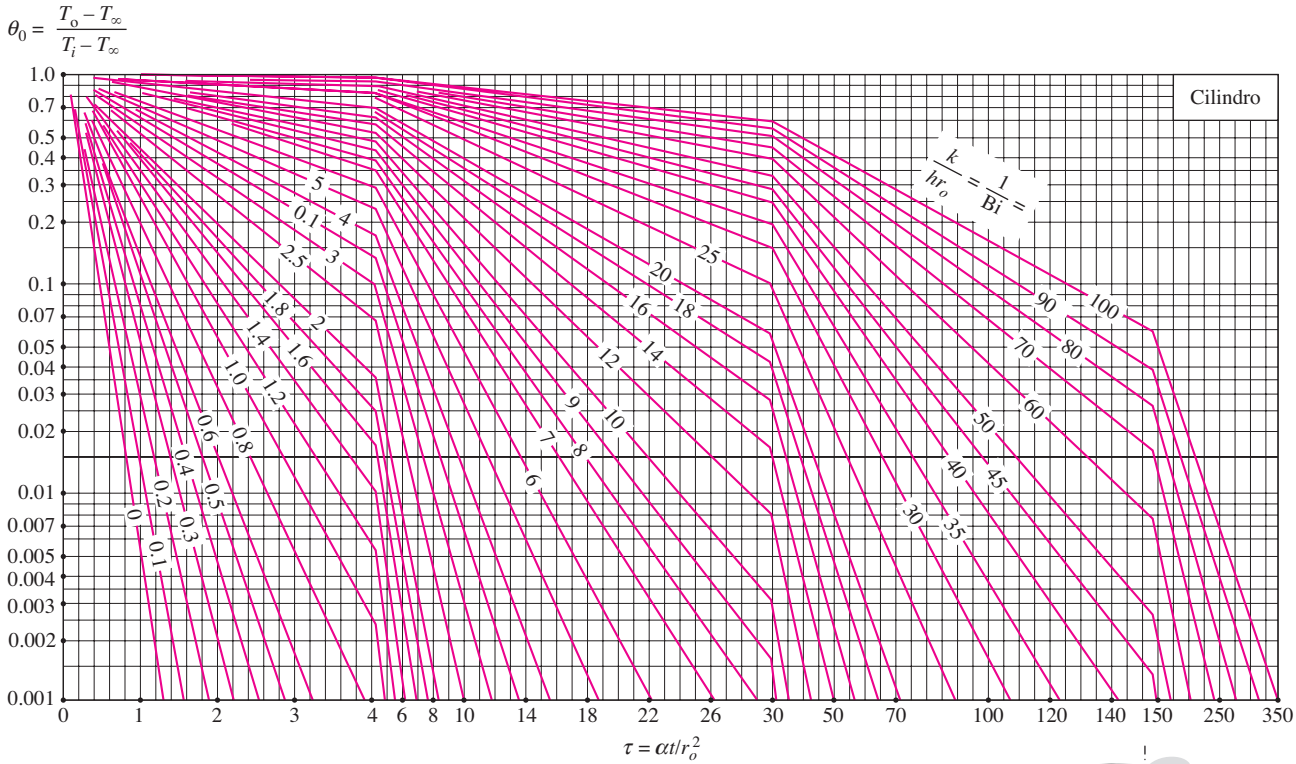
b) Distribución de temperatura (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).



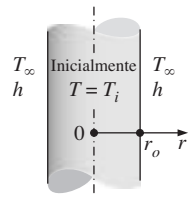
c) Transferencia de calor (tomada de H. Gröber *et al.*).

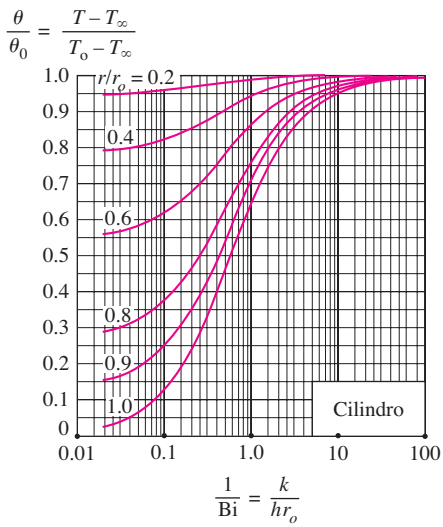
FIGURA 4-16

Diagramas de temperatura transitoria y de transferencia de calor para una pared plana de espesor $2L$, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, sujeta a convección desde ambos lados hacia un medio ambiente a la temperatura T_∞, con un coeficiente de convección de h.

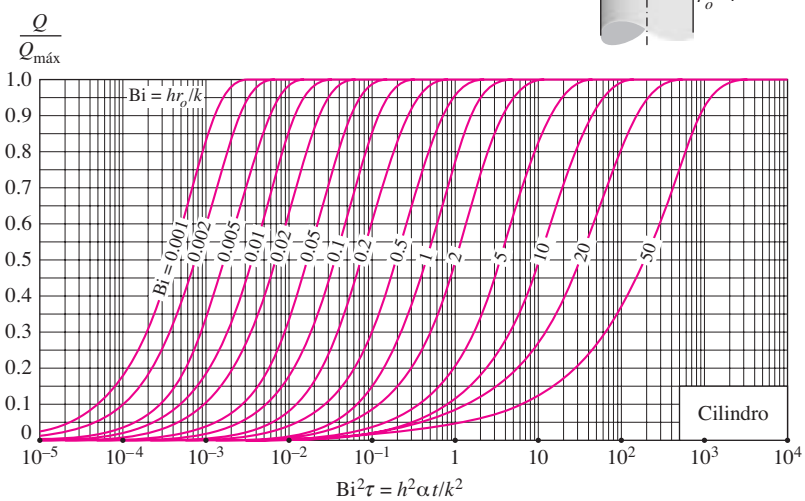


a) Temperatura de la línea central (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).





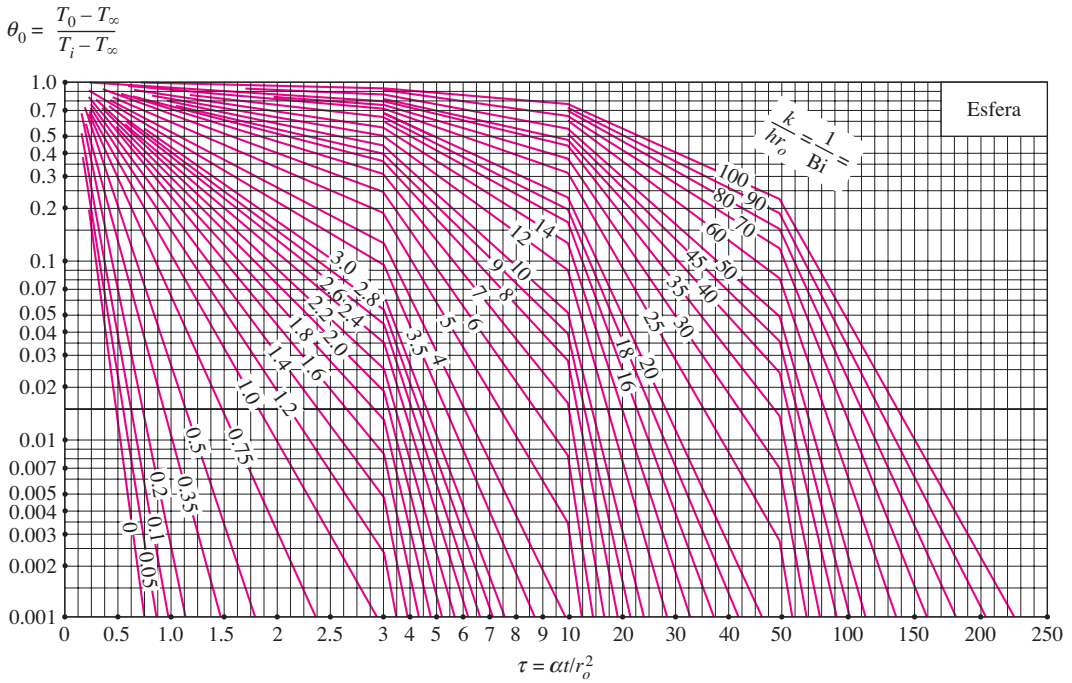
b) Distribución de temperaturas (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).



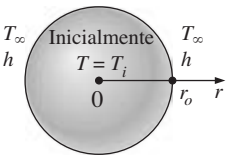
c) Transferencia de calor (tomada de H. Gröber *et al.*).

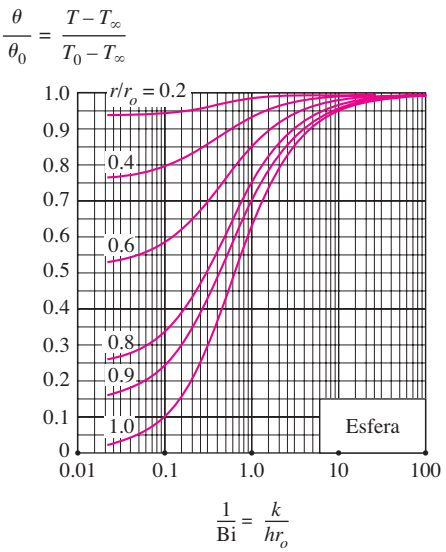
FIGURA 4-17

Diagramas de temperatura transitoria y de transferencia de calor para un cilindro largo de radio r_o, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, sujeto a convección desde todos lados hacia un medio ambiente a la temperatura T_∞, con un coeficiente de convección de h.

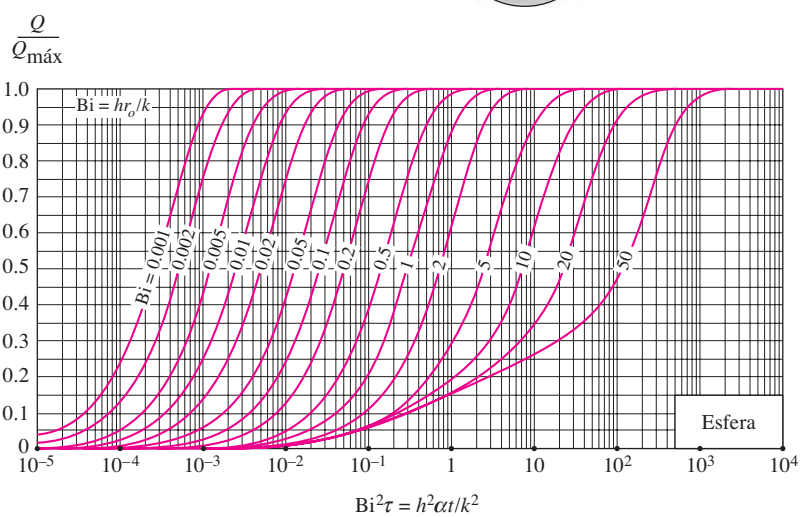


a) Temperatura en el centro (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).





b) Distribución de temperaturas (tomada de M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *Trans. ASME 69,* 1947, pp. 227-236. Reimpreso con autorización de ASME International).



c) Transferencia de calor (tomada de H. Gröber *et al.*).

FIGURA 4-18

Diagramas de temperatura transitoria y de transferencia de calor para una esfera de radio r_o, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, sujeta a convección desde todos lados hacia un medio ambiente a la temperatura T_∞, con un coeficiente de convección de h.

1961, fueron complementadas por H. Gröber con gráficas de transferencia transitoria de calor. Éstas son *tres* gráficas asociadas con cada configuración geométrica: la primera es para determinar la temperatura T_0 en el *centro* de la configuración, en un instante dado t. La segunda permite determinar la temperatura en *otros lugares*, en el mismo instante, en términos de T_0. La tercera sirve para determinar la cantidad total de *transferencia de calor* hasta el instante t. Estas gráficas son válidas para $\tau > 0.2$.

Note que el caso $1/\text{Bi} = k/hL = 0$ corresponde a $h \to \infty$, lo cual corresponde al caso de *temperatura superficial* T_∞ *especificada*. Es decir, el caso en el que las superficies se llevan súbitamente a la temperatura T_∞ en $t = 0$, y se mantienen en T_∞ en todo momento puede manejarse al hacer que h tienda al infinito (figura 4-19).

La temperatura del cuerpo cambia de la temperatura inicial T_i a la de los alrededores T_∞ al final del proceso transitorio de conducción de calor. Por lo tanto, la cantidad *máxima* de calor que un cuerpo puede ganar (o perder si $T_i > T_\infty$) es sencillamente el *cambio* en el *contenido de energía* del cuerpo. Es decir,

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_\infty - T_i) = \rho V c_p(T_\infty - T_i) \qquad \text{(kJ)} \tag{4-30}$$

donde m es la masa, V es el volumen, ρ es la densidad, y c_p es el calor específico del cuerpo. Así, $Q_{\text{máx}}$ representa la cantidad de transferencia de calor para $t \to \infty$. Es obvio que la cantidad de transferencia de calor Q en un tiempo finito t es menor que este máximo, y puede expresarse como la suma de los cambios de la energía interna de toda la configuración geométrica, como

$$Q = \int_V \rho c_p[T(x,t) - T_i]dV \tag{4-31}$$

donde $T(x, t)$ es la distribución de temperaturas en el medio, en el instante t. Si se suponen propiedades constantes, la razón de $Q/Q_{\text{máx}}$ queda

$$\frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = \frac{\int_V \rho c_p[T(x,t) - T_i]dV}{\rho c_\pi(T_\infty - T_i)V} = \frac{1}{V}\int_V (1 - \theta)dV \tag{4-32}$$

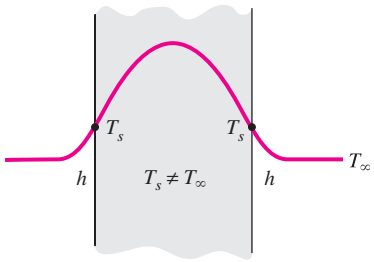
Si se usan las relaciones apropiadas de temperatura adimensional basadas en la aproximación de un término para la pared plana, el cilindro y la esfera, y se realizan las integraciones indicadas, se obtienen las siguientes relaciones para la fracción de transferencia de calor en esas configuraciones geométricas:

Pared plana:
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared}} = 1 - \theta_{0,\,\text{pared}}\frac{\operatorname{sen}\lambda_1}{\lambda_1} \tag{4-33}$$

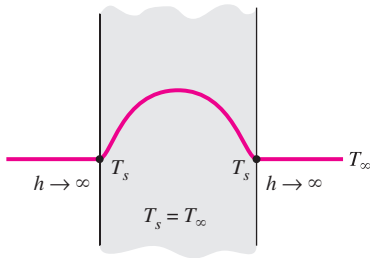
Cilindro:
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cil}} = 1 - 2\theta_{0,\,\text{cil}}\frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} \tag{4-34}$$

Esfera:
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{esf}} = 1 - 3\theta_{0,\,\text{esf}}\frac{\operatorname{sen}\lambda_1 - \lambda_1\cos\lambda_1}{\lambda_1^3} \tag{4-35}$$

En las figuras 4-16*c*), 4-17*c*) y 4-18*c*), también se tienen las gráficas de estas relaciones, basadas en la aproximación de un término, para $Q/Q_{\text{máx}}$, contra las variables Bi y $h^2\alpha t/k^2$, para la pared plana grande, el cilindro largo y la esfera, respectivamente. Nótese que una vez que se ha determinado la *fracción* de transferencia de calor, $Q/Q_{\text{máx}}$, a partir de estas gráficas o ecuaciones, para el t dado, se puede evaluar la cantidad real de transferencia de calor hasta ese momento de tiempo, al multiplicar esta fracción por $Q_{\text{máx}}$. Un signo *negativo* para $Q_{\text{máx}}$ indica que el cuerpo está *rechazando* calor (figura 4-20).



a) Coeficiente finito de convección



b) Coeficiente infinito de convección

FIGURA 4-19
La temperatura superficial específica corresponde al caso de convección hacia un medio ambiente a T_∞, con un coeficiente de convección h que es *infinito*.

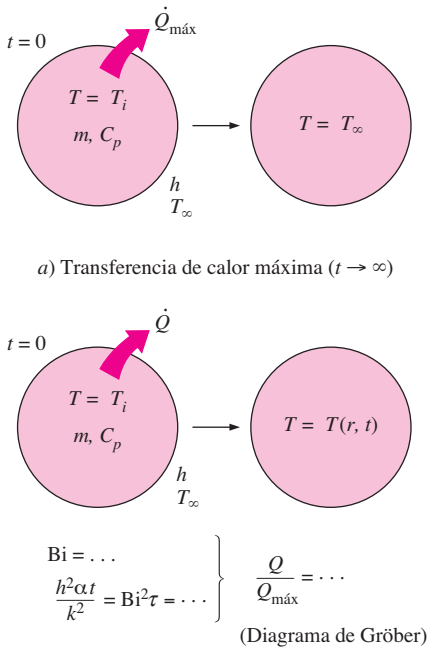


FIGURA 4-20
La fracción de la transferencia de calor total, $Q/Q_{máx}$, hasta un instante específico t se determina mediante los diagramas de Gröber.

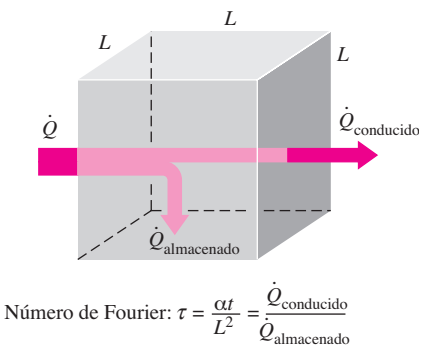


FIGURA 4-21
El número de Fourier en el instante t se puede concebir como la razón entre la razón de conducción del calor y la razón del almacenamiento de calor en ese instante.

El uso de los diagramas de Heisler/Gröber y las soluciones de un término ya discutidos queda limitado a las condiciones especificadas al principio de esta sección: el cuerpo está inicialmente a una temperatura *uniforme*, la temperatura del medio que lo circunda y el coeficiente de transferencia de calor por convección son *constantes* y *uniformes* y no hay *generación de energía* en dicho cuerpo.

Al principio se discutió el significado físico del *número de Biot* y se indicó que es una medida de las magnitudes relativas de los dos mecanismos de transferencia de calor: *convección* en la superficie y *conducción* a través del sólido. Un valor *pequeño* de Bi indica que la resistencia interior del cuerpo a la conducción de calor es *pequeña* en relación con la resistencia a la convección entre la superficie y el fluido. Como resultado, la distribución de temperatura dentro del sólido se vuelve bastante uniforme y el análisis de sistemas concentrados se vuelve aplicable. Recuerde que cuando Bi < 0.1, el error en suponer que la temperatura dentro del cuerpo es *uniforme* resulta despreciable.

Para comprender el significado físico del *número de Fourier*, τ, se expresa como (figura 4-21)

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{kL^2\,(1/L)}{\rho c_p L^3/t}\,\frac{\Delta T}{\Delta T} = \frac{\text{La razón a la cual el calor es } \textit{conducido} \text{ a través de } L \text{ de un cuerpo de volumen } L^2 \text{ (y por lo tanto volumen } L^3\text{)}}{\text{La razón a la cual el calor es } \textit{almacenado} \text{ en in cuerpo de volumen } L^3} \tag{4-36}$$

Por lo tanto, el número de Fourier es una medida del *calor conducido* a través de un cuerpo en relación con el *calor almacenado*. Por lo que, un valor grande del número de Fourier indica una propagación más rápida del calor a través del cuerpo.

Quizás el lector se está preguntando qué constituye una placa infinitamente grande o un cilindro infinitamente largo. Después de todo, nada en este mundo es infinito. Una placa cuyo espesor es pequeño en relación con las otras dimensiones puede modelarse como una placa infinitamente grande, excepto muy cerca de sus bordes exteriores. Pero los efectos de borde en los cuerpos grandes suelen ser despreciables, de donde una pared plana grande, como la de una casa, puede modelarse como una pared infinitamente grande para los fines de análisis de la transferencia de calor. De manera análoga, un cilindro largo cuyo diámetro es pequeño en relación con su longitud puede analizarse como un cilindro infinitamente largo. En los ejemplos 4-3, 4-4 y 4-5, se ilustra el uso de las gráficas de temperaturas transitorias y de las soluciones de un término.

EJEMPLO 4-3 Cocimiento de huevos

Un huevo común se puede considerar como una esfera de 5 cm de diámetro (figura 4-22). Inicialmente el huevo está a una temperatura uniforme de 5°C y se deja caer en agua hirviendo a 95°C. Tomando el coeficiente de transferencia de calor por convección como $h = 1\,200$ W/m² · °C, determine cuánto tiempo transcurrirá para que el centro del huevo llegue a los 70°C.

SOLUCIÓN Se cuece un huevo en agua hirviendo. Se debe determinar el tiempo de cocimiento del huevo.

Suposiciones **1** El huevo tiene forma esférica con un radio de $r_o = 2.5$ cm. **2** La conducción de calor en el huevo es unidimensional debido a la simetría térmica con respecto al punto medio. **3** Las propiedades térmicas del huevo y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **4** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que se pueden aplicar las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades El contenido de agua de los huevos es alrededor de 74% y, como consecuencia, la conductividad térmica y la difusividad de ellos se pueden considerar que son las del agua a la temperatura promedio de (5 + 70)/2 = 37.5°C; k = 0.627 W/m · °C y $\alpha = k/\rho C_p = 0.151 \times 10^{-6}$ m²/s (tabla A-9).

Análisis La clara del huevo comienza a espesarse a los 63ºC y se solidifica a los 65°C. La yema comienza a espesarse a los 65°C y coagula a los 70°C. El huevo entero se solidifica a temperaturas superiores a los 70°C. Por lo tanto, el huevo en este caso calificará como huevo duro. La temperatura dentro del huevo varía con la distancia radial, así como con el tiempo; y la temperatura en un lugar específico en determinado momento puede determinarse a partir de las tablas Heisler o de las soluciones de un solo término. Aquí utilizaremos este último para demostrar su uso. El número de Biot para este problema es

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(1\,200\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.025\ \text{m})}{0.627\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 47.8$$

el cual es mucho mayor que 0.1, por lo tanto, no es aplicable el análisis de sistemas concentrados. Con base en la tabla 4-2 los coeficientes λ_1 y A_1 para una esfera, correspondientes a este Bi, son

$$\lambda_1 = 3.0754, \qquad A_1 = 1.9958$$

Al sustituir éstos y otros valores en la ecuación 4-28 y al despejar τ da

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \longrightarrow \frac{70 - 95}{5 - 95} = 1.9958 e^{-(3.0753)^2 \tau} \longrightarrow \tau = 0.209$$

el cual es mayor que 0.2 y, por consiguiente, se puede aplicar la solución de un término con un error de menos de 2%. Entonces, a partir de la definición del número de Fourier, se determina que el tiempo de cocimiento es

$$t = \frac{\tau r_o^2}{\alpha} = \frac{(0.209)(0.025\ \text{m})^2}{0.151 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 865\ \text{s} \approx \mathbf{14.4\ min}$$

Por lo tanto, transcurrirán más o menos 15 min para el que el centro del huevo se caliente desde 5°C hasta 70°C.

Discusión Note que el número de Biot en el análisis de sistemas concentrados se definió de manera diferente como Bi = $hL_c/k = h(r/3)/k$. Sin embargo, se puede usar cualquiera de las dos definiciones en la determinación de la aplicabilidad del análisis de sistemas concentrados, a menos que Bi ≈ 0.1.

También observe que el tiempo de cocción depende de muchos parámetros como el tamaño del huevo, la temperatura antes de la cocción, la temperatura de ebullición del agua (por ende, la altitud), el coeficiente de transferencia (por lo tanto, el nivel de movimiento de burbujas durante la ebullición). Por esto, se necesita una cantidad considerable de ciencia o mucha experiencia para lograr huevos duros en su punto.

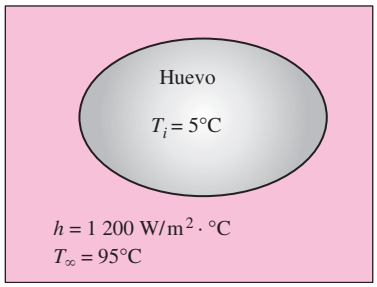


FIGURA 4-22
Esquema para el ejemplo 4-3.

EJEMPLO 4-4 **Calentamiento de placas grandes de latón en un horno**

En una instalación de producción, placas grandes de latón de 4 cm de espesor que se encuentran inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C se calientan al pasar por un horno que se mantiene a 500°C (figura 4-23). Las placas permanecen en el horno durante un periodo de 7 min. Si el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación como h = 120 W/m² · °C, determine la temperatura superficial de las placas cuando salen del horno.

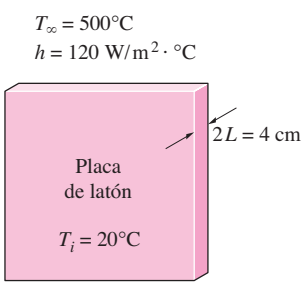


FIGURA 4-23
Esquema para el ejemplo 4-4.

SOLUCIÓN Grandes placas de latón se calientan en un horno. Debe determinarse la temperatura superficial de las placas al salir del horno.

Suposiciones **1** La conducción de calor en la placa es unidimensional ya que su longitud es grande en relación con su espesor y se tiene simetría térmica con respecto al plano central. **2** Las propiedades térmicas de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que se pueden aplicar las soluciones de un término.

Propiedades Las propiedades del latón a la temperatura ambiente son $k = 110$ W/m · °C, $\rho = 8\,530$ kg/m³, $C_p = 380$ J/kg · °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m²/s (tabla A-3). Se obtienen resultados más exactos por medio de propiedades a la temperatura promedio.

Análisis Se puede determinar la temperatura en un lugar específico, en un instante dado, a partir de los diagramas de Heisler o las soluciones de un término. En este ejemplo se usan los diagramas para demostrar su uso. Puesto que la mitad del espesor de la placa es $L = 0.02$ m, a partir de la figura 4-16 se tiene

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hL} = \frac{100\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C}}{(120\ \text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(0.02\ \text{m})} = 45.8 \\ \tau &= \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(33.9\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(7\times60\ \text{s})}{(0.02\ \text{m})^2} = 35.6 \end{aligned}\right\} \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.46$$

Asimismo,

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hL} = 45.8 \\ \frac{x}{L} &= \frac{L}{L} = 1 \end{aligned}\right\} \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = 0.99$$

Por lo tanto,

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.46 \times 0.99 = 0.455$$

y

$$T = T_\infty + 0.455(T_i - T_\infty) = 500 + 0.455(20 - 500) = \mathbf{282°C}$$

Por consiguiente, al salir del horno, la temperatura superficial de las placas será de 282°C.

Discusión Se advierte que, en este caso, el número de Biot es Bi = 1/45.8 = 0.022, el cual es mucho menor que 0.1. Por lo tanto, se espera que sea aplicable el análisis de sistemas concentrados. Esto también resulta evidente con base en $(T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty) = 0.99$, lo cual indica que la temperatura en el centro y en la superficie de la placa, con relación a la temperatura de los alrededores, se encuentran con una diferencia de menos de 1% entre sí. Dado que, por lo general, el error en el que se incurre en la lectura de los diagramas de Heisler es por lo menos de unas cuantas unidades porcentuales, el análisis de sistemas concentrados puede conducir en este caso a resultados muy exactos con menos esfuerzo.

El área superficial de transferencia de calor es $2A$, donde A es el área de la cara de la placa (ésta transfiere calor a través de sus dos superficies) y el volumen de ella es $V = (2L)A$, donde L es la mitad de su espesor. Se determina que el exponente b usado en el análisis de sistemas concentrados es

$$\begin{aligned} b &= \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h(2A)}{\rho c_p(2LA)} = \frac{h}{\rho c_p L} \\ &= \frac{120\ \text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}}{(8\,530\ \text{kg/m}^3)(380\ \text{J/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(0.02\ \text{m})} = 0.00185\ \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Entonces la temperatura de la placa en $t = 7$ min $= 420$ s se determina a partir de

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \longrightarrow \frac{T(t) - 500}{20 - 500} = e^{-(0.00185\ s^{-1})(420\ \text{s})}$$

Esto da

$$T(t) = 279°\text{C}$$

que es prácticamente idéntico al resultado obtenido con anterioridad usando los diagramas de Heisler. Por consiguiente, se puede usar el análisis de sistemas concentrados con confianza cuando el número de Biot es suficientemente pequeño.

EJEMPLO 4-5 **Enfriamiento de una flecha cilíndrica larga de acero inoxidable**

Una flecha cilíndrica de 20 cm de diámetro hecha de acero inoxidable 304 sale de un horno a una temperatura uniforme de 600°C (figura 4-24). Entonces, la flecha se deja enfriar con lentitud en una cámara ambiente a 200°C, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de $h = 80$ W/m^2 · °C. Determine la temperatura en el centro de la flecha 45 min después de iniciarse el proceso de enfriamiento. También, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de la flecha durante este periodo.

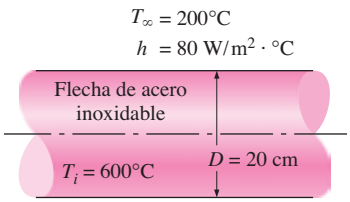


FIGURA 4-24
Esquema para el ejemplo 4-5.

SOLUCIÓN Una flecha cilíndrica larga se deja enfriar con lentitud. Se deben determinar la temperatura en el centro y la transferencia de calor por unidad de longitud.

Suposiciones **1** La conducción de calor en la flecha es unidimensional, puesto que es larga y tiene simetría térmica con respecto a la línea central. **2** Las propiedades térmicas de la flecha y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que se pueden aplicar las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades Las propiedades del acero inoxidable 304 a la temperatura ambiente son $k = 14.9$ W/m · °C, $\rho = 7\ 900$ kg/m^3, $C_p = 477$ J/kg · °C y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más exactos si se utilizan las propiedades a la temperatura promedio.

Análisis La temperatura dentro de la flecha puede variar con la distancia radial r así como con el tiempo, y se puede determinar la temperatura en un lugar específico, en un instante dado, a partir de los diagramas de Heisler. Dado que el radio de la flecha es $r_o = 0.1$ m, con base en la figura 4-17 se tiene

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hr_o} = \frac{14.9\ \text{W/m} \cdot °\text{C}}{(80\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.1\ \text{m})} = 1.86 \\ \tau &= \frac{\alpha t}{r_o^2} = \frac{(3.95 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(45 \times 60\ \text{s})}{(0.1\ \text{m})^2} = 1.07 \end{aligned}\right\} \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.40$$

y

$$T_0 = T_\infty + 0.4(T_i - T_\infty) = 200 + 0.4(600 - 200) = \mathbf{360°C}$$

Por lo tanto, la temperatura en el centro de la flecha caerá de 600°C a 360°C en 45 minutos.

Para determinar la transferencia real de calor, en primer lugar se necesita calcular el calor máximo que se puede transferir desde el cilindro, el cual es la energía sensible de éste con relación a su medio ambiente. Al tomar $L = 1$ m,

$$m = \rho V = \rho \pi r_o^2 L = (7\,900 \text{ kg/m}^3)\pi(0.1 \text{ m})^2(1 \text{ m}) = 248.2 \text{ kg}$$
$$Q_{\text{máx}} = mC_p(T_\infty - T_i) = (248.2 \text{ kg})(0.477 \text{ kJ/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(600 - 200){}^\circ\text{C}$$
$$= 47\,350 \text{ kJ}$$

A partir de la figura 4-17*c*), se determina la relación adimensional de transferencia de calor para un cilindro largo como

$$\left.\begin{aligned} \text{Bi} &= \frac{1}{1/\text{Bi}} = \frac{1}{1.86} = 0.537 \\ \frac{h^2 \alpha t}{k^2} &= \text{Bi}^2\tau = (0.537)^2(1.07) = 0.309 \end{aligned}\right\} \frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = 0.62$$

Por lo tanto,

$$Q = 0.62Q_{\text{máx}} = 0.62 \times (47\,350 \text{ kJ}) = \mathbf{29\,360 \text{ kJ}}$$

que es la transferencia de calor total desde la flecha durante los primeros 45 min del enfriamiento.

Solución alternativa También se pudo resolver este problema mediante la relación de la solución de un término, en lugar de los diagramas en régimen transitorio. En primer lugar, se encuentra el número de Biot

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(80 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.1 \text{ m})}{14.9 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 0.537$$

De la tabla 4-2 se obtienen los coeficientes λ_1 y A_1 para un cilindro, correspondientes a este Bi, son

$$\lambda_1 = 0.970, \qquad A_1 = 1.122$$

Al sustituir estos valores en la ecuación 4-27 da

$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = 1.122e^{-(0.970)^2(1.07)} = 0.41$$

entonces,

$$T_0 = T_\infty + 0.41(T_i - T_\infty) = 200 + 0.41(600 - 200) = \mathbf{364{}^\circ\text{C}}$$

En la tabla 4-3 se determina que el valor de $J_1(\lambda_1)$, para $\lambda_1 = 0.970$, es 0.430. Entonces, mediante la ecuación 4-34 se determina que la fracción de transferencia de calor es

$$\frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = 1 - 2\theta_0 \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} = 1 - 2 \times 0.41 \frac{0.430}{0.970} = 0.636$$

por lo tanto,

$$Q = 0.636Q_{\text{máx}} = 0.636 \times (47\,350 \text{ kJ}) = \mathbf{30\,120 \text{ kJ}}$$

Discusión La ligera diferencia entre los dos resultados se debe al error de lectura de los diagramas.

4-3 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO EN SÓLIDOS SEMIINFINITOS

Un sólido semiinfinito es un cuerpo idealizado que tiene una *sola superficie plana* y se extiende hacia el infinito en todas direcciones, como se muestra en la figura 4-25. Este cuerpo idealizado se usa para indicar que el cambio de temperatura en la parte del cuerpo en la que se interesa (la región cercana a la superficie) se debe a las condiciones térmicas en una sola superficie. Por ejemplo, la Tierra se puede considerar como un medio semiinfinito por la determinación de la variación de la temperatura cerca de su superficie. Asimismo, una pared gruesa se puede estimar como un medio semiinfinito si en lo único que se interesa es en la variación de la temperatura en la región cercana a una de sus superficies, si la otra está demasiado lejos para tener algún impacto sobre la región de interés durante el tiempo de observación. En este caso, la temperatura en la región central de la pared permanece inalterada.

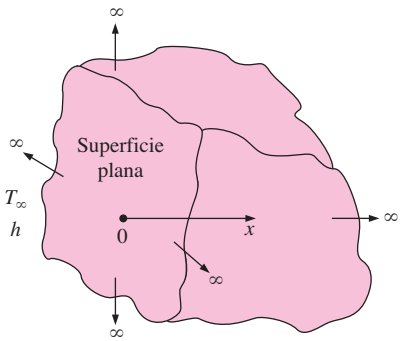


FIGURA 4-25
Esquema de un cuerpo semiinfinito.

Durante periodos cortos, la mayor parte de los cuerpos pueden modelarse como sólidos semiinfinitos, ya que el calor no tiene tiempo suficiente para penetrar a la profundidad del cuerpo y por esta razón el espesor del cuerpo no entra en el análisis de la transferencia de calor. Por ejemplo, una pieza de acero de cualquier forma puede considerarse un sólido semiinfinito cuando se enfría por inmersión para endurecer su superficie. Un cuerpo cuya superficie se calienta por medio de un pulso de láser puede tratarse de la misma manera.

Considérese un sólido semiinfinito con propiedades termofísicas constantes, sin generación interna de calor, condiciones térmicas uniformes sobre su superficie expuesta e, inicialmente, una temperatura uniforme de T_i en toda su extensión. En este caso, sólo se tiene transferencia de calor en la dirección normal a la superficie (la dirección x) y, por consiguiente, es unidimensional. Las ecuaciones diferenciales son independientes de las condiciones de frontera o inicial, de donde se puede aplicar la ecuación 4-10*a*) para la conducción transitoria unidimensional, en coordenadas cartesianas. La profundidad del sólido es grande ($x \to \infty$) en comparación con la profundidad hasta la que penetra el calor; estos fenómenos pueden expresarse en forma matemática, a la manera de una condición de frontera, como $T(x \to \infty, t) = T_i$.

Las condiciones térmicas impuestas sobre la superficie expuesta rigen la conducción de calor en un sólido semiinfinito y, por lo tanto, la solución depende fuertemente de la condición de frontera en $x = 0$. En seguida, se presenta una resolución analítica detallada para el caso de una temperatura constante T_s sobre la superficie y se dan los resultados para otras condiciones de frontera más complicadas. Cuando se cambia la temperatura de la superficie hacia T_s en $t = 0$ y se mantiene constante en ese valor en todo momento, la formulación del problema se puede expresar como

Ecuación diferencial:
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{4-37a}$$

Condiciones de frontera: $T(0, t) = T_s$ y $T(x \to \infty, t) = T_i$ **(4-37*b*)**

Condición inicial: $T(x, 0) = T_i$ **(4-37*c*)**

La técnica de separación de variables no funciona en este caso, debido a que el medio es infinito. Pero otro procedimiento ingenioso, conocido como **variable de semejanza**, funciona bien para convertir la ecuación diferencial en derivadas parciales en una ecuación diferencial ordinaria, al combinar las dos variables independientes x y t en una sola variable η. Para la conducción transitoria en un medio semiinfinito, se define como

Variable de semejanza:
$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \tag{4-38}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{y} \quad \eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{x}{2t\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t}\frac{d^2 T}{d\eta^2}$$

FIGURA 4-26
Transformación de variables en las derivadas de la ecuación de conducción de calor, mediante la aplicación de la regla de la cadena.

Si se supone que $T = T(\eta)$ (lo cual debe verificarse) y se aplica la regla de la cadena, todas las derivadas en la ecuación de conducción de calor se pueden transformar en la nueva variable, como se muestra en la figura 4-26. Si se observa que $\eta = 0$ en $x = 0$ y $\eta \to \infty$ conforme $x \to \infty$ (y también en $t = 0$) y se sustituye en las ecuaciones 4-37 después de simplificar, da

$$\frac{d^2 T}{d\eta^2} = -2\eta\frac{dT}{d\eta} \tag{4-39a}$$

$$T(0) = T_s \quad \text{y} \quad T(\eta \to \infty) = T_i \tag{4-39b}$$

Nótese que la segunda condición de frontera y la condición inicial conducen a la misma condición de frontera en η. Tanto la ecuación transformada como las condiciones de frontera sólo dependen de η y son independientes de x y t. Por lo tanto, la transformación tuvo éxito y, en efecto, η es una variable de semejanza.

Para resolver la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden de las ecuaciones 4-39, se define una nueva variable w como $w = dT/d\eta$. Esto reduce la 4-39*a*) a una ecuación diferencial de primer orden que se puede resolver al separar las variables,

$$\frac{dw}{d\eta} = -2\eta w \;\to\; \frac{dw}{w} = -2\eta d\eta \;\to\; \ln w = -\eta^2 + C_0 \;\to\; w = C_1 e^{-\eta^2}$$

donde $C_1 = \ln C_0$. De vuelta, si se sustituye $w = dT/d\eta$ y se integra de nuevo,

$$T = C_1 \int_0^{\eta} e^{-u^2} du + C_2 \tag{4-40}$$

donde u es una variable ficticia de integración. La condición de frontera en $\eta = 0$ da $C_2 = T_s$ y la correspondiente a $\eta \to \infty$, da

$$T_i = C_1 \int_0^{\infty} e^{-u^2} du + C_2 = C_1\frac{\sqrt{\pi}}{2} + T_s \;\to\; C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\sqrt{\pi}} \tag{4-41}$$

Si se sustituyen las expresiones para C_1 y C_2 en la 4-40 y se reordena, la variación de la temperatura queda

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2} du = \text{erf}(\eta) = 1 - \text{erfc}(\eta) \tag{4-42}$$

donde las funciones matemáticas

$$\text{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2} du \;\text{ y }\; \text{erfc}(\eta) = 1 - \text{erf}(\eta) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2} du \tag{4-43}$$

se conocen como **función de error** y **función complementaria de error**, respectivamente, de argumento η (figura 4-27). A pesar de su aspecto sencillo, en la definición de la función de error no se puede realizar la integral en forma analítica. Por lo tanto, la función erfc(η) se evalúa en forma numérica para diferentes valores de η y los resultados se dan como una lista en la tabla 4-4.

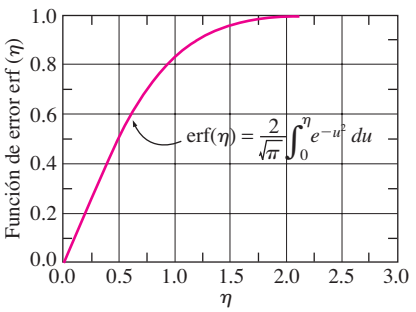


FIGURA 4–27
La función de error es una función matemática estándar, precisamente como las funciones seno y tangente, cuyo valor varía entre 0 y 1.

TABLA 4-4

Función de error complementaria

η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)
0.00	1.00000	0.38	0.5910	0.76	0.2825	1.14	0.1069	1.52	0.03159	1.90	0.00721
0.02	0.9774	0.40	0.5716	0.78	0.2700	1.16	0.10090	1.54	0.02941	1.92	0.00662
0.04	0.9549	0.42	0.5525	0.80	0.2579	1.18	0.09516	1.56	0.02737	1.94	0.00608
0.06	0.9324	0.44	0.5338	0.82	0.2462	1.20	0.08969	1.58	0.02545	1.96	0.00557
0.08	0.9099	0.46	0.5153	0.84	0.2349	1.22	0.08447	1.60	0.02365	1.98	0.00511
0.10	0.8875	0.48	0.4973	0.86	0.2239	1.24	0.07950	1.62	0.02196	2.00	0.00468
0.12	0.8652	0.50	0.4795	0.88	0.2133	1.26	0.07476	1.64	0.02038	2.10	0.00298
0.14	0.8431	0.52	0.4621	0.90	0.2031	1.28	0.07027	1.66	0.01890	2.20	0.00186
0.16	0.8210	0.54	0.4451	0.92	0.1932	1.30	0.06599	1.68	0.01751	2.30	0.00114
0.18	0.7991	0.56	0.4284	0.94	0.1837	1.32	0.06194	1.70	0.01612	2.40	0.00069
0.20	0.7773	0.58	0.4121	0.96	0.1746	1.34	0.05809	1.72	0.01500	2.50	0.00041
0.22	0.7557	0.60	0.3961	0.98	0.1658	1.36	0.05444	1.74	0.01387	2.60	0.00024
0.24	0.7343	0.62	0.3806	1.00	0.1573	1.38	0.05098	1.76	0.01281	2.70	0.00013
0.26	0.7131	0.64	0.3654	1.02	0.1492	1.40	0.04772	1.78	0.01183	2.80	0.00008
0.28	0.6921	0.66	0.3506	1.04	0.1413	1.42	0.04462	1.80	0.01091	2.90	0.00004
0.30	0.6714	0.68	0.3362	1.06	0.1339	1.44	0.04170	1.82	0.01006	3.00	0.00002
0.32	0.6509	0.70	0.3222	1.08	0.1267	1.46	0.03895	1.84	0.00926	3.20	0.00001
0.34	0.6306	0.72	0.3086	1.10	0.1198	1.48	0.03635	1.86	0.00853	3.40	0.00000
0.36	0.6107	0.74	0.2953	1.12	0.1132	1.50	0.03390	1.88	0.00784	3.60	0.00000

Si se conoce la distribución de temperaturas, se puede determinar el flujo de calor en la superficie, con base en la ley de Fourier, como

$$\dot{q}_s = -k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -k\frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}\bigg|_{\eta=0} = -kC_1 e^{-\eta^2}\frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}\bigg|_{\eta=0} = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \qquad \textbf{(4-44)}$$

Las soluciones de las ecuaciones 4-42 y 4-44 corresponden al caso en el que la temperatura de la superficie del medio expuesta se eleva (o disminuye) de manera repentina hasta T_s en $t = 0$ y se mantiene en ese valor durante todo momento. En la práctica, se tiene una aproximación muy cerrada del caso de la temperatura especificada en la superficie cuando tiene lugar condensación o ebullición sobre la superficie. Al utilizar un procedimiento semejante o la técnica de la transformada de Laplace, se pueden obtener soluciones analíticas para otras condiciones de frontera sobre la superficie, con los resultados siguientes.

Caso 1: Temperatura especificada de la superficie, T_s = constante (figura 4-28).

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_s - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad \text{y} \quad \dot{q}_s(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \qquad \textbf{(4-45)}$$

Caso 2: Flujo especificado de calor en la superficie, $\dot{q}_s$ = constante.

$$T(x,t) - T_i = \frac{\dot{q}_s}{k}\left[\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x\,\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)\right] \qquad \textbf{(4-46)}$$

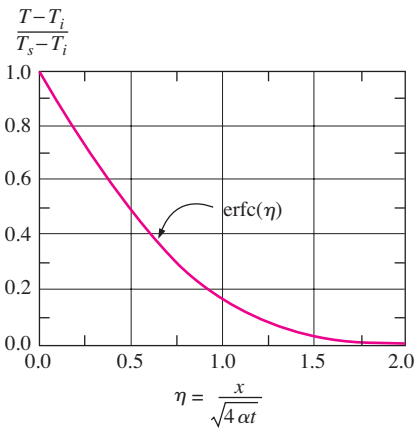


FIGURA 4-28
Distribución de temperatura adimensional para la conducción transitoria en un sólido semiinfinito, cuando la superficie se mantiene a una temperatura constante.

Caso 3: Convección sobre la superficie, $\dot{q}_s(t) = h[T_\infty - T(0, t)]$.

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \quad \textbf{(4-47)}$$

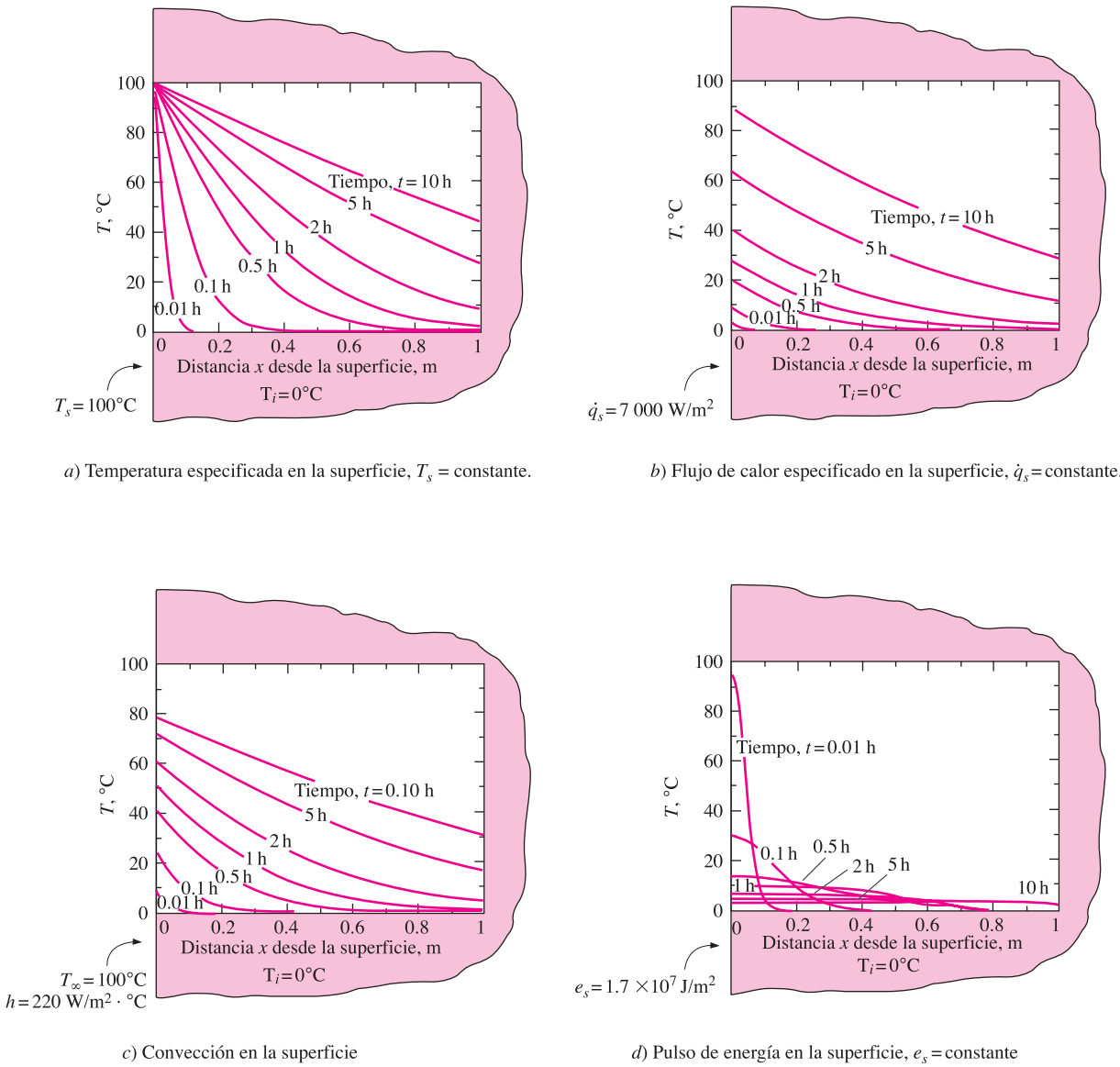
Caso 4: Pulso de energía en la superficie, e_s = constante.
Se transfiere energía al cuerpo infinito en forma instantánea, en la cantidad de e_s por unidad de área de la superficie (en J/m^2), en el instante $t = 0$ (por ejemplo, por medio de un pulso de láser), y se supone que la energía completa entra al cuerpo, sin pérdida de calor desde la superficie.

$$T(x, t) - T_i = \frac{e_s}{k\sqrt{\pi t/\alpha}}\exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) \quad \textbf{(4-48)}$$

Nótese que los casos 1 y 3 están íntimamente relacionados. En el 1 se lleva la superficie $x = 0$ hasta una temperatura T_s, en el instante $t = 0$, y se mantiene en ese valor en todo momento. En el caso 3, la superficie se expone a convección por medio de un fluido a una temperatura constante T_∞, con un coeficiente h de transferencia de calor.

En la figura 4-29 se muestran las gráficas para los cuatro casos, para una situación representativa con el uso de un bloque grande de hierro fundido, inicialmente a 0°C en toda su extensión. En el caso 1, la temperatura de la superficie permanece constante en el valor especificado de T_s, y aumenta en forma gradual dentro del medio, conforme el calor penetra a mayor profundidad. Nótese que en el transcurso de los periodos iniciales sólo una delgada rebanada cercana a la superficie resulta afectada por la transferencia de calor. Asimismo, el gradiente de temperatura en la superficie y, como consecuencia, la rapidez de la transferencia de calor hacia dentro del sólido disminuyen con el tiempo. En el caso 2, se suministra calor al sólido en forma continua; de este modo, la temperatura dentro del mismo, incluida la superficie, aumenta con el tiempo. Éste también es el caso con la convección (caso 3), excepto que la temperatura T_∞ del fluido circundante es la más alta a la que puede llegar la del cuerpo sólido. En el caso 4, la superficie se expone a una ráfaga instantánea de suministro de calor en el instante $t = 0$, como calentamiento por medio de un pulso de láser, y a continuación se cubre con aislamiento. El resultado es una elevación instantánea en la temperatura de la superficie, seguida por una caída conforme el calor es conducido a mayor profundidad dentro del sólido. Nótese que el perfil de temperaturas siempre es normal a la superficie en todo momento. (¿Por qué?)

En la figura 4-30 se muestra la gráfica de la variación de la temperatura con la posición y el tiempo en un sólido semiinfinito expuesto a transferencia de calor por convección, para la temperatura en forma adimensional contra la variable adimensional de semejanza $\eta = x/\sqrt{4\alpha t}$, para varios valores del parámetro $h\sqrt{\alpha t}\,/\,k$. Aunque la solución gráfica dada en la figura 4-30 es sencillamente una gráfica de la solución analítica exacta, está sujeta a errores de lectura y, por lo tanto, tiene una exactitud limitada en comparación con la solución analítica. Asimismo, los valores en el eje vertical de la figura 4-30 corresponden a $x = 0$, por lo que representan la temperatura en la superficie. La curva $h\sqrt{\alpha t}/k = \infty$ corresponde a $h \to \infty$, lo cual corresponde al caso de la *temperatura especificada* T_∞ en la superficie, en $x = 0$. Es decir, el caso en el que la superficie del cuerpo semiinfinito se lleve en forma repentina a la temperatura T_∞ en $t = 0$, y se mantenga en ella en todo momento puede manejarse al hacer tender h al infinito. Para un coeficiente h *finito* de transferencia de calor, la temperatura en la superficie tiende a la del fluido, T_∞, conforme el tiempo t tiende al infinito.



a) Temperatura especificada en la superficie, T_s = constante.

b) Flujo de calor especificado en la superficie, $\dot{q}_s$ = constante.

c) Convección en la superficie

d) Pulso de energía en la superficie, e_s = constante

FIGURA 4-29

Variaciones de la temperatura con la posición y el tiempo en un bloque grande de hierro fundido ($\alpha = 2.31 \times 10^{-5}$ m²/s, $k = 80.2$ W/m · °C), inicialmente a 0°C, en condiciones térmicas diferentes en la superficie.

Contacto de dos sólidos semiinfinitos

Cuando se ponen en contacto dos cuerpos grandes A y B, inicialmente a las temperaturas uniformes $T_{A,i}$ y $T_{B,i}$, logran en forma instantánea la igualdad de temperatura en la superficie de contacto (la igualdad de temperatura se logra sobre la superficie completa si la resistencia de contacto es despreciable). Si los dos cuerpos son del mismo material, con propiedades constantes, la simetría térmica requiere que la temperatura de la superficie de contacto sea el promedio aritmético, $T_s = (T_{A,i} + T_{B,i})/2$, y que permanezca constante en ese valor en todo tiempo.

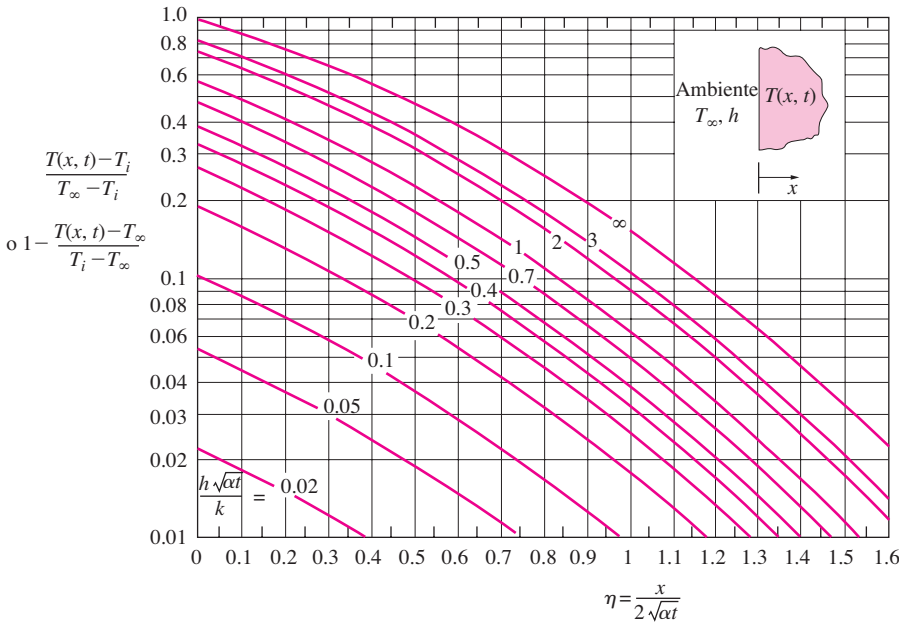


FIGURA 4-30
Variación de la temperatura con la posición y el tiempo en un sólido semiinfinito, inicialmente a la temperatura T_i, expuesto a convección en un medio ambiente a T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h (gráfica trazada con el uso de EES).

Incluso se obtendrá una temperatura de superficie de contacto constante si los cuerpos son de materiales diferentes, pero, en este caso, la temperatura de la superficie, T_s, será diferente del promedio aritmético. Si se considera que los dos cuerpos pueden tratarse como sólidos semiinfinitos con la misma temperatura especificada en la superficie, con base en las ecuaciones 4-45 el balance de energía en la superficie de contacto da

$$\dot{q}_{s,A} = \dot{q}_{s,B} \rightarrow -\frac{k_A(T_s - T_{A,i})}{\sqrt{\pi\alpha_A t}} = \frac{k_B(T_s - T_{B,i})}{\sqrt{\pi\alpha_B t}} \rightarrow \frac{T_{A,i} - T_s}{T_s - T_{B,i}} = \sqrt{\frac{(k\rho c_p)_B}{(k\rho c_p)_A}}$$

Entonces se determina que la temperatura T_s es (figura 4-31)

$$T_s = \frac{\sqrt{(k\rho c_p)_A}T_{A,i} + \sqrt{(k\rho c_p)_B}T_{B,i}}{\sqrt{(k\rho c_p)_A} + \sqrt{(k\rho c_p)_B}} \tag{4-49}$$

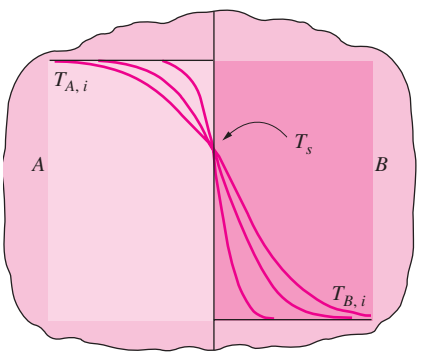


FIGURA 4-31
Contacto de dos sólidos semiinfinitos de temperaturas iniciales diferentes.

Por lo tanto, la temperatura de la interfase de dos cuerpos que se ponen en contacto es dominada por el cuerpo con el $k\rho c_p$ más grande. Esto también explica por qué un metal a la temperatura ambiente se siente más frío que la madera a la misma temperatura. A la temperatura ambiente, el valor $\sqrt{k\rho c_p}$ es 24 kJ/m^2 · °C para el aluminio, 0.38 kJ/m^2 · °C para la madera y 1.1 kJ/m^2 · °C para la carne humana. Si se usa la ecuación 4-49, puede demostrarse que cuando una persona con una temperatura en la piel de 35°C toca un bloque de aluminio y a continuación uno de madera, ambos a 15°C, la temperatura de la superficie de contacto será de 15.9°C, en el caso del aluminio, y de 30°C, en el de la madera.

EJEMPLO 4-6 Profundidad mínima de entierro de los tubos de agua para evitar el congelamiento

En zonas en donde la temperatura del aire permanece por debajo de 0°C durante periodos prolongados, el congelamiento del agua en los tubos subterráneos es una preocupación importante. Por fortuna, el suelo permanece relativamente caliente durante esos periodos y pasan semanas para que las temperaturas por debajo del punto de congelación lleguen hasta las tuberías de agua que están enterradas. Por lo tanto, el suelo sirve de manera efectiva como un aislamiento para proteger el agua contra las temperaturas por debajo del punto de congelación en el invierno.

En un lugar particular, el piso se cubre con una capa de nieve a –10°C durante un periodo continuo de tres meses y las propiedades promedio del suelo en ese lugar son $k = 0.4$ W/m · °C y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m²/s (figura 4-32). Si se supone una temperatura inicial uniforme de 15°C para el suelo, determine la profundidad mínima de entierro para impedir que los tubos de agua se congelen.

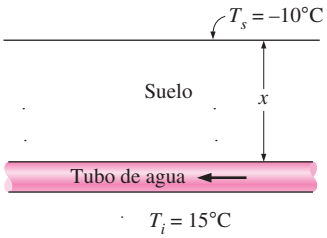


FIGURA 4-32
Esquema para el ejemplo 4-6.

SOLUCIÓN Los tubos de agua se entierran en el suelo para impedir la congelación. Se debe determinar la profundidad mínima de entierro en un lugar en particular.

Suposiciones **1** La temperatura del suelo es afectada sólo por las condiciones térmicas en una superficie y, por lo tanto, dicho suelo se puede considerar como un medio semiinfinito. **2** Las propiedades térmicas del suelo son constantes.

Propiedades En el enunciado del problema se dan las propiedades del suelo.

Análisis En el caso de la profundidad mínima de entierro, la temperatura del suelo que rodea los tubos será de 0°C después de tres meses. Por lo tanto, a partir de la figura 4-30, se tiene

$$\left.\begin{aligned} \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k} &= \infty \qquad (\text{ya que } h \to \infty) \\ \frac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} &= \frac{0 - 15}{-10 - 15} = 0.6 \end{aligned}\right\} \eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.36$$

Se nota que

$$t = (90 \text{ días})(24 \text{ h/día})(3\,600 \text{ s/h}) = 7.78 \times 10^6 \text{ s}$$

y de donde

$$x = 2\eta\sqrt{\alpha t} = 2 \times 0.36\sqrt{(0.15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(7.78 \times 10^6 \text{ s})} = \mathbf{0.78\ m}$$

Por lo tanto, los tubos de agua deben enterrarse a una profundidad de por lo menos 78 cm para evitar el congelamiento en las severas condiciones invernales específicas.

SOLUCIÓN ALTERNATIVA También pudo determinarse la solución de este problema a partir de la ecuación 4-45:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_s - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \longrightarrow \frac{0 - 15}{-10 - 15} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) = 0.60$$

Con base en la tabla 4-4, se determina que el argumento que corresponde a este valor de la función complementaria de error es $\eta = 0.37$. Por lo que,

$$x = 2\eta\sqrt{\alpha t} = 2 \times 0.37\sqrt{(0.15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(7.78 \times 10^6 \text{ s})} = \mathbf{0.80\ m}$$

Una vez más, la ligera diferencia se debe al error de lectura del diagrama.

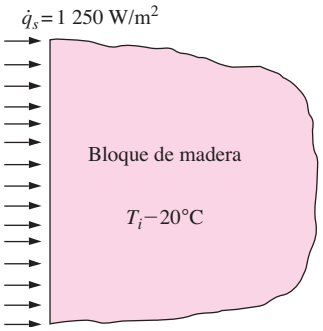


FIGURA 4-33
Esquema para el ejemplo 4-7.

EJEMPLO 4-7 Elevación de la temperatura de la superficie en bloques calentados

Un bloque grueso de madera pintado de negro y a 20°C es expuesto a un flujo constante de calor solar de 1 250 W/m^2 (figura 4-33). Determine la temperatura alcanzada en la superficie expuesta del bloque después de 20 minutos. ¿Cuál sería su respuesta si el bloque estuviera hecho de aluminio?

SOLUCIÓN Se expone un bloque de madera a flujo de calor solar. Debe determinarse la temperatura de la superficie del bloque y compararse con el valor para un bloque de aluminio.

Suposiciones **1** Toda la radiación solar incidente es absorbida por el bloque. **2** Se descarta la pérdida de calor desde el bloque (y, por consiguiente, el resultado que se obtenga es la temperatura máxima). **3** El bloque es suficientemente grueso como para ser considerado un sólido semiinfinito y las propiedades del mismo son constantes.

Propiedades Los valores de la conductividad y difusividad térmica a temperatura ambiente son $k = 1.26$ W/m · K y $\alpha = 1.1 \times 10^{-5}$ m^2/s, para la madera, y $k = 237$ W/m · K y $\alpha = 9.71 \times 10^{-5}$ m^2/s, para el aluminio.

Análisis Éste es un problema de conducción transitoria en un medio semiinfinito expuesto a flujo constante de calor en la superficie; con base en la ecuación 4-46, la temperatura de la superficie se puede expresar como

$$T_s = T(0, t) = T_i + \frac{\dot{q}_s}{k}\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}}$$

Si se sustituyen los valores dados, se determina que las temperaturas superficiales tanto para la madera como para el aluminio son

$$T_{s,\,\text{madera}} = 20°\text{C} + \frac{1\,250\,\text{W/m}^2}{1.26\,\text{W/m}\cdot°\text{C}}\sqrt{\frac{4(1.1\times10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s})(20\times60\,\text{s})}{\pi}} = \mathbf{149°C}$$

$$T_{s,\,\text{Al}} = 20°\text{C} + \frac{1\,250\,\text{W/m}^2}{237\,\text{W/m}\cdot°\text{C}}\sqrt{\frac{4(9.71\times10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s})(20\times60\,\text{s})}{\pi}} = \mathbf{22.0°C}$$

Nótese que la energía térmica suministrada a la madera se acumula cerca de la superficie, debido a la conductividad y difusividad bajas de la misma, lo que causa que la temperatura de la superficie aumente hasta valores elevados. Por otra parte, los metales conducen el calor que reciben hacia las partes interiores del bloque debido a su conductividad y difusividad altas, lo que da como resultado una elevación mínima de la temperatura en la superficie. En realidad, las dos temperaturas serán más bajas debido a las pérdidas de calor.

Discusión Con el uso de EES, en la figura 4-34 se han evaluado y trazado las gráficas de los perfiles de temperaturas, en $t = 20$ min, tanto para la madera como para el aluminio. A una profundidad de $x = 0.41$ m, la temperatura de ambos bloques es 20.6°C. A una profundidad de 0.5 m, las temperaturas llegan a ser de 20.1°C, para el bloque de madera, y de 20.4°C, para el de aluminio, lo cual confirma que el calor penetra más y más rápido en los metales, en comparación con los no metales.

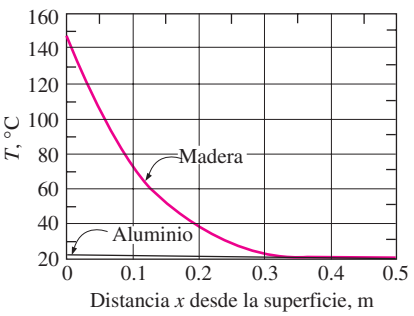


FIGURA 4-34
Variación de la temperatura dentro de los bloques de madera y de aluminio en $t = 20$ min.

4-4 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO EN SISTEMAS MULTIDIMENSIONALES

Se pueden usar los diagramas de temperatura transitoria y las soluciones analíticas presentados con anterioridad con el fin de determinar la distribución de temperatura y la transferencia de calor en problemas *unidimensionales* de

conducción de calor asociados con una pared plana grande, un cilindro largo, una esfera y un medio semiinfinito. Por medio de un procedimiento de superposición llamado **solución producto**, también se pueden usar estos diagramas con el fin de construir soluciones para los problemas *bidimensionales* de conducción de calor en régimen transitorio que se encuentran en configuraciones geométricas como un cilindro corto, una barra rectangular larga o un cilindro o placa semiinfinitos, e incluso problemas *tridimensionales* asociados con configuraciones como un prisma rectangular o una barra rectangular semiinfinita, siempre que *todas* las superficies del sólido estén sujetas a convección hacia el *mismo* fluido a la temperatura T_∞, como el *mismo* coeficiente de transferencia de calor h, y que el cuerpo no genere calor (figura 4-35). En esas configuraciones geométricas multidimensionales, la solución se puede expresar como el *producto* de las soluciones para las configuraciones geométricas unidimensionales cuya intersección es la geometría multidimensional.

Considere un *cilindro corto* de altura a y radio r_o, inicialmente a una temperatura T_i. No hay generación de calor en el cilindro. En el instante $t = 0$, el cilindro se sujeta a convección desde todas las superficies hacia un medio a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h. La temperatura dentro del cilindro cambiará con x así como con r y el tiempo t, ya que se tiene transferencia de calor desde las superficies superior e inferior del cilindro así como desde su superficie lateral. Es decir, $T = T(r, x, t)$ y, por consiguiente, éste es un problema bidimensional de conducción de calor en régimen transitorio. Cuando se supone que las propiedades son constantes, se puede demostrar que la solución de este problema bidimensional se puede expresar como

$$\left(\frac{T(r, x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{corto}}} = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{pared}\\ \text{plana}}} \left(\frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{infinito}}} \tag{4-50}$$

Es decir, la solución para el cilindro corto bidimensional de altura a y radio r_o es igual al *producto* de las soluciones sin dimensiones para la pared plana unidimensional de espesor a y el cilindro largo de radio r_o, las cuales son las dos configuraciones geométricas cuya intersección es el cilindro corto, como se muestra en la figura 4-36. Esto se generaliza como sigue: *la solución para una configuración geométrica multidimensional es el producto de las soluciones de las geometrías unidimensionales cuya intersección es el cuerpo multidimensional.*

Por conveniencia, las soluciones unidimensionales se denotan por

$$\theta_{\text{pared}}(x, t) = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{pared}\\ \text{plana}}}$$

$$\theta_{\text{cil}}(r, t) = \left(\frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{infinito}}}$$

$$\theta_{\text{semiinf}}(x, t) = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{sólido}\\ \text{semiinfinito}}} \tag{4-51}$$

Por ejemplo, la solución para una barra sólida larga, cuya sección transversal es un rectángulo de $a \times b$, es la intersección de las dos paredes planas infinitas de espesores a y b, como se muestra en la figura 4-37 y, por consiguiente, la distribución de temperatura transitoria para esta barra rectangular se puede expresar como

$$\left(\frac{T(x, y, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{barra}\\ \text{rectangular}}} = \theta_{\text{pared}}(x, t)\,\theta_{\text{pared}}(y, t) \tag{4-52}$$

En la tabla 4-5 se dan las formas apropiadas de las soluciones productos para algunas otras configuraciones geométricas. Es importante observar que en un

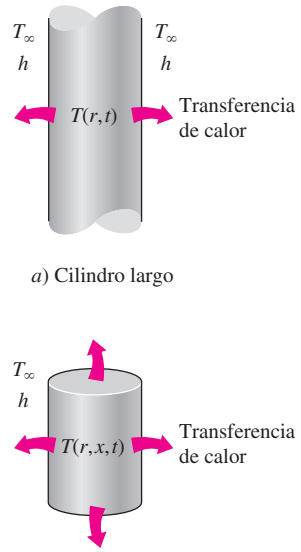


FIGURA 4-35
La temperatura en un cilindro corto expuesto a convección desde todas las superficies varía tanto en la dirección radial como en la axial y, por lo tanto, el calor se transfiere en las dos direcciones.

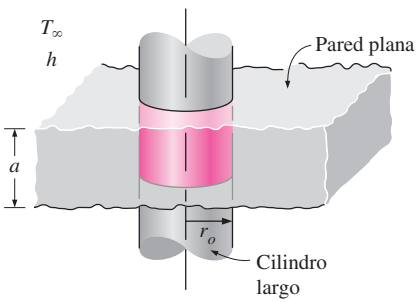
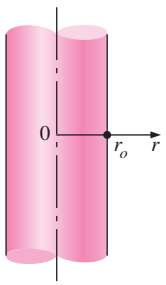
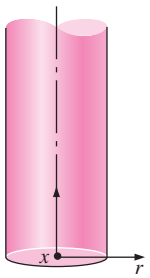
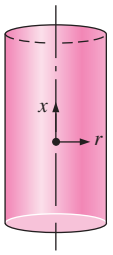
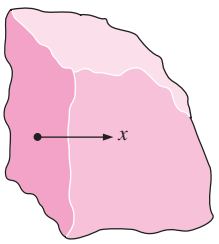
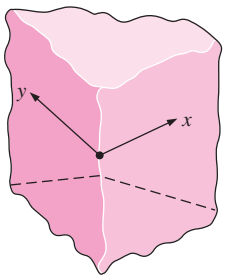
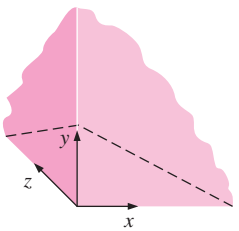
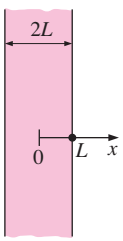
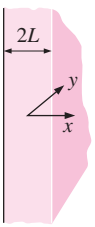
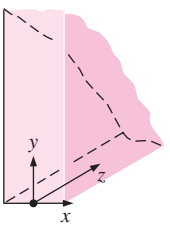
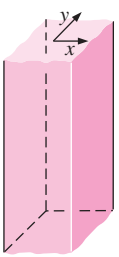
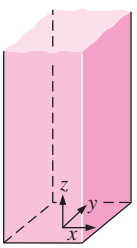
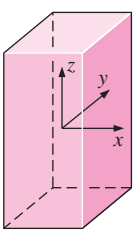


FIGURA 4-36
Un cilindro corto de radio r_o y altura a es la *intersección* de un cilindro largo de radio r_o y una pared plana de espesor a.

TABLA 4-5

Soluciones multidimensionales expresadas como productos de soluciones unidimensionales para cuerpos que están inicialmente a una temperatura uniforme T_i y expuestos a convección desde todas sus superficies hacia un medio a T_∞

 $\theta(r,t) = \theta_{cil}(r,t)$ **Cilindro infinito**	 $\theta(x,r,t) = \theta_{cil}(r,t)\,\theta_{semiinf}(x,t)$ **Cilindro semiinfinito**	 $\theta(x,r,t) = \theta_{cil}(r,t)\,\theta_{pared}(x,t)$ **Cilindro corto**
 $\theta(x,t) = \theta_{semiinf}(x,t)$ **Medio semiinfinito**	 $\theta(x,y,t) = \theta_{semiinf}(x,t)\,\theta_{semiinf}(y,t)$ **Medio un cuarto de infinito**	 $\theta(x,y,z,t) =$ $\theta_{semiinf}(x,t)\,\theta_{semiinf}(y,t)\,\theta_{semiinf}(z,t)$ **Región de la esquina de un medio grande**
 $\theta(x,t) = \theta_{pared}(x,t)$ **Placa infinita (o pared plana)**	 $\theta(x,y,t) = \theta_{pared}(x,t)\,\theta_{semiinf}(y,t)$ **Placa semiinfinita**	 $\theta(x,y,z,t) =$ $\theta_{pared}(x,t)\,\theta_{semiinf}(y,t)\,\theta_{semiinf}(z,t)$ **Placa un cuarto de infinito**
 $\theta(x,y,t) = \theta_{pared}(x,t)\theta_{pared}(y,t)$ **Barra rectangular infinita**	 $\theta(x,y,z,t) =$ $\theta_{pared}(x,t)\,\theta_{pared}(y,t)\,\theta_{semiinf}(z,t)$ **Barra rectangular semiinfinita**	 $\theta(x,y,z,t) =$ $\theta_{pared}(x,t)\,\theta_{pared}(y,t)\,\theta_{pared}(z,t)$ **Paralelepípedo rectangular**

sólido semiinfinito la coordenada x se mide desde la *superficie* y desde el *plano medio*, en una pared plana. La distancia radial r siempre se mide desde la línea central.

Note que la solución de un problema *bidimensional* comprende el producto de *dos* soluciones unidimensionales, en tanto que la solución de un problema *tridimensional* comprende el producto de *tres* soluciones unidimensionales.

También se puede aplicar una forma modificada de la solución producto para determinar la transferencia de calor total hacia una configuración geométrica multidimensional o desde ésta, en régimen transitorio, utilizando los valores unidimensionales, como demostró L. S. Langston en 1982. La transferencia de calor en régimen transitorio para una configuración geométrica bidimensional formada por la intersección de dos configuraciones unidimensionales 1 y 2 es

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 2D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right] \tag{4-53}$$

La transferencia de calor en régimen transitorio para un cuerpo tridimensional formado por la intersección de tres cuerpos unidimensionales, 1, 2 y 3, queda dada por

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 3D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right] + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_3 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2\right] \tag{4-54}$$

En los ejemplos siguientes se ilustra el uso de la solución producto en los problemas bidimensionales y tridimensionales de conducción de calor en régimen transitorio.

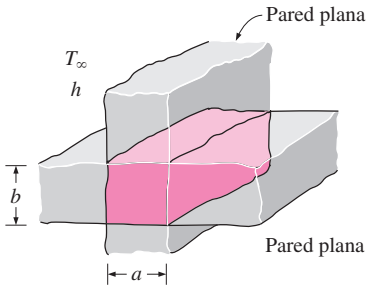


FIGURA 4-37
Una barra sólida larga de perfil rectangular $a \times b$ es la *intersección* de dos paredes planas de espesores a y b.

EJEMPLO 4-8 Enfriamiento de un cilindro corto de latón

Un cilindro corto de latón de diámetro $D = 10$ cm y altura $H = 12$ cm está inicialmente a una temperatura uniforme $T_i = 120°C$. Ahora el cilindro se coloca en aire atmosférico a 25°C, donde la transferencia de calor tiene lugar por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 60$ W/m$^2 \cdot$ °C. Calcule la temperatura en *a*) el centro del cilindro y *b*) el centro de la superficie superior del cilindro 15 min después del inicio del enfriamiento.

SOLUCIÓN Un cilindro corto se deja enfriar en aire atmosférico. Deben determinarse las temperaturas en los centros del cilindro y en la superficie superior.

Suposiciones **1** La conducción de calor en el cilindro corto es bidimensional y, por lo tanto, la temperatura varía tanto en la dirección x axial como en la r radial. **2** Las propiedades térmicas del cilindro y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que pueden aplicarse las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades Las propiedades del latón a la temperatura ambiente son $k = 110$ W/m $\cdot$ °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m^2/s (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más exactos usando las propiedades a la temperatura promedio.

Análisis *a*) Este cilindro corto se puede formar físicamente por la intersección de un cilindro largo de radio $r_o = 5$ cm y una pared plana de espesor $2L = 12$

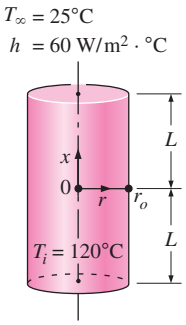


FIGURA 4-38
Esquema para el ejemplo 4-8.

cm, como se muestra en la figura 4-38. A partir de la figura 4-16*a*) se determina que la temperatura adimensional en el centro de la pared plana es

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(3.39 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(900\ \text{s})}{(0.06\ \text{m})^2} = 8.48 \\ \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hL} = \frac{110\ \text{W/m} \cdot °\text{C}}{(60\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.06\ \text{m})} = 30.6 \end{aligned}\right\} \theta_{\text{pared}}(0, t) = \frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.8$$

De manera análoga, en el centro del cilindro, se tiene

$$\left.\begin{aligned} \tau &= \frac{\alpha t}{r_o^2} = \frac{(3.39 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(900\ \text{s})}{(0.05\ \text{m})^2} = 12.2 \\ \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hr_o} = \frac{110\ \text{W/m} \cdot °\text{C}}{(60\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.05\ \text{m})} = 36.7 \end{aligned}\right\} \theta_{\text{cil}}(0, t) = \frac{T(0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.5$$

Por lo tanto,

$$\left(\frac{T(0, 0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{corto}}} = \theta_{\text{pared}}(0, t) \times \theta_{\text{cil}}(0, t) = 0.8 \times 0.5 = 0.4$$

y

$$T(0, 0, t) = T_\infty + 0.4(T_i - T_\infty) = 25 + 0.4(120 - 25) = \mathbf{63°C}$$

Ésta es la temperatura en el centro del cilindro corto, el cual también es el centro del cilindro largo y de la placa.

b) El centro de la superficie superior del cilindro todavía es el centro del cilindro largo ($r = 0$), pero en la superficie exterior de la pared plana ($x = L$). Por lo tanto, en primer lugar se necesita hallar la temperatura superficial de la pared. Dado que $x = L = 0.06$ m,

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{L} &= \frac{0.06\ \text{m}}{0.06\ \text{m}} = 1 \\ \frac{1}{\text{Bi}} &= \frac{k}{hL} = \frac{110\ \text{W/m} \cdot °\text{C}}{(60\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.06\ \text{m})} = 30.6 \end{aligned}\right\} \frac{T(L, t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = 0.98$$

Entonces

$$\theta_{\text{pared}}(L, t) = \frac{T(L, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \left(\frac{T(L, t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right)\left(\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right) = 0.98 \times 0.8 = 0.784$$

Por lo tanto,

$$\left(\frac{T(L, 0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{corto}}} = \theta_{\text{pared}}(L, t)\theta_{\text{cil}}(0, t) = 0.784 \times 0.5 = 0.392$$

y

$$T(L, 0, t) = T_\infty + 0.392(T_i - T_\infty) = 25 + 0.392(120 - 25) = \mathbf{62.2°C}$$

que es la temperatura en el centro de la superficie superior del cilindro.

EJEMPLO 4-9 Transferencia de calor desde un cilindro corto

Determine la transferencia de calor total desde el cilindro corto de latón (ρ = 8 530 kg/m^3, c_p = 0.380 kJ/kg · °C) discutido en el ejemplo 4-8.

SOLUCIÓN En principio, se determina el calor máximo que se puede transferir desde el cilindro, el cual es el contenido de energía sensible de éste en relación con su medio ambiente:

$$m = \rho V = \rho \pi r_o^2 L = (8\,530 \text{ kg/m}^3)\pi(0.05 \text{ m})^2(0.12 \text{ m}) = 8.04 \text{ kg}$$
$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_i - T_\infty) = (8.04 \text{ kg})(0.380 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(120 - 25)°\text{C} = 290.2 \text{ kJ}$$

En seguida, se determina la transferencia adimensional de calor para las dos configuraciones geométricas. Para la pared plana, de la figura 4-16*c*) se determina que es

$$\left.\begin{aligned} \text{Bi} &= \frac{1}{1/\text{Bi}} = \frac{1}{30.6} = 0.0327 \\ \frac{h^2\alpha t}{k^2} &= \text{Bi}^2\tau = (0.0327)^2(8.48) = 0.0091 \end{aligned}\right\} \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\substack{\text{pared}\\ \text{plana}}} = 0.23$$

De manera análoga, para el cilindro, se tiene

$$\left.\begin{aligned} \text{Bi} &= \frac{1}{1/\text{Bi}} = \frac{1}{36.7} = 0.0272 \\ \frac{h^2\alpha t}{k^2} &= \text{Bi}^2\tau = (0.0272)^2(12.2) = 0.0090 \end{aligned}\right\} \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{infinito}}} = 0.47$$

Entonces, por la ecuación 4-53, la razón de la transferencia de calor para el cilindro corto es

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cilindro corto}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]$$
$$= 0.23 + 0.47(1 - 0.23) = 0.592$$

Por lo tanto, la transferencia de calor total desde el cilindro durante los primeros 15 min de enfriamiento es

$$Q = 0.592 Q_{\text{máx}} = 0.592 \times (290.2 \text{ kJ}) = \mathbf{172 \text{ kJ}}$$

EJEMPLO 4-10 Enfriamiento de un cilindro largo por agua

Un cilindro semiinfinito de aluminio de diámetro D = 20 cm está inicialmente a una temperatura uniforme T_i = 200°C. Ahora se coloca el cilindro en agua a 15°C donde la transferencia de calor tiene lugar por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 120 W/m^2 · °C. Determine la temperatura en el centro del cilindro a 15 cm de la superficie de uno de sus extremos, 5 min después del inicio del enfriamiento.

SOLUCIÓN Un cilindro semiinfinito de aluminio se enfría por agua. Debe determinarse la temperatura en el centro del cilindro a 15 cm de la superficie del extremo.

Suposiciones **1** La conducción de calor en el cilindro semiinfinito es bidimensional y, por lo tanto, la temperatura varía tanto en la dirección x axial como en la

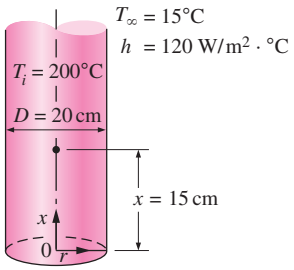


FIGURA 4-39
Esquema para el ejemplo 4-10.

r radial. **2** Las propiedades térmicas del cilindro y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que pueden aplicarse las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades Las propiedades del aluminio a la temperatura ambiente son $k = 237\ W/m \cdot °C$ y $\alpha = 9.71 \times 10^{-6}\ m^2/s$ (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más exactos usando las propiedades a la temperatura promedio.

Análisis El cilindro semiinfinito se puede formar físicamente por la intersección de un cilindro infinito de radio $r_o = 10$ cm y un medio semiinfinito, como se muestra en la figura 4-39.

Se resuelve este problema por medio de la relación de un término para el cilindro y la solución analítica para el medio semiinfinito. En primer lugar, se considera el cilindro infinitamente largo y se evalúa el número de Biot:

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(120\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.1\ \text{m})}{237\ \text{W/m} \cdot °\text{C}} = 0.05$$

A partir de la tabla 4-2, se determina que los coeficientes λ_1 y A_1 para un cilindro, correspondientes a este Bi son $\lambda_1 = 0.3126$ y $A_1 = 1.0124$. En este caso, el número de Fourier es

$$\tau = \frac{\alpha t}{r_o^2} = \frac{(9.71 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(5 \times 60\ \text{s})}{(0.1\ \text{m})^2} = 2.91 > 0.2$$

y, por lo tanto, se puede aplicar la aproximación de un término. Al sustituir estos valores en la ecuación 4-27 da

$$\theta_0 = \theta_{\text{cil}}(0, t) = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = 1.0124 e^{-(0.3126)^2(2.91)} = 0.762$$

La solución para el sólido semiinfinito se puede determinar a partir de

$$1 - \theta_{\text{semiinf}}(x, t) = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right)\left[\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right]$$

En primer lugar, se determinan las diversas cantidades entre paréntesis:

$$\eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} = \frac{0.15\ \text{m}}{2\sqrt{(9.71 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(5 \times 60\ \text{s})}} = 0.44$$

$$\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k} = \frac{(120\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})\sqrt{(9.71 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(300\ \text{s})}}{237\ \text{W/m} \cdot °\text{C}} = 0.086$$

$$\frac{hx}{k} = \frac{(120\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.15\ \text{m})}{237\ \text{W/m} \cdot °\text{C}} = 0.0759$$

$$\frac{h^2 \alpha t}{k^2} = \left(\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)^2 = (0.086)^2 = 0.0074$$

Al sustituir y evaluar las funciones complementarias de error, con base en la tabla 4-4,

$$\begin{aligned}\theta_{\text{semiinf}}(x, t) &= 1 - \text{erfc}\,(0.44) + \exp\,(0.0759 + 0.0074)\,\text{erfc}\,(0.44 + 0.086)\\ &= 1 - 0.5338 + \exp\,(0.0833) \times 0.457\\ &= 0.963\end{aligned}$$

Ahora se aplica la solución producto para obtener

$$\left(\frac{T(x,0,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{semiinfinito}}} = \theta_{\text{semiinf}}(x,t)\theta_{\text{cil}}(0,t) = 0.963 \times 0.762 = 0.734$$

y

$$T(x,0,t) = T_\infty + 0.734(T_i - T_\infty) = 15 + 0.734(200 - 15) = \mathbf{151°C}$$

la cual es la temperatura en el centro del cilindro a 15 cm de la superficie inferior expuesta.

EJEMPLO 4-11 Refrigeración de bisteces evitando al mismo tiempo la quemadura por el frío

En una planta de procesamiento de carne se deben enfriar bisteces de 1 in de grueso, que están inicialmente a 75°F, en las rejillas de un refrigerador grande que se mantiene a 5°F (figura 4-40). Los bisteces se colocan cercanos entre sí, de modo que la transferencia de calor desde los bordes de 1 in de espesor es despreciable. El bistec completo se debe enfriar por debajo de 45°F, pero su temperatura no debe caer por debajo de 35°F en cualquier punto durante la refrigeración para evitar la "quemadura por el frío". El coeficiente de transferencia de calor por convección y, por lo tanto, la razón de la transferencia de calor desde el bistec se puede controlar al variar la velocidad de un ventilador que hace circular el aire en el interior. Determine el coeficiente de transferencia de calor h que permitirá satisfacer las dos restricciones con respecto a la temperatura, manteniendo a la vez el tiempo de refrigeración en un mínimo. El bistec se puede tratar como una capa homogénea que tiene las propiedades $\rho = 74.9$ lbm/ft^3, $C_p = 0.98$ Btu/lbm · °F, $k = 0.26$ Btu/h · ft · °F y $\alpha = 0.0035$ ft^2/h.

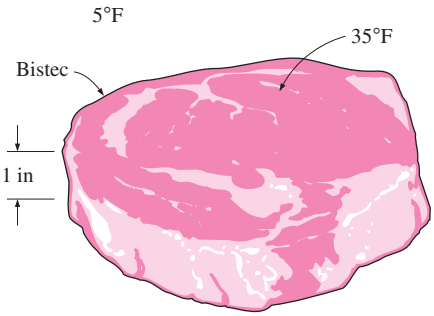


FIGURA 4-40
Esquema para el ejemplo 4-11.

SOLUCIÓN Se deben enfriar bisteces en un refrigerador que se mantiene a 5°F. Debe determinarse el coeficiente de transferencia de calor por convección que permite el enfriamiento de los bisteces por debajo de 45°F, evitando al mismo tiempo la quemadura por el frío.

Suposiciones **1** La conducción de calor a través de los bisteces es unidimensional, ya que éstos forman una capa grande en relación con su espesor y se tiene simetría térmica con respecto al plano central. **2** Las propiedades térmicas de los trozos de bistec y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de modo que pueden aplicarse las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades Las propiedades de los bisteces se dan en el enunciado del problema.

Análisis En un instante dado se tendrá la temperatura más baja en las superficies del bistec y la más alta en el centro, ya que la parte interior será el último lugar en enfriarse. En el caso límite, la temperatura superficial en $x = L = 0.5$ in a partir del centro será de 35°F, en tanto que la del plano central es de 45°F en un medio ambiente a 5°F. Entonces, de la figura 4-16*b*), se obtiene

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{L} &= \frac{0.5\text{ in}}{0.5\text{ in}} = 1 \\ \frac{T(L,t)-T_\infty}{T_0-T_\infty} &= \frac{35-5}{45-5} = 0.75 \end{aligned}\right\} \frac{1}{\text{Bi}} = \frac{k}{hL} = 1.5$$

lo cual da

$$h = \frac{1}{1.5}\frac{k}{L} = \frac{0.26\text{ Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot°\text{F}}{1.5(0.5/12\text{ ft})} = 4.16\text{ Btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot°\text{F}$$

Discusión Con el fin de satisfacer las restricciones sobre la temperatura del bistec durante la refrigeración, el coeficiente de transferencia de calor por convección debe mantenerse por debajo de este valor. También se pueden satisfacer las restricciones por medio de un coeficiente de transferencia de calor más bajo, pero al hacerlo se extendería el tiempo de refrigeración de manera innecesaria.

Se pueden pasar por alto las restricciones inherentes al uso de los diagramas de Heisler y las soluciones de un término (o cualesquiera otras soluciones analíticas) al aplicar los métodos numéricos que se discuten en el capítulo 5.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Refrigeración y congelación de alimentos

Control de los microorganismos en los alimentos

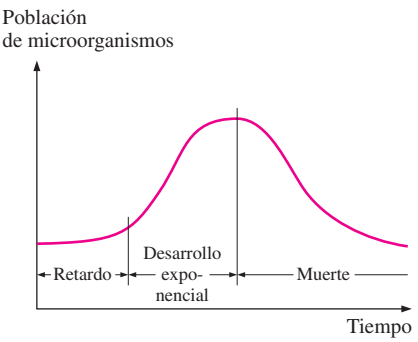


FIGURA 4-41
Curva típica de desarrollo de los microorganismos.

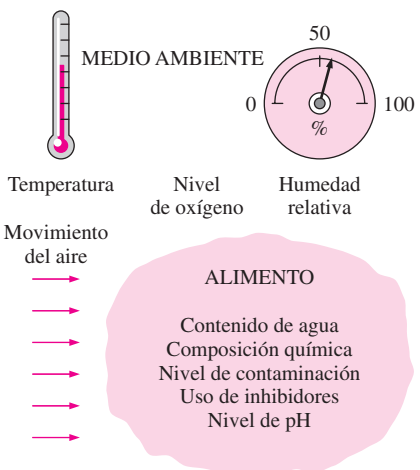


FIGURA 4-42
Factores que afectan la velocidad de desarrollo de los microorganismos.

Los **microorganismos** como las *bacterias*, las *levaduras*, los *mohos* y los *virus* se encuentran en el aire, el agua, el suelo, los organismos vivos y los productos alimenticios no procesados, y causan *sabores* y *olores fuera de lo común*, *producción de baba*, *cambios* en la textura y el aspecto y, al final, *corrupción* de los alimentos. El mantenimiento de los alimentos perecederos a temperaturas cálidas es la causa principal de su corrupción y la prevención de ésta y de la degradación prematura de la calidad debida a los microorganismos es el área más grande de aplicación de la refrigeración. El primer paso en el control de los microorganismos es entender qué son y los factores que influyen en su transmisión, desarrollo y destrucción.

De las diversas clases de microorganismos, las *bacterias* constituyen la causa principal de la corrupción de los alimentos, en especial los húmedos. Los alimentos secos y ácidos crean un medio ambiente indeseable para el desarrollo de las bacterias, pero no para el de las levaduras y los mohos. Los *mohos* también se encuentran sobre las superficies húmedas, el queso y los alimentos corruptos. En ciertos animales y humanos se encuentran *virus* específicos y las malas prácticas sanitarias, como la de mantener los alimentos procesados en la misma área que los no cocinados, y no tener el cuidado de lavarse las manos, pueden causar la contaminación de los productos alimenticios.

Cuando ocurre la *contaminación*, los microorganismos empiezan a adaptarse a las nuevas condiciones ambientales. Este periodo inicial lento y sin desarrollo se llama **fase de retardo** y la vida en anaquel de un producto alimenticio es directamente proporcional a la duración de esta fase (figura 4-41). Al periodo de adaptación le sigue uno de *desarrollo exponencial* durante el cual la población de microorganismos puede duplicarse dos o más veces cada hora, en condiciones favorables, a menos que se tomen medidas sanitarias drásticas. El agotamiento de los nutrientes y la acumulación de toxinas desaceleran el desarrollo e inician el periodo de *muerte*.

La *velocidad de desarrollo* de los microorganismos en un artículo alimenticio depende tanto de las características del propio alimento como de la estructura química, el nivel de pH, la presencia de inhibidores y microorganismos competidores, del contenido de agua así como de las condiciones ambientales, como la temperatura y la humedad relativa del medio ambiente y el movimiento del aire (figura 4-42).

Los microorganismos necesitan *alimento* para crecer y multiplicarse y sus necesidades de nutrición son satisfechas con facilidad por los carbohidratos,

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

las proteínas, los minerales y las vitaminas de un alimento. Diferentes tipos de microorganismos tienen necesidades diferentes de nutrición y los tipos de nutrientes de un alimento determinan los tipos de microorganismos que se pueden alojar en ellos. Los preservativos agregados al alimento también pueden inhibir el desarrollo de ciertos microorganismos. Las clases diferentes de microorganismos que existen compiten por la misma fuente de alimentos y, por consiguiente, la composición de los microorganismos que existen en un alimento en cualquier instante depende de la *composición inicial* de ellos.

Todos los organismos vivos necesitan *agua* para crecer y los microorganismos no pueden crecer en los alimentos que no están suficientemente húmedos. El desarrollo microbiológico en los alimentos refrigerados como las frutas frescas, los vegetales y las carnes se inicia en las *superficies expuestas*, donde es más probable que ocurra la contaminación. La carne fresca en un paquete que se deja en una habitación se estropeará con rapidez, como es probable que el lector haya advertido. Por otra parte, un canal de carne colgado en un medio ambiente controlado envejecerá sanamente como resultado de la *deshidratación* en la superficie exterior, lo cual inhibe el desarrollo microbiológico ahí y protege el canal.

El desarrollo de los microorganismos en un artículo alimenticio está regido por los efectos combinados de las *características del alimento* y los *factores ambientales*. No se puede hacer mucho con respecto a las características del alimento, pero con toda certeza se pueden alterar las condiciones ambientales para llevarlas hacia niveles más deseables a través de la *calefacción*, el *enfriamiento*, la *ventilación*, la *humidificación*, la *deshumidificación* y el control de los niveles de *oxígeno*. La velocidad de desarrollo de los microorganismos en los alimentos depende principalmente de la temperatura, y el control de ésta es el mecanismo más eficaz para controlar esa velocidad.

El mejor desarrollo de los microorganismos ocurre a las temperaturas "cálidas", por lo común entre 20 y 60°C. La rapidez de desarrollo *declina* a las temperaturas altas y ocurre la *muerte* a temperaturas todavía más elevadas, por lo general arriba de 70°C para la mayor parte de los microorganismos. El *enfriamiento* es una manera eficaz y práctica de reducir la velocidad de desarrollo de los microorganismos y, de este modo, la extensión de la *vida en anaquel* de los alimentos perecederos. Una temperatura de refrigeración de 4°C o inferior se considera segura. A veces, un pequeño incremento en la temperatura de refrigeración puede causar un aumento grande en la velocidad de desarrollo y, por lo tanto, una disminución considerable de la vida en anaquel del alimento (figura 4-43). Por ejemplo, la velocidad de desarrollo de algunos microorganismos se duplica por cada 3°C de aumento en la temperatura.

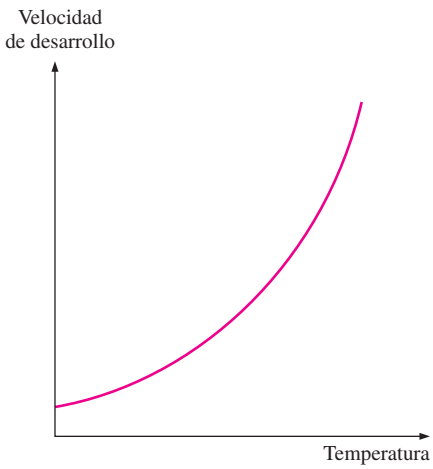


FIGURA 4-43
La velocidad de desarrollo de los microorganismos en un producto alimenticio aumenta en forma exponencial con el aumento de la temperatura ambiental.

Otro factor que afecta el desarrollo y la transmisión microbiológicos es la *humedad relativa* del medio ambiente, que es una medida del contenido de agua del aire. En los *cuartos fríos* debe evitarse la alta humedad relativa, ya que la condensación que se forma sobre las paredes y el techo crea el medio ambiente apropiado para el *desarrollo y acumulación de mohos*. El goteo del condensado contaminado sobre los productos alimenticios en el cuarto representa un riesgo potencial para la salud.

Los diferentes microorganismos reaccionan de manera distinta a la presencia de oxígeno. Algunos microorganismos, como los mohos, requieren oxígeno para desarrollarse, en tanto que algunos no pueden desarrollarse en presencia del mismo. Algunos tienen su mejor desarrollo en ambientes con poco oxígeno, en tanto que otros se desarrollan sin importar la cantidad de éste. Por lo tanto, se puede controlar el desarrollo de ciertos microorganismos mediante el control de la *cantidad de oxígeno* en el medio ambiente. Por ejemplo, el empaque al vacío inhibe el desarrollo de los microorganismos que requieren oxíge-

no. También se puede extender la vida en almacenamiento de algunas frutas reduciendo el nivel de oxígeno en el cuarto en el que se almacenen.

Los microorganismos en los productos alimenticios se pueden controlar 1) *impidiendo* la contaminación al seguir prácticas sanitarias estrictas, 2) *inhibiendo* el desarrollo al alterar las condiciones ambientales y 3) *destruyendo* los organismos por tratamiento con calor o mediante productos químicos. La mejor manera de minimizar la contaminación en las áreas de procesamiento de alimentos es usar filtros finos de aire en los sistemas de ventilación para capturar las *partículas de polvo* que transportan las bacterias en el aire. Por supuesto, los filtros deben permanecer secos, ya que en los húmedos se pueden desarrollar microorganismos. Asimismo, el sistema de ventilación debe mantener una presión positiva en las áreas de procesamiento de los alimentos para impedir que se introduzcan por infiltración contaminantes transportados por el aire. La eliminación de la *condensación* sobre las paredes y el techo de la instalación y la desviación de las bandejas de goteo de la condensación en las *tuberías* de los refrigeradores hacia el sistema de drenaje son otras dos medidas preventivas contra la contaminación. Los sistemas de goteo deben limpiarse con regularidad para impedir el desarrollo microbiológico en ellos. También debe minimizarse todo *contacto* entre los productos alimenticios crudos y los cocinados, y estos últimos deben almacenarse en cuartos con presiones positivas. Los alimentos congelados deben mantenerse a –18°C o menos y se debe tener sumo cuidado cuando se empacan los productos alimenticios después de ser congelados, con el fin de evitar la contaminación durante el empaque.

El desarrollo de los microorganismos se controla de la mejor manera manteniendo la *temperatura* y la *humedad relativa* del medio ambiente en el rango deseable. Por ejemplo, mantener la humedad relativa por debajo de 60% impide el desarrollo de todos los microorganismos sobre las superficies. Los microorganismos se pueden destruir *calentando* el producto alimenticio hasta temperaturas elevadas (por lo común, arriba de 70°C), tratándolos con *productos químicos* o exponiéndolos a la *luz ultravioleta* o a la radiación solar.

Se debe establecer una distinción entre *supervivencia* y *desarrollo* de los microorganismos. Un microorganismo particular que puede no desarrollarse a cierta temperatura baja puede ser capaz de sobrevivir en ella durante mucho tiempo (figura 4-44). Por lo tanto, la congelación no es una manera eficaz de matar los microorganismos. De hecho, algunos cultivos de microorganismos se conservan congelándolos a temperaturas muy bajas. La *velocidad de la congelación* también es una consideración importante en la refrigeración de alimentos, ya que algunos microorganismos se adaptan a las bajas temperaturas y se desarrollan en ellas cuando el enfriamiento es muy lento.

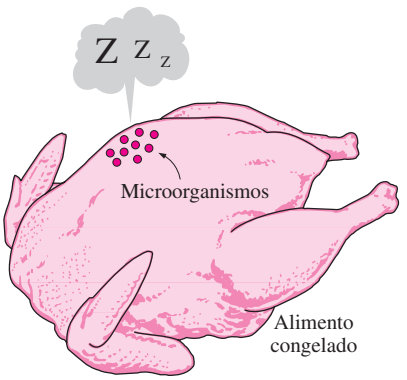


FIGURA 4-44
La congelación puede detener el desarrollo de los microorganismos, pero no los mataría.

Refrigeración y congelación de los alimentos

La *vida en almacenamiento* de los alimentos frescos perecederos, como las carnes, el pescado, los vegetales y las frutas se puede extender durante varios días almacenándolos a temperaturas escasamente arriba de la de congelación, por lo común entre 1 y 4°C. La vida en almacenamiento de los alimentos se puede extender durante varios meses congelándolos y almacenándolos a temperaturas por debajo de la de congelación, por lo común entre –18 y –35°C, dependiendo del alimento en particular (figura 4-45).

La refrigeración *retarda* los procesos químicos y biológicos en los alimentos y el deterioro y pérdida de calidad y de nutrientes que los acompañan. El maíz dulce, por ejemplo, puede perder la mitad de su contenido inicial de azúcar en un día a 21°C, pero sólo 5% de él a 0°C. El espárrago fresco puede perder 50% de su contenido de vitamina C en un día a 20°C, pero se hará en 12 días a 0°C. La refrigeración también extiende la vida en anaquel de los pro-

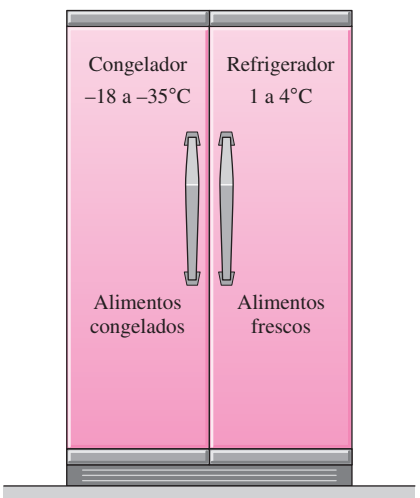


FIGURA 4-45
Temperaturas de refrigeración y de congelación recomendadas para la mayor parte de los alimentos perecederos.

ductos. Por ejemplo, se puede retrasar en tres o más días la primera aparición del feo color amarillento del brócoli mediante la refrigeración.

Los primeros intentos de congelar los artículos alimenticios condujeron a productos de mala calidad debido a los grandes cristales de hielo que se formaron. Se determinó que la *velocidad de la congelación* tiene un efecto importante sobre el tamaño de los cristales de hielo y, por ende, en la calidad, textura y las propiedades nutritivas y sensoriales de muchos alimentos. Durante la *congelación lenta*, los cristales de hielo pueden llegar hasta un tamaño grande, en tanto que durante la *congelación rápida*, un gran número de cristales de hielo se empiezan a formar a la vez y tienen un tamaño mucho más pequeño. Los cristales grandes de hielo no son deseables ya que pueden *perforar* las paredes de las células, causando una degradación de la textura y una pérdida de los jugos naturales durante la descongelación. Se forma una *corteza* con rapidez sobre la capa exterior del producto y sella los jugos, los aromas y los agentes que dan el sabor. La calidad del producto también resulta afectada de manera adversa por las fluctuaciones en la temperatura del cuarto de almacenamiento.

La refrigeración común de alimentos comprende sólo el *enfriamiento* sin cambio de fase. Por otra parte, la *congelación* de los alimentos comprende tres etapas: el *enfriamiento* hasta el punto de congelación (eliminación del calor sensible), la *congelación* (eliminación del calor latente) y *enfriamiento adicional* hasta la temperatura deseada debajo de la de congelación (eliminación del calor sensible del alimento congelado), como se muestra en la figura 4-46.

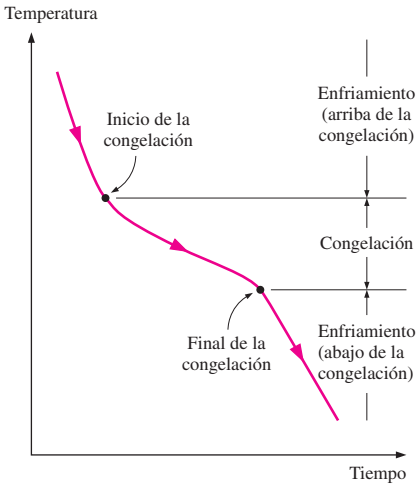


FIGURA 4-46
Curva de congelación típica de un producto alimenticio.

Productos de carne de res

Las reses abiertas en canal en los mataderos deben enfriarse *tan rápido como sea posible* hasta una temperatura de más o menos 1.7°C, con el fin de reducir la velocidad de desarrollo de los microorganismos que pueden estar presentes sobre las superficies de esos canales y, de este modo, minimizar la corrupción. Deben seleccionarse los niveles correctos de *temperatura*, *humedad* y *movimiento del aire* para impedir el encogimiento, el endurecimiento y la decoloración excesivos.

La temperatura profunda del cuerpo de un animal es de alrededor de 39°C, pero tiende a elevarse un par de grados en las secciones de en medio, después de la matanza, como resultado del *calor generado* durante las reacciones biológicas que ocurren en las células. Por otra parte, la temperatura de las superficies expuestas tiende a caer como resultado de las pérdidas de calor. La parte más gruesa del canal es el *cuarto trasero* y el centro de éste es el último lugar en enfriarse durante el proceso de refrigeración. Por lo tanto, se puede monitorear de la mejor manera el enfriamiento del canal introduciendo un termómetro profundamente en la parte central del cuarto trasero.

Alrededor de 70% del canal de carne de res es agua y se enfría en su mayor parte por *enfriamiento evaporativo* como resultado de la expulsión de la humedad hacia las superficies donde ocurre la evaporación. Pero este encogimiento se traduce en una pérdida de masa comerciable que puede equivaler a 2% de la masa total, durante un enfriamiento a lo largo de una noche. Para impedir una pérdida *excesiva* de masa, los canales suelen lavarse o rociarse con agua antes del enfriamiento. Con el cuidado adecuado, el enfriamiento con rocío puede eliminar el encogimiento del canal casi por completo.

La masa total promedio de la carne preparada, que normalmente se divide en dos, es de alrededor de 300 kg y el calor específico promedio del canal es de más o menos 3.14 kJ/kg · °C (tabla 4-6). El *cuarto de enfriamiento* debe tener una capacidad igual a la de la matanza diaria del rastro, la cual puede ser de varios cientos. Un canal de carne de res se lava antes de que entre en el

TABLA 4-6

Propiedades térmicas de la carne de res

Cantidad	Valor típico
Densidad promedio	1 070 kg/m^3
Calor específico:	
Arriba de la congelación	3.14 kJ/kg · °C
Abajo de la congelación	1.70 kJ/kg · °C
Punto de congelación	–2.7°C
Calor latente de fusión	249 kJ/kg
Conductividad térmica	0.41 W/m · °C (a 6°C)

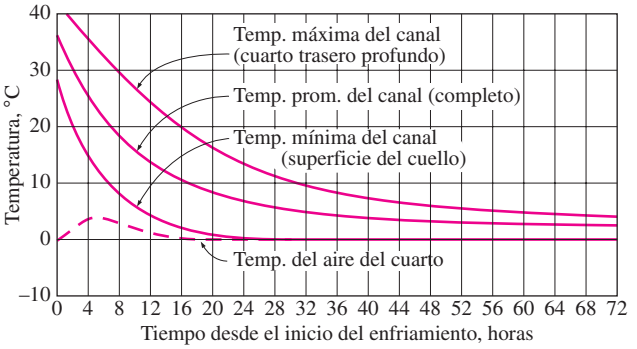


FIGURA 4-47
Curva típica de enfriamiento de una res abierta en canal en los cuartos de enfriamiento y conservación a una temperatura promedio de 0°C (tomada de ASHRAE, *Handbook: Refrigeration*, Ref. 3, Cap. 11, Fig. 2).

cuarto de enfriamiento y absorbe una gran cantidad de agua (alrededor de 3.6 kg) en su superficie durante el proceso de lavado. Sin embargo, esto no representa una ganancia neta de masa, ya que se pierde por goteo o evaporación en el cuarto de enfriamiento durante el proceso. Idealmente, el canal no gana ni pierde peso neto a medida que se enfría en dicho cuarto. Sin embargo, en realidad pierde alrededor de 0.5% de la masa total en el *cuarto de conservación*, a medida que sigue enfriándose. La pérdida real de producto se determina al pesar en primer lugar el canal seco, antes del lavado y, a continuación, se pesa una vez más después de que se enfría.

La temperatura del aire refrigerado en el cuarto de enfriamiento de los canales de res debe ser suficientemente alta para evitar la *congelación* y la *decoloración* en las superficies exteriores del canal. Lo anterior requiere un largo tiempo de residencia en dicho cuarto para que los grandes canales logren enfriarse hasta la temperatura deseada. Los canales de res sólo se enfrían en forma parcial luego de una permanencia de una noche en el cuarto de enfriamiento. La temperatura de un canal cae de 1.7 a 7°C, en la superficie, y hasta más o menos 15°C en las partes de en medio del cuarto trasero, en 10 h. Se requiere de otro día o dos en el *cuarto de conservación*, mantenido a una temperatura entre 1 y 2°C, para completar el *enfriamiento* y la *igualación de la temperatura*. Pero los canales de cerdo se enfrían por completo durante ese periodo porque su tamaño es menor. La *circulación del aire* en el cuarto de conservación se mantiene en niveles mínimos con el fin de evitar la pérdida excesiva de humedad y la decoloración. La carga de refrigeración en el cuarto de conservación es mucho menor que en el de enfriamiento y, como consecuencia, requiere un sistema más pequeño de refrigeración.

Los canales dirigidos a mercados distantes se embarcan al día siguiente de la matanza en camiones refrigerados, donde se realiza el resto del enfriamiento. Esta práctica hace posible entregar carne fresca a tiempo a largas distancias.

En la figura 4-47 se muestra la variación en la temperatura del canal de res durante el enfriamiento. Inicialmente, el proceso de enfriamiento es dominado por la transferencia de calor *sensible*. Note que la temperatura promedio del canal se reduce en alrededor de 28°C (de 36 a 8°C) en 20 h. La velocidad de enfriamiento del canal podría aumentarse al *bajar* la temperatura del aire refrigerado y *aumentar* la velocidad del aire, pero ese tipo de medidas también aumenta el riesgo de *congelación superficial*.

La mayor parte de las carnes se juzgan en relación con su **suavidad** y la conservación de ésta es una consideración importante en la refrigeración y congelamiento. La carne consta principalmente de haces de diminutas *fibras musculares* hacinadas en el interior de largas hileras de *tejidos conjuntivos* que las mantienen juntas. La suavidad de cierto corte de carne de res depende de su ubicación, la edad y la actividad del animal. Los cortes tomados de la sec-

ción relativamente inactiva de la espina dorsal del animal, como el lomo, el filete y las costillas de primera calidad son más suaves que las partes activas, como las piernas y el cuello (figura 4-48). Entre más activo sea el animal, habrá mayor cantidad de tejido conjuntivo y más dura será la carne. Sin embargo, la carne de un animal viejo tiene más sabor y se prefiere para el estofado, ya que la dureza de la carne no plantea un problema para la cocción con calor húmedo, como sucede al hervir. El *colágeno* proteínico, que constituye el componente principal del tejido conjuntivo, se ablanda y disuelve en medios ambientes calientes y húmedos y, de manera gradual, se transforma en *gelatina* y ablanda la carne.

El viejo dicho "se debe cocinar un animal inmediatamente después del sacrificio o esperar por lo menos dos días" tiene mucho de verdad. Las reacciones biomecánicas en el músculo continúan después del sacrificio hasta que disminuye la energía suministrada al mismo para realizar trabajo. El músculo entonces se pone rígido y se presenta el *rigor mortis*. Este proceso empieza varias horas después de que se sacrificó el animal y dura de 12 a 36 h más, hasta que entran en acción las enzimas y se suaviza el tejido conjuntivo, como se muestra en la figura 4-49. Transcurren alrededor de siete días para completar la suavización de manera natural en las instalaciones de almacenamiento mantenidas a 2°C. La estimulación eléctrica también hace que la carne se suavice. Para evitar la dureza, la carne fresca no debe congelarse antes de que haya pasado el *rigor mortis*.

Es probable que el lector haya advertido que los bisteces están suaves y son más sabrosos cuando están calientes, pero se endurecen a medida que se enfrían. Esto se debe a que la gelatina que se formó durante la cocción se espesa conforme se enfría y la carne pierde su suavidad. De modo que no debe sorprender que los restaurantes de primera clase sirvan su bistec sobre placas gruesas calientes que lo mantienen a alta temperatura durante un tiempo prolongado. Asimismo, el cocimiento *ablanda* el tejido conjuntivo pero *endurece* las fibras del músculo. Por lo tanto, asar con *bajo calor* durante un tiempo prolongado da por resultado un bistec duro.

Las carnes de diversas variedades que se pretende almacenar durante un tiempo prolongado deben congelarse con rapidez con el fin de reducir la corrupción y conservar la calidad. Quizás el primer pensamiento que viene a la mente para congelar un paquete de carne es colocarlo en el *congelador* y esperar. Pero, en este caso, el tiempo de congelación es *demasiado largo*, en especial para cajas grandes. Por ejemplo, la temperatura en el centro de una caja de 4 cm de profundidad que contiene 32 kg de diversas carnes puede ser tan elevada como 16°C después de 24 h de haberla colocado en un congelador a –30°C. Se puede acortar considerablemente el tiempo de congelación de las cajas grandes poniendo algo de *hielo seco* dentro de ellas.

Un método más eficaz de congelación, llamada *enfriamiento rápido*, comprende el uso de temperaturas más bajas del aire, –40 a –30°C, con velocidades más altas de 2.5 m/s hasta 5 m/s sobre el producto (figura 4-50). La temperatura interior debe bajarse hasta –4°C, para los productos que se van a transferir a un congelador de almacenamiento, y hasta –18°C para aquellos que se van a embarcar de inmediato. La *velocidad de congelación* depende del *material de empaque* y de sus propiedades aislantes, del *espesor* de las cajas más grandes, del *tipo* de carne y de la *capacidad* del sistema de refrigeración. Note que la temperatura del aire se elevará de manera excesiva durante las etapas iniciales de la congelación y aumentará el tiempo para realizarla si la capacidad del sistema es inadecuada. Un sistema más pequeño de refrigeración resultará óptimo si se va a usar hielo seco en los paquetes. El encogimiento durante la congelación varía entre 0.5 y 1% aproximadamente.

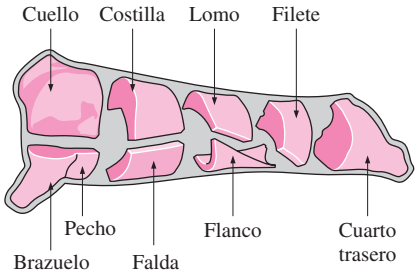


FIGURA 4-48
Diversos cortes de la carne de res (tomada de National Livestock and Meat Board).

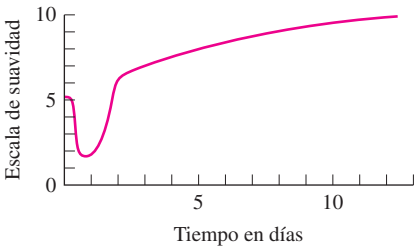


FIGURA 4-49
Variación de la suavidad de la carne almacenada a 2°C con el tiempo después de la matanza.

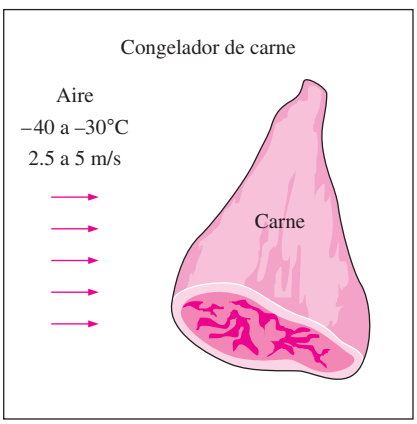


FIGURA 4-50
El tiempo de congelación de la carne se puede reducir de manera considerable mediante aire a baja temperatura y alta velocidad.

TABLA 4-7

Periodo de conservación de productos cárnicos y congelados a diferentes temperaturas (tomada de ASHRAE, *Handbook: Refrigeration*, Cap. 10, tabla 7)

	Periodo de conservación, meses		
	Temperatura		
Producto	−12°C	−18°C	−23°C
Carne de res	4-12	6-18	12-24
Cordero	3-8	6-16	12-18
Ternera	3-4	4-14	8
Puerco	2-6	4-12	8-15
Carne de res en rebanadas	3-4	4-6	8
Alimentos cocidos	2-3	2-4	

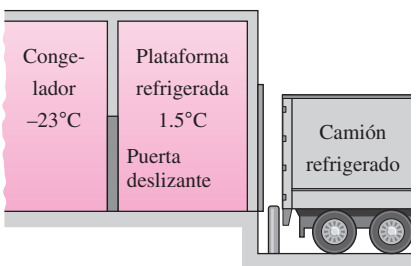


FIGURA 4-51
Una plataforma refrigerada para cargar artículos congelados a un camión refrigerado.

Aun cuando el punto promedio de congelación de la carne magra se puede tomar como –2°C, con un calor latente de 249 kJ/kg, debe recordarse que la congelación ocurre sobre un *rango de temperatura*, presentándose la mayor parte de ella entre –1 y –4°C. Por lo tanto, enfriar la carne dentro de este rango de temperatura y eliminar el calor latente consume la mayor parte del tiempo durante la congelación.

La carne se puede conservar a una temperatura interna de –2 a –1°C, para uso local y almacenamiento *durante una semana*. La carne debe congelarse y almacenarse a temperaturas mucho más bajas para *almacenamiento de largo plazo*. Entre más baja sea la temperatura de almacenamiento, más larga será la vida en almacén de los productos de carne, como se muestra en la tabla 4-7.

La *temperatura interna* de los canales que entran en las secciones de enfriamiento varía desde 38 hasta 41°C, para los cerdos, y desde 37 hasta 39°C, para los corderos y becerros. Transcurren alrededor de 15 h para enfriar los cerdos y becerros hasta la temperatura recomendada de 3 a 4°C. La temperatura del cuarto de enfriamiento se mantiene desde –1 hasta 0°C y la diferencia de temperatura entre el refrigerante y el aire de enfriamiento se conserva en alrededor de 6°C. El aire se hace circular con una velocidad de más o menos 7 a 12 cambios por hora. Los *canales de cordero* se enfrían hasta una temperatura de 1 a 2°C, lo cual requiere alrededor de 12 a 14 h, y se mantienen a esa temperatura con un 85 a 90% de humedad relativa hasta que se embarcan o procesan. La velocidad recomendada de la *circulación de aire* es de 50 a 60 cambios por hora durante las primeras 4 a 6 h, la cual se reduce posteriormente hasta 10 a 12 cambios por hora.

La *congelación* no parece afectar mucho el sabor de la carne, pero sí la *calidad* de varias maneras. La *velocidad* y la *temperatura* de congelación pueden influir en el color, la suavidad y el goteo. La congelación rápida aumenta la suavidad y reduce el daño a los tejidos y la cantidad de goteo posterior a la descongelación. El almacenamiento a bajas temperaturas de congelación causa cambios significativos en la *grasa animal*. El puerco congelado experimenta más cambios indeseables durante el almacenamiento debido a su estructura grasosa y, como consecuencia, su periodo aceptable de almacenamiento es más corto que el de la res, la ternera o el cordero.

Las instalaciones de almacenamiento de carne suelen tener una *plataforma de embarque refrigerada* donde se forman y embarcan los pedidos. Esas plataformas evitan que el valioso espacio de almacenamiento sea usado para fines de embarque y suministran un medio ambiente de trabajo más aceptable para los empleados. Las plantas de empaque en las que se embarcan canales completos o medios canales en grandes cantidades puede ser que no necesiten una plataforma de embarque; para esos casos, a menudo resulta adecuada una puerta para salida de la carga.

Una *plataforma de carga* refrigerada, como la que se muestra en la figura 4-51, reduce la *carga de refrigeración* de los congeladores o enfriadores e impide las *fluctuaciones en la temperatura* en el área de almacenamiento. Con frecuencia resulta adecuado mantener las plataformas de embarque a una temperatura de entre 4 a 7°C, para los enfriadores, y más o menos a 1.5°C para los congeladores. El punto de rocío del aire de la plataforma debe estar por debajo de la temperatura del producto para evitar la condensación sobre la superficie de los productos y la pérdida de calidad. La velocidad del *flujo de aire* a través de las puertas de carga y otras aberturas es proporcional a la *raíz cuadrada* de la diferencia de temperatura y, por lo tanto, la reducción a la mitad de esta diferencia en la abertura, conservando la plataforma de carga a la temperatura promedio, reduce la velocidad del flujo de aire hacia ella y, de este modo, hacia el congelador en $1 - \sqrt{0.5} \cong 0.3$, o sea, 30%. Asimismo, el aire que

fluye hacia el congelador ya está enfriado hasta alrededor de 1.5°C por la unidad de refrigeración de la plataforma, lo cual representa más o menos 50% de la carga de enfriamiento del aire entrante. Como consecuencia, el efecto neto de la plataforma de embarque refrigerada es una reducción de la *carga por infiltración* del congelador en alrededor de 65%, puesto que $1 - 0.7 \times 0.5 = 0.65$. La ganancia neta es igual a la diferencia entre la reducción de la carga por infiltración del congelador y la carga de refrigeración de la plataforma de embarque. Note que los refrigeradores de la plataforma operan a temperaturas mucho más altas (1.5°C, en lugar de alrededor de –23°C), por lo tanto, consumen mucho menos potencia para la misma cantidad de enfriamiento.

Productos de aves de corral

Los productos de aves de corral se pueden conservar por *enfriamiento con hielo* hasta una temperatura de 1 a 2°C, o *enfriamiento profundo* hasta alrededor de –2°C, para almacenamientos de corta duración, o bien, *congelándolos* hasta –18°C, o por debajo de esta temperatura, para almacenamiento a largo plazo. Las plantas de procesamiento de aves de corral están por completo *automatizadas* y el tamaño pequeño de las aves hace factible la operación mediante una línea continua con transportador.

En primer lugar, con corriente eléctrica se hace perder el sentido a las aves, antes de cortarlas, para evitar la lucha. Después de 90 a 120 s de tiempo de sangrado, se *escaldan* sumergiéndolas en un tanque con agua caliente, por lo común entre 51 y 55°C, hasta por 120 s, para aflojar las plumas, en seguida se quitan por medio de máquinas que las arrancan y el ave sin vísceras se *lava* por completo antes de enfriarla. La temperatura interna de las aves varía de 24 a 35°C después del lavado, dependiendo de las temperaturas del aire ambiente y del agua de lavado, así como de la duración de éste.

Para controlar el desarrollo microbiano, las reglamentaciones de la USDA requieren que el ave se enfríe hasta 4°C o menos, en menos de 4 h, para las que poseen menos de 1.8 kg; en menos de 6 h, para las de 1.8 a 3.6 kg; y en menos de 8 h, para aquellas de más de 3.6 kg. En la actualidad no es difícil cumplir con estos requisitos, ya que el lento *enfriamiento por aire* ha sido reemplazado en gran parte por el rápido *enfriamiento por inmersión*, en tanques de hielo semiderretido. El enfriamiento por inmersión tiene el beneficio adicional de que no sólo previene la deshidratación sino que causa una *absorción neta de agua* y, por consiguiente, aumenta la masa del producto comerciable. El enfriamiento por aire de las aves no empacadas puede causar una pérdida de humedad de 1 a 2%, mientras el enfriamiento por inmersión en agua puede provocar una absorción de humedad de 4 a 15% (figura 4-52). El enfriamiento con rocío de agua puede causar una absorción de humedad de hasta 4%. La mayor parte del agua absorbida se mantiene entre la carne y la piel, y los tejidos conjuntivos de ésta. En el enfriamiento por inmersión se pierden algunos sólidos solubles del ave, que se van al agua, pero la pérdida no tiene efecto significativo sobre el sabor.

En la actualidad muchos de los enfriadores en los que se emplea un tanque de hielo semiderretido han sido reemplazados por enfriadores por inmersión en hielo semiderretido del tipo de flujo *continuo*. Este tipo de enfriadores pueden reducir la temperatura interna del ave de 32 hasta 4°C en alrededor de 30 minutos, a razón de hasta 10 000 aves por hora. Las necesidades de hielo dependen de las temperaturas de entrada y de salida del canal y del agua, pero suele ser adecuado 0.25 kg de hielo por kg de canal. Sin embargo, la *contaminación bacteriana*, como la salmonela, es una preocupación al aplicar este método y es posible que sea necesario clorar el agua para controlar la contaminación.

La *suavidad* es una consideración importante para los productos de aves de corral, como también la es para la carne roja, y conservarla es una considera-

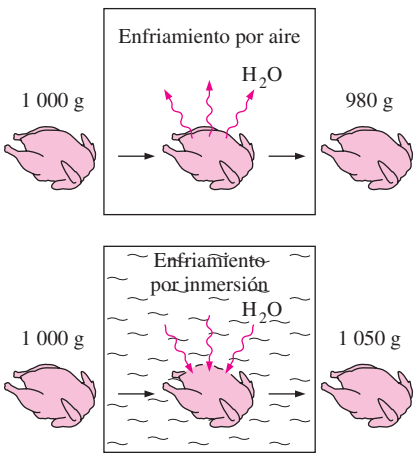


FIGURA 4-52
El enfriamiento por aire causa deshidratación y, por consiguiente, pérdida de peso en el ave, en tanto que el enfriamiento por inmersión causa una ganancia en peso como resultado de la absorción de agua.

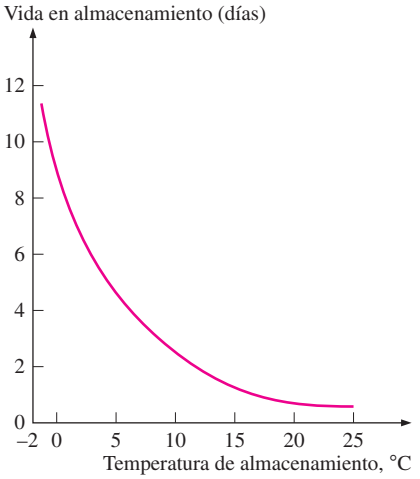
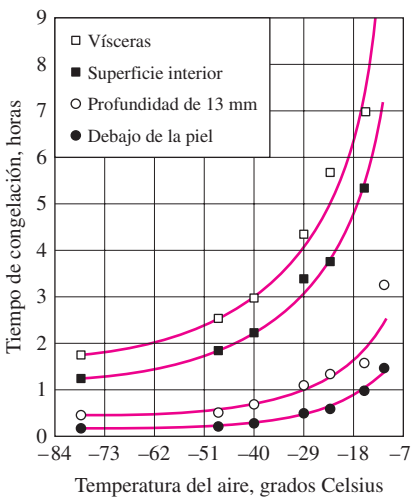


FIGURA 4-53
La vida en almacenamiento de las aves frescas decrece en forma exponencial al aumentar la temperatura de almacenamiento.



Nota: El tiempo de congelación es el intervalo requerido para que la temperatura caiga desde 0 hasta –4°C. Los valores son para pollos de 2.3 a 3.6 kg, con temperatura inicial de 0 a 2°C y con una velocidad del aire de 2.3 a 2.8 m/s.

FIGURA 4-54
Variación del tiempo de congelación de las aves con la temperatura del aire.

ción importante en el enfriamiento y la congelación de aves. Las aves cocidas o congeladas antes de pasar por el *rigor mortis* permanecen muy duras. La suavización natural se inicia pronto después del sacrificio y se completa en menos de 24 h cuando las aves se mantienen a 4°C. La suavización es rápida durante las primeras tres horas y se desacelera de ahí en adelante. La inmersión en agua caliente y el corte en el músculo influyen de manera adversa en la suavización. Se ha observado que la *temperatura de escaldado* o la duración de este proceso aumentan la dureza y, asimismo, se ha observado que la reducción de ese tiempo aumenta la suavidad. La *acción de golpeo* de las máquinas mecánicas para desplumar causa un endurecimiento considerable, por ello, se recomienda que el desplumado se realice después de la suavización. *Cortar* el ave en trozos antes de que se complete la suavización natural la endurece de manera considerable. Por lo tanto, se recomienda cortar después de la suavización. El *enfriamiento rápido* de las aves también puede endurecerlas. Se encuentra que el proceso de suavización se puede acelerar considerablemente por un proceso patentado de *hacer perder el conocimiento a las aves con corriente eléctrica*.

Los productos de aves de corral son *intensamente perecederos* y, como consecuencia, deben conservarse a la temperatura *más baja* posible con el fin de maximizar su vida en anaquel. Los estudios han demostrado que las poblaciones de ciertas bacterias se duplican cada 36 h a –2°C, cada 14 h a 0°C, cada 7 h a 5°C y en menos de 1 h, a 25°C (figura 4-53). Los estudios también han demostrado que los conteos bacterianos totales en las aves conservadas a 2°C durante 14 días son equivalentes a las conservadas a 10°C durante 5 días o a 24°C durante un día. También se ha encontrado que las aves conservadas a –1°C tuvieron 8 días de vida adicional en anaquel por encima de las conservadas a 4°C.

El desarrollo de los microorganismos sobre las *superficies* de las aves causa el desarrollo de un *olor desagradable* y de *baba bacteriana*. Entre más alta es la cantidad inicial de contaminación bacteriana, con mayor rapidez ocurre la formación de baba. Por lo tanto, las buenas prácticas sanitarias durante el procesamiento, como la limpieza frecuente del equipo y el lavado de los canales, son tan importantes como la temperatura de almacenamiento para ampliar la vida en anaquel.

Las aves de corral deben congelarse *con rapidez* para garantizar un aspecto ligero y atractivo. Las aves que se congelan con lentitud se ven oscuras y desarrollan grandes cristales de hielo que dañan los tejidos. Los cristales de hielo que se forman durante la congelación rápida son pequeños. Retrasar la congelación de las aves causa que los cristales de hielo se vuelvan más grandes. Se puede realizar la congelación rápida por medio de aire forzado a temperaturas de –23 a –40°C y velocidades de 1.5 a 5 m/s en *congeladores en túnel con ráfaga de viento*. La mayor parte de las aves se congelan de esta manera. Asimismo, las aves empacadas se congelan más rápido sobre anaqueles abiertos que dentro de cajas. Los paquetes de aves deben congelarse en cajas, y resulta conveniente dejar las cajas abiertas o cortar orificios en ellas en la dirección del flujo de aire durante la congelación. Para obtener los mejores resultados, el túnel con ráfaga de viento debe estar completamente cargado a través de su sección transversal con un espaciamiento parejo entre los productos para garantizar un flujo uniforme del aire alrededor de todos los lados de los paquetes. En la figura 4-54 se muestra el tiempo de congelación de las aves en función de la temperatura del aire refrigerado. En la tabla 4-8 se dan las propiedades térmicas de las aves de corral.

Otros métodos de congelación de las aves incluyen la compresión entre *placas frías*, la *inmersión* en un líquido refrigerado, como glicol o salmuera de

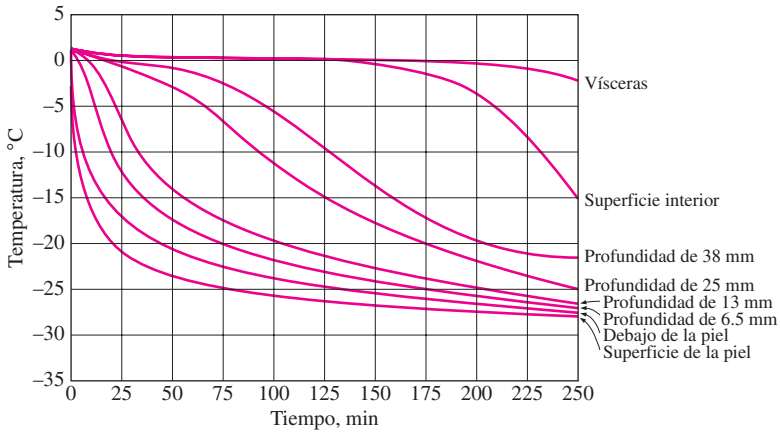


FIGURA 4-55
Variación de la temperatura de las pechugas de pavo de 6.8 kg, inicialmente a 1°C, con la profundidad, durante el enfriamiento por inmersión a –29°C (tomada de Van der Berg y Lentz, Ref. 11).

cloruro de calcio, y el *enfriamiento criogénico* con nitrógeno líquido. Las aves se pueden congelar en varias horas mediante las placas frías. Se pueden obtener velocidades de congelación muy altas por la *inmersión* de las aves empacadas en una salmuera a baja temperatura. El tiempo de congelación de las aves en salmuera a –29°C puede ser tan bajo como 20 min, dependiendo del tamaño del ave (figura 4-55). La congelación por inmersión también produce una apariencia ligera muy atractiva y las altas velocidades de transferencia de calor hacen factible la operación en línea continua. También tiene un costo inicial y costos de mantenimiento más bajos que el aire forzado, pero las *infiltraciones* en los paquetes a través de algunos orificios o grietas pequeños siguen siendo una preocupación. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 17 $W/m^2 \cdot °C$, para aire a –29°C y 2.5 m/s, en tanto que es de 170 $W/m^2 \cdot °C$, para la salmuera de cloruro de sodio a –18°C y a una velocidad de 0.02 m/s. A veces se usa nitrógeno líquido para congelar la corteza de los productos de aves de corral hasta –73°C. A continuación, la congelación se completa con aire en un cuarto de conservación a –23°C.

Los productos de aves de corral empacados de modo adecuado se pueden *almacenar* hasta alrededor de un año a temperaturas de –18°C o menores. La vida en almacenamiento cae considerablemente a temperaturas más elevadas (pero todavía por debajo de la de congelación). Cuando las aves se congelan durante demasiado tiempo, se tienen cambios significativos en el sabor y el jugo y se desarrolla un olor a rancio. Las aves congeladas se pueden deshidratar y experimentan **quemadura del congelador**, lo cual deteriora el aspecto visual del producto y causa endurecimiento del área afectada. La deshidratación y, por consiguiente, la quemadura del congelador se pueden controlar por *humidificación*, *disminución* de la temperatura de almacenamiento y empacando el producto con una película *impermeable*. Se puede ampliar la vida en almacenamiento empacando las aves en un medio ambiente *libre de oxígeno*. Los conteos bacterianos en los productos congelados precocidos pueden conservarse en niveles seguros, ya que es posible que las bacterias no se destruyan por completo durante el proceso de recalentamiento en el hogar.

Las aves congeladas se pueden *descongelar* en el aire ambiental, en agua, en el refrigerador o en el horno sin diferencia significativa en el sabor. Las aves grandes, como el pavo, deben descongelarse de manera segura manteniéndolos en el refrigerador entre 2 y 4°C, durante 2 a 4 días, dependiendo de su tamaño. También se pueden descongelar sumergiéndolos en agua fría, en un recipiente grande, durante 4 a 6 h, o metiéndolos en una bolsa de papel. Se debe tener cuidado en conservar *fría* la superficie del ave para minimizar el *desarrollo microbiológico* al descongelar en el aire o en el agua.

TABLA 4-8

Propiedades térmicas de las aves de corral

Cantidad	Valor típico
Densidad promedio:	
Músculo	1 070 kg/m^3
Piel	1 030 kg/m^3
Calor específico:	
Arriba de la congelación	2.94 kJ/kg · °C
Abajo de la congelación	1.55 kJ/kg · °C
Punto de congelación	−2.8°C
Calor latente de fusión	247 kJ/kg
Conductividad térmica: (en W/m · °C)	
Músculo de la pechuga	0.502 a 20°C
	1.384 a −20°C
	1.506 a −40°C
Músculo oscuro	1.557 a −40°C

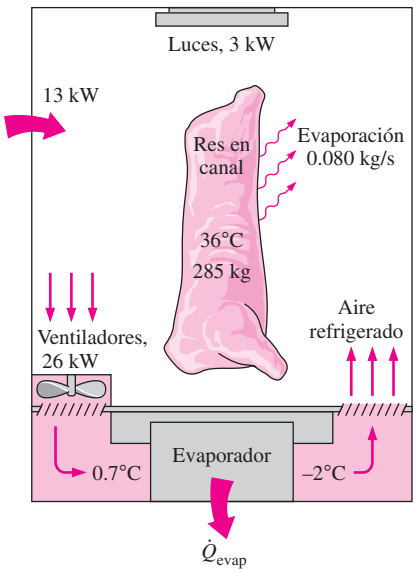


FIGURA 4-56
Esquema para el ejemplo 4-12.

EJEMPLO 4-12 Enfriamiento de canales de res en una planta de carne

El cuarto de enfriamiento de una planta de carne tiene un tamaño de 18 m × 20 m × 5.5 m y una capacidad de 450 canales de res. Las potencias consumidas por los ventiladores y las luces del cuarto son de 26 y 3 kW, respectivamente, y el cuarto gana calor a través de su cubierta a razón de 13 kW. La masa promedio de los canales es de 285 kg. Las canales entran al cuarto a 36°C, después de que se han lavado para facilitar el enfriamiento evaporativo, y se enfrían hasta 15°C en 10 h. Se espera que el agua se evapore a razón de 0.080 kg/s. El aire entra en la sección del evaporador del sistema de refrigeración a 0.7°C y sale a –2°C. El lado del aire del evaporador tiene gran cantidad de aletas y el coeficiente total de transferencia de calor del evaporador, basado en el lado del aire, es de 20 W/m^2 · °C. Asimismo, la diferencia promedio de temperatura entre el aire y el refrigerante que está en el evaporador es de 5.5°C. Determine *a*) la carga de refrigeración del cuarto de enfriamiento, *b*) el gasto volumétrico de aire, y *c*) el área superficial de transferencia de calor del evaporador en el lado del aire, si se supone que todo el vapor y la niebla que están en el aire se congelan en el evaporador.

SOLUCIÓN Se considera el cuarto de enfriamiento de una planta de carne con una capacidad de 450 canales de res. Se deben determinar la carga de enfriamiento, el gasto de aire y el área de transferencia de calor del evaporador.

Suposiciones **1** El agua se evapora a razón de 0.080 kg/s. **2** Toda la humedad que está en el aire se congela en el evaporador.

Propiedades El calor de fusión y el calor de vaporización del agua a 0°C son de 333.7 kJ/kg y 2 501 kJ/kg (tabla A-9). La densidad y el calor específico del aire a 0°C son 1.292 kg/m^3 y 1.006 kJ/kg · °C (tabla A-15). También, a partir de la relación dada en la tabla A-7*b*), se determina que el calor específico del canal de res es

$$c_p = 1.68 + 2.51 \times (\text{contenido de agua}) = 1.68 + 2.51 \times 0.58 = 3.14 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C}$$

Análisis *a*) En la figura 4-56 se da un esquema del cuarto de enfriamiento. La cantidad de masa de carne de res que es necesario enfriar por unidad de tiempo es

$$\dot{m}_{res} = (\text{Masa total de carne de res enfriada})/(\text{Tiempo de enfriamiento})$$
$$= (450 \text{ canales})(285 \text{ kg/canal})/(10 \times 3\,600 \text{ s}) = 3.56 \text{ kg/s}$$

La carga de refrigeración de los productos se puede concebir como la energía que es necesario eliminar de la carne de res, conforme se enfría de 36 hasta 15°C, a razón de 3.56 kg/s y se determina que es

$$\dot{Q}_{res} = (\dot{m}c_p\Delta T)_{res} = (3.56 \text{ kg/s})(3.14 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(36 - 15)°\text{C} = 235 \text{ kW}$$

Entonces la carga total de refrigeración del cuarto de enfriamiento queda

$$\dot{Q}_{\text{total, cuarto de enfriamiento}} = \dot{Q}_{res} + \dot{Q}_{\text{ventilador}} + \dot{Q}_{\text{luces}} + \dot{Q}_{\text{ganancia de calor}}$$
$$= 235 + 26 + 3 + 13 = \mathbf{277\ kW}$$

La cantidad de enfriamiento del canal debida al enfriamiento evaporativo del agua es

$$\dot{Q}_{\text{res, evaporativo}} = (\dot{m}h_{fg})_{\text{agua}} = (0.080 \text{ kg/s})(2\,501 \text{ kJ/kg}) = 200 \text{ kW}$$

lo cual es 200/235 = 85% de la carga total de enfriamiento de los productos. El 15% restante del calor se transfiere por convección y radiación.

b) El calor se transfiere hacia el aire a la razón determinada en los párrafos anteriores y, como resultado, la temperatura del aire se eleva de –2°C hasta 0.7°C. Por lo tanto, el gasto de masa de aire es

$$\dot{m}_{\text{aire}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aire}}}{(c_p \Delta T_{\text{aire}})} = \frac{277 \text{ kW}}{(1.006 \text{ kJ/kg} \cdot \text{°C})[0.7 - (-2)\text{°C}]} = 102.0 \text{ kg/s}$$

Entonces el gasto volumétrico de aire queda

$$\dot{V}_{\text{aire}} = \frac{\dot{m}_{\text{aire}}}{\rho_{\text{aire}}} = \frac{102 \text{ kg/s}}{1.292 \text{ kg/m}^3} = \mathbf{78.9 \text{ m}^3\text{/s}}$$

c) Normalmente, la carga de transferencia de calor del evaporador es la misma que la de refrigeración. Pero, en este caso, el agua que entra en el evaporador como líquido se congela cuando la temperatura cae hasta –2°C y el evaporador también debe eliminar el calor latente de congelación, que se determina a partir de

$$\dot{Q}_{\text{congelación}} = (\dot{m} h_{\text{latente}})_{\text{agua}} = (0.080 \text{ kg/s})(333.7 \text{ kJ/kg}) = 27 \text{ kW}$$

Por lo tanto, la razón total de eliminación de calor en el evaporador es

$$\dot{Q}_{\text{evaporador}} = \dot{Q}_{\text{total, cuarto de enfriamiento}} + \dot{Q}_{\text{congelación}} = 277 + 27 = 304 \text{ kW}$$

Entonces, se determina el área superficial de transferencia de calor del evaporador en el lado del aire a partir de $\dot{Q}_{\text{evaporador}} = (UA)_{\text{lado del aire}} \Delta T$,

$$A = \frac{\dot{Q}_{\text{evaporador}}}{U \Delta T} = \frac{304\ 000 \text{ W}}{(20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(5.5\text{°C})} = \mathbf{2\ 764 \text{ m}^2}$$

Es obvio que debe usarse una superficie con aletas para proporcionar un área superficial tan grande en el lado del aire.

RESUMEN

En este capítulo se consideró la variación de la temperatura con el tiempo así como con la posición en sistemas unidimensionales y multidimensionales. En primer lugar, se consideraron los *sistemas concentrados*, en los que la temperatura varía con el tiempo, pero permanece uniforme a través del sistema en todo momento. La temperatura de un cuerpo concentrado de forma arbitraria de masa m, volumen V, área superficial A_s, densidad ρ y calor específico c_p, inicialmente a una temperatura uniforme T_i, que se expone a convección en el instante $t = 0$ en un medio a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h, se expresa como

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt}$$

donde

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} - \frac{h}{\rho c_p L_c}$$

es una cantidad positiva cuya dimensión es (tiempo)$^{-1}$. Se puede usar esta relación con el fin de determinar la temperatura $T(t)$ de un cuerpo en el instante t o, de modo alternativo, el tiempo t requerido para que la temperatura alcance un valor especificado $T(t)$. Una vez que se disponga de la temperatura $T(t)$ en el instante t, se puede determinar la *razón* de la transferencia de calor por convección en ese instante, a partir de la ley de Newton del enfriamiento, como

$$\dot{Q}(t) = hA_s[T(t) - T_\infty]$$

La *cantidad total* de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante durante el intervalo de tiempo de $t = 0$ hasta t es simplemente el cambio en el contenido de energía del cuerpo:

$$Q = mc_p[T(t) - T_i]$$

La transferencia de calor *máxima* entre el cuerpo y sus alrededores es

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_\infty - T_i)$$

El error en el que se incurre en el análisis de sistemas concentrados es despreciable cuando

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} < 0.1$$

donde Bi es el *número de Biot* y $L_c = V/A_s$ es la longitud característica.

Cuando el análisis de sistemas concentrados no es aplicable, se puede determinar la variación de la temperatura con la posición así como con el tiempo por medio de los *diagramas de temperatura transitoria* dados en las figuras 4-16, 4-17, 4-18 y 4-30, para una pared plana grande, un cilindro largo, una esfera y un medio semiinfinito, respectivamente. Estos diagramas son aplicables para la transferencia unidimensional de calor en esas configuraciones geométricas. Por lo tanto, su uso queda limitado a situaciones en las cuales el cuerpo está inicialmente a una temperatura uniforme, todas las superficies están sujetas a las mismas condiciones térmicas y el cuerpo no genera calor. También se pueden usar estos diagramas para determinar la transferencia de calor total del cuerpo hasta un instante especificado t.

Al usar una *aproximación de un término*, las soluciones de los problemas unidimensionales de conducción del calor en régimen transitorio se expresan analíticamente como

Pared plana: $$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L)$$

Cilindro: $$\theta_{\text{cil}} = \frac{T(r,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} J_0(\lambda_1 r/r_o)$$

Esfera: $$\theta_{\text{esf}} = \frac{T(r,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\operatorname{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o}$$

donde las constantes A_1 y λ_1 son sólo funciones del número Bi, en la tabla 4-2 se da una lista de sus valores contra este número, para las tres configuraciones geométricas. El error en el que se incurre en las soluciones de un término es menor a 2% cuando $\tau > 0.2$.

Por medio de las soluciones de un término, las transferencias de calor fraccionarias en las diferentes configuraciones geométricas se expresan como

Pared plana: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared}} = 1 - \theta_{0,\,\text{pared}} \frac{\operatorname{sen}\lambda_1}{\lambda_1}$$

Cilindro: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cil}} = 1 - 2\theta_{0,\,\text{cil}} \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1}$$

Esfera: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{esf}} = 1 - 3\theta_{0,\,\text{esf}} \frac{\operatorname{sen}\lambda_1 - \lambda_1 \cos\lambda_1}{\lambda_1^3}$$

Las soluciones de la conducción transitoria de calor en un sólido semiinfinito con propiedades constantes, con varias condiciones de frontera en la superficie, se dan como sigue:

Temperatura especificada en la superficie, T_s = constante:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_s - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad \text{y} \quad \dot{q}_s(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

Flujo especificado de calor en la superficie, $\dot{q}_s$ = constante:

$$T(x,t) - T_i = \frac{\dot{q}_s}{k}\left[\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)\right]$$

Convección sobre la superficie, $\dot{q}_s(t) = h[T_\infty - T(0,t)]$:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)$$

Pulso de energía en la superficie, e_s = constante:

$$T(x,t) - T_i = \frac{e_s}{k\sqrt{\pi t/\alpha}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$$

donde $\operatorname{erfc}(\eta)$ es la *función complementaria de error* de argumento η.

Si se aplica un principio de superposición llamado *solución producto*, también se pueden usar estas gráficas a fin de construir soluciones para los problemas de conducción transitoria *bidimensional* de calor que se encuentran en configuraciones geométricas del tipo de un cilindro corto, una barra larga rectangular o un cilindro o placa semiinfinitos, e incluso problemas *tridimensionales* asociados con configuraciones geométricas, como un prisma rectangular o una barra rectangular semiinfinita, siempre que todas las superficies del sólido se expongan a convección hacia el mismo fluido a la temperatura T_∞, con el mismo coeficiente de transferencia de calor por convección, h, y que en el cuerpo no se tenga generación de calor. La solución en esas configuraciones geométricas multidimensionales se puede expresar como el producto de las soluciones para las configuraciones unidimensionales cuya intersección sea la multidimensional.

También se puede determinar la transferencia de calor total hacia una configuración geométrica multidimensional o desde ésta, utilizando los valores unidimensionales. La transferencia de calor en régimen transitorio para una configuración geométrica bidimensional formada por la intersección de dos configuraciones unidimensionales 1 y 2 es

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 2D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]$$

La transferencia de calor en régimen transitorio para un cuerpo tridimensional formado por la intersección de tres cuerpos unidimensionales 1, 2 y 3 es

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 3D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right] + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_3 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2\right]$$

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. ASHRAE, *Handbook of Fundamentals*, Versión SI, Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993.
2. ASHRAE, *Handbook of Fundamentals*, Versión SI, Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1994.
3. H. S. Carslaw y J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2a. ed., Londres: Oxford University Press, 1959.
4. H. Gröber, S. Erk y U. Grigull, *Fundamentals of Heat Transfer*, Nueva York: McGraw-Hill, 1961.
5. M. P. Heisler. "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating", *ASME Transactions* 69 (1947), pp. 227-236.
6. H. Hillman, *Kitchen Science*, Mount Vernon, Nueva York: Consumers Union, 1981.
7. S. Kakaç y Y. Yener, *Heat Conduction*, Nueva York: Hemisphere Publishing Co., 1985.
8. L. S. Langston, "Heat Transfer from Multidimensional Objects Using One-Dimensional Solutions for Heat Loss", *International Journal of Heat and Mass Transfer,* 25 (1982), pp. 149-150.
9. P. J. Schneider, *Conduction Heat Transfer*, Reading, MA: Addison-Wesley, 1955.
10. L. van der Berg y C. P. Lentz, "Factors Affecting Freezing Rate and Appearance of Eviscerated Poultry Frozen in Air", *Food Technology*, 12 (1958).

PROBLEMAS*

Análisis de sistemas concentrados

4-1C ¿Qué es el análisis de sistemas concentrados? ¿Cuando se puede aplicar?

4-2C ¿Para cuál sólido es más probable que se pueda aplicar el análisis de sistemas concentrados: una manzana real o una manzana de oro del mismo tamaño? ¿Por qué?

4-3C ¿Para cuál clase de cuerpos hechos del mismo material es más probable que pueda aplicarse el análisis de sistemas concentrados: los delgados o los bien redondeados del mismo volumen? ¿Por qué?

4-4C Considere la transferencia de calor entre dos cuerpos sólidos idénticos calientes y el aire que los circunda. El primer sólido se está enfriando por medio de un ventilador en tanto que el segundo se deja enfriar de manera natural. ¿Para cuál de los sólidos es más probable que se pueda aplicar el análisis de sistemas concentrados? ¿Por qué?

4-5C Considere la transferencia de calor entre dos cuerpos sólidos idénticos calientes y sus medios ambientes. El primer sólido se deja caer en un recipiente grande lleno con agua, en tanto que el segundo se deja enfriar de manera natural en el aire. ¿Para cuál de los sólidos es más probable que se pueda aplicar el análisis de sistemas concentrados? ¿Por qué?

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES, , se resuelven mediante el EES, y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software EES que acompaña a este texto.

4-6C Considere una papa horneada caliente sobre un plato. Se observa que la temperatura de la papa cae en 4°C durante el primer minuto. Durante el segundo minuto, ¿la temperatura caerá menos de 4°C, los mismos 4°C o más de 4°C? ¿Por qué?

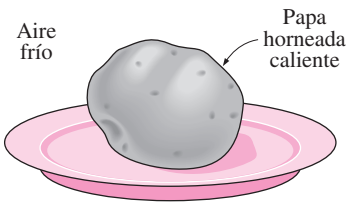


FIGURA P4-6C

4-7C Considere una papa que se cuece en un horno mantenido a una temperatura constante. Se observa que la temperatura de la papa se eleva en 5°C durante el primer minuto. Durante el segundo minuto, ¿la temperatura aumentará menos de 5°C, los mismos 5°C o más de 5°C? ¿Por qué?

4-8C ¿Cuál es el significado físico del número de Biot? ¿Es más probable que el número de Biot sea más grande para los sólidos intensamente conductores o para los malos conductores?

4-9C Considere dos trozos idénticos de rosbif de 4 kg. El primer trozo se hornea como un todo, en tanto que el segundo se hornea en el mismo horno después de haberlo cortado en dos partes iguales. ¿Habrá alguna diferencia entre los tiempos de cocción del rosbif completo y el cortado? ¿Por qué?

4-10C Considere una esfera y un cilindro de volumen igual hechos de cobre. Tanto la esfera como el cilindro están al principio a la misma temperatura y se exponen a convección en el

mismo medio ambiente. ¿Cuál piensa usted que se enfriará más rápido, el cilindro o la esfera? ¿Por qué?

4-11C ¿En qué medio es más probable que pueda aplicarse el análisis de sistemas concentrados: en el agua o en el aire? ¿Por qué?

4-12 Para calentar algo de leche para un bebé, una madre la vierte en un vaso de pared delgada cuyo diámetro es de 6 cm. La altura de la leche en el vaso es de 7 cm. En seguida, coloca el vaso en una cacerola grande llena con agua caliente a 70°C. La leche se agita constantemente, de modo que su temperatura es uniforme en todo momento. Si el coeficiente de transferencia de calor entre el agua y el vaso es de 120 W/m^2 · °C, determine cuánto tiempo transcurrirá para que la leche se caliente de 3°C hasta 38°C. Considere las propiedades de la leche iguales a las del agua. En este caso, ¿puede tratarse la leche como un sistema concentrado? ¿Por qué? *Respuesta:* 4.50 min

4-13 Repita el problema 4-12 para el caso de agua que también se está agitando, de modo que el coeficiente de transferencia de calor se duplica hasta 240 W/m^2 · °C.

4-14 Obtenga una relación para el tiempo requerido por un sistema concentrado para alcanzar la temperatura promedio $\frac{1}{2}(T_i + T_\infty)$, donde T_i es la temperatura inicial y T_∞ es la temperatura del medio ambiente.

4-15 Se va a medir la temperatura de una corriente de gas por medio de un termopar cuya unión se puede considerar como una esfera de 1.2 mm de diámetro. Las propiedades de la unión son k = 35 W/m · °C, ρ = 8 500 kg/m^3, y c_p = 320 J/kg · °C, y el coeficiente de transferencia de calor entre la unión y el gas es h = 90 W/m^2 · °C. Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la lectura del termopar sea 99% de la diferencia inicial de temperatura. *Respuesta:* 22.8 s

4-16I En una instalación de fabricación, bolas de latón de 2 in de diámetro (k = 64.1 Btu/h · ft · °F, ρ = 532 lbm/ft^3, y c_p = 0.092 Btu/lbm · °F) inicialmente a 250°F se sumergen en un baño de agua que está a 120°F, durante un periodo de 2 min, a razón de 120 bolas por minuto. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 42 Btu/h · ft^2 · °F, determine *a*) la temperatura de las bolas después de haber sido sumergidas, y *b*) la razón a la cual se necesita eliminar el calor del agua para mantener su temperatura constante a 120°F.

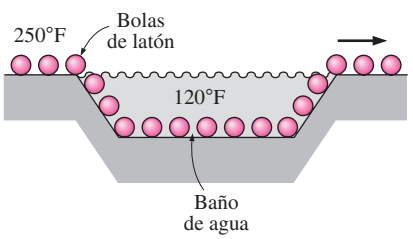


FIGURA P4-16I

4-17I Repita el problema 4-16I para bolas de aluminio.

4-18 Obtenga relaciones para las longitudes características de una pared plana grande de espesor 2L, un cilindro muy largo de radio r_o y una esfera de radio r_o.

4-19 Una barra larga de cobre cuyo diámetro es de 2.0 cm se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme de 100°C. En seguida se expone a una corriente de aire a 20°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 200 W/m^2 · K. ¿Cuánto tardaría en enfriarse la barra de cobre hasta una temperatura promedio de 25°C?

4-20 Considere una esfera con un diámetro de 5 cm, un cubo con una longitud de arista de 5 cm y un prisma rectangular con dimensiones de 4 cm × 5 cm × 6 cm, todos inicialmente a 0°C y hechos de plata (k = 429 W/m · °C, ρ = 10 500 kg/m^3 y c_p = 0.235 kJ/kg · °C). A continuación, estas tres configuraciones se exponen al aire ambiente a 33°C sobre todas sus superficies, con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2 · °C. Determine cuánto tardará la temperatura de cada configuración geométrica en elevarse hasta 25°C.

4-21 Considere una plancha de 800 W cuya placa base está hecha de la aleación de aluminio 2 024-T6 (ρ = 2 770 kg/m^3, c_p = 875 J/kg · °C, α = 7.3 × 10^{-5} m^2/s). La placa base tiene un área superficial de 0.03 m^2. En un principio, la plancha está en equilibrio térmico con el aire ambiente a 22°C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie de la placa base es 12 W/m^2 · °C y se supone que 85% del calor generado en los alambres de resistencia se transfiere a la placa, determine el tiempo que pasará para que la temperatura de ésta llegue a 140°C. ¿Es realista suponer que la temperatura de la placa es uniforme en todo momento?

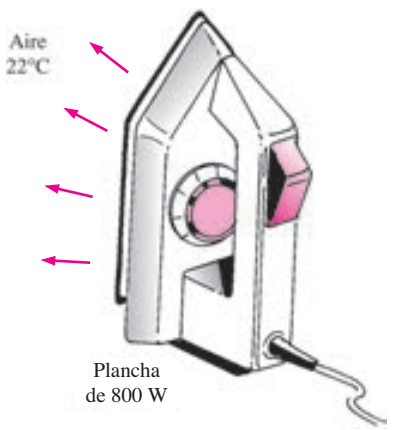


FIGURA P4-21

4-22 Vuelva a considerar el problema 4-21. Con el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos del coeficiente de transferencia de calor y de la temperatura final de la placa durante el tiempo que transcurre para que esta última llegue a esta temperatura. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor por convección varía de 5 W/m^2 · °C hasta 25 W/m^2 · °C y la temperatura de 30°C hasta 200°C. Trace gráficas del tiempo en función del coeficiente de transferencia de calor y de la temperatura, y discuta los resultados.

4-23 Una persona es encontrada muerta a las 5 PM en una habitación cuya temperatura es de 20ºC. La temperatura del cuerpo es de 25ºC al momento de ser hallado y se estima que el coeficiente de transferencia de calor es de 8 W/m^2 · °C. Mediante un cilindro de 30 cm de diámetro y 1.70 m de largo, como modelo del cuerpo, y con la ayuda del análisis de sistemas concentrados, como una aproximación a grandes rasgos, estime la hora de la muerte de esa persona.

4-24 Los muelles forman parte del sistema de suspensión de los automóviles y están hechos con barras de acero calentadas y enrollados en bobinas mientras son dúctiles. Considere barras de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · °C y k = 63.9 W/m · °C) con un diámetro de 2.5 cm y una longitud de 1.27 m. Las barras de acero se calientan en un horno con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m^2 · °C. Las barras de acero se calientan de una temperatura inicial de 20ºC a la temperatura deseada de 450ºC antes de ser transformadas en bobinas. Determine la temperatura ambiente en el horno, si las barras de acero deben alcanzar la temperatura deseada en 10 minutos. *Respuesta:* 1 016ºC

4-25 Barras de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · °C y k = 63.9 W/m · °C) se calientan en un horno hasta 850ºC y después se templan en una tina con agua a 50ºC durante un periodo de 40 segundos como parte del proceso de endurecimiento. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 650 W/m^2 · °C. Si las barras de acero tienen un diámetro de 40 mm y una longitud de 2 m, determine su temperatura promedio al sacarlas de la tina con agua.

4-26 Un ladrillo con dimensiones de 203 × 102 × 57 mm se quema en un horno a 1 100ºC y después se le deja enfriar en una habitación con una temperatura ambiente de 30ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 W/m^2 · °C. Si el ladrillo tiene propiedades de ρ = 1 920 kg/m^3, c_p = 790 J/kg · °C y k = 0.90 W/m · °C, determine el tiempo requerido para que el ladrillo llegue a la temperatura ambiente de 5°C. *Respuesta:* 7 h

4-27 Considere el casco esférico de un satélite que está reingresando a la atmósfera con un diámetro externo de 4 m y un espesor de 10 mm. El casco del satélite está hecho de acero inoxidable con las siguientes propiedades ρ = 8 238 kg/m^3, c_p = 468 J/kg · °C y k = 13.4 W/m · °C. Al reingresar, la temperatura atmosférica efectiva que rodea al satélite es de 1 250°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 130 W/m^2 · °C. Si la temperatura inicial del casco es de 10°C, determine la temperatura del casco 5 minutos después del reingreso. Suponga que la transferencia de calor ocurre sólo en el casco del satélite.

4-28 Bolas de acero al carbón (ρ = 7 833 kg/m^3, k = 54 W/m · °C, c_p = 0.465 kJ/kg · °C y α = 1.474 × 10^{-6} m^2/s) de 8 mm de diámetro se recuecen calentándolas primero hasta 900°C en un horno y, a continuación, dejándolas enfriar con lentitud hasta 100°C en aire ambiente a 35°C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 75 W/m^2 · °C, determine cuánto tardará el proceso de recocido. Si se deben recocer 2 500 bolas por hora, determine la razón total de transferencia de calor de las bolas al aire ambiente.

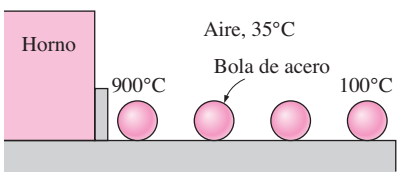


FIGURA P4-28

4-29 Vuelva a considerar el problema 4-28. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura inicial de las bolas sobre el tiempo de recocido y la velocidad total de la transferencia de calor. Suponga que la temperatura varía de 500°C hasta 1 000°C. Trace las gráficas del tiempo y de la razón de la transferencia de calor en función de la temperatura inicial y discuta los resultados.

4-30 Un dispositivo electrónico que disipa 18 W tiene una masa de 20 g, un calor específico de 850 J/kg · °C y un área superficial de 4 cm^2. El dispositivo se usa ligeramente y está encendido durante 5 min y, después, apagado por varias horas, durante las cuales se enfría hasta la temperatura ambiente de 25°C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 12 W/m^2 · °C, determine la temperatura del dispositivo al final del periodo de operación de 5 min. ¿Cuál sería su respuesta si el dispositivo estuviera sujeto a un sumidero de calor de aluminio que tiene una masa de 200 g y un área superficial de 80 cm^2? Suponga que el dispositivo y el sumidero de calor son casi isotérmicos.

Conducción de calor en régimen transitorio en paredes planas grandes, cilindros largos y esferas con efectos espaciales

4-31C Se desea cocer un huevo hasta cierto grado en agua hirviente. ¿Es posible acortar el tiempo de cocido aumentando la temperatura y haciendo que el agua hierva más rápido?

4-32C ¿Qué es un cilindro infinitamente largo? ¿Cuándo resulta apropiado tratar un cilindro real como si fuera infinitamente largo y cuándo no lo es? Por ejemplo, ¿es apropiado usar este modelo al hallar las temperaturas cerca de las superficies superior e inferior de un cilindro? Explique.

4-33C ¿Se pueden usar los diagramas de temperatura transitoria de la figura 4-16 que corresponden a una pared plana expuesta a convección sobre ambos lados, para una pared plana con uno de los lados expuesto a convección en tanto que el otro está aislado? Explique.

4-34C ¿Por qué los diagramas de temperatura transitoria están preparados usando cantidades adimensionales, como los números de Biot y de Fourier, en lugar de las variables reales, como la conductividad térmica y el tiempo?

4-35C ¿Cuál es el significado físico del número de Fourier? ¿Se duplicará el número de Fourier para un problema específico de transferencia de calor cuando se duplica el tiempo?

4-36C ¿Cómo se pueden usar los diagramas de temperatura transitoria cuando se especifica la temperatura superficial de la configuración geométrica en lugar de la temperatura del medio circundante y el coeficiente de transferencia de calor por convección?

4-37C Un cuerpo que está a una temperatura inicial de T_i se lleva hacia un medio a una temperatura constante de T_∞. ¿Cómo puede el lector determinar la cantidad máxima posible de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante?

4-38C Se determina que el número de Biot durante un proceso de transferencia de calor entre una esfera y sus alrededores es 0.02. ¿Podría el lector usar el análisis de sistemas concentrados o los diagramas de temperatura transitoria en la determinación de la temperatura en el punto medio de la esfera? ¿Por qué?

4-39 Un largo tronco de madera cilíndrico ($k = 0.17$ W/m · °C y $\alpha = 1.28 \times 10^{-7}$ m²/s) tiene 10 cm de diámetro y está inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C. Este tronco se expone a gases calientes a 600°C en un hogar con un coeficiente de transferencia de calor de 13.6 W/m² · °C sobre la superficie. Si la temperatura de ignición de la madera es de 420°C, determine cuánto tiempo pasará antes de que el tronco se encienda.

4-40 Se va a realizar un experimento con el fin de determinar el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies de tomates que se colocan en agua fría a 7°C. Los tomates (k = 0.59 W/m · °C, $\alpha = 0.141 \times 10^{-6}$ m²/s, $\rho = 999$ kg/m³, c_p = 3.99 kJ/kg · °C) con una temperatura inicial uniforme de 30°C tienen forma esférica con un diámetro de 8 cm. Después de un periodo de 2 horas, las temperaturas en el centro y en la superficie de los tomates son de 10.0°C y 7.1°C, respectivamente. Aplicando el método analítico de aproximación de un término (no el de las gráficas de Heisler), determine el coeficiente de transferencia de calor y la cantidad de esa transferencia en el curso de este periodo, si se tienen ocho de esos tomates en el agua.

4-41 En un proceso de endurecido, una placa de acero inoxidable de 50 mm de espesor ($\rho = 8\,238$ kg/m³, $c_p = 468$ J/kg · °C, $k = 13.4$ W/m · °C y $\alpha = 3.48 \times 10^{-6}$ m²/s) y con una temperatura inicial de 230ºC se vuelve a calentar en un horno. La temperatura ambiente uniforme dentro del horno es de 1 000°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 215 W/m² · °C. Si se desea calentar toda la placa de acero inoxidable a 600°C por lo menos, determine el tiempo en que la placa debe calentarse en el horno mediante: *a*) la tabla 4-2 y *b*) el diagrama de Heisler (figura 4-16).

4-42 La superficie superior de una placa caliente de bronce se está enfriando bajo un flujo a presión de aire a 15ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 W/m² · °C. La placa de bronce de 10 cm de espesor ($\rho = 8\,530$ kg/m³, $c_p = 380$ J/kg · °C, $k = 110$ W/m · °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m²/s) tiene una temperatura uniforme inicial de 650ºC y su superficie inferior está aislada. Determine la temperatura en el centro del plano de la placa de bronce, tras 3 minutos de enfriamiento.

Respuesta: 585ºC

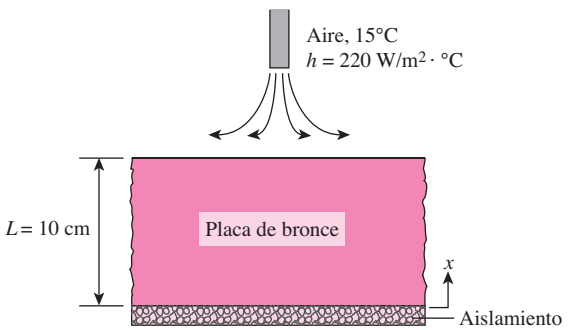


FIGURA P4-42

4-43 Un huevo común se puede considerar como una esfera de 5.5 cm de diámetro cuyas propiedades son muy aproximadamente $k = 0.6$ W/m · °C y $\alpha = 0.14 \times 10^{-6}$ m²/s. El huevo se encuentra al principio a una temperatura uniforme de 4°C y se deja caer en agua hirviendo a 97°C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 1\,400$ W/m² · °C, determine cuánto tiempo pasará para que el centro del huevo llegue a 70°C.

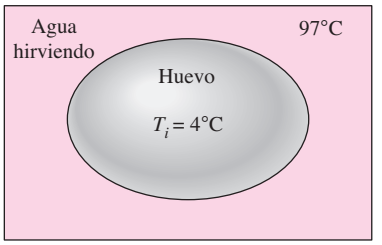


FIGURA P4-43

4-44 Vuelva a considerar el problema 4-43. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura final en el centro del huevo sobre el tiempo que transcurrirá para que dicho centro llegue a esta temperatura. Suponga que la temperatura varía de 50°C hasta 95°C. Trace la gráfica del tiempo contra la temperatura y discuta los resultados.

4-45 En una instalación de producción, placas grandes de latón de 3 cm de espesor ($k = 110$ W/m · °C, $\rho = 8\,530$ kg/m³, c_p = 380 J/kg · °C, y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m²/s) que están inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C se calientan al pasar por un horno que se mantiene a 700°C. Las placas permanecen en el horno durante un periodo de 10 min. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 80$ W/m² · °C, determine la temperatura de la superficie de las placas cuando salen del horno.

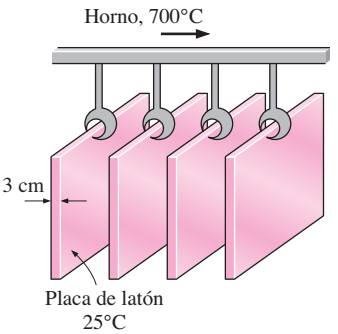


FIGURA P4-45

4-46 Vuelva a considerar el problema 4-45. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura del horno y del tiempo de calentamiento sobre la temperatura final de la superficie de las placas. Suponga que la temperatura del horno varía de 500°C hasta 900°C y el tiempo de 2 min a 30 min. Trace gráficas de la temperatura de la superficie en función de la temperatura del horno y del tiempo, y discuta los resultados.

4-47 Una flecha cilíndrica larga de 35 cm de diámetro hecha de acero inoxidable 304 (k = 14.9 W/m · °C, ρ = 7 900 kg/m^3, c_p = 477 J/kg · °C y α = 3.95 × 10^{-6} m^2/s) sale de un horno a una temperatura uniforme de 500°C. En seguida, la flecha se deja enfriar con lentitud en una cámara a 150°C con un coeficiente promedio de transferencia de calor por convección de h = 60 W/m^2 · °C. Determine la temperatura en el centro de la flecha 20 min después del inicio del proceso de enfriamiento. Asimismo, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de la flecha durante este periodo.

Respuestas: 486°C, 22 270 kJ

4-48 Vuelva a considerar el problema 4-47. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del tiempo de enfriamiento sobre la temperatura final del centro de la flecha y la cantidad de transferencia de calor. Suponga que el tiempo varía de 5 min a 60 min. Trace las gráficas de la temperatura del centro de la flecha y de la transferencia de calor en función del tiempo, y discuta los resultados.

4-49I Largas barras cilíndricas de acero inoxidable AISI (k = 7.74 Btu/h · ft · °F y α = 0.135 ft^2/h) de 4 in de diámetro se tratan térmicamente tirando de ellas a una velocidad de 7 ft/min a través de un horno de 21 ft de largo mantenido a 1 700°F. El coeficiente de transferencia de calor por convección en el horno es de 20 Btu/h · ft^2 · °F. Si las varillas entran en el horno a 70°F, determine la temperatura en su línea central cuando salen.

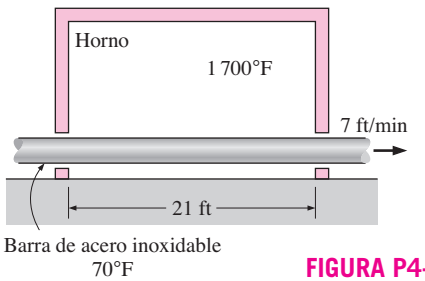


FIGURA P4-49I

4-50 En una planta de procesamiento de carne, bisteces de 2 cm de espesor (k = 0.45 W/m · °C y α = 0.91 × 10^{-7} m^2/s) que están inicialmente a 25°C se van a enfriar al pasar a través de un cuarto de refrigeración que está a −11°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección sobre ambos lados de los trozos de bistec es de 9 W/m^2 · °C. Si las dos superficies de ellos deben enfriarse hasta 2°C, determine cuánto tiempo deben permanecer en el cuarto de refrigeración.

4-51 Un estudiante calcula que la transferencia de calor total de una esfera de cobre que tiene un diámetro de 18 cm y está inicialmente a 200°C hacia el medio ambiente a una temperatura constante de 25°C, durante los primeros 20 min de enfriamiento, es de 3 150 kJ. ¿Es razonable este resultado? ¿Por qué?

4-52 En el *Libro de cocina de Betty Crocker*, se afirma que una costilla de 3.2 kg inicialmente a 4.5°C tarda 2 h 45 min para asarse hasta un término de casi cruda, en un horno mantenido a 163°C. Se recomienda usar un termómetro para carne con el fin de controlar la cocción y se considera que la costilla está en un término de casi cruda cuando el termómetro insertado en el centro de la parte más gruesa de la carne registra 60°C. La costilla se puede considerar como un objeto esférico homogéneo con las propiedades ρ = 1 200 kg/m^3, c_p = 4.1 kJ/kg · °C, k = 0.45 W/m · °C, y α = 0.91 × 10^{-7} m^2/s. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección en las superficies de la costilla, *b*) la temperatura de la superficie de la costilla cuando está cocida, y *c*) la cantidad de calor transferido a ella. *d*) Con los valores obtenidos, prediga cuánto tiempo pasará para asar esta costilla hasta un término "medio", lo cual ocurre cuando la temperatura en las partes más internas de ella llega a 71°C. Compare su resultado con el valor dado de 3 h 20 min.

Si la costilla asada va a estar sobre el mostrador durante más o menos 15 min antes de rebanarla, se recomienda que se saque del horno cuando el termómetro registre alrededor de 4°C por debajo del valor indicado, porque la costilla seguirá cociéndose incluso después de haberse sacado. ¿Está usted de acuerdo con esta recomendación?

Respuestas: a) 156.9 W/m^2 · °C, *b*) 159.5°C, *c*) 1 629 kJ, *d*) 3.0 h

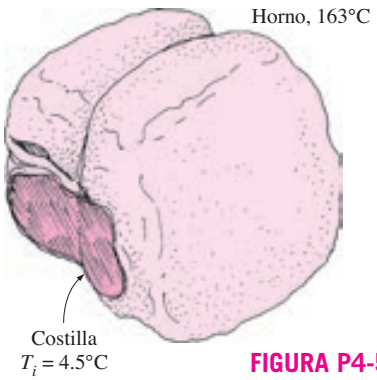


FIGURA P4-52

4-53 Repita el problema 4-52 para una costilla que debe estar "bien cocida", en lugar de "casi cruda". Se considera que una costilla está bien cocida cuando la temperatura de su centro llega a 77°C y, en este caso, el proceso de asado dura alrededor de 4 h 15 min.

4-54 Para los fines de la transferencia de calor, un huevo se puede considerar como una esfera de 6 cm de diámetro que tiene las propiedades del agua. Un huevo que está inicialmente a 8°C se deja caer en el agua hirviendo a 100°C. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie del huevo es de 800 W/m^2 · °C. Si se considera que el huevo está cocido cuando la temperatura en su centro llega a 60°C, determine cuánto tiempo debe mantenerse en el agua hirviendo.

4-55 Repita el problema 4-54 para un lugar a una elevación de 1 610 m, como Denver, Colorado, donde la temperatura de ebullición del agua es de 94.4°C.

4-56 Las frutas cítricas son muy susceptibles al tiempo frío y la exposición prolongada a temperaturas por debajo de la de congelación puede destruirlas. Considere una naranja de 8 cm de diámetro que está en un principio a 15°C. En una noche se mueve un frente frío y la temperatura ambiente cae de manera repentina hasta −6°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m^2 · °C. Por medio de las propiedades del agua para la naranja y si las condiciones del ambiente permanecen constantes durante 4 h antes de que pase el frente frío, determine si alguna parte de la naranja se congelará esa noche.

4-57I En una planta de procesamiento de pollos se van a enfriar pollos enteros con un peso promedio de 5 lb cada uno y que están inicialmente a 65°F en las rejillas de un refrigerador grande que se mantiene a 5°F. El pollo completo se debe enfriar por debajo de 45°F, pero la temperatura del mismo no debe caer por debajo de 35°F en cualquier punto durante la refrigeración. El coeficiente de transferencia de calor por convección y, por lo tanto, la razón de la transferencia de calor desde el pollo se puede controlar al variar la velocidad de un ventilador de circulación que está en el interior. Determine el coeficiente de transferencia de calor que permitirá cumplir con las dos restricciones acerca de la temperatura manteniendo a la vez el tiempo de refrigeración en un mínimo. El pollo se puede tratar como un objeto esférico homogéneo que tiene las propiedades $\rho = 74.9$ lbm/ft^3, $c_p = 0.98$ Btu/lbm · °F, $k = 0.26$ Btu/h · ft · °F y $\alpha = 0.0035$ ft^2/h.

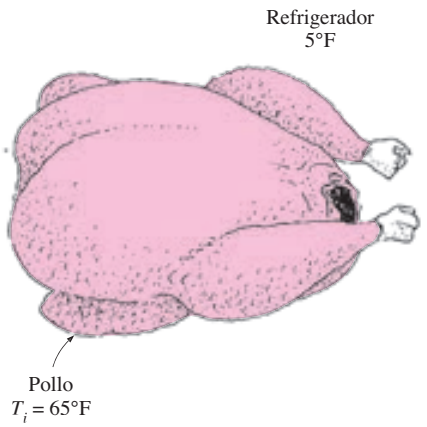


FIGURA P4-57I

4-58 Una persona pone unas cuantas manzanas en un refrigerador a −15°C con el fin de enfriarlas con rapidez para los invitados que están a punto de llegar. Inicialmente, las manzanas están a una temperatura uniforme de 20°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies es de 8 W/m^2 · °C. Visualizando las manzanas como esferas de 9 cm de diámetro y tomando sus propiedades como $\rho = 840$ kg/m^3, $c_p = 3.81$ kJ/kg · °C, $k = 0.418$ W/m · °C y $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m^2/s, determine las temperaturas en el centro y la superficie de las manzanas en 1 h. Asimismo, calcule la cantidad de transferencia de calor desde cada manzana.

4-59 Vuelva a considerar el problema 4-58. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura inicial de las manzanas sobre las temperaturas finales del centro y la superficie y la cantidad de transferencia de calor. Suponga que la temperatura inicial varía de 2°C a 30°C. Trace las gráficas de la temperatura del centro, de la temperatura superficial y de la cantidad de transferencia de calor en función de la temperatura inicial, discuta los resultados.

4-60 Una papa ($\rho = 1\ 100$ kg/m^3, $c_p = 3\ 900$ J/kg · °C, $k = 0.6$ W/m · °C, y $\alpha = 1.4 \times 10^{-7}$ m^2/s) de 9 cm de diámetro que está inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C se hornea a 170°C hasta que un sensor de temperatura insertado hasta el centro de la misma da una lectura de 70°C. Entonces la papa se saca del horno y se envuelve en toallas gruesas de modo que casi no pierda calor. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en el horno es de 40 W/m^2 · °C, determine *a*) durante cuánto tiempo se hornea la papa y *b*) la temperatura final de equilibrio de ella después de que queda envuelta.

4-61 Papas blancas ($k = 0.50$ W/m · °C y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}$ m^2/s) que están inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C y tienen un diámetro promedio de 6 cm se van a enfriar por medio de aire refrigerado a 2°C que fluye a una velocidad de 3 m/s. Se determina experimentalmente que el coeficiente promedio de transferencia de calor entre las papas y el aire es de 19 W/m^2 · °C. Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del centro de las papas caiga hasta 6°C. Asimismo, determine si alguna parte de las papas experimentará daños por el enfriamiento durante este proceso.

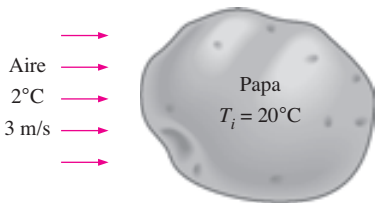


FIGURA P4-61

4-62 Pollos ($k = 0.45$ W/m · °C y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}$ m^2/s) con una masa promedio de 1.7 kg, inicialmente a una temperatura uniforme de 15°C se van a enfriar en salmuera agitada a −7°C. Se determina experimentalmente que el coeficiente promedio de transferencia de calor entre el pollo y la salmuera es de 440 W/m^2 · °C. Si la densidad promedio del pollo es 0.95 g/cm^3 y se trata como una masa esférica, determine las temperaturas del centro y de la superficie del mismo en 2 h 45 min. Asimismo, determine si alguna parte del pollo se congelará durante este proceso.

4-63 Una res abierta en canal ($k = 0.47$ W/m · °C y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}$ m^2/s) de 65 kg, inicialmente a una temperatura uniforme de 37°C se va a enfriar por medio de aire refrigerado a –10°C que fluye a una velocidad de 1.2 m/s. El coeficiente promedio de transferencia de calor entre la carne y el aire es de 22 W/m^2 · °C. Visualizando la res como un cilindro de 24 cm de diámetro y 1.4 m de altura, y descartando la transferencia de calor desde las superficies de la base y la parte superior, determine cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del centro caiga hasta 4°C. Asimismo, determine si alguna parte de la res se congelará durante este proceso. *Respuesta:* 12.2 h

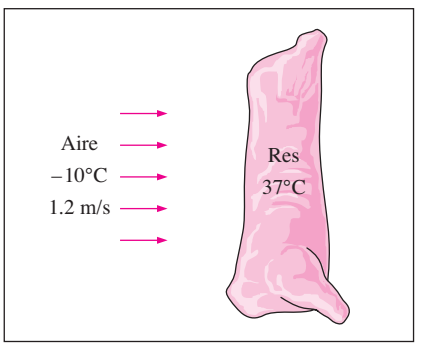


FIGURA P4-63

4-64 Capas de trozos de carne (k = 0.47 W/m · °C y α = 0.13 × 10^{-6} m^2/s) de 23 cm de espesor, inicialmente a una temperatura uniforme de 7°C se van a congelar por medio de aire refrigerado a −30°C que fluye a una velocidad de 1.4 m/s. El coeficiente promedio de transferencia de calor entre la carne y el aire es de 20 W/m^2 · °C. Si el tamaño de los trozos de carne es grande en relación con su espesor, determine cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del centro de los trozos caiga hasta −18°C. Asimismo, determine la temperatura superficial del trozo de carne en ese momento.

4-65I Capas de trozos de carne (k = 0.26 Btu/h · ft · °F y α = 1.4 × 10^{-6} ft^2/s) de 6 in de espesor, inicialmente a una temperatura uniforme de 50°F se van a enfriar por medio de aire refrigerado a 23°F hasta una temperatura de 36°F en su centro, en 12 h. Estime el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección durante este proceso de enfriamiento.

Respuesta: 1.5 Btu/h · ft^2 · °F

4-66I Naranjas (k = 0.26 Btu/h · ft · °F y α = 1.4 × 10^{-6} ft^2/s) de 2.5 in de diámetro, inicialmente a una temperatura uniforme de 78°F se van a enfriar por medio de aire refrigerado a 25°F que fluye a una velocidad de 1 ft/s. Se determina experimentalmente que el coeficiente promedio de transferencia de calor entre las naranjas y el aire es de 4.6 Btu/h · ft^2 · °F. Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del centro de las naranjas caiga hasta 40°F. Asimismo, determine si alguna parte de las naranjas se congelará durante este proceso.

4-67 Una placa caliente de Pyroceram con un espesor de 6 mm (ρ = 2 600 kg/m^3, c_p = 808 J/kg · °C, k = 3.98 W/m · °C y α = 1.89 × 10^{-6} m^2/s) se está enfriando en una habitación con temperatura ambiente de 25°C y coeficiente de transferencia de calor por convección de 13.3 W/m^2 · °C. A la placa de Pyroceram con una temperatura inicial de 500°C, se le deja enfriar por 286 segundos. Si la masa de la placa de Pyroceram es de 10 kg, determine la trasferencia de calor de la placa durante el proceso de enfriamiento mediante: *a*) la tabla 4-2 y *b*) la figura 4-16.

4-68 Una placa de aluminio de 10 cm de espesor (ρ = 2 702 kg/m^3, c_p = 903 J/kg · °C, k = 237 W/m · °C y α = 97.1 × 10^{-6} m^2/s) se calienta en líquido con una temperatura de 500ºC. La placa de aluminio tiene una temperatura inicial uniforme de 25ºC. Si la temperatura superficial de la placa de aluminio es casi la misma que la temperatura del líquido, determine la temperatura en el centro del plano de la placa de aluminio tras 15 segundos de calentamiento.

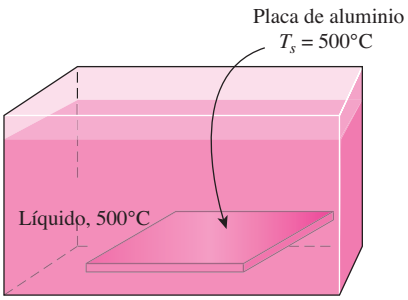


FIGURA P4-68

4-69 Una barra larga de hierro (ρ = 7 870 kg/m^3, c_p = 447 J/kg · °C, k = 80.2 W/m · °C y α = 23.1 × 10^{-6} m^2/s) con un diámetro de 25 mm se calienta inicialmente a una temperatura uniforme de 700°C. La barra de hierro se templa después en una gran tina con agua que se mantiene a una temperatura constante de 50°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 128 W/m^2 · °C. Determine el tiempo necesario para que la temperatura superficial de la barra de hierro descienda a 200°C.

Respuesta: 248 s.

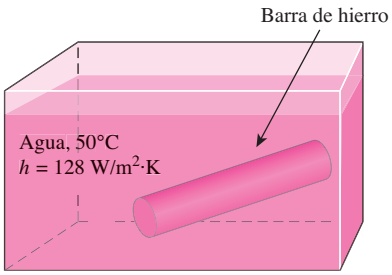


FIGURA P4-69

4-70 Un barra larga de Pyroceram (ρ = 2 600 kg/m^3, c_p = 808 J/kg · °C, k = 3.98 W/m · °C y α = 1.89 × 10^{-6} m^2/s) con un diámetro de 10 mm, tiene una temperatura inicial de 1 000°C. Se deja enfriar a una temperatura ambiente de 25°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 80 W/m^2 · °C. Si se deja enfriar durante 3 minutos, determine la temperatura de su centro mediante: *a*) la tabla 4-2 y *b*) el diagrama de Heisler (figura 4-17).

4-71 Una barra de plástico de 2 cm de diámetro tiene un termopar insertado para medir la temperatura de su centro. La barra de plástico (ρ = 1 190 kg/m^3, c_p = 1 465 J/kg · °C y k = 0.19 W/m · °C) se calentó inicialmente hasta alcanzar una temperatura uniforme de 70ºC, después se le dejó enfriar a temperatura ambiente de 25ºC. Tras 1 388 s de enfriamiento, el termopar que mide la temperatura en el centro de la barra marcaba 30ºC. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para este proceso.

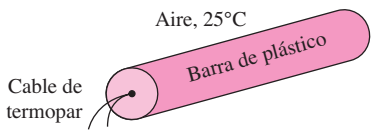


FIGURA P4-71

4-72 Unas barras de acero de 2 m de longitud y 60 mm de diámetro, se sacan de un horno que mantiene una temperatura de 800ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 128 W/m^2 · °C. La temperatura inicial uniforme de las barras de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · °C, k = 63.9 W/m · °C y α = 18.8 × 10^{-6} m^2/s) era de 30ºC. Mediante: *a*) la tabla 4-2 y *b*) la figura 4-17, determine la cantidad de calor que

se transfiere a la barra de acero después de 133 s de calentamiento.

Respuesta: 4 140 kJ

4-73 El granizo se forma en nubes de gran altitud a 253 K. Considere que un granizo con un diámetro de 20 mm cae por el aire cuya temperatura es de 15ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 163 W/m^2 · °C. Si se supone que el granizo es una esfera con las propiedades del hielo a 253 K, determine cuánto tarda la superficie del granizo en alcanzar el punto de fusión.

Conducción del calor en régimen transitorio en sólidos semiinfinitos

4-74C ¿Qué es un medio semiinfinito? Dé ejemplos de cuerpos sólidos que se pueden tratar como medios semiinfinitos para los fines de la transferencia de calor.

4-75C ¿En qué condiciones una pared plana se puede tratar como un medio semiinfinito?

4-76C Considere un sólido semiinfinito caliente a una temperatura inicial de T_i expuesta a convección hacia un medio más frío a una temperatura constante de T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. Explique cómo puede determinar la cantidad total de transferencia de calor desde el sólido hasta un instante específico t_o.

4-77 Una tabla gruesa de madera (k = 0.17 W/m · °C y α = 1.28 × 10^{-7} m^2/s) que está inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C se expone a gases calientes a 550°C durante un periodo de 5 min. El coeficiente de transferencia de calor entre los gases y la tabla es de 35 W/m^2 · °C. Si la temperatura de ignición de la madera es de 450°C, determine si se encenderá.

4-78 La temperatura del suelo en las capas superiores de la Tierra varía con los cambios en las condiciones atmosféricas. Antes de que entre un frente frío, un lugar en la Tierra está inicialmente a una temperatura uniforme de 15°C. Entonces, la zona es sometida a una temperatura de −8°C y a fuertes vientos que dieron como resultado un coeficiente de transferencia de calor por convección de 40 W/m^2 · °C sobre la superficie de la Tierra, durante un periodo de 10 h. Si las propiedades del suelo en ese lugar son k = 0.9 W/m · °C y α = 1.6 × 10^{-5} m^2/s, determine la temperatura del mismo a las distancias de 0, 10, 20 y 50 cm de la superficie, al final de este periodo de 10 h.

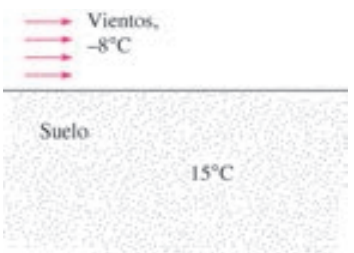


FIGURA P4-78

4-79 Vuelva a considerar el problema 4-78. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la temperatura del suelo en función de la distancia a la superficie de la Tierra conforme esa distancia varía de 0 m hasta 1 m y discuta los resultados.

4-80 Un bloque grueso de aluminio, inicialmente a 20°C, se expone a un flujo constante de calor de 4 000 W/m^2 por medio de un calentador de resistencia eléctrica cuya superficie superior está aislada. Determine cuánto se elevará la temperatura de la superficie del bloque después de 30 minutos.

4-81 Una persona con los pies descalzos, los cuales se encuentran a 32°C, pisa sobre un bloque grande de aluminio a 20°C. Si se considera tanto a los pies como al bloque de aluminio como sólidos semiinfinitos, determine la temperatura de la superficie de contacto. ¿Cuál sería su respuesta si, en lugar de lo anterior, la persona pisa sobre un bloque de madera? A la temperatura ambiente, el valor de $\sqrt{k\rho c_p}$ es de 24 kJ/m^2 · °C para el aluminio, 0.38 kJ/m^2 · °C para la madera y 1.1 kJ/m^2 · °C para la carne humana.

4-82I Las paredes de un horno están hechas de concreto (k = 0.64 Btu/h · ft · °F y α = 0.023 ft^2/h) de 1.5 ft de espesor. Al principio, el horno y el aire circundante están en equilibrio térmico a 70°F. Entonces se enciende el horno y las superficies interiores del mismo se exponen a gases calientes a 1 800°F, con un coeficiente de transferencia de calor muy grande. Determine cuánto tiempo pasará para que la temperatura de la superficie exterior de las paredes del horno se eleve hasta 70.1°F.

Respuesta: 3.0 h

4-83 En zonas donde la temperatura del aire permanece por debajo de 0°C durante periodos prolongados, la congelación del agua en los tubos subterráneos es una preocupación importante. Por fortuna, el suelo permanece relativamente caliente durante esos periodos y pasan semanas para que las temperaturas por debajo de la de congelación lleguen hasta las tuberías que están enterradas. Por lo tanto, el suelo sirve de manera eficaz como un aislamiento para proteger el agua contra las temperaturas atmosféricas congelantes en el invierno.

En un lugar en particular el piso está cubierto con una capa de nieve a −8°C durante un periodo continuo de 60 días, y las propiedades promedio del suelo en ese lugar son k = 0.35 W/m · °C y α = 0.15 × 10^{-6} m^2/s. Si se supone una temperatura inicial uniforme para el suelo de 8°C, determine la profundidad mínima de entierro para impedir que los tubos de agua se congelen.

4-84 Un recipiente grande de hierro fundido (k = 52 W/m · °C y α = 1.70 × 10^{-5} m^2/s) con paredes de 4 cm de espesor está inicialmente a una temperatura uniforme de 0°C y lleno con hielo a 0°C. Ahora las superficies exteriores del recipiente se exponen a agua caliente a 55°C con un coeficiente de transfe-

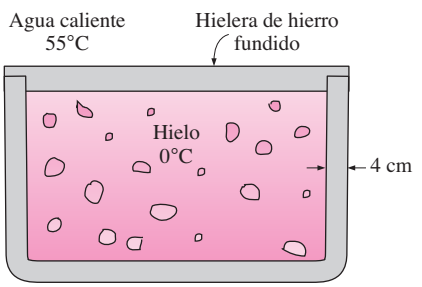


FIGURA P4-84

rencia de calor muy grande. Determine cuánto tiempo pasará para que el hielo del interior empiece a fundirse. Asimismo, si el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie interior del recipiente es 250 W/m^2 · °C, determine la razón de la transferencia de calor hacia el hielo a través de una sección de la pared de 1.2 m de ancho y 2 m de alto, cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación. Suponga que el hielo empieza a fundirse cuando la temperatura de su superficie interior se eleva hasta 0.1°C.

4-85 La temperatura inicial uniforme de una autopista de asfalto es de 55°C. De pronto, por la lluvia, la temperatura de su superficie desciende a 25°C. Determine la temperatura 3 cm debajo de la superficie y el flujo de calor transferido de la autopista, después de 60 minutos. Suponga que la temperatura de la superficie de la autopista se mantiene a 25°C.

Respuestas: 53.6°C, 98 W/m^2

4-86 En una cámara de vacío, se coloca una losa gruesa bajo un arreglo de diodos láser con un pulso constante de salida. Dentro de la losa, a una temperatura inicial uniforme de 20°C, se inserta un termopar a 25 mm de la superficie. Las propiedades conocidas de la losa son k = 63.9 W/m · °C y α = 18.8 × 10^{-6} m^2/s. Si el termopar midió una temperatura de 130 °C después de 30 s de exposición de la superficie de la losa al pulso láser, determine: *a*) la cantidad de energía por unidad dirigida sobre la superficie de la losa y *b*) la lectura del termopar tras transcurrir 60 s.

FIGURA P4-86

Conducción de calor en régimen transitorio en sistemas multidimensionales

4-87C ¿Cuál es el método de la solución producto? ¿Cómo se usa para determinar la distribución de temperatura transitoria en un sistema bidimensional?

4-88C ¿Cómo se usa la solución producto para determinar la variación de temperatura con el tiempo y la posición en sistemas tridimensionales?

4-89C Un cilindro corto inicialmente a una temperatura uniforme T_i se sujeta a convección desde todas sus superficies, hacia un medio a la temperatura T_∞. Explique cómo puede determinar la temperatura del punto de en medio del cilindro en un instante específico t.

4-90C Considere un cilindro corto cuyas superficies superior e inferior están aisladas. El cilindro está inicialmente a una temperatura uniforme T_i y se sujeta a convección desde su superficie lateral hacia un medio a la temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. ¿La transferencia de calor en este cilindro corto es unidimensional o bidimensional? Explique.

4-91 Considere un bloque cúbico cuyos lados tienen 5 cm de largo y un bloque cilíndrico cuya altura y diámetro también son de 5 cm. Los dos bloques se encuentran al principio a 20°C y están hechos de granito (k = 2.5 W/m · °C y α = 1.15 × 10^{-6} m^2/s). Ahora los dos bloques se exponen en un horno a gases calientes a 500°C sobre todas sus superficies, con un coeficiente de transferencia de calor de 40 W/m^2 · °C. Determine la temperatura en el centro de cada configuración geométrica después de 10, 20 y 60 min.

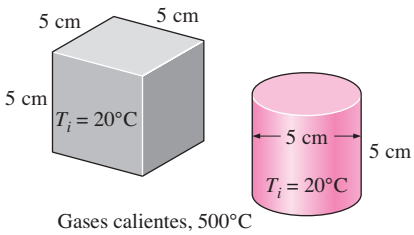


FIGURA P4-91

4-92 Repita el problema 4-91 al duplicar el coeficiente de transferencia de calor en las superficies superior e inferior hasta 80 W/m^2 · °C.

4-93 Un cilindro corto de latón (ρ = 8 530 kg/m^3, c_p = 0.389 kJ/kg · °C, k = 110 W/m · °C, y α = 3.39 × 10^{-5} m^2/s) de diámetro D = 4 cm y altura H = 20 cm está inicialmente a una temperatura uniforme de T_i = 150°C. Ahora el cilindro se coloca en aire atmosférico a 20°C, donde se lleva a efecto transferencia de calor por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 40 W/m^2 · °C. Calcule *a*) la temperatura en el centro del cilindro, *b*) la temperatura en el centro de la superficie superior del mismo y *c*) la transferencia de calor total desde el cilindro 15 min después del inicio del enfriamiento.

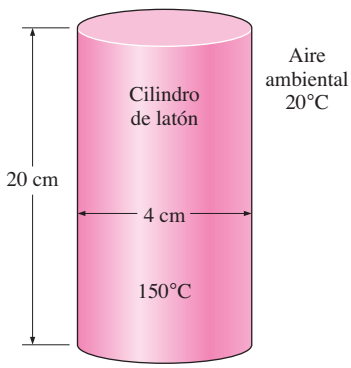


FIGURA P4-93

4-94 Vuelva a considerar el problema 4-93. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del tiempo de enfriamiento sobre la temperatura

del centro del cilindro, la temperatura del centro de la superficie superior del mismo y la transferencia de calor total. Suponga que el tiempo varía de 5 min a 60 min. Trace las gráficas de la temperatura del centro del cilindro, de la temperatura del centro de la superficie superior y de la transferencia total de calor en función del tiempo, discuta los resultados.

4-95 Un cilindro semiinfinito de aluminio (k = 237 W/m · °C, $\alpha = 9.71 \times 10^{-5}$ m²/s) de diámetro D = 15 cm está inicialmente a una temperatura uniforme de T_i = 115°C. El cilindro se coloca ahora en agua a 10°C, donde se lleva a efecto una transferencia de calor por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 140 W/m² · °C. Determine la temperatura en el centro del cilindro a 5 cm de la superficie del extremo 8 min después del inicio del enfriamiento.

4-96I Una salchicha se puede considerar como un cilindro de 5 in de largo y 0.8 in de diámetro cuyas propiedades son ρ = 61.2 lbm/ft³, c_p = 0.93 Btu/lbm · °F, k = 0.44 Btu/h · ft · °F y α = 0.0077 ft²/h. Una salchicha que está al principio a 40°F se deja caer en agua hirviendo a 212°F. Si se estima que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la salchicha es de 120 Btu/h · ft² · °F, determine la temperatura en el centro de la salchicha después de 5, 10 y 15 min, tratándola como *a*) un cilindro finito, y *b*) un cilindro infinitamente largo.

4-97 Un bloque rectangular de hielo (k = 2.22 W/m · °C y $\alpha = 0.124 \times 10^{-7}$ m²/s) de 6 cm de alto y base cuadrada de 4 cm × 4 cm inicialmente a −18°C se coloca sobre una mesa en un cuarto a 18°C. El coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies expuestas del bloque de hielo es de 12 W/m² · °C. Si se descarta toda transferencia de calor de la base hacia la mesa, determine cuánto tiempo transcurrirá antes que el hielo se empiece a fundir. ¿En dónde, sobre el bloque de hielo, aparecerán las primeras gotitas de líquido?

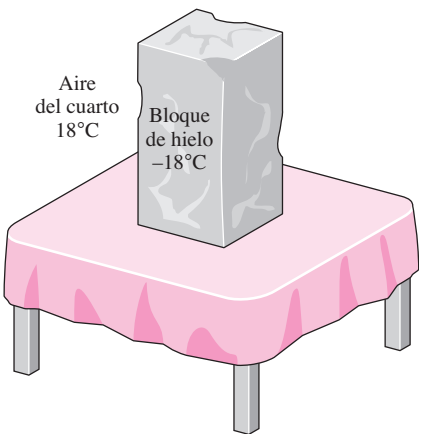


FIGURA P4-97

4-98 Vuelva a considerar el problema 4-97. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura inicial del bloque de hielo sobre el periodo que transcurre antes de que se empiece a fundir. Suponga que la temperatura inicial varía de −26°C a −4°C. Trace la gráfica del tiempo contra la temperatura inicial y discuta los resultados.

4-99 Un bloque cilíndrico de hielo (k = 2.22 W/m · °C y $\alpha = 0.124 \times 10^{-7}$ m²/s) de 2 cm de alto y base de 2 cm de diámetro se coloca sobre una mesa en un cuarto a 24°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección sobre las superficies expuestas del bloque de hielo es de 13 W/m² · °C y la transferencia de calor de la base del mismo hacia la mesa es despreciable. Si en ningún punto el bloque se empieza a derretir durante por lo menos 3 h, determine cuál debió ser la temperatura inicial del bloque de hielo.

4-100 Un bloque cilíndrico de aluminio (ρ = 2 702 kg/m³, c_p = 0.896 kJ/kg · °C, k = 236 W/m · °C, y $\alpha = 9.75 \times 10^{-5}$ m²/s) de 30 cm de largo y 15 cm de diámetro está inicialmente a una temperatura uniforme de 20°C. El bloque se va a calentar en un horno que está a 1 200°C hasta que la temperatura en su centro se eleve a 300°C. Si el coeficiente de transferencia de calor sobre todas las superficies del bloque es de 80 W/m² · °C, determine cuánto tiempo debe mantenerse el bloque en el horno. Asimismo, determine la cantidad de transferencia de calor desde el bloque si se deja enfriar en el cuarto hasta que la temperatura en toda su extensión caiga hasta 20°C.

4-101 Repita el problema 4-100 para el caso en que el bloque de aluminio se introduce en el horno sobre un material de baja conductividad, de modo que la transferencia de calor hacia la superficie inferior del bloque, o desde ésta, sea despreciable.

4-102 Vuelva a considerar el problema 4-100. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura final en el centro del bloque sobre el tiempo de calentamiento y la cantidad de transferencia de calor. Suponga que la temperatura final del centro varía de 50°C a 1 000°C. Trace las gráficas del tiempo y de la transferencia de calor en función de la temperatura final del centro y discuta los resultados.

Tema especial: Refrigeración y congelación de alimentos

4-103C ¿Cuáles son las clases comunes de microorganismos? ¿Qué cambios indeseables causan los microorganismos en los alimentos?

4-104C ¿Cómo impide o retrasa la refrigeración la corrupción de los alimentos? ¿Por qué la congelación amplía la vida en almacenamiento de los alimentos durante meses?

4-105C ¿Cuáles son los factores ambientales que afectan la velocidad de desarrollo de los microorganismos en los alimentos?

4-106C ¿Cuál es el efecto de la cocción sobre los microorganismos en los alimentos? ¿Por qué es importante que la temperatura interna de un asado en un horno se eleve a más de 70°C?

4-107C ¿Cómo puede prevenirse o minimizarse la contaminación de los alimentos con microorganismos? ¿Cómo puede retardarse el desarrollo de los microorganismos en los alimentos? ¿Cómo pueden destruirse los microorganismos en los alimentos?

4-108C ¿Cómo afectan *a*) el movimiento del aire, y *b*) la humedad relativa del medio ambiente el desarrollo de los microorganismos en los alimentos?

4-109C El enfriamiento de una res abierta en canal desde 37°C hasta 5°C con aire refrigerado a 0°C en un cuarto de enfriamiento tarda alrededor de 48 h. Para reducir el tiempo de enfriamiento se propone enfriar la res con aire refrigerado a –10°C. ¿Cómo evaluaría el lector esta propuesta?

4-110C Considere la congelación de carne empacada en cajas con aire refrigerado. ¿Cómo *a*) la temperatura del aire, *b*) la velocidad del aire, *c*) la capacidad del sistema de refrigeración y *d*) el tamaño de las cajas de carne afectan el tiempo de congelación?

4-111C ¿Cómo afecta la velocidad de la congelación la suavidad, el color y el goteo de la carne durante la descongelación?

4-112C Se afirma que la carne de res se puede almacenar hasta por dos años a –23°C, pero no por más de un año a –12°C. ¿Es razonable esta afirmación? Explique.

4-113C ¿Qué es una plataforma refrigerada de embarque? ¿Cómo reduce la carga de refrigeración de los cuartos fríos de almacenamiento?

4-114C ¿Cómo se compara el enfriamiento por inmersión de las aves de corral con el enfriamiento con aire forzado con respecto a *a*) el tiempo de enfriamiento, *b*) la pérdida de humedad de las aves y *c*) el desarrollo microbiano?

4-115C ¿Cuál es la temperatura apropiada de almacenamiento de las aves de corral congeladas? ¿Cuáles son los métodos primarios de congelación para las aves?

4-116C ¿Cuáles son los factores que afectan la calidad del pescado congelado?

4-117 El cuarto de enfriamiento de una planta de carne tiene un tamaño de 15 m × 18 m × 5.5 m y una capacidad de 350 reses abiertas en canal. La potencia consumida por los ventiladores y las luces en este cuarto es de 22 y 2 kW, respectivamente, y el cuarto gana calor a través de su cubierta a razón de 14 kW. La masa promedio de las reses es de 220 kg. Las reses entran al cuarto a 35°C, después se lavan para facilitar el enfriamiento evaporativo y se enfrían hasta 16°C en 12 h. El aire entra en el cuarto a −2.2°C y sale a 0.5°C. Determine *a*) la carga de refrigeración del cuarto de enfriamiento y *b*) el gasto volumétrico de aire. Los calores específicos promedio de las reses y del aire son de 3.14 y 1.0 kJ/kg · °C, respectivamente, y la densidad del aire se puede tomar como 1.28 kg/m^3.

4-118 En una planta de procesamiento de carne se van a enfriar trozos de carne de res (ρ = 1 090 kg/m^3, c_p = 3.54 kJ/kg · °C, k = 0.47 W/m · °C, y α = 0.13 × 10^{-6} m^2/s) de 10 cm de espesor, inicialmente a 15°C, en las rejillas de un congelador grande que se mantiene a −12°C. Los trozos de carne se colocan cercanos entre sí, de modo que la transferencia de calor desde los bordes de 10 cm de espesor es despreciable. El trozo completo debe enfriarse por debajo de 5°C, pero la temperatura del bistec no debe caer por debajo de −1°C, en ninguna parte, durante la refrigeración con el fin de evitar la "quemadura por el frío". Se puede controlar el coeficiente de transferencia de calor por convección y, como consecuencia, la razón de la transferencia de calor desde el bistec al variar la velocidad del ventilador de circulación que se encuentra en el interior. Determine el coeficiente h de transferencia de calor que satisfará las dos restricciones de la temperatura, manteniendo al mismo tiempo el tiempo de refrigeración hasta un mínimo.

Respuesta: 9.9 W/m^2 · °C

4-119 Se van a enfriar pollos con una masa promedio de 2.2 kg y un calor específico de 3.54 kJ/kg · °C por medio de agua fría que entra en un enfriador por inmersión del tipo de flujo continuo a 0.5°C. Los pollos se dejan caer en el enfriador a una temperatura uniforme de 15°C a razón de 500 por hora y se enfrían hasta una temperatura promedio de 3°C antes de sacarlos. El enfriador gana calor de los alrededores con una velocidad de 210 kJ/min. Determine *a*) la razón de la remoción de calor del pollo, en kW, y *b*) el gasto de masa de agua, en kg/s, si la elevación de la temperatura del agua no debe ser mayor a 2°C.

4-120I Se van a enfriar pollos con un contenido de agua de 74%, a una temperatura inicial de 32°F y una masa de alrededor de 7.5 lbm con aire refrigerado a −40°F. Por medio de la figura 4-54, determine cuánto tiempo transcurrirá para reducir la temperatura de la superficie interior de los pollos hasta 25°F. ¿Cuál sería su respuesta si la temperatura del aire fuera de −80°F?

4-121 Pavos con un contenido de agua de 64% que están inicialmente a 1°C y que tienen una masa de más o menos 7 kg se van a congelar sumergiéndolos en salmuera a –29°C. Usando la figura 4-55 determine cuánto tiempo se requerirá para reducir la temperatura de la pechuga del pavo a una profundidad de 3.8 cm hasta –18°C. Si la temperatura a una profundidad de 3.8 cm en la pechuga representa la temperatura promedio del pavo, determine la cantidad de transferencia de calor por pavo suponiendo que *a*) se congela todo el contenido de agua del pavo y *b*) sólo se congela 90% del contenido de agua de éste a –18°C. Tome los calores específicos del pavo como 2.98 y 1.65 kJ/kg · °C, arriba y abajo del punto de congelación a –2.8°C, respectivamente, y el calor latente de fusión del mismo como 214 kJ/kg.

Respuestas: a) 1 753 kJ, *b*) 1 617 kJ

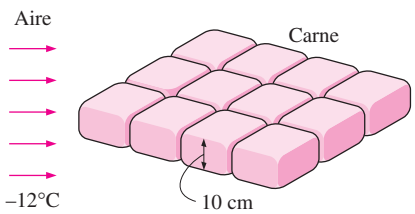


FIGURA P4-118

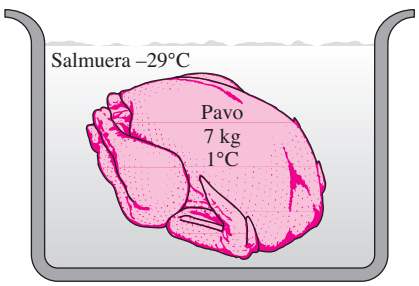


FIGURA P4-121

Problemas de repaso

4-122 Unas cuentas esféricas de cristal recién salidas de un horno se dejan enfriar a temperatura ambiente de 30ºC. Una de ellas con un diámetro de 10 mm y a una temperatura inicial de 400ºC se deja enfriar por 3 minutos. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 28 W/m^2 · °C, determine la temperatura al centro de la cuenta de cristal mediante: *a*) la tabla 4-2 y *b*) el diagrama de Heisler (figura 4-18). La cuenta de cristal tiene propiedades de ρ = 2 800 kg/m^3, c_p =750 J/kg · °C y k = 0.7 W/m · °C.

4-123 Una losa grande de hierro (ρ = 7 870 kg/m^3, c_p = 447 J/kg · °C y k = 80.2 W/m · °C) se calentó en un principio a una temperatura uniforme de 150°C y después se colocó sobre un piso de concreto (ρ = 1 600 kg/m^3, cp = 840 J/kg · °C y k = 0.79 W/m · °C). El suelo de concreto tenía una temperatura inicial de 30°C. Determine: *a*) la temperatura de la superficie del piso de concreto bajo la losa de hierro y *b*) la temperatura del suelo de concreto a 25 mm de profundidad, si la temperatura superficial permanece constante tras 15 minutos.

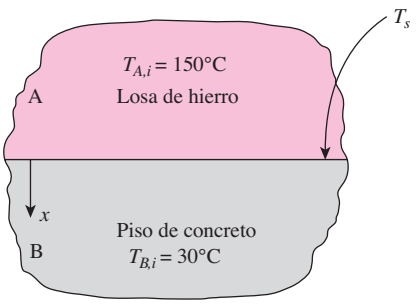


FIGURA P4-123

4-124 En los climas desérticos la lluvia no es algo que ocurra en forma común, ya que las gotitas que se forman en la capa superior de la atmósfera a menudo se evaporan antes de que lleguen a la tierra. Considere una gota de lluvia que está inicialmente a una temperatura de 5°C y tiene un diámetro de 5 mm. Determine cuánto tiempo transcurrirá para que el diámetro de la gota se reduzca a 3 mm conforme cae a través del aire ambiente a 18°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 400 W/m^2 · °C. Se puede suponer que la temperatura del agua permanece constante y uniforme a 5°C en todo momento.

4-125 La tubería principal de agua en las ciudades debe colocarse a suficiente profundidad por debajo de la superficie del suelo para evitar que se congelen durante los prolongados periodos de temperaturas por debajo de la de congelación. Determine la profundidad mínima a la cual debe colocarse la tubería de agua en un lugar en donde el suelo está inicialmente a 15°C y se espera que la temperatura de la superficie del suelo, en las peores condiciones, permanezca en –10°C durante un periodo de 75 días. Tome las propiedades del suelo en ese lugar como k = 0.7 W/m · °C y α = 1.4 × 10^{-5} m^2/s. *Respuesta:* 7.05 m

4-126 Se puede considerar que una salchicha es un cilindro de 12 cm de largo cuyo diámetro es de 2 cm y cuyas propiedades son ρ = 980 kg/m^3, c_p = 3.9 kJ/kg · °C, k = 0.76 W/m · °C y α = 2 × 10^{-7} m^2/s. Una salchicha que está inicialmente a 5°C se deja caer en agua hirviendo a 100°C. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la salchicha es de 600 W/m^2 · °C. Si se considera que la salchicha está cocida cuando la temperatura de su centro llega a 80°C, determine cuánto tiempo pasará para que se cueza en el agua hirviendo.

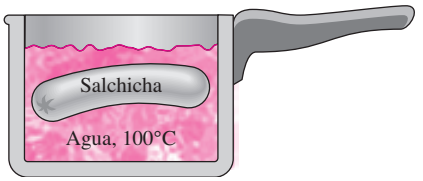


FIGURA P4-126

4-127 Un rollo largo de placa de acero al manganeso de 2 m de ancho y 0.5 cm de espesor que está saliendo de un horno a 820°C se va a templar en un baño de aceite (c_p = 2.0 kJ/kg · °C) a 45°C. La lámina de metal se está moviendo a una velocidad estacionaria de 20 m/min y el baño de aceite tiene 9 m de largo. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en los dos lados de la placa es 860 W/m^2 · °C, determine la temperatura de la lámina metálica cuando sale del baño de aceite. Asimismo, determine la razón de la eliminación de calor del aceite requerida para mantener su temperatura constante a 45°C.

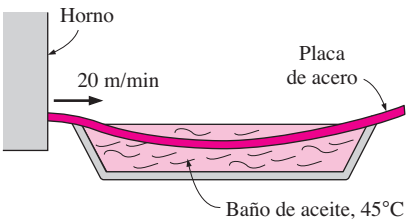


FIGURA P4-127

4-128I En el *Libro de cocina de Betty Crocker* se afirma que un pavo relleno de 14 lb inicialmente a 40°F tarda 5 h para asarse, en un horno mantenido a 325°F. Se recomienda usar un termómetro para carne con el fin de vigilar la cocción y se considera que el pavo está cocido cuando el termómetro insertado profundamente en la parte más gruesa de la pechuga o del muslo, sin tocar el hueso, registra 185°F. El pavo se puede visualizar como un objeto esférico homogéneo con las propiedades ρ = 75 lbm/ft^3, c_p = 0.98 Btu/lbm · °F, k = 0.26 Btu/h · ft · °F, y α = 0.0035 ft^2/h. Si la punta del termómetro está a un tercio de la distancia radial al centro del pavo, determine *a*) el coeficiente promedio de transferencia de calor en la superficie del pavo, *b*) la temperatura en la piel del pavo cuando está cocido y *c*) la cantidad total de calor transferido a él en el horno. ¿La lectura del termómetro será de más de 185°F o menos después de pasados 5 min de que el pavo se saca del horno?

4-129 Durante un incendio, los troncos de algunos robles secos (k = 0.17 W/m · °C y α = 1.28 × 10^{-7} m²/s) que están inicialmente a una temperatura uniforme de 30°C se exponen a gases calientes a 600°C durante un periodo de 5 h, con un coeficiente de transferencia de calor de 65 W/m² · °C sobre la superficie. La temperatura de ignición de los árboles es de 410°C. Considerando los troncos de los árboles secos como barras cilíndricas largas con diámetro de 20 cm, determine si se encenderán al ser barridos por el fuego.

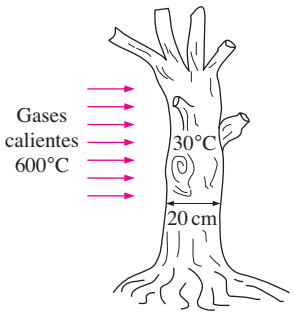


FIGURA P4-129

4-130 Se puede determinar que la conductividad térmica de un sólido cuya densidad y calor específico se conocen a partir de la relación $k = \alpha/\rho c_p$, después de evaluar la difusividad térmica α.

Considere una barra cilíndrica de 2 cm de diámetro hecho de un material simple cuya densidad y peso específico son 3 700 kg/m³ y 920 J/kg · °C, respectivamente. La muestra está inicialmente a una temperatura uniforme de 25°C. Con el fin de medir las temperaturas de la muestra en su superficie y su centro, se inserta un termopar hasta el centro de ella a lo largo de la línea central y se suelda otro en un pequeño orificio taladrado sobre la superficie. La muestra se deja caer en agua hirviendo a 100°C. Después de 3 min se registran las temperaturas de la superficie y del centro y resultan ser de 93°C y 75°C, respectivamente. Determine la difusividad térmica y la conductividad térmica del material.

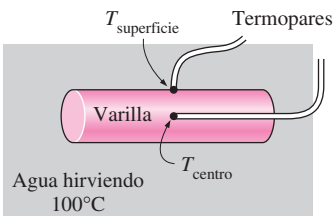


FIGURA P4-130

4-131 Considere dos placas grandes de acero con 2 cm de espesor (k = 43 W/m · °C y α = 1.17 × 10^{-5} m²/s) que se colocaron mojadas una encima de la otra y se dejaron a la intemperie durante una noche de invierno a –10ºC. Al día siguiente, un trabajador necesita una de las placas, pero están pegadas porque el agua congelada entre las dos las mantiene firmemente unidas. En un esfuerzo por fundir el hielo entre las placas y separarlas, el trabajador toma una secadora de pelo grande y aplica aire caliente a 80ºC sobre la superficie expuesta de la placa superior. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie superior es de 40 W/m² · °C. Determine por cuánto tiempo se tendrá que aplicar aire caliente antes de separar las dos placas. *Respuesta:* 217 s

4-132I Considere una placa cuyo espesor es de 1 in, un cilindro largo de 1 in de diámetro y una esfera de 1 in de diámetro, todas a una temperatura inicial de 400°F y hechas de bronce (k = 15.0 Btu/h · ft · °F y α = 0.333 ft²/h). Ahora estas tres configuraciones geométricas se exponen a aire frío a 75°C sobre todas sus superficies, con un coeficiente de transferencia de calor de 7 Btu/h · ft² · °F. Determine la temperatura en el centro de cada configuración después de 10 y 20 min. Explique por qué la temperatura del centro de la esfera siempre es la más baja.

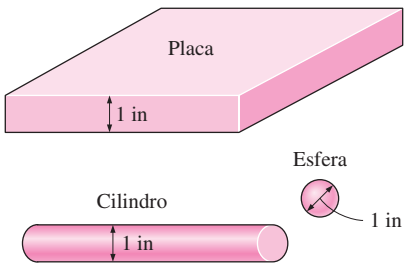


FIGURA P4-132I

4-133I Repita el problema 4-132I para configuraciones geométricas de hierro fundido (k = 29 Btu/h · ft · °F y α = 0.61 ft²/h).

4-134I Vuelva a considerar el problema 4-132I. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del centro de cada configuración geométrica en función del tiempo de enfriamiento, a medida que éste varía de 5 min hasta 60 min y discuta los resultados.

4-135 Se calientan válvulas de motores (k = 48 W/m · °C, c_p = 440 J/kg · °C, y ρ = 7 840 kg/m³) hasta 800°C, en la sección de tratamientos térmicos de una instalación de fabricación de las mismas. Entonces las válvulas se templan en un baño grande de aceite que está a una temperatura promedio de 50°C. El coeficiente de transferencia de calor en el baño es de 800 W/m² · °C. Las válvulas tienen un vástago cilíndrico con un diámetro de 8 mm y una longitud de 10 cm. Se puede suponer que la cabeza y el vástago de la válvula tienen un área superficial igual y se puede tomar el volumen de la cabeza como un 80% del volumen del vástago. Determine cuánto tiempo pasará para que la temperatura de la válvula caiga hasta *a*) 400°C, *b*) 200°C y *c*) 51°C, y *d*) la transferencia máxima de calor desde una sola de ellas.

4-136 Considere el monobloque de un automóvil hecho de hierro fundido (k = 52 W/m · °C y α = 1.7 × 10^{-5} m²/s). El motor se puede considerar como un bloque rectangular cuyos lados tienen 80 cm, 40 cm y 40 cm. El motor está a una temperatura de 150°C cuando está encendido. Entonces se expone al

aire atmosférico a 17°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 6 W/m^2 · °C. Determine *a*) la temperatura en el centro de la superficie superior cuyos lados tienen 80 cm por 40 cm y *b*) la temperatura en la esquina después de 45 min de enfriamiento.

4-137 Se van a enfriar trozos grandes de alimento de 10 cm de espesor que están firmemente envueltos en papel delgado, en un cuarto de refrigeración mantenido a 0°C. El coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies de las cajas es de 25 W/m^2 · °C y dichas cajas se van a mantener en el cuarto durante un periodo de 6 h. Si la temperatura inicial de las cajas es de 30°C, determine la temperatura en el centro de las mismas si contienen *a*) margarina (k = 0.233 W/m · °C y $\alpha = 0.11 \times 10^{-6}$ m^2/s), *b*) pastel blanco (k = 0.082 W/m · °C y $\alpha = 0.10 \times 10^{-6}$ m^2/s) y *c*) pastel de chocolate (k = 0.106 W/m · °C y $\alpha = 0.12 \times 10^{-6}$ m^2/s).

4-138 Largos alambres de aluminio (ρ = 2 702 kg/m^3, c_p = 0.896 kJ/kg · °C, k = 236 W/m · °C, y $\alpha = 9.75 \times 10^{-5}$ m^2/s) se extruyen a una temperatura de 350°C y se exponen al aire atmosférico a 30°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 35 W/m^2 · °C. *a*) Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del alambre caiga hasta 50°C. *b*) Si el alambre se extruye a una velocidad de 10 m/min, determine qué distancia ha recorrido después de la extrusión para el momento en que su temperatura cae hasta 50°C. ¿Qué cambio en el proceso de enfriamiento propondría para acortar esta distancia? *c*) Si el alambre de aluminio sale del cuarto de extrusión a 50°C, determine la razón de la transferencia de calor del alambre hacia ese cuarto. *Respuestas: a*) 144 s, *b*) 24 m, *c*) 856 W

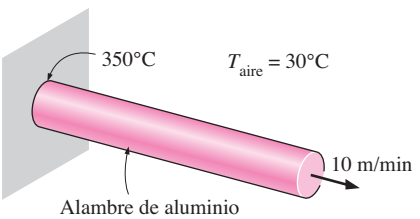


FIGURA P4-138

4-139 Repita el problema 4-138 para un alambre de cobre (ρ = 8 950 kg/m^3, c_p = 0.383 kJ/kg · °C, k = 386 W/m · °C, y $\alpha = 1.13 \times 10^{-4}$ m^2/s).

4-140 Considere una casa de ladrillos (k = 0.72 W/m · °C y $\alpha = 0.45 \times 10^{-6}$ m^2/s) cuyas paredes tienen 10 m de largo, 3 m de alto y 0.3 m de espesor. Una noche, se descompone el calefactor de la casa y se observó que toda ella, incluyendo sus paredes, estaba a 5°C en la mañana. El exterior se calentó a medida que avanzó el día, pero ningún cambio se sintió en la casa, la cual estaba firmemente sellada. Si la temperatura de la superficie exterior de la casa permanece constante a 18°C, determine el tiempo que transcurrirá para que la temperatura de las superficies interiores de las paredes se eleve hasta 5.1°C.

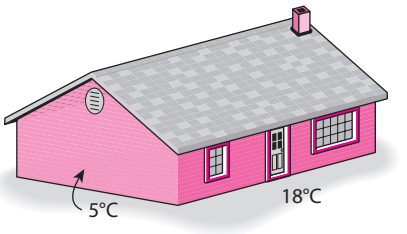


FIGURA P4-140

4-141 Una pared de ladrillo de 40 cm de espesor (k = 0.72 W/m · °C, y $\alpha = 1.6 \times 10^{-6}$ m^2/s) se calienta hasta una temperatura promedio de 18°C mediante el sistema de calefacción y la radiación solar incidente sobre ella durante el día. Por la noche, la superficie exterior de la pared se expone a aire frío a −3°C, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de 20 W/m^2 · °C. Determine las temperaturas de la pared a las distancias de 15, 30 y 40 cm de la superficie exterior, durante un periodo de dos horas.

4-142 Se va a enfriar una sandía que está inicialmente a 35°C dejándola caer en un lago que está a 15°C. Después de 4 h y 40 min de enfriamiento, se dice que la medida de la temperatura del centro de la sandía es de 20°C. Considerando la sandía como una esfera de 20 cm de diámetro y con las propiedades k = 0.618 W/m · °C, $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s, ρ = 995 kg/m^3, y c_p = 4.18 kJ/kg · °C, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección y la temperatura superficial de ella al final del periodo de enfriamiento.

4-143 Se encuentra un hombre muerto en un cuarto a 12°C. Se mide la temperatura superficial de su cintura, la cual es de 23°C y se estima que el coeficiente de transferencia de calor es de 9 W/m^2 · °C. Visualizando el cuerpo como un cilindro de 28 cm de diámetro y 1.80 m de largo, estime cuánto tiempo ha transcurrido desde que murió. Tome las propiedades del cuerpo como k = 0.62 W/m · °C y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s y suponga que la temperatura inicial del mismo fue de 36°C.

4-144 Se desarrolla un proceso exotérmico de manera uniforme en toda la extensión de una esfera de 10 cm de diámetro (k = 300 W/m · °C, c_p = 400 J/kg · °C, ρ = 7 500 kg/m^3) y se genera calor con una rapidez constante de 1.2 MW/m^3. La temperatura está inicialmente uniforme a 20°C y el proceso exotérmico comienza en el instante t = 0. Para mantener la temperatura de la esfera bajo control, se sumerge en un baño líquido mantenido a 20°C. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la esfera es de 250 W/m^2 · °C.

Debido a la elevada conductividad térmica de la esfera, se puede despreciar la resistencia a la conducción dentro de ella, en comparación con la resistencia a la convección en su superficie. En consecuencia, se podría analizar esta situación de transferencia de calor de estado no estacionario como un sistema concentrado.

a) Demuestre que la variación de la temperatura T de la esfera con el tiempo t se puede expresar como $dT/dt = 0.5 - 0.005T$.
b) Calcule la temperatura de la esfera en estado estacionario.
c) Calcule el tiempo necesario para que la temperatura de la esfera alcance el promedio de sus temperaturas inicial y final (estacionaria).

4-145 Se enfrían por inmersión placas grandes de acero de 1.0 cm de espesor, desde 600°C hasta 100°C, en un recipiente con aceite que se mantiene a 30°C. El coeficiente promedio de transferencia de calor para las dos caras de las placas de acero es de 400 W/m^2 · °C. Las propiedades promedio del acero son k = 45 W/m · °C, ρ = 7 800 kg/m^3 y c_p = 470 J/kg · °C. Calcule el tiempo de enfriamiento de las placas de acero.

4-146 Se producen alambres de aluminio de 4 mm de diámetro, por extrusión. Los alambres salen del extrusor a una temperatura promedio de 350°C y a una velocidad lineal de 10 m/min. Antes de salir de la sala de extrusión, los alambres se enfrían hasta una temperatura promedio de 50°C mediante transferencia de calor hacia el aire circundante que se encuentra a 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 50 W/m^2 · °C. Calcule la longitud necesaria de la sección en enfriamiento del alambre dentro de la sala de extrusión.

4-147 Dos barras metálicas se calientan en un horno con una temperatura ambiente uniforme de 1 000ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · °C. La barra A está hecha de aluminio (ρ = 2 702 kg/m^3, c_p = 903 J/kg · °C y k = 237 W/m · °C) y la barra B está hecha de acero inoxidable (ρ = 8 238 kg/m^3, c_p = 468 J/kg · °C y k = 13.4 W/m · °C). Ambas barras tienen un diámetro de 25 mm y una longitud de 1m. Si la temperatura inicial de ambas barras es de 15ºC, determine las temperaturas promedio de ambas barras tras haber transcurrido 5 minutos.

4-148 Tras erupcionar un volcán, la lava a 1 200°C se encuentra fluyendo por el suelo. El suelo estaba en un principio a 15° y el flujo de lava tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 3 500 W/m^2 · °C. Determine *a*) la temperatura de la superficie del suelo y *b*) el flujo de calor tras 2 segundos de flujo de lava. Suponga que el suelo tiene las mismas propiedades de un suelo seco.

Respuestas: a) 983°C, *b*) 759.5 kW/m^2

4-149 Un gran bloque de acero caliente (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg · °C, k = 63.9 W/m · °C y $\alpha = 18.8 \times 10^{-6}$ m^2/s) se deja enfriar en una habitación a 25ºC. El bloque de acero tiene una temperatura inicial de 450ºC y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m^2 · °C. Suponiendo que el bloque de acero pueda tratarse como un medio semiinfinito, determine la temperatura en el borde del bloque de acero tras 10 minutos de enfriado.

Problemas de examen sobre fundamentos de ingeniería (FI)

4-150 Se dejan enfriar bolas de cobre (ρ = 8 933 kg/m^3, k = 401 W/m · °C, c_p = 385 J/kg · °C, $\alpha = 1.166 \times 10^{-4}$ m^2/s), inicialmente a 180°C, en aire a 30°C, durante 2 minutos. Si las bolas tienen un diámetro de 2 cm y el coeficiente de transferencia de calor es 80 W/m^2 · °C, la temperatura en el centro de las bolas al final del enfriamiento es

a) 78°C *b*) 95°C *c*) 118°C
d) 134°C *e*) 151°C

4-151 Se llena con agua, inicialmente a 25°C, una lata de 10 cm de diámetro interior y 30 cm de largo, y se pone en un refrigerador doméstico que está a 3°C. El coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie de la lata es 14 W/m^2 · °C. Si se supone que la temperatura del agua permanece uniforme en el curso del proceso de enfriamiento, el tiempo que se requiere para que la temperatura del agua caiga hasta 5°C es

a) 0.55 h *b*) 1.17 h *c*) 2.09 h
d) 3.60 h *e*) 4.97 h

4-152 Se coloca un bloque caliente de hierro (ρ = 7 870 kg/m^3, c_p = 447 J/kg · °C) de 18 cm de largo, 16 cm de ancho y 12 cm de altura, inicialmente a 20°C, en un horno para tratamiento térmico. El coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie del bloque es 100 W/m^2 · °C. Si se requiere que la temperatura del bloque se eleve hasta 750°C en un periodo de 25 min, el horno debe mantenerse a

a) 750°C *b*) 830°C *c*) 875°C
d) 910°C *e*) 1 000°C

4-153 En una instalación de producción, grandes placas de 40 cm de espesor, hechas de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C, $\alpha = 3.91 \times 10^{-6}$ m^2/s) son extraídas de un horno a una temperatura uniforme de 750°C. Las placas se colocan en un baño de agua que se mantiene a una temperatura constante de 20°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 600 W/m^2 · °C. El tiempo que tarda la temperatura de la superficie de las placas en disminuir hasta 120°C es

a) 0.6 h *b*) 0.8 h *c*) 1.4 h
d) 2.6 h *e*) 3.2 h

4-154 Se expone a aire a 30°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 8.83 W/m^2 · °C, una larga barra de 18 cm de diámetro, hecha de madera dura (k = 0.159 W/m · °C, $\alpha = 1.75 \times 10^{-7}$ m^2/s). Si la temperatura del centro de la barra es de 15°C después de 3 horas, la temperatura inicial de la barra era

a) 11.9°C *b*) 4.9°C *c*) 1.7°C
d) 0°C *e*) −9.2°C

4-155 Puede considerarse una papa como una esfera sólida de 5.7 cm de diámetro con las propiedades ρ = 910 kg/m^3, c_p = 4.25 kJ/kg · °C, k = 0.68 W/m · °C y $\alpha = 1.76 \times 10^{-7}$ m^2/s. Se van a cocinar 12 de esas papas, inicialmente a 25°C, colocándolas en un horno mantenido a 250°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 95 W/m^2 · °C. La cantidad de transferencia de calor a las papas en el transcurso de un periodo de 90°C es

a) 1 012 kJ *b*) 1 366 kJ *c*) 1 788 kJ
d) 2 046 kJ *e*) 3 270 kJ

4-156 Se deja caer en agua con hielo un trozo grande de tejido a 35°C, con una difusividad térmica de 1×10^{-7} m^2/s. El agua se agita bien, de modo que la temperatura de la superficie del

tejido disminuye hasta 0°C en el tiempo cero y permanece a esa temperatura en todo momento. Después de 4 minutos y a una profundidad de 1 cm, la temperatura del tejido es

a) 5°C *b*) 30°C *c*) 25°C
d) 20°C *e*) 10°C

4-157 El techo de 35 cm de espesor de un cuarto grande construido con concreto ($k = 0.79$ W/m · °C, $\alpha = 5.88 \times 10^{-7}$ m²/s) está inicialmente a una temperatura uniforme de 15°C. Después de una intensa tormenta de nieve, la superficie exterior del techo permanece cubierta con nieve a −5°C. La temperatura del techo a una distancia de 12 cm de la superficie exterior, después de 2 horas, es

a) 13°C *b*) 11°C *c*) 7°C
d) 3°C *e*) −5°C

4-158 Considere un trozo cilíndrico de carne de cordero de 7.6 cm de largo y 3 cm de diámetro ($\rho = 1\,030$ kg/m³, $c_p = 3.49$ kJ/kg · °C, $k = 0.456$ W/m · °C, $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m²/s). Se deja caer ese trozo de carne, inicialmente a 2°C, en agua en ebullición a 95°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 1 200 W/m² · °C. La cantidad de calor que se transfiere en el transcurso de los primeros 8 minutos de cocción es

a) 71 kJ *b*) 227 kJ *c*) 238 kJ
d) 269 kJ *e*) 307 kJ

4-159 Se enfrían por inmersión bolas de acero al carbono ($\rho = 7\,830$ kg/m³, $k = 64$ W/m · °C, $c_p = 434$ J/kg · °C), inicialmente a 200°C, en un baño de aceite a 20°C, durante 3 minutos. Si las bolas tienen un diámetro de 5 cm y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 450 W/m² · °C, la temperatura del centro de las bolas después del enfriamiento será (*sugerencia:* examine el número de Biot)

a) 30.3°C *b*) 46.1°C *c*) 55.4°C
d) 68.9°C *e*) 79.4°C

4-160 Se va a enfriar hasta 5°C una bebida enlatada de 6 cm de diámetro y 13 cm de altura ($\rho = 977$ kg/m³, $k = 0.607$ W/m · °C, $c_p = 4\,180$ J/kg · °C), inicialmente a 25°C, echándola en agua con hielo a 0°C. El área total de la superficie y el volumen de la bebida son $A_s = 301.6$ cm² y $V = 367.6$ cm³. Si el coeficiente de transferencia de calor es 120 W/m² · °C, determine cuánto tardará la bebida en enfriarse hasta la temperatura deseada de 5°C. Suponga que la lata se agita en el agua y, como consecuencia, la temperatura de la bebida cambia de modo uniforme con el tiempo.

a) 1.5 min *b*) 8.7 min *c*) 11.1 min
d) 26.6 min *e*) 6.7 min

4-161 El análisis de sistemas concentrados de situaciones de conducción transitoria de calor es válido cuando el número de Biot es

a) muy pequeño *b*) aproximadamente uno
c) muy grande *d*) cualquier número real
e) no se puede decir a menos que también se conozca el número de Fourier

4-162 Paneles de carrocerías automotrices de cloruro de polivinilo ($k = 0.092$ W/m · °C, $c_p = 1.05$ kJ/kg · °C, $\rho = 1\,714$ kg/m³), de 1 mm de espesor, salen de una moldeadora por inyección a 120°C. Para manejarlos, necesitan enfriarse hasta 40°C mediante la exposición de ambos costados de ellos a aire a 20°C. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es 15 W/m² · °C y no se considera la radiación, el tiempo que deben exponerse los paneles al aire, antes de que se puedan manejar, es

a) 0.8 min *b*) 1.6 min *c*) 2.4 min
d) 3.1 min *e*) 5.6 min

4-163 Una fundición de acero se enfría hasta 90% de la diferencia original de temperatura en 30 min en aire estático. El tiempo que tarda en enfriarse esta misma fundición hasta 90% de la diferencia original de temperatura en un flujo de aire, cuyo coeficiente de transferencia de calor por convección es 5 veces el del aire estático, es

a) 3 min *b*) 6 min *c*) 9 min
d) 12 min *e*) 15 min

4-164 Se puede concebir el número de Biot como la razón de

a) La resistencia térmica a la conducción a la resistencia térmica a la convección.
b) La resistencia térmica a la convección a la resistencia térmica a la conducción.
c) La capacidad de almacenamiento de energía térmica a la resistencia térmica a la conducción.
d) La capacidad de almacenamiento de energía térmica a la resistencia térmica a la convección.
e) Ninguna de las anteriores.

4-165 Considere un trozo cilíndrico de carne de cordero de 7.6 cm de diámetro ($\rho = 1\,030$ kg/m³, $c_p = 3.49$ kJ/kg · °C, $k = 0.456$ W/m · °C, $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m²/s). Se deja caer ese trozo de carne, inicialmente a 2°C, en agua en ebullición a 95°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 1 200 W/m² · °C. El tiempo que transcurre para que la temperatura del centro del trozo de carne se eleve hasta 75°C es

a) 136 min *b*) 21.2 min *c*) 13.6 min
d) 11.0 min *e*) 8.5 min

Problemas de computadora, diseño y ensayo

4-166 Realice el siguiente experimento en su casa para determinar el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie de una manzana expuesta al aire ambiental. Necesitará dos termómetros y un reloj.

En primer lugar, pese la manzana y mida su diámetro. Debe medir su volumen al colocarla en una taza graduada grande llena hasta la mitad de agua y observar el cambio en volumen cuando esté completamente sumergida en esa agua. Refrigere la manzana durante la noche de modo que esté a una temperatura uniforme en la mañana y mida la temperatura del aire en la cocina. En seguida, saque la manzana y clávele uno de los termómetros hasta su punto medio y el otro justo debajo de la cáscara.

Registre las dos temperaturas cada 5 min durante una hora. Con estas dos temperaturas, calcule el coeficiente de transferencia de calor para cada intervalo y tome su promedio. El resultado es el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación para este proceso de transferencia. Con sus datos experimentales, calcule también la conductividad térmica y la difusividad térmica de la manzana y compárelas con los valores dados con anterioridad.

4-167 Repita el problema 4-166 con un plátano en lugar de una manzana. Las propiedades térmicas de los plátanos son prácticamente las mismas que las de las manzanas.

4-168 Lleve a cabo el siguiente experimento para determinar la constante de tiempo para una lata de bebida gaseosa y, a continuación, prediga la temperatura de la bebida en diferentes instantes. Deje la bebida en el refrigerador durante la noche. Mida la temperatura del aire en la cocina y la de la bebida mientras todavía está en el refrigerador, pegando con cinta adhesiva el termómetro a la superficie exterior de la lata. A continuación saque la bebida y mida su temperatura después de 5 min. Mediante estos valores calcule el exponente b. Con este valor b, prediga las temperaturas de la bebida en 10, 15, 20, 30 y 60 min y compare los resultados con las medidas de la temperatura real. ¿Piensa que, en este caso, es válido el análisis de sistemas concentrados?

4-169 Los árboles de cítricos son muy susceptibles al clima frío y la exposición prolongada a temperaturas inferiores a la de congelación puede destruir la cosecha. Con el fin de proteger los árboles contra frentes fríos ocasionales con temperaturas por debajo de la de congelación, los agricultores de Florida suelen instalar rociadores de agua sobre los árboles. Cuando la temperatura cae por debajo de cierto nivel, los rociadores esparcen agua sobre los árboles y sus frutos para protegerlos contra el daño que puede causar la temperatura por debajo de la de congelación. Explique el mecanismo básico que se encuentra detrás de esta medida de protección y escriba un ensayo acerca de cómo funciona el sistema en la práctica.

CAPÍTULO 5

MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA CONDUCCIÓN DE CALOR

Hasta ahora se han considerado de modo preponderante problemas relativamente simples de conducción de calor relacionados con *configuraciones geométricas simples*, con condiciones de frontera simples, porque sólo esos problemas se pueden resolver *analíticamente*. Pero muchos problemas que se encuentran en la práctica comprenden *configuraciones geométricas complicadas*, con condiciones de frontera complejas o propiedades variables, y no se pueden resolver analíticamente. En esos casos, se pueden obtener soluciones aproximadas suficientemente exactas por medio de computadoras utilizando un *método numérico*.

Los *métodos de resolución analítica* como los presentados en el capítulo 2 se basan en la solución de la ecuación diferencial que rige junto con las condiciones de frontera. Estos métodos conducen a funciones soluciones para la temperatura en *cada punto* del medio. Por otra parte, los métodos numéricos se basan en el reemplazo de la ecuación diferencial por un conjunto de n ecuaciones algebraicas para las temperaturas desconocidas en n puntos seleccionados en el medio y la solución simultánea de estas ecuaciones conduce a valores de la temperatura en esos *puntos discretos*.

Existen varias maneras de obtener la formulación numérica de un problema de conducción de calor, como los métodos de las *diferencias finitas*, de *elementos finitos*, de *elementos frontera* y de *balance de energía* (o de volumen de control). Cada uno tiene sus propias ventajas y desventajas y, en la práctica, se usa cada uno. En este capítulo se usa principalmente el enfoque de *balance de energía*, que se basa en los conocidos balances de energía en volúmenes de control y no en pesadas formulaciones matemáticas y, por lo tanto, proporciona una mejor sensación física del problema. Además, conduce al mismo conjunto de ecuaciones algebraicas que el método de las diferencias finitas. En este capítulo se demuestran la formulación matemática y la resolución de problemas de conducción de calor tanto para el caso estacionario como el transitorio en diversas configuraciones geométricas.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Comprender las limitaciones de las soluciones analíticas de los problemas de conducción y la necesidad de los métodos numéricos intensivos de computación;
- Expresar las derivadas como diferencias y obtener las formulaciones en diferencias finitas;
- Resolver numéricamente problemas de conducción estacionaria unidimensional o bidimensional, aplicando el método de diferencias finitas, y
- Resolver problemas de conducción transitoria unidimensional o bidimensional, aplicando el método de diferencias finitas.

5-1 ▪ ¿POR QUÉ LOS MÉTODOS NUMÉRICOS?

La pronta disponibilidad de las computadoras de alta velocidad y los poderosos paquetes de software de fácil uso han tenido un impacto importante sobre la educación y la práctica de la ingeniería en los últimos años. Hace años, los ingenieros dependían de sus *habilidades analíticas* para resolver problemas significativos de ingeniería y, como consecuencia, tenían que pasar por un adiestramiento riguroso en matemáticas. Por otra parte, los ingenieros de la actualidad tienen acceso a una cantidad tremenda de *poder de computación* bajo las puntas de sus dedos y necesitan sobre todo comprender la naturaleza física del problema e interpretar los resultados. Pero también requieren entender cómo realizan los cálculos las computadoras con el fin de desarrollar cierta conciencia de los procesos que intervienen y de las limitaciones, para evitar al mismo tiempo cualesquiera escollos ocultos posibles.

En el capítulo 2 se resolvieron varios problemas de conducción de calor en diversas configuraciones geométricas de manera sistemática pero intensamente matemática mediante 1) la deducción de la ecuación diferencial que la rige, mediante un balance de energía sobre un elemento de volumen diferencial, 2) al expresar las condiciones de frontera en forma matemática apropiada, y 3) por medio de la ecuación diferencial y al aplicar las condiciones de frontera para determinar las constantes de integración. Esto dio por resultado una función solución para la distribución de temperatura en el medio, y la solución obtenida de esta manera se llamó solución analítica del problema. Por ejemplo, la formulación matemática de la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una esfera de radio r_o, cuya superficie exterior se mantiene a una temperatura uniforme de T_1, con una generación uniforme de calor a una velocidad de $\dot{e}$, se expresó como (figura 5-1)

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}}{k} = 0$$

$$\frac{dT(0)}{dr} = 0 \qquad \text{y} \qquad T(r_o) = T_1 \tag{5-1}$$

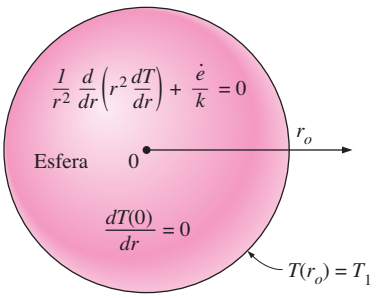
cuya solución (analítica) es

$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{e}}{6k}(r_o^2 - r^2) \tag{5-2}$$

Es cierto que lo anterior es una forma muy conveniente de la solución, ya que se puede determinar la temperatura en cualquier punto dentro de la esfera simplemente al sustituir la coordenada r del punto en la función solución analítica antes dada. La solución analítica de un problema también se menciona como solución exacta, puesto que satisface la ecuación diferencial y las condiciones de frontera. Esto se puede verificar al sustituir la función solución en la ecuación diferencial y las condiciones de frontera. Además, se puede determinar la *razón del flujo de calor* en cualquier lugar dentro de la esfera o de su superficie al tomar la derivada de la función solución $T(r)$ y sustituirla en la ley de Fourier como

$$\dot{Q}(r) = -kA\frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2)\left(-\frac{\dot{e}\,r}{3k}\right) = \frac{4\pi r^3\dot{e}}{3} \tag{5-3}$$

El análisis antes realizado no requirió elaboración matemática más allá de la *integración simple* y es probable que el lector se pregunte por qué alguien pediría algo más. Después de todo, las soluciones obtenidas son exactas y fáciles de usar. Además, son instructivas, puesto que muestran con claridad la



Solución:

$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{e}}{6k}(r_o^2 - r^2)$$

$$\dot{Q}(r) = -kA\frac{dT}{dr} = \frac{4\pi r^3\dot{e}}{3}$$

FIGURA 5-1
La solución analítica de un problema requiere plantear la ecuación diferencial que rige y la aplicación de las condiciones de frontera.

dependencia funcional de la temperatura y la transferencia de calor con respecto a la variable independiente r. Bien, existen varias razones para la búsqueda de métodos alternativos de resolución.

1 Limitaciones

Los métodos analíticos de solución se limitan a *problemas fuertemente simplificados* en *configuraciones geométricas simples* (figura 5-2). La configuración geométrica debe ser tal que toda su superficie se pueda describir matemáticamente en un sistema de coordenadas al igualar las variables a constantes. Es decir, deben ajustarse *a la perfección* a un sistema de coordenadas con nada que se introduzca o sobresalga. Por ejemplo, en el caso de la conducción de calor unidimensional en una esfera sólida de radio r_o, toda la superficie exterior se puede describir por $r = r_o$. De modo semejante, las superficies de un cilindro sólido finito de radio r_o y altura H se pueden describir por $r = r_o$, para la superficie lateral, y $z = 0$ y $z = H$ para las superficies superior e inferior, respectivamente. Incluso las menores complicaciones en la configuración geométrica pueden hacer que una solución analítica sea imposible. Por ejemplo, un objeto esférico con una extrusión, como una *manija* en algún lugar, es imposible de manejar en forma analítica ya que, en este caso, las condiciones de frontera no se pueden expresar en ningún sistema conocido de coordenadas.

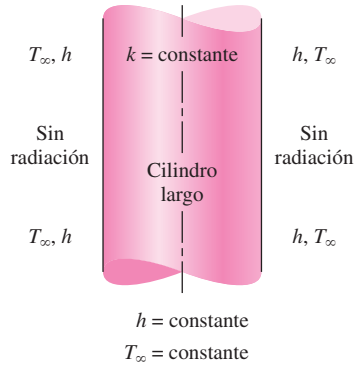


FIGURA 5-2
Los métodos analíticos de solución se limitan a problemas simplificados en configuraciones geométricas simples.

Incluso en las configuraciones simples los problemas de transferencia de calor no se pueden resolver en forma analítica si las *condiciones térmicas* no son suficientemente simples. Por ejemplo, la consideración de la variación de la conductividad térmica con la temperatura, la variación del coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie o la transferencia de calor por radiación sobre las superficies pueden hacer que sea imposible obtener una solución analítica. Por lo tanto, las soluciones analíticas se limitan a problemas que son simples o que se pueden simplificar con aproximaciones razonables.

2 Una mejor elaboración de modelos

Se mencionó con anterioridad que las soluciones analíticas son exactas porque no comprenden aproximaciones. Pero esta afirmación necesita ser aclarada. Se debe establecer una distinción entre un *problema del mundo real* y el *modelo matemático*, que es una representación idealizada de él. Las soluciones que se obtienen son las soluciones de los modelos matemáticos, y el grado de aplicabilidad de estas soluciones a los problemas físicos reales depende de la precisión del modelo. Una solución "aproximada" de un modelo real de un problema físico suele ser más precisa que la solución "exacta" de un modelo matemático burdo (figura 5-3).

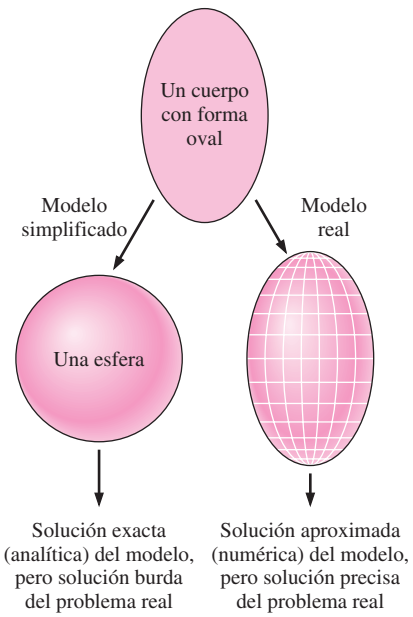
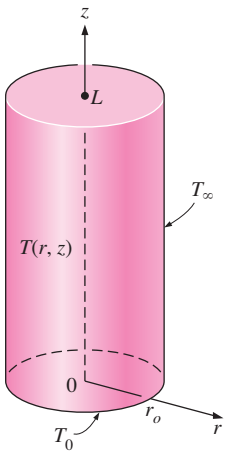


FIGURA 5-3
La solución numérica aproximada de un problema del mundo real puede ser más precisa que la solución exacta (analítica) de un modelo simplificado en exceso de ese problema.

Cuando se intenta obtener una solución analítica para un problema físico, siempre existe la tendencia de *simplificado en exceso* con el fin de hacer que el modelo matemático sea suficientemente simple como para justificar una solución analítica. Por lo tanto, es una práctica común ignorar cualesquiera efectos que causen complicaciones matemáticas, como las no linealidades en la ecuación diferencial o en las condiciones de frontera. Por lo tanto, no debe sorprender que las *no linealidades*, como la dependencia con respecto a la temperatura de la conductividad térmica y las condiciones de frontera relativas a la radiación rara vez se consideren en las soluciones analíticas. Es probable que un modelo matemático destinado a una solución numérica represente mejor el problema real. Por lo tanto, la solución numérica de los problemas de ingeniería se ha convertido ahora en la norma, en lugar de la excepción, incluso cuando se dispone de soluciones analíticas.



Solución analítica:

$$\frac{T(r, z) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n r)}{\lambda_n J_1(\lambda_n r_o)} \frac{\operatorname{senh} \lambda_n (L - z)}{\operatorname{senh} (\lambda_n L)}$$

donde las λ_n son raíces de $J_0(\lambda_n r_o) = 0$

FIGURA 5-4
Algunas soluciones analíticas son muy complejas y difíciles de usar.

3 Flexibilidad

Los problemas de ingeniería a menudo requieren *estudios paramétricos* extensos con el fin de entender la influencia de algunas variables sobre la solución y así elegir el conjunto correcto de variables y dar respuesta a algunas preguntas de "¿qué sucede si...?" Se trata de un *proceso iterativo* que es tedioso en extremo y tardado si se realiza a mano. Las computadoras y los métodos numéricos resultan idealmente adecuados para esos cálculos y se puede resolver una amplia gama de problemas relacionados mediante pequeñas modificaciones en el código o las variables de entrada. En la actualidad es casi inconcebible realizar cualquier estudio significativo de optimización en ingeniería sin el poder y la flexibilidad de las computadoras y los métodos numéricos.

4 Complicaciones

Algunos problemas se pueden resolver analíticamente, pero el procedimiento de solución es tan complejo y las expresiones resultantes de la solución tan complicadas que no vale la pena todo ese esfuerzo. Con la excepción de los problemas unidimensionales de estado estacionario o los de sistemas concentrados en régimen transitorio, todos los problemas de conducción de calor llevan a ecuaciones diferenciales *parciales*. La solución de esas ecuaciones suele requerir un refinamiento matemático más allá del adquirido en el nivel de licenciatura, como ortogonalidad, eigenvalores (valores propios), transformadas de Fourier y de Laplace, funciones de Bessel y de Legendre, y series infinitas. En esos casos, la evaluación de la solución, la cual con frecuencia comprende sumas dobles o triples de series infinitas en un punto específico, es un reto en sí misma (figura 5-4). Por lo tanto, incluso cuando se dispone de soluciones en algunos manuales, son suficientemente intimidantes como para ahuyentar a los usuarios en perspectiva.

5 Naturaleza humana

Como seres humanos, es agradable estar sentados cómodos, pedir deseos y que éstos se hagan realidad sin mucho esfuerzo. La invención de los controles remotos para la TV nos hizo sentir como reyes en nuestras casas, ya que las órdenes se dan desde nuestras confortables sillas, al oprimir botones, y de inmediato son llevadas a efecto por los obedientes aparatos de TV. Después de todo, qué tan buena es la TV por cable sin un control remoto. Es evidente que se amaría seguir siendo el rey en nuestro pequeño cubículo en la oficina de ingeniería, al resolver problemas al oprimir un botón en una computadora (hasta que inventen un control remoto para las computadoras, por supuesto). Bien, esto podría haber sido una fantasía ayer, pero hoy es una realidad. En la actualidad prácticamente todas las oficinas de ingeniería están equipadas con *computadoras de alto poder*, con *refinados paquetes de software*, con salida a todo color en un estilo de presentación impresionante, en forma gráfica o tabular (figura 5-5). Además, para todos los fines prácticos, los resultados son tan exactos como los analíticos. Con toda certeza, las computadoras han cambiado la manera en que se practica la ingeniería.

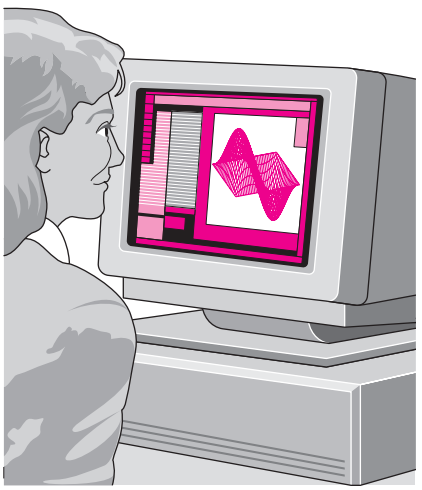


FIGURA 5-5
La pronta disponibilidad de computadoras de alta potencia con refinados paquetes de software ha hecho que las soluciones numéricas sean la norma, en lugar de la excepción.

Las discusiones antes presentadas no deben conducir al lector a creer que las soluciones analíticas son innecesarias y que deben descartarse del currículum de ingeniería. Por el contrario, la percepción de los *fenómenos físicos* y la *sabiduría de la ingeniería* se ganan principalmente a través del análisis. La "sensación" que los ingenieros desarrollan durante el análisis de problemas simples pero fundamentales sirve como una herramienta inestimable al interpretar una enorme pila de resultados obtenidos de una computadora cuando se resuelve un problema complejo. Se puede usar un análisis simple hecho a mano para un caso límite con el fin de comprobar si los resultados están dentro

del rango apropiado. Asimismo, nada puede sustituir el poder contar con resultados aproximados en un trozo de papel durante las discusiones preliminares. Las calculadoras convirtieron las operaciones aritméticas básicas hechas a mano en algo del pasado, pero no eliminaron la necesidad de instruir a los niños de las escuelas elementales acerca de cómo sumar o multiplicar.

En este capítulo el lector aprenderá cómo *formular* y *resolver* numéricamente problemas de transferencia de calor, mediante uno o más procedimientos. En su vida profesional, es probable que resuelva ese tipo de problemas por medio de un paquete profesional de software y es muy improbable que escriba sus propios programas para resolverlos. (Además, las personas se mostrarán muy escépticas acerca de los resultados obtenidos si utiliza el lector sus propios programas en lugar de recurrir a un paquete comercial bien establecido de software que ha soportado la prueba del tiempo.) La percepción que adquiere en este capítulo al formular y resolver algunos problemas de transferencia de calor le ayudará a comprender mejor los paquetes de software de los que se dispone y a ser un usuario informado y responsable.

5-2 ▪ FORMULACIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales se basan en el reemplazo de las *ecuaciones diferenciales* por *ecuaciones algebraicas*. En el caso del popular método de las **diferencias finitas**, esto se realiza al reemplazar las *derivadas* por *diferencias*. En seguida se demostrará esto tanto con las derivadas de primer orden como con las de segundo orden. Pero, en principio, se da un ejemplo motivador.

Considere un hombre que deposita su dinero, la cantidad de $A_0 = 100$ dólares en una cuenta de ahorros, a una tasa de interés anual de 18% e intente determinar la cantidad de dinero que tendrá después de un año si el interés se compone en forma continua (o instantáneamente). En el caso del interés simple, el dinero ganará un interés de 18 dólares y el hombre tendrá $100 + 100 \times 0.18 = 118.00$ dólares en su cuenta después de un año. Pero en el caso de la composición, el interés ganado durante un periodo de composición también ganará interés para la parte restante del año y el balance al final del año será mayor que 118 dólares. Por ejemplo, si el dinero se compone dos veces al año, el balance será $100 + 100 \times (0.18/2) = 109$ dólares, después de seis meses, y $109 + 109 \times (0.18/2) = 118.81$, al final del año. Se pudo también determinar el balance A directamente a partir de

$$A = A_0(1 + i)^n = (100 \text{ dólares})(1 + 0.09)^2 = 118.81 \text{ dólares} \qquad \textbf{(5-4)}$$

donde i es la tasa de interés para el periodo de composición y n es el número de periodos. Con la misma fórmula se determina el balance para el final del año al componer en forma mensual, diaria, por hora, por minuto e incluso por segundo, y los resultados se dan en la tabla 5-1.

Note que en el caso de la composición diaria, el balance al final del año será de 119.72 dólares, lo cual es 1.72 dólares más que en el caso del interés simple. (De modo que no hay de qué sorprenderse en el sentido de que las compañías de tarjetas de crédito suelan cargar interés compuesto diariamente cuando determinan el balance.) Asimismo, note que la composición a intervalos más pequeños de tiempo, incluso al final de cada segundo, no cambia el resultado y se sospecha que la composición instantánea mediante intervalos "diferenciales" de tiempo, dt, dará el mismo resultado. Esta sospecha se con-

TABLA 5-1

Balance al final del año de una cuenta de 100 dólares ganando interés a una tasa anual de 18%, para varios periodos de composición

Periodo de composición	Número de periodos, n	Balance al final del año
1 año	1	118.00
6 meses	2	118.81
1 mes	12	119.56
1 semana	52	119.68
1 día	365	119.72
1 hora	8 760	119.72
1 minuto	525 600	119.72
1 segundo	31 536 000	119.72
Instantáneo	∞	119.72

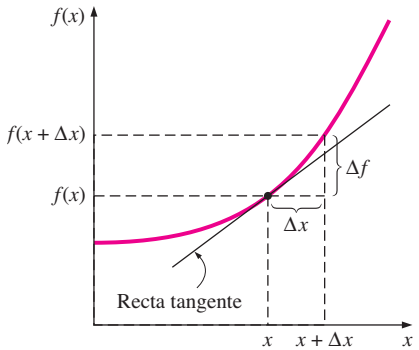


FIGURA 5-6
La derivada de una función en un punto representa la pendiente de la función en ese punto.

firma al obtener la ecuación diferencial $dA/dt = iA$ para el balance A, cuya solución es $A = A_0 \exp(it)$. Al sustituir, da

$$A = (100 \text{ dólares}) \exp(0.18 \times 1) = 119.72 \text{ dólares}$$

lo cual es idéntico al resultado para la composición diaria. Por lo tanto, el reemplazo de un intervalo diferencial de tiempo, dt, por un intervalo finito de tiempo de $\Delta t = 1$ día llevó al mismo resultado que la composición instantánea cuando se redondeó hasta la segunda cifra decimal para los centavos, lo cual condujo a creer que *se pueden obtener resultados razonablemente exactos al reemplazar las cantidades diferenciales por diferencias suficientemente pequeñas.*

A continuación, se desarrolla la formulación en diferencias finitas de los problemas de conducción de calor al reemplazar las derivadas de las ecuaciones diferenciales por diferencias. En la sección siguiente, se hará mediante el método del balance de energía, que no requiere el conocimiento de las ecuaciones diferenciales.

Las derivadas son los bloques de construcción de las ecuaciones diferenciales y, por consiguiente, en primer lugar, se dará un breve repaso a las derivadas. Considere una función f que depende de x, como se muestra en la figura 5-6. La **primera derivada** de $f(x)$ en un punto es equivalente a la *pendiente* de una recta tangente a la curva en ese punto y se define como

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{5-5}$$

lo cual es la razón del incremento Δf en función al incremento Δx de la variable independiente, cuando $\Delta x \to 0$. Si no se toma el límite indicado, se tendrá la siguiente relación *aproximada* para la derivada:

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{5-6}$$

Esta expresión aproximada de la derivada en términos de diferencias es la **forma en diferencias finitas** de la primera derivada. También se puede obtener la ecuación anterior al escribir la *expansión en la serie de Taylor* de la función f en torno al punto x,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \cdots \tag{5-7}$$

y al despreciar todos los términos del desarrollo, excepto los dos primeros. El primer término despreciado es proporcional a Δx^2 y, por lo tanto, el *error* en el que se incurre en cada paso de esta aproximación también es proporcional a Δx^2. Sin embargo, el *error conmutativo* en el que se incurre después de M pasos en la dirección de la longitud L es proporcional a Δx, ya que $M\Delta x^2 = (L/\Delta x)\Delta x^2 = L\Delta x$. Por lo tanto, entre menor sea Δx, menor es el error y, de este modo, más exacta la aproximación.

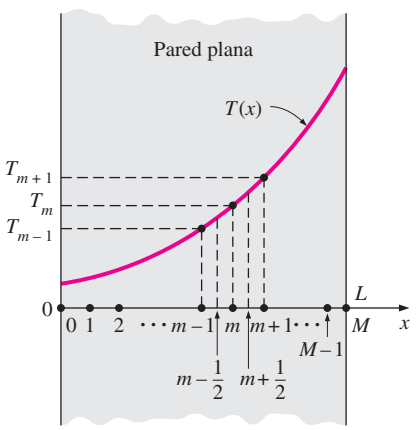


FIGURA 5-7
Esquema de los nodos y las temperaturas nodales usados en el desarrollo de la formulación en diferencias finitas de la transferencia de calor en una pared plana.

Considere ahora la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana de espesor L, con generación de calor. La pared se subdivide en M secciones de espesor igual $\Delta x = L/M$, en la dirección x, separadas por planos que pasan por los $M + 1$ puntos $0, 1, 2, \ldots, m - 1, m, m + 1, \ldots, M$, llamados **nodos** o **puntos nodales**, como se muestra en la figura 5-7. La coordenada x de cualquier punto m es simplemente $x_m = m\Delta x$ y la temperatura en ese punto es simplemente $T(x_m) = T_m$.

La ecuación de conducción de calor comprende las segundas derivadas de la temperatura con respecto a las variables espaciales, tales como d^2T/dx^2 y la

formulación en diferencias finitas se basa en el reemplazo de las segundas derivadas por diferencias apropiadas. Pero se necesita iniciar el proceso con las primeras derivadas. Mediante la ecuación 5-6, la primera derivada de la temperatura, dT/dx, en los puntos medios $m - \frac{1}{2}$ y $m + \frac{1}{2}$ de las secciones que están a uno y otro lados del nodo m se puede expresar como

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{m-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x} \qquad \text{y} \qquad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{m+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \tag{5-8}$$

Dado que la segunda derivada es simplemente la derivada de la primera derivada, la segunda derivada de la temperatura en el nodo m se puede expresar como

$$\left.\frac{d^2T}{dx^2}\right|_m \cong \frac{\left.\frac{dT}{dx}\right|_{m+\frac{1}{2}} - \left.\frac{dT}{dx}\right|_{m-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = \frac{\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} - \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x}}{\Delta x}$$
$$= \frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} \tag{5-9}$$

lo cual es la *representación en diferencias finitas* de la *segunda derivada* en un nodo interno general m. Note que la segunda derivada de la temperatura en el nodo m se expresa en términos de las temperaturas en el nodo m y sus dos nodos vecinos. Entonces la ecuación diferencial

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}}{k} = 0 \tag{5-10}$$

que rige la transferencia de calor *unidimensional en estado estacionario* en una pared plana, con conducción de calor y conductividad térmica constante, se puede expresar en la forma de *diferencias finitas* como (figura 5-8)

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1 \tag{5-11}$$

donde $\dot{e}_m$ es la razón de generación de calor por unidad de volumen en el nodo m. Para el caso en que no haya generación de calor ($\dot{e}_m = 0$), la ecuación 5-11 se reduce a $T_m = \frac{1}{2}(T_{m-1} + T_{m+1})$, la cual es la forma más simplificada de una formulación en diferencia finita unidimensional. La ecuación tan sólo implica que la temperatura en cada nodo interior es el promedio aritmético de las temperaturas en los dos nodos adyacentes. Si se especifican las temperaturas superficiales T_0 y T_M, la aplicación de esta ecuación a cada uno de los $M - 1$ nodos interiores conduce a $M - 1$ ecuaciones para la determinación de $M - 1$ temperaturas desconocidas en los nodos interiores. La solución simultánea de estas ecuaciones da los valores de la temperatura en los nodos. Si no se conocen las temperaturas en las superficies exteriores, entonces se necesitan obtener dos ecuaciones más en una manera semejante, mediante las condiciones de frontera específicas. Entonces se determinan las temperaturas desconocidas en los $M + 1$ nodos, al resolver simultáneamente el sistema resultante de $M + 1$ ecuaciones en las $M + 1$ incógnitas.

Note que las *condiciones de frontera* no tienen efecto sobre la formulación en diferencias finitas de los nodos interiores del medio. Esto no es sorprendente, puesto que el volumen de control usado en el desarrollo de la formulación no comprende parte alguna de la frontera. Es posible que el lector recuerde que las condiciones de frontera tampoco tuvieron efecto sobre la ecuación diferencial de la conducción de calor en el medio.

La formulación en diferencias finitas se puede extender con facilidad a problemas bidimensionales o tridimensionales de transferencia de calor al reem-

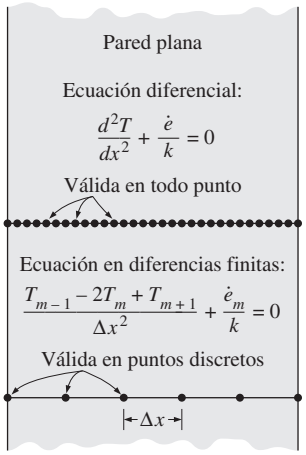


FIGURA 5-8
La ecuación diferencial es válida en todo punto de un medio, en tanto que la ecuación en diferencias finitas sólo es válida en puntos discretos (los nodos).

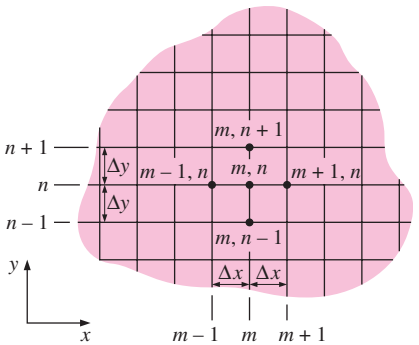


FIGURA 5-9
Malla de diferencias finitas para la conducción bidimensional en coordenadas rectangulares.

plazar cada segunda derivada por una ecuación en diferencias en esa dirección. Por ejemplo, la *formulación en diferencias finitas* para la **conducción de calor bidimensional en estado estacionario** en una región con generación de calor y conductividad térmica constante se puede expresar en coordenadas rectangulares como (figura 5-9)

$$\frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-12)}$$

para $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N - 1$ en cualquier nodo interior (m, n). Note que la región rectangular que está dividida en M subregiones iguales en la dirección x y N subregiones iguales en la dirección y tiene un total de $(M + 1)(N + 1)$ nodos y se puede usar la ecuación 5-12 para obtener las ecuaciones en diferencias finitas en $(M - 1)(N - 1)$ de estos nodos (es decir, todos los nodos excepto aquellos en las fronteras).

En el párrafo anterior se da la formulación en diferencias finitas para demostrar cómo se obtienen las ecuaciones en diferencias a partir de ecuaciones diferenciales. Sin embargo, en las secciones siguientes se usa el *procedimiento del balance de energía* para obtener la formulación numérica, debido a que es más *intuitivo* y se pueden manejar las *condiciones de frontera* con mayor facilidad. Además, dicho procedimiento no requiere que se tenga la ecuación diferencial antes del análisis.

5-3 ▪ CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO

En esta sección se desarrollará la formulación en diferencias finitas de la conducción de calor en una pared plana mediante el procedimiento del balance de energía y se discutirá la manera de resolver las ecuaciones resultantes. El **método del balance de energía** se basa en la *subdivisión* del medio en un número suficiente de elementos de volumen y, a continuación, aplicar un *balance de energía* en cada elemento. Esto se realiza al *seleccionar* en principio los puntos nodales (o nodos) en los cuales se van a determinar las temperaturas y, a continuación, para *formar elementos* (o volúmenes de control) sobre los nodos y trazar rectas que pasen por los puntos medios entre los nodos. De esta manera, los nodos interiores se mantienen a la mitad de los elementos, y las propiedades *en el nodo*, como la temperatura y la velocidad de generación de calor, representan las propiedades *promedio* del elemento. A veces resulta conveniente pensar en la temperatura como si variara *linealmente* entre los nodos, en especial al expresar la conducción de calor entre los elementos mediante la ley de Fourier.

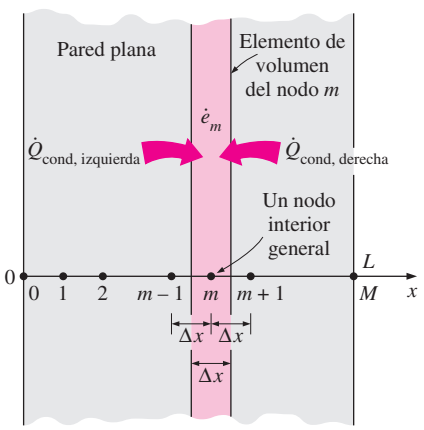


FIGURA 5-10
Puntos nodales y elementos de volumen para la formulación en diferencias finitas de la conducción unidimensional en una pared plana.

Con el fin de demostrar el procedimiento, considere una vez más la transferencia de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana de espesor L con generación de calor $\dot{e}(x)$ y conductividad constante k. La pared se subdivide ahora en M regiones iguales de espesor $\Delta x = L/M$, en la dirección x, y las divisiones entre las regiones se seleccionan como los nodos. Por lo tanto, se tienen $M + 1$ nodos nombrados $0, 1, 2, \ldots, m - 1, m, m + 1, \ldots, M$, como se muestra en la figura 5-10. La coordenada x de cualquier nodo m es simplemente $x_m = m\Delta x$ y la temperatura en ese punto es $T(x_m) = T_m$. Los elementos se forman al trazar rectas verticales que pasen por los puntos medios entre los nodos. Note que todos los elementos interiores representados por nodos interiores son de tamaño completo (tienen un espesor de Δx), en tanto que el tamaño de los dos elementos en las fronteras es la mitad.

Para obtener una ecuación en diferencias general para los nodos interiores, considere el elemento representado por el nodo m y los dos nodos vecinos

$m - 1$ y $m + 1$. Si se supone que la conducción de calor se lleva a cabo *hacia* los elementos sobre todas las superficies, un balance de energía en el elemento se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{la conducción}\\ \text{de calor en la}\\ \text{superficie izquierda}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{la conducción}\\ \text{de calor en la}\\ \text{superficie derecha}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{la generación}\\ \text{de calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón}\\ \text{de cambio del}\\ \text{contenido de energía}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$

o bien,

$$\dot{Q}_{\text{cond, izquierda}} + \dot{Q}_{\text{cond, derecha}} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = 0 \qquad \textbf{(5-13)}$$

puesto que el contenido de energía de un medio (de cualquier parte de él) no cambia en condiciones *estacionarias* y, por lo tanto, $\Delta E_{\text{elemento}} = 0$. La razón de la generación de calor dentro del elemento se puede expresar como

$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_m V_{\text{elemento}} = \dot{e}_m A \Delta x \qquad \textbf{(5-14)}$$

donde $\dot{e}_m$ es la razón de la generación de calor por unidad de volumen, en W/m^3, evaluada en el nodo m y tratada como constante para el elemento completo, y A es el área de transferencia de calor, la cual es simplemente la superficie interior (o exterior) de la pared.

Recuerde que cuando la temperatura varía *linealmente*, la razón estacionaria de conducción de calor a través de una pared plana de espesor L se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{\Delta T}{L} \qquad \textbf{(5-15)}$$

donde ΔT es el cambio de temperatura a través de la pared y la dirección de la transferencia de calor va del lado con mayor temperatura hacia el de menor. En el caso de una pared plana con generación de calor, la variación de temperatura no es lineal y, por consiguiente, no se puede aplicar la relación antes dada. Sin embargo, se puede *aproximar* la variación de temperatura entre los nodos como si fuera lineal en la determinación de la conducción de calor a través de una capa delgada de espesor Δx entre dos nodos (figura 5-11). Es obvio que entre menor sea la distancia Δx entre dos nodos, más precisa es esta aproximación. (De hecho, las consideraciones de este tipo constituyen la razón para clasificar los métodos numéricos como sistemas aproximados de solución. En el caso límite en que Δx tiende a cero, la formulación se vuelve exacta y se obtiene una ecuación diferencial.) Ya que se supone que la dirección de la transferencia de calor en ambas superficies del elemento es *hacia* el nodo m, la razón de la conducción de calor en las superficies izquierda y derecha se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, izquierda}} = kA\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} \quad \text{y} \quad \dot{Q}_{\text{cond, derecha}} = kA\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \qquad \textbf{(5-16)}$$

Al sustituir las ecuaciones 5-14 y 5-16 en la 5-13 da

$$kA\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + kA\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_m A\Delta x = 0 \qquad \textbf{(5-17)}$$

la cual se simplifica a

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1 \qquad \textbf{(5-18)}$$

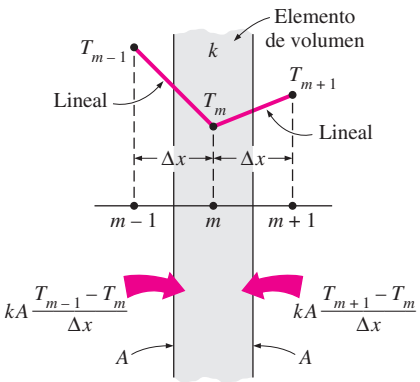
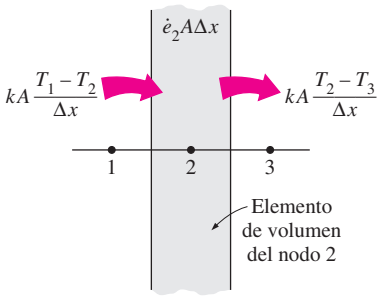


FIGURA 5-11
En la formulación en diferencias finitas se supone que la temperatura varía linealmente entre los nodos.

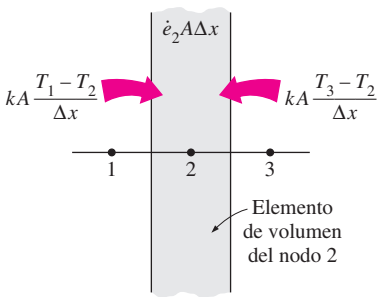


$$kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} - kA\frac{T_2 - T_3}{\Delta x} + \dot{e}_2 A\Delta x = 0$$

o bien,

$$T_1 - 2T_2 + T_3 + \dot{e}_2 A\Delta x^2/k = 0$$

a) Se supone que la transferencia de calor es hacia afuera del elemento de volumen en la superficie derecha.



$$kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + kA\frac{T_3 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2 A\Delta x = 0$$

o bien,

$$T_1 - 2T_2 + T_3 + \dot{e}_2 A\Delta x^2/k = 0$$

b) Se supone que la transferencia de calor es hacia el elemento de volumen en todas las superficies.

FIGURA 5-12
La dirección supuesta de la transferencia de calor en las superficies de un elemento de volumen no tiene efecto sobre la formulación en diferencias finitas.

que es *idéntica* a la ecuación en diferencias (ecuación 5-11) obtenida al principio. Una vez más, esta ecuación se puede aplicar a los $M - 1$ nodos interiores y su aplicación da lugar a $M - 1$ ecuaciones para la determinación de las temperaturas en $M + 1$ nodos. Las dos ecuaciones adicionales que se necesitan resolver para las $M + 1$ temperaturas desconocidas en los nodos se obtienen mediante la aplicación del balance de energía en los dos elementos en las fronteras (a menos, por supuesto, que se especifiquen las temperaturas en las fronteras).

Es probable que el lector piense que si se conduce calor hacia el elemento desde ambos lados, como se supuso en la formulación, la temperatura del medio tendrá que elevarse y, en consecuencia, la conducción de calor no puede ser estacionaria. Tal vez un enfoque más realista sería suponer que la conducción del calor es *hacia* el elemento en el lado izquierdo y *hacia afuera* del elemento en el lado derecho. Si repite la formulación mediante esta suposición, una vez más obtendrá el mismo resultado ya que, en este caso, el término de conducción de calor del lado derecho comprende $T_m - T_{m+1}$, en lugar de $T_{m+1} - T_m$, lo cual se resta en lugar de sumarse. Por lo tanto, la dirección supuesta de la conducción de calor en las superficies del elemento de volumen no tiene efecto sobre la formulación, como se muestra en la figura 5-12. (Además, lo común es que no se conozca la dirección real de la transferencia de calor.) Sin embargo, resulta conveniente suponer que la conducción del calor es hacia el elemento en todas las superficies y no preocuparse acerca del signo de los términos de conducción. Entonces todas las diferencias de temperatura en las relaciones de conducción se expresan como la temperatura del nodo vecino menos la del nodo considerado, y se suman todos los términos de conducción.

Condiciones de frontera

En los párrafos anteriores se ha desarrollado una relación general para la obtención de la ecuación en diferencias finitas para cada nodo interior de una pared plana. Sin embargo, esta relación no se puede aplicar a los nodos sobre las fronteras, ya que requiere la presencia de nodos en ambos lados del nodo que se considera, y un nodo frontera no tiene nodo vecino en al menos uno de los lados. Por lo tanto, se necesita obtener por separado las ecuaciones en diferencias finitas de los nodos frontera. Esto se lleva a cabo de la mejor manera mediante la aplicación de un *balance de energía* en los elementos de volumen de los nodos frontera.

Las condiciones de frontera más común de encontrar en la práctica son las condiciones de *temperatura específica*, de *flujo específico de calor, convección* y de *radiación,* y a continuación se desarrollarán, como un ejemplo, las formulaciones en diferencias finitas para ellas, para el caso de la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana de espesor L. El número de nodo en la superficie izquierda, en $x = 0$, es 0 y, en la superficie derecha, en $x = L$, es M. Note que el ancho del elemento de volumen para cualquiera de los dos nodos frontera es $\Delta x/2$.

La condición de frontera de **temperatura específica** es la condición más sencilla de este tipo con la cual tratar. Para una transferencia de calor unidimensional a través de una pared plana de espesor L, las *condiciones de frontera de temperatura específica*, tanto en la superficie izquierda como en la derecha, se pueden expresar como (figura 5-13)

$$T(0) = T_0 = \text{Valor específico}$$
$$T(L) = T_M = \text{Valor específico} \qquad \textbf{(5-19)}$$

donde T_0 y T_m son las temperaturas específicas en $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Por lo tanto, se incorporan las condiciones de frontera de temperatura

específica simplemente al asignar las temperaturas superficiales dadas a los nodos frontera. En este caso no se necesita escribir un balance de energía, a menos que se decida determinar la velocidad de la transferencia de calor hacia el medio, o hacia afuera de él, después de que se determinan las temperaturas en los nodos interiores.

Cuando se especifican otras condiciones de frontera, tales como *flujo especificado de calor*, *convección*, *radiación,* o *convección y radiación combinadas*, se obtiene la ecuación en diferencias finitas para el nodo en esa frontera al escribir un *balance de energía* sobre el elemento de volumen en la frontera. Una vez más, el balance de energía se expresa como

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = 0 \tag{5-20}$$

para la transferencia de calor en condiciones *estacionarias*. De nuevo, por conveniencia en la formulación, se supone que toda la transferencia de calor es *hacia* el elemento de volumen desde todas las superficies, excepto para el flujo específico de calor, dado que su dirección ya está determinada. El flujo específico de calor se toma como una cantidad *positiva* si es hacia el medio, y como *negativa* si es hacia afuera del medio. Entonces la formulación en diferencias finitas en el nodo $m = 0$ (en la frontera izquierda donde $x = 0$) de una pared plana de espesor L, durante la conducción de calor unidimensional en estado estacionario se puede expresar como (figura 5-14)

$$\dot{Q}_{\text{superficie izquierda}} + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-21}$$

donde $A\Delta x/2$ es el *volumen* del elemento de volumen (note que el elemento de frontera tiene la mitad del espesor), $\dot{e}_0$ es la razón de la generación de calor por unidad de volumen (en W/m^3) en $x = 0$, y A es el área de transferencia de calor, la cual es constante para una pared plana. Note que en el denominador del segundo término se tiene Δx en lugar de $\Delta x/2$. Esto se debe a que la razón en ese término comprende la diferencia de temperatura entre los nodos 0 y 1 y, por lo tanto, se debe usar la distancia entre esos dos nodos, la cual es Δx.

A partir de la ecuación 5-21 se puede obtener la forma en diferencias finitas de varias condiciones de frontera, al reemplazar $\dot{Q}_{\text{superficie izquierda}}$ por una expresión apropiada. En seguida se hace esto para varias condiciones de frontera en la frontera izquierda.

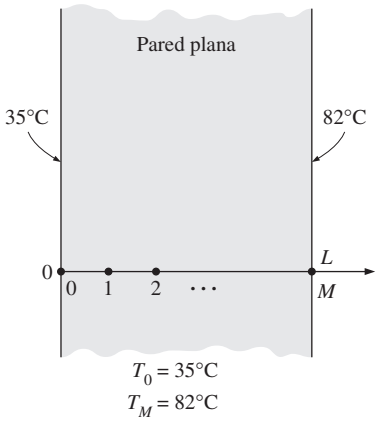


FIGURA 5-13
Formulación en diferencias finitas de las condiciones de frontera de temperatura específica sobre las dos superficies de una pared plana.

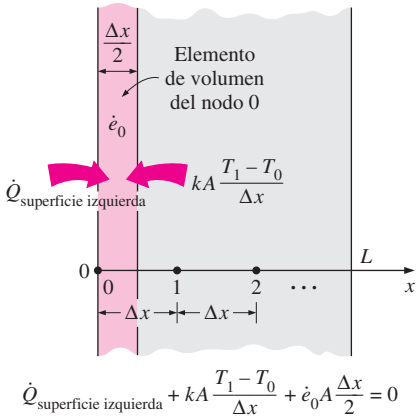


FIGURA 5-14
Esquema para la formulación en diferencias finitas del nodo frontera de la izquierda de una pared plana.

1. Condición de frontera de flujo de calor específico

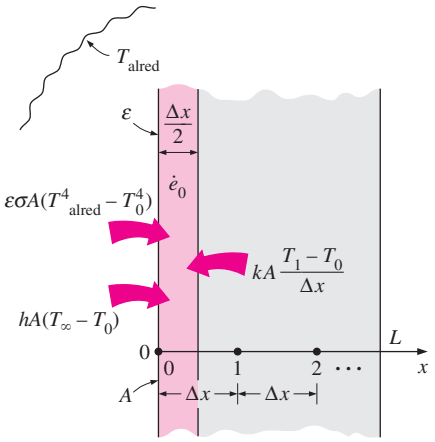
$$\dot{q}_0 A + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-22}$$

Caso especial: **frontera aislada** ($\dot{q}_0 = 0$)

$$kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-23}$$

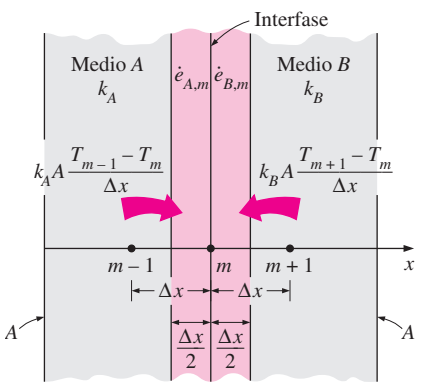
2. Condición de frontera de convección

$$hA(T_\infty - T_0) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-24}$$



$$hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T^4_{alred} - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0 A\frac{\Delta x}{2} = 0$$

FIGURA 5-15
Esquema para la formulación en diferencias finitas de la convección y radiación combinadas sobre la frontera izquierda de una pared plana.



$$k_A A\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k_B A\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_{A,m}A\frac{\Delta x}{2} + \dot{e}_{B,m}A\frac{\Delta x}{2} = 0$$

FIGURA 5-16
Esquema para la formulación en diferencias finitas de la condición de frontera de interfase para dos medios A y B que están en contacto térmico perfecto.

3. Condición de frontera de radiación

$$\varepsilon\sigma A(T^4_{alred} - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-25)}$$

4. Condición de frontera de convección y radiación combinadas (figura 5-15)

$$hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T^4_{alred} - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-26)}$$

o bien,

$$h_{combinado}A(T_\infty - T_0) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-27)}$$

5. Condición de frontera de convección, radiación y flujo de calor combinados

$$\dot{q}_0 A + hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T^4_{alred} - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-28)}$$

6. Condición de frontera de interfase Se supone que dos medios sólidos diferentes A y B están en contacto perfecto y, por consiguiente, a la misma temperatura en la interfase en el nodo m (figura 5-16). Los subíndices A y B indican propiedades de los medios A y B, respectivamente.

$$k_A A\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k_B A\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_{A,m}(A\Delta x/2) + \dot{e}_{B,m}(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-29)}$$

En estas relaciones, $\dot{q}_0$ es el flujo específico de calor, en W/m^2, h es el coeficiente de convección, $h_{combinado}$ es el coeficiente combinado de convección y radiación, T_∞ es la temperatura del medio circundante, T_{alred} es la temperatura de las superficies circundantes, ε es la emisividad de la superficie y σ es la constante de Stefan-Boltzman. También se pueden usar las relaciones anteriores para el nodo M sobre la frontera derecha, al reemplazar el subíndice "0" por "M" y el subíndice "1" por "$M - 1$".

Nótese que en los cálculos de transferencia de calor por radiación deben usarse *temperaturas absolutas* y expresarlas en K o R, cuando en una condición de frontera interviene la radiación, para evitar equivocaciones. Incluso en las soluciones numéricas es común que se intente evitar la *condición de frontera de radiación*, ya que hace que las ecuaciones en diferencias finitas sean *no lineales*, las cuales son más difíciles de resolver.

Tratamiento de los nodos en una frontera aislada como nodos interiores: el concepto de imagen especular

Una manera de obtener la formulación en diferencias finitas de un nodo sobre una frontera aislada es tratar el aislamiento como flujo de calor "cero" y escribir un balance de energía como el hecho en la ecuación 5-23. Otra manera, y más práctica, es tratar el nodo sobre una frontera aislada como uno interior. Desde el punto de vista conceptual, esto se realiza al reemplazar el aislamiento sobre la frontera por un *espejo* y considerar la reflexión del medio como su extensión (figura 5-17). De esta manera, el siguiente nodo al nodo frontera aparece en ambos lados de este último debido a la simetría, al convertirlo en un nodo interior. Entonces, mediante la fórmula general (ecuación 5-18) pa-

ra un nodo interior, la cual comprende la suma de las temperaturas de los nodos adjuntos menos el doble de la temperatura del nodo, la formulación en diferencias finitas de un nodo en $m = 0$ sobre la frontera aislada de una pared plana se puede expresar como

$$\frac{T_{m+1} - 2T_m + T_{m-1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{T_1 - 2T_0 + T_1}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_0}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-30)}$$

la cual es equivalente a la ecuación 5-23, obtenida por el procedimiento del balance de energía.

También se puede usar el enfoque de la imagen especular para los problemas que poseen simetría térmica, al reemplazar el plano de simetría por un espejo. De modo alternativo, se puede sustituir el plano de simetría por aislamiento y considerar sólo la mitad del medio en la solución. La solución en la otra mitad del medio es simplemente la imagen especular de la solución obtenida.

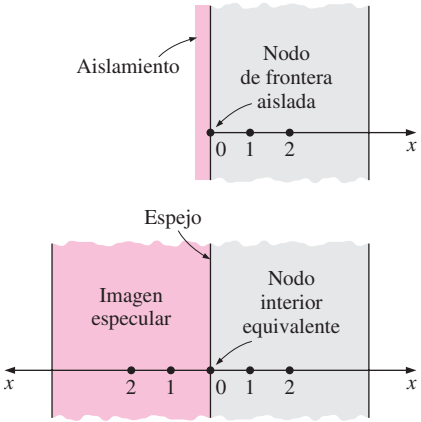


FIGURA 5-17
Un nodo en una frontera aislada se puede tratar como un nodo interior al reemplazar el aislamiento por un espejo.

EJEMPLO 5-1 **Conducción de calor en estado estacionario en una placa grande de uranio**

Considere una placa grande de uranio de espesor $L = 4$ cm y conductividad térmica $k = 28$ W/m · °C en la cual se genera calor de manera uniforme a una velocidad constante de $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m³. Uno de los lados de la placa se mantiene a 0°C por medio de agua con hielo, mientras que el otro está sujeto a convección hacia un medio ambiente a $T_\infty = 30$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 45$ W/m² · °C, como se muestra en la figura 5-18. Si considera un total de tres nodos igualmente espaciados en el medio, dos en las fronteras y uno a la mitad, estime la temperatura de la superficie expuesta de la placa en condiciones estacionarias, mediante el procedimiento de diferencias finitas.

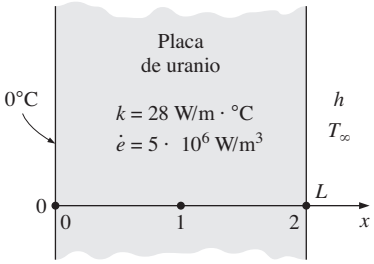


FIGURA 5-18
Esquema para el ejemplo 5-1.

SOLUCIÓN Una placa de uranio está sujeta a una temperatura específica en uno de sus lados y a convección en el otro. Se debe determinar numéricamente la temperatura superficial desconocida de la placa, mediante tres nodos igualmente espaciados.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la pared es estacionaria, puesto que no se tiene indicación de algún cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, dado que la placa es grande en relación con su espesor. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades La conductividad térmica se da como $k = 28$ W/m · °C.

Análisis Se especifica que el número de nodos es $M = 3$ y se ha elegido que estén en las dos superficies de la placa y en el punto medio, como se muestra en la figura. Entonces el espaciamiento nodal Δx queda

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.04 \text{ m}}{3-1} = 0.02 \text{ m}$$

Se numeran los nodos como 0, 1 y 2. Se dice que la temperatura en el nodo 0 es $T_0 = 0$°C y se debe determinar las que se tienen en los nodos 1 y 2. Este problema está relacionado sólo con dos temperaturas nodales desconocidas y, como consecuencia, sólo se necesitan tener dos ecuaciones para determinarlas de manera única. Estas ecuaciones se obtienen mediante la aplicación del método de las diferencias finitas a los nodos 1 y 2.

El nodo 1 es interno y la formulación en diferencias finitas en él se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-18, mediante $m = 1$:

$$\frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_1}{k} = 0 \;\rightarrow\; \frac{0 - 2T_1 + T_2}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_1}{k} = 0 \;\rightarrow\; 2T_1 - T_2 = \frac{\dot{e}_1 \Delta x^2}{k} \tag{1}$$

El 2 es un nodo frontera sujeto a convección y la formulación en diferencias finitas en ese nodo se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen de espesor $\Delta x/2$ en esa frontera, si se supone que la transferencia de calor es hacia el medio en todos los lados:

$$hA(T_\infty - T_2) + kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2(A\Delta x/2) = 0$$

Al cancelar el área de transferencia de calor A y reacomodar da

$$T_1 - \left(1 + \frac{h\Delta x}{k}\right)T_2 = -\frac{h\Delta x}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{2k} \tag{2}$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema de dos ecuaciones con las dos incógnitas T_1 y T_2. Si se sustituyen las cantidades dadas y se simplifica da

$$2T_1 - T_2 = 71.43 \qquad \text{(en °C)}$$
$$T_1 - 1.032T_2 = -36.68 \qquad \text{(en °C)}$$

Éste es un sistema de dos ecuaciones algebraicas con dos incógnitas y se puede resolver con facilidad por el método de eliminación. Al despejar T_1 en la primera ecuación y sustituir en la segunda se llega a una ecuación en T_2 cuya solución es

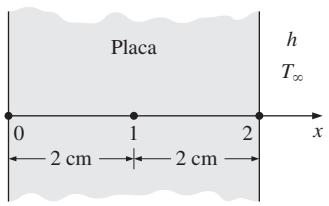
$$T_2 = \mathbf{136.1°C}$$

Ésta es la temperatura de la superficie expuesta a la convección, la cual es el resultado deseado. La sustitución de este resultado en la primera ecuación da $T_1 = 103.8$°C, que es la temperatura en el punto medio de la placa.

Discusión La finalidad de este ejemplo es demostrar el uso del método de las diferencias finitas con cálculos mínimos y la precisión del resultado no fue una preocupación importante. Pero el lector podría preguntarse cuán preciso es el resultado obtenido. Después de todo, se usa una malla de sólo tres nodos para la placa completa, lo cual parece ser un tanto burdo. Este problema se puede resolver analíticamente, como se describió en el capítulo 2, y se puede demostrar que la solución analítica (exacta) es

$$T(x) = \frac{0.5\dot{e}hL^2/k + \dot{e}L + T_\infty h}{hL + k}x - \frac{\dot{e}x^2}{2k}$$

Al sustituir las cantidades dadas, se determina que la temperatura de la superficie expuesta de la placa, en $x = L = 0.04$ m, es 136.0°C, que es semejante al resultado obtenido en el desarrollo anterior, con el método aproximado de diferencias finitas (figura 5-19). Por lo tanto, con los métodos numéricos se pueden obtener resultados muy precisos mediante un número limitado de nodos.



Solución de diferencias finitas:

$T_2 = 136.1$°C

Solución exacta:

$T_2 = 136.0$°C

FIGURA 5-19
A pesar de ser de naturaleza aproximada, se pueden obtener resultados muy precisos mediante los métodos numéricos.

EJEMPLO 5-2 Transferencia de calor desde aletas triangulares

Considere una aleta de aleación de aluminio (k = 180 W/m · °C), de sección transversal triangular, con longitud L = 5 cm, espesor de la base b = 1 cm y ancho w muy grande, como se muestra en la figura 5-20. La base de la aleta se mantiene a una temperatura de T_0 = 200°C. La aleta pierde calor hacia el medio circundante que está a T_∞ = 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 15 W/m^2 · °C. Mediante el método de las diferencias finitas con seis nodos igualmente espaciados a lo largo de la aleta, en la dirección x, determine *a*) las temperaturas en los nodos, *b*) la razón de la transferencia de calor desde la aleta para w = 1 m, y *c*) la eficiencia de la aleta.

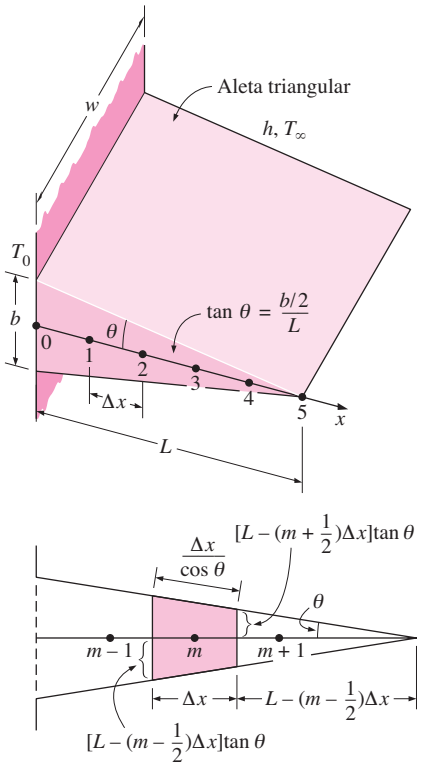


FIGURA 5-20
Esquema para el ejemplo 5-2 y el elemento de volumen de un nodo interior general de la aleta.

SOLUCIÓN Se considera una aleta triangular larga sujeta a una superficie. Se deben determinar numéricamente las temperaturas nodales, la razón de la transferencia de calor y la eficiencia de la aleta mediante seis nodos igualmente espaciados.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no se tiene indicación de algún cambio con el tiempo. **2** La temperatura a lo largo de la aleta varía sólo en la dirección x. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Se dice que la conductividad térmica es k = 180 W/m · °C.

Análisis *a*) Se especifica que el número de nodos en la aleta es M = 6 y su ubicación es como se muestra en la figura. Entonces el espaciamiento nodal Δx queda

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.05\text{ m}}{6-1} = 0.01\text{ m}$$

La temperatura en el nodo 0 es T_0 = 200°C y se deben determinar las temperaturas en los cinco nodos restantes. Por lo tanto, se necesitan tener cinco ecuaciones con el fin de determinarlas de manera única. Los nodos 1, 2, 3 y 4 son interiores y se obtiene la formulación en diferencias finitas para un nodo interior general m mediante un balance de energía sobre el elemento de volumen de este nodo. Dado que la transferencia de calor es estacionaria, es decir, no se tiene generación de calor en la aleta y se supone que la transferencia de calor es hacia el medio en todos los lados, el balance de energía se puede expresar como

$$\sum_{\substack{\text{Todos}\\ \text{los lados}}} \dot{Q} = 0 \rightarrow kA_{\text{izquierda}}\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x} + kA_{\text{derecha}}\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x} + hA_{\text{conv}}(T_\infty - T_m) = 0$$

Note que, en este caso, las áreas de transferencia de calor son diferentes para cada nodo y, mediante relaciones geométricas, se pueden expresar como

$$A_{\text{izquierda}} = (\text{Altura} \times \text{Ancho})_{@m-\frac{1}{2}} = 2w[L-(m-1/2)\Delta x]\tan\theta$$
$$A_{\text{derecha}} = (\text{Altura} \times \text{Ancho})_{@m+\frac{1}{2}} = 2w[L-(m+1/2)\Delta x]\tan\theta$$
$$A_{\text{conv}} = 2 \times \text{Longitud} \times \text{Ancho} = 2w(\Delta x/\cos\theta)$$

Al sustituir

$$2kw[L-(m-\tfrac{1}{2})\Delta x]\tan\theta\,\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x}$$
$$+\,2kw[L-(m+\tfrac{1}{2})\Delta x]\tan\theta\,\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x} + h\,\frac{2w\Delta x}{\cos\theta}(T_\infty - T_m) = 0$$

Al dividir cada término entre $2kwL \tan\theta/\Delta x$ da

$$\left[1-(m-\tfrac{1}{2})\frac{\Delta x}{L}\right](T_{m-1}-T_m)+\left[1-(m+\tfrac{1}{2})\frac{\Delta x}{L}\right](T_{m+1}-T_m)$$
$$+\frac{h(\Delta x)^2}{kL\,\text{sen}\,\theta}(T_\infty-T_m)=0$$

Note que

$$\tan\theta=\frac{b/2}{L}=\frac{0.5\text{ cm}}{5\text{ cm}}=0.1\quad\rightarrow\quad\theta=\tan^{-1}0.1=5.71°$$

Asimismo, sen 5.71° = 0.0995. Entonces, la sustitución de las cantidades conocidas da

$$(5.5-m)T_{m-1}-(10.008-2m)T_m+(4.5-m)T_{m+1}=-0.209$$

Ahora, al sustituir m por 1, 2, 3 y 4 se llega a estas ecuaciones en diferencias finitas para los nodos interiores:

$$m=1:\quad -8.008T_1+3.5T_2=-900.209 \qquad \textbf{(1)}$$
$$m=2:\quad 3.5T_1-6.008T_2+2.5T_3=-0.209 \qquad \textbf{(2)}$$
$$m=3:\quad 2.5T_2-4.008T_3+1.5T_4=-0.209 \qquad \textbf{(3)}$$
$$m=4:\quad 1.5T_3-2.008T_4+0.5T_5=-0.209 \qquad \textbf{(4)}$$

La ecuación en diferencias finitas para el nodo 5 frontera se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen de longitud $\Delta x/2$ en esa frontera, si se supone de nuevo que la transferencia de calor es hacia el medio en todos los lados (figura 5-21):

$$kA_{\text{izquierda}}\frac{T_4-T_5}{\Delta x}+hA_{\text{conv}}(T_\infty-T_5)=0$$

donde

$$A_{\text{izquierda}}=2w\frac{\Delta x}{2}\tan\theta \qquad \text{y} \qquad A_{\text{conv}}=2w\frac{\Delta x/2}{\cos\theta}$$

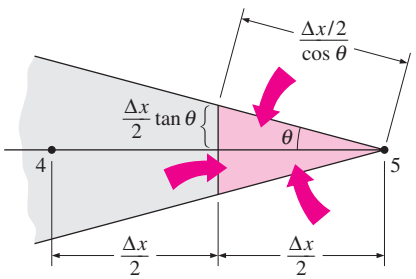


FIGURA 5-21
Esquema del elemento de volumen del nodo 5 en la punta de una aleta triangular.

Al cancelar w en todos los términos y sustituir las cantidades conocidas da

$$T_4-1.008T_5=-0.209 \qquad \textbf{(5)}$$

Las ecuaciones (1) a (5) forman un sistema lineal de cinco ecuaciones algebraicas con cinco incógnitas. Resolviéndolas en forma simultánea, utilizando un programa para resolver ecuaciones, da

$$T_1=\mathbf{198.6°C}\qquad T_2=\mathbf{197.1°C}\qquad T_3=\mathbf{195.7°C}$$
$$T_4=\mathbf{194.3°C}\qquad T_5=\mathbf{192.9°C}$$

que es la solución deseada para las temperaturas nodales.

b) La razón total de la transferencia de calor es simplemente la suma de la transferencia de calor desde cada elemento de volumen hacia el ambiente, y para $w = 1$ m, se determina a partir de

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \sum_{m=0}^{5} \dot{Q}_{\text{elemento, } m} = \sum_{m=0}^{5} hA_{\text{conv, } m}(T_m - T_\infty)$$

Puesto que el área superficial de transferencia de calor es $w\Delta x/\cos\theta$ para los nodos frontera 0 y 5, y el doble de grande para los nodos interiores 1, 2, 3 y 4, se tiene

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{aleta}} &= h\frac{w\Delta x}{\cos\theta}[(T_0 - T_\infty) + 2(T_1 - T_\infty) + 2(T_2 - T_\infty) + 2(T_3 - T_\infty) \\ &\quad + 2(T_4 - T_\infty) + (T_5 - T_\infty)] \\ &= h\frac{w\Delta x}{\cos\theta}[T_0 + 2(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) + T_5 - 10T_\infty]°\text{C} \\ &= (15\ \text{W/m}^2\cdot°\text{C})\frac{(1\ \text{m})(0.01\ \text{m})}{\cos 5.71°}[200 + 2\times 785.7 + 192.9 - 10\times 25]°\text{C} \\ &= \mathbf{258.4\ W}\end{aligned}$$

c) Si la aleta completa estuviera a la temperatura de la base de $T_0 = 200°\text{C}$, la razón total de transferencia de calor desde la aleta, para $w = 1$, sería

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= hA_{\text{aleta, total}}(T_0 - T_\infty) = h(2wL/\cos\theta)(T_0 - T_\infty) \\ &= (15\ \text{W/m}^2\cdot°\text{C})[2(1\ \text{m})(0.05\ \text{m})/\cos 5.71°](200 - 25)°\text{C} \\ &= 263.8\ \text{W}\end{aligned}$$

Entonces la eficiencia de la aleta se determina a partir de

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{258.4\ \text{W}}{263.8\ \text{W}} = \mathbf{0.98}$$

lo cual es menos que 1, como era de esperarse. También en este caso se pudo determinar la eficiencia de la aleta a partir de la curva apropiada de eficiencia de la misma, dada en el capítulo 3, la cual se basa en la solución analítica. Se leería 0.98 para la eficiencia de la aleta, valor que es idéntico al antes determinado numéricamente.

La formulación en diferencias finitas de los problemas de conducción de calor en estado estacionario suelen conducir a un sistema de N ecuaciones algebraicas en N temperaturas nodales desconocidas que es necesario resolver en forma simultánea. Cuando N es pequeño (como 2 o 3), se puede aplicar el *método* elemental *de eliminación*, con el fin de desechar todas las incógnitas, excepto una, y a continuación despejar esa incógnita (véase el ejemplo 5-1). En seguida, se determinan las otras incógnitas por sustitución hacia atrás. Cuando N es grande, que es el caso más usual, el método de eliminación no resulta práctico y se necesita usar un procedimiento más sistemático que se pueda adaptar a las computadoras.

Se dispone de numerosos procedimientos sistemáticos en la literatura y se clasifican en términos generales como métodos **directos** e **iterativos**. Los métodos directos se basan en un número fijo de pasos bien definidos que conducen a la solución de una manera sistemática. Por otra parte, los métodos iterativos se basan en una conjetura inicial para la solución que se refina por iteración hasta que se satisface un criterio específico de convergencia (figura 5-22). Los métodos directos suelen requerir una gran cantidad de memoria de computadora y tiempo de computación y son más apropiados para sistemas

Métodos directos:
Se resuelven de una manera sistemática, al seguir una serie de pasos bien definidos.
Métodos iterativos:
Arrancan con una conjetura inicial para la solución y se realizan iteraciones hasta que se converge en una solución.

FIGURA 5-22
Dos categorías generales de métodos de solución para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas.

con un número más o menos pequeño de ecuaciones. Las necesidades de memoria de computadora para los métodos iterativos son mínimas y, por consiguiente, suelen preferirse para los sistemas grandes. Sin embargo, la convergencia de los métodos iterativos hacia la solución deseada puede plantear un problema.

Uno de los métodos iterativos más simples es la iteración de *Gauss-Seidel*. El método aplicado a un sistema de N ecuaciones algebraicas en N temperaturas nodales consiste en el siguiente procedimiento: 1) escriba las ecuaciones en diferencias finitas de manera explícita para cada nodo (la temperatura nodal a la izquierda y todos los demás términos a la derecha de la ecuación), 2) formule una suposición inicial razonable para cada temperatura nodal desconocida, 3) utilice las ecuaciones explícitas para calcular los nuevos valores de cada temperatura nodal, *siempre utilice los valores más recientes de la temperatura para cada nodo del lado derecho de la ecuación explícita en diferencias finitas* y 4) repita el procedimiento hasta lograr la convergencia dentro de algún margen de error tolerable (es decir, cuando se satisface un criterio de convergencia específico). El método se ilustra en la tabla 5-2 donde se resuelven las ecuaciones en diferencias finitas para las cinco temperaturas nodales presentadas en el ejemplo 5-2. Como se muestra en la tabla 5-2, la primera fila contiene los supuestos iniciales para las temperaturas nodales. Tras sustituir los valores en las ecuaciones explícitas, se obtienen los resultados presentados en la segunda fila y así sucesivamente. Se considera que las temperaturas nodales convergen por la quinta iteración, dado que las iteraciones sexta y séptima no presentan ningún cambio para las temperaturas. Al comparar con las temperaturas calculadas en el ejemplo 5-2, inciso *a*), las temperaturas obtenidas mediante el método iterativo de Gauss-Seidel están dentro del acuerdo de 0.3°C. Esta discrepancia mínima entre los dos métodos se debe al *error de redondeo* (es decir, por realizar cálculos con un número limitado de cifras).

TABLA 5-2

Aplicación del método iterativo *Gauss-Seidel* para las ecuaciones en diferencias finitas del ejemplo 5-2.

Ecuaciones en diferencias finitas en forma explícita

$T_1 = 0.4371T_2 + 112.4137$
$T_2 = 0.5826T_1 + 0.4161T_3 + 0.0348$
$T_3 = 0.6238T_2 + 0.3743T_4 + 0.0521$
$T_4 = 0.7470T_3 + 0.2490T_5 + 0.1041$
$T_5 = 0.9921T_4 + 0.2073$

Iteración	Temperatura nodal °C				
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
Suposición inicial	195.0	195.0	195.0	195.0	195.0
1	197.6	196.3	195.5	194.7	193.4
2	198.2	196.9	195.8	194.5	193.2
3	198.5	197.2	195.9	194.5	193.2
4	198.6	197.3	195.9	194.5	193.2
5	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2
6	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2
7	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2

5-4 ▪ CONDUCCIÓN BIDIMENSIONAL DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO

En la sección 5-3 se consideró la conducción unidimensional de calor y se supuso que la conducción en otras direcciones era despreciable. Muchos problemas de transferencia de calor que se encuentran en la práctica se pueden aproximar como si fueran unidimensionales, pero éste no siempre es el caso. A veces también se necesita considerar transferencia de calor en otras direcciones, cuando la variación de temperatura en esas direcciones es significativa. En esta sección se considera la formulación numérica y la solución de la conducción bidimensional de calor en estado estacionario en coordenadas rectangulares, mediante el método de diferencias finitas. El procedimiento que se presenta a continuación se puede extender hacia los casos tridimensionales.

Considere una *región rectangular* en la cual la conducción de calor es significativa en las direcciones x y y. Divida ahora el plano x-y de la región en una malla rectangular de puntos nodales con espacios Δx y Δy en las direcciones x y y, respectivamente, como se muestra en la figura 5-23, y considere una profundidad unitaria de $\Delta z = 1$ en la dirección z. El objetivo es determinar las temperaturas en los nodos y resulta conveniente numerarlos y describir su posición por los números, en lugar de las coordenadas reales. Un esquema lógico de numeración para los problemas bidimensionales es la *notación de subíndice doble* (m, n), donde $m = 0, 1, 2, \ldots, M$ es el conteo de los nodos en la dirección x y $n = 0, 1, 2, \ldots, N$ es el conteo de los mismos en la dirección y. Las coordenadas del nodo (m, n) son simplemente $x = m\Delta x$ y $y = n\Delta y$, y la temperatura en el nodo (m, n) se denota por $T_{m,n}$.

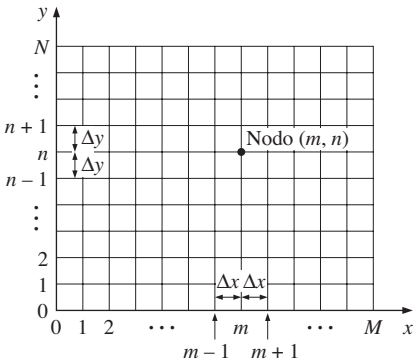


FIGURA 5-23
Red nodal para la formulación en diferencias finitas de la conducción bidimensional, en coordenadas rectangulares.

Considere ahora un *elemento de volumen* de tamaño $\Delta x \times \Delta y \times 1$, con centro en un nodo interior general (m, n), en una región en la que el calor se genera con una razón de $\dot{e}$ y la conductividad térmica k es constante, como se muestra en la figura 5-24. Una vez más, si se supone que la dirección de la conducción de calor es *hacia* el nodo que se está considerando, en todas las superficies, el balance de energía sobre el elemento de volumen se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de la conducción de}\\ \text{calor en las superficies izquierda,}\\ \text{superior, derecha e inferior}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \text{generación del calor}\\ \text{dentro del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de cambio}\\ \text{del contenido de}\\ \text{energía del elemento}\end{pmatrix}$$

o bien,

$$\dot{Q}_{\text{cond, izquierda}} + \dot{Q}_{\text{cond, superior}} + \dot{Q}_{\text{cond, derecha}} + \dot{Q}_{\text{cond, inferior}} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = 0 \quad \textbf{(5-31)}$$

para el caso *estacionario*. De nuevo, si se supone que las temperaturas entre los nodos adyacentes varían linealmente y se nota que el área de transferencia de calor es $A_x = \Delta y \times 1 = \Delta y$, en la dirección x, y $A_y = \Delta x \times 1 = \Delta x$, en la dirección y, la relación de balance de energía antes dada queda

$$k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} + k\Delta y \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} + \dot{e}_{m,n}\,\Delta x\,\Delta y = 0 \quad \textbf{(5-32)}$$

Al dividir cada término entre $\Delta x \times \Delta y$ y simplificar da

$$\frac{T_{m-1,n} - 2T_{m,n} + T_{m+1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n-1} - 2T_{m,n} + T_{m,n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0 \quad \textbf{(5-33)}$$

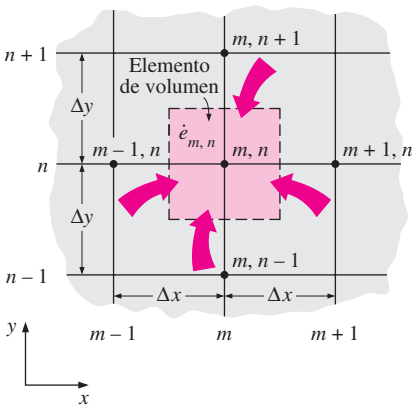


FIGURA 5-24
Elemento de volumen de un nodo interior general (m, n) para la conducción bidimensional en coordenadas rectangulares.

para $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N - 1$. Esta ecuación es idéntica a la ecuación 5-12 obtenida con anterioridad al reemplazar las derivadas de la ecuación diferencial por diferencias para un nodo interior (m, n). De nuevo, una región rectangular con M nodos igualmente espaciados en la dirección x y N nodos igualmente espaciados en la dirección y tiene un total de $(M + 1)(N + 1)$ nodos y se puede usar la ecuación 5-33 para obtener las ecuaciones en diferencias finitas en todos los nodos interiores.

En el análisis con diferencias finitas por lo común se usa, por sencillez, una **malla cuadrada** (excepto cuando las magnitudes de los gradientes de temperatura en las direcciones x y y son muy diferentes) y, por lo tanto, Δx y Δy se consideran iguales. Entonces $\Delta x = \Delta y = l$ y la relación antes dada se simplifica a

$$T_{m-1,n} + T_{m+1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n} + \frac{\dot{e}_{m,n} l^2}{k} = 0 \qquad (5\text{-}34)$$

Es decir, la formulación en diferencias finitas de un nodo interior se obtiene al *sumar las temperaturas de los cuatro vecinos más cercanos* del nodo, *menos el cuádruplo de la temperatura del propio* nodo *y más el término de generación de calor.* También se puede expresar en la forma que sigue, la cual es fácil de recordar:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{superior}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{inferior}} - 4T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = 0 \qquad (5\text{-}35)$$

Cuando no se tiene generación de calor en el medio, la ecuación en diferencias finitas para un nodo interior todavía se simplifica más a $T_{\text{nodo}} = (T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}})/4$, *la cual tiene la interpretación interesante de que la temperatura de cada* nodo *interior es el promedio aritmético de las temperaturas de los cuatro* nodos *vecinos.* Esta proposición también se cumple para los problemas tridimensionales, excepto que, en ese caso, los nodos interiores tendrán seis nodos vecinos en lugar de cuatro.

Nodos frontera

El desarrollo de la formulación en diferencias finitas de los nodos *frontera* en los problemas bidimensionales (o tridimensionales) es semejante al realizado en el caso unidimensional descrito al principio. Una vez más, la región se divide entre los nodos mediante la formación de *elementos de volumen* alrededor de ellos y se escribe un *balance de energía* para cada nodo frontera. Como se discutió para una pared plana, se pueden manejar varias condiciones de frontera, excepto que los elementos de volumen en el caso bidimensional comprenden transferencia de calor en la *dirección y* así como en la *dirección x*. Las superficies aisladas todavía se conciben como "espejos" y se puede usar el concepto de imagen especular con el fin de tratar los nodos sobre fronteras aisladas como nodos interiores.

Para la transferencia de calor en condiciones *estacionarias*, la ecuación básica que se debe tener presente al escribir un *balance de energía* sobre un elemento de volumen es (figura 5-25)

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{e}V_{\text{elemento}} = 0 \qquad \textbf{(5-36)}$$

sea el problema unidimensional, bidimensional o tridimensional. De nuevo, por conveniencia en la formulación, se supone que toda la transferencia de calor es *hacia* el elemento de volumen desde todas las superficies excepto para el flujo específico de calor, cuya dirección está ya determinada. Esto se demuestra en el ejemplo 5-3 para varias condiciones de frontera.

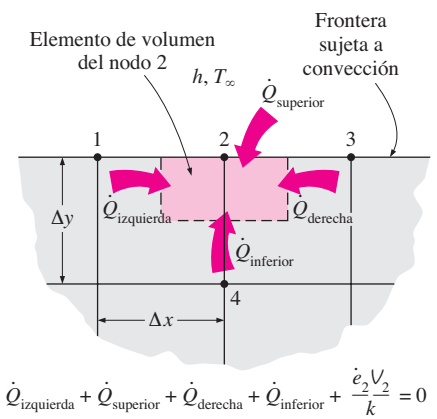


FIGURA 5-25
La formulación en diferencias finitas de un nodo frontera se obtiene al escribir un balance de energía sobre su elemento de volumen.

EJEMPLO 5-3 Conducción bidimensional de calor en estado estacionario en barras en L

Considere la transferencia de calor en estado estacionario en un cuerpo sólido con forma en L, cuya sección transversal se da en la figura 5-26. La transferencia de calor en la dirección perpendicular al plano del papel es despreciable y, por consiguiente, la transferencia de calor en el cuerpo es bidimensional. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 15$ W/m · °C y se genera calor en éste con una velocidad de $\dot{e} = 2 \times 10^6$ W/m³. La superficie izquierda del cuerpo está aislada y la inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 90°C. La superficie superior completa está sujeta a convección hacia el aire ambiental a $T_\infty = 25$°C, con un coeficiente de convección de $h = 80$ W/m² · °C, y la superficie derecha está sujeta a flujo de calor con una velocidad uniforme de $\dot{q}_R = 5\,000$ W/m². La red nodal del problema consta de 15 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.2$ cm, como se muestra en la figura. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, como consecuencia, sus temperaturas se conocen. Obtenga las ecuaciones en diferencias finitas en los nueve nodos restantes y determine las temperaturas nodales al resolverlas.

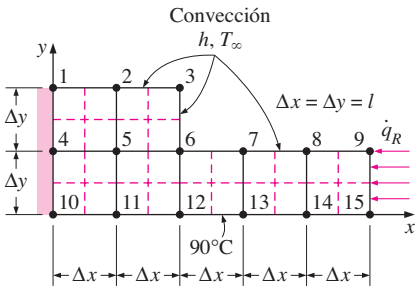


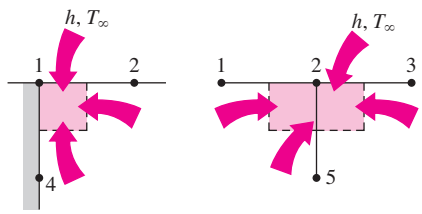
FIGURA 5-26
Esquema para el ejemplo 5-3 y la red nodal (las fronteras de los elementos de volumen de los nodos se indican mediante líneas punteadas).

SOLUCIÓN Se considera la transferencia de calor en una barra sólida larga con forma de L, con condiciones de frontera específicas. Con el método de diferencias finitas se deben determinar las nueve temperaturas nodales desconocidas.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria y bidimensional, como se expresa. **2** La conductividad térmica es constante. **3** La generación de calor es uniforme. **4** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Se dice que la conductividad térmica es $k = 15$ W/m · °C.

Análisis Se observa que todos los nodos son frontera, excepto el 5, que es interior. Por lo tanto, se tiene que apoyar en los balances de energía para obtener las ecuaciones en diferencias finitas. Pero, en principio, se forman los elementos de volumen al dividir la región entre los nodos de manera equitativa, al trazar líneas punteadas entre los nodos. Si se considera que el elemento de volumen representado por un nodo interior es de *tamaño completo* (es decir, $\Delta x \times \Delta y \times 1$), entonces el elemento de volumen representado por un nodo frontera común, como el 2, se convierte en uno de *mitad de tamaño* (es decir, $\Delta x \times \Delta y/2 \times 1$) y el de un nodo de esquina, como el 1, es de un *cuarto de tamaño* (es decir, $\Delta x/2 \times \Delta y/2 \times 1$). Se tiene presente la ecuación 5-36 para el balance de energía, las ecuaciones en diferencias finitas para cada uno de los nueve nodos se obtienen como sigue:



a) Nodo 1 *b*) Nodo 2

FIGURA 5-27
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.

a) Nodo 1. El elemento de volumen de este nodo de esquina está aislado a la izquierda y sujeto a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha e inferior. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-27*a*)]

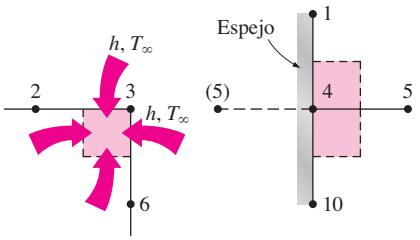
$$0 + h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_1) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_4 - T_1}{\Delta y} + \dot{e}_1\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Al tomar $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$-\left(2 + \frac{hl}{k}\right)T_1 + T_2 + T_4 = -\frac{hl}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_1 l^2}{2k}$$

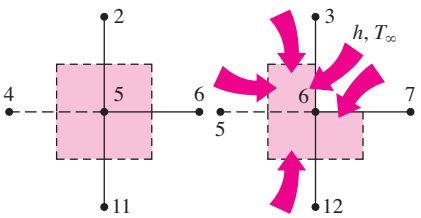
b) Nodo 2. El elemento de volumen de este nodo frontera está sujeto a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha, inferior e izquierda. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-27*b*)]

$$h\Delta x(T_\infty - T_2) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_3 - T_2}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_5 - T_2}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2\Delta x\frac{\Delta y}{2} = 0$$



a) Nodo 3 *b*) Nodo 4

FIGURA 5-28
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 3 y 4.



a) Nodo 5 *b*) Nodo 6

FIGURA 5-29
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 5 y 6.

Al tomar $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_1 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right) T_2 + T_3 + 2T_5 = -\frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}$$

c) Nodo 3. El elemento de volumen de este nodo de esquina está sujeto a convección en las superficies superior y derecha, y a conducción en las superficies inferior e izquierda. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-28*a*)]

$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_3) + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_6 - T_3}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2 - T_3}{\Delta x} + \dot{e}_3\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Al considerar $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_2 - \left(2 + \frac{2hl}{k}\right) T_3 + T_6 = -\frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_3 l^2}{2k}$$

d) Nodo 4. Este nodo está sobre la frontera aislada y se puede tratar como un nodo interior al reemplazar el aislamiento por un espejo. Esto pone una imagen reflejada del nodo 5 a la izquierda del 4. Dado que $\Delta x = \Delta y = l$, la relación del nodo interior general para el caso bidimensional de estado estacionario (ecuación 5-35) da [figura 5-28*b*)]

$$T_5 + T_1 + T_5 + T_{10} - 4T_4 + \frac{\dot{e}_4 l^2}{k} = 0$$

o bien, dado que $T_{10} = 90°C$,

$$T_1 - 4T_4 + 2T_5 = -90 - \frac{\dot{e}_4 l^2}{k}$$

e) Nodo 5. Éste es un nodo interior, y dado que $\Delta x = \Delta y = l$, la formulación en diferencias finitas de este nodo se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-35 como [figura 5-29*a*)]

$$T_4 + T_2 + T_6 + T_{11} - 4T_5 + \frac{\dot{e}_5 l^2}{k} = 0$$

o bien, dado que $T_{11} = 90°C$,

$$T_2 + T_4 - 4T_5 + T_6 = -90 - \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}$$

f) Nodo 6. El elemento de volumen de este nodo de esquina interior está sujeto a convección en la superficie expuesta con forma de *L* y a conducción en las otras superficies. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-29*b*)]

$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_6) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_7 - T_6}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{12} - T_6}{\Delta y}$$

$$+ k\Delta y\frac{T_5 - T_6}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_3 - T_6}{\Delta y} + \dot{e}_6\frac{3\Delta x\Delta y}{4} = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$ y dado que $T_{12} = 90°C$ se simplifica a

$$T_3 + 2T_5 - \left(6 + \frac{2hl}{k}\right) T_6 + T_7 = -180 - \frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}$$

g) Nodo 7. El elemento de volumen de este nodo frontera está sujeto a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha, inferior e izquierda. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-30*a*)]

$$h\Delta x(T_\infty - T_7) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_7}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{13} - T_7}{\Delta y}$$
$$+ k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6 - T_7}{\Delta x} + \dot{e}_7\Delta x\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$ y dado que $T_{13} = 90°C$ se simplifica a

$$T_6 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right) T_7 + T_8 = -180 - \frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_7 l^2}{k}$$

h) Nodo 8. Este nodo es idéntico al 7 y se puede obtener la formulación en diferencias finitas de aquel a partir del nodo 7 al desplazar en 1 los números de los nodos (es decir, reemplazar el subíndice m por $m + 1$). Esto da

$$T_7 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right) T_8 + T_9 = -180 - \frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_8 l^2}{k}$$

i) Nodo 9. El elemento de volumen de este nodo de esquina está sujeto a convección en la superficie superior, a flujo de calor en la superficie derecha y a conducción en las superficies inferior e izquierda. Un balance de energía sobre este elemento da [figura 5-30*b*)]

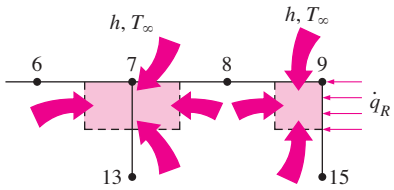
$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_9) + \dot{q}_R\frac{\Delta y}{2} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{15} - T_9}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_9}{\Delta x} + \dot{e}_9\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$ y dado que $T_{15} = 90°C$ se simplifica a

$$T_8 - \left(2 + \frac{hl}{k}\right) T_9 = -90 - \frac{\dot{q}_R l}{k} - \frac{hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_9 l^2}{2k}$$

Con esto se completa el desarrollo de la formulación en diferencias finitas para este problema. Al sustituir las cantidades dadas, el sistema de nueve ecuaciones para la determinación de las nueve temperaturas nodales desconocidas queda

$$\begin{aligned}
-2.064T_1 + T_2 + T_4 &= -11.2\\
T_1 - 4.128T_2 + T_3 + 2T_5 &= -22.4\\
T_2 - 2.128T_3 + T_6 &= -12.8\\
T_1 - 4T_4 + 2T_5 &= -109.2\\
T_2 + T_4 - 4T_5 + T_6 &= -109.2\\
T_3 + 2T_5 - 6.128T_6 + T_7 &= -212.0
\end{aligned}$$



a) Nodo 7 *b*) Nodo 9

FIGURA 5-30
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

$$T_6 - 4.128T_7 + T_8 = -202.4$$
$$T_7 - 4.128T_8 + T_9 = -202.4$$
$$T_8 - 2.064T_9 = -105.2$$

el cual es un sistema de nueve ecuaciones algebraicas con nueve incógnitas. Mediante un programa para resolver ecuaciones, se determina que es

$$T_1 = 112.1°C \qquad T_2 = 110.8°C \qquad T_3 = 106.6°C$$
$$T_4 = 109.4°C \qquad T_5 = 108.1°C \qquad T_6 = 103.2°C$$
$$T_7 = 97.3°C \qquad T_8 = 96.3°C \qquad T_9 = 97.6°C$$

Note que se tiene la temperatura más alta en el nodo 1 y la más baja en el 8. Esto resulta coherente con nuestras esperanzas, puesto que el nodo 1 es el más alejado de la superficie inferior, la cual se mantiene a 90°C y tiene un lado aislado, y el 8 tiene el área expuesta más grande con relación a su volumen, mientras al mismo tiempo está cercano a la superficie a 90°C.

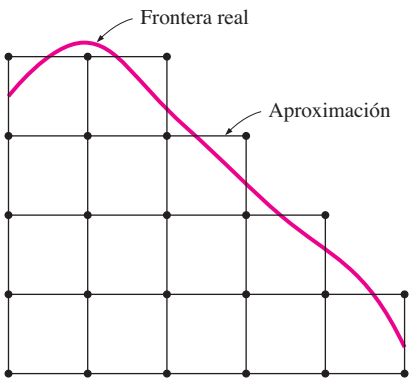


FIGURA 5-31
Aproximación de una frontera irregular con una malla rectangular.

Fronteras irregulares

En los problemas con configuraciones geométricas simples, se puede llenar la región completa mediante elementos de volumen simples, como tiras, para una pared plana, y elementos rectangulares para la conducción bidimensional en una región rectangular. También se pueden usar elementos con la forma de capas cilíndricas o esféricas para cubrir por completo cuerpos cilíndricos o esféricos. Sin embargo, muchas configuraciones que se encuentran en la práctica, como las paletas de las turbinas o los monobloques de los motores, no tienen formas simples y es difícil llenar esas configuraciones que tienen fronteras irregulares con elementos sencillos de volumen. Una manera práctica de tratar con esas configuraciones es reemplazar la configuración irregular por una serie de elementos simples de volumen, como se muestra en la figura 5-31. Con frecuencia este simple procedimiento resulta satisfactorio para los fines prácticos, en especial cuando los nodos están cerca uno de otro en la vecindad de la frontera. Se cuenta con procedimientos más elaborados para manejar fronteras irregulares y es común que se encuentren incorporados en los paquetes comerciales de software.

EJEMPLO 5-4 **Pérdida de calor a través de chimeneas**

Gases calientes de la combustión de un horno fluye por una chimenea cuadrada hecha de concreto ($k = 1.4$ W/m · °C). La sección de flujo de la chimenea es de 20 cm × 20 cm y el espesor de la pared es de 20 cm. La temperatura promedio de los gases calientes en la chimenea es $T_i = 300°C$ y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección dentro de la chimenea es $h_i = 70$ W/m^2 · °C. La chimenea pierde calor desde su superficie exterior hacia el aire ambiente que está a $T_o = 20°C$ por convección, con un coeficiente de transferencia de calor de $h_o = 21$ W/m^2 · °C y hacia el cielo por radiación. La emisividad de la superficie exterior de la pared es $\varepsilon = 0.9$ y se estima que la temperatura efectiva del cielo es de 260 K. Mediante el método de las diferencias finitas, con $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y al tomar plena ventaja de la simetría, determine las temperaturas en los puntos nodales de una sección transversal y la razón de la pérdida de calor para una sección de 1 m de largo de la chimenea.

SOLUCIÓN Se considera la transferencia de calor a través de una chimenea cuadrada. Se deben determinar las temperaturas nodales y la razón de la pérdida de calor por unidad de longitud con el método de las diferencias finitas.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no se tiene indicación de cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor a través de la chimenea es bidimensional, puesto que la altura de ella es grande en relación con su sección transversal y, como consecuencia, la conducción de calor a través de la misma en la dirección axial es despreciable. Se intenta simplificar el problema todavía más al considerar la transferencia de calor en cada pared como unidimensional, el cual sería el caso si las paredes fueran delgadas y, por consiguiente, los efectos de las esquinas fueran despreciables. En este caso, dicha suposición no se puede justificar puesto que las paredes son muy gruesas y las secciones de las esquinas constituyen una parte considerable de la estructura de la chimenea. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades Se dan las propiedades de la chimenea como $k = 1.4$ W/m · °C y $\varepsilon = 0.9$.

Análisis En la figura 5-32 se da la sección transversal de la chimenea. El aspecto más sorprendente de este problema es la aparente simetría con respecto a las rectas verticales y horizontales que pasan por el punto medio de la chimenea, así como con respecto a los ejes diagonales, como se indica en la figura. Por lo tanto, en la solución sólo se necesita considerar un octavo de la configuración geométrica, cuya red nodal consta de nueve nodos igualmente espaciados.

Nada de calor puede cruzar una línea de simetría y, como consecuencia, estas rectas se pueden tratar como superficies aisladas y, por consiguiente, como "espejos" en la formulación de diferencias finitas. Entonces los nodos en medio de esas rectas se pueden considerar interiores mediante el uso de imágenes especulares. Seis de los nodos son frontera, de modo que se tendrían que escribir balances de energía para obtener sus formulaciones en diferencias finitas. En principio, se parte la región entre los nodos de manera equitativa al trazar entre ellos líneas punteadas que pasen por la mitad. Entonces la región en torno a un nodo rodeado por la frontera o líneas punteadas representa el elemento de volumen de ese nodo. Si se considera una profundidad unitaria y mediante el procedimiento del balance de energía para los nodos frontera (si se supone una vez más por conveniencia que toda la transferencia de energía es hacia el elemento de volumen) y la fórmula para los interiores, las ecuaciones en diferencias finitas para los nueve nodos se determinan como sigue:

a) Nodo 1. Sobre la frontera interior, sujeto a convección, figura 5-33*a*),

$$0 + h_i \frac{\Delta x}{2}(T_i - T_1) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_3 - T_1}{\Delta y} + 0 = 0$$

Al tomar $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$-\left(2 + \frac{h_i l}{k}\right)T_1 + T_2 + T_3 = -\frac{h_i l}{k}T_i$$

b) Nodo 2. Sobre la frontera interior, sujeto a convección, figura 5-33*b*),

$$k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + h_i\frac{\Delta x}{2}(T_i - T_2) + 0 + k\Delta x\frac{T_4 - T_2}{\Delta y} = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_1 - \left(3 + \frac{h_i l}{k}\right)T_2 + 2T_4 = -\frac{h_i l}{k}T_i$$

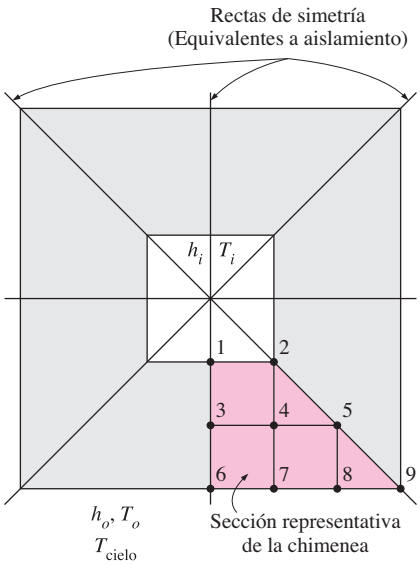
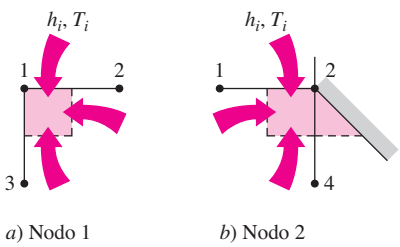


FIGURA 5-32
Esquema de la chimenea discutida en el ejemplo 5-4 y la red nodal para una sección representativa.



a) Nodo 1 *b*) Nodo 2

FIGURA 5-33
Esquema para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.

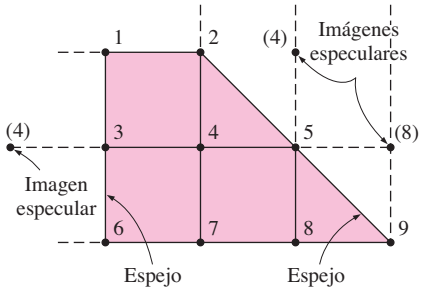


FIGURA 5-34
Conversión de los nodos frontera 3 y 5 que están sobre las rectas de simetría en nodos interiores mediante imágenes especulares.

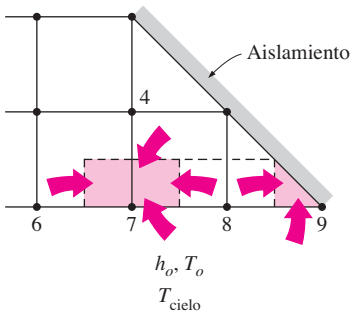


FIGURA 5-35
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

c) Nodos 3, 4 y 5. (Nodos interiores, figura 5-34)

$$\text{Nodo 3: } T_4 + T_1 + T_4 + T_6 - 4T_3 = 0$$
$$\text{Nodo 4: } T_3 + T_2 + T_5 + T_7 - 4T_4 = 0$$
$$\text{Nodo 5: } T_4 + T_4 + T_8 + T_8 - 4T_5 = 0$$

d) Nodo 6. (Sobre la frontera exterior, sujeto a convección y radiación)

$$0 + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_3 - T_6}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_7 - T_6}{\Delta x}$$
$$+ h_o\frac{\Delta x}{2}(T_o - T_6) + \varepsilon\sigma\frac{\Delta x}{2}(T_{\text{cielo}}^4 - T_6^4) = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_2 + T_3 - \left(2 + \frac{h_o l}{k}\right)T_6 = -\frac{h_o l}{k}T_o - \frac{\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_6^4)$$

e) Nodo 7. (Sobre la frontera exterior, sujeto a convección y radiación, figura 5-35)

$$k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6 - T_7}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_4 - T_7}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_7}{\Delta x}$$
$$+ h_o\Delta x(T_o - T_7) + \varepsilon\sigma\Delta x(T_{\text{cielo}}^4 - T_7^4) = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$2T_4 + T_6 - \left(4 + \frac{2h_o l}{k}\right)T_7 + T_8 = -\frac{2h_o l}{k}T_o - \frac{2\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_7^4)$$

f) Nodo 8. Igual que el nodo 7, excepto por el desplazamiento de los números del nodo hacia arriba en 1 (reemplace 4 por 5, 6 por 7, 7 por 8 y 8 por 9 en la última relación)

$$2T_5 + T_7 - \left(4 + \frac{2h_o l}{k}\right)T_8 + T_9 = -\frac{2h_o l}{k}T_o - \frac{2\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_8^4)$$

g) Nodo 9. (Sobre la frontera exterior, sujeto a convección y radiación, figura 5-35)

$$k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_9}{\Delta x} + 0 + h_o\frac{\Delta x}{2}(T_o - T_9) + \varepsilon\sigma\frac{\Delta x}{2}(T_{\text{cielo}}^4 - T_9^4) = 0$$

Si $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_8 - \left(1 + \frac{h_o l}{k}\right)T_9 = -\frac{h_o l}{k}T_o - \frac{\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_9^4)$$

En este problema interviene la radiación, que requiere el uso de temperaturas absolutas y, por lo tanto, todas las temperaturas deben de expresarse en Kelvin. De modo alternativo, se podría usar °C para todas las temperaturas, siempre que las cuatro temperaturas en los términos de radiación se expresen en la for-

ma $(T + 273)^4$. Al sustituir las cantidades dadas, el sistema de nueve ecuaciones para la determinación de las nueve temperaturas nodales desconocidas, en una forma adecuada para usarse con el método de iteración de Gauss-Seidel, queda

$$T_1 = (T_2 + T_3 + 2\,865)/7$$
$$T_2 = (T_1 + 2T_4 + 2\,865)/8$$
$$T_3 = (T_1 + 2T_4 + T_6)/4$$
$$T_4 = (T_2 + T_3 + T_5 + T_7)/4$$
$$T_5 = (2T_4 + 2T_8)/4$$
$$T_6 = (T_2 + T_3 + 456.2 - 0.3645 \times 10^{-9}\, T_6^4)/3.5$$
$$T_7 = (2T_4 + T_6 + T_8 + 912.4 - 0.729 \times 10^{-9}\, T_7^4)/7$$
$$T_8 = (2T_5 + T_7 + T_9 + 912.4 - 0.729 \times 10^{-9}\, T_8^4)/7$$
$$T_9 = (T_8 + 456.2 - 0.3645 \times 10^{-9}\, T_9^4)/2.5$$

el cual es un sistema de ecuaciones *no lineales*. Mediante un programa para resolver ecuaciones, se determina que su solución es

$T_1 = 545.7$ K $= 272.6$°C $T_2 = 529.2$ K $= 256.1$°C $T_3 = 425.2$ K $= 152.1$°C
$T_4 = 411.2$ K $= 138.0$°C $T_5 = 362.1$ K $= 89.0$°C $T_6 = 332.9$ K $= 59.7$°C
$T_7 = 328.1$ K $= 54.9$°C $T_8 = 313.1$ K $= 39.9$°C $T_9 = 296.5$ K $= 23.4$°C

En la figura 5-36 se muestra la variación de la temperatura en la chimenea.

Note que las temperaturas más elevadas se tienen en la pared interior (pero menores que 300°C) y las más bajas en la exterior (pero mayores que 260 K), como era de esperarse.

La temperatura promedio en la superficie exterior de la chimenea ponderada por el área superficial es

$$T_{\text{pared, ext}} = \frac{(0.5T_6 + T_7 + T_8 + 0.5T_9)}{(0.5 + 1 + 1 + 0.5)}$$

$$= \frac{0.5 \times 332.9 + 328.1 + 313.1 + 0.5 \times 296.5}{3} = 318.6 \text{ K}$$

Entonces se puede determinar aproximadamente la velocidad de la pérdida de calor a través de una sección de 1 m de largo de la chimenea a partir de

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{chimenea}} &= h_o A_o (T_{\text{pared, ext}} - T_o) + \varepsilon\sigma A_o (T^4_{\text{pared, ext}} - T^4_{\text{cielo}})\\ &= (21 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})[4 \times (0.6 \text{ m})(1 \text{ m})](318.6 - 293)\text{K}\\ &\quad + 0.9(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)\\ &\qquad [4 \times (0.6 \text{ m})(1 \text{ m})](318.6 \text{ K})^4 - (260 \text{ K})^4]\\ &= 1\,291 + 702 = \mathbf{1\,993 \text{ W}}\end{aligned}$$

Se pudo determinar también la transferencia de calor al hallar la temperatura promedio de la pared interior, la cual es (272.6 + 256.1)/2 = 264.4°C, y al aplicar la ley de Newton del enfriamiento en esa superficie:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{chimenea}} &= h_i A_i (T_i - T_{\text{pared, int}})\\ &= (70 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})[4 \times (0.2 \text{ m})(1 \text{ m})](300 - 264.4)\text{°C} = 1\,994 \text{ W}\end{aligned}$$

La diferencia entre los dos resultados se debe a la naturaleza aproximada del análisis numérico.

Discusión Se usa un modelo numérico relativamente burdo para resolver este problema para mantener los aspectos complejos en un nivel en el que se pudie-

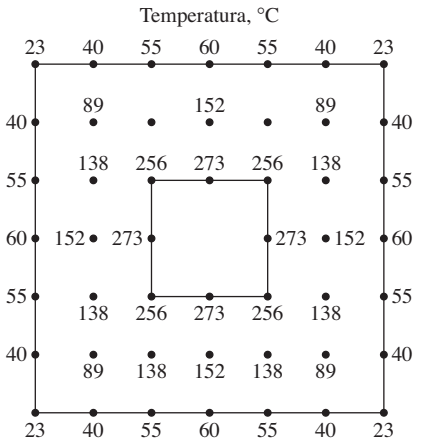


FIGURA 5-36
Variación de la temperatura en la chimenea.

ran manejar. Se puede mejorar la precisión de la solución obtenida mediante una malla más fina y, de este modo, un número mayor de nodos. Asimismo, cuando interviene la radiación, es más exacto (pero más laborioso) determinar las pérdidas de calor para cada nodo y sumarlas, en lugar de usar la temperatura promedio.

5-5 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO

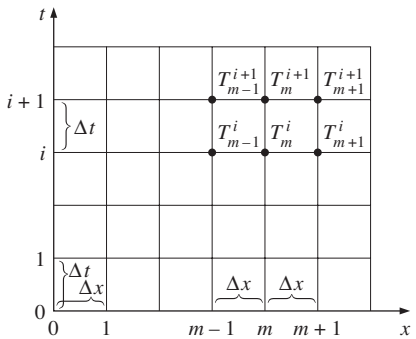


FIGURA 5-37
La formulación en diferencias finitas de problemas que dependen del tiempo comprende puntos discretos en el tiempo así como en el espacio.

Hasta ahora, en este capítulo se ha aplicado el método de las diferencias finitas a problemas de transferencia de calor *en estado estacionario*. En esta sección se extiende el método para resolver problemas *en régimen transitorio*.

Se aplica el método de las diferencias finitas a los problemas *de estado estacionario* mediante la *diferenciación* del problema en las variables espaciales y resolviendo para las temperaturas en distintos puntos llamados nodos. La solución obtenida es válida para cualquier instante, dado que en condiciones estacionarias las temperaturas no cambian con el tiempo. Sin embargo, en los problemas en régimen transitorio, las temperaturas cambian con el tiempo así como con la posición y, de este modo, la solución en diferencias finitas de este tipo de problemas requiere la *diferenciación en el tiempo* y *el espacio*, como se muestra en la figura 5-37. Esto se realiza al seleccionar un intervalo apropiado de tiempo, Δt, y resolver para las temperaturas nodales desconocidas varias veces para cada Δt hasta que se obtiene la solución en el instante deseado. Por ejemplo, considere un objeto metálico caliente que se extrae del horno a una temperatura inicial de T_i, en el instante $t = 0$, y se deja enfriar en el aire ambiente. Si se elige un intervalo de tiempo de $\Delta t = 5$ min, la determinación de la distribución de temperatura en la pieza metálica después de 3 h requiere la determinación de la temperatura $3 \times 60/5 = 36$ veces, o sea, en 36 intervalos de tiempo. Por lo tanto, el tiempo requerido de cálculo para este problema será 36 veces el correspondiente a uno de estado estacionario. La elección de un Δt más pequeño aumentará la precisión de la solución, pero también incrementará el tiempo de cálculo.

En los problemas en régimen transitorio se usa el *superíndice i* como el *índice* o *contador* de los intervalos de tiempo, correspondiendo $i = 0$ a la condición inicial específica. En el caso de la pieza metálica caliente antes discutida, $i = 1$ corresponde a $t = 1 \times \Delta t = 5$ min, $i = 2$ corresponde a $t = 2 \times \Delta t = 10$ min, y un intervalo general de tiempo, i, corresponde a $t_i = i\Delta t$. Se usa la notación T_m^i para representar la temperatura en el nodo m en el intervalo de tiempo i.

La formulación en los problemas de conducción de calor en régimen transitorio difiere de los de estado estacionario en que los primeros comprenden un *término adicional* que represente el *cambio en el contenido de energía* del medio con el tiempo. Este término adicional aparece como una primera derivada de la temperatura con respecto al tiempo en la ecuación diferencial, y como un cambio en el contenido de energía interna durante Δt en la formulación del balance de energía. Los nodos y los elementos de volumen en los problemas en régimen transitorio se seleccionan igual que en los de estado estacionario y, una vez más, si se supone por conveniencia que toda la transferencia de calor es *hacia* el elemento, el balance de energía sobre un elemento de volumen durante un intervalo de tiempo Δt se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Calor transferido hacia}\\ \text{el elemento de volumen}\\ \text{desde todas sus superficies}\\ \text{durante } \Delta t\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Calor generado}\\ \text{dentro del elemento}\\ \text{de volumen}\\ \text{durante } \Delta t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Cambio en el contenido}\\ \text{de energía interna}\\ \text{del elemento de volumen}\\ \text{durante } \Delta t\end{pmatrix}$$

o bien

$$\Delta t \times \sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \Delta t \times \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \Delta E_{\text{elemento}} \tag{5-37}$$

donde la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, normalmente consta de términos de conducción para los nodos interiores, pero puede comprender convección, flujo de calor y radiación para los nodos frontera.

Dado que $\Delta E_{\text{elemento}} = mc_p\Delta T = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \Delta T$, donde ρ es la densidad y c_p es el calor específico del elemento, al dividir la relación anterior entre Δt da

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \tag{5-38}$$

o bien, para cualquier nodo m en el medio y su elemento de volumen,

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-39}$$

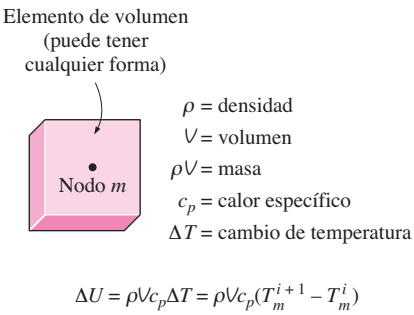


FIGURA 5-38
Cambio en el contenido de energía del elemento de volumen de un nodo durante un intervalo de tiempo Δt.

donde T_m^i y T_m^{i+1} son las temperaturas del nodo m en los instantes $t_i = i\Delta t$ y $t_{i+1} = (i+1)\Delta t$, respectivamente, y $T_m^{i+1} - T_m^i$ representa el cambio de temperatura del nodo durante el intervalo de tiempo Δt entre los intervalos de tiempo i e $i + 1$ (figura 5-38).

Note que la razón $(T_m^{i+1} - T_m^i)/\Delta t$ es simplemente la aproximación en diferencias finitas de la derivada parcial $\partial T/\partial t$ que aparece en las ecuaciones diferenciales de los problemas en régimen transitorio. Por lo tanto, se obtendría el mismo resultado para la formulación en diferencias finitas si se sigue un procedimiento matemático estricto en lugar del procedimiento de balance de energía antes usado. Note también que las formulaciones en diferencias finitas de los problemas de estado estacionario y de régimen transitorio difieren en el término que está a la derecha del signo igual y que el formato de dicho término es el mismo en todos los sistemas de coordenadas sin importar si la transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional. Para el caso especial de $T_m^{i+1} = T_m^i$ (es decir, cuando no hay cambio en la temperatura con el tiempo), la formulación se reduce a la del caso estacionario, como era de esperarse.

Las temperaturas nodales en los problemas en régimen transitorio por lo común cambian durante cada intervalo de tiempo y el lector puede preguntarse si debe usar las temperaturas en el *previo* intervalo de tiempo i o en el *nuevo* intervalo de tiempo $i + 1$ para los términos del primer miembro de la ecuación 5-39. Bien, los dos procedimientos son razonables y ambos se aplican en la práctica. En el primer caso, se dice que el procedimiento en diferencias finitas es el **método explícito** y el segundo el **método implícito**, y se expresan en la forma general como (figura 5-39)

Método explícito:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{E}^i_{\text{gen, elemento}} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-40}$$

Método implícito:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i+1} + \dot{E}^{i+1}_{\text{gen, elemento}} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-41}$$

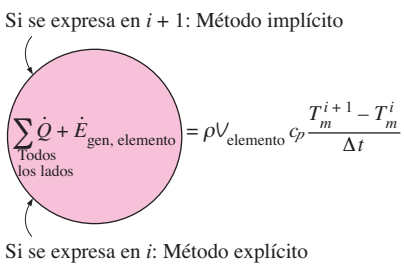


FIGURA 5-39
La formulación de los métodos explícito e implícito difiere en el intervalo de tiempo (previo o nuevo) en el cual se expresan los términos de transferencia de calor y generación de calor.

Parece que la derivada con respecto al tiempo se expresa en la forma de *diferencia hacia adelante* en el caso explícito y en la de *diferencia hacia atrás* en el implícito. Por supuesto, también es posible mezclar las dos formulaciones fundamentales de las ecuaciones 5-40 y 5-41 y tener como resultado formulaciones más elaboradas, pero ofrecen poca percepción y se encuentran más allá del alcance de este texto. Note que ambas formulaciones no son más que

expresiones entre las temperaturas nodales antes y después del intervalo de tiempo y se basan en la determinación de las nuevas temperaturas T_m^{i+1}, mediante las temperaturas *anteriores* T_m^i. *Las formulaciones explícita e implícita que se dan aquí son bastante generales y se pueden usar en cualquier sistema de coordenadas, sin importar la dimensión de la transferencia de calor*. En los casos multidimensionales los elementos de volumen tan sólo tienen más superficies y, como consecuencia, comprenden más términos en la suma.

Los métodos explícito e implícito tienen sus ventajas y desventajas y ninguno de ellos es mejor que el otro. En seguida el lector verá que el *método explícito* es fácil de poner en práctica, pero impone un límite sobre el intervalo de tiempo admisible para evitar inestabilidades en la solución, y el *método implícito* requiere que las temperaturas nodales se resuelvan en forma simultánea, pero no impone límite sobre la magnitud del intervalo de tiempo. Se limita la discusión a casos unidimensionales y bidimensionales para mantener los aspectos complejos en un nivel manejable, pero el análisis se puede extender con facilidad a los casos tridimensionales y a otros sistemas de coordenadas.

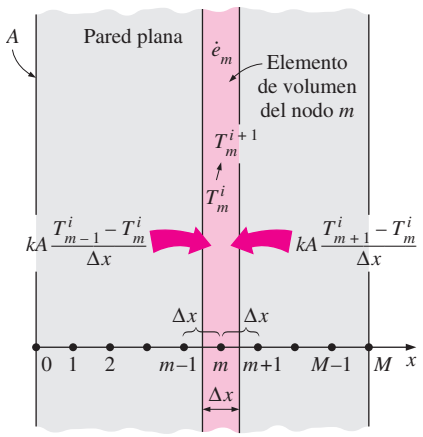


FIGURA 5-40
Puntos nodales y elementos de volumen para la formulación en diferencias en régimen transitorio de la conducción unidimensional de calor en una pared plana.

Conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana

Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana de espesor L con generación de calor $\dot{e}(x, t)$, que puede variar con el tiempo y la posición y con conductividad constante k, con un tamaño de malla $\Delta x = L/M$ y los nodos 0, 1, 2, . . . , M en la dirección x, como se muestra en la figura 5-40. Puesto que el elemento de volumen de un nodo interior general m comprende conducción de calor desde dos de sus lados y el volumen del elemento es $V_{\text{elemento}} = A\Delta x$, la formulación en diferencias finitas en régimen transitorio para un nodo interior se puede expresar sobre la base de la ecuación 5-39 como

$$kA\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + kA\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_m A\Delta x = \rho A\Delta x c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-42}$$

Al cancelar el área superficial A y multiplicar por $\Delta x/k$, se simplifica a

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{\dot{e}_m \Delta x^2}{k} = \frac{\Delta x^2}{\alpha \Delta t}(T_m^{i+1} - T_m^i) \tag{5-43}$$

donde $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica* del material de la pared. Ahora se define un **número discreto de Fourier** adimensional como

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \tag{5-44}$$

Entonces la ecuación 5-43 se reduce a

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{\dot{e}_m \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \tag{5-45}$$

Note que el primer miembro de esta ecuación tan sólo es la formulación en diferencias finitas del problema para el caso de estado estacionario. Esto no es sorprendente, puesto que la formulación debe reducirse a este último caso para $T_m^{i+1} = T_m^i$. Asimismo, todavía no se ha presentado la formulación explíci-

ta o implícita, puesto que no se indicó el intervalo de tiempo en el primer miembro de la ecuación. Ahora se obtiene la formulación *explícita* en diferencias finitas al expresar el primer miembro en el intervalo de tiempo i como

$$T_{m-1}^{i} - 2T_{m}^{i} + T_{m+1}^{i} + \frac{\dot{e}_{m}^{i}\Delta x^2}{k} = \frac{T_{m}^{i+1} - T_{m}^{i}}{\tau} \qquad \text{(explícita)} \qquad \textbf{(5-46)}$$

Esta ecuación se puede resolver *explícitamente* para la nueva temperatura T_m^{i+1} (y, de ahí, el nombre de método *explícito*) para dar

$$T_{m}^{i+1} = \tau(T_{m-1}^{i} + T_{m+1}^{i}) + (1 - 2\tau)\, T_{m}^{i} + \tau\,\frac{\dot{e}_{m}^{i}\Delta x^2}{k} \qquad \textbf{(5-47)}$$

para todos los nodos interiores $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ en una pared plana. Si se expresa el primer miembro de la ecuación 5-45 en el intervalo de tiempo $i + 1$, en lugar del i, daría la formulación *implícita* en diferencias finitas como

$$T_{m-1}^{i+1} - 2T_{m}^{i+1} + T_{m+1}^{i+1} + \frac{\dot{e}_{m}^{i+1}\Delta x^2}{k} = \frac{T_{m}^{i+1} - T_{m}^{i}}{\tau} \qquad \text{(implícita)} \qquad \textbf{(5-48)}$$

la cual se puede reacomodar como

$$\tau T_{m-1}^{i+1} - (1 + 2\tau)\, T_{m}^{i+1} + \tau T_{m+1}^{i+1} + \tau\,\frac{\dot{e}_{m}^{i+1}\Delta x^2}{k} + T_{m}^{i} = 0 \qquad \textbf{(5-49)}$$

La aplicación de la formulación explícita o implícita a cada uno de los $M - 1$ nodos interiores da $M - 1$ ecuaciones. Las dos ecuaciones restantes se obtienen mediante la aplicación del mismo método a los dos nodos frontera a menos que, por supuesto, se especifiquen las temperaturas de frontera como constantes (invariantes con el tiempo). Por ejemplo, la formulación de la condición de frontera de convección en el lado izquierdo (nodo 0) para el caso explícito se puede expresar como (figura 5-41)

$$hA(T_\infty - T_0^i) + kA\,\frac{T_1^i - T_0^i}{\Delta x} + \dot{e}_0^{\,i} A\,\frac{\Delta x}{2} = \rho A\,\frac{\Delta x}{2}\,c_p\,\frac{T_0^{i+1} - T_0^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-50)}$$

la cual se simplifica a

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\,\frac{h\Delta x}{k}\right) T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau\,\frac{h\Delta x}{k}\,T_\infty + \tau\,\frac{\dot{e}_0^i\,\Delta x^2}{k} \qquad \textbf{(5-51)}$$

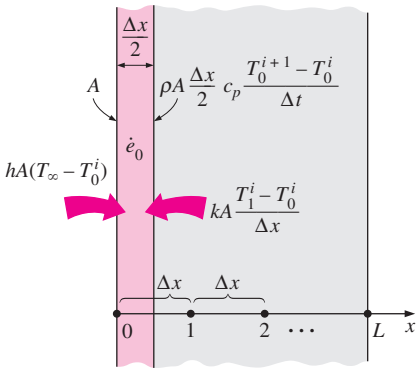


FIGURA 5-41
Esquema para la formulación explícita en diferencias finitas de la condición de convección en la frontera izquierda de una pared plana.

Note que en el caso de que no haya generación de calor y $\tau = 0.5$, la formulación explícita en diferencias finitas para un nodo interior general se reduce a $T_m^{i+1} = (T_{m-1}^i + T_{m+1}^i)/2$, la cual tiene la interpretación interesante de que *la temperatura de un* nodo *interior en el nuevo intervalo de tiempo es simplemente el promedio de las temperaturas de sus* nodos *vecinos en el intervalo de tiempo anterior*.

Una vez que se completa la formulación (explícita o implícita) y se especifica la condición inicial, la solución de un problema en régimen transitorio se obtiene al *marchar* en el tiempo mediante un tamaño de intervalo de Δt, como sigue: seleccione un intervalo de tiempo adecuado Δt y determine las temperaturas nodales a partir de la condición inicial. Al tomar las temperaturas iniciales como la solución *anterior* T_m^i en $t = 0$ obtenga la nueva solución T_m^{i+1} en todos los nodos, en el instante $t = \Delta t$, mediante las relaciones en diferencias finitas en régimen estacionario. Ahora, mediante la solución que acaba de

Formulación explícita:

$$T_0^{i+1} = a_0 T_0^i + \cdots$$
$$T_1^{i+1} = a_1 T_1^i + \cdots$$
$$\vdots$$
$$T_m^{i+1} = a_m T_m^i + \cdots$$
$$\vdots$$
$$T_M^{i+1} = a_M T_M^i + \cdots$$

Criterio de estabilidad:

$$a_m \geq 0, \quad m = 0, 1, 2, \ldots m, \ldots M$$

FIGURA 5-42
El criterio de estabilidad del método explícito requiere que todos los coeficientes primarios sean positivos o cero.

obtenerse en $t = \Delta t$ como la solución *anterior* T_m^i, obtenga la nueva solución T_m^{i+1} en $t = 2\Delta t$, mediante las mismas relaciones. Repita el proceso hasta que se obtenga la solución en el instante deseado.

Criterio de estabilidad para el método explícito: limitación sobre Δt

El método explícito es fácil de usar, pero sufre de una característica indeseable que restringe en forma grave su utilidad: no es incondicionalmente estable y el valor más grande admisible del intervalo de tiempo Δt queda limitado por el criterio de estabilidad. Si el intervalo de tiempo Δt no es suficientemente pequeño, las soluciones obtenidas por el método explícito pueden oscilar sin pies ni cabeza y divergir con respecto a la solución real. Con el fin de evitar esas oscilaciones divergentes en las temperaturas nodales, el valor de Δt debe mantenerse por debajo de un cierto límite superior establecido por el **criterio de estabilidad**. Se puede demostrar de manera matemática o por medio de un argumento físico basado en la segunda ley de la termodinámica que *se satisface el criterio de estabilidad si los coeficientes de todas las* T_m^i *en las expresiones* T_m^{i+1} (llamados **coeficientes primarios**) *son mayores o iguales a cero para todos los* nodos m (figura 5-42). Por supuesto, deben agruparse todos los términos que contienen a T_m^i para un nodo en particular, antes de aplicar este criterio.

Ecuaciones diferentes para nodos diferentes pueden dar como resultado restricciones diferentes sobre el tamaño del paso de tiempo Δt, y en la resolución del problema debe aplicarse el criterio que sea más restrictivo. Un procedimiento práctico es identificar la ecuación con el *coeficiente primario más pequeño*, que es el más restrictivo, y determinar los valores admisibles para Δt mediante la aplicación del criterio de estabilidad sólo a esa ecuación. Un valor de Δt obtenido de esta manera también satisfará el criterio de estabilidad para todas las demás ecuaciones en el sistema.

Por ejemplo, en el caso de la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana con temperaturas superficiales específicas las ecuaciones explícitas en diferencias finitas para todos los nodos (que son *nodos interiores*) se obtienen a partir de la ecuación 5-47. El coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} es $1 - 2\tau$, que es independiente del número de nodo m y, por lo tanto, en este caso el criterio de estabilidad para todos los nodos es $1 - 2\tau \geq 0$, o bien

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \qquad \left(\begin{array}{c}\text{nodos interiores, transferencia de calor} \\ \text{unidimensional en coordenadas rectangulares}\end{array}\right) \tag{5-52}$$

Cuando se conoce el material del medio y por consiguiente, su difusividad térmica α y se especifica el valor del tamaño de malla Δx, se puede determinar el valor más grande admisible del intervalo de tiempo Δt a partir de esta relación. Por ejemplo, en el caso de una pared de ladrillo ($\alpha = 0.45 \times 10^{-6}$ m²/s) con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.01$ m, el límite superior del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\alpha} = \frac{(0.01 \text{ m})^2}{2(0.45 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 111\text{s} = 1.85 \text{ min}$$

Los nodos frontera en los que interviene convección y/o radiación son más restrictivos que los interiores y, por consiguiente, requieren intervalos de tiempo más pequeños. Por lo tanto, debe usarse el nodo frontera más restrictivo en la determinación del intervalo de tiempo máximo admisible Δt cuando se resuelve un problema en régimen transitorio con el método explícito. Por ejemplo, la formulación explícita en diferencias finitas para la condición de frontera de convección en la frontera izquierda (nodo 0) de la pared plana

mostrada en la figura 5-41 y expresada en la ecuación 5-51, es más restrictiva que la formulación explícita en las diferencias finitas para los nodos interiores presentada por la ecuación 5-47. Por lo tanto, en este caso, el criterio de estabilidad para todos los nodos se convierte en

$$1 - 2\tau - 2\tau \frac{h\Delta x}{k} \geqslant 0 \quad \text{o bien} \quad \tau \leq \frac{1}{2(1 + h\Delta x/k)}.$$

Para adquirir una mejor comprensión del criterio de estabilidad, considere la formulación explícita en diferencias finitas para un nodo interior de una pared plana (ecuación 5-47) para el caso en el que no hay generación de calor,

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau)T_m^i$$

Suponga que en algún intervalo de tiempo i las temperaturas T_{m-1}^i y T_{m+1}^i son iguales pero menores que T_m^i (se puede decir, $T_{m-1}^i = T_{m+1}^i = 50°C$ y $T_m^i = 80°C$). En el siguiente intervalo de tiempo se espera que la temperatura del nodo m esté entre los dos valores (se puede decir, 70°C). Sin embargo, si el valor de τ sobrepasa 0.5 (por ejemplo, $\tau = 1$), la temperatura del nodo m en el siguiente intervalo de tiempo será menor que la temperatura de los nodos vecinos (será de 20°C), lo cual es físicamente imposible y viola la segunda ley de la termodinámica (figura 5-43). Requerir que la nueva temperatura del nodo m permanezca por arriba de la temperatura de los nodos vecinos es equivalente a requerir que el valor de τ permanezca por debajo de 0.5.

El método implícito es *incondicionalmente estable* y, por lo tanto, se puede usar cualquier intervalo de tiempo que se desee con ese método (por supuesto, entre menor sea el intervalo de tiempo, mayor es la precisión de la solución). La desventaja del método implícito es que conduce a un conjunto de ecuaciones que deben resolverse *simultáneamente* para cada intervalo de tiempo. Ambos métodos se usan en la práctica.

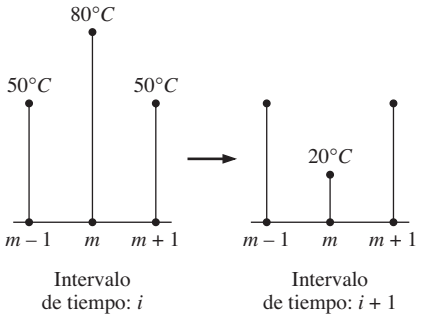


FIGURA 5-43
La violación del criterio de estabilidad en el método explícito puede conducir a la violación de la segunda ley de la termodinámica y, en consecuencia, a la divergencia de la solución.

EJEMPLO 5-5 **Conducción de calor en régimen transitorio en una placa grande de uranio**

Considere una placa grande de uranio de espesor $L = 4$ cm, conductividad térmica $k = 28$ W/m · °C y difusividad térmica $\alpha = 12.5 \times 10^{-6}$ m²/s que inicialmente está a una temperatura uniforme de 200°C. En la placa se genera calor de manera uniforme con una velocidad constante de $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m³. En el instante $t = 0$, uno de los lados de la placa se pone en contacto con agua con hielo y se mantiene a 0°C en todo momento, mientras que el otro se expone a convección hacia un medio a $T_\infty = 30°C$, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 45$ W/m² · °C, como se muestra en la figura 5-44. Si considera un total de tres nodos igualmente espaciados en el medio, dos en las fronteras y uno a la mitad, estime la temperatura de la superficie expuesta de la placa 2.5 min después del inicio del enfriamiento mediante *a*) el método explícito y *b*) el método implícito.

SOLUCIÓN En el ejemplo 5-1 se ha resuelto este problema para el caso de estado estacionario y aquí se aborda considerando el régimen transitorio con el fin de demostrar cómo se aplican en él los métodos de las diferencias finitas. De nuevo se supone transferencia de calor unidimensional en coordenadas rectan-

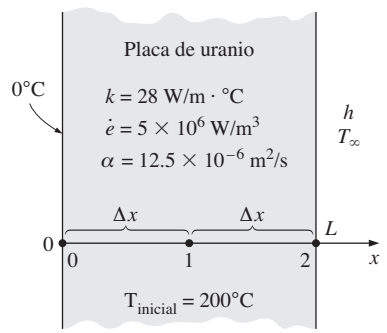


FIGURA 5-44
Esquema para el ejemplo 5-5.

gulares y conductividad térmica constante. Se especifica que el número de nodos es $M = 3$ y se eligen para que estén en las dos superficies de la placa y en medio, como se muestra en la figura. Entonces el espaciamiento nodal Δx queda

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.04 \text{ m}}{3-1} = 0.02 \text{ m}$$

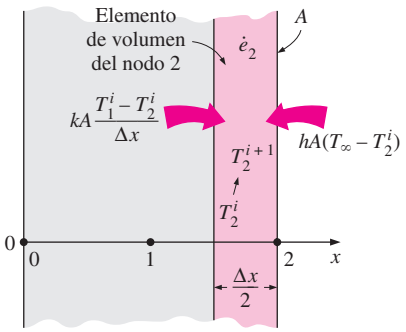


FIGURA 5-45
Esquema para la formulación explícita en diferencias finitas de la condición de convección en la frontera derecha de una pared plana.

Se numeran los nodos como 0, 1 y 2. Se dice que la temperatura en el nodo 0 es $T_0 = 0°C$ en todo momento y se deben determinar las temperaturas en los nodos 1 y 2. Este problema está relacionado sólo con dos temperaturas nodales desconocidas y, como consecuencia, se necesitan tener dos ecuaciones para determinarlas de manera única. Ambas ecuaciones se obtienen mediante la aplicación del método de las diferencias finitas a los nodos 1 y 2.

a) El nodo 1 es interior y la formulación *explícita* en diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-47, mediante $m = 1$:

$$T_1^{i+1} = \tau(T_0 + T_2^i) + (1 - 2\tau)\, T_1^i + \tau \frac{\dot{e}_1 \Delta x^2}{k} \qquad \textbf{(a)}$$

El nodo 2 es frontera y está sujeto a convección, la formulación en diferencias finitas en ese nodo se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen de espesor $\Delta x/2$ en esa frontera al suponer que la transferencia de calor es hacia el medio en todos los lados (figura 5-45):

$$hA(T_\infty - T_2^i) + kA\frac{T_1^i - T_2^i}{\Delta x} + \dot{e}_2 A \frac{\Delta x}{2} = \rho A \frac{\Delta x}{2} c_p \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\Delta x}$$

Al dividir entre $kA/2\Delta x$ y utilizar las definiciones de la difusividad térmica, $\alpha = k/\rho c_p$, y del número adimensional de malla de Fourier, $\tau = \alpha \Delta t/\Delta x^2$, da

$$\frac{2h\Delta x}{k}(T_\infty - T_2^i) + 2(T_1^i - T_2^i) + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

de la cual se puede despejar T_2^{i+1} para dar

$$T_2^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h\Delta x}{k}\right) T_2^i + \tau\left(2T_1^i + 2\frac{h\Delta x}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k}\right) \qquad \textbf{(b)}$$

Note que no se usó el subíndice i para las cantidades que no cambian con el tiempo. En seguida se necesita determinar el límite superior del intervalo de tiempo Δt con base en el criterio de estabilidad, en el cual se requiere que el coeficiente de T_1^i en la ecuación (*a*) y el de T_2^i en la segunda ecuación sean mayores o iguales a cero. En este caso, el coeficiente de T_2^i es menor y, como consecuencia, el criterio de estabilidad para este problema se puede expresar como

$$1 - 2\tau - 2\tau\frac{h\Delta x}{k} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau \leq \frac{1}{2(1 + h\Delta x/k)} \quad \rightarrow \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha(1 + h\Delta x/k)}$$

puesto que $\tau = \alpha \Delta t/\Delta x^2$. Al sustituir las cantidades dadas, se determina que el valor máximo admisible del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{(0.02 \text{ m})^2}{2(12.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})[1 + (45 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.02 \text{ m})/28 \text{ W/m} \cdot °\text{C}]} = 15.5 \text{ s}$$

Por lo tanto, para resolver este problema, se puede usar cualquier intervalo de tiempo menor que 15.5 s. Por conveniencia, se elige que el intervalo de tiempo sea $\Delta t = 15$ s. Entonces el número de malla de Fourier queda

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} = \frac{(12.5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(15\ \text{s})}{(0.02\ \text{m})^2} = 0.46875 \quad (\text{para } \Delta t = 15\ \text{s})$$

Al sustituir este valor de τ y el de las otras cantidades, las ecuaciones explícitas en diferencias finitas (*a*) y (*b*) que acaban de desarrollarse se reducen a

$$T_1^{i+1} = 0.0625T_1^i + 0.46875T_2^i + 33.482$$
$$T_2^{i+1} = 0.9375T_1^i + 0.032366T_2^i + 34.386$$

Se dice que la temperatura inicial del medio en $t = 0$ e $i = 0$ es de 200°C en toda su extensión y, por lo tanto, $T_1^0 = T_2^0 = 200$°C. Entonces, con base en estas ecuaciones, se determina que las temperaturas nodales en T_1^1 y T_2^1 en $t = \Delta t = 15$ s son

$$\begin{aligned} T_1^1 &= 0.0625T_1^0 + 0.46875T_2^0 + 33.482 \\ &= 0.0625 \times 200 + 0.46875 \times 200 + 33.482 = 139.7°\text{C} \\ T_2^1 &= 0.9375T_1^0 + 0.032366T_2^0 + 34.386 \\ &= 0.9375 \times 200 + 0.032366 \times 200 + 34.386 = 228.4°\text{C} \end{aligned}$$

De manera análoga, las temperaturas nodales T_1^2 y T_2^2 en $t = 2\Delta t = 2 \times 15 = 30$ s son

$$\begin{aligned} T_1^2 &= 0.0625T_1^1 + 0.46875T_2^1 + 33.482 \\ &= 0.0625 \times 139.7 + 0.46875 \times 228.4 + 33.482 = 149.3°\text{C} \\ T_2^2 &= 0.9375T_1^1 + 0.032366T_2^1 + 34.386 \\ &= 0.9375 \times 139.7 + 0.032366 \times 228.4 + 34.386 = 172.8°\text{C} \end{aligned}$$

De la misma manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2, para $i = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 40$, y se dan en la tabla 5-3. Por lo tanto, la temperatura en la superficie expuesta, 2.5 min después del inicio del enfriamiento, es

$$T_L^{2.5\ \text{min}} = T_2^{10} = \mathbf{139.0°C}$$

b) El nodo 1 es interior y la formulación *implícita* en diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente a partir de la ecuación 5-49, mediante $m = 1$:

$$\tau T_0 - (1 + 2\tau)\, T_1^{i+1} + \tau T_2^{i+1} + \tau \frac{\dot{e}_0 \Delta x^2}{k} + T_1^i = 0 \qquad (c)$$

El nodo 2 es frontera y está sujeto a convección, la formulación implícita en diferencias finitas en ese nodo se puede obtener a partir de esta formulación, al expresar el primer miembro de la ecuación en el intervalo de tiempo $i + 1$, en lugar del i, como

$$\frac{2h\Delta x}{k}(T_\infty - T_2^{i+1}) + 2(T_1^{i+1} - T_2^{i+1}) + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

TABLA 5-3

Variación de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5, con el tiempo obtenido por el método *explícito*

Intervalo de tiempo, i	Tiempo, s	*Temperatura del nodo, °C* T_1^i	T_2^i
0	0	200.0	200.0
1	15	139.7	228.4
2	30	149.3	172.8
3	45	123.8	179.9
4	60	125.6	156.3
5	75	114.6	157.1
6	90	114.3	146.9
7	105	109.5	146.3
8	120	108.9	141.8
9	135	106.7	141.1
10	150	106.3	139.0
20	300	103.8	136.1
30	450	103.7	136.0
40	600	103.7	136.0

la cual se puede reacomodar como

$$2\tau T_1^{i+1} - \left(1 + 2\tau + 2\tau\frac{h\Delta x}{k}\right)T_2^{i+1} + 2\tau\frac{h\Delta x}{k}T_\infty + \tau\frac{\dot{e}_2\,\Delta x^2}{k} + T_2^i = 0 \qquad (d)$$

Una vez más, no se usó el superíndice i o $i + 1$ para las cantidades que no cambian con el tiempo. El método implícito no impone límite sobre el intervalo de tiempo y, de este modo, se puede elegir cualquier valor que quiera. Sin embargo, de nuevo se elige $\Delta t = 15$ s y, por lo tanto, $\tau = 0.46875$, con el fin de compararse con el inciso *a*). Al sustituir este valor de τ y las otras cantidades dadas, las dos ecuaciones implícitas en diferencias finitas que acaban de desarrollarse se reducen a

$$-1.9375T_1^{i+1} + 0.46875T_2^{i+1} + T_1^i + 33.482 = 0$$

$$0.9375T_1^{i+1} - 1.9676T_2^{i+1} + T_2^i + 34.386 = 0$$

De nuevo, $T_1^0 = T_2^0 = 200°\text{C}$ en $t = 0$ e $i = 0$, en virtud de la condición inicial, y para $i = 0$, estas dos ecuaciones se reducen a

$$-1.9375T_1^1 + 0.46875T_2^1 + 200 + 33.482 = 0$$

$$0.9375T_1^1 - 1.9676T_2^1 + 200 + 34.386 = 0$$

Al resolver estas dos ecuaciones en forma simultánea se determina que las temperaturas nodales desconocidas T_1^1 y T_2^1 en $t = \Delta t = 15$ s son

$$T_1^1 = 168.8°\text{C} \qquad \text{y} \qquad T_2^1 = 199.6°\text{C}$$

De modo análogo, para $i = 1$, estas dos ecuaciones se reducen a

$$-1.9375T_2^1 + 0.46875T_2^2 + 168.8 + 33.482 = 0$$

$$0.9375T_1^2 - 1.9676T_2^2 + 199.6 + 34.386 = 0$$

Al resolver estas dos ecuaciones en forma simultánea se determina que las temperaturas nodales desconocidas T_1^2 y T_2^2 en $t = \Delta t = 2 \times 15 = 30$ s son

$$T_1^2 = 150.5°\text{C} \qquad \text{y} \qquad T_2^2 = 190.6°\text{C}$$

Al continuar de esta manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2 para $i = 2, 3, 4, 5, \ldots, 40$; en la tabla 5-4 se da una lista de ellas y se obtiene que la temperatura en la superficie frontera expuesta (nodo 2), 2.5 min después de iniciarse el enfriamiento, es

$$T_L^{2.5\text{ min}} = T_2^{10} = \mathbf{143.9°C}$$

la cual está cercana al resultado obtenido por el método explícito. Note que se pudo usar cualquiera de los dos métodos con el fin de obtener resultados satisfactorios para los problemas en régimen transitorio, excepto, quizá, para unos cuantos de los primeros intervalos de tiempo. Se prefiere el método implícito cuando resulta conveniente usar intervalos grandes de tiempo, y se prefiere el explícito cuando se desea evitar la solución simultánea de un sistema de ecuaciones algebraicas.

TABLA 5-4

Variación de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5, con el tiempo obtenido por el método *implícito*

Intervalo de tiempo, i	Tiempo, s	*Temperatura del nodo, °C* T_1^i	T_2^i
0	0	200.0	200.0
1	15	168.8	199.6
2	30	150.5	190.6
3	45	138.6	180.4
4	60	130.3	171.2
5	75	124.1	163.6
6	90	119.5	157.6
7	105	115.9	152.8
8	120	113.2	149.0
9	135	111.0	146.1
10	150	109.4	143.9
20	300	104.2	136.7
30	450	103.8	136.1
40	600	103.8	136.1

EJEMPLO 5-6 Almacenamiento de energía solar en los muros Trombe

Los muros gruesos de mampostería pintados de color oscuro, llamados muros Trombe, son de uso común en los costados que dan al sur en las casas solares pasivas con el fin de absorber la energía solar, almacenarla durante el día y liberarla hacia la casa durante la noche (figura 5-46). En 1881 E. L. Morse de Massachusetts propuso la idea y se les dio el nombre en honor del profesor Félix Trombe de Francia, quien los usó de manera extensa en sus diseños en la década de 1970. Por lo común se coloca por fuera del muro una capa de vidrio sencilla o doble que transmite la mayor parte de la energía solar, al bloquear al mismo tiempo las pérdidas de calor de la superficie expuesta del muro hacia el exterior. Asimismo, es común la instalación de ventilas en las partes inferior y superior de los muros Trombe de modo que el aire de la casa entra en el canal de flujo paralelo que está entre el muro y la vidriera, sube a medida que se calienta y entra en el cuarto por la ventila superior.

Considere una casa en Reno, Nevada, con un muro Trombe de 1 ft de espesor orientado hacia el sur, con una conductividad térmica de $k = 0.40$ Btu/h · ft · °F y difusividad térmica de $\alpha = 4.78 \times 10^{-6}$ ft²/s. En la tabla 5-5 se dan la variación de la temperatura ambiente, T_{ext}, y el flujo de calor solar, $\dot{q}_{solar}$, incidente sobre una superficie vertical que da hacia el sur durante todo el día, para un día típico de enero, en intervalos de 3 h. El muro tiene una vidriera sencilla con un producto de absortividad-transmisividad de $\kappa = 0.77$ (es decir, 77% de la energía solar incidente es absorbida por la superficie expuesta del muro Trombe) y se determina que el coeficiente combinado promedio de transferencia de calor para la pérdida de calor del muro Trombe hacia el ambiente es $h_{ext} = 0.7$ Btu/h · ft² · °F. El interior de la casa se mantiene a $T_{int} = 70$°F en todo momento y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior del muro es $h_{int} = 1.8$ Btu/h · ft² · °F. Las ventilas en el muro se mantienen cerradas y, de este modo, la única transferencia de calor entre el aire que está en el interior de la casa y el muro es a través de la superficie interior del muro. Si la temperatura del muro varía linealmente entre 70°F en la superficie interior y 30°F en la exterior a las 7 AM y mediante el método explícito en diferencias finitas con un espaciamiento nodal uniforme de $\Delta x = 0.2$ ft, determine la distribución de temperatura a lo largo del espesor del muro Trombe después de 12, 24, 36 y 48 h. Asimismo, determine la cantidad neta de calor transferido hacia la casa desde el muro durante el primero y el segundo días. Suponga que el muro tiene 10 ft de alto y 25 ft de largo.

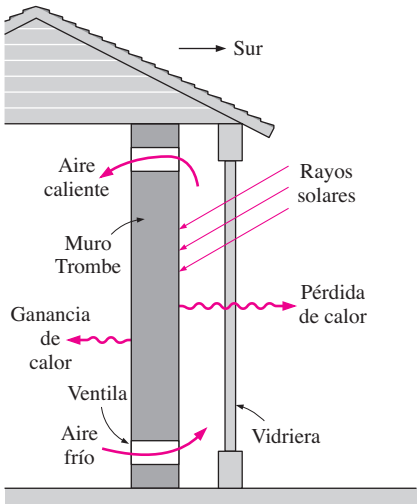


FIGURA 5-46
Esquema de un muro Trombe (ejemplo 5-6).

TABLA 5-5
Variación horaria de la temperatura ambiente promedio mensual y flujo de calor solar incidente sobre una superficie vertical, para enero, en Reno, Nevada

Hora del día	Temperatura ambiente, °F	Radiación solar, Btu/h · ft²
7 AM-10 AM	33	114
10 AM-1 PM	43	242
1 PM-4 PM	45	178
4 PM-7 PM	37	0
7 PM-10 PM	32	0
10 PM-1 AM	27	0
1 AM-4 AM	26	0
4 AM-7 AM	25	0

SOLUCIÓN Se considera la calefacción solar pasiva de una casa a través de un muro Trombe. Se deben determinar la distribución de temperatura en el muro en intervalos de 12 h y la cantidad de transferencia de calor durante el primero y el segundo días.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es unidimensional, puesto que la superficie expuesta del muro es grande en relación con su espesor. **2** La conductividad térmica es constante. **3** Los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Se dice que las propiedades del muro son $k = 0.40$ Btu/h · ft · °F, $\alpha = 4.78 \times 10^{-6}$ ft²/s, y $\kappa = 0.77$.

Análisis Se dice que el espaciamiento nodal es $\Delta x = 0.2$ ft y, por lo tanto, el número total de nodos a lo largo del muro es

$$M = \frac{L}{\Delta x} + 1 = \frac{1 \text{ ft}}{0.2 \text{ ft}} + 1 = 6$$

Se numeran los nodos como 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con el nodo 0 sobre la superficie interior del muro y el 5 sobre la exterior, como se muestra en la figura 5-47. Los nodos 1 al 4 son interiores y las formulaciones explícitas en diferencias finitas de estos nodos se obtienen directamente a partir de la ecuación 5-47 como

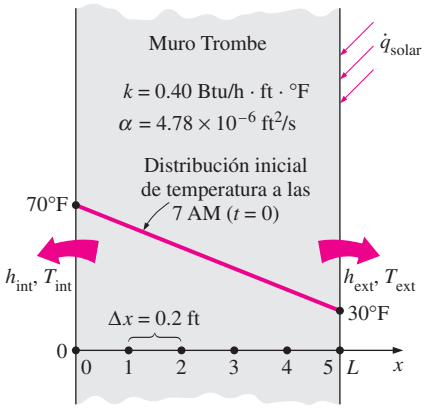


FIGURA 5-47
Red nodal para el muro Trombe discutido en el ejemplo 5-6.

$$\text{Nodo 1 } (m = 1): \quad T_1^{i+1} = \tau(T_0^i + T_2^i) + (1 - 2\tau)T_1^i \tag{1}$$
$$\text{Nodo 2 } (m = 2): \quad T_2^{i+1} = \tau(T_1^i + T_3^i) + (1 - 2\tau)T_2^i \tag{2}$$
$$\text{Nodo 3 } (m = 3): \quad T_3^{i+1} = \tau(T_2^i + T_4^i) + (1 - 2\tau)T_3^i \tag{3}$$
$$\text{Nodo 4 } (m = 4): \quad T_4^{i+1} = \tau(T_3^i + T_5^i) + (1 - 2\tau)T_4^i \tag{4}$$

La superficie interior está sujeta a convección y, por consiguiente, la formulación explícita del nodo 0 se puede obtener en forma directa a partir de la ecuación 5-51 como

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h_{int}\,\Delta x}{k}\right)T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau\frac{h_{int}\,\Delta x}{k}T_{int}$$

Al sustituir en esta ecuación las cantidades h_{int}, Δx, k y T_{int}, las cuales no cambian con el tiempo, da

$$T_0^{i+1} = (1 - 3.80\tau)\,T_0^i + \tau(2T_1^i + 126.0) \tag{5}$$

La superficie interior del muro está sujeta a convección así como a flujo de calor. La formulación explícita en diferencias finitas en esa frontera se obtiene al escribir un balance de energía sobre el elemento de volumen representado por el nodo 5,

$$h_{ext}A(T_{ext}^i - T_5^i) + \kappa A\dot{q}_{solar}^i + kA\frac{T_4^i - T_5^i}{\Delta x} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c_p\frac{T_5^{i+1} - T_5^i}{\Delta t} \tag{5-53}$$

la cual se simplifica a

$$T_5^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h_{ext}\,\Delta x}{k}\right)T_5^i + 2\tau T_4^i + 2\tau\frac{h_{ext}\,\Delta x}{k}T_{ext}^i + 2\tau\frac{\kappa\dot{q}_{solar}^i\,\Delta x}{k} \tag{5-54}$$

donde $\tau = \alpha\Delta t/\Delta x^2$ es el número adimensional de malla de Fourier. Note que se mantiene el superíndice i para las cantidades que varían con el tiempo. Al sustituir en esta ecuación las cantidades h_{ext}, Δx, k y κ, las cuales no cambian con el tiempo, da

$$T_5^{i+1} = (1 - 2.70\tau)\,T_5^i + \tau(2T_4^i + 0.70T_{ext}^i + 0.770\dot{q}_{solar}^i) \tag{6}$$

donde la unidad de $\dot{q}_{solar}^i$ es Btu/h · ft².

A continuación se necesita determinar el límite superior del intervalo de tiempo Δt a partir del criterio de estabilidad, puesto que se usa el método explícito. Esto requiere la identificación del coeficiente primario más pequeño en el sistema. Se sabe que los nodos frontera son más restrictivos que los interiores y, por lo tanto, se examinan sólo las formulaciones de los nodos frontera 0 y 5. En este caso, el coeficiente primario más pequeño y, por consiguiente, el más restrictivo es el de T_0^i en la formulación del nodo 0, ya que $1 - 3.8\tau < 1 - 2.7\tau$ y, de este modo, el criterio de estabilidad para este problema se puede expresar como

$$1 - 3.80\,\tau \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{\alpha\Delta x}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{3.80}$$

Al sustituir las cantidades dadas, se determina que el valor máximo admisible del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{3.80\alpha} = \frac{(0.2\text{ ft})^2}{3.80 \times (4.78 \times 10^{-6}\text{ ft}^2/\text{s})} = 2\,202\text{ s}$$

Por lo tanto, para resolver este problema, se puede usar cualquier intervalo de tiempo menor que 2 202 s. Por conveniencia, se elige que el intervalo de tiempo sea $\Delta t = 900$ s $= 15$ min. Entonces el número de malla de Fourier queda

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} = \frac{(4.78 \times 10^{-6}\ \text{ft}^2/\text{s})(900\ \text{s})}{(0.2\ \text{ft})^2} = 0.10755 \qquad (\text{para } \Delta t = 15\ \text{min})$$

Inicialmente (a las 7 AM, o sea $t = 0$), se dice que la temperatura de la pared varía linealmente entre 70°F en el nodo 0, y 30°F en el nodo 5. Puesto que se tienen cinco espaciamientos nodales de igual longitud, el cambio de temperatura entre dos nodos vecinos es (70 − 30)°F/5 = 8°F. Por lo tanto, las temperaturas nodales iniciales son

$$T_0^0 = 70°\text{F} \qquad T_1^0 = 62°\text{F} \qquad T_2^0 = 54°\text{F}$$
$$T_3^0 = 46°\text{F} \qquad T_4^0 = 38°\text{F} \qquad T_5^0 = 30°\text{F}$$

Entonces, a partir de estas ecuaciones, se determina que las temperaturas nodales en $t = \Delta t = 15$ min (a las 7:15 AM) son

$$\begin{aligned}
T_0^1 &= (1 - 3.80\tau)\, T_0^0 + \tau(2T_1^0 + 126.0) \\
&= (1 - 3.80 \times 0.10755)\, 70 + 0.10755(2 \times 62 + 126.0) = 68.3°\text{F} \\
T_1^1 &= \tau(T_0^0 + T_2^0) + (1 - 2\tau)\, T_1^0 \\
&= 0.10755(70 + 54) + (1 - 2 \times 0.10755)62 = 62°\text{F} \\
T_2^1 &= \tau(T_1^0 + T_3^0) + (1 - 2\tau)\, T_2^0 \\
&= 0.10755(62 + 46) + (1 - 2 \times 0.10755)54 = 54°\text{F} \\
T_3^1 &= \tau(T_2^0 + T_4^0) + (1 - 2\tau)\, T_3^0 \\
&= 0.10755(54 + 38) + (1 - 2 \times 0.10755)46 = 46°\text{F} \\
T_4^1 &= \tau(T_3^0 + T_5^0) + (1 - 2\tau)\, T_4^0 \\
&= 0.10755(46 + 30) + (1 - 2 \times 0.10755)38 = 38°\text{F} \\
T_5^1 &= (1 - 2.70\tau)\, T_5^0 + \tau(2T_4^0 + 0.70T_{\text{ext}}^0 + 0.770\dot{q}_{\text{solar}}^0) \\
&= (1 - 2.70 \times 0.10755)30 + 0.10755(2 \times 38 + 0.70 \times 33 + 0.770 \times 114) \\
&= 41.4°\text{F}
\end{aligned}$$

Note que durante el primer intervalo de tiempo la temperatura de la superficie interior del muro Trombe cayó en 1.7°F y la de las otras superficies se elevó en 11.4°F, en tanto que las temperaturas en los nodos interiores permaneció igual. Esto es típico de los problemas en régimen transitorio en los medios en los que no hay generación de calor. En los siguientes intervalos de tiempo, las temperaturas nodales se determinan de manera semejante con la ayuda de una computadora. Note que los datos para la temperatura ambiente y la radiación solar incidente cambian cada 3 horas, lo cual corresponde a 12 intervalos de tiempo, y esto se debe reflejar en el programa para computadora. Por ejemplo, debe tomarse el valor de $\dot{q}_{\text{solar}}^i$ como $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 114$ para $i = 1$–12, $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 242$ para $i = 13$–24, $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 178$ para $i = 25$–36, y $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 0$ para $i = 37$–96.

En la tabla 5-6 se dan los resultados después de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 y 48 h, y en la figura 5-48 se tienen las gráficas para el primer día. Note que la temperatura interior del muro Trombe cae en las primeras horas de la mañana, pero después se eleva a medida que la energía solar absorbida por la superficie exterior se difunde a través de él. La temperatura de la superficie exterior se elevará de 30 a 142°F en sólo 6 h debido a la energía solar absorbida, pero después cae hasta 53°F a la mañana siguiente como resultado de la pérdida de calor durante la noche. Por lo tanto, puede valer la pena cubrir la superficie exterior en la noche para minimizar las pérdidas de calor.

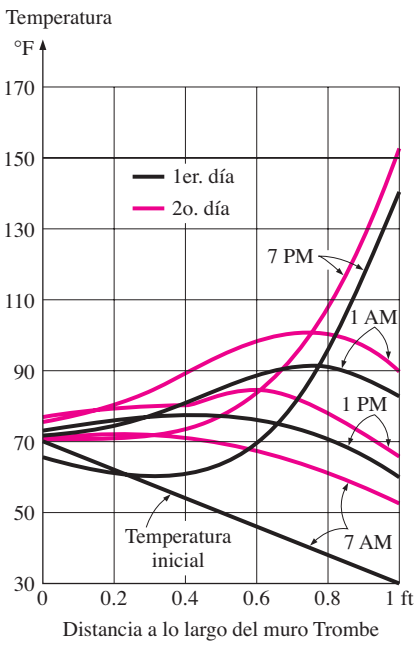


FIGURA 5-48
Variación de la temperatura en el muro Trombe discutido en el ejemplo 5-6.

TABLA 5-6

Temperaturas en los nodos de un muro Trombe en diversos momentos

Tiempo	Intervalo de tiempo, i	Temperaturas nodales, °F					
		T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
0 h (7 AM)	0	70.0	62.0	54.0	46.0	38.0	30.0
6 h (1 PM)	24	65.3	61.7	61.5	69.7	94.1	142.0
12 h (7 PM)	48	71.6	74.2	80.4	88.4	91.7	82.4
18 h (1 AM)	72	73.3	75.9	77.4	76.3	71.2	61.2
24 h (7 AM)	96	71.2	71.9	70.9	67.7	61.7	53.0
30 h (1 PM)	120	70.3	71.1	74.3	84.2	108.3	153.2
36 h (7 PM)	144	75.4	81.1	89.4	98.2	101.0	89.7
42 h (1 AM)	168	75.8	80.7	83.5	83.0	77.4	66.2
48 h (7 AM)	192	73.0	75.1	72.2	66.0	66.0	56.3

La razón de la transferencia de calor del muro Trombe en el interior de la casa durante cada intervalo de tiempo se determina con base en la ley de Newton, mediante la temperatura promedio en la superficie interior del muro (nodo 0), como

$$Q^i_{\text{muro Trombe}} = \dot{Q}^i_{\text{muro Trombe}}\,\Delta t = h_{\text{int}}\,A(T_0^i - T_{\text{int}})\,\Delta t = h_{\text{int}}\,A[(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}]\Delta t$$

Por lo tanto, la cantidad de transferencia de calor durante el primer intervalo de tiempo ($i = 1$), o sea durante el primer periodo de 15 min, es

$$\begin{aligned} Q^1_{\text{muro Trombe}} &= h_{\text{int}}\,A[(T_0^1 + T_0^0)/2 - T_{\text{int}}]\,\Delta t \\ &= (1.8\ \text{Btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot{}^\circ\text{F})(10\times 25\ \text{ft}^2)[(68.3 + 70)/2 - 70^\circ\text{F}](0.25\ \text{h}) \\ &= -95.6\ \text{Btu} \end{aligned}$$

El signo negativo indica que el aire que está en el interior de la casa transfiere calor hacia el muro, lo cual representa una pérdida de calor. A continuación se determina la transferencia de calor total durante un periodo específico al sumar las cantidades de transferencia para cada intervalo de tiempo, como

$$Q_{\text{muro Trombe}} = \sum_{i=1}^{I} \dot{Q}^i_{\text{muro Trombe}} = \sum_{i=1}^{I} h_{\text{int}}\,A[(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}]\,\Delta t \qquad \textbf{(5-55)}$$

donde I es el número total de intervalos de tiempo en el periodo especificado. En este caso, $I = 48$ para 12 h, 96 para 24 h, y así sucesivamente. Al seguir el procedimiento que se describe en este ejemplo, con la ayuda de una computadora, se determina que la cantidad de transferencia de calor entre el muro Trombe y el interior de la casa es

$Q_{\text{muro Trombe}} = -17\,048$ Btu después de 12 h	(17 048 Btu durante el primer periodo de 12 h)
$Q_{\text{muro Trombe}} = -2\,483$ Btu después de 24 h	(14 565 Btu durante el segundo periodo de 12 h)
$Q_{\text{muro Trombe}} = 5\,610$ Btu después de 36 h	(8 093 Btu durante el tercer periodo de 12 h)
$Q_{\text{muro Trombe}} = 34\,400$ Btu después de 48 h	(28 790 durante el cuarto periodo de 12 h)

Por lo tanto, la casa pierde 2 483 Btu a través del muro el primer día, como resultado de la baja temperatura de arranque, pero entrega un total de 36 883 Btu de calor a la casa el segundo día. Se puede demostrar que el muro Trombe entregará incluso más calor a la casa durante el tercer día, ya que arrancará ese día a una temperatura promedio más elevada.

Conducción bidimensional de calor en régimen transitorio

Considere una región rectangular en la que la conducción de calor es significativa en las direcciones x y y, y considere una profundidad unitaria de $\Delta z = 1$ en la dirección z. Se puede generar calor en el medio con una velocidad de $\dot{e}(x, y, t)$, la cual puede variar con el tiempo y la posición, si se supone que la conductividad térmica k del medio es constante. Ahora divida el plano x-y de la región en una *malla rectangular* de puntos nodales espaciados con una separación Δx y Δy en las direcciones x y y, respectivamente, y considere un nodo interior general (m, n) cuyas coordenadas son $x = m\Delta x$ y $y = n\Delta y$, como se muestra en la figura 5-49. Dado que el elemento de volumen centrado en torno del nodo interior general (m, n) comprende conducción de calor desde los cuatro lados (derecho, izquierdo, superior e inferior), y el elemento de volumen es $V_{\text{elemento}} = \Delta x \times \Delta y \times 1 = \Delta x \Delta y$, la formulación en diferencias finitas en régimen transitorio para un nodo de ese tipo se puede expresar sobre la base de la ecuación 5-39 como

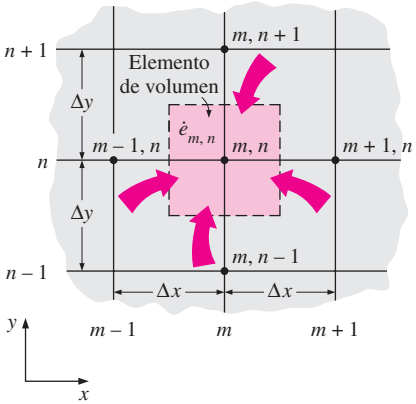


FIGURA 5-49
Elemento de volumen de un nodo interior general (m, n) para conducción bidimensional en régimen transitorio, en coordenadas rectangulares.

$$k\Delta y \frac{T_{m-1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,\,n+1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} + k\Delta y \frac{T_{m+1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,\,n-1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} + \dot{e}_{m,\,n}\,\Delta x \Delta y = \rho \Delta x \Delta y\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-56}$$

Cuando se toma una malla cuadrada ($\Delta x = \Delta y = l$) y se divide cada término entre k da, después de simplificar,

$$T_{m-1,\,n} + T_{m+1,\,n} + T_{m,\,n+1} + T_{m,\,n-1} - 4T_{m,\,n} + \frac{\dot{e}_{m,\,n} l^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \tag{5-57}$$

donde, una vez más, $\alpha = k/\rho c_p$ es la difusividad térmica del material y $\tau = \alpha \Delta t / l^2$ es el número adimensional de malla de Fourier. Esto también se puede expresar en términos de las temperaturas en los nodos vecinos en la siguiente forma, la cual es fácil de recordar:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{superior}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{inferior}} - 4T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = \frac{T_{\text{nodo}}^{i+1} - T_{\text{nodo}}^i}{\tau} \tag{5-58}$$

De nuevo, el primer miembro de esta ecuación es simplemente la formulación en diferencias finitas para el *caso de estado estacionario*, como era de esperarse. Asimismo, todavía no se ha presentado la formulación explícita o implícita, puesto que no se indicó el intervalo de tiempo en el primer miembro de la ecuación. Ahora se obtiene la formulación *explícita* en diferencias finitas al expresar el primer miembro en el paso i de tiempo como

$$T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{superior}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{inferior}}^i - 4T_{\text{nodo}}^i + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^i l^2}{k} = \frac{T_{\text{nodo}}^{i+1} - T_{\text{nodo}}^i}{\tau} \tag{5-59}$$

Si se expresa el primer miembro en el intervalo de tiempo $i + 1$ en lugar del i, daría la formulación implícita. Esta ecuación se puede resolver *explícitamente* para la nueva temperatura T_{nodo}^{i+1}, para dar

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{superior}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{inferior}}^i) + (1 - 4\tau)\, T_{\text{nodo}}^i + \tau \frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^i l^2}{k} \tag{5-60}$$

para todos los nodos interiores (m, n), donde $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N - 1$, en el medio. En el caso de que no aparezca generación de calor y $\tau = \frac{1}{4}$, que es el límite superior del criterio de estabilidad para el método explícito bidimensional (ver la ecuación 5-61), la formulación ex-

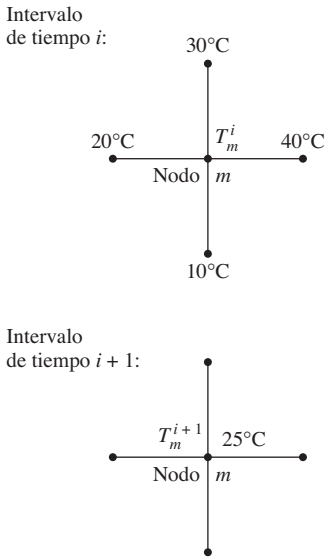


FIGURA 5-50
En el caso de que no haya generación de calor y $\tau = \frac{1}{4}$, la temperatura de un nodo interior en el nuevo intervalo de tiempo es el promedio de las temperaturas de sus nodos vecinos en el intervalo de tiempo anterior.

plícita en diferencias finitas para un nodo interior general se reduce a $T_{\text{nodo}}^{i+1} = (T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{superior}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{inferior}}^i)/4$, la cual tiene la interpretación de que *la temperatura de un* nodo *interior en el nuevo intervalo de tiempo es simplemente el promedio de las temperaturas de sus* nodos *vecinos en el intervalo de tiempo anterior* (figura 5-50).

El criterio de estabilidad que requiere que el coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} sea mayor o igual a cero para todos los nodos es igualmente válido para los casos bidimensionales o tridimensionales y limita en forma severa el tamaño del intervalo de tiempo Δt que se puede usar con el método explícito. En el caso de transferencia de calor bidimensional en régimen transitorio, en coordenadas rectangulares, el coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} es $1 - 4\tau$ y, por lo tanto, en este caso el criterio de estabilidad para todos los nodos interiores es $1 - 4\tau > 0$, o bien,

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{l^2} \leq \frac{1}{4} \qquad \text{(nodos interiores, transferencia de calor bidimensional en coordenadas rectangulares)} \tag{5-61}$$

donde $\Delta x = \Delta y = l$. Cuando se conoce el material del medio y, por lo tanto, su difusividad térmica α y se especifica el valor del tamaño l de la malla, se puede determinar el valor más grande admisible del intervalo de tiempo Δt a partir de la relación antes dada. Una vez más, los nodos frontera en los que interviene convección y/o radiación son más restrictivos que los interiores y, por consiguiente, requieren intervalos de tiempo más pequeños. Por lo tanto, debe usarse el nodo frontera más restrictivo en la determinación del intervalo de tiempo máximo admisible Δt cuando se resuelve un problema en régimen transitorio con el método explícito.

La aplicación de la ecuación 5-60 a cada uno de los $(M - 1) \times (N - 1)$ nodos interiores da $(M - 1) \times (N - 1)$ ecuaciones. Las ecuaciones restantes se obtienen mediante la aplicación del método de los nodos frontera a menos, por supuesto, que las temperaturas de frontera se especifiquen como constantes. El desarrollo de la formulación en diferencias finitas en régimen transitorio de los nodos frontera en los problemas bidimensionales (o tridimensionales) es semejante al que se realiza en el caso unidimensional discutido al principio. De nuevo la región se divide entre los nodos mediante la formación de elementos de volumen en torno a estos últimos y se escribe un balance de energía para cada nodo frontera con base en la ecuación 5-39. Esto se ilustra en el ejemplo 5-7.

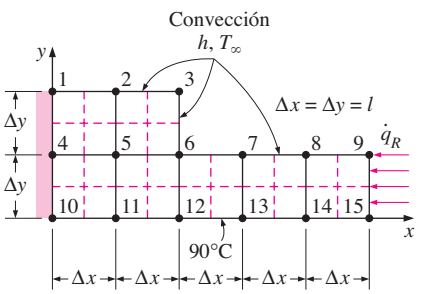


FIGURA 5-51
Red esquemática y nodal para el ejemplo 5-7.

EJEMPLO 5-7 Conducción de calor bidimensional en régimen transitorio en barras en L

Considere la transferencia de calor bidimensional en régimen transitorio en un cuerpo sólido con forma de L que se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme de 90°C y cuya sección transversal se da en la figura 5-51. La conductividad y difusividad térmicas del cuerpo son $k = 15$ W/m · °C y $\alpha = 3.2 \times 10^{-6}$ m²/s, respectivamente, y se genera calor en el cuerpo con una razón de $\dot{e} = 2 \times 10^6$ W/m³. La superficie izquierda del cuerpo está aislada y la inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 90°C en todo momento. En el instante $t = 0$, toda la superficie superior se sujeta a convección hacia el aire ambiente que está a $T_\infty = 25$°C, con un coeficiente de convección de $h = 80$ W/m² · °C, y la derecha se sujeta a flujo de calor con una velocidad uniforme de $\dot{q}_R = 5\,000$ W/m². La red nodal del problema consta de 15 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.2$ cm, como se muestra en la figura. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, por lo tanto, se conocen sus temperaturas. Mediante el método explícito, determine la temperatura en la esquina superior (nodo 3) del cuerpo después de 1, 3, 5, 10 y 60 min.

SOLUCIÓN Éste es un problema de transferencia de calor bidimensional en régimen transitorio en coordenadas rectangulares, y se resolvió en el ejemplo 5-3 para el caso de estado estacionario. Por lo tanto, la solución de este problema en régimen transitorio debe aproximarse a la solución para el caso de estado estacionario cuando el tiempo es suficientemente grande. Se dice que la conductividad térmica y la razón de generación de calor son constantes. Se observa que todos los nodos son frontera excepto el 5, que es interior. Por lo tanto, se tendrá que apoyar en los balances de energía con el fin de obtener las ecuaciones en diferencias finitas. La región se divide entre los nodos de manera equitativa, como se muestra en la figura, y las ecuaciones explícitas en diferencias finitas se determinan con base en el balance de energía para el caso en régimen transitorio, expresadas como

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{e}V_{\text{elemento}} = \rho V_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

Las cantidades h, T_∞, $\dot{e}$ y $\dot{q}_R$ no cambian con el tiempo y, por lo tanto, no se necesita usar el superíndice i para ellas. Asimismo, las expresiones de los balances de energía se simplifican mediante las definiciones de la difusividad térmica, $\alpha = k/\rho c_p$, y del número adimensional de malla de Fourier, $\tau = \alpha \Delta t/l^2$, donde $\Delta x = \Delta y = l$.

a) Nodo 1. [Nodo frontera sujeto a convección y aislamiento, figura 5-52*a*)]

$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_1^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2^i - T_1^i}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_4^i - T_1^i}{\Delta y} + \dot{e}_1\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_1^{i+1} - T_1^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $k/4$ y simplificar,

$$\frac{2hl}{k}(T_\infty - T_1^i) + 2(T_2^i - T_1^i) + 2(T_4^i - T_1^i) + \frac{\dot{e}_1 l^2}{k} = \frac{T_1^{i+1} - T_1^i}{\tau}$$

en la cual se puede despejar T_1^{i+1} para dar

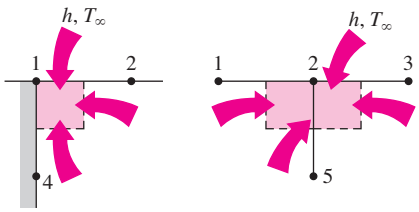
$$T_1^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_1^i + 2\tau\left(T_2^i + T_4^i + \frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_1 l^2}{2k}\right)$$

b) Nodo 2. [Nodo frontera sujeto a convección, figura 5-52*b*)]

$$h\Delta x(T_\infty - T_2^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_3^i - T_2^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_5^i - T_2^i}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_1^i - T_2^i}{\Delta x} + \dot{e}_2\,\Delta x\frac{\Delta y}{2} = \rho\Delta x\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\Delta t}$$

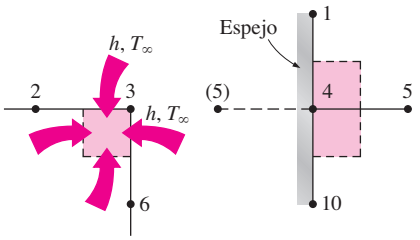
Al dividir entre $k/2$, simplificar y despejar T_2^{i+1} da

$$T_2^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_2^i + \tau\left(T_1^i + T_3^i + 2T_5^i + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}\right)$$



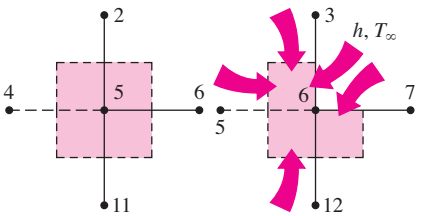
a) Nodo 1 *b*) Nodo 2

FIGURA 5-52
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.



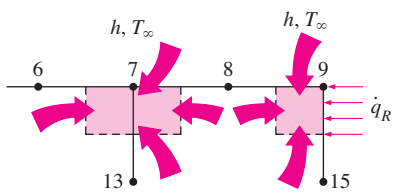
a) Nodo 3 *b*) Nodo 4

FIGURA 5-53
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 3 y 4.



a) Nodo 5 *b*) Nodo 6

FIGURA 5-54
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 5 y 6.



a) Nodo 7 *b*) Nodo 9

FIGURA 5-55
Esquemas para los balances de energía sobre los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

c) Nodo 3. [Nodo frontera sujeto a convección sobre los dos lados, figura 5-53*a*)]

$$h\left(\frac{\Delta x}{2}+\frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_3^i) + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_6^i - T_3^i}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2^i - T_3^i}{\Delta x} + \dot{e}_3\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_3^{i+1} - T_3^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $k/4$, simplificar y despejar T_3^{i+1} da

$$T_3^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k}\right)T_3^i + 2\tau\left(T_2^i + T_6^i + 2\frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_3 l^2}{2k}\right)$$

d) Nodo 4. [Sobre la frontera aislada y se puede tratar como un nodo interior, figura 5-53*b*)]. Dado que $T_{10} = 90°C$, la ecuación 5-60 da

$$T_4^{i+1} = (1 - 4\tau)\,T_4^i + \tau\left(T_1^i + 2T_5^i + 90 + \frac{\dot{e}_4 l^2}{k}\right)$$

e) Nodo 5. [Nodo interior, figura 5-54*a*)]. Dado que $T_{11} = 90°C$, la ecuación 5-60 da

$$T_5^{i+1} = (1 - 4\tau)\,T_5^i + \tau\left(T_2^i + T_4^i + T_6^i + 90 + \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}\right)$$

f) Nodo 6. [Nodo frontera sujeto a convección sobre los dos lados, figura 5-54*b*)]

$$h\left(\frac{\Delta x}{2}+\frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_6^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_7^i - T_6^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{12}^i - T_6^i}{\Delta y} + k\Delta y\frac{T_5^i - T_6^i}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2}\frac{T_3^i - T_6^i}{\Delta y} + \dot{e}_6\frac{3\Delta x\Delta y}{4} = \rho\frac{3\Delta x\Delta y}{4}c_p\frac{T_6^{i+1} - T_6^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $3k/4$, simplificar y despejar T_6^{i+1} da

$$T_6^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{3k}\right)T_3^i + \frac{\tau}{3}\left[2T_3^i + 4T_5^i + 2T_7^i + 4\times 90 + 4\frac{hl}{k}T_\infty + 3\frac{\dot{e}_6 l^2}{k}\right]$$

g) Nodo 7. [Nodo frontera sujeto a convección, figura 5-55*a*)]

$$h\Delta x(T_\infty - T_7^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8^i - T_7^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{13}^i - T_7^i}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6^i - T_7^i}{\Delta x} + \dot{e}_7\Delta x\frac{\Delta y}{2} = \rho\Delta x\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_7^{i+1} - T_7^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $k/2$, simplificar y despejar T_7^{i+1} da

$$T_7^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_7^i + \tau\left[T_6^i + T_8^i + 2\times 90 + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_7 l^2}{k}\right]$$

h) Nodo 8. Este nodo es idéntico al 7 y su formulación en diferencias finitas se puede obtener de la correspondiente al nodo 7, al desplazar los números de nodos en 1 (es decir, reemplazar el subíndice *m* por el *m* + 1). Esto da

$$T_8^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_8^i + \tau\left[T_7^i + T_9^i + 2 \times 90 + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_8 l^2}{k}\right]$$

i) Nodo 9. [Nodo frontera sujeto a convección sobre los dos lados, figura 5-55*b*)]

$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_9^i) + \dot{q}_R\frac{\Delta y}{2}k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{15}^i - T_9^i}{\Delta y} + \frac{k\Delta y}{2}\frac{T_8^i - T_9^i}{\Delta x} + \dot{e}_9\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_9^{i+1} - T_9^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre *k*/4, simplificar y despejar T_9^{i+1} da

$$T_9^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_9^i + 2\tau\left(T_8^i + 90 + \frac{\dot{q}_R l}{k} + \frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_9 l^2}{2k}\right)$$

Con esto se completa la formulación en diferencias finitas del problema. En seguida se necesita determinar el límite superior del intervalo de tiempo Δt a partir del criterio de estabilidad, el cual requiere que el coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} (el coeficiente primario) sea mayor o igual a cero para todos los nodos. En este caso, el coeficiente primario más pequeño en las nueve ecuaciones es el de T_3^i en la expresión T_3^{i+1}y, por lo tanto, el criterio de estabilidad para este problema se puede expresar como

$$1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau \leq \frac{1}{4(1 + hl/k)} \quad \rightarrow \quad \Delta t \leq \frac{l^2}{4\alpha(1 + hl/k)}$$

puesto que $\tau = \alpha\Delta t/l^2$. Al sustituir las cantidades dadas, se determina que el valor máximo admisible del paso de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{(0.012\text{ m})^2}{4(3.2 \times 10^{\pm 6}\text{ m}^2/\text{s})[1 + (80\text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.012\text{ m})/(15\text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})]} = 10.6\text{ s}$$

Por lo tanto, para resolver este problema, se puede usar cualquier paso de tiempo menor que 10.6 s. Por conveniencia, se elige que el intervalo de tiempo sea $\Delta t = 10$ s. Entonces el número discreto de Fourier queda

$$\tau = \frac{\alpha\Delta t}{l^2} = \frac{(3.2 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s})(10\text{ s})}{(0.012\text{ m})^2} = 0.222 \qquad (\text{para } \Delta t = 10\text{ s})$$

Al sustituir este valor de τ y el de las otras cantidades dadas, se simplifican las ecuaciones desarrolladas en diferencias finitas en régimen transitorio, para dar

$$\begin{aligned}
T_1^{i+1} &= 0.0836T_1^i + 0.444(T_2^i + T_4^i + 11.2)\\
T_2^{i+1} &= 0.0836T_2^i + 0.222(T_1^i + T_3^i + 2T_5^i + 22.4)\\
T_3^{i+1} &= 0.0552T_3^i + 0.444(T_2^i + T_6^i + 12.8)\\
T_4^{i+1} &= 0.112T_4^i + 0.222(T_1^i + 2T_5^i + 109.2)\\
T_5^{i+1} &= 0.112T_1^i + 0.222(T_2^i + T_4^i + T_6^i + 109.2)
\end{aligned}$$

$$T_6^{i+1} = 0.0931T_6^i + 0.074(2T_3^i + 4T_5^i + 2T_7^i + 424)$$
$$T_7^{i+1} = 0.0836T_7^i + 0.222(T_6^i + T_8^i + 202.4)$$
$$T_8^{i+1} = 0.0836T_8^i + 0.222(T_7^i + T_9^i + 202.4)$$
$$T_9^{i+1} = 0.0836T_{\text{nodo}}^{i+1} + 0.444(T_8^i + 105.2)$$

Mediante la condición inicial específica como la solución en el instante $t = 0$ (para $i = 0$), al barrer a través de estas nueve ecuaciones se obtiene la solución a intervalos de 10 s. Se determina que la solución en el nodo de la esquina superior (nodo 3) es 100.2, 105.9, 106.5, 106.6 y 106.6°C, en los instantes 1, 3, 5, 10 y 60 min, respectivamente. Note que las tres últimas soluciones son prácticamente idénticas a la solución para el caso de estado estacionario obtenida en el ejemplo 5-3. Esto indica que se alcanzan las condiciones estacionarias en el medio después de transcurridos más o menos 5 min.

Software SS-T-CONDUCT interactivo

El software **SS-T-CONDUCT** (Conducción de calor en estado estacionario y en régimen transitorio) fue desarrollado por Ghajar y colaboradores. El software es fácil de usar y puede usarse para resolver muchos problemas de conducción unidimensional y bidimensional de calor con generación de energía en las geometrías rectangulares analizadas en este capítulo. Para los problemas en régimen transitorio se puede utilizar el método de solución explícita e implícita. El software tiene las siguientes capacidades:

a) Control total y fácil de los parámetros numéricos clave (nodos y cuadrículas), propiedades materiales y condiciones y parámetros de frontera.
b) El efecto de los cambios paramétricos en la distribución de la temperatura puede verse al instante.
c) Se puede explorar el efecto del criterio de estabilidad (número de Fourier) para el método explícito.
d) Diferentes formas de ver los resultados en la pantalla o de manera impresa:

- Los resultados de temperatura se presentan de forma tabular.
- La temperatura se grafica con el tiempo y la distancia para problemas unidimensionales en estado estacionario y en régimen transitorio.
- Las temperaturas sombreadas indican problemas bidimensionales en estado estacionario.
- La animación de gráficas de temperatura con sombras representa problemas bidimensionales de régimen transitorio.

e) Hay una librería de propiedades materiales (conductividad térmica y difusividad térmica) integrada en el software. Con esta función, se puede explorar el efecto de la propiedad material sobre las temperaturas nodales.

La versión actual del software tiene las siguientes limitaciones:

a) Pueden modelarse geometrías rectangulares, expresadas en coordenadas cartesianas.
b) Espaciamiento uniforme de cuadrícula.
c) Condiciones de frontera para temperatura constante, flujo de calor constante y transferencia de calor por convección constante.

El uso del software para resolver problemas de conducción de calor se ilustra en los ejemplos 5-8 y 5-9.

EJEMPLO 5-8 Aplicación del software SS-T-CONDUCT a un problema de conducción unidimensional de calor en régimen transitorio

Resuelva el ejemplo 5-5 mediante el software SS-T-CONDUCT.

SOLUCIÓN En la ventana Input de SS-T-CONDUCT, seleccione la opción 1-Dimensional Transient Problem (detalle *a*) en la figura 5-56). Ingrese los parámetros del problema en los recuadros apropiados de texto en el recuadro Parámetros del problema [detalle *b*) en la figura 5-56].

Para calcular las temperaturas nodales mediante el método explícito, seleccione el botón esquema explícito de radio [detalle *c*) en la figura 5-56]. Las condiciones de frontera para este problema se especifican en el recuadro Condiciones de frontera [detalle *d*) en la figura 5-56]. Se ingresa la condición de frontera izquierda en el recuadro **Left BC** y la condición de frontera derecha se ingresa en el recuadro **Right BC** [detalles *e*) y *f*) en la figura 5-56]. Una vez que se han ingresado todos los datos necesarios, los resultados se calculan haciendo un clic sobre el botón **Calculate Temperature** [detalles *c*) y *f*) en la figura 5-56].

Los resultados calculados se presentan en la ventana SS-T-CONDUCT Tabular Output (figura 5-57). Las temperaturas nodales se tabulan según lo que indica el detalle *a*) de la figura 5-57. Como se esperaba, las temperaturas nodales coinciden con los valores listados en la tabla 5-3.

Para calcular las temperaturas nodales mediante el método implícito, se debe elegir el botón **implicit scheme radio**, como el de la figura 5-56. Una vez más, los resultados de la temperatura frente al tiempo en diferentes ubicaciones son comparables con los valores listados en la tabla 5-4. Esto puede verse al observar la temperatura frente al tiempo para la ubicación $x = 0.04$ m mostrada en la figura 5-57*b*). El resultado gráfico se obtuvo al seleccionar la opción **Graphical Output** y la ubicación x deseada de lista desplegable [detalle *a*) en la figura 5-57*b*)].

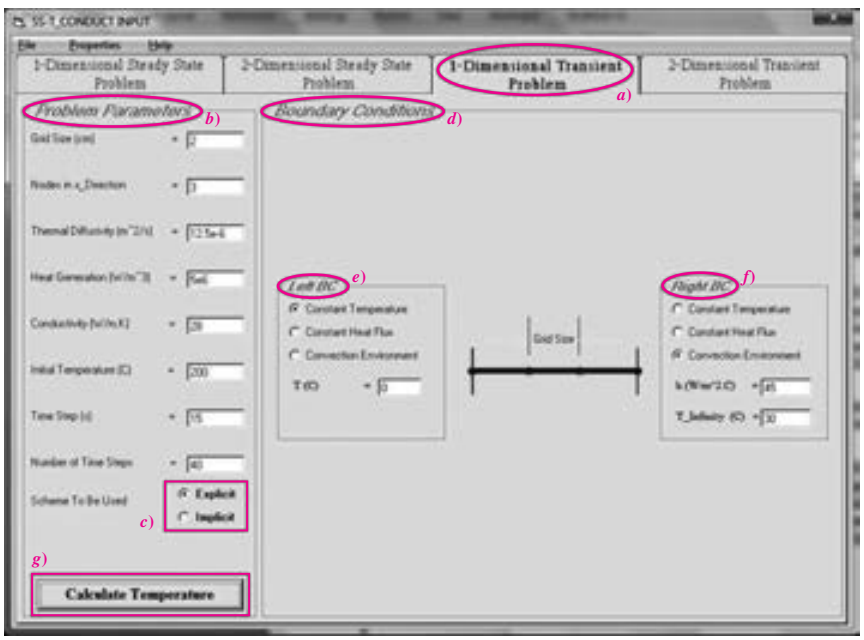
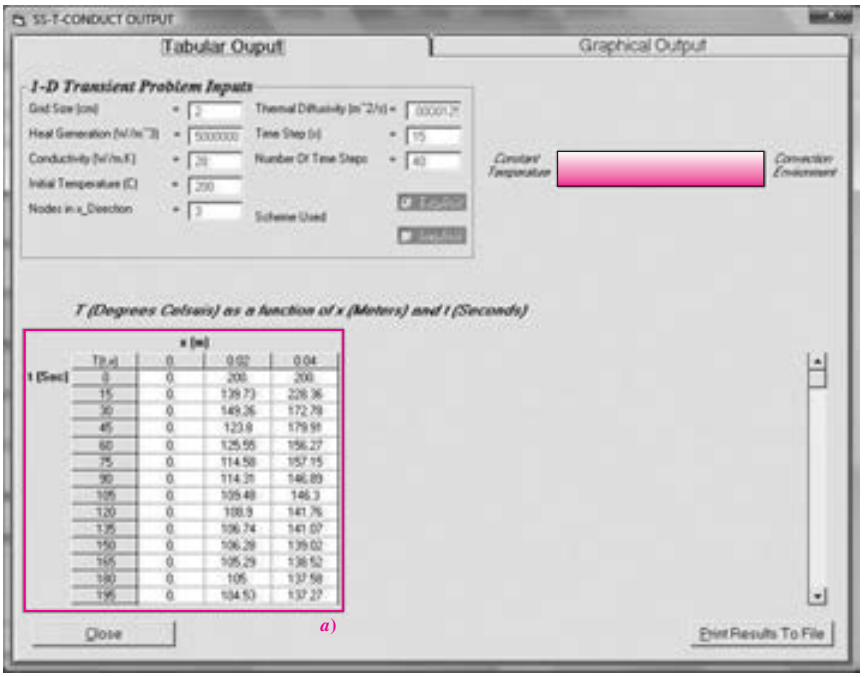
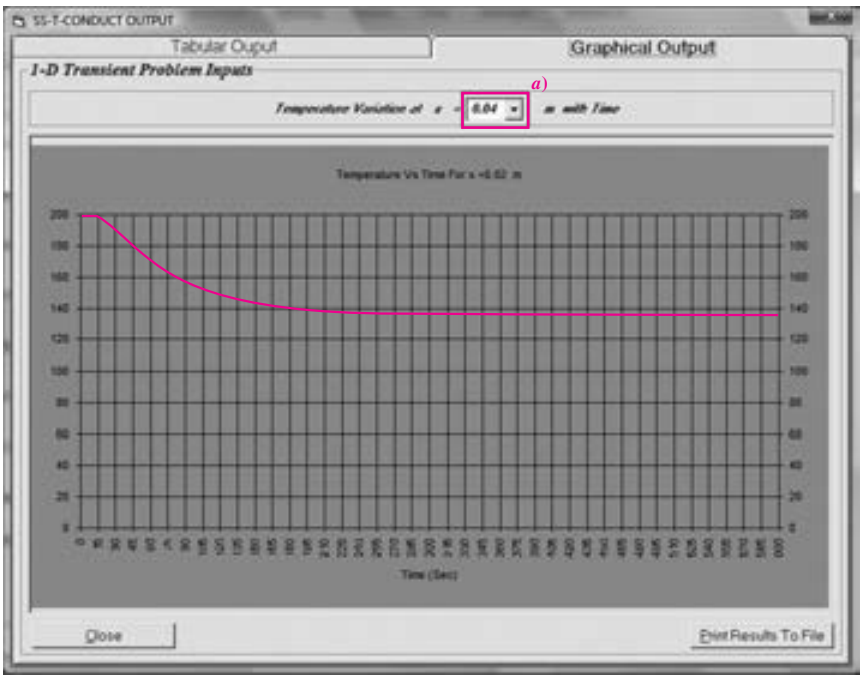


FIGURA 5-56
Ventana Input de SS-T-CONDUCT.



a) Ventana Tabular Output para el método explícito



b) Ventana Graphical Output para el método implícito

FIGURA 5-57
Ventanas Tabular y Graphical Output de SS-T-CONDUCT.

Discusión La limitación en el tiempo en el intervalo de tiempo del método explícito se puede explorar tan sólo al cambiar el intervalo de tiempo *a*) de la figura 5-56. El criterio de estabilidad para este problema requiere un intervalo de tiempo máximo de 15.5 segundos. Al usar intervalos mucho mayores que 15.5 segundos, la solución para las temperaturas nodales oscilará y a veces será negativa (lo cual viola la segunda ley de la termodinámica). También se puede ver que no importa qué intervalo de tiempo se utilice para el método implícito, la solución sigue siendo estable.

EJEMPLO 5-9 Aplicación del software SS-T-CONDUCT a un problema de conducción bidimensional de calor en régimen transitorio

Considere una barra sólida larga (k = 28 W/m · K y $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ m²/s) de sección transversal que tiene una temperatura uniforme inicial de 20ºC (figura 5-58). La sección transversal de la barra mide 20 cm × 20 cm, y el calor se genera en ella de manera uniforme a una razón de $\dot{e} = 8 \times 10^5$ W/m³. Los cuatro lados de la barra están sujetos a pérdida de calor al aire ambiental a T_∞ = 30°C con un coeficiente de transferencia de calor de h = 45 W/m² · K. Mediante el método explicito en diferencias finitas y con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y$ = 10 cm, determine la temperatura al centro de la barra *a*) después de 20 minutos y *b*) después de haberse establecido las condiciones estacionarias.

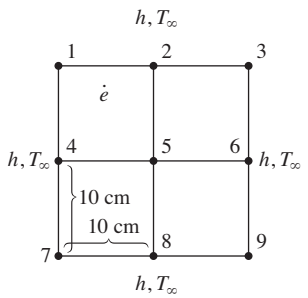


FIGURA 5-58
Red esquemática y nodal para el ejemplo 5-9.

SOLUCIÓN Una larga barra sólida está sujeta a la transferencia de calor en régimen transitorio. Se debe determinar la temperatura del centro de la barra después de 20 minutos y de que las condiciones estacionarias se han establecido.

Suposiciones **1.** La transferencia de calor por el cuerpo está en régimen transitorio y es bidimensional. **2.** Las propiedades térmicas son constantes. **3.** El calor se genera de manera uniforme en el cuerpo.

Propiedades La conductividad y la difusividad son k = 28 W/m · °C y $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ m²/s.

Análisis El espaciamiento nodal es $\Delta x = \Delta y = l$ = 0.1 m. Las ecuaciones explícitas en diferencias infinitas se determinan con base en el equilibrio de energía para el régimen transitorio expresado como

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{e}V_{\text{elemento}} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

Hay simetría con respecto a las líneas verticales, horizontales y diagonales que atraviesan el centro. Por lo tanto, $T_1 = T_3 = T_7 = T_9$ y $T_2 = T_4 = T_6 = T_8$, y T_1, T_2 y T_5 son las únicas tres temperaturas nodales conocidas. Por lo tanto, las ecuaciones de diferencia finita para los nodos 1, 2 y 5 son las únicas ecuaciones necesarias para determinar todas las temperaturas nodales. Mediante la metodología similar analizada en el ejemplo 5-7, las ecuaciones de diferencia finita son

$$\text{Nodo 1:} \qquad T_1^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k}\right)T_1^i + 2\tau\left(2T_2^i + 2\frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_1 l^2}{2k}\right)$$

$$\text{Nodo 2:} \qquad T_2^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_2^i + \tau\left(2T_1^i + 2T_5^i + 2\frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}\right)$$

$$\text{Nodo 5:} \qquad T_5^{i+1} = (1 - 4\tau)T_5^i + \tau\left(4T_2^i + \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}\right)$$

A continuación es necesario determinar el límite superior del intervalo de tiempo Dt a partir del criterio de estabilidad, para lo cual es preciso que el coefi-

ciente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} (el coeficiente primario) sea mayor que o igual a cero para todos los nodos. El coeficiente primario mínimo en estas nueve ecuaciones es el coeficiente de T_1^i en la expresión T_1^{i+1}, por lo tanto, el criterio de estabilidad para este problema puede expresarse como

$$1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau \leq \frac{1}{4(1 + hl/k)} \quad \rightarrow \quad \Delta t \leq \frac{l^2}{4\alpha(1 + hl/k)}$$

dado que $\tau = \alpha\Delta t/l^2$. Al sustituir las cantidades dadas, el valor máximo permitido del intervalo de tiempo es

$$\Delta t \leq \frac{(0.1\ \text{m})^2}{4(12 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})[1 + (45\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(0.1\ \text{m})/(28\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C})]} = 179\ \text{s}$$

Por lo tanto, para resolver este problema se puede utilizar cualquier intervalo de tiempo menor que 179 s. Por comodidad, fijaremos el intervalo de tiempo en $\Delta t = 60$ s. Entonces el número de Fourier para la malla se convierte en

$$\tau = \frac{\alpha\Delta t}{l^2} = \frac{(12 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(60\ \text{s})}{(0.1\ \text{m})^2} = 0.072 \quad (\text{para } \Delta t = 60\,\text{s})$$

Mediante la condición inicial especificada como la solución en el tiempo $t = 0$ (para $i = 0$), pasando por las 3 ecuaciones en diferencias infinitas, obtendremos la solución como un intervalo de tiempo de 60 s.

La solución en el nodo central (nodo 5) también puede determinarse mediante el software SS-T-CONDUCT. En la ventana Input de SS-T-CONDUCT, seleccione la tecla **2-Dimensional Transient Problem** [detalle *a*) de la figura 5.59]. Ingrese

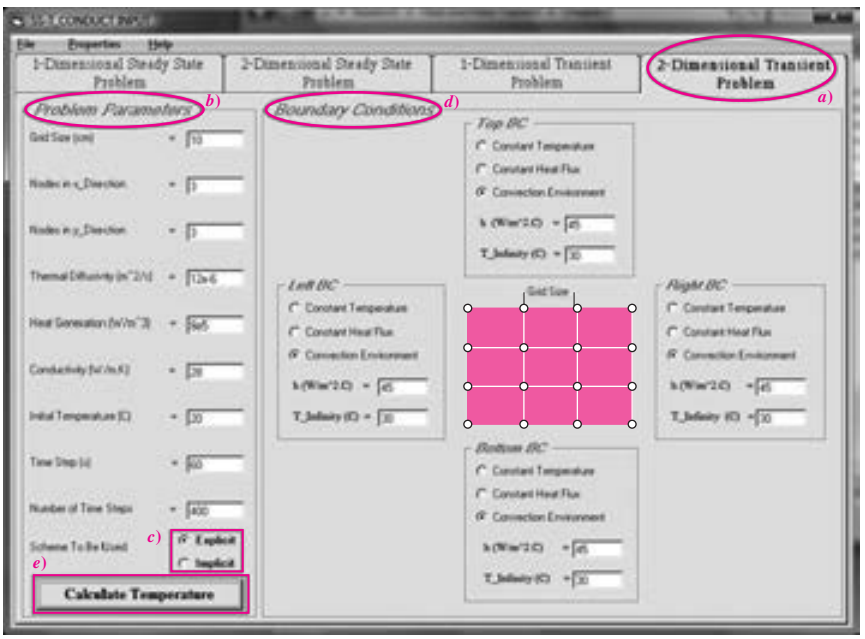
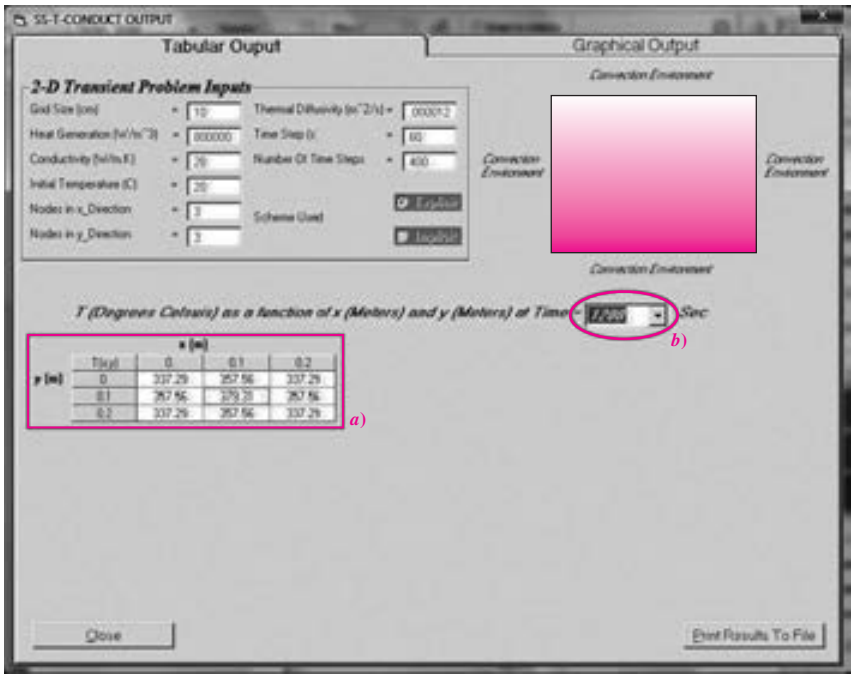
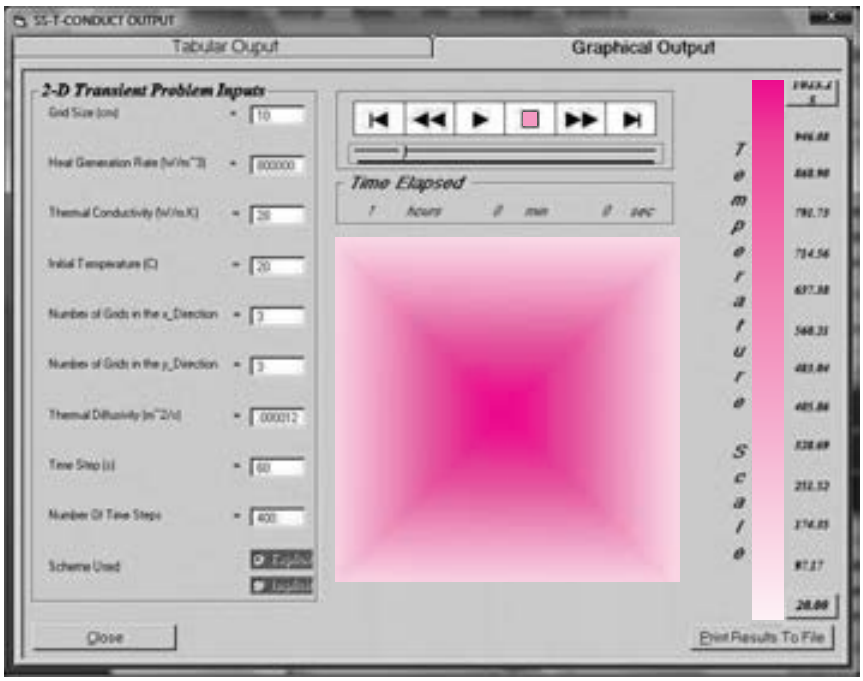


FIGURA 5-59
La ventana Input SS-T-CONDUCT para el problema bidimensional en estado transitorio.



a) Ventana Tabular Output del SS-T-CONDUCT



b) Ventana Graphical Output

FIGURA 5-60
Ventanas Tabular y Graphical Output.

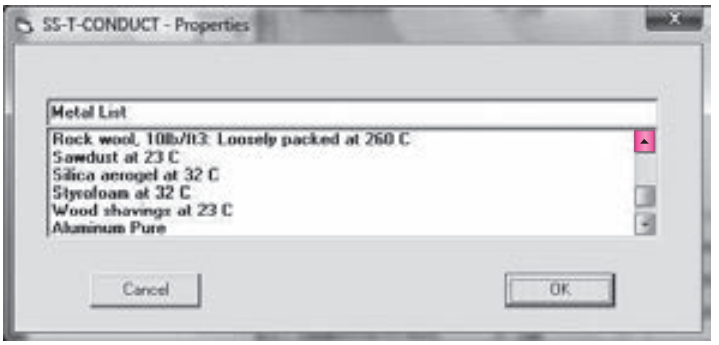


FIGURA 5-61
Lista de propiedades materiales del SS-T-CONDUCT.

los parámetros en los recuadros de texto pertinentes en el recuadro de **Parámetros de problemas** [detalle *b*) en la figura 5-59].

Para calcular las temperaturas nodales mediante el método **explícito**, se selecciona el botón Esquematizar radio [detalle *c*) en la figura 5-59]. Las condiciones de frontera para este problema se especifican en el recuadro **Condiciones de frontera** [detalle *d*) en la figura 5-59]. Una vez que todos los datos necesarios se han ingresado, los resultados se comparan con el botón Calcular temperatura [detalle *e*) en la figura 5-59].

Los resultados calculados se presentan en la ventana **Tabular Output** de SS-T-CONDUCT(figura 5-60*a*). Las temperaturas nodales se tabulan como se indica en el detalle *a*) en la figura 5-60*a*). La temperatura al centro de la barra tras 20 minutos (o 1 200 s) es **379.31°C**. La solución para diferentes tiempos puede verse al seleccionar de la lista desplegable [detalle *b*) en la figura 5-60*a*)]. Al hacerlo, la temperatura al centro de la barra, tras haberse establecido condiciones estacionarias, se determina como de **1 023°C**, después de aproximadamente 6 horas.

Para ver el resultado gráfico, seleccione la opción **Graphical Output** y se desplegará el perfil de la temperatura para este problema [figura 5-60*b*)]. El usuario puede ver el perfil de la temperatura en diferentes tiempos mediante la barra deslizable.

Discusión El software SS-T-CONDUCT también tiene una función integrada para que el usuario elija las propiedades (conductividad térmica y difusividad térmica) de diferentes materiales o explorar la influencia de las propiedades de diferentes materiales sobre las temperaturas nodales. Para seleccionar un material, haga clic sobre el menú **Properties** en la barra de menú en la ventana Input del SS-T-CONDUCT (figura 5-59) para ver la lista disponible de materiales (figura 5-61).

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Control del error numérico

Una comparación de los resultados numéricos con los resultados exactos para la distribución de temperatura en un cilindro mostraría que los primeros son aproximados y pueden estar o no suficientemente cercanos a los valores de la solución exacta (verdadera). La diferencia entre una solución numérica y la exacta es el **error** en el que se incurre en la solución numérica y tiene como origen principal dos fuentes:

*Se puede pasar por alto esta unidad, sin pérdida de continuidad.

- El **error de discretización** (también llamado error *por truncamiento* o *de formulación*), en el cual se incurre por las aproximaciones usadas en la formulación del método numérico.
- El **error por redondeo**, en el cual se incurre por el uso de la computadora de un número limitado de cifras significativas y que redondea (o recorta) en forma continua los dígitos que no puede conservar.

En seguida se discuten los dos tipos de errores.

Error de discretización

El error de discretización en el que se incurre en los métodos numéricos se debe al reemplazo de las *derivadas* por *diferencias* en cada paso, o bien, la distribución real de temperatura entre dos nodos adyacentes por un segmento rectilíneo.

Considere la variación de la solución de un problema de transferencia de calor en régimen transitorio con el tiempo en un punto nodal especificado. Tanto la solución numérica como la real (exacta) coinciden al principio del primer intervalo de tiempo, como es de esperarse, pero la primera se desvía de la segunda a medida que se incrementa el tiempo t. La diferencia entre las dos soluciones en $t = \Delta t$ se debe sólo a la aproximación en el primer intervalo de tiempo y se llama *error local de discretización*. Se podría esperar que la situación empeore con cada intervalo, puesto que en el segundo intervalo se usa el resultado erróneo del primer paso como punto de partida y se añade un segundo error local de discretización en la parte superior de él, como se muestra en la figura 5-62. La acumulación de los errores locales de discretización continúa al aumentar el número de escalones de tiempo y, en cualquier intervalo, el error total de discretización se llama *error global* o *acumulado de discretización*. Note que en el primer intervalo de tiempo los errores local y global de discretización son idénticos. Por lo común este último aumenta al incrementarse el número de intervalos, pero puede ocurrir lo opuesto cuando la función solución cambia con frecuencia de dirección, lo que da lugar a errores locales de discretización de signos opuestos, los cuales tienden a cancelarse entre sí.

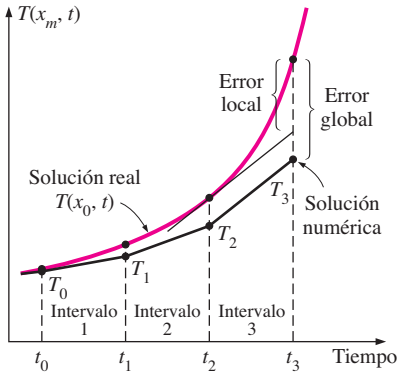


FIGURA 5-62
Errores local y global de discretización del método de las diferencias finitas en el tercer intervalo de tiempo, en un punto nodal especificado.

Para tener una idea acerca de la magnitud del error local de discretización, considere el desarrollo de las series de Taylor de la temperatura en un punto nodal m especificado en el instante t_i,

$$T(x_m, t_i + \Delta t) = T(x_m, t_i) + \Delta t \frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \frac{\partial^2 T(x_m, t_i)}{\partial t^2} + \cdots \quad \textbf{(5-62)}$$

La formulación en diferencias finitas de la derivada con respecto al tiempo en el mismo punto nodal se expresa como

$$\frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} \cong \frac{T(x_m, t_i + \Delta t) - T(x_m, t_i)}{\Delta t} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \quad \textbf{(5-63)}$$

o bien,

$$T(x_m, t_i + \Delta t) \cong T(x_m, t_i) + \Delta t \frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} \quad \textbf{(5-64)}$$

lo cual se asemeja al *desarrollo de las series de Taylor* terminado después de los dos primeros términos. Por lo tanto, los términos tercero y posteriores en el desarrollo de las series de Taylor representan el error que se comete en la aproximación en diferencias finitas. Para un lapso de tiempo suficientemente pequeño, estos términos decaen con rapidez, a medida que se incrementa el orden de la derivada, y sus contribuciones se vuelven cada vez más y más pequeñas. El primer término despreciado en el desarrollo de las series de Taylor es proporcional a Δt^2 y, por lo tanto, el error local

de discretización de esta aproximación, el cual es en el que se incurre en cada paso, también es proporcional a Δt^2.

El error local de discretización es el error de formulación asociado con un solo paso y da una idea acerca de la precisión del método usado. Sin embargo, los resultados solución que se obtienen en cada paso, excepto en el primero, contienen el *error acumulado* hasta ese punto y el error local por sí solo no tiene mucho significado. Lo que en realidad se necesita conocer es el error global de discretización. En el peor de los casos, el error acumulado de discretización después de I intervalos de tiempo, durante un periodo t_0 es $i(\Delta t)^2 = (t_0/\Delta t)(\Delta t)^2 = t_0\Delta t$, el cual es proporcional a Δt. Por lo tanto, se concluye que el error local de discretización es proporcional al cuadrado del intervalo Δt^2, mientras que el error global de discretización es proporcional al Δt. Por lo tanto, entre menor sea el tamaño de la malla (o el tamaño del intervalo de tiempo en los problemas en régimen transitorio) más pequeño es el error y, por consiguiente, más exacta es la aproximación. Por ejemplo, reducir a la mitad el tamaño del intervalo reducirá el error global de discretización a la mitad. Con base en la discusión anterior, debe quedar claro que se puede minimizar el error de discretización al decrecer el tamaño del intervalo, en el espacio o en el tiempo, tanto como sea posible. El error de discretización tiende a cero conforme las diferencias, como Δx y Δt, tienden a diferenciales, como dx y dt.

Error por redondeo

Si se tuviera una computadora que pudiera conservar un número infinito de dígitos para todos los números, la diferencia entre la solución exacta y la aproximada (numérica) en cualquier punto se debería por completo al error de discretización. Pero se sabe que toda computadora (o calculadora) representa números mediante un número finito de cifras significativas. El valor predeterminado del número de dígitos significativos para muchas computadoras es de 7, lo cual se conoce como *precisión sencilla*. Pero el usuario puede realizar los cálculos mediante 15 dígitos significativos para los números si lo desea, lo cual se menciona como *precisión doble*. Por supuesto, realizar cálculos con precisión doble requerirá más memoria de computadora y un tiempo más largo de ejecución.

En el modo de precisión sencilla con siete dígitos significativos una computadora registra el número 44 444.666666 como 44 444.67 o 44 444.66, dependiendo del método de redondeo que use. En el primer caso se dice que los dígitos en exceso se *redondearon* hasta el entero más cercano, mientras que en el segundo caso se dice que se *recortaron*. Por lo tanto, los números $a =$ 44 444.12345 y $b =$ 44 444.12032, son equivalentes para una computadora que realiza cálculos mediante siete dígitos significativos. Una computadora de ese tipo daría $a - b = 0$, en lugar del valor verdadero de 0.00313.

El error debido a la conservación de un número limitado de dígitos durante los cálculos se llama **error por redondeo**. Éste tiene naturaleza aleatoria y no existe una manera fácil y sistemática de predecirlo. Depende del número de cálculos, del método de redondeo, del tipo de computadora y hasta de la secuencia de los cálculos.

En álgebra, el lector aprendió que $a + b + c = a + c + b$, lo cual parece bastante razonable. Pero esto no se cumple necesariamente para los cálculos realizados con una computadora, como se demuestra en la figura 5-63. Note que el cambio en la secuencia de los cálculos condujo a un error de 30.8% en sólo dos operaciones. Si se considera que cualquier problema significativo comprende miles o incluso millones de esas operaciones realizadas en secuencia, se observa que el error acumulado por

Dado:

$$a = 7777777$$
$$b = -7777776$$
$$c = 0.4444432$$

Hallar: $D = a + b + c$

$E = a + c + b$

Solución:

$$\begin{aligned} D &= 7777777 - 7777776 + 0.4444432 \\ &= 1 + 0.4444432 \\ &= 1.444443 \text{ (Resultado correcto)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 7777777 + 0.4444432 - 7777776 \\ &= 7777777 - 7777776 \\ &= 1.000000 \text{ (Con un error de 30.8\%)} \end{aligned}$$

FIGURA 5-63
Operación aritmética simple realizada con una computadora en precisión sencilla mediante siete dígitos significativos, que conduce a un error de 30.8% cuando se invierte el orden de la operación.

redondeo tiene el potencial de causar errores graves sin dar signos de advertencia. Los programadores experimentados están muy conscientes de este peligro y estructuran sus programas para impedir cualquier acumulación de error por redondeo. Por ejemplo, es mucho más seguro multiplicar un número por 10 que sumarlo 10 veces. Asimismo, es mucho más seguro empezar cualquier proceso de adición con los números más pequeños y continuar con los más grandes. Esta regla es, en particular, importante al evaluar series con un gran número de términos con signos alternantes.

El error por redondeo es proporcional al *número de cálculos* realizados durante la solución. En el método de las diferencias finitas, el número de cálculos se incrementa conforme decrece el tamaño de la malla o el del paso. Por ejemplo, al reducir el tamaño de la malla o del intervalo de tiempo a la mitad, se duplicará el número de cálculos y, por consiguiente, el error acumulado por redondeo.

Control del error en los métodos numéricos

El error total en cualquier resultado obtenido por un método numérico es la suma del *error de discretización*, el cual decrece al disminuir el tamaño del intervalo, y el *error por redondeo*, el cual se incrementa cuando decrece el tamaño del intervalo, como se muestra en la figura 5-64. Por lo tanto, decrecer demasiado el tamaño del intervalo con el fin de obtener resultados más precisos, en realidad puede resultar contraproducente y dar resultados menos exactos debido a un incremento más rápido en el error por redondeo. Se debe ser cuidadoso para no permitir que este último tipo de error se salga de control, evitando un gran número de cálculos con números muy pequeños.

En la práctica no se conocerá la solución exacta del problema y, por consiguiente, no es capaz de determinar la magnitud del error en el que se incurre en el método numérico. Saber que el error global de discretización es proporcional al tamaño del intervalo tampoco es de mucha ayuda, ya que no se cuenta con una manera fácil de determinar el valor de la constante de proporcionalidad. Además, el error global de discretización no tiene significado por sí solo sin una estimación verdadera del error por redondeo. Por lo tanto, se recomiendan los siguientes procedimientos prácticos para valorar la precisión de los resultados obtenidos por un método numérico.

- Inicie los cálculos con un tamaño razonable de malla Δx (y del intervalo de tiempo Δt para los problemas en régimen transitorio) basado en la experiencia. A continuación, repita los cálculos mediante un tamaño de malla de $\Delta x/2$. Si los resultados obtenidos al reducir el tamaño de malla a la mitad no difieren de manera significativa de los resultados obtenidos con el tamaño completo de malla, se concluye que el error de discretización está en un nivel aceptable. Pero si la diferencia es mayor que la aceptada, se tienen que repetir los cálculos mediante un tamaño de malla de $\Delta x/4$, o incluso menor en las regiones de gradientes altos de temperatura. De esta manera, se continúa hasta que la reducción del tamaño de malla a la mitad no cause cambios significativos en los resultados, lo cual indica que el error de discretización se ha reducido a un nivel aceptable.
- Repita los cálculos mediante la precisión doble, al mantener el tamaño de malla (y el tamaño del intervalo de tiempo en los problemas en régimen transitorio). Si los cambios no son significativos, se concluye que el error por redondeo no es un problema. Pero si los cambios son demasiado grandes como para aceptarse, entonces se puede intentar reducir el número total de cálculos, al

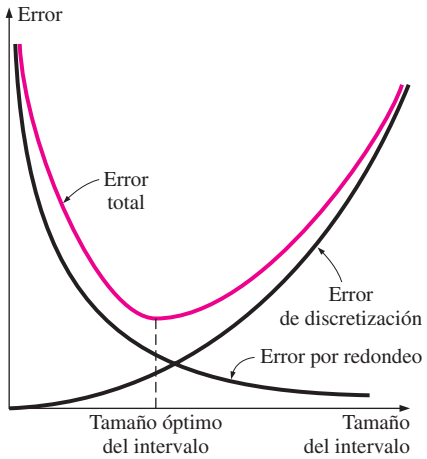


FIGURA 5-64
A medida que disminuye el tamaño de la malla o el intervalo de tiempo, el error de discretización decrece pero el debido al redondeo aumenta.

incrementar el tamaño de la malla o cambiar el orden de los cálculos. Pero si el tamaño mayor de malla produce errores inaceptables de discretización, entonces se puede hallar un término medio razonable.

Siempre se debe tener presente que los resultados obtenidos por cualquier método numérico pueden no reflejar algunos puntos conflictivos en ciertos problemas que requieren una consideración especial, como los puntos o zonas calientes de los gradientes altos de temperatura. Los errores que parecen razonables en forma global pueden ser considerables en ciertos lugares. La anterior es otra razón para repetir siempre los cálculos por lo menos dos veces con diferentes tamaños de malla, antes de aceptarlos como la solución del problema. La mayor parte de los paquetes comerciales de software cuentan con rutinas integradas que varían el tamaño de la malla según sea necesario para obtener soluciones muy precisas. Pero es una buena práctica de ingeniería estar conscientes de cualesquiera trampas potenciales de los métodos numéricos y examinar los resultados obtenidos con un ojo crítico.

RESUMEN

Los métodos analíticos de solución están limitados a problemas muy simplificados en configuraciones geométricas simples y con frecuencia resulta necesario usar un método numérico con el fin de resolver los problemas del mundo real con configuraciones complicadas o condiciones térmicas no uniformes. El *método* numérico *de las diferencias finitas* se basa en el reemplazo de las derivadas por diferencias, y se obtiene la formulación en diferencias finitas de un problema de transferencia de calor mediante la selección de un número suficiente de puntos en la región, conocidos como *puntos nodales* o nodos, y al escribir *balances de energía* en los elementos de volumen localizados en torno a los nodos.

Para la transferencia de calor *en estado estacionario* el *balance de energía* se puede expresar en general como

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{e}\mathcal{V}_{\text{elemento}} = 0$$

sea el problema unidimensional, bidimensional o tridimensional. Por conveniencia en la formulación, siempre se supone que toda la transferencia de calor es *hacia* el elemento de volumen, desde todas las superficies hacia el nodo a considerar, excepto para el flujo específico de calor cuya dirección ya está determinada. Para algunas configuraciones geométricas la formulación en diferencias finitas para un nodo interior general en condiciones *estacionarias* se expresa como sigue:

Conducción unidimensional en estado estacionario, en una pared plana:

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0$$

Conducción bidimensional en estado estacionario, en coordenadas rectangulares

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{superior}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{inferior}} - 4T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = 0$$

donde Δx es el espaciamiento nodal para la pared plana y $\Delta x = \Delta y = l$ es el espaciamiento nodal para el caso bidimensional. Las fronteras aisladas se pueden concebir como espejos en la formulación y, de este modo, los nodos sobre las fronteras aisladas se pueden tratar como interiores mediante imágenes especulares.

La formulación en diferencias finitas en el nodo 0, en la frontera izquierda de una pared plana, para conducción de calor unidimensional en estado estacionario, se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{superficie izquierda}} + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0$$

donde $A\Delta x/2$ es el volumen del elemento de volumen, $\dot{e}_0$ es la razón de la generación de calor por unidad de volumen, en $x = 0$, y A es el área de transferencia de calor. La forma del primer término depende de la condición de frontera en $x = 0$ (convección, radiación, flujo específico de calor, etcétera).

La formulación en diferencias finitas de los problemas de conducción de calor suelen conducir a un sistema de N ecuaciones algebraicas en N temperaturas nodales desconocidas que necesitan resolverse en forma simultánea.

La formulación en diferencias finitas de los problemas de conducción de calor *en régimen transitorio* se basa en un balance de energía en el que también se toma en cuenta la variación del contenido de energía del elemento de volumen durante un intervalo de tiempo Δt. Los términos transferencia de calor y generación de calor se expresan en el instante de tiempo anterior i, en el *método explícito*, y en el nuevo instante de tiempo $i + 1$, en el *método implícito*. Para un nodo general m, las formulaciones en diferencias finitas se expresan como

Método explícito:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{e}_m^i \mathcal{V}_{\text{elemento}} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

Método implícito:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i+1} + \dot{e}_m^{i+1} \mathcal{V}_{\text{elemento}} = \rho \mathcal{V}_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

donde T_m^i y T_m^{i+1} son las temperaturas en el nodo m en los instantes $t_i = i\Delta t$ y $t_{i+1} = (i + 1)\Delta t$, respectivamente, y $T_m^{i+1} - T_m^i$ representa el cambio de temperatura del nodo durante el inter-

valo de tiempo Δt entre los instantes de tiempo i e $i + 1$. Las formulaciones explícita e implícita que se dan aquí son bastante generales y se pueden usar en cualquier sistema de coordenadas, sin importar que la transferencia de calor sea unidimensional, bidimensional o tridimensional.

La formulación explícita de un nodo interior general para transferencia de calor unidimensional y bidimensional en coordenadas rectangulares se puede expresar como

Caso unidimensional:

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau)\, T_m^i + \tau\, \frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k}$$

Caso bidimensional:

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{superior}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{inferior}}^i) + (1 - 4\tau)\, T_{\text{nodo}}^i + \tau\, \frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^i l^2}{k}$$

donde $\tau = \dfrac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ es el *número adimensional discreto de Fourier* y $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica* del medio.

El método implícito es inherentemente estable y se puede usar cualquier valor de Δt como el intervalo de tiempo. El valor más grande del intervalo de tiempo Δt en el método explícito queda limitado por el *criterio de estabilidad*, expresado como: *los coeficientes de todas las* T_m^i en las expresiones T_m^{i+1} (*llamados coeficientes primarios*) *deben ser mayores o iguales a cero para todos los nodos m*. El valor máximo de Δt se determina mediante la aplicación del criterio de estabilidad a la ecuación con el coeficiente primario más pequeño, dado que es el más restrictivo. Para los problemas con temperaturas o flujos de calor específicos en todas las fronteras, el criterio de estabilidad se puede expresar como $\tau \leq \frac{1}{2}$, para los problemas unidimensionales, y $\tau \leq \frac{1}{4}$, para los bidimensionales, en coordenadas rectangulares.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. D. A. Anderson, J. C. Tannehill y R. H. Pletcher. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Nueva York: Hemisphere, 1984.
2. C. A. Brebbia. *The Boundary Element Method for Engineers*, Nueva York: Halsted Press, 1978.
3. G. E. Forsythe y W. R. Wasow. *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations,* Nueva York: John Wiley & Sons, 1960.
4. B. Gebhart. *Heat Conduction and Mass Diffusion,* Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
5. K. H. Huebner y E. A. Thornton. *The Finite Element Method for Engineers*, 2a. ed., Nueva York: John Wiley & Sons, 1982.
6. Y. Jaluria y K. E. Torrance. *Computational Heat Transfer,* Nueva York: Hemisphere, 1986.
7. W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, G. E. Schneider y R. H. Pletcher. *Handbook of Numerical Heat Transfer,* Nueva York: John Wiley & Sons, 1988.
8. G. E. Myers. *Analytical Methods in Conduction Heat Transfer,* Nueva York: McGraw-Hill, 1971.
9. D. H. Norrie y G. DeVries. *An Introduction to Finite Element Analysis,* Nueva York: Academic Press, 1978.
10. M. N. Özişik. *Finite Difference Methods in Heat Transfer,* Boca Ratón, FL: CRC Press, 1994.
11. S. V. Patankhar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,* Nueva York: Hemisphere, 1980.
12. T. M. Shih. *Numerical Heat Transfer,* Nueva York: Hemisphere, 1984.

PROBLEMAS*

¿Por qué los métodos numéricos?

5-1C Con la difusión de poderosas computadoras y paquetes de software, ¿cree que llegará el momento en que la búsqueda de soluciones analíticas para los problemas de ingeniería desaparecerá del programa de estudios de los ingenieros?

5-2C ¿Cuáles son las limitaciones de los métodos analíticos de resolución?

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES, ⊛, se resuelven mediante el EES, y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, ■, son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software EES que acompaña a este texto.

5-3C Considere un problema de conducción de calor que se puede resolver analíticamente, al resolver la ecuación diferencial que rige y mediante las condiciones de frontera, o numéricamente por medio de un paquete de software del que disponga en su computadora. ¿Qué procedimiento utilizaría para resolver dicho problema? Explique su razonamiento.

5-4C ¿Cuál es la base del método de balance de energía? ¿En qué difiere con respecto al método formal de las diferencias finitas? Para una red nodal específica, ¿estos dos métodos conducirán al mismo conjunto o a conjuntos diferentes de ecuaciones?

5-5C ¿En qué difieren los métodos numéricos de resolución con respecto a los analíticos? ¿Cuáles son las ventajas y las desventajas de los métodos numéricos y los analíticos?

5-6C Dos ingenieros deben resolver un problema real de transferencia de calor en una fábrica. El ingeniero A establece las suposiciones simplificadoras necesarias y lo resuelve analí-

ticamente, mientras que el ingeniero B lo resuelve numéricamente mediante un poderoso paquete de software. El ingeniero A afirma que ha resuelto el problema con exactitud y, por consiguiente, sus resultados son muy buenos, en tanto que el B afirma que utilizó un modelo más realista y, como consecuencia, los suyos son mejores. Para resolver la disputa, se le pide al lector que resuelva el problema en forma experimental en un laboratorio. ¿A cuál de los dos ingenieros piensa el lector que los experimentos le darán la razón? Explique.

Formulación en diferencias finitas de ecuaciones diferenciales

5-7C Defina estos términos usados en la formulación en diferencias finitas: nodo, malla (red nodal), elemento de volumen, espaciamiento nodal y ecuación en diferencias.

5-8 La formulación en diferencias finitas de la conducción bidimensional de calor en estado estacionario en un medio con generación de calor y conductividad térmica constantes está dada por

$$\frac{T_{m-1,n} - 2T_{m,n} + T_{m+1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n-1} - 2T_{m,n} + T_{m,n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0$$

en coordenadas rectangulares. Modifique esta ecuación para el caso tridimensional.

5-9 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante la forma de diferencias finitas de la primera derivada (*no* el enfoque del balance de energía), obtenga la formulación en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4), con un coeficiente de convección de h y una temperatura ambiente de T_∞.

5-10 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante la forma de diferencias finitas de la primera derivada (*no* el enfoque del balance de energía), obtenga la formulación en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de aislamiento en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 5), con una emisividad de ε y una temperatura de los alrededores de T_{alred}.

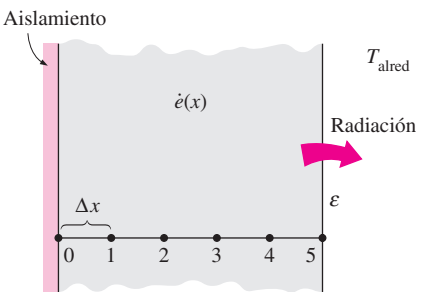


FIGURA P5-10

Conducción unidimensional de calor en estado estacionario

5-11C Explique cómo se obtiene la forma de diferencias finitas de un problema de conducción de calor por el método del balance de energía.

5-12C ¿Cuáles son los pasos básicos que intervienen en la resolución de un sistema de ecuaciones con el método Gauss-Seidel?

5-13C Considere un medio en el que la formulación en diferencias finitas de un nodo interior general se da en su forma más simple como

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es de estado estacionario o en régimen transitorio?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Se tiene generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciamiento nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-14C ¿Cómo se maneja una frontera aislada en la formulación en diferencias finitas de un problema? ¿De qué manera difiere una recta de simetría con respecto a una frontera aislada en ese tipo de formulación?

5-15C ¿Cómo se puede tratar un nodo sobre una frontera aislada como uno interior en la formulación en diferencias finitas de una pared plana? Explique.

5-16C En la formulación del balance de energía del método de las diferencias finitas se recomienda que se suponga que toda la transferencia de calor en las fronteras del elemento de volumen sea hacia este último, incluso para la conducción de calor en estado estacionario. ¿Es una recomendación válida aun cuando parece violar el principio de conservación de la energía?

5-17 Una aleta circular de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y longitud de 50 mm, se adhiere a una pared con temperatura superficial de 350ºC. La aleta es de un material con una conductividad térmica de 240 W/m · °C y está expuesta a una condición de aire ambiental de 25ºC y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 250 W/m^2 · °C. Suponga que la transferencia de calor unidimensional se produce a lo largo de la aleta y que el espaciamiento nodal es uniforme de 10 mm, *a*) mediante el método de balance de energía, obtenga las ecuaciones en diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales, *b*) determine las temperaturas

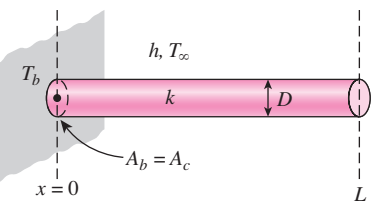


FIGURA P5-17

nodales a lo largo de la aleta al resolver esas ecuaciones y compare los resultados con la solución analítica y *c*) calcule la transferencia de calor y compare el resultado con la solución analítica.

5-18 Una aleta cilíndrica de aluminio con punta adiabática está unida a una pared con una temperatura superficial de 300°C y está expuesta al aire ambiental de 15°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 W/m^2 · °C. La aleta tiene una sección transversal uniforme con un diámetro de 1 cm, longitud de 5 cm y conductividad térmica de 237 W/m · °C. Asuma una transferencia de calor unidimensional a lo largo de la aleta y un espaciamiento nodal uniforme de 10 mm, *a*) obtenga las ecuaciones de diferencias finitas para usarlas con el método iterativo de Gauss-Seidel y *b*) determine las temperaturas nodales mediante el método iterativo Gauss-Seidel y compare los resultados con la solución analítica.

Respuestas: 273.7°C, 253.9°C, 240.1°C, 232.0°C, 229.3°C

5-19 Considere la conducción de calor en estado estacionario en una pared plana cuya superficie izquierda (nodo 0) se mantiene a 40°C en tanto que la derecha (nodo 8) se sujeta a un flujo de calor de 3 000 W/m^2. Exprese la formulación en diferencias finitas de los nodos frontera 0 y 8 para el caso en el que no hay generación de calor. Asimismo, obtenga la formulación en diferencias finitas para la razón de la transferencia de calor en la frontera izquierda.

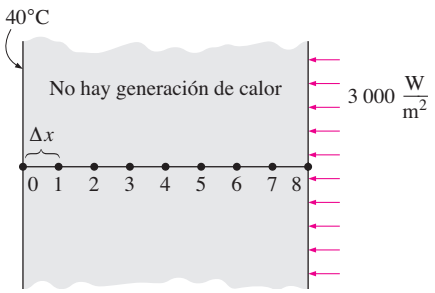


FIGURA P5-19

5-20 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4), con un coeficiente de convección de h y una temperatura ambiente de T_∞.

5-21 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de aislamiento en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 4), con una emisividad de ε y una temperatura de los alrededores de T_{alred}.

5-22 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana compuesta que consta de dos capas *A* y *B* en contacto perfecto en la interfase. En la pared no se tiene generación de calor. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 (en la interfase) y 2, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para el caso de aislamiento en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 2), con una emisividad de ε y temperatura de los alrededores de T_{alred}.

5-23 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una aleta de pasador de diámetro constante D, con conductividad térmica constante. La aleta pierde calor por convección hacia el aire ambiente que está a T_∞, con un coeficiente de convección de h, y por radiación hacia las superficies circundantes que están a una temperatura promedio de T_{alred}. La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (a la mitad) y 2 (en la punta), con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema con el fin de determinar T_1 y T_2 para el caso de temperatura específica en la base de la aleta y transferencia de calor despreciable en la punta de la misma. Todas las temperaturas están en °C.

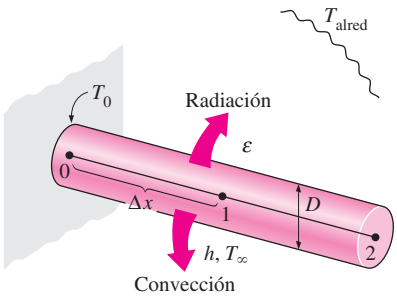


FIGURA P5-23

5-24 Considere una placa grande de uranio con un espesor de 5 cm y conductividad térmica k = 34 W/m · °C, en la cual se genera calor de manera uniforme con una razón constante de $\dot{e}$ = 6 × 10^5 W/m^3. Uno de los lados de la placa está aislado mientras que el otro está sujeto a convección hacia un medio ambiente a 30°C, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 60 W/m^2 · °C. Si considera seis nodos igualmente espaciados, con un espaciamiento nodal de 1 cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema y *b*) determine las temperaturas nodales en condiciones estacionarias mediante la solución de esas ecuaciones.

5-25 Vuelva a considerar el problema 5-24 mediante el software EES (o cualquier otro semejante).

5-26 Considere una aleta de aleación de aluminio (k = 180 W/m · °C) de sección transversal triangular, cuya longitud es L = 5 cm, el espesor de la base es b = 1 cm y el ancho w en la dirección perpendicular al plano del papel es muy grande. La base de la aleta se mantiene a una temperatura de T_0 = 180°C. La aleta pierde calor por convección hacia el aire ambiente a T_∞ = 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor de h = 25 W/m^2 · °C, y por radiación hacia las superficies circundantes

que están a una temperatura promedio de $T_{alred} = 290$ K. Mediante el método de las diferencias finitas, con seis nodos igualmente espaciados a lo largo de la aleta en la dirección x, determine *a*) las temperaturas en los nodos y *b*) la razón de la transferencia de calor desde la aleta para $w = 1$ m. Tome la emisividad de la superficie de la aleta como 0.9 y suponga la existencia de transferencia de calor unidimensional en estado estacionario en ella.

Respuestas: a) 177.0°C, 174.1°C, 171.2°C, 168.4°C, 165.5°C; *b*) 537 W

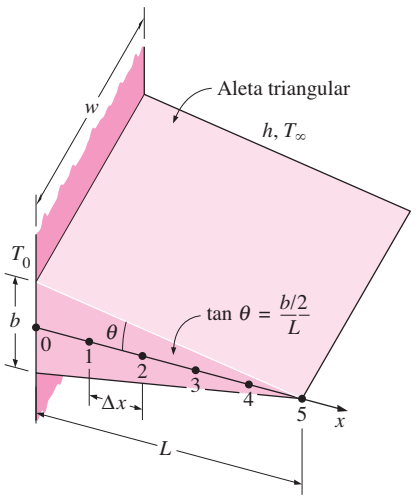


FIGURA P5-26

5-27 Vuelva a considerar el problema 5-26. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura de la base de la aleta sobre la temperatura en la punta de esta última y sobre la razón de la transferencia de calor desde la propia aleta. Suponga que la temperatura de la base de la aleta varía de 100°C hasta 200°C. Trace gráficas de la temperatura en la punta de la aleta y de la velocidad de la transferencia de calor en función de la temperatura en la base de la aleta y discuta los resultados.

5-28 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.4$ m, conductividad térmica $k = 2.3$ W/m · °C y área superficial $A = 20$ m². El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de 95°C, mientras que el derecho pierde calor por convección hacia el aire circundante a $T_\infty = 15$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 18$ W/m² · °C. Si se supone transferencia de calor unidimensional en estado estacionario y se toma el espaciamiento nodal de 10 cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine las temperaturas nodales al resolver esas ecuaciones, y *c*) evalúe la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

5-29 Repita el problema 5-28 con la ayuda del software SS-T-CONDUCT (u otro).

5-30 Considere la placa base de una plancha doméstica de 800 W que tiene un espesor de $L = 0.6$ cm, área de la base de $A = 160$ cm² y conductividad térmica de $k = 20$ W/m · °C. La superficie interior de la placa base está sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores internos de resistencia. Cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación, se mide la temperatura de la superficie exterior de la placa que resulta ser de 85°C. Si descarta cualquier pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha y se toma el espaciamiento nodal de 0.2 cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para los nodos y *b*) determine la temperatura de la superficie interior de la placa al resolver esas ecuaciones.

Respuesta: b) 100°C

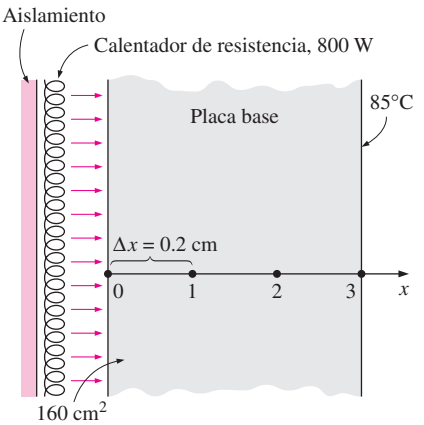


FIGURA P5-30

5-31 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.3$ m, conductividad térmica $k = 2.5$ W/m · °C y área superficial $A = 12$ m². El lado izquierdo de la pared está sujeto a flujo de calor de $\dot{q}_0 = 350$ W/m² al mismo tiempo que se mide la temperatura en esa superficie, la cual resulta ser $T_0 = 60$°C. Si se supone transferencia de calor unidimensional en estado estacionario y se toma el espaciamiento nodal de 6 cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para los seis nodos, y *b*) determine la temperatura de la otra superficie de la pared al resolver esas ecuaciones.

5-32I Una placa grande de acero que tiene un espesor de $L = 5$ in, conductividad térmica de $k = 7.2$ Btu/h · ft · °F y una emisividad de $\varepsilon = 0.6$ está tendida sobre el suelo. La superficie ex-

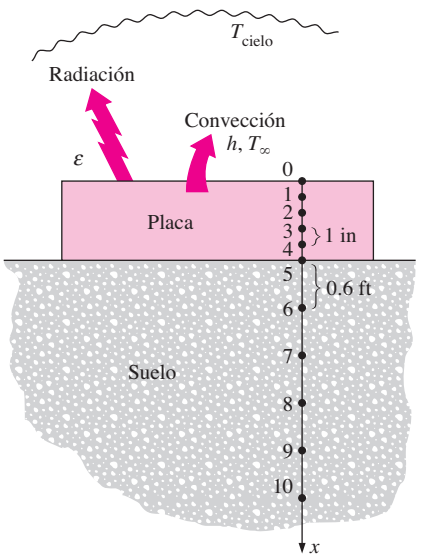


FIGURA P5-32I

puesta de la placa intercambia calor por convección con el aire ambiente a $T_\infty = 80°F$, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de $h = 3.5$ Btu/h · ft^2 · °F, así como por radiación con el cielo abierto a una temperatura equivalente de este último de $T_{cielo} = 510$ R. La temperatura del suelo por debajo de una cierta profundidad (es decir, 3 ft) no resulta afectada por las condiciones atmosféricas del exterior y permanece casi constante a 50°F en ese lugar. La conductividad térmica del suelo se puede tomar como $k_{suelo} = 0.49$ Btu/h · ft · °F y se puede suponer que la placa de acero está en contacto perfecto con el suelo. Si se supone una transferencia de calor unidimensional en estado estacionario y se toman los espaciamientos nodales de 1 in en la placa y de 0.6 ft en el suelo, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para los 11 nodos mostrados en la figura P5-32I, y *b*) determine las temperaturas de las superficies superior e inferior de la placa al resolver esas ecuaciones.

5-33I Repita el problema 5-32I descartando la transferencia de calor por radiación desde la superficie superior.

Respuestas: b) 78.7°F, 78.4°F

5-34 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana, con generación de calor y conductividad térmica variables. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 y 2, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para el caso de flujo de calor específico $\dot{q}_0$ hacia la pared y convección en la frontera izquierda (nodo 0), con un coeficiente de convección de h y temperatura ambiente de T_∞, y radiación en la frontera derecha (nodo 2), con una emisividad de ε y temperatura de los alrededores de T_{alred}.

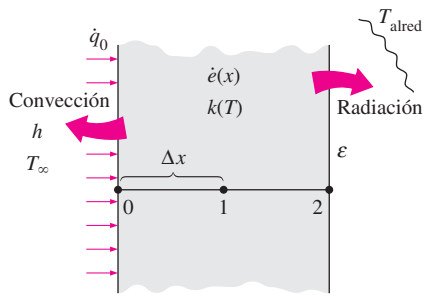


FIGURA P5-34

5-35 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una aleta de pasador de diámetro constante D, con conductividad térmica constante. La aleta pierde calor por convección hacia el aire ambiente que está a T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor de h. La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (a la mitad) y 2 (en la punta), con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema con el fin de determinar T_1 y T_2 para el caso de temperatura específica en la base de la aleta y transferencia de calor despreciable en la punta de la misma. Todas las temperaturas están en °C.

5-36 Considere una cuchara de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m · °C, $\varepsilon = 0.6$) que está parcialmente sumergida en agua hirviendo a 100°C en una cocina a 32°C. La manija de la cuchara tiene una sección transversal de poco más o menos 0.2 cm × 1 cm y se extiende 18 cm en el aire desde la superficie libre del agua. La cuchara pierde calor por convección hacia el aire ambiente con un coeficiente promedio de transferencia de calor de $h = 13$ W/m^2 · °C, así como por radiación hacia las superficies circundantes que están a una temperatura promedio de $T_{alred} = 295$ K. Si se supone transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a lo largo de la cuchara y se toma el espaciamiento nodal como de 3 cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine la temperatura de la punta de la cuchara al resolver esas ecuaciones y *c*) determine la razón de la transferencia de calor desde las superficies expuestas de la propia cuchara.

5-37 Uno de los lados de una placa vertical de 2 m de alto y 3 m de ancho que está a 80°C se va a enfriar al sujetarle aletas de aluminio ($k = 237$ W/m · °C) de perfil rectangular, en un medio ambiente a 35°C. Las aletas tienen 2 cm de largo y 0.3 cm de espesor, y están separadas 0.4 cm entre sí. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor entre las aletas y el aire circundante, para convección y radiación combinadas, es de 30 W/m^2 · °C. Si se supone transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a lo largo de la aleta y se toma el espaciamiento nodal como de 0.5 cm, determine *a*) la formulación en diferencias finitas de este problema, *b*) las temperaturas nodales a lo largo de la aleta al resolver estas ecuaciones, *c*) la razón de la transferencia de calor desde una sola de las aletas, y *d*) la razón de la transferencia de calor desde la superficie completa con aletas de la placa.

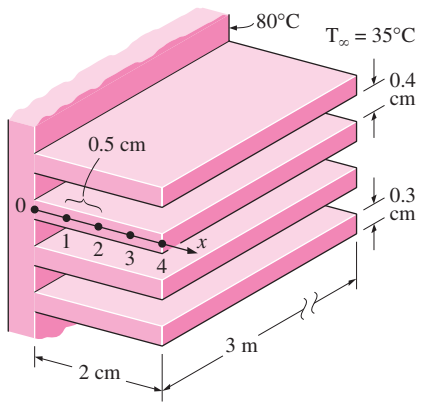


FIGURA P5-37

5-38 Se va a enfriar una superficie caliente que está a 100°C al sujetarle aletas de pasador de aluminio ($k = 237$ W/m · °C) de 3 cm de largo y 0.25 cm de diámetro, con una distancia centro a centro de 0.6 cm. La temperatura del medio circundante es de 30°C y el coeficiente de transferencia de calor combinado sobre las superficies es de 35 W/m^2 · °C. Si se supone transferencia unidimensional de calor en estado estacionario a lo largo de la aleta y se toma el espaciamiento nodal como de 0.5 cm, determine *a*) la formulación en diferencias finitas de este problema, *b*) las temperaturas nodales a lo largo de la aleta al resolver estas ecuaciones, *c*) la razón de la transferencia de calor desde una sola de las aletas y *d*) la razón de la transferencia de calor desde una sección de 1 m × 1 m de la placa.

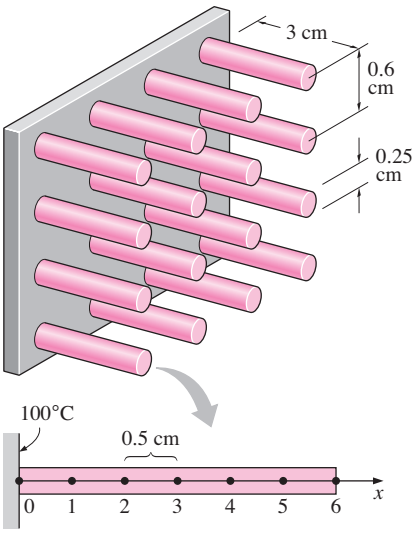


FIGURA P5-38

5-39 Repita el problema 5-38 al usar aletas de cobre (k = 386 W/m · °C) en lugar de las de aluminio.

Respuestas: b) 98.6°C, 97.5°C, 96.7°C, 96.0°C, 95.7°C, 95.5°C

5-40 Una aleta circular (k = 240 W/m · °C) de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y una longitud de 50 mm, se une a una pared con una temperatura superficial de 350°C. La punta de aleta tiene una temperatura de 200°C y está expuesta a una condición de aire ambiental de 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 250 W/m^2 · °C. Suponga una transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a lo largo de la aleta y un espaciamiento nodal uniforme de 10 mm, *a*) mediante el método del balance de energía, obtenga las ecuaciones en diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales y *b*) tras resolver esas ecuaciones, determine las temperaturas nodales a lo largo de la aleta y compare los resultados con la solución analítica.

5-41 Un motor DC alimenta de energía mecánica a un eje giratorio de acero inoxidable (k = 15.1 W/m · °C) con una longitud de 25 cm y un diámetro de 25 mm. El motor DC está rodeado por aire ambiental de 20ºC y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · °C, mientras que la temperatura base del eje del motor es de 90°C. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de 5 cm a lo largo del eje del motor, determine las ecuaciones en diferencias finitas y tras resolverlas, también las temperaturas nodales.

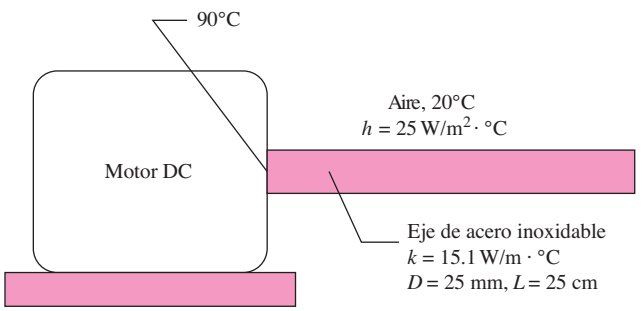


FIGURA P5-41

Respuestas: 52.03°C, 34.72°C, 26.92°C, 23.58°C, 22.55°C

5-42 Una pared plana con una temperatura superficial de 350°C está unida a aletas rectangulares rectas (k = 235 W/m · °C). Las aletas están expuestas a aire ambiental de 25°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 154 W/m^2 · °C. Cada aleta tiene una longitud de 50 mm, una base de 5 mm de espesor y una altura de 100 mm. Para una sola aleta y utilizando un espaciamiento uniforme nodal de 10 mm, determine *a*) las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales resolviendo las ecuaciones de diferencia finita y *c*) la razón de transferencia de calor y compare el resultado con la solución analítica.

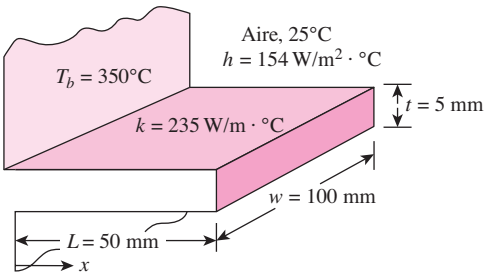


FIGURA P5-42

5-43 Una pared plana de acero inoxidable (k = 15.1 W/m · °C) con un espesor de 1 m experimenta una generación uniforme de calor de 1 000 W/m^3. El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de 70°C y el lado derecho de la pared está expuesto a una temperatura del aire ambiental de 0°C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 250 W/m^2 · °C. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de 0.2 m, *a*) obtenga las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) tras resolverlas, determine las temperaturas nodales.

Respuestas: 62.5°C, 52.3°C, 39.5°C, 24.0°C, 5.87°C

5-44 Dos tubos de vapor de agua de hierro fundido (k = 52 W/m · °C, ε = 0.8) de 3 m de largo y 0.4 cm de espesor, con un diámetro exterior de 10 cm, están conectados entre sí a través de dos bridas de 1 cm de espesor y con un diámetro exterior de 20 cm, como se muestra en la figura. El vapor fluye en el interior del tubo a una temperatura promedio de 250°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 180 W/m^2 · °C La superficie exterior del tubo está expuesta a convección con el aire ambiente que está a 12°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 · °C, así como a radiación con las superficies circundantes que están a una temperatura promedio de T_{alred} = 290 K. Si se supone transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a lo largo de las bridas y se toma el espaciamiento nodal como de 1 cm a lo largo de cada una de ellas, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine la temperatura en la punta de la brida al resolver esas ecuaciones y *c*) determine la razón de la transferencia de calor desde las superficies expuestas de la propia brida.

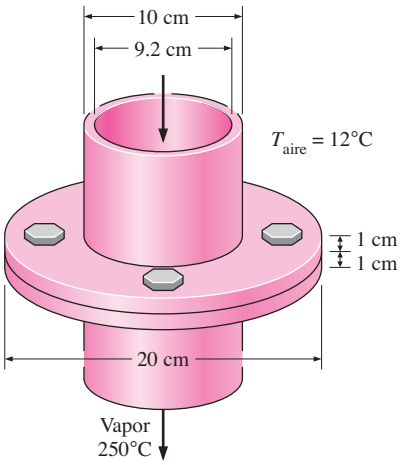


FIGURA P5-44

5-45 Vuelva a considerar el problema 5-44. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura del vapor y del coeficiente de transferencia de calor exterior sobre la temperatura de la punta de la brida y la razón de la transferencia de calor desde la superficie expuesta de ésta. Suponga que la temperatura del vapor varía desde 150°C hasta 300°C y el coeficiente de transferencia de calor desde 15 W/m^2 · °C hasta 60 W/m^2 · °C. Trace gráficas de la temperatura de la punta de la brida y de la razón de la transferencia de calor como funciones de la temperatura del vapor y del coeficiente de transferencia de calor, y discuta los resultados.

5-46 Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a)
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 3x_3 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= 2 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2^2 + 0.5x_3 &= -2 \\ x_1^3 - x_2 + x_3 &= 11.964 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Respuestas: a) $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$, *b)* $x_1 = 2.33$, $x_2 = 2.29$, $x_3 = -1.62$

5-47 Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a)
$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 &= -3 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &= 2 \\ 3x_2 + x_3 - 4x_4 &= -6 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2^2 + 2x_3 &= 8 \\ -x_1^2 + 3x_2 + 2x_3 &= -6.293 \\ 2x_1 - x_2^4 + 4x_3 &= -12 \end{aligned}$$

5-48 Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a)
$$\begin{aligned} 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= -6 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 &= -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_4 &= 5 \\ 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 &= -5 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2^4 - 2x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1^2 + 4x_2 + 2x_3^2 - 2x_4 &= -3 \\ -x_1 + x_2^4 + 5x_3 &= 10 \\ 3x_1 - x_3^2 + 8x_4 &= 15 \end{aligned}$$

Conducción de calor bidimensional en estado estacionario

5-49C ¿Qué es una frontera irregular? ¿Cuál es una manera práctica de manejar las superficies con fronteras irregulares con el método de las diferencias finitas?

5-50C Considere un medio en el cual se da la formulación en diferencias finitas de un nodo interior general en su forma más simple, como

$$T_{nodo} = (T_{izquierda} + T_{superior} + T_{derecha} + T_{inferior})/4$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es en estado estacionario o en régimen transitorio?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciamiento nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-51C Considere un medio en el cual se da la formulación en diferencias finitas de un nodo interior general en su forma más simple, como

$$T_{izquierda} + T_{superior} + T_{derecha} + T_{inferior} - 4T_{nodo} + \frac{\dot{e}_{nodo} l^2}{k} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es en estado estacionario o en régimen transitorio?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciamiento nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-52 La pared de un intercambiador de calor separa agua caliente a T_A = 90°C de agua fría a T_B = 10°C. Para ampliar el área de transferencia de calor, se hacen rebordes bidimensionales en el lado frío de la pared, como se muestra en la figura P5-52. Esta configuración geométrica causa esfuerzos térmicos no uniformes, los cuales pueden volverse críticos y generar grietas a lo largo de las líneas entre dos rebordes. Con el fin de predecir los esfuerzos térmicos, debe determinarse el campo de temperaturas en el interior de la pared. Los coeficientes de convección son suficientemente elevados, de modo que la temperatura en la superficie es igual a la del agua en cada uno de los lados de la pared.

a) Identifique el tramo más pequeño de pared que se puede analizar para hallar el campo de temperaturas en la pared completa.

b) Para el dominio hallado en el inciso *a*), construya una malla bidimensional con $\Delta x = \Delta y = 5$ mm y escriba la ecuación matricial $AT = C$ (los elementos de las matrices A y B deben ser números). No despeje T.

c) Un termopar montado en el punto M da una lectura de 46.9°C. Determine las otras temperaturas desconocidas en la malla definida en el inciso *b*).

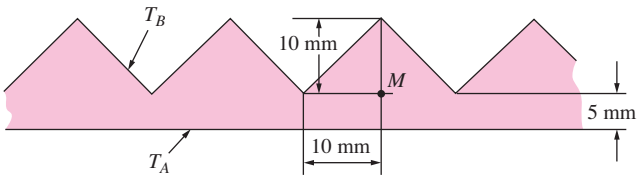


FIGURA P5-52

5-53 Considere la transferencia bidimensional de calor en una sección transversal rectangular (60 cm × 30 cm) con temperaturas preestablecidas de 0°C a la izquierda, derecha y superficies inferiores, mientras que la superficie superior está dada como 100 sen(πx/60). Con un tamaño uniforme de malla de $\Delta x = \Delta t$, determine *a*) las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales.

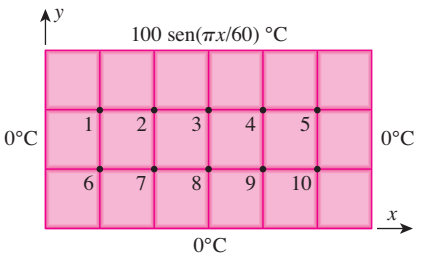


FIGURA P5-53

5-54 Considere la transferencia bidimensional de calor en estado estacionario en una sección transversal cuadrada (3 cm × 3 cm) con las temperaturas preestablecidas para las superficies superior, derecha, inferior e izquierda como de 100°C, 200°C, 300°C y 500°C, respectivamente. Mediante un tamaño uniforme de malla de $\Delta x = \Delta y$, determine *a*) las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo de Gauss-Seidel.

Respuestas: $T_1 = 287.5$°C, $T_2 = 212.5$°C, $T_3 = 337.5$°C, $T_4 = 262.5$°C

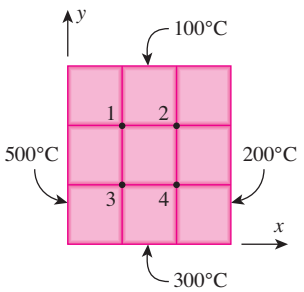


FIGURA P5-54

5-55 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en una barra sólida larga cuya sección transversal se da en la figura. Las temperaturas medidas en puntos seleccionados sobre las superficies exteriores son como se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 20$ W/m · °C y no hay generación de calor. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 1.0$ cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio. *Sugerencia:* Aproveche la ventaja de la simetría.

Respuestas: $T_1 = T_4 = 93$°C, $T_2 = T_3 = 86$°C

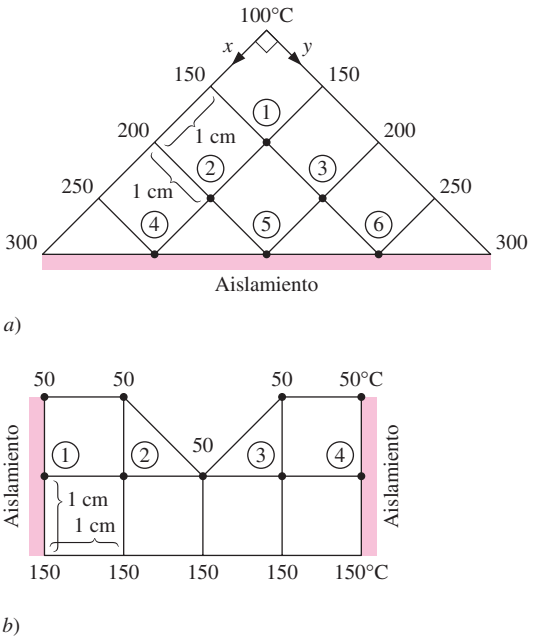


FIGURA P5-55

5-56 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se da en la figura. Las temperaturas medidas en puntos seleccionados de las superficies exteriores son como se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m · °C y no hay generación de calor. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 2.0$ cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio. *Sugerencia:* Aproveche la ventaja de la simetría.

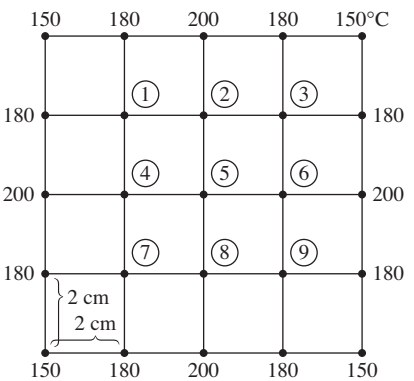


FIGURA P5-56

5-57 Considere la transferencia estacionaria bidimensional de calor en una barra larga y sólida de secciones transversales *a*) cuadrada y *b*) rectangular, como se muestra en la figura. Las temperaturas medidas en los puntos seleccionados de las superficies exteriores son como se muestra. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 20$ W/m · °C y no hay generación de calor. Usando el método de diferencias finitas con una malla de dimensiones $\Delta x = \Delta y = 1.0$ cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio.

Respuestas: a) $T_1 = 185°C$, $T_2 = T_3 = T_4 = 190°C$

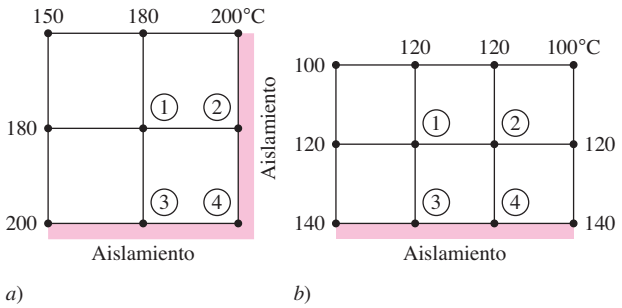


FIGURA P5-57

5-58 Si se parte de un balance de energía sobre un elemento de volumen, obtenga la ecuación en diferencias finitas bidimensionales en estado estacionario, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares para $T(x, y)$, para el caso de conductividad térmica variable y generación de calor uniforme.

5-59 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se da en la figura P5-59. Las temperaturas en los nodos seleccionados y las condiciones térmicas en las fronteras son como se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 150$ W/m · °C y se genera calor en éste de manera uniforme con una velocidad de $\dot{e} = 3 \times 10^7$ W/m^3. Mediante el método de las diferencias finitas, con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, determine *a*) las temperaturas en los nodos 1, 2, 3 y 4, y *b*) la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior a través de una sección de 1 m de largo del cuerpo.

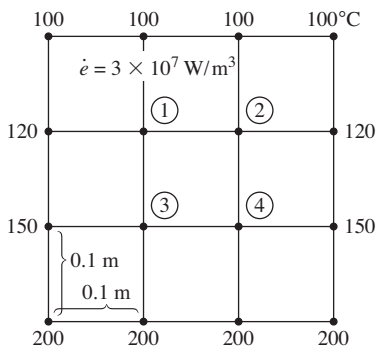


FIGURA P5-59

5-60 Vuelva a considerar el problema 5-59 mediante el software EES (o cualquier otro semejante).

5-61 Vuelva a considerar el problema 5-59. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la conductividad térmica y la razón de la generación de calor sobre las temperaturas en los nodos 1 y 3, y sobre la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior. Suponga que la conductividad térmica varía desde 10 W/m · °C hasta 400 W/m · °C y la razón de generación de calor desde 10^5 W/m^3 hasta 10^8 W/m^3. Trace gráficas de las temperaturas en los nodos 1 y 3 y de la razón de la pérdida de calor como funciones de la conductividad térmica y la generación de calor, y discuta los resultados.

5-62 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se da en la figura. Las temperaturas en los nodos seleccionados y las condiciones térmicas en las fronteras son como se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m · °C y se genera calor en éste de manera uniforme con una razón de $\dot{e} = 4 \times 10^6$ W/m^3. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 4.0$ cm, determine *a*) las temperaturas en los nodos 1, 2 y 3 y *b*) la razón de la pérdida de calor desde la superficie inferior a través de una sección de 1 m de largo del cuerpo.

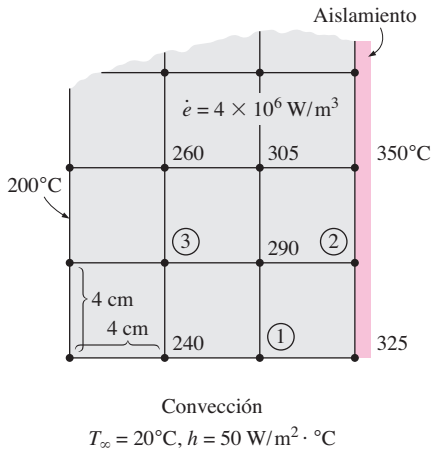


FIGURA P5-62

5-63 Vuelva a considerar el problema 5-62 mediante el software EES (o cualquier otro semejante).

5-64 Considere un bloque de constantano ($k = 23$ W/m · °C) de 5 m de largo, 30 cm de alto y 50 cm de ancho (figura P5-64). El bloque está por completo sumergido en agua con hielo a 0°C que está bien agitada y el coeficiente de transferencia de calor es tan alto que se puede considerar que las temperaturas de los dos costados de dicho bloque son de 0°C. La superficie inferior del bloque en cuestión está cubierta con un material de baja conductividad, de modo que la transferencia de calor a través de ella es despreciable. La superficie superior se calienta uniformemente por medio de un calentador de resistencia de 6 kW. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y si se aprovecha la ventaja que ofrece la simetría, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para transferencia de calor bidimensional en estado estacionario, *b*) determine las temperaturas nodales desconocidas al resolver esas ecuaciones y *c*) determine la razón de la transferencia de calor del bloque hacia el agua con hielo.

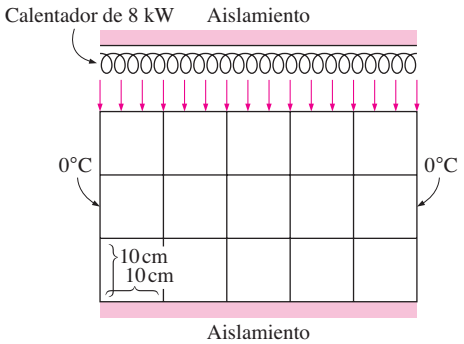


FIGURA P5-64

5-65 Repita el problema 5-64 mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro).

5-66 Considere una transferencia bidimensional de calor en una barra sólida larga ($k = 25$ W/m · °C) de sección transversal cuadrada de (3 cm × 3 cm) con las temperaturas preestablecidas para las superficies superior, derecha, inferior e izquierda de 100°C, 200°C, 300°C y 500°C, respectivamente. El calor se genera de manera uniforme en la barra a una razón de $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. Mediante un tamaño uniforme de maya de $\Delta x = \Delta y = 1$ cm, determine *a*) las ecuaciones en diferencia finita y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo Gauss-Seidel.

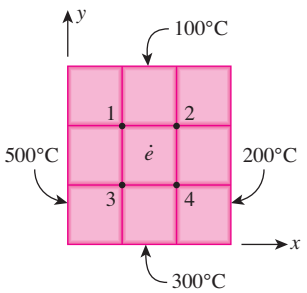


FIGURA P5-66

5-67 Repita el problema 5-66 mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro) para determinar las temperaturas nodales.

Respuesta: $T_1 = 297.5$°C, $T_2 = 222.5$°C, $T_3 = 347.5$°C, $T_4 = 272.5$°C

5-68I Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en una barra sólida larga de sección transversal cuadrada en la cual se genera calor de manera uniforme con una razón de $\dot{e} = 0.19 \times 10^5$ Btu/h · ft^3. La sección transversal de la barra tiene un tamaño de 0.5 ft × 0.5 ft y su conductividad térmica es $k = 16$ Btu/h · ft · °F. Los cuatro lados de la barra están sujetos a convección con el aire ambiente que está a $T_\infty = 70$°F, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 7.9$ Btu/h · ft^2 · °F. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 0.25$ ft, determine *a*) las temperaturas en los nueve nodos y *b*) la razón de la pérdida de calor desde la barra través de una sección de 1 ft de largo.

Respuesta: b) 4 750 Btu/h

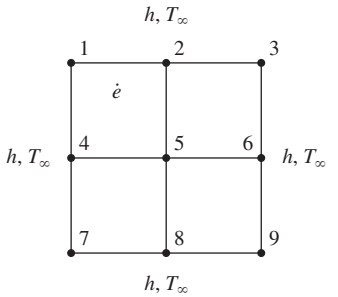


FIGURA P5-68I

5-69 Los gases calientes de la combustión de un horno fluyen por una chimenea de concreto ($k = 1.4$ W/m · °C) de sección transversal rectangular. La sección de flujo de la chimenea tiene 20 cm × 40 cm y el espesor de la pared es de 10 cm. La temperatura promedio de los gases calientes en la chimenea es $T_i = 280$°C y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección dentro de esta última es $h_i = 75$ W/m^2 · °C. La chimenea pierde calor por convección desde su superficie exterior hacia el aire ambiente que está a $T_o = 15$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h_o = 18$ W/m^2 · °C, y hacia el cielo por radiación. La emisividad de la superficie exterior de la pared es $\varepsilon = 0.9$ y se estima que la temperatura efectiva del cielo es de 250 K. Mediante el método de las diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y si se aprovecha plenamente la ventaja que da la simetría, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario, *b*) determine las temperaturas en los puntos nodales de una sección transversal y *c*) evalúe la razón de la transferencia de calor para una sección de 1 m de largo de la chimenea.

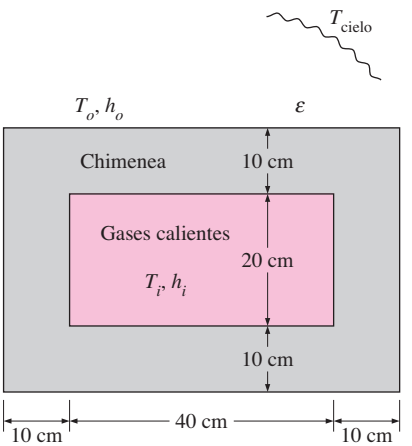


FIGURA P5-69

5-70 Repita el problema 5-69 si se descarta la transferencia de calor por radiación desde las superficies exteriores de la chimenea.

5-71 Vuelva a considerar el problema 5-69. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura de los gases calientes y de la emisividad de la superficie exterior sobre las temperaturas en

la esquina de la pared y a la mitad de la superficie interior de la pared derecha y sobre la razón de la pérdida de calor. Suponga que la temperatura de los gases calientes varía desde 200°C hasta 500°C y la emisividad de 0.1 hasta 1.0. Trace gráficas de la temperatura y de la razón de la pérdida de calor como funciones de la temperatura de los gases calientes y de la emisividad, y discuta los resultados.

5-72 Considere una larga presa de concreto ($k = 0.6$ W/m · °C, $\alpha_s = 0.7$) de sección transversal triangular cuya superficie expuesta está sujeta a flujo de calor solar de $\dot{q}_s = 800$ W/m^2 y a convección y radiación hacia el medio que está a 25°C, con un coeficiente de transferencia de calor combinado de 30 W/m^2 · °C. La sección vertical de 2 m de alto de la presa está sujeta a convección por el agua que está a 15°C, con un coeficiente de transferencia de calor de 150 W/m^2 · °C, y se considera que la transferencia de calor a través de la base de 2 m de largo es despreciable. Mediante el método de las diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y = 1$ m y si se supone transferencia bidimensional de calor en estado estacionario, determine la temperatura en la parte superior, a la mitad e inferior de la superficie expuesta de la presa.

Respuestas: 21.3°C, 43.2°C, 43.6°C

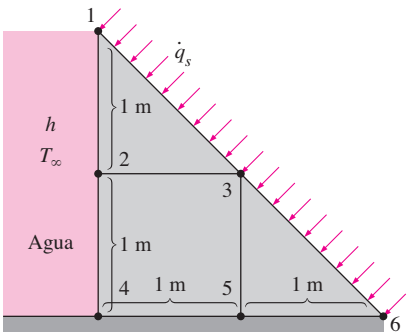


FIGURA P5-72

5-73 Considere una barra sólida larga cuya conductividad térmica es $k = 5$ W/m · °C y su sección transversal se da en la figura. La superficie superior de la barra se mantiene a 50°C, en tanto que la inferior se mantiene a 120°C. La superficie izquierda está aislada y las tres superficies restantes están sujetas a convección con el aire ambiente que está a $T_\infty = 25$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 40$ W/m^2 · °C. Mediante el método de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para transferencia de calor bidimensional en estado estacionario y *b*) determine las temperaturas nodales desconocidas al resolver esas ecuaciones. *Respuestas: b)* 78.8°C, 72.7°C, 64.6°C

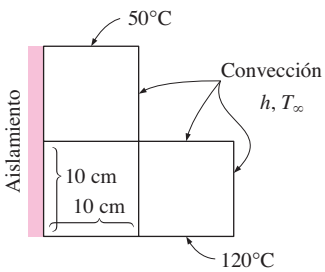


FIGURA P5-73

5-74 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en un cuerpo sólido con forma de L cuya sección transversal se da en la figura. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m · °C y se genera calor en el cuerpo con una razón de $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. La superficie derecha del cuerpo está aislada y la inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 180°C. La superficie superior completa está sujeta a convección con el aire ambiente que está a $T_\infty = 30$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 55$ W/m^2 · °C, y la izquierda está sujeta a flujo de calor con una razón uniforme de $\dot{q}_L = 8\,000$ W/m^2. La red nodal del problema consta de 13 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.5$ cm. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, como consecuencia, se conocen sus temperaturas. *a*) Obtenga las ecuaciones en diferencias finitas en los ocho nodos restantes y *b*) determine las temperaturas nodales al resolver esas ecuaciones.

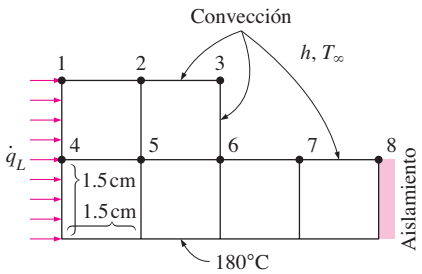


FIGURA P5-74

Conducción de calor en régimen transitorio

5-75C ¿En qué difiere la formulación en diferencias finitas de un problema de conducción de calor en régimen transitorio con la de un problema del mismo tipo en estado estacionario? ¿Qué representa el término $\rho A \Delta x c_p (T_m^{i+1} - T_m^i)/\Delta t$ en la formulación en diferencias finitas en régimen transitorio?

5-76C ¿Cuáles son los dos métodos básicos de solución de problemas en régimen transitorio basados en las diferencias finitas? ¿En qué difieren los términos de transferencia de calor en la formulación del balance de energía en los dos métodos?

5-77C La formulación explícita en diferencias finitas de un nodo interior general para la conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana está dada por

$$T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i + \frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau}$$

Obtenga la formulación en diferencias finitas para el caso en estado estacionario, al simplificar la relación antes dada.

5-78C Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana que se va a resolver por el método explícito. Si los dos lados de la pared están a temperaturas específicas, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-79C Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana que se va a resolver por el método explícito. Si los dos lados de la pared están sujetos a flujo específico de calor, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-80C La formulación explícita en diferencias finitas de un nodo interior general para la conducción de calor bidimensional en régimen transitorio se expresa por

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^{i} + T_{\text{superior}}^{i} + T_{\text{derecha}}^{i} + T_{\text{inferior}}^{i}) + (1 - 4\tau)T_{\text{nodo}}^{i} + \tau\,\frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^{i}\,l^2}{k}$$

Obtenga la formulación en diferencias finitas para el caso de estado estacionario mediante la simplificación de esta relación.

5-81C ¿Existe alguna limitación sobre el tamaño del intervalo de tiempo Δt en la solución de problemas de conducción de calor en régimen transitorio, mediante *a*) el método explícito y *b*) el método implícito?

5-82C Exprese el criterio general de estabilidad para el método explícito de solución de problemas de conducción de calor en régimen transitorio.

5-83C Considere la conducción de calor bidimensional en régimen transitorio en una región rectangular que se va a resolver por el método explícito. Si todas las fronteras de la región están aisladas o a temperaturas específicas, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-84C El método implícito es incondicionalmente estable y, por consiguiente, se puede usar cualquier valor del intervalo de tiempo Δt en la solución de problemas de conducción de calor en régimen transitorio. Para minimizar el tiempo de cálculo, alguien sugiere usar un valor muy grande de Δt ya que no existe peligro de inestabilidad. ¿Está de acuerdo el lector con esta sugerencia? Explique.

5-85 Considere la conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana cuya superficie izquierda (nodo 0) se mantiene a 80°C, en tanto que la superficie derecha (nodo 6) se sujeta a un flujo de calor solar de 600 W/m². La pared está inicialmente a una temperatura uniforme de 50°C. Exprese la formulación explícita en diferencias finitas de los nodos frontera 0 y 6 para el caso en el que no hay generación de calor. Asimismo, obtenga la formulación en diferencias finitas para la cantidad total de transferencia de calor en la frontera izquierda durante los tres primeros lapsos de tiempo.

5-86 Considere la conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana con generación variable de calor y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. La pared está inicialmente a una temperatura específica. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación explícita en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de flujo uniforme de calor $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4), con un coeficiente de convección de h y una temperatura ambiente de T_∞. No simplifique.

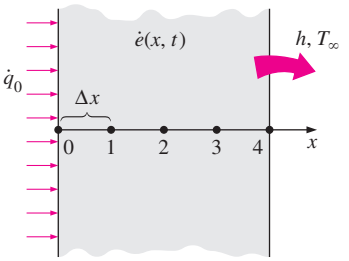


FIGURA P5-86

5-87 Repita el problema 5-86 para el caso de la formulación implícita.

5-88 La superficie superior de una placa de latón caliente se está enfriando mediante un flujo a presión de aire a una temperatura de 15ºC, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 W/m² · °C. La placa de latón de 10 cm de espesor (ρ = 8 530 kg/m³, c_p = 380 J/kg · °C, k = 110 W/m · °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m²/s) tenía una temperatura inicial uniforme de 650°C; además, la superficie inferior de la placa está aislada. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de Δx = 2.5 cm y un intervalo de tiempo de Δt = 10 s determine *a*) las ecuaciones en diferencias finitas implícitas y *b*) las temperaturas nodales de la placa de latón tras 10 segundos de enfriamiento.

Respuestas: T_0 = 631.2°C, T_1 = 644.7°C, T_2 = 648.5°C, T_3 = 649.6°C, T_4 = 649.8°C

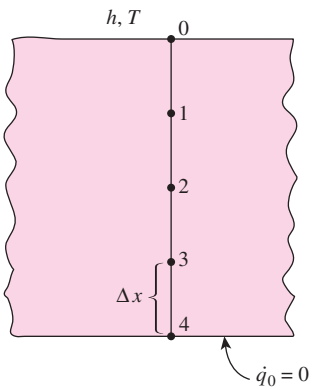


FIGURA P5-88

5-89 Repita el problema 5-88. Mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro) con el método explícito, grafique la temperatura en la superficie que se está enfriando mediante el flujo de aire, en función del tiempo a medida que éste avanza de 0 a 60 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en descender la temperatura de la superficie a 100ºC?

Respuesta: 3 055 s

5-90 Considere la conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. La pared está inicialmente a una temperatura específica. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación explícita en diferencias finitas de los nodos frontera para el caso de aislamiento en la frontera izquierda (nodo 0) y radia-

ción en la frontera derecha (nodo 5), con una emisividad de ε y una temperatura de los alrededores de T_{alred}.

5-91 Considere la conducción de calor en régimen transitorio en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. La pared está inicialmente a una temperatura específica. Se especifica la temperatura en el nodo derecho (nodo 4). Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación explícita en diferencias finitas del nodo frontera 0, para el caso de convección, radiación y flujo de calor combinados en la frontera izquierda, con una emisividad de ε, coeficiente de convección de h, temperatura ambiente de T_∞, temperatura de los alrededores de T_{alred} y flujo de calor uniforme de $\dot{q}_0$ hacia la pared. Asimismo, obtenga la formulación en diferencias finitas para la cantidad total de transferencia de calor en la frontera derecha, para los primeros 20 intervalos de tiempo.

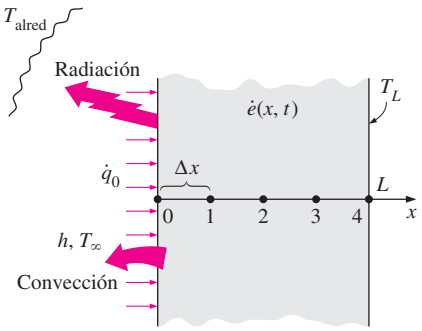


FIGURA P5-91

5-92 A partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen, obtenga la ecuación bidimensional explícita en diferencias finitas y en régimen transitorio, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares, para $T(x, y, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-93 A partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen, obtenga la ecuación bidimensional implícita en diferencias finitas y en régimen transitorio para $T(x, y, t)$, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares, para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-94 A partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen en forma de disco, deduzca la ecuación unidimensional explícita para $T(z, t)$ en diferencias finitas y en régimen transitorio, para un nodo interior general, en un cilindro cuya superficie lateral esté aislada, para el caso de conductividad térmica constante con generación de calor uniforme.

5-95 Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana compuesta que consta de dos capas A y B con contacto perfecto en la interfase. En la pared no se tiene generación de calor e inicialmente está a una temperatura específica. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 (en la interfase) y 2, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación explícita en diferencias finitas de este problema en el caso de que exista aislamiento en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 2),

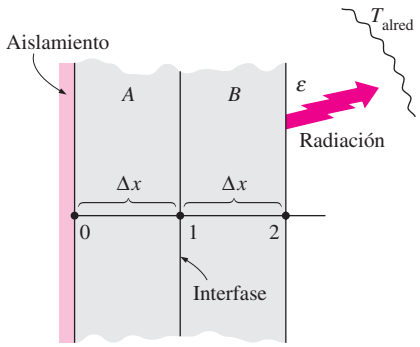


FIGURA P5-95

con una emisividad de ε y una temperatura de los alrededores de T_{alred}.

5-96 Considere una placa grande de uranio de espesor $L = 9$ cm, conductividad térmica $k = 28$ W/m · °C y difusividad térmica $\alpha = 12.5 \times 10^{-6}$ m²/s que al inicio está a una temperatura uniforme de 100°C. En la placa se genera calor de manera uniforme con una razón constante de $\dot{e} = 10^6$ W/m³. En el instante $t = 0$ se aísla el lado izquierdo de la placa, en tanto que el otro se sujeta a convección con un medio ambiente a $T_\infty = 20$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 35$ W/m² · °C. Mediante el enfoque explícito en diferencias finitas, con un espaciamiento nodal uniforme de $\Delta x = 5$ cm, determine *a*) la distribución de temperatura en la placa después de 5 min, y *b*) cuánto tiempo transcurrirá para que se alcancen las condiciones de estado estacionario en ella.

5-97 Repita el problema 5-96 mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro).

5-98 Vuelva a considerar el problema 5-96. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del tiempo de enfriamiento sobre las temperaturas de los lados izquierdo y derecho de la placa. Suponga que el tiempo varía desde 5 min hasta 60 min. Trace gráficas de las temperaturas en las superficies izquierda y derecha en función del tiempo, y discuta los resultados.

5-99I Considere una casa cuyas ventanas están hechas de vidrio con un espesor de 0.375 in ($k = 0.48$ Btu/h · ft · °F y $\alpha = 4.2 \times 10^{-6}$ ft²/s). Inicialmente toda la casa, incluyendo las paredes y las ventanas, están a la temperatura exterior de $T_o = 35$°F. Se observa que las ventanas están empañadas debido a que la temperatura interior se encuentra por debajo del punto de rocío de 54°F. Ahora se enciende el calefactor y la temperatura del

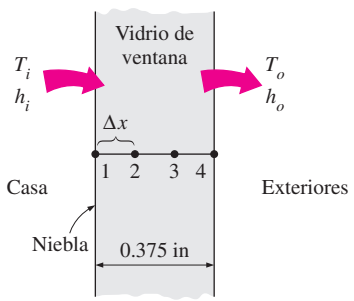


FIGURA P5-99I

aire en la casa se eleva hasta $T_i = 72°F$, con una velocidad de 2°F de aumento por minuto. Los coeficientes de transferencia de calor de las superficies interior y exterior de la pared se pueden tomar como $h_i = 1.2$ y $h_o = 2.6$ Btu/h · ft² · °F, respectivamente, y se puede suponer que la temperatura en el exterior permanece constante. Mediante el método explícito de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.125$ in, determine cuánto tiempo transcurrirá para que se desempañen las ventanas (es decir, para que la temperatura de la superficie interior del vidrio de las ventanas llegue hasta 54°F).

5-100 Una pared plana de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m · °C) y con un espesor de 1 m experimenta una generación uniforme de calor de 10 000 W/m³. Los lados derecho e izquierdo de la pared mantienen temperaturas constantes de 20°C y 100°C, respectivamente. Con un espaciamiento nodal uniforme de 10 cm, determine por medio del SS-T-CONDUCT (u otro) *a*) las temperaturas nodales y *b*) compare los resultados con la solución analítica.

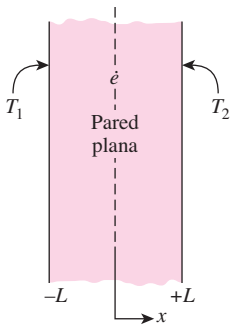


FIGURA P5-100

5-101 Ambas superficies de una placa de latón caliente de 10 cm de espesor ($k = 110$ W/m · °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m²/s) con una generación uniforme de calor de 3×10^6 W/m³ y una temperatura inicial de 550°C se están enfriando mediante un líquido con una temperatura de 15°C y coeficiente de transferencia de calor por convección de 2 000 W/m² · °C. Con un espaciamiento nodal uniforme de $\Delta x = 2.5$ cm y mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro) con método implícito, grafique la temperatura superficial y la temperatura en el centro en función del tiempo a medida que avanza de 0 a 10 minutos. ¿Cuáles son las temperaturas nodales cuando se logran condiciones en estado estacionario?

5-102 Considere una casa cuyo muro sur es del tipo Trombe de 30 cm de espesor para el que la conductividad térmica es $k = 0.70$ W/m · °C y la difusividad térmica es $\alpha = 0.44 \times 10^{-6}$ m²/s. En la tabla se dan las variaciones de la temperatura ambiente T_{ext} y el flujo de calor solar $\dot{q}_{solar}$ incidente sobre una superficie vertical que da cara hacia al sur durante todo el día, para un día típico de febrero, en intervalos de 3 h. El muro Trombe tiene una vidriera sencilla con un producto de absortividad-transmisividad de $\kappa = 0.76$ (es decir, 76% de la energía solar incidente es absorbida por la superficie expuesta del muro Trombe) y se determina que el coeficiente combinado promedio de transferencia de calor para la pérdida de calor del muro hacia el ambiente es $h_{ext} = 3.4$ W/m² · °C. El interior de la casa se mantiene a $T_{int} = 20°C$ en todo momento y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior del muro es $h_{int} = 9.1$ W/m² · °C. También, las ventilas en el muro se mantienen cerradas y, de este modo, la única transferencia de calor entre el aire que está en el interior de la casa y el muro Trombe es a través de la superficie interior de este último. Si la temperatura del muro varía linealmente entre 20°C en la superficie interior y 0°C en la exterior a las 7 AM y se aplica el método explícito en diferencias finitas con un espaciamiento nodal uniforme de $\Delta x = 5$ cm, determine la distribución de temperatura a lo largo del espesor del muro Trombe después de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 y 48 h y trace una gráfica de los resultados. Asimismo, determine la cantidad neta de calor transferido hacia la casa desde el muro durante el primer día si dicho muro tiene 2.8 m de alto y 7 m de largo.

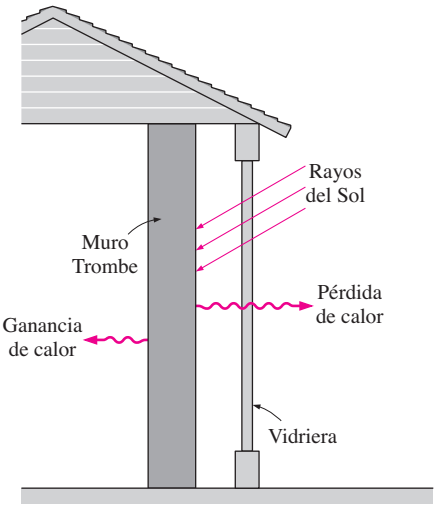


FIGURA P5-102

TABLA P5-102

Variación horaria de la temperatura ambiente promedio mensual y flujo de calor solar incidente sobre una superficie vertical

Hora del día	Temperatura ambiente, °C	Insolación, W/m²
7 AM-10 AM	0	375
10 AM-1 PM	4	750
1 PM-4 PM	6	580
4 PM-7 PM	1	95
7 PM-10 PM	−2	0
10 PM-1 AM	−3	0
1 AM-4 AM	−4	0
4 AM-7 AM	4	0

5-103 Considere la transferencia de calor bidimensional en estado estacionario en una barra sólida con forma de L que está inicialmente a una temperatura uniforme de 140°C y cuya sec-

ción transversal se da en la figura. La conductividad y difusividad térmicas del cuerpo son $k = 15$ W/m · °C y $\alpha = 3.2 \times 10^{-6}$ m²/s, respectivamente, y se genera calor en él con una razón de $\dot{e} = 2 \times 10^7$ W/m³. El lado derecho de la superficie del cuerpo está aislado y la superficie inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 140°C en todo momento. En el instante $t = 0$, la superficie superior completa se sujeta a convección con el aire ambiente a $T_\infty = 25$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 80$ W/m² · °C y la superficie izquierda se sujeta a flujo uniforme de calor con una velocidad de $\dot{q}_L = 8\,000$ W/m². La red nodal del problema consta de 13 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.5$ cm. Mediante el método explícito, determine la temperatura en la esquina superior (nodo 3) del cuerpo después de 2, 5 y 30 min.

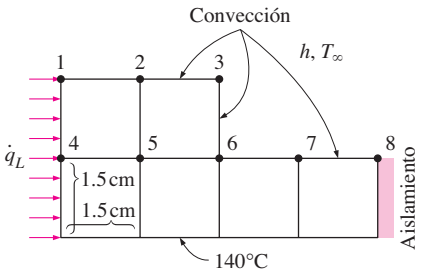


FIGURA P5-103

5-104 Vuelva a considerar el problema 5-103. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la temperatura en la esquina superior en función del tiempo de calentamiento, conforme ese tiempo varía de 2 min hasta 30 min, y discuta los resultados.

5-105 Considere una barra sólida larga ($k = 28$ W/m · °C y $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ m²/s) de sección transversal cuadrada que está inicialmente a una temperatura uniforme de 32°C. La sección transversal de la barra tiene un tamaño de 20 cm × 20 cm y se genera calor en ella de manera uniforme con una velocidad de $\dot{e} = 8 \times 10^5$ W/m³. Los cuatro lados de la barra están sujetos a convección hacia el aire ambiente que está a $T_\infty = 30$°C, con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 45$ W/m² · °C. Mediante el método explícito de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, determine la temperatura en la línea central de la barra después *a*) de 20 min y *b*) de que se establecen las condiciones estacionarias.

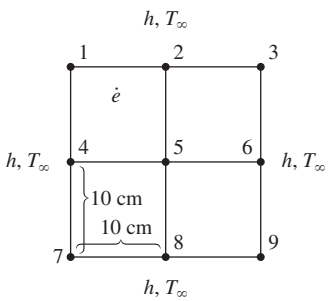


FIGURA P5-105

5-106 Repita el problema 5-105 con la ayuda del software SS-T-CONDUCT (u otro).

5-107 Una molestia común en los automóviles en los meses de invierno es el empañamiento de las superficies de vidrio, lo que bloquea la visión. Una manera práctica de resolver este problema es soplar aire caliente sobre las superficies interiores o colocar en ellas calentadores eléctricos de resistencia. Considere el medallón (ventana posterior) de un automóvil que consta de un vidrio de 0.4 cm de espesor ($k = 0.84$ W/m · °C y $\alpha = 0.39 \times 10^{-6}$ m²/s). A la superficie interior del vidrio se le adhieren calentadores de cinta de espesor despreciable, separados 4 cm. Cada conductor genera calor con una razón de 10 W/m de longitud. Al inicio, todo el automóvil, incluyendo sus ventanas, se encuentra a la temperatura exterior de $T_o = -3$°C. Los coeficientes de transferencia de calor de las superficies interior y exterior del vidrio se pueden tomar como $h_i = 6$ y $h_0 = 20$ W/m² · °C, respectivamente. Mediante el método explícito de las diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.2$ cm a lo largo del espesor y $\Delta y = 1$ cm en la dirección perpendicular a los calefactores, determine la distribución de temperatura en todo el vidrio pasados 15 min de haber encendido los calentadores de cinta. Asimismo, determine esa distribución de temperatura cuando se alcanzan las condiciones estacionarias.

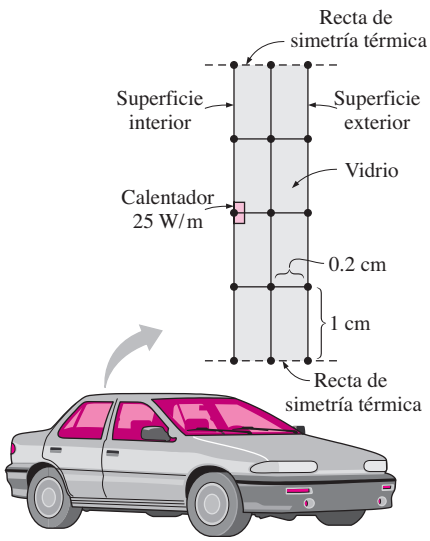


FIGURA P5-107

5-108 Repita el problema 5-107 mediante el método implícito con un intervalo de tiempo de 1 min.

5-109 El techo de una casa consta de una losa de concreto ($k = 1.4$ W/m · °C y $\alpha = 0.69 \times 10^{-6}$ m²/s) de 15 cm de espesor y con 18 m de ancho y 32 m de largo. A las 6 PM de una tarde, se observa que la losa está a una temperatura uniforme de 18°C. Se predice que, durante toda la noche, las temperaturas promedio del aire ambiente y del cielo nocturno van a ser de 6°C y 260 K, respectivamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección de las superficies interior y exterior del techo se pueden tomar como $h_i = 5$ y $h_o = 12$ W/m² · °C, res-

pectivamente. La casa y las superficies interiores de las paredes y el piso se mantienen a una temperatura constante de 20°C durante la noche y la emisividad de las dos superficies del techo de concreto es 0.9. Si considera tanto la transferencia de calor por radiación como por convección y mediante el método explícito de las diferencias finitas con un intervalo de tiempo de $\Delta t = 5$ min y un tamaño de malla de $\Delta x = 3$ cm, determine las temperaturas de las superficies interior y exterior del techo a las 6 AM. Asimismo, determine la razón promedio de la transferencia de calor a través del techo durante esa noche.

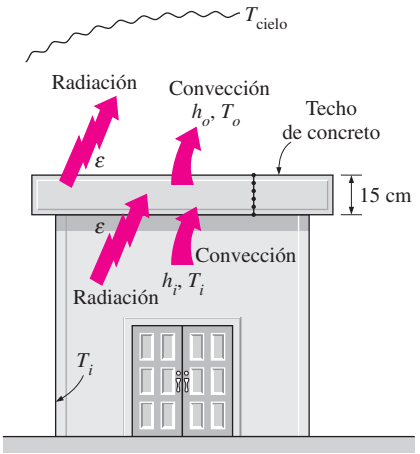


FIGURA P5-109

Tema de interés especial: Control del error numérico

5-110C ¿Por qué los resultados obtenidos mediante un método numérico difieren de los resultados exactos obtenidos analíticamente? ¿Cuáles son las causas de esta diferencia?

5-111C ¿Cuál es la causa del error de discretización? ¿De qué manera difieren el error global y el error local de discretización?

5-112C ¿Puede el error global (acumulado) de discretización ser menor que el error local en un intervalo? Explique.

5-113C ¿Cómo se relaciona la formulación en diferencias finitas para la primera derivada con el desarrollo en las series de Taylor de la función de solución?

5-114C Explique por qué el error local de discretización del método de las diferencias finitas es proporcional al cuadrado del tamaño del intervalo. Asimismo, explique por qué el error global de discretización es linealmente proporcional al tamaño del intervalo.

5-115C ¿Qué causa el error por redondeo? ¿Qué clase de cálculos son más susceptibles al error por redondeo?

5-116C ¿Qué sucede a los errores de discretización y por redondeo conforme decrece el tamaño del intervalo?

5-117C Sugiera algunas maneras prácticas para reducir el error por redondeo.

5-118C ¿Cuál es una manera práctica de comprobar si el error por redondeo ha sido significativo en los cálculos?

5-119C ¿Cuál es una manera práctica de comprobar si el error de discretización ha sido significativo en los cálculos?

Problemas de repaso

5-120 A partir de un balance de energía sobre el elemento de volumen, obtenga la ecuación tridimensional en diferencias finitas en estado estacionario, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares, para $T(x, y, z)$ para el caso de conductividad térmica constante y generación de calor uniforme.

5-121 A partir de un balance de energía sobre el elemento de volumen, obtenga la ecuación tridimensional en diferencias finitas en régimen transitorio, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares, para $T(x, y, z, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-122 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared plana, con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2 y 3, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Se especifica la temperatura en la frontera izquierda (nodo 0). Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación en diferencias finitas del nodo frontera 3, en la frontera derecha, para el caso de convección y radiación combinadas, con una emisividad de ε, coeficiente de convección de h, temperatura ambiente de T_∞, temperatura de los alrededores de T_{alred}. Asimismo, obtenga la formulación en diferencias finitas para la razón de la transferencia de calor en la frontera izquierda.

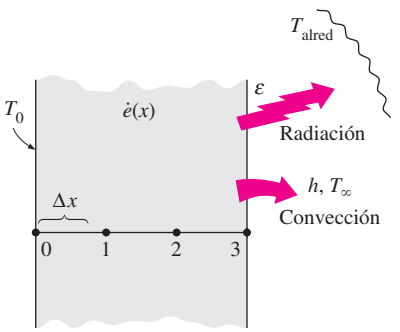


FIGURA P5-122

5-123 Considere un elemento combustible nuclear ($k = 57$ W/m · °C) que se puede modelar como una pared plana con un espesor de 4 cm. El elemento combustible genera de manera uniforme 3×10^7 W/m^3 de calor. Ambas superficies laterales del elemento combustible se enfrían mediante un líquido a 80°C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 8 000 W/m^2 · °C. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de 8 mm, *a*) obtenga las ecuaciones en diferencias finitas, *b*) determine las temperaturas nodales tras resolver esas ecuaciones y *c*) compare las temperaturas superficiales de ambos lados del elemento combustible con la solución analítica.

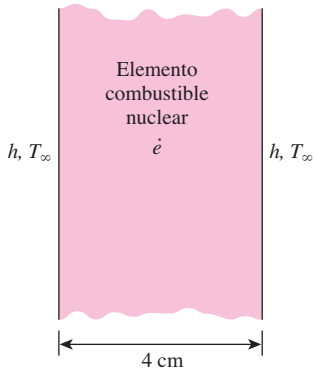


FIGURA P5-123

5-124 Un elemento combustible ($k = 67$ W/m · °C) que puede modelarse como una pared plana, tiene 4 cm de espesor. El elemento combustible genera de manera uniforme 5×10^7 W/m^3 de calor. Los dos lados del elemento combustible se enfrían con un líquido a 90°C de temperatura y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 000 W/m^2 · °C. Utilice el espaciamiento nodal uniforme de 4 mm y con el eje de simetría en el centro de la pared, determine: *a*) las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales tras resolver esas ecuaciones.

Respuestas: 439°C, 433°C, 415°C, 386°C, 344°C, 290°C

5-125 Considere la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en una pared plana, con generación de calor y conductividad térmica variables. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 y 2, con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación explícita en diferencias finitas de este problema, para el caso de flujo de calor específico $\dot{q}_0$ y convección en la frontera izquierda (nodo 0), con un coeficiente de convección de h y temperatura ambiente de T_∞, y radiación en la frontera derecha (nodo 2), con una emisividad de ε y temperatura de los alrededores de T_{alred}.

5-126 Repita el problema 5-125 para el caso de formulación implícita.

5-127 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una aleta de pasador de diámetro constante D, con conductividad térmica constante. La aleta pierde calor por convección con el aire ambiente que está a T_∞ (en °C), con un coeficiente de convección de h, y por radiación hacia las superficies circundantes que están a una temperatura promedio de T_{alred} (en K). La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (a la mitad) y 2 (en la punta de la aleta), con un espaciamiento nodal uniforme de Δx. Mediante el enfoque del balance de energía, obtenga la formulación en diferencias finitas de este problema para el caso de temperatura específica en la base de la aleta y transferencia de calor por convección y radiación en la punta de la misma.

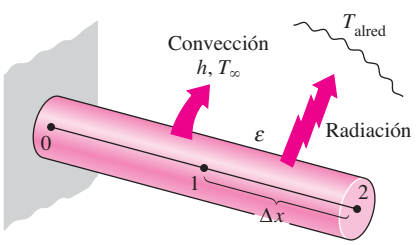


FIGURA P5-127

5-128 A partir de un balance de energía sobre el elemento de volumen, obtenga la ecuación bidimensional explícita en diferencias finitas y en régimen transitorio, para un nodo interior general, en coordenadas rectangulares, para $T(x, y, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y generación de calor uniforme.

5-129 A partir de un balance de energía sobre un elemento de volumen con forma de disco, deduzca la ecuación unidimensional implícita en diferencias finitas y en régimen transitorio para $T(z, t)$, para un nodo interior general en un cilindro cuya superficie lateral está sujeta a convección, con un coeficiente de convección de h y una temperatura ambiente de T_∞, para el caso de conductividad térmica constante con generación de calor uniforme.

5-130 La radiación solar que incide sobre una masa grande de agua limpia ($k = 0.61$ W/m · °C y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s), como un lago, un río o un estanque, es absorbida en su mayor parte por esa agua y la cantidad en que se absorbe varía con la profundidad. Por ejemplo, para la radiación solar que incide formando un ángulo de 45° sobre un estanque grande de 1 m de profundidad, cuya superficie del fondo es negra (reflectividad cero), 2.8% de la energía solar se refleja de regreso hacia la atmósfera, 37.9% es absorbida por la superficie del fondo y el 59.3% restante lo absorbe la masa de agua. Si se considera que el estanque está formado por cuatro capas de espesores iguales (0.25 m en este caso), se puede demostrar que 47.3% de esa energía es absorbida por la capa superior, 6.1% por la capa media superior, 3.6% por la capa media inferior y 2.4% por la capa del fondo [para obtener más información, véase Çengel y Özişik, *Solar Energy*, 33, núm. 6 (1984), págs. 581-591]. La radiación absorbida por el agua se puede tratar de manera conveniente como generación de calor en el análisis de la transferencia de calor en el estanque.

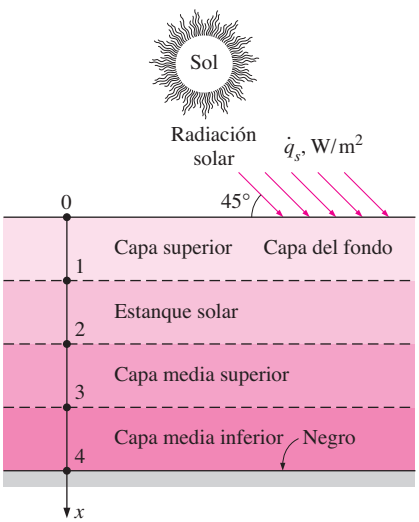


FIGURA P5-130

Considere un estanque grande de 1 m de profundidad que está inicialmente a una temperatura uniforme de 15°C en toda su extensión. Sobre la superficie del estanque está incidiendo energía solar formando un ángulo de 45°, a una razón promedio de 500 W/m^2, durante un periodo de 4 h. Si no se tienen corrientes de convección en el agua y mediante el método explícito en diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.25$ m y un intervalo de tiempo de $\Delta t = 15$ min, determine la distribución de temperatura en el estanque en las condiciones más favorables (es decir, sin pérdidas de calor desde las superficies superior e inferior del estanque). En este caso, la energía solar absorbida por la superficie del fondo del estanque se puede tratar como flujo de calor hacia el agua en esa superficie.

5-131 Vuelva a considerar el problema 5-130. La absorción de radiación solar en ese caso se puede expresar con mayor precisión como un polinomio de cuarto grado, como

$$\dot{e}(x) = \dot{q}_s(0.859 - 3.415x + 6.704x^2 - 6.339x^3 + 2.278x^4),\ \text{W/m}^3$$

donde $\dot{q}_s$ es el flujo solar incidente sobre la superficie del estanque, en W/m^2, y x es la distancia a partir de la superficie libre de éste, en m. Resuelva el problema 5-130 mediante esta relación para la absorción solar.

5-132 Una barra bidimensional tiene la configuración geométrica que se muestra en la figura P5-132 con temperatura T_A, sobre la superficie superior, y T_B, sobre las superficies inferiores, especificadas, y aislamiento sobre los costados. La conductividad térmica de la parte superior de la barra es k_A, en tanto que la de la inferior es k_B. Para una malla definida por $\Delta x = \Delta y = l$, escriba la forma más sencilla de la ecuación matricial, $AT = C$, usada para hallar el campo de temperaturas de estado estacionario en la sección transversal de la barra. Identifique sobre la figura los nodos de la malla en donde usted escriba el balance de energía.

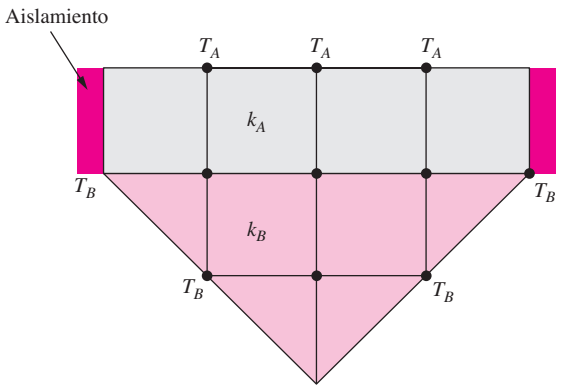


FIGURA P5-132

5-133 Una barra larga de acero tiene la sección transversal que se muestra en la figura P5-133. La barra se extrae de un horno de tratamiento térmico a $T_i = 700$°C y se coloca en el fondo de un tanque lleno con agua a 10°C. Para intensificar la transferencia de calor, se hace circular vigorosamente el agua, lo cual crea una temperatura casi constante, $T_s = 10$°C, sobre todas las caras de la barra, excepto en la cara del fondo, la cual es adiabática. Las propiedades de la barra son $c_p = 430$ J/kg · °C, $k = 40$ W/m · °C y $\rho = 8\,000$ kg/m^3.

a) Escriba las ecuaciones en diferencias finitas para las temperaturas desconocidas en la malla, aplicando el método explícito. Agrupe todas las cantidades constantes en un término. Identifique los parámetros adimensionales, como Bi y Fo, si es aplicable.

b) Determine el rango de los intervalos de tiempo para los cuales el esquema explícito es numéricamente estable.

c) Para $\Delta t = 10$ s, determine el campo de temperaturas en $t = 10$ s y $t = 20$ s. Llene la tabla que sigue.

Nodo	T(10 s)	T(20 s)
1	____	____
2	____	____
3	____	____
4	____	____
5	____	____
6	____	____
7	____	____

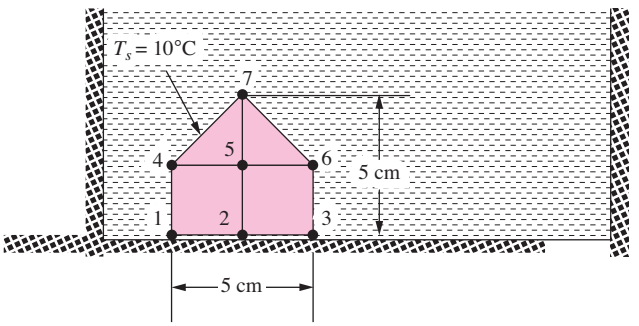


FIGURA P5-133

5-134 Se va a enfriar una superficie caliente que está a 120°C al sujetar aletas de pasador de aluminio ($k = 237$ W/m · °C y $\alpha = 97.1 \times 10^{-6}$ m^2/s) de 8 cm de largo y 0.8 cm de diámetro, con una distancia centro a centro de 1.6 cm. La temperatura del medio circundante es de 15°C y el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies es de 35 W/m^2 · °C. Inicialmente las aletas están a una temperatura uniforme de 30°C y, en el instante $t = 0$, la temperatura de la superficie caliente se eleva hasta 120°C. Si se supone conducción de calor unidimensional a lo largo de la aleta y se toma el espaciamiento nodal como $\Delta x = 2$ cm y un intervalo de tiempo de $\Delta t = 0.5$ s, determine las tem-

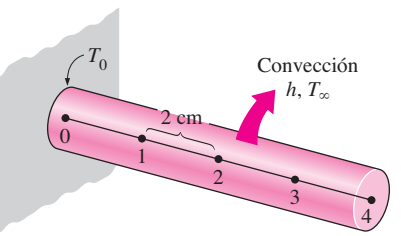


FIGURA P5-134

peraturas nodales después de 10 min, mediante el método explícito de las diferencias finitas. Asimismo, determine cuánto tiempo transcurrirá para que se alcancen las condiciones estacionarias.

5-135I Considere una pared plana grande, de espesor $L = 0.3$ ft y conductividad térmica $k = 1.2$ Btu/h · ft · °F, en el espacio. La pared está cubierta con un material que tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.80$ y una absortividad solar de $\alpha_s = 0.60$. La superficie interior de la pared se mantiene a 520 R en todo momento, en tanto que la exterior está expuesta a radiación solar que incide con una razón de $\dot{q}_s = 350$ Btu/h · ft^2. La superficie exterior también pierde calor por radiación hacia el espacio profundo que está a 0 R. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de $\Delta x = 0.1$ ft, *a*) obtenga la formulación en diferencias finitas para la conducción de calor unidimensional en estado estacionario y *b*) determine las temperaturas nodales mediante la solución de esas ecuaciones.

Respuestas: b) 528 R, 535 R, 543 R

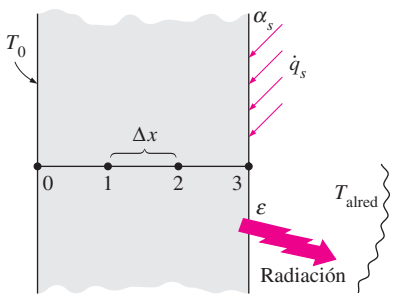


FIGURA P5-135I

5-136 Los artículos alimenticios congelados se pueden descongelar dejándolos simplemente sobre el mostrador, pero tarda demasiado. Se puede acelerar el proceso de manera considerable para los artículos planos, como los trozos de bistec, colocándolos sobre una pieza grande de metal intensamente conductor, llamada placa para descongelar, la cual sirve como una aleta. El área superficial aumentada mejora la transferencia de calor y, por consiguiente, reduce el tiempo para descongelar.

Considere dos bisteces congelados de 1.5 cm de espesor a −18°C que se semejan a un objeto circular de 15 cm de diámetro cuando se colocan próximos uno al otro. Los bisteces ahora se colocan sobre una placa para descongelar de aluminio anodizado negro ($k = 237$ W/m · °C y $\alpha = 97.1 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\varepsilon = 0.90$) de 1 cm de espesor, cuyo diámetro exterior es de 30 cm. Las propiedades de los bisteces congelados son $\rho = 970$ kg/m^3, $c_p = 1.55$ kJ/kg · °C, $k = 1.40$ W/m · °C, $\alpha = 0.93 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\varepsilon = 0.95$, y el calor de fusión es $h_{if} = 187$ kJ/kg. Se puede considerar que los bisteces están descongelados cuando su temperatura promedio es de 0°C y se ha fundido todo el hielo en ellos. Inicialmente, la placa para descongelar está a la temperatura ambiente de 20°C y la contratapa de madera que se coloca encima se puede considerar como aislamiento. Asimismo, se puede considerar que las superficies circundantes están a la misma temperatura que el aire ambiente y el coeficiente de transferencia de calor por convección para todas las superficies expuestas se puede considerar como 12 W/m^2 · °C. Se puede despreciar la transferencia de calor desde las superficies laterales de los bisteces y de la placa para descongelar. Si se supone conducción de calor unidimensional tanto en los bisteces como en la placa y mediante el método explícito de las diferencias finitas, determine cuánto tiempo tardarán en descongelarse. Use cuatro nodos con un espaciamiento nodal de $\Delta x = 0.5$ cm para los trozos de bistec, y tres nodos con un espaciamiento nodal de $\Delta r = 3.75$ cm, para la parte expuesta de la placa para descongelar. También, use un intervalo de tiempo de $\Delta t = 5$ s. *Sugerencia*: En primer lugar, determine la cantidad total de transferencia de calor necesaria para descongelar los trozos de bistec y, a continuación, determine cuánto tiempo transcurrirá para transferir esa cantidad de calor.

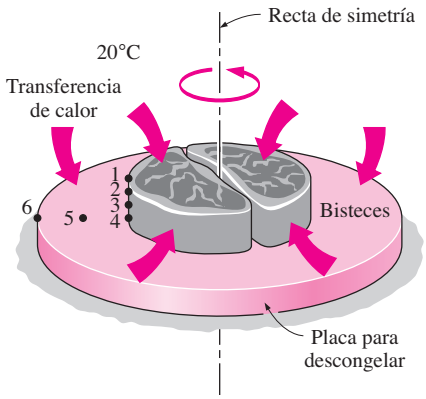


FIGURA P5-136

5-137 Repita el problema 5-136 para una placa para descongelar de cobre, mediante un intervalo de tiempo de $\Delta t = 5$ s.

5-138 Considere la transferencia bidimensional de calor en estado estacionario en una barra larga sólida ($k = 25$ W/m · °C) de sección transversal cuadrada (2 cm × 2 cm), con generación uniforme de calor a una razón de $\dot{e} = 3 \times 10^6$ W/m^3. Las superficies izquierda e inferior mantienen una temperatura constante de 200°C. Las superficies superior y derecha están sujetas a convección con el aire ambiental a 100°C y un coeficiente de transferencia de calor de 250 W/m^2 · °C. Mediante un tamaño uniforme de maya de $\Delta x = \Delta y = 1$ cm, determine *a*) las ecuaciones en diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo de Gauss-Seidel.

Respuestas: $T_1 = T_4 = 196.4$°C, $T_2 = 190.3$°C, $T_3 = 201.2$°C

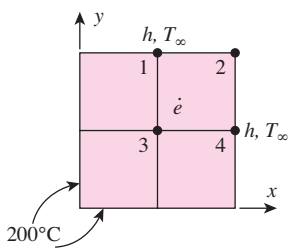


FIGURA P5-138

5-139 Repita el problema 5-138. Mediante el software SS-T-CONDUCT (u otro), resuelva las temperaturas nodales.

5-140 La superficie superior de una placa caliente de latón está enfriándose mediante un flujo a presión de aire de 15ºC, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 W/m^2 · °C. La placa gruesa de latón de 10 cm (ρ = 8 530 kg/m^3, c_p = 380 J/kg · °C, k = 110 W/m · °C y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m^2/s) tenía una temperatura uniforme inicial de 650ºC y la superficie inferior de la placa está aislada. Mediante un espaciamiento nodal uniforme de Δx = 2.5 cm determine *a*) las ecuaciones explícitas en diferencias finitas, *b*) el valor máximo permitido del intervalo de tiempo, *c*) la temperatura en el plano central de la placa de latón, tras 1 minuto de enfriamiento y *d*) compare el resultado del inciso *c*) con la solución analítica aproximada del capítulo 4.

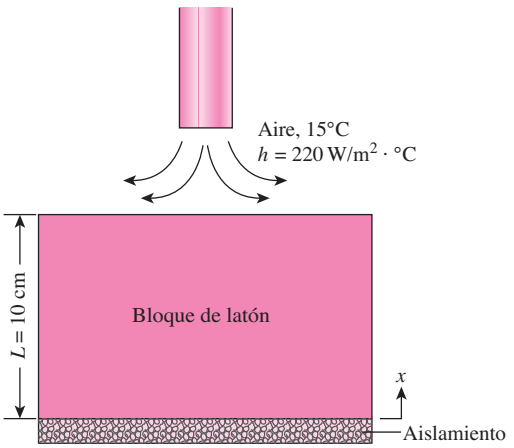


FIGURA P5-140

5-141 Una barra larga de acero de sección transversal rectangular de 10 cm × 20 cm, k = 63.9 W/m · °C y $\alpha = 18.8 \times 10^{-6}$ m^2/s se calentó a una temperatura inicial de 450°C. Se deja enfriar la barra de acero en una habitación con una temperatura de 25°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · ºC. La superficie inferior de la barra está aislada, pero las demás están expuestas a la convección. Con un espaciamiento uniforme nodal de 5 cm, utilice el software SS-T-CONDUCT (u otro) con método explícito, determine la duración necesaria para que se enfríe el centro de la barra a 100°C.

Respuesta: 12 000 s

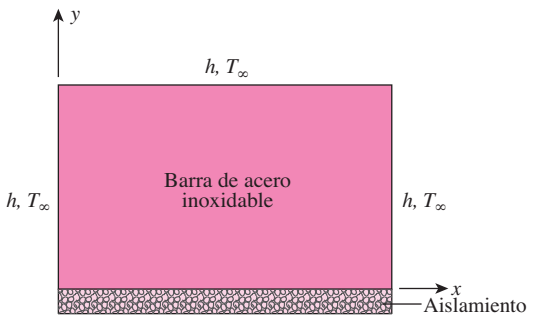


FIGURA P5-141

Problemas de examen sobre fundamentos de ingeniería (FI)

5-142 La ecuación de conducción de calor en régimen no estacionario en diferencias hacia adelante para una aleta de espiga de área constante, A, con perímetro p, expuesta a aire cuya temperatura es T_0, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h, es

$$T_m^{*+1} = \frac{k}{\rho c_p \Delta x^2}\left[T_{m-1}^* + T_{m+1}^* + \frac{hp\Delta x^2}{A}T_0\right] - \left[1 - \frac{2k}{\rho c_p \Delta x^2} - \frac{hp}{\rho c_p A}\right]T_m^*$$

Para que esta ecuación produzca una solución estable, la cantidad $\dfrac{2k}{\rho c_p \Delta x^2} + \dfrac{hp}{\rho c_p A}$ debe ser

a) negativa *b*) cero *c*) positiva
d) mayor que 1 *e*) menor que 1

5-143 Aire a T_0 actúa sobre la superficie superior del sólido rectangular mostrado en la figura P5-143, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h. La ecuación correcta de conducción de calor en estado estacionario, en diferencias finitas, para el nodo 3 de este sólido es

a) $T_3 = [(k/2\Delta)(T_2 + T_4 + T_7) + hT_0] / [(k/\Delta) + h]$

b) $T_3 = [(k/2\Delta)(T_2 + T_4 + 2T_7) + hT_0] / [(2k/\Delta) + h]$

c) $T_3 = [(k/\Delta)(T_2 + T_4) + hT_0] / [(2k/\Delta) + h]$

d) $T_3 = [(k/\Delta)(T_2 + T_4 + T_7) + hT_0] / [(k/\Delta) + h]$

e) $T_3 = [(k/\Delta)(2T_2 + 2T_4 + T_7) + hT_0] / [(k/\Delta) + h]$

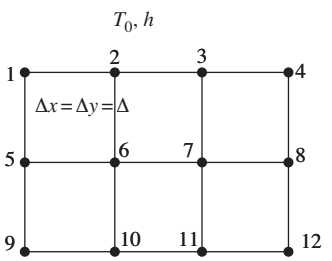


FIGURA P5-143

5-144 ¿Cuál es la ecuación correcta de conducción de calor en régimen no estacionario, en diferencias hacia adelante, escrita para el nodo 6 del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-144, si su temperatura en el instante anterior (Δt) es T^*_6?

a) $T_6^{i+1} = [k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 4k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

b) $T_6^{i+1} = [k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

c) $T_6^{i+1} = [k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [2k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

d) $T_6^{i+1} = [2k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 2k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

e) $T_6^{i+1} = [2k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 4k\Delta t / (\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

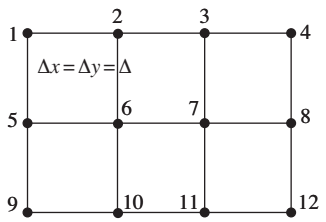


FIGURA P5-144

5-145 ¿Cuál es la ecuación correcta de conducción de calor en estado estacionario, en diferencias finitas, escrita para el nodo 6 del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-145?

a) $T_6 = (T_1 + T_3 + T_9 + T_{11})/2$

b) $T_6 = (T_5 + T_7 + T_2 + T_{10})/2$

c) $T_6 = (T_1 + T_3 + T_9 + T_{11})/4$

d) $T_6 = (T_2 + T_5 + T_7 + T_{10})/4$

e) $T_6 = (T_2 + T_5 + T_7 + T_{10})/2$

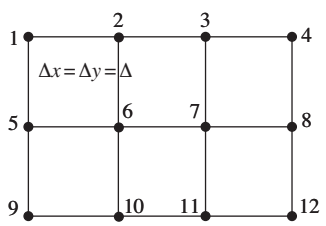


FIGURA P5-145

5-146 Con el fin de mejorar la exactitud de la solución, la altura de las celdas formadas para una resolución en diferencias finitas del problema de distribución de la temperatura en un sólido rectangular que se muestra en la figura P5-146 se hizo igual a la mitad del ancho de las mismas. La ecuación correcta de conducción de calor en estado estacionario, en diferencias finitas, para la celda correspondiente al nodo 6, es

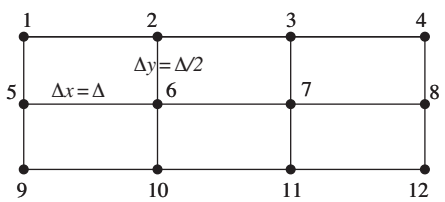


FIGURA P5-146

a) $T_6 = 0.1(T_5 + T_7) + 0.4(T_2 + T_{10})$

b) $T_6 = 0.25(T_5 + T_7) + 0.25(T_2 + T_{10})$

c) $T_6 = 0.5(T_5 + T_7) + 0.5(T_2 + T_{10})$

d) $T_6 = 0.4(T_5 + T_7) + 0.1(T_2 + T_{10})$

e) $T_6 = 0.5(T_5 + T_7) + 0.5(T_2 + T_{10})$

5-147 Con el fin de mejorar la exactitud de la solución, la altura de las celdas formadas para una resolución en diferencias finitas del problema de distribución de la temperatura en un sólido rectangular que se muestra en la figura P5-147 se hizo igual a la mitad del ancho de las mismas. Si la superficie izquierda se expone a aire a T_0, con un coeficiente de transferencia de calor de h, el balance correcto de energía para conducción de calor, en diferencias finitas, para el nodo 5, es

a) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - T_5 + h\Delta/k\,(T_0 - T_5) = 0$

b) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 2T_5 + h\Delta/k\,(T_0 - T_5) = 0$

c) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 3T_5 + h\Delta/k\,(T_0 - T_5) = 0$

d) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 4T_5 + h\Delta/k\,(T_0 - T_5) = 0$

e) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 5T_5 + h\Delta/k\,(T_0 - T_5) = 0$

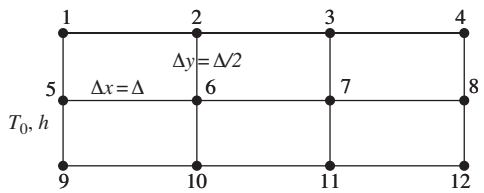


FIGURA P5-147

Problemas de diseño y ensayo

5-148 Escriba un ensayo de dos páginas acerca del método de los elementos finitos y explique por qué se usa en la mayor parte de los paquetes comerciales de software para ingeniería. Explique también cómo se compara con el método de las diferencias finitas.

5-149 En el mercado se cuenta con numerosos paquetes profesionales de software para realizar el análisis de la transferencia de calor y se les da gran publicidad en revistas profesionales como la *Mechanical Engineering*, publicada por la American Society of Mechanical Engineers (ASME). La compañía en la que trabaja el lector decide comprar ese paquete de software y le pide que prepare un informe acerca de los paquetes que existen, sus costos, capacidades, facilidad de uso y compatibilidad con el hardware y otro software de los que se dispone, así como sobre la reputación de la compañía que lo elaboró, su historia, estado financiero, soporte a los clientes, capacitación y candidatos futuros, entre otras cosas. Después de una investigación preliminar, seleccione los tres mejores paquetes y prepare un informe completo sobre ellos.

5-150 Diseñe una placa para descongelar para acelerar la descongelación de artículos alimenticios planos, como los bisteces congelados y los vegetales empacados, y evalúe su rendimiento mediante el método de las diferencias finitas (vea el problema 5-136). Compare su diseño con el de las placas para desconge-

lar que se encuentran en la actualidad en el mercado. La placa debe tener un mejor rendimiento y debe ser apropiada para comprarse y usarse como un utensilio doméstico, durable, fácil de limpiar, de fabricar y asequible. Se espera que los alimentos congelados estén a una temperatura inicial de −18°C al principio del proceso de descongelación, y a 0°C al final, con todo el hielo fundido. Especifique el material, la forma, el tamaño y el espesor de la placa propuesta. Justifique sus recomendaciones por medio de los cálculos. En su análisis, tome las temperaturas del ambiente y de las superficies circundantes como de 20°C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección como 15 W/m^2 · °C. Para un caso típico, determine el tiempo de descongelación con la placa y sin ella.

5-151 Diseñe una caja de seguridad resistente al fuego cuyas dimensiones exteriores sean 0.5 m × 0.5 m × 0.5 m y que proteja su contenido combustible contra un incendio que pueda durar hasta 2 h. Suponga que la caja quedará expuesta a un medio a una temperatura promedio de 700°C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor de 70 W/m^2 · °C, y la temperatura en el interior de dicha caja debe estar por debajo de 150°C al final de las 2 h. La cavidad de la caja debe ser tan grande como sea posible, en tanto satisfaga las restricciones de diseño, y el material seleccionado de aislamiento debe soportar las altas temperaturas a las que será expuesto. El costo, la durabilidad y la resistencia mecánica también son consideraciones importantes en la selección de los materiales de aislamiento.

CAPÍTULO 6

FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN

Hasta ahora se ha considerado la *conducción*, la cual constituye el mecanismo de transferencia de calor a través de un sólido o fluido en reposo. Ahora, se considerará la *convección*, la cual constituye el mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido, en presencia de un movimiento masivo de éste.

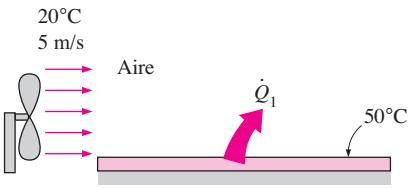
La convección se clasifica como *convección natural* (o *libre*) y *forzada*, dependiendo de la manera en que se inicia el movimiento del fluido. En la convección forzada se obliga a que el fluido fluya sobre una superficie o en un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. En la convección natural, cualquier movimiento del fluido es causado por medios naturales, como el efecto de flotación, el cual se manifiesta como la subida del fluido caliente y la caída del fluido frío. La convección también se clasifica como *externa* e *interna*, dependiendo de si se obliga al fluido a fluir sobre una superficie o en un tubo.

Se inicia este capítulo con una descripción física general de la convección. A continuación se discuten las *capas límite de velocidad* y *térmica*, así como los *flujos laminar* y *turbulento*. Continúa con la discusión de los *números* adimensionales *de Reynolds*, *Prandtl* y *Nusselt*, y su significado físico. En seguida se deducen las *ecuaciones de la convección* sobre la base de la conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía, y se obtienen soluciones para el *flujo sobre una placa plana*. Entonces se quitan las dimensiones de las ecuaciones de la convección y se obtienen formas funcionales de los coeficientes de fricción y de convección. Por último, se presentan analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor.

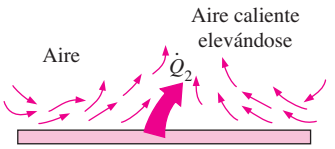
OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

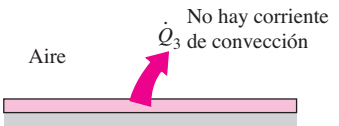
- Comprender el mecanismo físico de la convección y su clasificación;
- Visualizar el desarrollo de las capas límite de velocidad y térmica en caso del flujo sobre superficies;
- Adquirir un conocimiento útil para las aplicaciones de los números adimensionales de Reynolds, Prandtl y Nusselt;
- Distinguir entre los flujos laminar y turbulento, y adquirir una comprensión de los mecanismos de la transferencia de la cantidad de movimiento y del calor en el flujo turbulento;
- Deducir las ecuaciones diferenciales que rigen la convección, sobre la base de los balances de masa, de cantidad de movimiento y de energía, y resolver estas ecuaciones para algunos casos sencillos, como el flujo laminar sobre una placa plana;
- Hallar la forma adimensional de las ecuaciones de convección y obtener las formas funcionales de los coeficientes de fricción y de transferencia de calor, y
- Usar analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor, así como determinar el coeficiente de transferencia de calor a partir del conocimiento del coeficiente de fricción.



a) Convección forzada



b) Convección libre



c) Conducción

FIGURA 6-1
Transferencia de calor de una superficie caliente hacia el fluido circundante, por convección y conducción.

6-1 ▪ MECANISMO FÍSICO DE LA CONVECCIÓN

En el capítulo 1 se mencionó que existen tres mecanismos básicos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La conducción y la convección son semejantes pues requieren la presencia de un medio material, pero difieren en que la convección requiere la presencia del movimiento de fluidos.

La transferencia de calor a través de un sólido siempre es por conducción, dado que las moléculas de un sólido de este tipo permanecen en posiciones relativamente fijas. Sin embargo, la transferencia de calor a través de un líquido o gas puede ser por conducción o convección, dependiendo de la presencia de algún movimiento masivo del fluido. La transferencia de calor a través de un fluido es por convección cuando se tiene un movimiento masivo de este último y por conducción cuando no existe dicho movimiento. Por lo tanto, la conducción en un fluido se puede concebir como el caso límite de la convección, correspondiente al caso de fluido en reposo (figura 6-1).

La transferencia de calor por convección es complicada por el hecho de que comprende movimiento del fluido así como conducción del calor. El movimiento del fluido mejora la transferencia de calor, ya que pone en contacto porciones más calientes y más frías de ese fluido, iniciando índices más altos de conducción en un gran número de sitios. Por lo tanto, la velocidad de la transferencia de calor a través de un fluido es mucho más alta por convección que por conducción. De hecho, entre más alta es la velocidad del fluido, mayor es la velocidad de la transferencia de calor.

Para aclarar este punto todavía más, considere la transferencia de calor en estado estable a través de un fluido contenido entre dos placas paralelas que se mantienen a temperaturas diferentes, como se muestra en la figura 6-2. Las temperaturas del fluido y de la placa son las mismas en los puntos de contacto debido a la continuidad de la temperatura. Si se supone que no hay movimiento del fluido, la energía de las moléculas más calientes de éste, cercanas a la placa caliente, se transferirá a las moléculas adyacentes más frías del mismo. Entonces, esta energía pasa a la siguiente capa de las moléculas más frías del fluido, y así sucesivamente hasta que, al final, se transfiere a la otra placa. Esto es lo que sucede durante la conducción a través de un fluido. Ahora, mediante una jeringa, se extrae algo del fluido cercano a la placa caliente para inyectarlo cerca de la placa fría repetidas veces. El lector puede imaginar que esto acelerará de manera considerable el proceso de transferencia de calor, ya que algo de la energía se lleva hasta el otro lado como resultado del movimiento del fluido.

Considérese el enfriamiento de un bloque caliente con un ventilador que sopla aire sobre su superficie superior. Se sabe que el calor se transfiere del bloque hacia el aire circundante más frío y que llega el momento en que el bloque se enfría. También se sabe que el bloque se enfría más rápido si se pone a funcionar el ventilador a una velocidad más alta. Si se reemplaza el aire por agua, incluso se mejora más la transferencia de calor por convección.

La experiencia muestra que la transferencia de calor por convección depende con intensidad de las propiedades *viscosidad dinámica* μ, *conductividad térmica* k, *densidad* ρ y *calor específico* c_p del fluido, así como de la *velocidad del fluido* V. También depende de la *configuración geométrica* y *aspereza* de la superficie sólida, además del *tipo de flujo del fluido* (el que sea laminar o turbulento). Por lo tanto, se espera que las relaciones de la transferencia de calor por convección sean un tanto complejas debido a su dependencia de tantas variables. Esto no es sorprendente, ya que la convección es el mecanismo más complejo de transferencia de calor.

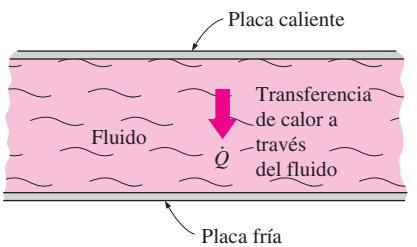


FIGURA 6-2
Transferencia de calor a través de un fluido comprimido entre dos placas paralelas.

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la razón de la transferencia de calor por este mecanismo es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa de manera conveniente por la **ley de Newton de enfriamiento** como

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h(T_s - T_\infty) \qquad (\text{W/m}^2) \tag{6-1}$$

o bien,

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \qquad (\text{W}) \tag{6-2}$$

donde

h = coeficiente de transferencia de calor por convección, W/m^2 · °C
A_s = área superficial de transferencia de calor, m^2
T_s = temperatura de la superficie, °C
T_∞ = temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie, °C

A juzgar por sus unidades, el **coeficiente de transferencia de calor por convección** h se puede definir como *la razón de la transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido por unidad de área superficial por unidad de diferencia en la temperatura.*

El lector no debe dejarse llevar por la simple apariencia de esta relación, en virtud de que el coeficiente de transferencia de calor por convección h depende de varias de las variables mencionadas y, por consiguiente, es difícil de determinar.

A menudo, el flujo del fluido se confina por medio de superficies sólidas y es importante entender la manera en que la presencia de esas superficies afecta ese flujo. Considérese el flujo de un fluido en un tubo estacionario o sobre una superficie sólida que no es porosa (es decir, que es impermeable al fluido). Todas las observaciones experimentales indican que un fluido en movimiento llega a detenerse por completo en la superficie y toma una velocidad cero con respecto a esta última. Es decir, un fluido en contacto directo con un sólido "se adhiere" a la superficie debido a los efectos viscosos y no se desliza. Esto se conoce como la **condición de no deslizamiento**.

La fotografía de la figura 6-3, obtenida de un videoclip, muestra con claridad la evolución de un gradiente de velocidad como resultado de la adherencia del fluido a la superficie de un cuerpo romo. La capa que se adhiere a la superficie desacelera la capa adyacente de fluido debido a las fuerzas viscosas existentes entre las capas del propio fluido, de manera que una capa desacelera a la que sigue, y así sucesivamente. Por lo tanto, la condición de no deslizamiento es responsable del desarrollo del perfil de velocidad. La región del flujo adyacente a la superficie en la cual los efectos viscosos (y, por lo tanto, los gradientes de velocidad) son significativos se llama **capa límite**. La propiedad del fluido responsable de la condición de no deslizamiento y del desarrollo de la capa límite es la *viscosidad* y se discute brevemente en la sección 6-2.

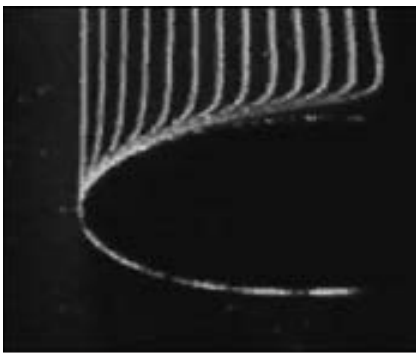


FIGURA 6-3
Desarrollo de un perfil de velocidad debido a la condición de no deslizamiento, conforme un fluido fluye sobre un cuerpo romo.

"Hunter Rouse: Laminar and Turbulent Flow Film." Copyright IIHR-Hydroscience & Engineering. The University of Iowa. Usado con autorización.

Una capa de fluido adyacente a una superficie en movimiento tiene la misma velocidad que esta última. Una consecuencia de la condición de no deslizamiento es que todos los perfiles de velocidades deben tener en los puntos de contacto entre un fluido y una superficie sólida los valores cero de velocidad relativa con respecto a la superficie (figura 6-4). Otra consecuencia de la condición de no deslizamiento es el *arrastre superficial*, el cual es la fuerza que un fluido ejerce sobre una superficie, en la dirección del flujo.

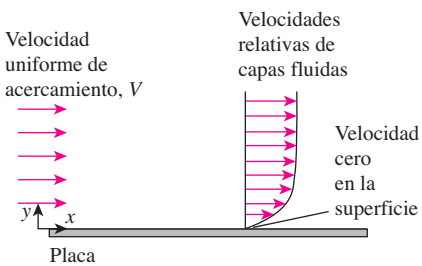


FIGURA 6-4
Un fluido que fluye sobre una superficie estacionaria llega a detenerse por completo en la superficie a causa de la condición de no deslizamiento.

Una implicación de la condición de no deslizamiento es que la transferencia de calor de la superficie del sólido hacia la capa de fluido adyacente a esa superficie se da por *conducción pura*, ya que la capa de fluido está inmóvil, y se puede expresar como

$$\dot{q}_{\text{conv}} = \dot{q}_{\text{cond}} = -k_{\text{fluido}} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (\text{W/m}^2) \tag{6-3}$$

donde T representa la distribución de temperatura en el fluido y $(\partial T/\partial y)_{y=0}$ es el *gradiente de temperatura* en la superficie. A continuación, este calor *se aleja por convección* de la superficie como resultado del movimiento del fluido. Nótese que la transferencia de calor por convección de una superficie sólida a un fluido es simplemente la transferencia de calor por conducción de esa su-

FIGURA 6-5
Wilhelm Nusselt (1882-1957), ingeniero nacido en Nurenberg, Alemania. Estudió mecánica en la Universidad Técnica de Berlín-Charlottenburg y Munich y realizó estudios avanzados en matemáticas y física. Su tesis doctoral, que concluyó en 1907, trató sobre la conductividad de los materiales aislantes. En 1915, Nusselt publicó su investigación pionera: Las leyes básicas de la transferencia de calor, en la cual propuso por primera vez los grupos adimensionales que ahora conocemos como los parámetros principales en la teoría de similitud de la transferencia de calor. Sus trabajos más importantes atañen a la condensación de vapor en película sobre superficies verticales, la combustión de carbón pulverizado y la analogía entre calor y transferencia de masa en la evaporación. Entre sus trabajos matemáticos más conocidos están las soluciones para la transferencia laminar de calor en la región de entrada de los tubos, el intercambio de calor de flujo transversal y la teoría básica de los regeneradores.
Karksuher Institute of Technology, Alemania.

perficie sólida a la capa de fluido adyacente. Por lo tanto, se pueden igualar las ecuaciones 6-1 y 6-3 del flujo de calor, con el fin de obtener

$$h = \frac{-k_{\text{fluido}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \qquad (\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}) \tag{6-4}$$

para la determinación del *coeficiente de transferencia de calor por convección* cuando se conoce la distribución de temperatura dentro del fluido.

En general, el coeficiente de transferencia de calor por convección varía a lo largo de la dirección del flujo (o dirección x). En esos casos, el coeficiente *promedio* o *medio* de transferencia de calor por convección para una superficie se determina al promediar de manera adecuada los coeficientes *locales* sobre toda esa superficie.

Número de Nusselt

En los estudios sobre convección, es práctica común quitar las dimensiones a las ecuaciones que rigen y combinar las variables, las cuales se agrupan en *números adimensionales*, con el fin de reducir el número de variables totales. También es práctica común quitar las dimensiones del coeficiente de transferencia de calor h con el número de Nusselt, que se define como

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k} \tag{6-5}$$

donde k es la conductividad térmica del fluido y L_c es la *longitud característica*. Este número recibió el nombre en honor de Wilhelm Nusselt (figura 6-5), se concibió como el *coeficiente adimensional de transferencia de calor por convección*.

Para comprender el significado físico del número de Nusselt, considere una capa de fluido de espesor L y diferencia de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$, como se muestra en la figura 6-6. La transferencia de calor a través de la capa de fluido será por *convección* cuando esta última tenga algún movimiento y por *conducción* cuando esté inmóvil. En cualquiera de los dos casos, el flujo de calor (la velocidad de transferencia de calor por unidad de tiempo por unidad de área superficial) es

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h\Delta T \tag{6-6}$$

y

$$\dot{q}_{\text{cond}} = k\frac{\Delta T}{L} \tag{6-7}$$

Al dividir ambas ecuaciones da

$$\frac{\dot{q}_{\text{conv}}}{\dot{q}_{\text{cond}}} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} = \frac{hL}{k} = \text{Nu} \tag{6-8}$$

lo cual es el número de Nusselt. Por lo tanto, el número de Nusselt representa el mejoramiento de la transferencia de calor a través de una capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción a través de la misma capa. Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección. Un número de Nusselt de Nu = 1 para una capa de fluido representa transferencia de calor a través de ésta por conducción pura.

En la vida diaria se usa la convección forzada más de lo que el lector podría pensar (figura 6-7). Se recurre a la convección forzada siempre que se quiera incrementar la velocidad de la transferencia de calor desde un objeto caliente. Por ejemplo, se enciende el ventilador en los días cálidos de verano para ayudar a que nuestro cuerpo se enfríe de manera más eficaz. Entre mayor sea la velocidad del ventilador, mejor se siente. Se *agita* la sopa o se *sopla* sobre una rebanada de pizza caliente para hacer que se enfríen más rápido. En los días invernales *de mucho viento* se siente mucho más frío de lo que en realidad hace. La solución más simple para los problemas de calentamiento en el empaque de los dispositivos electrónicos es usar un ventilador suficientemente grande.

EJEMPLO 6-1 **Cálculo de la transferencia de calor a partir del perfil de temperaturas**

Durante el flujo de aire a $T_\infty = 20°C$ sobre la superficie de una placa mantenido a una temperatura constante de $T_s = 160°C$, el perfil de temperatura adimensional dentro de la capa de aire sobre la placa es

$$\frac{T(y) - T_\infty}{T_s - T_\infty} = e^{-ay}$$

donde $a = 3\ 200\ m^{-1}$ y es la distancia vertical medida desde la superficie de la placa en m (figura 6-8). Determine el flujo de calor sobre la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección.

SOLUCIÓN El flujo de aire sobre la placa tiene un perfil determinado de temperaturas. Se debe determinar el flujo de calor sobre la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Suposiciones **1** El perfil adimensional de temperaturas representa la variación de la temperatura sobre toda la placa. **2** Se descarta la transferencia por radiación.

Propiedades La conductividad térmica del aire en la temperatura de la película es $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (160°C + 20°C)/2 = 90°C$ es $k = 0.03024\ W/m \cdot K$ (tabla A-15).

Análisis Teniendo en cuenta que el tipo de transferencia de calor de la placa al aire en la superficie es la conducción, el flujo de calor de la superficie sólida, a la capa fluida adyacente y a la superficie se determina a partir de la siguiente ecuación

$$\dot{q} = \dot{q}_{cond} = -k_{fluido} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

donde el gradiente de temperatura en la superficie de la placa es

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_s - T_\infty)a[e^{-ay}]_{y=0} = (T_s - T_\infty)(-a)$$
$$= (160°C - 20°C)(-3\ 200\ m^{-1}) = -4.48 \times 10^5\ °C/m$$

Al sustituir, se determina que el flujo de calor es

$$\dot{q} = -(0.03024\ W/m \cdot K)(-4.48 \times 10^5\ °C/m = \mathbf{1.35 \times 10^4\ W/m^2}$$

Entonces, el coeficiente de transferencia de calor por convección es

$$h = \frac{-k_{fluido}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$
$$= \frac{-(0.03024\ W/m \cdot K)(-4.48 \times 10^5\ °C/m)}{(160°C - 20°C)} = \mathbf{96.8\ W/m^2 \cdot K}$$

Discusión El coeficiente de transferencia de calor por convección también puede determinarse a partir de la ley de enfriamiento de Newton de un cuerpo, $\dot{q} = h(T_s - T_\infty)$.

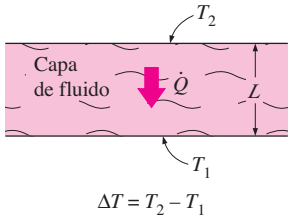


FIGURA 6-6
Transferencia de calor a través de una capa de fluido de espesor L y diferencia de temperatura ΔT.

FIGURA 6-7
Se recurre a la convección forzada siempre que se necesite incrementar la razón de la transferencia de calor.

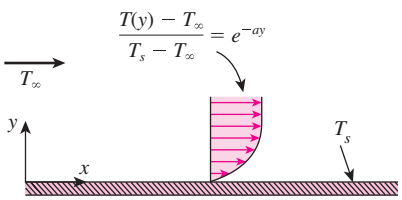


FIGURA 6-8
Esquema para el ejemplo 6-1.

6-2 ▪ CLASIFICACIÓN DE LOS FLUJOS DE FLUIDOS

La transferencia de calor por convección está íntimamente ligada a la mecánica de fluidos, que es la ciencia que trata del comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento y de su interacción con sólidos o con otros fluidos

en las fronteras. Existe una amplia variedad de problemas de flujo de fluidos que se encuentran en la práctica, y suele ser conveniente clasificarlos con base en algunas características comunes para hacer factible su estudio en grupos. Hay varias maneras de clasificar los problemas de flujo de fluidos y, a continuación, se presentan algunas categorías generales.

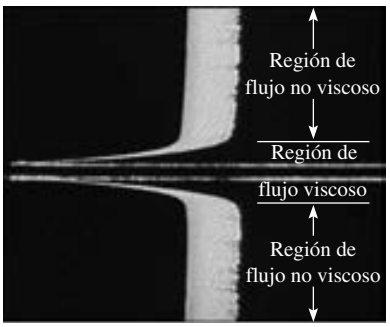


FIGURA 6-9
Flujo de fluido de una corriente originalmente uniforme sobre una placa plana y las regiones de flujo viscoso (próximas a la placa en ambos lados), así como no viscoso (lejos de la placa).
Fundamentals of Boundary Layers, National Committee from Fluid Mechanics Films, © Education Development Center.

Región viscosa de flujo en comparación con la no viscosa

Cuando dos capas de fluido se mueven una en relación con la otra, se desarrolla una fuerza de fricción entre ellas, mediante la cual la capa más lenta trata de desacelerar a la más rápida. Esta resistencia interna del fluido al movimiento se cuantifica por la propiedad del fluido conocida como *viscosidad*, que es una medida de la pegajosidad interna de ese fluido. La viscosidad es causada por las fuerzas de cohesión entre las moléculas, en los líquidos, y por las colisiones moleculares, en los gases. No hay fluido con viscosidad cero y, por consiguiente, todos los flujos de fluidos implican efectos viscosos en cierto grado. Los flujos en los que los efectos de la fricción son significativos se conocen como **flujos viscosos**. Sin embargo, en muchos flujos de interés práctico, existen *regiones* (por lo común no cercanas a superficies sólidas) en donde las fuerzas viscosas son despreciablemente pequeñas en comparación con las fuerzas de inercia o de presión. El despreciar los términos viscosos en esas **regiones de flujo no viscoso** simplifica considerablemente el análisis, sin mucha pérdida de exactitud.

En la figura 6-9 se muestra el desarrollo de regiones viscosa y no viscosa de flujo como resultado de la inserción de una placa plana paralela en una corriente de fluido de velocidad uniforme. El fluido se adhiere a la placa en ambos lados, debido a la condición de no deslizamiento, y la delgada capa límite en la cual los efectos viscosos son significativos, cercana a la superficie de la placa, es la *región de flujo viscoso*. La región del flujo en ambos lados, alejada de la placa y que no es afectada por la presencia de ésta, es la *región de flujo no viscoso*.

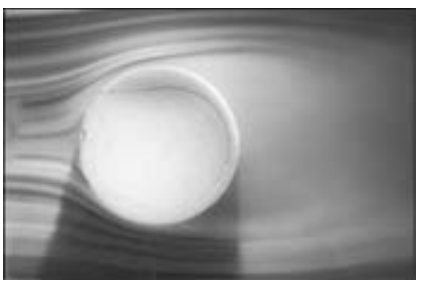


FIGURA 6-10
Flujo externo sobre una pelota de tenis y la región de la estela turbulenta detrás.
Cortesía de la NASA y Cislunar Aerospace, Inc.

Flujo interno en comparación con el externo

El flujo de un fluido se clasifica como interno o externo, dependiendo de si se fuerza ese fluido a fluir en un canal confinado o sobre una superficie. El flujo de un fluido no confinado sobre una superficie del tipo de una placa, un alambre o un tubo es **flujo externo**. El flujo en un tubo o ducto es **flujo interno** si el fluido está por completo limitado por superficies sólidas. Por ejemplo, el flujo de agua en un tubo es interno y el de aire sobre una pelota o sobre un tubo expuesto durante un día con viento es flujo externo (figura 6-10). El flujo de líquidos en un ducto se menciona como *flujo en canal abierto* si ese ducto sólo está lleno en forma parcial con el líquido y se tiene una superficie libre. Los flujos de agua en los ríos y zanjas de irrigación son ejemplos de esos flujos.

Los flujos internos son dominados por la influencia de la viscosidad en toda la extensión del campo de flujo. En los externos, los efectos viscosos se limitan a las capas límite cercanas a las superficies sólidas y a las regiones de la estela que se ubica atrás de los cuerpos.

Flujo compresible en comparación con el incompresible

Un flujo se clasifica como *compresible* o *incompresible*, dependiendo de la variación de la densidad en el flujo. La incompresibilidad es una aproximación y se dice que un flujo es **incompresible** si la densidad permanece casi constante en toda la extensión del flujo. Por lo tanto, el volumen de todas las porciones del fluido permanece inalterado durante su movimiento, cuando el flujo (o el fluido) es incompresible.

En esencia, las densidades de los líquidos son constantes, de donde es típico que el flujo de éstos sea incompresible. Por lo tanto, suele mencionarse que los líquidos son *sustancias incompresibles*. Por ejemplo, una presión de 210 atm causa que la densidad del agua líquida a 1 atm cambie en sólo 1%. Por otra parte, los gases son altamente compresibles. Por ejemplo, un cambio en la presión de sólo 0.01 atm causa un cambio de 1% en la densidad del aire atmosférico.

Los flujos de los líquidos, con una buena precisión, son incompresibles, pero la variación en la densidad en los flujos de gases y, como consecuencia, la exactitud de aproximación que se hace al modelar esos flujos como incompresibles depende del número de Mach, definido como $\text{Ma} = V/c$, en donde c es la **velocidad del sonido** cuyo valor es de 346 m/s en aire a la temperatura ambiente al nivel del mar. A menudo, los flujos de gases se consideran incompresibles si los cambios en la densidad están por debajo de alrededor de 5%, que suele ser el caso cuando $\text{Ma} < 0.3$. Por lo tanto, se pueden despreciar los efectos de la compresibilidad del aire a velocidades por debajo de alrededor de 100 m/s. Nótese que el flujo de un gas no es necesariamente compresible.

Aun los cambios pequeños en la densidad de los líquidos correspondientes a grandes cambios en la presión pueden tener consecuencias importantes. Por ejemplo, el irritante "golpe de ariete hidráulico" en un tubo de agua es causado por las vibraciones de éste generadas por la reflexión de las ondas de presión que se tienen después del cierre repentino de las válvulas.

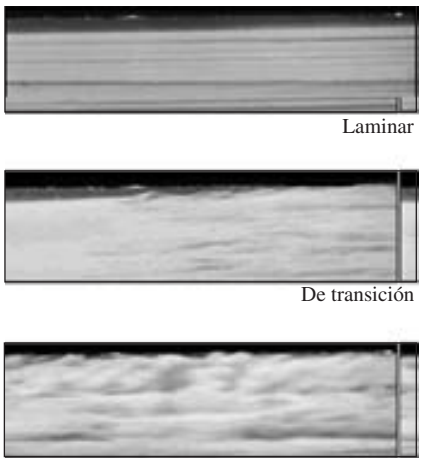


FIGURA 6-11
Flujos laminar, de transición y turbulento.
Cortesía de ONERA, fotografía tomada por Werlé.

Flujo laminar en comparación con el turbulento

Algunos flujos son suaves y ordenados, mientras que otros son un tanto caóticos. El movimiento de fluidos intensamente ordenado, caracterizado por capas suaves, se conoce como **laminar**. La palabra *laminar* proviene del movimiento de las partículas adyacentes de fluido reunidas en "láminas". El flujo de los fluidos altamente viscosos, como los aceites a bajas velocidades, comúnmente es laminar. El movimiento altamente desordenado de los fluidos que, en general, se tiene a altas velocidades y que se caracteriza por fluctuaciones en la velocidad se conoce como **turbulento** (figura 6-11). Lo común es que el flujo de fluidos de baja viscosidad, como el aire a altas velocidades, sea turbulento. El régimen de flujo influye mucho en la potencia requerida para el bombeo. Un flujo que se alterna entre laminar y turbulento se conoce como **de transición**.

Flujo natural (o no forzado) en comparación con el forzado

Se dice que el flujo de un fluido es natural o forzado, dependiendo de la manera en que se inicia el movimiento de ese fluido. En el **flujo forzado** se obliga a un fluido a desplazarse sobre una superficie o dentro de un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. En los **flujos naturales**, cualquier movimiento del fluido se debe a medios naturales, como el efecto de flotación, que se manifiesta como la subida del fluido cálido (y, por consiguiente, más ligero) y la caída del más frío (y, por lo tanto, más denso) (figura 6-12). Por ejemplo, en los colectores solares para calentamiento de agua, se utiliza el efecto de termosifón con el fin de reemplazar las bombas al colocar el tanque de agua suficientemente arriba de los colectores solares.

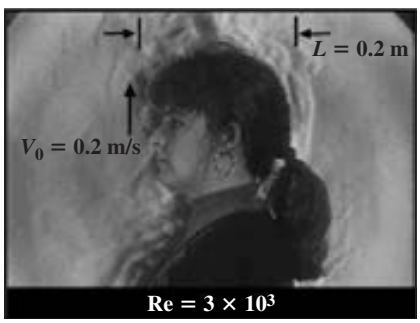


FIGURA 6-12
En esta imagen estrioscópica de una muchacha, la subida del aire cálido, más ligero, adyacente a su cuerpo indica que los humanos y los animales de sangre caliente estamos rodeados de columnas térmicas de aire cálido que sube.
G. S. Settles, Gas Dynamics Lab. Penn State University. Usado con autorización.

Flujo estacionario en comparación con el no estacionario

En ingeniería, se usan con frecuencia los términos *estacionario* y *uniforme*; por consiguiente, es importante tener una comprensión clara de sus significados. El término **estacionario** implica que *no hay cambio en un punto con el tiempo*. Lo opuesto a estacionario es **no estacionario**. El término **uniforme**

implica que *no hay cambio con respecto a la posición* en una región especificada. Estos significados son coherentes con su uso cotidiano [amiga estable (*estacionaria*), distribución uniforme, etcétera].

Los términos *no estacionario* y *transitorio* con frecuencia se usan en forma intercambiable, pero no son sinónimos. En mecánica de fluidos, *no estacionario* es el término más general que se aplica a cualquier flujo que no es estacionario, y, normalmente, **transitorio** se usa para flujos en desarrollo. Por ejemplo, cuando se enciende un motor del cohete se tiene efectos transitorios (la presión se desarrolla en el interior del motor, el flujo se acelera, etcétera) hasta que el motor se estabiliza y opera en forma estacionaria. El término **periódico** se refiere a la clase de flujo no estacionario en la cual el flujo oscila en torno de una media estacionaria.

Muchos dispositivos, como las turbinas, los compresores, las calderas, los condensadores y los intercambiadores de calor, operan durante largos periodos en las mismas condiciones y se clasifican como *dispositivos de flujo estacionario*. (Nótese que, por supuesto, el campo de flujo cercano a las álabes de una turbomáquina es no estacionario, pero, cuando se clasifican los aparatos, se considera el campo de flujo total, en lugar de los detalles en algunos lugares.) En el flujo estacionario, las propiedades del fluido pueden cambiar de punto a punto dentro de un dispositivo, pero en cualquier punto fijo permanecen constantes. Por lo tanto, el volumen, la masa y la cantidad total de energía de un dispositivo de flujo estacionario o una porción de flujo estacionario permanecen constantes en condiciones de la operación estacionaria.

Se puede tener una aproximación muy cercana de las condiciones de flujo estacionario debido a aparatos que se pretende sean para operación continua, como las turbinas, las bombas, las calderas, los condensadores y los intercambiadores de calor de las plantas generadoras de energía eléctrica o los sistemas de refrigeración. Algunos dispositivos cíclicos, como los motores o compresores reciprocantes, no satisfacen las condiciones de flujo estacionario, ya que éste es pulsante y no estacionario en las admisiones y las salidas. Sin embargo, las propiedades del fluido varían con el tiempo de una manera periódica, y el flujo a través de estos dispositivos incluso se puede analizar como un proceso de flujo estacionario, utilizando los valores promediados en el tiempo para las propiedades.

Flujos unidimensional, bidimensional y tridimensional

Un campo de flujo se caracteriza de la mejor manera por la distribución de velocidades y, de este modo, se dice que un flujo es unidimensional, bidimensional o tridimensional si la velocidad del mismo varía en una, dos o tres direcciones de coordenadas espaciales, respectivamente. El flujo típico de un fluido comprende una configuración geométrica tridimensional y la velocidad puede variar en las tres direcciones, dando lugar al flujo tridimensional [$\vec{V}(x, y, z)$, en coordenadas rectangulares, o $\vec{V}(r, \theta, z)$, en coordenadas cilíndricas]. No obstante, la variación de la velocidad en ciertas direcciones puede ser pequeña en relación con la variación en otras, y se puede ignorar con el error despreciable. En esos casos, el flujo se puede modelar de manera conveniente como si fuera unidimensional o bidimensional, que son más fáciles de analizar.

Considérese el flujo estacionario de un fluido que pasa por un tubo circular unido a un tanque grande. La velocidad del fluido en todos los puntos sobre la superficie del tubo es cero, debido a la condición de no deslizamiento, y el flujo es bidimensional en la región de entrada de ese tubo, ya que la velocidad cambia tanto en la dirección r como en la z. El perfil de velocidad se desarrolla por completo y permanece inalterado después de recorrida cierta distancia

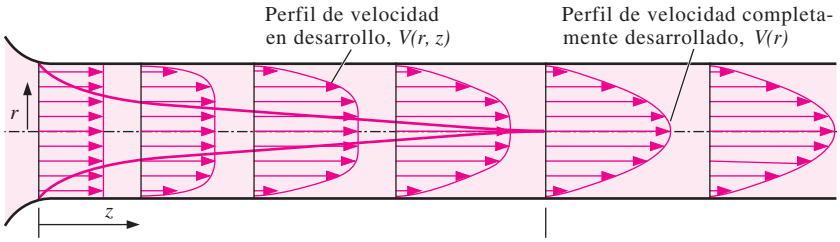


FIGURA 6-13
Desarrollo del perfil de velocidad en un tubo circular. $V = V(r, z)$, de donde el flujo es bidimensional en la región de entrada y se vuelve unidimensional corriente abajo, cuando el perfil de velocidad se desarrolla por completo y permanece inalterado en la dirección del flujo, $V = V(r)$.

desde la entrada (alrededor de 10 diámetros de tubo en el flujo turbulento y menos en el laminar como en la figura 6-13), y se dice que, en esta región, el flujo está *completamente desarrollado*. El flujo completamente desarrollado en un tubo circular es *unidimensional*, ya que la velocidad varía en la dirección radial, pero no en las direcciones angular θ o axial z, como se muestra en la figura 6-13. Es decir, el perfil de velocidad es el mismo en cualquier ubicación axial z y es simétrico respecto al eje del tubo.

Nótese que la dimensionalidad del flujo también depende de la elección del sistema de coordenadas y de su orientación. Por ejemplo, como ya se dijo, el flujo en un tubo es unidimensional en coordenadas cilíndricas, pero bidimensional en cartesianas, lo que ilustra la importancia de la elección del sistema más apropiado de coordenadas. Nótese también que, incluso en este flujo sencillo, la velocidad no puede ser uniforme de uno a otro lado de la sección transversal del tubo, debido a la condición de no deslizamiento. Sin embargo, en una entrada bien redondeada del tubo, se puede obtener una aproximación del perfil de velocidad como si fuera casi uniforme de uno a otro lado del tubo, ya que la velocidad es casi constante en todos los radios, excepto muy cerca de la pared del propio tubo.

6-3 ▪ CAPA LÍMITE DE LA VELOCIDAD

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una *placa plana*, como se muestra en la figura 6-14. Las superficies que están torneadas de manera ligera, como los álabes de las turbinas, también se pueden considerar como placas planas con precisión razonable. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde el *borde de ataque* de esta última, en la dirección del flujo y la y se mide desde esa superficie, en la dirección perpendicular. El fluido se aproxima a la placa en la dirección x con una velocidad uniforme superior V, la cual es prácticamente idéntica a la velocidad de la corriente libre sobre la placa, lejos de la superficie (éste no sería el caso para el flujo cruzado sobre objetos romos, como un cilindro).

En beneficio de la discusión, se puede considerar que el fluido consta de capas adyacentes apiladas una sobre la otra. La velocidad de las partículas en la primera capa de fluido adyacente a la placa se vuelve cero debido a la condi-

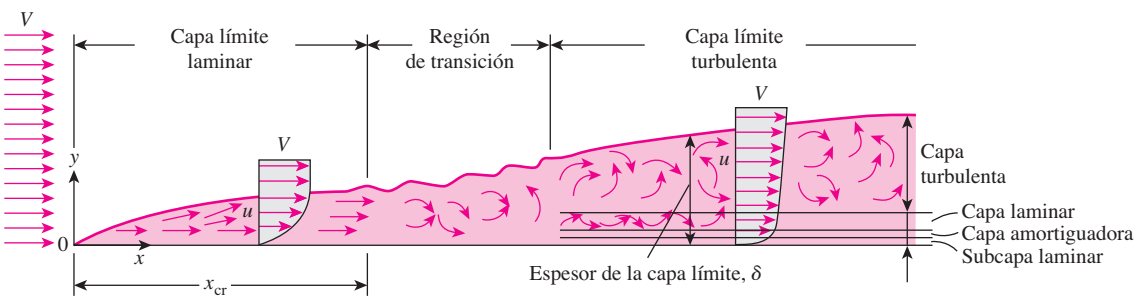


FIGURA 6-14
Desarrollo de la capa límite para el flujo sobre una placa plana y los diferentes regímenes de flujo.

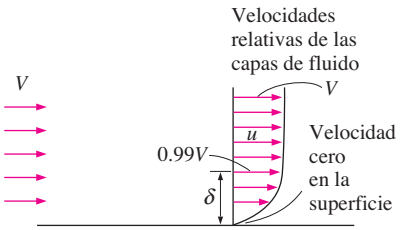


FIGURA 6-15
El desarrollo de una capa límite sobre una superficie se debe a la condición de no deslizamiento.

ción de no resbalamiento. Esta capa inmóvil retarda las partículas de la capa vecina como resultado de la fricción de las partículas de ambas capas adjuntas que tienen velocidades diferentes. Esta última capa retarda las moléculas de la capa siguiente, y así sucesivamente. Por lo tanto, la presencia de la placa se siente hasta cierta distancia normal δ a partir de ella, más allá de la cual la velocidad de la corriente libre permanece esencialmente inalterada. Como resultado, la componente x de la velocidad del fluido, u, varía desde 0, en $y = 0$, hasta casi V, en $y = \delta$ (figura 6-15).

La región del flujo arriba de la placa y limitada por δ, en la cual se sienten los efectos de las fuerzas cortantes viscosas causadas por la viscosidad del líquido se llama **capa límite de la velocidad**. El *espesor de la capa límite*, δ, por lo común se define como la distancia y tomada desde la superficie, a partir de la cual $u = 0.99V$.

La recta hipotética de $u = 0.99V$ divide el flujo sobre una placa en dos regiones: la **región de la capa límite**, en la cual los efectos viscosos y los cambios de la velocidad son significativos, y la **región del flujo no viscoso**, en la cual los efectos de la fricción son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante.

Esfuerzo cortante superficial

Considere el flujo de un fluido sobre la superficie de una placa. La capa de fluido en contacto con la superficie tratará de arrastrar a la placa por efecto de la fricción, al ejercer una *fuerza de fricción* sobre ella. De modo semejante, una capa de fluido más rápida trata de arrastrar a la capa adyacente más lenta y ejercerá una fuerza de fricción en virtud de la fricción entre las dos. La fuerza de fricción por unidad de área se llama **esfuerzo cortante** y se denota por τ. Los estudios experimentales indican que, para la mayor parte de los fluidos, el esfuerzo cortante es proporcional al *gradiente de velocidad*, y el esfuerzo cortante en la superficie de la pared es expresada como

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (\mathrm{N/m^2}) \tag{6-9}$$

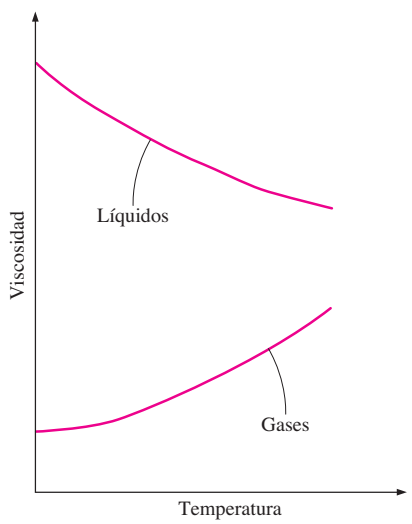


FIGURA 6-16
La viscosidad de los líquidos decrece y la de los gases aumenta con la temperatura.

donde la constante de proporcionalidad μ se llama **viscosidad dinámica** del fluido, cuya unidad es kg/m · s (o, lo que es equivalente, N · s/m^2, o sea, Pa · s, o bien, el poise = 0.1 Pa · s).

Los fluidos que obedecen la relación lineal antes dada reciben el nombre de **fluidos newtonianos**, en honor de Sir Isaac Newton, quien la expresó por primera vez en 1687 (figura 1-36). Los fluidos más comunes, como el agua, el aire, la gasolina y los aceites, son newtonianos. La sangre y los líquidos plásticos son ejemplos de fluidos no newtonianos. En este texto sólo se consideran los fluidos newtonianos.

En los estudios de flujo de fluidos y de transferencia de calor con frecuencia aparece la razón de la viscosidad dinámica con respecto a la densidad. Por conveniencia, a esta razón se le da el nombre de **viscosidad cinemática** ν y se expresa como $\nu = \mu/\rho$. Dos unidades comunes de la viscosidad cinemática son el m^2/s y el *stoke* (1 stoke = 1 cm^2/s = 0.0001 m^2/s).

La viscosidad de un fluido es una medida de su *resistencia a la deformación* y es una fuerte función de la temperatura. Las viscosidades de los líquidos *decrecen* con la temperatura, en tanto que las de los gases *aumentan* con ella (figura 6-16). En la tabla 6-1 se da una lista de las viscosidades de algunos fluidos a 20°C. Nótese que las viscosidades de fluidos diferentes difieren en varios órdenes de magnitud.

La determinación del esfuerzo cortante superficial τ_w a partir de la ecuación 6-9 no es práctica, ya que requiere conocimiento del perfil de velocidades del

fluido. Un procedimiento más práctico en el flujo externo es relacionar τ_w con la velocidad corriente superior, V, como

$$\tau_w = C_f \frac{\rho V^2}{2} \qquad (\text{N/m}^2) \tag{6-10}$$

donde C_f es el **coeficiente de fricción** adimensional, cuyo valor, en la mayor parte de los casos, se determina en forma experimental, y ρ es la densidad del fluido. Nótese que, en general, el coeficiente de fricción variará con la ubicación a lo largo de la superficie. Una vez que se dispone del coeficiente de fricción promedio sobre una superficie dada, la fuerza de fricción sobre la superficie completa se determina a partir de

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2} \qquad (\text{N}) \tag{6-11}$$

donde A_s es el área superficial.

El coeficiente de fricción es un parámetro importante en los estudios de transferencia de calor ya que está directamente relacionado con el coeficiente de transferencia de calor y con los requisitos de potencia de la bomba o el ventilador.

TABLA 6-1

Viscosidades dinámicas de algunos fluidos a 1 atm y 20°C (a menos que se especifique otra cosa)

Fluido	Viscosidad dinámica μ, kg/m · s
Glicerina:	
−20°C	134.0
0°C	10.5
20°C	1.52
40°C	0.31
Aceite para motor:	
SAE 10W	0.10
SAE 10W30	0.17
SAE 30	0.29
SAE 50	0.86
Mercurio	0.0015
Alcohol etílico	0.0012
Agua:	
0°C	0.0018
20°C	0.0010
100°C (líquida)	0.00028
100°C (vapor)	0.000012
Sangre, 37°C	0.00040
Gasolina	0.00029
Amoniaco	0.00015
Aire	0.000018
Hidrógeno, 0°C	0.0000088

6-4 ▪ CAPA LÍMITE TÉRMICA

Se ha visto que se desarrolla una capa límite de la velocidad cuando un fluido fluye sobre una superficie como resultado de que la capa de fluido adyacente a la superficie tome la velocidad de ésta (es decir, velocidad cero en relación con la superficie). Asimismo, se define la capa límite de la velocidad como la región en la cual la velocidad del fluido varía desde cero hasta $0.99V$. De modo semejante, se desarrolla una *capa límite térmica* cuando un fluido a una temperatura específica fluye sobre una superficie que está a una temperatura diferente, como se muestra en la figura 6-17.

Considere el flujo de un fluido a una temperatura uniforme de T_∞ sobre una placa plana isotérmica a la temperatura T_s. Las partículas de fluido en la capa adyacente a la superficie alcanzan el equilibrio térmico con la placa y tomarán la temperatura superficial T_s. Entonces, estas partículas de fluido intercambiarán energía con las partículas que están en la capa de fluido adjunta, y así sucesivamente. Como resultado, se desarrolla un perfil de temperaturas en el campo de flujo que va desde T_s, en la superficie, hasta T_∞, suficientemente lejos de ésta. La región del flujo sobre la superficie en la cual la variación de la temperatura en la dirección normal a la superficie es significativa es la **capa límite térmica**. El *espesor* de la capa límite térmica δ_t en cualquier lugar a lo largo de la superficie se define como *la distancia, desde la superficie, a la cual la diferencia de temperatura* $T - T_s$ *es igual a* $0.99(T_\infty - T_s)$. Nótese que para el caso especial de $T_s = 0$, se tiene $T = 0.99T_\infty$ en el borde exterior del límite térmico, lo cual es análogo a $u = 0.99V$ para la capa límite de la velocidad.

El espesor de la capa límite térmica aumenta en la dirección del flujo, ya que, corriente más abajo, se sienten los efectos de la transferencia de calor a distancias más grandes de la superficie.

La razón de la transferencia de calor por convección en cualquier parte a lo largo de la superficie está relacionada directamente con el gradiente de temperatura en ese lugar. Por lo tanto, la forma del perfil de temperaturas en la capa límite térmica impone la transferencia de calor por convección entre la superficie sólida y el fluido que fluye sobre ella. En el flujo sobre una superficie calentada (o enfriada), tanto la capa límite de la velocidad como la térmica se desarrollan en forma simultánea. Dado que la velocidad del fluido tendrá una fuerte influencia sobre el perfil de temperaturas, el desarrollo de la capa límite de la velocidad en relación con la térmica tendrá un fuerte efecto sobre la transferencia de calor por convección.

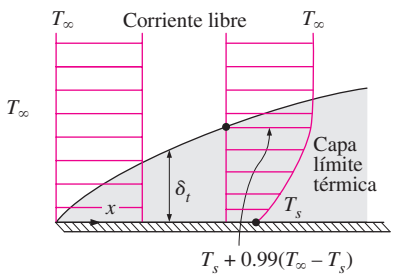


FIGURA 6-17
Capa límite térmica sobre una placa plana (el fluido está más caliente que la superficie de la placa).

FIGURA 6-18
Ludwig Prandtl (1875-1953), físico alemán reconocido por su trabajo en aeronáutica, nacido en Freising, Baviera. Su descubrimiento en 1904 de la capa límite, que se adhiere a la superficie de un cuerpo móvil dentro de un fluido, ayudó a comprender el arrastre viscoso y la forma en que el perfil aerodinámico reduce el arrastre de las alas de un aeroplano y de otros cuerpos en movimiento. También realizó importantes contribuciones a las teorías del flujo supersónico y la turbulencia, y gran parte del desarrollo de los túneles de viento y numeroso equipo aerodinámico se basaron en sus descubrimientos. El número adimensional de Prandtl lleva este nombre en honor a él.
Cortesía DLR-Archive.

TABLA 6-2
Rangos típicos de los números de Prandtl para fluidos comunes

Fluido	Pr
Metales líquidos	0.004-0.030
Gases	0.7-1.0
Agua	1.7-13.7
Fluidos orgánicos ligeros	5-50
Aceites	50-100 000
Glicerina	2 000-100 000

Número de Prandtl

La mejor manera de describir el espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica es por medio del parámetro **número de Prandtl** adimensional, definido como

$$\mathrm{Pr} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \qquad \textbf{(6-12)}$$

Así llamado en honor a Ludwig Prandtl (figura 6-18), quien introdujo el concepto de capa límite en 1904 y realizó importantes contribuciones a la teoría de la capa límite. Los números de Prandtl de los fluidos van desde menos de 0.01 para los metales líquidos, hasta más de 100 000 para los aceites pesados (tabla 6-2). Nótese que el número de Prandtl es del orden de 10 para el agua.

Los números de Prandtl para los gases son de alrededor de 1, lo cual indica que tanto la cantidad de movimiento como el calor se disipan a través del fluido a más o menos la misma velocidad. El calor se difunde con mucha rapidez en los metales líquidos ($\mathrm{Pr} \ll 1$) y con mucha lentitud en los aceites ($\mathrm{Pr} \gg 1$) en relación con la cantidad de movimiento. Como consecuencia, la capa límite térmica es mucho más gruesa para los metales líquidos y mucho más delgada para los aceites, en relación con la capa límite de la velocidad.

Los metales líquidos son una clase especial de fluidos con números Prandtl muy bajos (tabla 6-2). El número de Prandtl tan bajo se debe a la alta conductividad térmica de estos fluidos, dado que el calor específico y la viscosidad de los metales líquidos son muy comparables a otros fluidos comunes. Se han estudiado con considerable interés los metales líquidos como refrigerantes en aplicaciones donde grandes cantidades de calor deben eliminarse de un espacio relativamente pequeño, como en un reactor nuclear, por ejemplo. Los metales líquidos, además de tener altos valores de conductividad térmica, tienen una alta capacidad térmica, una baja presión de vapor y un punto de fusión bajo. Permanecen en estado líquido a temperaturas más altas que los fluidos convencionales. Esto los hace más atractivos para usarlos en intercambiadores de calor compactos. No obstante, los metales líquidos son de naturaleza corrosiva y su contacto con el aire o agua puede generar una reacción violenta, por lo que se han desarrollado medidas adecuadas para su manejo.

6-5 ▪ FLUJOS LAMINAR Y TURBULENTO

Si el lector ha estado cerca de fumadores, es probable que haya advertido que el humo de los cigarrillos se eleva en una columna suave mientras recorre los primeros centímetros y, a continuación, empieza a fluctuar al azar en todas direcciones mientras sigue elevándose. Otras columnas de humo se comportan de manera semejante (figura 6-19). Del mismo modo, una inspección cuidadosa del flujo en un tubo revela que el flujo del fluido sigue líneas de corriente suaves a velocidades bajas, pero se vuelve caótico conforme se incrementa la velocidad por encima de un valor crítico, como se muestra en la figura 6-20. En el primer caso se dice que el régimen de flujo es **laminar**, caracterizado por *líneas suaves de corriente* y un *movimiento altamente ordenado*; en el segundo caso es **turbulento** y se caracteriza por *fluctuaciones en la velocidad* y un *movimiento altamente desordenado*. La **transición** de flujo laminar al turbulento no ocurre en forma repentina; por el contrario, tiene lugar sobre cierta región en la que el flujo fluctúa entre laminar y turbulento, antes de volverse por completo turbulento. La mayor parte de los flujos que se encuentran en la práctica son turbulentos. Existe flujo laminar cuando fluidos fuertemente viscosos, como los aceites, fluyen en tubos pequeños o ductos estrechos.

Se puede verificar la existencia de estos regímenes de flujo laminar, de transición y turbulento al inyectar una vena de tintura en el flujo en un tubo de vi-

drio, como lo hizo el científico británico Osborn Reynolds (figura 6-21) hace más de un siglo. Se observa que la vena de tintura formará una *línea recta y suave* a bajas velocidades, cuando el flujo es laminar (es posible que se vea un tanto borrosa debido a la difusión molecular) tiene *ráfagas de fluctuaciones* en el régimen de transición y *zigzagueará con rapidez y de manera aleatoria* cuando el flujo se vuelve por completo turbulento. Estas trayectorias en zigzag y la dispersión de la tintura son indicativas de las fluctuaciones en el flujo principal y el mezclado rápido de las partículas de fluido de capas adyacentes.

En la figura 6-14, también se dan perfiles típicos de velocidad promedio en flujo laminar y turbulento. Nótese que, en el turbulento, el perfil de velocidad está mucho más lleno que en el laminar, con una caída brusca cerca de la superficie. Se puede considerar que la capa límite turbulenta consta de cuatro regiones, caracterizadas por la distancia que hay hasta la pared. La capa muy delgada cercana a la pared, en donde los efectos viscosos son dominantes, es la **subcapa viscosa**. En ésta, el perfil de velocidad es muy cercano al *lineal* y el flujo se presenta en líneas de corriente suaves. A continuación está la **capa intermedia**, en la cual los efectos turbulentos se vuelven más significativos, pero el flujo todavía es dominado por los efectos viscosos. Arriba de la capa intermedia está la **capa de traslape**, en la cual los efectos turbulentos son mucho más significativos, pero todavía no dominantes. Arriba de ésa se encuentra la **capa turbulenta**, en la cual los efectos turbulentos dominan sobre los viscosos.

El *mezclado intenso* del fluido en el flujo turbulento, como resultado de las fluctuaciones rápidas, mejora la transferencia del calor y de la cantidad de movimiento entre las partículas de ese fluido, lo cual incrementa la fuerza de fricción sobre la superficie y la velocidad de la transferencia de calor por convección. También causa que se agrande la capa límite. Tanto el coeficiente de fricción como el de transferencia de calor alcanzan sus valores máximos cuando el flujo se vuelve *por completo turbulento*. De modo que no causará sorpresa que se realice un esfuerzo especial en el diseño de los coeficientes de transferencia de calor asociados con el flujo turbulento. Sin embargo, el mejoramiento de la transferencia de calor en el flujo turbulento no es libre. Es posible que sea necesario usar una bomba más grande para vencer las fuerzas de fricción más grandes que vienen acompañando a la velocidad más alta de la transferencia de calor.

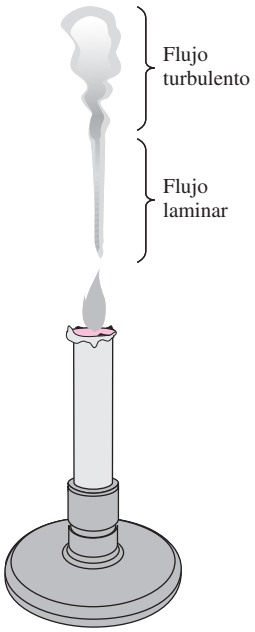


FIGURA 6-19
Regímenes de flujo laminar y turbulento del humo de una vela.

Número de Reynolds

La transición de flujo laminar a turbulento depende de la *configuración geométrica de la superficie*, de la *aspereza superficial*, de la *velocidad del flujo*, de la *temperatura de la superficie* y del *tipo de fluido*, entre otras cosas. Después de experimentos exhaustivos, en la década de 1880, Osborn Reynolds descubrió que el régimen de flujo depende principalmente de la razón de las *fuerzas de inercia* a las *fuerzas viscosas* en el fluido. Esta razón se conoce como **número de Reynolds** (figura 6-21), el cual es una cantidad *adimensional* y se expresa para el flujo externo como (figura 6-22):

$$\text{Re} = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{VL_c}{\nu} = \frac{\rho V L_c}{\mu} \qquad \textbf{(6-13)}$$

donde V es la velocidad corriente superior (equivalente a la velocidad de la corriente libre para una placa plana), L_c es la longitud característica de la configuración geométrica y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del fluido. Para una placa plana, la longitud característica es la distancia x desde el borde de ataque. Nótese que la viscosidad cinemática tiene la unidad de m^2/s, que es idéntica a la de la difusividad térmica, y se puede concebir como la *difusividad viscosa* o la *difusividad para la cantidad de movimiento*.

A números de Reynolds *grandes*, las fuerzas de inercia, que son proporcionales a la densidad y a la velocidad del fluido, son grandes en relación con las

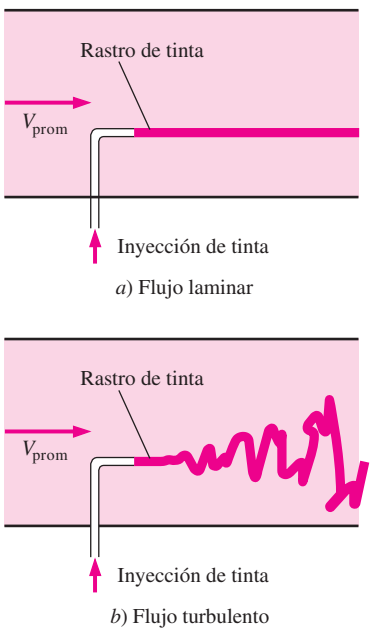


FIGURA 6-20
Comportamiento del fluido coloreado inyectado en el flujo, en los flujos laminar y turbulento, en un tubo.

FIGURA 6-21
Osborne Reynolds (1842-1912), ingeniero y físico inglés, mejor conocido por su trabajo en las áreas de la hidráulica y la hidrodinámica, nació en Belfast, Irlanda. Los estudios de Reynolds sobre la condensación y transferencia de calor entre sólidos y fluidos revolucionaron el diseño de condensadores y calderas. Sus estudios sobre las bombas de turbina sentaron las bases para su rápido desarrollo. Su estudio clásico sobre "La ley de la resistencia en canales paralelos" (1883) investigó la transición de flujo suave, o laminar, a flujo turbulento. En 1886, también formuló la teoría de la lubricación y en 1889, desarrolló un modelo matemático que se convirtió en la norma para los estudios de turbulencia. Otros de sus trabajos incluyen la explicación del radiómetro, además de determinar con precisión el equivalente mecánico del calor. El adimensional que lleva su nombre, el **número de Reynolds**, ofrece un criterio para la similitud dinámica y el correcto modelado en muchos experimentos de flujo de fluidos.

Cortesía de Archives, California Institute of Technology.

fuerzas viscosas y, como consecuencia, estas últimas no pueden impedir las fluctuaciones aleatorias y rápidas del fluido. Sin embargo, a números de Reynolds *pequeños* o *moderados*, las fuerzas viscosas son suficientemente grandes como para suprimir estas fluctuaciones y mantener "alineado" el fluido. Por lo tanto, en el primer caso el flujo es *turbulento* y en el segundo, *laminar*.

El número de Reynolds en el cual el flujo se vuelve turbulento se llama **número crítico de Reynolds**. El valor de este número crítico es diferente para configuraciones geométricas diferentes. Para el flujo sobre una placa plana, el valor aceptado en general del número crítico de Reynolds es $\mathrm{Re}_{cr} = Vx_{cr}/\nu = 5 \times 10^5$, donde x_{cr} es la distancia desde el borde de ataque de la placa a la cual ocurre la transición de flujo laminar a turbulento. No obstante, el valor de Re_{cr} puede cambiar de manera sustancial dependiendo del nivel de turbulencia en la corriente libre.

6-6 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR Y DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN EL FLUJO TURBULENTO

La mayor parte de los flujos que se encuentran en la práctica de ingeniería son turbulentos y, como consecuencia, es importante comprender de qué manera la turbulencia afecta el esfuerzo cortante en la superficie y la transferencia de calor. Sin embargo, el flujo turbulento es un mecanismo complejo dominado por fluctuaciones y, a pesar de las grandes cantidades de trabajo realizadas en esta área por los investigadores, la teoría del flujo turbulento permanece esencialmente no desarrollada aún. Por lo tanto, debe encontrarse apoyo en los experimentos y en las relaciones empíricas o semiempíricas desarrolladas para varias situaciones.

El flujo turbulento se caracteriza por fluctuaciones aleatorias y rápidas de regiones arremolinadas del fluido, llamadas **remolinos**, que se encuentran en toda su extensión. Estas fluctuaciones proporcionan un mecanismo adicional para la transferencia de la cantidad de movimiento y de la energía. En el flujo laminar, las partículas del fluido se desplazan de una manera ordenada a lo largo de trayectorias, y la cantidad de movimiento y la energía se transfieren de uno a otro lados de las líneas de corriente mediante difusión molecular. En el flujo turbulento, los remolinos transportan masa, cantidad de movimiento y energía hacia otras regiones del flujo, con una rapidez mucho mayor que la de la difusión molecular, mejorando esencialmente la transferencia de masa, de cantidad de movimiento y de calor. Como resultado, el flujo turbulento se asocia con valores considerablemente más altos de los coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa (figura 6-23).

Incluso cuando el flujo promedio es estacionario, el movimiento de los remolinos en el flujo turbulento causa fluctuaciones significativas en los valores de la velocidad, la temperatura y la presión, y hasta de la densidad (en el flujo compresible). En la figura 6-24 se muestra la variación de la componente u de la velocidad instantánea con el tiempo, en un lugar especificado, que se puede medir con un anemómetro de hilo caliente o cualquier otro instrumento de medición suficientemente sensible. Se observa que los valores instantáneos de la velocidad fluctúan en torno de un valor promedio, lo cual sugiere que la velocidad se puede expresar como la suma de un *valor promedio* $\bar{u}$ y una *componente fluctuante* u',

$$u = \bar{u} + u' \tag{6-14}$$

Éste también es el caso para otras propiedades, como la componente v de la velocidad, en la dirección y, de donde $v = \bar{v} + v'$, $P = \bar{P} + P'$, y $T = \bar{T} + T'$. El valor promedio de una propiedad en algún lugar se determina al promediarlo sobre un intervalo de tiempo que sea suficientemente grande, de modo que el promedio respecto al tiempo resulta ser una constante. Por lo tanto, el pro-

medio respecto al tiempo de las componentes fluctuantes es cero; por ejemplo, $\overline{u'} = 0$. La magnitud de u' suele ser sólo un porcentaje muy pequeño de $\overline{u}$, pero la alta frecuencia de los remolinos (en el orden de un millar por segundo) los hace muy eficaces para el transporte de la cantidad de movimiento, la energía térmica y la masa. En el flujo turbulento *estacionario* promediado respecto al tiempo, los valores promedios de las propiedades (indicadas por medio de un guión arriba) son independientes del tiempo. Las fluctuaciones caóticas de las partículas de fluido desempeñan un papel dominante en la caída de presión, y estos movimientos aleatorios deben considerarse en el análisis junto con la velocidad promedio.

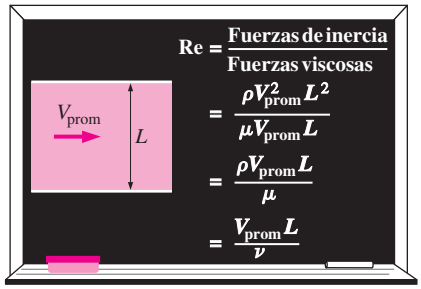
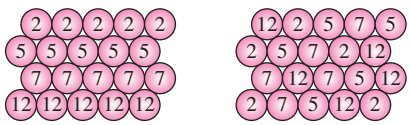


FIGURA 6-22
El número de Reynolds se puede concebir como la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan sobre el elemento de un fluido.

Quizás el primer pensamiento que viene a la mente es determinar el esfuerzo cortante de manera análoga al flujo laminar, a partir de $\tau = -\mu\, d\overline{u}/dr$, donde $\overline{u}(r)$ es el perfil de velocidad promedio para el flujo turbulento. Pero los estudios experimentales muestran que éste no es el caso y que el esfuerzo cortante es mucho más grande debido a las fluctuaciones turbulentas. Por lo tanto, resulta conveniente pensar en el esfuerzo cortante turbulento como formado por dos partes: la *componente laminar*, que explica la fricción entre las capas en la dirección del flujo (expresada como $\tau_{\text{lam}} = -\mu\, d\overline{u}/dr$), y la *componente turbulenta*, que explica la fricción entre las partículas fluctuantes del fluido y el resto de volumen de éste (denotada como τ_{turb} y que está relacionada con las componentes fluctuantes de la velocidad).

Considérese un flujo turbulento en un tubo horizontal y el movimiento arremolinado hacia arriba de las partículas del fluido de una capa de velocidad más baja hacia otra capa de velocidad más alta, a través de un área diferencial, dA, como resultado de la fluctuación v' en la velocidad, como se muestra en la figura 6-25. El gasto de masa de las partículas de fluido que se elevan a través de dA es $\rho v' dA$, y su efecto neto sobre la capa que se encuentra arriba de dA es una reducción en su velocidad promedio debido a la transferencia de la cantidad de movimiento a las partículas de flujo de una velocidad promedio menor. Esta transferencia de cantidad de movimiento hace que la velocidad horizontal de las partículas de fluido elevándose se incremente en u' y, de este modo, que su cantidad de movimiento en la dirección horizontal se incremente a razón de $(\rho v' dA)u'$, lo cual debe ser igual a la disminución en la cantidad de movimiento de la capa superior de fluido.



a) Antes de la turbulencia

b) Después de la turbulencia

FIGURA 6-23
El intenso mezclado en el flujo turbulento hace que las partículas de fluido a temperaturas diferentes entren en íntimo contacto y, de este modo, mejora la transferencia de calor.

Al notar que la fuerza en una dirección dada es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento en esa dirección, la fuerza horizontal que actúa sobre un elemento de fluido que esté arriba de dA, debido al paso de partículas de fluido a través de ésta, es $\delta F = (\rho v' dA)(-u') = -\rho u' v' dA$. Por lo tanto, la fuerza cortante por unidad de área, debida al movimiento arremolinado de las partículas de fluido $\delta F/dA = -\rho u' v'$ se puede concebir como el esfuerzo cortante turbulento instantáneo. Entonces, el **esfuerzo cortante turbulento** se puede expresar como $\tau_{\text{turb}} = -\rho\overline{u'v'}$ donde $\overline{u'v'}$ es el promedio respecto al tiempo del producto de las componentes fluctuantes, u' y v', de la velocidad. De manera análoga, si se considera que $h = c_p T$ representa la energía del fluido y T' es la temperatura de los remolinos en relación con el valor medio, la razón del transporte de energía térmica por los remolinos turbulentos es $\dot{q}_{\text{turb}} = \rho c_p \overline{v'T'}$. Nótese que $\overline{u'v'} \neq 0$ aun cuando $\overline{u'} = 0$ y $\overline{v'} = 0$ (de donde, $\overline{u'v'} = 0$), y los resultados experimentales muestran que $\overline{u'v'}$ suele ser una cantidad negativa. Los términos como $-\rho\overline{u'v'}$ o $-\rho\overline{u'^2}$ se llaman **esfuerzos de Reynolds** o **esfuerzos turbulentos**.

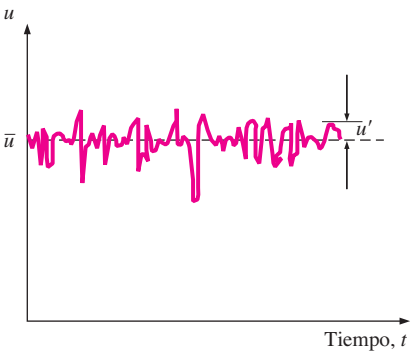


FIGURA 6-24
Fluctuaciones de la componente de la velocidad u con el tiempo, en un lugar específico en el flujo turbulento.

El movimiento arremolinado aleatorio de los grupos de partículas se semeja al movimiento aleatorio de las moléculas en un gas, que chocan entre sí después de recorrer una cierta distancia e intercambian cantidad de movimiento y calor en el proceso. Por lo tanto, el transporte de cantidad de movimiento y de calor por los remolinos en las capas límite turbulentas es análogo a la difusión molecular de cantidad de movimiento y de calor. Entonces, el esfuerzo cortan-

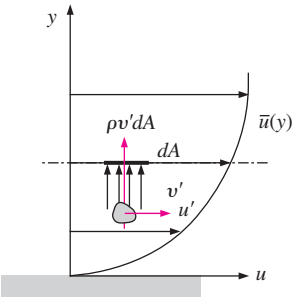


FIGURA 6-25
Partícula de fluido en movimiento hacia arriba a través de un área diferencial, dA, como resultado de la fluctuación v' de la velocidad.

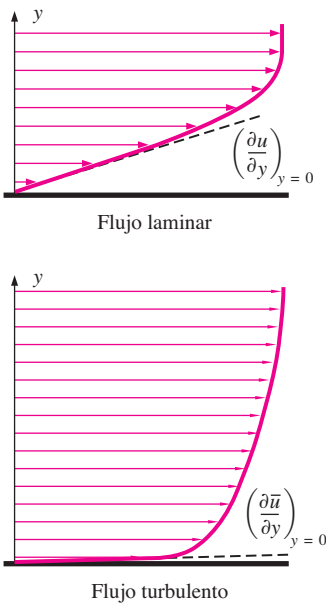


FIGURA 6-26
Los gradientes de velocidad en la superficie y, por lo tanto, el esfuerzo cortante en ella son mucho más grandes para el flujo turbulento de como son para el flujo laminar, aunque la capa límite turbulenta es más gruesa que la laminar para el mismo valor de la velocidad de flujo libre.

te turbulento en la superficie y la transferencia turbulenta de calor se pueden expresar de manera análoga como

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho\overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{y} \quad \dot{q}_{\text{turb}} = \rho c_p \overline{vT} = -k_t \frac{\partial T}{\partial y} \tag{6-15}$$

donde μ_t se llama **viscosidad turbulenta** (o de los **remolinos**), la cual explica el transporte de cantidad de movimiento por parte de los remolinos del flujo turbulento, y k_t se conoce como **conductividad térmica turbulenta** (o de los **remolinos**), la cual explica el transporte de energía térmica por los remolinos del flujo turbulento. Entonces el esfuerzo cortante total y el flujo total de calor se pueden expresar en forma conveniente como

$$\tau_{\text{total}} = (\mu + \mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho(\nu + \nu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{6-16}$$

y

$$\dot{q}_{\text{total}} = -(k + k_t)\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = -\rho c_p(\alpha + \alpha_t)\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \tag{6-17}$$

en donde $\nu_t = \mu_t/\rho$ es la **viscosidad cinemática de los remolinos** (o **difusividad de la cantidad de movimiento de los remolinos**) y $\alpha_t = k_t/\rho c_p$ es la **difusividad térmica de los remolinos** (o **difusividad del calor de los remolinos**).

El movimiento de los remolinos y, por consiguiente, sus difusividades son mucho más grandes que sus contrapartes moleculares en la región central de una capa límite turbulenta. El movimiento de los remolinos pierde su intensidad cerca de la superficie y disminuye en ésta debido a la condición de no deslizamiento. Por lo tanto, los perfiles de velocidad y de temperatura están cambiando con mucha lentitud en la región central de una capa límite turbulenta, pero de manera muy pronunciada en la delgada capa adyacente a la superficie, lo que da como resultado gradientes grandes de velocidad y de temperatura en la superficie. De modo que no es sorprendente que el esfuerzo cortante en la superficie y el flujo de calor en ésta sean mucho más grandes en el flujo turbulento de como son en el flujo laminar (figura 6-26).

Nótese que las difusividades moleculares ν y α (así como μ y k) son propiedades del fluido y sus valores se pueden hallar listados en los manuales sobre fluidos. No obstante, las difusividades de remolinos ν_t y α_t (así como μ_t y k_t) *no* son propiedades del fluido y sus valores dependen de las condiciones del flujo. Las difusividades de remolinos ν_t y α_t decrecen en la dirección hacia la superficie, volviéndose cero en ésta. Sus valores van desde cero en la superficie hasta varios miles de veces los valores de las difusividades moleculares en la región central.

6-7 ▪ DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE LA CONVECCIÓN*

En esta sección se deducen las ecuaciones del flujo de fluidos que rigen en las capas límite. Con el fin de mantener el análisis en un nivel que pueda manejarse, se supondrá que el flujo es estacionario y bidimensional, y que el fluido es newtoniano con propiedades constantes (densidad, viscosidad, conductividad térmica, etcétera).

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una superficie. Tome la dirección del flujo a lo largo de la superficie como la x y la dirección perpendicular a la superficie como la y, y, para el análisis, elija un elemento diferencial de volumen de longitud dx, altura dy y profundidad unitaria en la dirección z (perpendicular al papel) (figura 6-27). El fluido fluye sobre la superficie con una velocidad uniforme de la corriente libre V, pero la velocidad dentro de la capa lí-

*La presente sección y las que siguen en este capítulo tratan de aspectos teóricos de la convección y se pueden pasar por alto y usarse como referencia, si se desea, sin pérdida de continuidad.

mite es bidimensional: la componente x de la velocidad es u y la componente y es v. Nótese que, en el flujo estacionario bidimensional, $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$.

A continuación aplique tres leyes fundamentales a este elemento de fluido: conservación de la masa, conservación de la cantidad de movimiento y conservación de la energía, para obtener las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía para el flujo laminar en las capas límite.

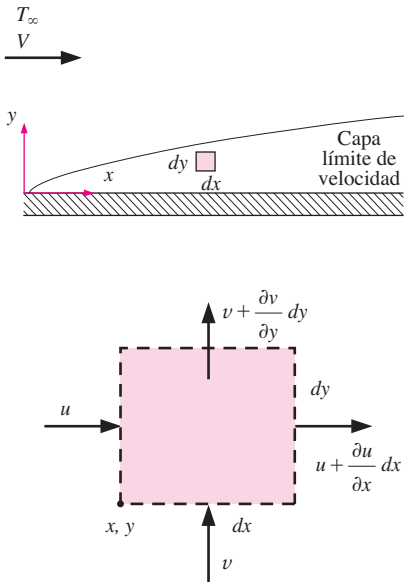


FIGURA 6-27
Volumen diferencial de control usado en la deducción del balance de masa en la capa límite de la velocidad en el flujo bidimensional sobre una superficie.

Ecuación de la conservación de la masa

El principio de la conservación de la masa es simplemente un enunciado de que la masa no se puede crear ni destruir durante un proceso y que, durante un análisis, debe tomarse en cuenta en su totalidad. En el flujo estacionario, la cantidad de masa dentro del volumen de control permanece constante y, como consecuencia, la conservación de la masa se puede expresar como

$$\begin{pmatrix}\text{Razón del flujo de masa}\\ \text{que entra al volumen de control}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón del flujo de masa}\\ \text{que sale del volumen de control}\end{pmatrix} \quad \textbf{(6-18)}$$

Puesto que la razón del flujo de masa es igual al producto de la densidad, la velocidad media y el área de la sección transversal perpendicular al flujo, la razón a la cual el fluido entra en el volumen de control desde la superficie izquierda es $\rho u(dy \cdot 1)$. La razón a la cual el fluido sale del volumen de control desde la superficie derecha se puede expresar como

$$\rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)(dy \cdot 1) \quad \textbf{(6-19)}$$

Al repetir esto para la dirección y y sustituir los resultados en la ecuación 6-18, se obtiene

$$\rho u(dy \cdot 1) + \rho v(dx \cdot 1) = \rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)(dy \cdot 1) + \rho\left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy\right)(dx \cdot 1) \quad \textbf{(6-20)}$$

Al simplificar y dividir entre $dx \cdot dy \cdot 1$ da

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \textbf{(6-21)}$$

Ésta es la relación de *conservación de la masa* en forma diferente, la cual también se conoce como **ecuación de continuidad** o **balance de masa** para el flujo bidimensional estacionario de un fluido con densidad constante.

Las ecuaciones de la cantidad de movimiento

Las formas diferenciales de las ecuaciones del movimiento en la capa límite de velocidad se obtienen al aplicar la segunda ley de Newton del movimiento a un elemento diferencial del volumen de control en la capa límite. Esta ley es una expresión para el balance de la cantidad de movimiento y se puede enunciar como: *la fuerza neta que actúa sobre el volumen de control es igual a la masa multiplicada por la aceleración del elemento de fluido dentro de ese volumen de control, lo cual también es igual a la razón neta de la transferencia de la cantidad de movimiento de flujo hacia fuera del volumen de control.*

Las fuerzas que actúan sobre el volumen de control constan de las *fuerzas del cuerpo*, que actúan sobre todo el cuerpo del volumen de control (como las fuerzas de gravedad, eléctricas y magnéticas) y son proporcionales al volumen del cuerpo, y las *fuerzas superficiales*, que actúan sobre la superficie de control (como las fuerzas de presión debidas a la presión hidrostática y los esfuerzos cortantes debidos a los efectos viscosos) y son proporcionales al área superficial. Las fuerzas superficiales aparecen cuando se aísla el volumen de control de sus alrededores para el análisis y el efecto del cuerpo separado se reemplaza por una fuerza en ese lugar. Nótese que la presión representa la fuerza de compresión aplicada sobre el elemento de fluido por el fluido circundante y siempre está dirigida hacia la superficie.

Se expresa la segunda ley de Newton del movimiento para el volumen de control como

$$(\text{Masa})\begin{pmatrix}\text{Aceleración en una}\\ \text{dirección específica}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Fuerza neta (del cuerpo y superficial)}\\ \text{que actúa en esa dirección}\end{pmatrix} \quad \textbf{(6-22)}$$

o bien,

$$\delta m \cdot a_x = F_{\text{superficial},\,x} + F_{\text{del cuerpo},\,x} \quad \textbf{(6-23)}$$

donde la masa del elemento de fluido que se encuentra dentro del volumen de control es

$$\delta m = \rho(dx \cdot dy \cdot 1) \quad \textbf{(6-24)}$$

Dado que el flujo es estacionario y bidimensional y, por lo tanto, $u = u(x, y)$, la diferencial total de u es

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy \quad \textbf{(6-25)}$$

Entonces la aceleración del elemento de fluido en la dirección x queda

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \quad \textbf{(6-26)}$$

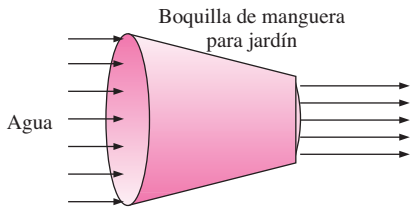


FIGURA 6-28
Durante el flujo estacionario un fluido no puede acelerarse en el tiempo en un punto fijo, pero puede acelerarse en el espacio.

Puede ser que el lector se sienta tentado a pensar que la aceleración es cero en el flujo estacionario, ya que la aceleración es la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo y, en este tipo de flujo, no hay cambio con el tiempo. Bien, la boquilla de una manguera para jardín hará ver que esta manera de pensar no es correcta. Incluso en el flujo estacionario y, por consiguiente, con gasto de masa constante, el agua se acelerará a través de la boquilla (figura 6-28). *Estacionario* simplemente significa que no hay cambio con el tiempo en un lugar específico (y, por lo tanto, $\partial u/\partial t = 0$), pero el valor de una cantidad puede cambiar de un lugar a otro (y, por consiguiente, $\partial u/\partial x$ y $\partial u/\partial y$ pueden ser diferentes de cero). En el caso de una boquilla, la velocidad del agua permanece constante en un punto específico, pero cambia de la entrada a la salida (el agua se acelera a lo largo de la boquilla, lo cual, en primer lugar, es la razón para colocar una boquilla en la manguera para jardín).

Las fuerzas que actúan sobre una superficie se deben a los efectos de presión y viscosos. En el flujo bidimensional el *esfuerzo viscoso* en cualquier punto sobre una superficie imaginaria dentro del fluido se puede resolver en dos componentes perpendiculares: una perpendicular a la superficie, llamada *esfuerzo normal* (la cual no debe confundirse con la presión) y la otra a lo largo de esa superficie, llamada *esfuerzo cortante*. El esfuerzo normal está relacionado con los gradientes de velocidad $\partial u/\partial x$ y $\partial v/\partial y$, que son mucho menores que $\partial u/\partial y$, al cual está relacionado el esfuerzo cortante. Si se desprecian, por simplicidad, los esfuerzos normales, las fuerzas superficiales que actúan sobre el volumen de control en la dirección x serán como se muestran en la figura 6-29. Entonces la fuerza superficial neta que actúa en la dirección x queda

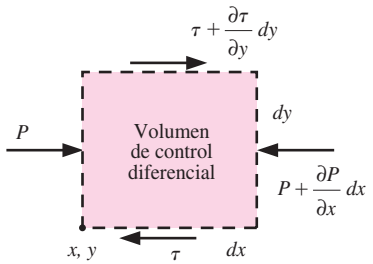


FIGURA 6-29
Volumen de control diferencial usado en la deducción de la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x, en la capa límite de la velocidad, en el flujo bidimensional sobre una superficie.

$$F_{\text{superficial},\,x} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y}dy\right)(dx \cdot 1) - \left(\frac{\partial P}{\partial x}dx\right)(dy \cdot 1) = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}\right)(dx \cdot dy \cdot 1)$$
$$= \left(\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}\right)(dx \cdot dy \cdot 1) \quad \textbf{(6–27)}$$

ya que $\tau = \mu(\partial u/\partial y)$. Al sustituir las ecuaciones 6-24, 6-26 y 6-27 en la ecuación 6-23 y dividir entre $dx \cdot dy \cdot 1$ da

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} \quad \textbf{(6-28)}$$

La anterior es la relación para la **conservación de la cantidad de movimiento** en la dirección x y se conoce como **ecuación de la cantidad de movi-**

miento en la dirección *x*. Nótese que se obtendría el mismo resultado si usaran relaciones de cantidad de movimiento para el primer miembro de esta ecuación en lugar de masa multiplicada por la aceleración. Si existe una fuerza del cuerpo que actúe en la dirección x se puede agregar al segundo miembro de la ecuación, siempre que se exprese por unidad de volumen del fluido.

En una capa límite, la componente de la velocidad en la dirección del flujo es mucho mayor que la que se encuentra en la dirección perpendicular y, como consecuencia, $u \gg v$, y $\partial v/\partial x$ y $\partial v/\partial y$ son despreciables. Asimismo, u varía mucho con y en la dirección perpendicular, desde cero en la superficie de la pared hasta casi el valor de la corriente libre de uno a otro lados de la capa límite relativamente delgada, en tanto que la variación de u con x, a lo largo del flujo, por lo común es pequeña. Por lo tanto, $\partial u/\partial y \gg \partial u/\partial x$. Del mismo modo, si el fluido y la pared están a temperaturas diferentes y aquél se calienta o se enfría durante el flujo, se tendrá conducción de calor principalmente en la dirección perpendicular a la superficie y, por lo tanto, $\partial T/\partial y \gg \partial T/\partial x$. Es decir, los gradientes de velocidad y de temperatura perpendiculares a la superficie son mucho mayores que aquellos a lo largo de esta última. Estas simplificaciones se conocen como **aproximaciones de la capa límite**. Estas aproximaciones simplifican mucho el análisis, por lo común con poca pérdida en la precisión y hacen posible la obtención de soluciones analíticas para ciertos tipos de problemas de flujo (figura 6-30).

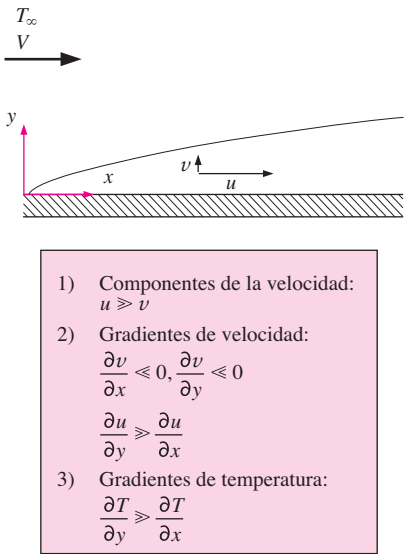


FIGURA 6-30
Aproximaciones de la capa límite.

Cuando los efectos de la gravedad y otras fuerzas del cuerpo son despreciables y las aproximaciones de la capa límite son válidas, la aplicación de la segunda ley de Newton del movimiento sobre el elemento de volumen en la dirección y da que la *ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección y* sea

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(6-29)}$$

Es decir, *la variación de la presión en la dirección perpendicular a la superficie es despreciable* y, como consecuencia, $P = P(x)$ y $\partial P/\partial x = dP/dx$. Entonces se concluye que, para una x dada, la presión en la capa límite es igual a la presión en la corriente libre, y la presión determinada por un análisis separado del flujo del fluido en la corriente libre (lo cual por lo común es más fácil debido a la ausencia de los efectos viscosos) se puede usar con facilidad en el análisis de la capa límite.

Las componentes de la velocidad en la región de la corriente libre de una placa plana son $u = V =$ constante y $v = 0$. Al sustituir estos valores en la ecuación de la cantidad del movimiento en la dirección x (ecuación 6-28) da $\partial P/\partial x = 0$. Por lo tanto, para el flujo sobre una placa plana, la presión permanece constante sobre toda ella (tanto dentro como fuera de la capa frontera).

Ecuación de la conservación de la energía

El balance de energía para cualquier sistema que pasa por cualquier proceso se expresa como $E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta E_{\text{sistema}}$, lo cual indica que el cambio en el contenido de energía de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la entrada y la salida de energía. Durante un *proceso de flujo estacionario*, el contenido total de energía de un volumen de control permanece constante (y, por lo tanto, $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$) y la cantidad de energía que entra a un volumen de control en todas las formas debe ser igual a la cantidad de energía que sale de ese volumen. Entonces, para un proceso de flujo estacionario, la forma de balance de la ecuación general de la energía se reduce a $\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}} = 0$.

Dado que la energía se puede transferir sólo por el calor, el trabajo y la masa, el balance de energía para un volumen de control de un flujo estacionario se puede escribir en forma explícita como

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor}} + (\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por trabajo}} + (\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por masa}} = 0 \qquad \textbf{(6-30)}$$

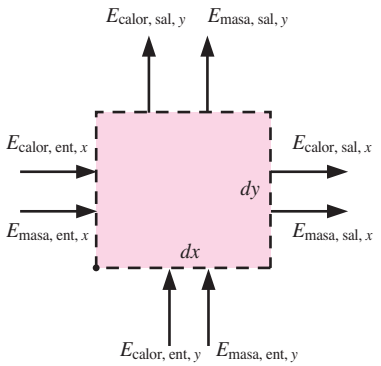


FIGURA 6-31
Transferencias de energía por flujo de masa y de calor asociadas con un volumen diferencial de control en la capa límite térmica, en el flujo bidimensional estacionario.

La energía total de una corriente de un fluido en movimiento, por unidad de masa, es $e_{\text{corriente}} = h + \text{ec} + \text{ep}$, donde h es la entalpía (la cual es la suma de la energía interna y la energía del flujo), $\text{ep} = gz$ es la energía potencial y $\text{ec} = V^2/2 = (u^2 + v^2)/2$ es la energía cinética del fluido por unidad de masa. Las energías cinética y potencial suelen ser muy pequeñas en relación con la entalpía y, por lo tanto, es práctica común despreciarlas (además, se puede demostrar que, si se incluye la energía cinética en el análisis que se da a continuación, todos los términos debidos a esta inclusión se cancelan entre sí). Se supondrá que la densidad ρ, el calor específico c_p, la viscosidad μ y la conductividad térmica k del fluido son constantes. Entonces la energía del fluido por unidad de masa se puede expresar como $e_{\text{corriente}} = h = c_pT$.

La energía es una cantidad escalar y, por lo tanto, las interacciones relativas a la energía en todas direcciones se pueden combinar en una ecuación. Puesto que el gasto de masa del fluido que entra en el volumen de control desde la izquierda es $\rho u(dy \cdot 1)$, la razón de la transferencia de energía hacia el volumen de control por la masa en la dirección x es, con base en la figura 6-31,

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por masa, } x} = (\dot{m}e_{\text{corriente}})_x - \left[(\dot{m}e_{\text{corriente}})_x + \frac{\partial(\dot{m}e_{\text{corriente}})_x}{\partial x}dx\right]$$
$$= -\frac{\partial[\rho u(dy \cdot 1)c_pT]}{\partial x}dx = -\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + T\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx\,dy \qquad \textbf{(6-31)}$$

Si se repite esto para la dirección y y se suman los resultados se determina que la razón neta de la transferencia de energía hacia el volumen de control por la masa es

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por masa}} = -\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + T\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx\,dy - \rho c_p\left(v\frac{\partial T}{\partial y} + T\frac{\partial v}{\partial y}\right)dx\,dy$$
$$= -\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right)dx\,dy \qquad \textbf{(6-32)}$$

ya que $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$, con base en la ecuación de continuidad.

La razón neta de la conducción de calor hacia el elemento de volumen en la dirección x es

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor},x} = \dot{Q}_x - \left(\dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x}dx\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-k(dy \cdot 1)\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx$$
$$= k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}dx\,dy \qquad \textbf{(6-33)}$$

Si repite esto para la dirección y y suma los resultados, la razón neta de la transferencia de energía hacia el volumen de control por la conducción de calor queda

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor}} = k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}dx\,dy + k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}dx\,dy = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)dx\,dy \qquad \textbf{(6-34)}$$

Otro mecanismo de transferencia de energía hacia el fluido y desde éste en el volumen de control es el trabajo realizado por las fuerzas del cuerpo y superficiales. El trabajo efectuado por una fuerza del cuerpo se determina al multiplicar esta fuerza por la velocidad en la dirección de ella y el volumen del elemento de fluido, y este trabajo sólo necesita considerarse en presencia de efectos gravitacionales, eléctricos o magnéticos significativos. Las fuerzas superficiales constan de aquellas fuerzas debidas a la presión del fluido y a los esfuerzos cortantes viscosos. El trabajo realizado por la presión (el trabajo del flujo) ya se tomó en cuenta en el análisis antes dado, por medio de la entalpía para la energía microscópica del fluido en lugar de la energía interna. Los esfuerzos cortantes que resultan de los efectos viscosos suelen ser muy pequeños y, en muchos casos, se pueden despreciar. En especial, éste es el caso para las aplicaciones relacionadas con velocidades bajas o moderadas.

Entonces, la ecuación de la energía para el flujo bidimensional estacionario de un fluido con propiedades constantes y esfuerzos cortantes despreciables se obtiene por la sustitución de las ecuaciones 6-32 y 6-34 en la 6-30 para dar

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{6-35}$$

la cual expresa que *la energía neta transferida por convección por el fluido hacia afuera del volumen de control es igual a la energía neta transferida hacia este volumen por la conducción de calor.*

Cuando los esfuerzos cortantes viscosos no son despreciables, su efecto se toma en cuenta al expresar la ecuación de la energía como

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\mu\Phi \tag{6-36}$$

donde la *función de disipación viscosa* Φ se obtiene después de un largo análisis (para obtener los detalles, véase un libro avanzado como el de *Schlichting* [Ref. 9]) como

$$\Phi=2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \tag{6-37}$$

La disipación viscosa puede desempeñar un papel dominante en los flujos a alta velocidad, en especial cuando la viscosidad del fluido es elevada (como el flujo del aceite en las chumaceras). Esto se manifiesta como una elevación significativa en la temperatura del fluido debida a la conversión de la energía cinética de este último en energía térmica. La disipación viscosa también es significativa para los vuelos a alta velocidad de los aviones.

Para el caso especial de un fluido estancado, $u = v = 0$ y la ecuación de la energía se reduce, como es de esperar, a la ecuación bidimensional de conducción de calor en estado estacionario,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \tag{6-38}$$

EJEMPLO 6-2 Elevación de la temperatura del aceite en una chumacera

El flujo de aceite en una chumacera se puede considerar como flujo paralelo entre dos placas grandes, moviéndose una de ellas y la otra permaneciendo estacionaria. Los flujos de este tipo se conocen como flujos de Couette.

Considere dos placas grandes isotérmicas separadas por una película de aceite de 2 mm de espesor. La placa superior se mueve a una velocidad constante de 12 m/s, en tanto que la inferior permanece estacionaria. Las dos placas se mantienen a 20°C. *a*) Obtenga relaciones para las distribuciones de velocidad y de temperatura en el aceite. *b*) Determine la temperatura máxima en el aceite y el flujo de calor de éste hacia cada placa (figura 6-32).

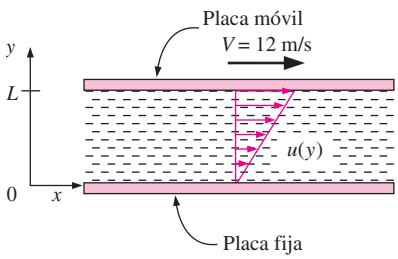


FIGURA 6-32
Esquema para el ejemplo 6-2.

SOLUCIÓN Se considera el flujo paralelo de aceite entre dos placas. Se deben determinar las distribuciones de velocidad y temperatura, la temperatura máxima y la razón total de transferencia de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aceite es una sustancia incompresible con propiedades constantes. **3** Las fuerzas del cuerpo, como la de la gravedad, son despreciables. **4** Las placas son grandes, de modo que no se tiene variación en la dirección *z*.

Propiedades Las propiedades del aceite a 20°C son (tabla A-13):

$$k = 0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K} \quad \text{y} \quad \mu = 0.8374\ \text{kg/m}\cdot\text{s} = 0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2$$

Análisis *a*) Se toma la dirección del flujo como la dirección *x* y la perpendicular como la *y*. Se trata de un flujo paralelo entre dos placas y, como consecuencia, $v = 0$. Entonces, la ecuación de continuidad (ecuación 6-21) se reduce a

Continuidad: $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow u = u(y)$$

Por lo tanto, la componente x de la velocidad no cambia en la dirección del flujo (es decir, el perfil de velocidades permanece inalterado). Puesto que $u = u(y)$, $v = 0$ y $\partial P/\partial x = 0$ (el flujo se mantiene por el movimiento de la placa superior más que por el gradiente de presión), la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x (ecuación 6-28) se reduce a

Cantidad de movimiento en la dirección x: $$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \frac{d^2u}{dy^2} = 0$$

La anterior es una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, y al integrarla dos veces da

$$u(y) = C_1 y + C_2$$

Las velocidades del fluido en las superficies de las placas deben ser iguales a las de las propias placas debido a la condición de no resbalamiento. Por lo tanto, las condiciones de frontera son $u(0) = 0$ y $u(L) = V$, y al aplicarlas se obtiene que la distribución de velocidad es

$$u(y) = \frac{y}{L}V$$

En este caso, el calentamiento por fricción debido a la disipación viscosa es significativo en virtud de la alta viscosidad del aceite y la velocidad grande de la placa. Las placas son isotérmicas y no hay cambio en la dirección del flujo y, por lo tanto, la temperatura sólo depende de y, $T = T(y)$. Asimismo, $u = u(y)$ y $v = 0$. Entonces, la ecuación de la energía con disipación (ecuaciones 6-36 y 6-37) se reduce a

Energía: $$0 = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \quad \rightarrow \quad k\frac{d^2T}{dy^2} = -\mu\left(\frac{V}{L}\right)^2$$

ya que $\partial u/\partial y = V/L$. Al dividir ambos miembros entre k e integrar dos veces da

$$T(y) = -\frac{\mu}{2k}\left(\frac{y}{L}V\right)^2 + C_3 y + C_4$$

Al aplicar las condiciones de frontera $T(0) = T_0$ y $T(L) = T_0$ se obtiene que la distribución de temperatura es

$$T(y) = T_0 + \frac{\mu V^2}{2k}\left(\frac{y}{L} - \frac{y^2}{L^2}\right)$$

b) El gradiente de temperatura se determina al derivar $T(y)$ con respecto a y,

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu V^2}{2kL}\left(1 - 2\frac{y}{L}\right)$$

La ubicación de la temperatura máxima se determina al hacer $dT/dy = 0$ y despejar y,

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu V^2}{2kL}\left(1 - 2\frac{y}{L}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad y = \frac{L}{2}$$

Por lo tanto, se tiene la temperatura máxima a la mitad del plano, lo cual no es sorprendente, ya que las dos placas se mantienen a la misma temperatura. La temperatura máxima es el valor de la temperatura en $y = L/2$,

$$T_{\text{máx}} = T\left(\frac{L}{2}\right) = T_0 + \frac{\mu V^2}{2k}\left(\frac{L/2}{L} - \frac{(L/2)^2}{L^2}\right) = T_0 + \frac{\mu V^2}{8k}$$

$$= 20 + \frac{(0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2)(12\ \text{m/s})_2}{8(0.145\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C})}\left(\frac{1\ \text{W}}{1\ \text{N}\cdot\text{m/s}}\right) = 124^\circ\text{C}$$

El flujo de calor en las placas se determina a partir de la definición del mismo,

$$\dot{q}_0 = -k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} = -k\left.\frac{\mu V^2}{2kL}\right|(1-0) = -\frac{\mu V^2}{2L}$$

$$= -\frac{(0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2)(12\ \text{m/s})^2}{2(0.002\ \text{m})}\left(\frac{1\ \text{kW}}{1\,000\ \text{N}\cdot\text{m/s}}\right) = \mathbf{-30.1\ kW/m^2}$$

$$\dot{q}_L = -k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=L} = -k\frac{\mu V^2}{2kL}(1-2) = \frac{\mu V^2}{2L} = -\dot{q}_0 = \mathbf{30.1\ kW/m^2}$$

Por lo tanto, los flujos de calor en las dos placas son de magnitudes iguales pero de signos opuestos.

Discusión Una elevación en la temperatura de 104°C confirma nuestra sospecha de que la disipación viscosa es muy significativa. Asimismo, el flujo de calor es equivalente a la velocidad de disipación de la energía mecánica. Por lo tanto, la energía mecánica se convierte en energía térmica a razón de 60.2 kW/m^2 de área de la placa, para vencer la fricción en el aceite. Por último, los cálculos se han realizado mediante las propiedades del aceite a 20°C, pero la temperatura del mismo resultó ser mucho más elevada. Por lo tanto, al conocer la fuerte dependencia de la viscosidad con respecto a la temperatura, deben repetirse los cálculos mediante las propiedades a la temperatura promedio de 72°C, para mejorar la precisión.

6-8 ▪ SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES DE CONVECCIÓN PARA UNA PLACA PLANA

Considere el flujo laminar de un fluido sobre una *placa plana*, como se muestra en la figura 6-33. Las superficies que están ligeramente contorneadas, como los álabes de las turbinas, también se pueden considerar como placas planas con exactitud razonable. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde el borde de ataque de ésta, en la dirección del flujo, y la y se mide desde la superficie en la dirección perpendicular. El fluido se aproxima a la placa en la dirección x con una velocidad uniforme corriente arriba, la cual es equivalente a la velocidad V de la corriente libre.

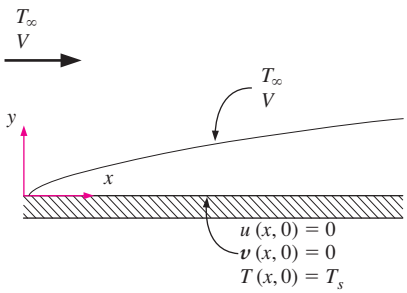


FIGURA 6-33
Condiciones de frontera para el flujo sobre una placa plana.

Cuando la disipación viscosa es despreciable, las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía (6-21, 6-28 y 6-35) se reducen, para el flujo laminar, incompresible y estacionario de un fluido con propiedades constantes sobre una placa plana, a

Continuidad:
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(6-39)}$$

Cantidad de movimiento:
$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \textbf{(6-40)}$$

Energía:
$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \textbf{(6-41)}$$

con las condiciones de frontera (figura 6-26)

$$\begin{array}{lll} \text{En } x = 0: & u(0, y) = V, & T(0, y) = T_\infty \\ \text{En } y = 0: & u(x, 0) = 0, & v(x, 0) = 0,\ T(x, 0) = T_s \\ \text{Cuando } y \to \infty: & u(x, \infty) = V, & T(x, \infty) = T_\infty \end{array} \qquad \textbf{(6-42)}$$

Cuando se supone que las propiedades del fluido son constantes y, por consiguiente, independientes de la temperatura, las dos primeras ecuaciones se pueden resolver por separado para las componentes u y v de la velocidad. Una vez

que se dispone de la distribución de velocidad, se puede determinar el coeficiente de fricción y el espesor de la capa límite mediante sus definiciones. Asimismo, al conocer u y v, la temperatura se convierte en la única incógnita en la última ecuación y se puede resolver para la distribución de temperatura.

El ingeniero alemán H. Blasius, discípulo de L. Prandtl, resolvió, por primera vez, en 1908, las ecuaciones de continuidad y de la cantidad de movimiento. Esto se llevó a cabo por la transformación de las dos ecuaciones diferenciales parciales en una sola ecuación diferencial ordinaria al introducir una nueva variable independiente, llamada **variable de semejanza**. El hallazgo de una variable de ese tipo, si es que existe, tiene más de arte que de ciencia y requiere que se cuente con una buena percepción del problema.

Al notar que la forma general del perfil de velocidades permanece igual a lo largo de la placa, Blasius razonó que el perfil no dimensional de velocidades u/V debe permanecer inalterado cuando se traza su gráfica contra la distancia no dimensional y/δ, donde δ es el espesor de la capa límite local de la velocidad, en una x dada. Es decir, aun cuando δ y u en una y dada varían con x, la velocidad u en una y/δ fija permanece constante. Blasius también estaba consciente, por el trabajo de Stokes, de que δ es proporcional a $\sqrt{\nu x/V}$, y, de esta manera, definió una *variable adimensional de semejanza* como

$$\eta = y\sqrt{\frac{V}{\nu x}} \tag{6-43}$$

y, de este modo, u/V = función(η). Entonces introdujo una *función de corriente* $\psi(x, y)$ como

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad \text{y} \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{6-44}$$

de modo que la función de continuidad (ecuación 6-39) se satisface de manera automática y, en consecuencia, se elimina (esto se puede verificar con facilidad por sustitución directa). A continuación, como la variable dependiente definió una función $f(\eta)$

$$f(\eta) = \frac{\psi}{V\sqrt{\nu x/V}} \tag{6-45}$$

Entonces las componentes de la velocidad quedan

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = V\sqrt{\frac{\nu x}{V}}\frac{df}{d\eta}\sqrt{\frac{V}{\nu x}} = V\frac{df}{d\eta} \tag{6-46}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -V\sqrt{\frac{\nu x}{V}}\frac{df}{d\eta} - \frac{V}{2}\sqrt{\frac{\nu}{Vx}}f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{V\nu}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta} - f\right) \tag{6-47}$$

Al derivar estas relaciones para u y v, se puede demostrar que las derivadas de las componentes de la velocidad son

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{V}{2x}\eta\frac{d^2f}{d\eta^2}, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = V\sqrt{\frac{V}{\nu x}}\frac{d^2f}{d\eta^2}, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{V^2}{\nu x}\frac{d^3f}{d\eta^3} \tag{6-48}$$

Al sustituir estas relaciones en la ecuación de la cantidad de movimiento y simplificar, se obtiene

$$2\frac{d^3f}{d\eta^3} + f\frac{d^2f}{d\eta^2} = 0 \tag{6–49}$$

la cual es una ecuación diferencial no lineal de tercer orden. Por lo tanto, el sistema de dos ecuaciones diferenciales parciales se transforma en una sola ecuación diferencial ordinaria por el uso de una variable de semejanza. Me-

diante las definiciones de f y η, las condiciones de frontera en términos de esa variable de semejanza se pueden expresar como

$$f(0) = 0, \qquad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0, \qquad \text{y} \qquad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=\infty} = 1 \tag{6–50}$$

La ecuación transformada con sus condiciones de frontera asociadas no se puede resolver analíticamente y, como consecuencia, se necesita un método de solución alternativo. Blasius resolvió por primera vez el problema, en 1908, mediante un original enfoque de desarrollo en series de potencias que se conoce como *solución de Blasius*. Posteriormente el problema se resolvió con mayor precisión mediante diferentes procedimientos numéricos y en la tabla 6-3 se dan resultados de una solución de ese tipo. El perfil no dimensional de velocidades se puede obtener al trazar la gráfica de u/V contra η. Los resultados que se obtienen por medio de este análisis simplificado concuerdan de manera excelente con los resultados experimentales.

Recuerde que se definió el espesor de la capa límite como la distancia desde la superficie para la cual $u/V = 0.99$. En la tabla 6-3 se observa que el valor de η correspondiente a $u/V = 0.99$ es $\eta = 4.91$. Al sustituir $\eta = 4.91$ y $y = \delta$ en la definición de la variable de semejanza (ecuación 6-43) da $4.91 = \delta\sqrt{V/\nu x}$. Entonces el espesor de la capa límite de la velocidad queda

$$\delta = \frac{4.91}{\sqrt{V/\nu x}} = \frac{4.91x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-51}$$

ya que $\mathrm{Re}_x = Vx/\nu$, donde x es la distancia desde el borde de ataque de la placa. Nótese que el espesor de la capa límite aumenta al incrementarse la viscosidad cinemática ν y con la disminución de la distancia al borde de ataque x, pero disminuye al incrementarse la velocidad V de la corriente libre. Por lo tanto, una velocidad grande de la corriente libre aplastará la capa límite y causará que sea más delgada.

Se puede determinar el esfuerzo cortante sobre la pared a partir de su definición y la relación de $\partial u/\partial y$ de la ecuación 6-48:

$$\tau_w = \mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu V\sqrt{\frac{V}{\nu x}}\left.\frac{d^2f}{d\eta^2}\right|_{\eta=0} \tag{6-52}$$

Al sustituir el valor de la segunda derivada de f en $\eta = 0$ de la tabla 6-3, da

$$\tau_w = 0.332V\sqrt{\frac{\rho\mu V}{x}} = \frac{0.332\rho V^2}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-53}$$

Entonces el coeficiente local de fricción superficial queda

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = 0.664\ \mathrm{Re}_x^{-1/2} \tag{6-54}$$

Nótese que a diferencia del espesor de la capa límite, el esfuerzo cortante en la pared y el coeficiente de fricción superficial decrecen a lo largo de la placa en términos de $x^{-1/2}$.

La ecuación de la energía

Al conocer el perfil de velocidades ahora se está listo para resolver la ecuación de la energía para la distribución de temperatura, para el caso de temperatura constante de la pared T_s. En principio, se introduce la temperatura adimensional θ como

TABLA 6-3

Función de semejanza f y sus derivadas para la capa límite laminar a lo largo de una placa plana.

η	f	$\frac{df}{d\eta} = \frac{u}{V}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0.332
0.5	0.042	0.166	0.331
1.0	0.166	0.330	0.323
1.5	0.370	0.487	0.303
2.0	0.650	0.630	0.267
2.5	0.996	0.751	0.217
3.0	1.397	0.846	0.161
3.5	1.838	0.913	0.108
4.0	2.306	0.956	0.064
4.5	2.790	0.980	0.034
5.0	3.283	0.992	0.016
5.5	3.781	0.997	0.007
6.0	4.280	0.999	0.002
∞	∞	1	0

$$\theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_s}{T_\infty - T_s} \tag{6-55}$$

Dado que tanto T_s como T_∞ son constantes, al sustituir en la ecuación de la energía (ecuación 6-41) da

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} \tag{6-56}$$

Los perfiles de temperaturas para el flujo sobre una placa isotérmica son semejantes, precisamente como los perfiles de velocidades y, por consiguiente, es de esperar que exista una solución semejante para la temperatura. Además, el espesor de la capa límite térmica es proporcional a $\sqrt{\nu x/V}$, precisamente como el espesor de la capa límite de velocidad, de donde la variable de semejanza también es η y $\theta = \theta(\eta)$. Al aplicar la regla de la cadena y sustituir las expresiones para u y v de las ecuaciones 6-46 y 6-47 en la ecuación de la energía, da

$$V\frac{df}{d\eta}\frac{d\theta}{d\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{V\nu}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta}f\right)\frac{d\theta}{d\eta}\frac{\partial\eta}{\partial y} = \alpha\frac{d^2\theta}{d\eta^2}\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2 \tag{6-57}$$

Al simplificar y notar que $\Pr = \nu/\alpha$ da

$$2\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \Pr f\frac{d\theta}{d\eta} = 0 \tag{6-58}$$

con las condiciones de frontera $\theta(0) = 0$ y $\theta(\infty) = 1$. La obtención de una ecuación para θ como función sólo de η confirma que los perfiles de temperatura son semejantes y, de este modo, existe una solución de semejanza. Una vez más, no se puede obtener una solución de forma cerrada para este problema con valores de frontera y se debe resolver numéricamente.

Resulta interesante notar que para $\Pr = 1$ esta ecuación se reduce a la 6-49 cuando θ se reemplaza por $df/d\eta$, la cual es equivalente a u/V (véase la ecuación 6-46). Las condiciones de frontera para θ y $df/d\eta$ también son idénticas. Por lo tanto, se concluye que las capas límite de la velocidad y térmica coinciden y los perfiles de velocidades y temperatura adimensionales (u/V y θ) son idénticos para el flujo laminar, incompresible y estacionario de un fluido con propiedades constantes y $\Pr = 1$ sobre una placa plana isotérmica (figura 6-34). En este caso, el valor del gradiente de temperatura en la superficie ($y = 0$ o $\eta = 0$) es, con base en la tabla 6-3, $d\theta/d\eta = d^2f/d\eta^2 = 0.332$.

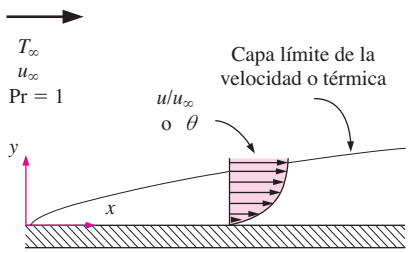


FIGURA 6-34
Cuando $\Pr = 1$, las capas límite de la velocidad y térmica coinciden y los perfiles no dimensionales de velocidades y de temperatura son idénticos para el flujo laminar, incompresible y estacionario sobre una placa plana.

La ecuación 6-58 está resuelta para numerosos valores de números de Prandtl. Para $\Pr > 0.6$ se encuentra que el gradiente de temperatura adimensional en la superficie es proporcional a $\Pr^{1/3}$ y se expresa como

$$\left.\frac{d\theta}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0.332\,\Pr^{1/3} \tag{6-59}$$

El gradiente de temperatura en la superficie es

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_\infty - T_s)\left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_\infty - T_s)\left.\frac{d\theta}{d\eta}\right|_{\eta=0}\left.\frac{\partial\eta}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{6-60}$$

$$= 0.332\,\Pr^{1/3}(T_\infty - T_s)\sqrt{\frac{V}{\nu x}}$$

Entonces, el coeficiente local de convección y el número de Nusselt quedan

$$h_x = \frac{\dot{q}_s}{T_s - T_\infty} = \frac{-k(\partial T/\partial y)|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = 0.332\,\Pr^{1/3}k\sqrt{\frac{V}{\nu x}} \tag{6-61}$$

y

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2} \qquad \mathrm{Pr} > 0.6 \tag{6-62}$$

Los valores de Nu_x obtenidos a partir de esta relación concuerdan bien con los medidos.

Al resolver numéricamente la ecuación 6-58 para el perfil de temperatura, para diferentes números de Prandtl, y mediante la definición de la capa límite térmica, se determina que $\delta/\delta_t \cong \mathrm{Pr}^{1/3}$. Entonces el espesor de esta capa límite queda

$$\delta_t = \frac{\delta}{\mathrm{Pr}^{1/3}} = \frac{4.91x}{\mathrm{Pr}^{1/3}\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-63}$$

Nótese que estas relaciones sólo son válidas para el flujo laminar sobre una placa plana isotérmica. Asimismo, se puede tomar en cuenta el efecto de las propiedades variables al evaluarlas en la temperatura de película definida como $T_f = (T_s + T_\infty)/2$.

La solución de Blasius proporciona concepciones profundas importantes, pero su valor es en gran parte histórico debido a las limitaciones relacionadas con ella. Hoy día tanto los flujos laminares como turbulentos sobre superficies se analizan en forma rutinaria mediante métodos numéricos.

6-9 ▪ ECUACIONES ADIMENSIONALES DE LA CONVECCIÓN Y SEMEJANZA

Cuando la disipación viscosa es despreciable, las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía para el flujo laminar, incompresible y estacionario de un fluido con propiedades constantes se dan por medio de las ecuaciones 6-28, 6-29 y 6-35.

A estas ecuaciones y a las condiciones de frontera se les puede eliminar las dimensiones al dividir todas las variables dependientes e independientes entre cantidades pertinentes y que tengan significado: todas las longitudes entre una longitud característica L (la cual es la longitud para una placa), todas las velocidades entre una velocidad de referencia, V (la cual es la velocidad de la corriente libre para una placa), una presión ρV^2 (la cual es dos veces la presión de la corriente libre para una placa y la temperatura entre una diferencia apropiada de temperaturas (la cual es $T_\infty - T_s$ para una placa). Se obtiene

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad P^* = \frac{P}{\rho V^2}, \quad \text{y} \quad T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}$$

donde se usan los asteriscos para denotar las variables no dimensionales. Al introducir estas variables en las ecuaciones 6-28, 6-29 y 6-35, y simplificar da

Continuidad:
$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{6-64}$$

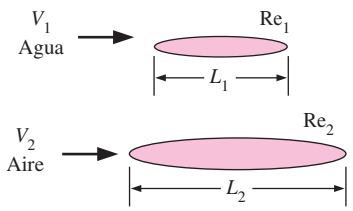
Cantidad de movimiento:
$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} - \frac{dP^*}{dx^*} \tag{6-65}$$

Energía:
$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{6-66}$$

con las condiciones de frontera

$$\begin{aligned} &u^*(0, y^*) = 1, \quad u^*(x^*, 0) = 0, \quad u^*(x^*, \infty) = 1, \quad v^*(x^*, 0) = 0, \\ &T^*(0, y^*) = 1, \quad T^*(x^*, 0) = 0, \quad T^*(x^*, \infty) = 1 \end{aligned} \tag{6-67}$$

donde $\mathrm{Re}_L = VL/\nu$ es el número adimensional de Reynolds y $\mathrm{Pr} = \nu/\alpha$ es el número de Prandtl. Para un tipo de configuración geométrica dado, las soluciones



Si $Re_1 = Re_2$, entonces $C_{f1} = C_{f2}$

FIGURA 6-35
Dos cuerpos geométricamente semejantes tienen el mismo valor de coeficiente de fricción en el mismo número de Reynolds.

Parámetros antes de eliminar las dimensiones:

$L, V, T_\infty, T_s, \nu, \alpha$

Parámetros después de eliminar las dimensiones:

Re, Pr

FIGURA 6-36
El número de parámetros se reduce mucho al eliminar las dimensiones en las ecuaciones de la convección.

de los problemas con los mismos números Re y Nu son semejantes y, por lo tanto, dichos números sirven como *parámetros de semejanza*. Dos fenómenos físicos son *semejantes* si tienen las mismas formas adimensionales de las ecuaciones diferenciales que las rigen y de condiciones de frontera (figura 6-35).

Una ventaja importante de la eliminación de las dimensiones es la reducción significativa en el número de parámetros. El problema original comprende seis parámetros (L, V, T_∞, T_s, ν, α), pero el problema sin dimensiones sólo comprende dos parámetros (Re_L y Pr). Para una configuración geométrica dada los problemas que tienen los mismos valores para los parámetros de semejanza tienen soluciones idénticas. Por ejemplo, la determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección para el flujo sobre una superficie dada requiere soluciones numéricas o investigaciones experimentales para varios fluidos, con varios conjuntos de velocidades, longitudes de superficies, temperaturas de pared y temperaturas de la corriente libre. Se puede obtener la misma información, con bastantes menos investigaciones, al agrupar los datos en los números adimensionales Re y Pr. Otra ventaja de los parámetros de semejanza es que permiten agrupar los resultados de un número grande de experimentos e informar acerca de ellos de manera conveniente en términos de esos parámetros (figura 6-36).

6-10 ▪ FORMAS FUNCIONALES DE LOS COEFICIENTES DE FRICCIÓN Y DE CONVECCIÓN

Las tres ecuaciones con las dimensiones eliminadas de la capa límite (ecuaciones 6-64, 6-65 y 6-66) comprenden tres funciones desconocidas, u^*, v^* y T^*, dos variables independientes, x^* y y^*, y dos parámetros, Re_L y Pr. La presión $P^*(x^*)$ depende de la configuración geométrica que intervenga (es constante para una placa plana) y tiene el mismo valor dentro y fuera de la capa límite en una x^* específica. Por lo tanto, se puede determinar por separado a partir de las condiciones de corriente libre y dP^*/dx^* de la ecuación 6-65 se puede tratar como una función conocida de x^*. Nótese que las condiciones de frontera no introducen nuevos parámetros.

Para una configuración geométrica dada, la solución para u^* se puede expresar como

$$u^* = f_1(x^*, y^*, Re_L) \tag{6-68}$$

Entonces, el esfuerzo cortante en la superficie queda

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \frac{\mu V}{L}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = \frac{\mu V}{L} f_2(x^*, Re_L) \tag{6-69}$$

Al sustituir en su definición, da el coeficiente de fricción local,

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = \frac{\mu V/L}{\rho V^2/2} f_2(x^*, Re_L) = \frac{2}{Re_L} f_2(x^*, Re_L) = f_3(x^*, Re_L) \tag{6-70}$$

Por lo tanto, se concluye que el coeficiente de fricción para una configuración geométrica dada se puede expresar en términos del número de Reynolds Re, y sólo de la variable espacial adimensional x^* (en lugar de expresarse en términos de x, L, V, ρ y μ). Éste es un hallazgo muy significativo y hace ver el valor de las ecuaciones adimensionales.

De manera semejante, la solución de la ecuación 6-66 para la temperatura adimensional T^*, para una configuración geométrica dada, se puede expresar como

$$T^* = g_1(x^*, y^*, Re_L, Pr) \tag{6-71}$$

Mediante la definición de T^*, el coeficiente de transferencia de calor por convección se transforma en

$$h_x = \frac{-k(\partial T/\partial y)|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-k(T_\infty - T_s)}{L(T_s - T_\infty)} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = \frac{k}{L}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \tag{6-72}$$

Al sustituir esto en la relación del número de Nusselt da [o, de manera alternativa, se puede reacomodar la relación antes dada en la forma adimensional como $hL/k = (\partial T^*/\partial y^*)|_{y^*=0}$ y definir el grupo adimensional hL/k como el número de Nusselt]

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x L}{k} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = g_2(x^*, \mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \tag{6-73}$$

Nótese que el número de Nusselt es equivalente al *gradiente de temperatura adimensional en la superficie* y, como consecuencia, se menciona de manera más apropiada como el coeficiente de transferencia de calor adimensional (figura 6-37). Asimismo, el número de Nusselt para una configuración geométrica dada se puede expresar en términos del número de Reynolds Re, el número de Prandtl Pr, y la variable espacial x^* y se puede usar una relación de ese tipo para fluidos diferentes que fluyen a velocidades distintas sobre configuraciones geométricas semejantes de longitudes diferentes.

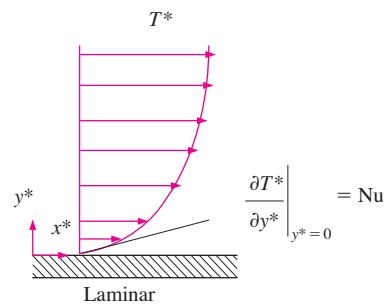


FIGURA 6-37
El número de Nusselt es equivalente al gradiente adimensional de temperatura en la superficie.

Los coeficientes promedio de fricción y de transferencia de calor se determinan por la integración de $C_{f,x}$ y Nu_x sobre la superficie del cuerpo dado con respecto a x^*, desde 0 hasta 1. La integración eliminará la dependencia con respecto a x^* y el coeficiente promedio de fricción y el número de Nusselt se pueden expresar como

$$C_f = f_4(\mathrm{Re}_L) \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu} = g_3(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \tag{6-74}$$

Estas relaciones son en extremo valiosas porque expresan que, para una configuración geométrica dada, el coeficiente de fricción sólo se puede expresar en función del número de Reynolds y el número de Nusselt sólo en función de los números de Reynolds y Prandtl (figura 6-38). Por lo tanto, los experimentadores pueden estudiar un problema con un número mínimo de experimentos e informar de manera conveniente acerca de sus mediciones de los coeficientes de fricción y de transferencia de calor en términos de los números de Reynolds y de Prandtl. Por ejemplo, una relación del coeficiente de fricción obtenida con aire, para una superficie dada, también se puede usar para el agua con el mismo número de Reynolds. Pero se debe tener presente que la validez de estas relaciones queda restringida por las limitaciones sobre las ecuaciones de las capas límites usadas en el análisis.

Número de Nusselt local:

Nu_x = función (x^*, Re_L, Pr)

Número de Nusselt promedio:

Nu = función (Re_L, Pr)

Una forma común del número de Nusselt:

$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n$

FIGURA 6-38
Para una configuración geométrica dada, el número promedio de Nusselt es función de los números de Reynolds y Prandtl.

A menudo, los datos experimentales para la transferencia de calor se representan con precisión razonable mediante una simple relación de la ley de las potencias de la forma

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n \tag{6-75}$$

donde m y n son exponentes constantes (por lo común entre 0 y 1) y el valor de la constante C depende de la configuración geométrica. Para obtener una mayor precisión, a veces se usan relaciones más complejas.

6-11 ▪ ANALOGÍAS ENTRE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y LA TRANSFERENCIA DE CALOR

En el análisis de la convección forzada, el interés principal se centra en la determinación de las cantidades C_f (para calcular el esfuerzo cortante en la pared) y Nu (para calcular las velocidades de la transferencia de calor). Por lo tanto, resulta muy conveniente contar con una relación entre C_f y Nu, de mo-

Perfiles: $u^* = T$

Gradientes: $\left.\dfrac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \left.\dfrac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$

Analogía: $C_{f,x}\dfrac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x$

FIGURA 6-39
Cuando Pr = 1 y $\partial P^*/\partial x^* \approx 0$, la velocidad no dimensional y los perfiles de temperatura se vuelven idénticos y Nu se relaciona con C_f por la analogía de Reynolds.

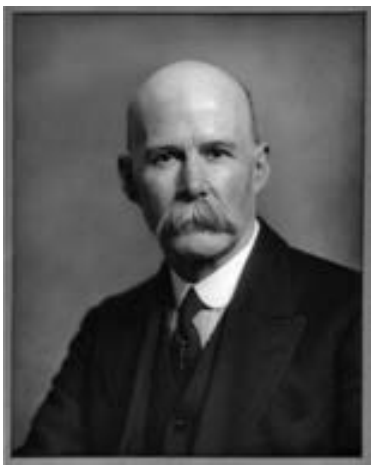


FIGURA 6-40
Sir Thomas Edward Stanton (1865-1931), ingeniero británico nacido en Atherstone, Warwickshire. De 1891 a 1896, trabajó en el laboratorio de Osborne Reynolds en Owens College, Manchester, Inglaterra. El principal campo de interés de Stanton fue el comportamiento de un fluido en movimiento y la fricción, y el problema relacionado de la transmisión de calor. De 1902 a 1907 realizó un largo programa de investigación concerniente a las fuerzas del viento sobre las estructuras, como puentes y techos. Después de 1908, año en que los hermanos Wright hicieron sus primeros vuelos en aeroplano en Europa, Stanton se dedicó a estudiar los problemas implicados en el diseño de aeronaves y en la disipación del calor en motores enfriados con aire. El coeficiente adimensional de transferencia de calor, se conoce como **número de Stanton** en su honor.
Cortesía de University of Bristol.

do que se pueda calcular uno de ellos cuando se dispone del otro. Las relaciones de este tipo se desarrollan con base en la semejanza entre las transferencias de la cantidad de movimiento y del calor en las capas límite y se conocen como *analogía de Reynolds* y *analogía de Chilton-Colburn* (figura 6-21).

Vuelva a considerar las ecuaciones de la cantidad del movimiento de la energía con las dimensiones eliminadas para el flujo laminar, incompresible y estacionario de un fluido con propiedades constantes y disipación viscosa despreciable (ecuaciones 6-65 y 6-66). Cuando Pr = 1 (que es aproximadamente el caso para los gases) y $\partial P^*/\partial x^* = 0$ (que es el caso cuando $u = V =$ *constante* en la corriente libre, como en el flujo sobre una placa plana), estas ecuaciones se simplifican hasta

Cantidad de movimiento:
$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{6-76}$$

Energía:
$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{6-77}$$

las cuales tienen exactamente la misma forma para la velocidad u^* y la temperatura T^* adimensionales. Las condiciones de frontera para u^* y T^* también son idénticas. Por lo tanto, las funciones u^* y T^* deben ser idénticas y, de este modo, las primeras derivadas de u^* y T^* en la superficie deben ser iguales entre sí,

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \tag{6-78}$$

Entonces, por las ecuaciones 6-69, 6-70 y 6-73, se tiene

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x \qquad (\mathrm{Pr} = 1) \tag{6-79}$$

la cual se conoce como **analogía de Reynolds** (figura 6-39). Ésta es importante ya que permite determinar el coeficiente de transferencia de calor para los fluidos con Pr ≈ 1 a partir de un conocimiento del coeficiente de fricción, el cual es más fácil de medir. La analogía de Reynolds también se expresa de manera alternativa como

$$\frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x \qquad (\mathrm{Pr} = 1) \tag{6-80}$$

donde

$$\mathrm{St} = \frac{h}{\rho c_p V} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}_L \mathrm{Pr}} \tag{6-81}$$

es el **número de Stanton** (figura 6-40), el cual también es un coeficiente de transferencia de calor adimensional.

La analogía de Reynolds tiene un uso limitado en virtud de las restricciones Pr = 1 y $\partial P^*/\partial x^* = 0$ sobre ella y resulta conveniente contar con una analogía que sea aplicable en un amplio rango de Pr. Esto se logra al agregar una corrección del número de Prandtl.

En la sección 6-8 se determinó que el coeficiente de fricción y el número de Nusselt para una placa plana son

$$C_{f,x} = 0.664\,\mathrm{Re}_x^{-1/2} \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu}_x = 0.332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}_x^{1/2} \tag{6-82}$$

Al determinar la razón de uno con respecto al otro y reacomodar los términos se obtiene la relación deseada, conocida como la **analogía modificada de Reynolds** o **analogía de Chilton-Colburn**.

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x\,\mathrm{Pr}^{-1/3} \quad \text{o} \quad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x\,\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H \tag{6-83}$$

para $0.6 < \text{Pr} < 60$. Aquí, j_H se llama *factor j de Colburn* (figura 6-41). Aun cuando esta relación se desarrolla mediante relaciones para el flujo laminar sobre una placa plana (para la cual $\partial P^*/\partial x^* = 0$), los estudios experimentales muestran que también es aplicable aproximadamente para el flujo turbulento sobre una superficie, incluso en presencia de gradientes de presión. Sin embargo, para el flujo laminar la analogía no es aplicable a menos que $\partial P^*/\partial x^* \approx 0$. Por lo tanto, no se aplica el flujo laminar en un tubo. También se desarrollan analogías entre C_f y Nu que son más precisas, pero también más complejas y se encuentran más allá del alcance de este libro. Las analogías antes dadas se pueden usar tanto para las cantidades locales como para las promedio.

FIGURA 6-41
Allan Philip Colburn (1904-1955), ingeniero estadounidense, nacido en Madison, Wisconsin. Su investigación se basa en la condensación del vapor de agua proveniente de corrientes saturadas de aire. Para abordar este complejo problema, conjuntó por primera vez en Estados Unidos, los principios de la cantidad de movimiento, transferencia de calor y masa, así como los de la termodinámica. El parámetro empírico adimensional, el **factor j de Colburn** ($j_H = ST_x\text{Pr}^{2/3}$) lleva su nombre en su honor.
Cortesía de University of Delaware.

EJEMPLO 6-3 Modo de hallar el coeficiente de convección a partir de la medición de la resistencia al movimiento del fluido

Una placa plana de 2 m × 3 m está suspendida en un cuarto y sujeta a flujo de aire paralelo a sus superficies a lo largo de su lado de 3 m. La temperatura y la velocidad de la corriente libre del aire son 20°C y 7 m/s. La fuerza total de resistencia que actúa sobre la placa es de 0.86 N. Determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección para la placa (figura 6-42).

SOLUCIÓN Una placa plana está sujeta a flujo de aire y se mide la fuerza de resistencia que actúa sobre ella. Debe determinarse el coeficiente promedio de convección.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los efectos de borde son despreciables. **3** La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a 20°C y 1 atm son (tabla A-15):

$$\rho = 1.204 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}, \quad \text{Pr} = 0.7309$$

Análisis El flujo es a lo largo del lado de 3 m de la placa y, por consiguiente, la longitud característica es $L = 3$ m. Los dos lados de la placa están expuestos al flujo de aire, por lo tanto, el área superficial total es

$$A_s = 2WL = 2(2 \text{ m})(3 \text{ m}) = 12 \text{ m}^2$$

Para las placas planas la fuerza de resistencia es equivalente a la fuerza de fricción. Se puede determinar el coeficiente promedio de fricción C_f a partir de la ecuación 6-11,

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2}$$

Al despejar C_f y sustituir

$$C_f = \frac{F_f}{\rho A_s V^2/2} = \frac{0.86 \text{ N}}{(1.204 \text{ kg/m}^3)(12 \text{ m}^2)(7 \text{ m/s})^2/2}\left(\frac{1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}{1 \text{ N}}\right) = 0.00243$$

Entonces se puede determinar el coeficiente promedio de transferencia de calor a partir de la analogía modificada de Reynolds (ecuación 6-83) como

$$h = \frac{C_f}{2}\frac{\rho V c_p}{\text{Pr}^{2/3}} = \frac{0.00243}{2}\frac{(1.204 \text{ kg/m}^3)(7 \text{ m/s})(1007 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})}{0.7309^{2/3}} = \mathbf{12.7 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$$

Discusión Este ejemplo muestra la gran utilidad de las analogías de la cantidad de movimiento y la transferencia de calor en el sentido de que se puede determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección a partir de un conocimiento del coeficiente de fricción, el cual es más fácil de determinar.

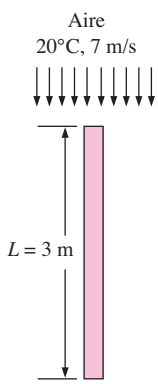


FIGURA 6-42
Esquema para el ejemplo 6-3.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL

*Transferencia de calor a microescala**

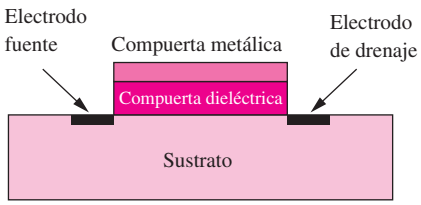
Las consideraciones acerca de la transferencia de calor desempeñan un papel crucial en el diseño y la operación de muchos aparatos modernos. Se han desarrollado nuevos procedimientos y métodos de análisis para comprender y modular (mejorar o suprimir) esas interacciones energéticas. Comúnmente se modula mediante el control activo de los fenómenos superficiales, o por el enfoque de la energía volumétrica. En esta sección se discute uno de esos ejemplos: la transferencia de calor a microescala.

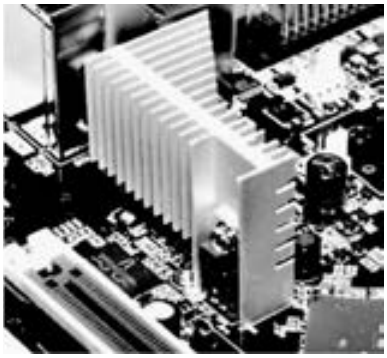
Las invenciones recientes de sistemas a escalas micro ($\sim 10^{-6}$) y nano ($\sim 10^{-9}$) han mostrado inmensos beneficios en los procesos de flujo de fluidos y de transferencia de calor. Estos aparatos son extremadamente diminutos, sólo visibles a través de microscopios electrónicos. La comprensión detallada del mecanismo que rige estos sistemas se encontrará en el corazón de la realización de muchas tecnologías futuras. Entre los ejemplos se incluyen los sensores químicos y biológicos, el almacenamiento de hidrógeno, los aparatos de exploración espacial y el cribado de medicamentos. Sin embargo, el desarrollo de dispositivos a microescala y nanoescala plantea también varios desafíos nuevos. Por ejemplo, el conocimiento clásico de la transferencia de calor se origina a partir del enfoque del equilibrio térmico, y las ecuaciones se deducen para un medio continuo. A medida en que la escala de dimensiones geométricas del sistema se vuelve minúscula, la transferencia de calor por medio de estas partículas, en sistemas a nanoescala, deja de ser un proceso de equilibrio y el enfoque basado en el equilibrio del medio continuo ya tampoco es válido. Por consiguiente, se vuelve esencial una comprensión más general del concepto de transferencia de calor.

En la transferencia de calor a microescala y nanoescala resultan cruciales tanto la escala de longitud como la de tiempo. El significado de la escala de longitud se torna evidente a partir del hecho de que el área superficial por unidad de volumen de un objeto aumenta conforme se contrae la escala de longitud de ese objeto. Esto significa que la transferencia de calor a través de la superficie se vuelve más importante en algunos órdenes de magnitud en caso de los sistemas a microescala que en los grandes objetos cotidianos. A menudo, el transporte de energía térmica en los equipos electrónicos y termoeléctricos ocurre en un rango de escalas de longitud que va de milímetros a nanómetros. Por ejemplo, en un chip microelectrónico (digamos el MOSFET de la figura 6-43), el calor se genera en una región de drenaje de tamaño nanométrico y finalmente es conducido hacia los alrededores a través de sustratos cuyo espesor es del orden de un milímetro. Resulta claro que el transporte de energía y los mecanismos de conversión en estos sistemas comprenden un amplio rango de escalas de longitud y son bastante difíciles de modelar.

Las escalas pequeñas de tiempo también desempeñan un papel importante en los mecanismos de transporte de energía. Por ejemplo, láseres de pulsos ultracortos (del orden de picosegundos y femtosegundos) son en extremo útiles para la industria de procesamiento de materiales. En este caso, las diminutas escalas de tiempo permiten la interacción localizada láser-material, benéfica para el depósito y transporte de alta energía.

*Esta sección es una contribución de Subrata Roy, Computational Plasma Dynamics Laboratory, Mechanical Engineering, Kettering University, Flint, MI.





© Vol. 80/PhotoDise/Getty Images

FIGURA 6-43
Transistor de efecto de campo de metal-óxido-semiconductor (MOSFET, *metal-oxide-semiconductor field-effect transistor*) usado en microelectrónica.

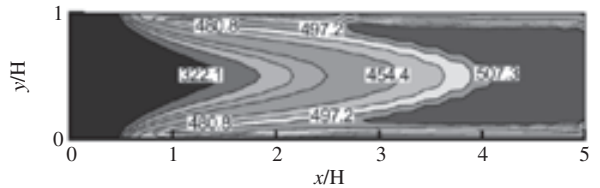
La aplicabilidad del modelo del medio continuo se determina por el valor local del número adimensional de Knudsen (Kn), el cual se define como la razón del recorrido libre medio (rlm, o *mfp*, por las primera siglas en inglés *mean free path*) del medio portador del calor a la escala de longitud de referencia del sistema (por ejemplo, la longitud de difusión térmica). Los efectos a microescala se vuelven importantes cuando el rlm se hace comparable a la longitud de referencia del dispositivo, o mayor que ésta, digamos a Kn >0.001. Como resultado, las propiedades termofísicas de los materiales se vuelven dependientes de la estructura y los procesos de conducción del calor ya no son fenómenos locales, sino que exhiben efectos de radiación de rango largo.

El modelo macroscópico convencional de conducción de Fourier viola esta característica no local de transferencia de calor a microescala y se necesitan enfoques alternativos para el análisis. El modelo más apropiado en la actualidad es el concepto de *fonón*. La energía térmica en un material sólido uniforme se puede interpretar como las vibraciones de una red regular de átomos espaciados muy cerca uno del otro en su interior. Estos átomos exhiben modos colectivos de ondas sonoras (fonones), las cuales transportan la energía en un material a la velocidad del sonido. Siguiendo los principios de la mecánica cuántica, los fonones exhiben propiedades semejantes a partículas de bosones con espín cero (dualidad onda-partícula). Los fonones desempeñan un papel importante en muchas de las propiedades físicas de los sólidos, como las conductividades térmica y eléctrica. En los sólidos aislantes, los fotones también constituyen el mecanismo primario por medio del cual tiene lugar la conducción del calor.

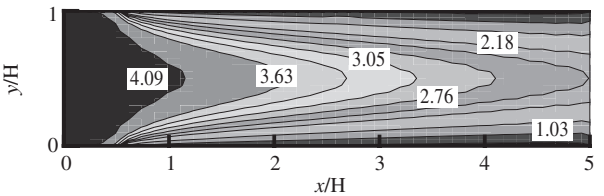
La variación de la temperatura en la cercanía de la superficie limitante sigue siendo un determinante importante de la transferencia de calor a través de la superficie. Sin embargo, cuando el medio continuo tiende a desbaratarse, necesita modificarse la ley de Newton del enfriamiento, en la que se usan la temperatura de la superficie y la temperatura promedio de fluido. Específicamente, a diferencia de los objetos a macroescala, en donde las temperaturas de la superficie (T_w) y del fluido adyacente (T_g) son iguales ($T_w = T_g$), en un microdispositivo se tiene un salto en la temperatura y los dos valores son diferentes. En 1898, Von Smoluchowski dedujo una relación muy conocida con el fin de calcular el salto en la temperatura en la superficie de una microconfiguración geométrica,

$$T_g - T_w = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T}\left[\frac{2\gamma}{\gamma + 1}\right]\frac{\lambda}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w \qquad \textbf{(6-84)}$$

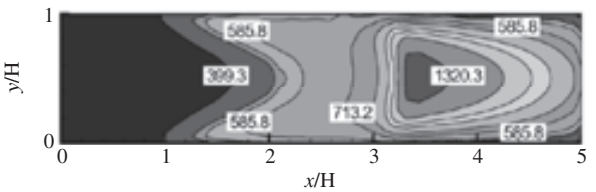
donde T es la temperatura en K, σ_T es el coeficiente de acomodación térmica e indica la fracción molecular reflejada en forma difusiva desde la super-



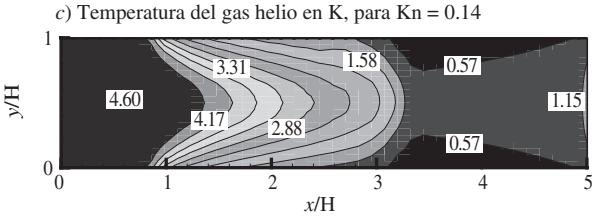
a) Temperatura del gas nitrógeno en K, para Kn = 0.062



b) Velocidad del gas nitrógeno en relación con la velocidad del sonido (número de Mach)



c) Temperatura del gas helio en K, para Kn = 0.14



d) Velocidad del gas helio en relación con la velocidad del sonido (número de Mach)

FIGURA 6-44
Características térmicas de fluidos en el interior de un microcanal.
(Tomado de Raju y Roy, 2005.)

ficie, γ es la razón de calores específicos y Pr es el número de Prandtl. Una vez que se conoce este valor, se puede calcular la razón de la transferencia de calor a partir de:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = \frac{\sigma_T\sqrt{2\pi RT}}{2-\sigma_T}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right]\frac{5\rho c_p}{16}(T_w - T_g) \qquad \textbf{(6-85)}$$

Como ejemplo, en la figura 6-44 se tienen las gráficas de la distribución de temperaturas y los contornos del número de Mach, en el interior de un microtubo de ancho $H = 1.2\ \mu$m, para el flujo supersónico de nitrógeno y helio. Para el gas nitrógeno con un Kn = 0.062 a la entrada, la temperatura del gas (T_g) adyacente a la pared difiere de manera sustancial de la temperatura constante de la pared, como se muestra en la figura 6-44*a*), donde T_w es de 323 K y T_g es casi de 510 K. El efecto de esta transferencia de calor a la pared consiste en reducir el número de Mach, como se muestra en la figura 6-44*b*), si bien el flujo se mantiene supersónico. Para el gas helio con un Kn = 0.14 de entrada y una temperatura más baja de la pared de 298 K, la temperatura del gas inmediatamente adyacente a la pared es incluso más alta; hasta 586 K, como se muestra en la figura 6-44*c*). Esto crea un flujo de calor muy alto en la pared, que es inalcanzable en aplicaciones a macroescala. En este caso, mostrado en la figura 6-44*d*), la transferencia de calor es suficientemente grande como para bloquear el flujo.

1. D. G. Cahill, W. K. Ford, K. E. Goodson *et al.*, "Nanoscale Thermal Transport", *Journal of Applied Physics*, 93, 2 (2003), pp. 793-817.

2. R. Raju y S. Roy. "Hydrodynamic Study of High Speed Flow and Heat Transfer through a Microchannel", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 19, 1 (2005), pp. 106-113.

3. S. Roy, R. Raju, H. Chuang, B. Kruden y M. Meyyappan. "Modeling Gas Flow Through Microchannels and Nanopores", *Journal of Applied Physics*, 93, 8 (2003), pp. 4870-79.

4. M. von Smoluchowski. "Ueber Wärmeleitung in Verdünnten Gasen", *Annalen der Physik und Chemi,* 64 (1898), pp. 101-130.

5. C. L. Tien, A. Majumdar y F. Gerner. *Microscale Energy Transport*, Nueva York: Taylor & Francis Publishing, 1998.

RESUMEN

La transferencia de calor por convección se expresa por la *ley de Newton del enfriamiento* como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura superficial y T_∞ es la temperatura de la corriente libre. El coeficiente de convección también se expresa como

$$h = \frac{-k_{\text{fluido}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

El *número de Nusselt*, que es el coeficiente de transferencia de calor adimensional, se define como

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k}$$

donde k es la conductividad térmica del fluido y L_c es la longitud característica.

El movimiento intensamente ordenado de los fluidos caracterizado por líneas suaves de corriente se llama *laminar*. El movimiento intensamente desordenado que por lo general se tiene a altas velocidades y se caracteriza por fluctuaciones de la velocidad se llama *turbulento*. Las fluctuaciones aleatorias y rápidas de los grupos de partículas del fluido, llamadas *remolinos*, proporcionan un mecanismo adicional para la transferencia de la cantidad de movimiento y del calor.

La región del flujo arriba de la placa, limitada por δ, en la cual se sienten los efectos de las fuerzas cortantes viscosas causadas por la viscosidad del fluido se llama *capa límite de la velocidad*. El *espesor de la capa límite* δ se define como la distancia desde la superficie a la cual $u = 0.99V$. La línea hipotética de $u = 0.99V$ divide el flujo sobre una placa en la *región de la capa límite*, en la cual los efectos viscosos y los cambios de la velocidad son significativos, y la *región del flujo no viscoso*, en la cual los efectos de la fricción son despreciables.

La fuerza de fricción por unidad de área se llama *esfuerzo cortante* y el esfuerzo cortante en la superficie de la pared se expresa como

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad \text{o} \qquad \tau_w = C_f \frac{\rho V^2}{2}$$

donde μ es la viscosidad dinámica, V es la velocidad corriente arriba y C_f es el *coeficiente de fricción* adimensional. La propiedad $\nu = \mu/\rho$ es la *viscosidad cinemática*. La fuerza de fricción sobre la superficie completa se determina a partir de

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2}$$

La región de flujo sobre la superficie en la cual la variación de la temperatura en la dirección perpendicular a esa superficie es significativa es la *capa límite térmica*. El *espesor* de esta capa δ_t en cualquier lugar a lo largo de la superficie es la distancia desde ésta a la cual la diferencia de temperatura $T - T_s$ es igual a $0.99(T_\infty - T_s)$. El espesor relativo de las capas límite de la velocidad y térmica se describe de la mejor manera por medio del *número* adimensional *de Prandtl*, definido como

$$\text{Pr} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$$

Para el flujo externo, el *número* adimensional *de Reynolds* se expresa como

$$\text{Re} = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{VL_c}{\nu} = \frac{\rho V L_c}{\mu}$$

Para una placa plana, la longitud característica es la distancia x desde el borde de ataque. El número de Reynolds en el cual el flujo se vuelve turbulento se llama *número crítico de Reynolds*. Para el flujo sobre una placa plana, su valor se toma como $\text{Re}_{\text{cr}} = Vx_{\text{cr}}/\nu = 5 \times 10^5$.

Las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía para el flujo incompresible, bidimensional y estacionario con propiedades constantes se determinan a partir de balances de la masa, la cantidad de movimiento y la energía, como

Continuidad: $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Cantidad de movimiento en la dirección x: $$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}$$

Energía: $$\rho c_p\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right] = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\Phi$$

donde la *función de disipación viscosa* Φ es

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

Mediante las aproximaciones de las capas límite y una variable de semejanza, estas ecuaciones se pueden resolver para el flujo incompresible, estacionario y paralelo sobre una placa plana, con los resultados siguientes:

Espesor de la capa límite de la velocidad: $$\delta = \frac{4.91}{\sqrt{V/\nu x}} = \frac{4.91x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

Coeficiente local de fricción: $$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = 0.664\,\mathrm{Re}_x^{-1/2}$$

Número local de Nusselt: $$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}_x^{1/2}$$

Espesor de la capa límite térmica: $$\delta_t = \frac{\delta}{\mathrm{Pr}^{1/3}} = \frac{4.91x}{\mathrm{Pr}^{1/3}\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

El coeficiente promedio de fricción y el número de Nusselt se expresan en forma funcional como

$$C_f = f(\mathrm{Re}_L) \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu} = g(\mathrm{Re}_L,\ \mathrm{Pr})$$

El número de Nusselt se puede expresar por una simple relación de la ley de la potencia de la forma

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n$$

donde m y n son exponentes constantes y el valor de la constante C depende de la configuración geométrica. La *analogía de Reynolds* relaciona el coeficiente de convección con el de fricción, para fluidos con $\mathrm{Pr} \approx 1$, y se expresa como

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x \qquad \text{o} \qquad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x$$

donde

$$\mathrm{St} = \frac{h}{\rho c_p V} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}}$$

es el *número de Stanton*. La analogía se extiende hacia otros números de Prandtl por la *analogía modificada de Reynolds* o *analogía de Chilton-Colburn*, expresada como

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_L}{2} = \mathrm{Nu}_x\mathrm{Pr}^{-1/3}$$

o bien,

$$\frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x\,\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H \quad (0.6 < \mathrm{Pr} < 60)$$

Estas analogías también son aplicables aproximadamente para el flujo turbulento sobre una superficie, incluso en presencia de gradientes de presión.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. H. Blasius. "The Boundary Layers in Fluids with Little Friction (en alemán)", *Z. Math. Phys.*, 56, 1 (1908), pp. 1-37; traducción al inglés en el National Advisory Committee for Aeronautics Technical Memo, 1256, febrero de 1950.
2. Y. A. Çengel y J. M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. Nueva York: McGraw-Hill. 2006.
3. W. M. Kays y M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, 4a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 2005.
4. O. Reynolds. "On the Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinous, and the Law of Resistance in Parallel Channels", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 174 (1883), pp. 935-982.
5. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*, 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1979.
6. G. G. Stokes. "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums", en *Cambridge Philosophical Transactions*, IX, 8, 1851.

PROBLEMAS*

Mecanismos y tipos de convección

6-1C Defina flujo incompresible y fluido incompresible. ¿El flujo de un fluido compresible debe tratarse por necesidad como compresible?

6-2C ¿Qué es convección forzada? ¿De qué manera difiere con respecto de la convección natural? ¿La convección causada por los vientos es forzada o natural?

6-3C ¿Qué es convección forzada externa? ¿De qué manera difiere con respecto de la convección forzada interna? ¿Puede un sistema de transferencia de calor comprender tanto convección interna como externa al mismo tiempo? Dé un ejemplo.

6-4C ¿En cuál modo de transferencia de calor: convección natural o forzada, el coeficiente de transferencia de calor por convección suele ser más elevado? ¿Por qué?

6-5C Considere una papa horneada caliente. ¿La papa se enfriará con mayor rapidez, o con mayor lentitud, cuando soplamos el aire tibio que sale de nuestros pulmones sobre ella en lugar de dejarla enfriar de manera natural en el aire más frío del cuarto? Explique.

6-6C ¿Cuál es el significado físico del número de Nusselt? ¿Cómo se define?

6-7C ¿Cuándo la transferencia de calor a través de un fluido es conducción y cuándo es convección? ¿Para cuál caso la razón de la transferencia de calor es más alta? ¿En qué difiere el coeficiente de transferencia de calor por convección de la conductividad térmica de un fluido?

6-8 Durante el enfriamiento de papas mediante aire se determina experimentalmente que el coeficiente de transferencia de calor para la convección, la radiación y la evaporación combinadas es como se indica en seguida:

Velocidad del aire, m/s	Coeficiente de transferencia de calor, W/m² · °C
0.66	14.0
1.00	19.1
1.36	20.2
1.73	24.4

Considere una papa de 8 cm de diámetro que está inicialmente a 20°C, con una conductividad térmica de 0.49 W/m · C. Las papas se enfrían por medio de aire refrigerado que está a 5°C, a una velocidad de 1 m/s. Determine la razón inicial de la transferencia de calor desde una papa y el valor inicial del gradiente de temperatura en la superficie de la papa.

Respuestas: 5.8 W, –585°C/m

6-9 Un hombre promedio tiene un área superficial del cuerpo de 1.8 m² y una temperatura de la piel de 33°C. El coeficiente de transferencia de calor por convección para una persona vestida que camina en aire estático se expresa como $h = 8.6V^{0.53}$ para $0.5 < V < 2$ m/s, donde V es la velocidad al caminar en m/s. Si la temperatura superficial promedio de la persona vestida es de 30°C, determine la razón de la pérdida de calor de un hombre promedio que camina en aire estático que está a 7°C, por convección, a una velocidad al caminar de *a*) 0.5 m/s, *b*) 1.0 m/s, *c*) 1.5 m/s, y *d*) 2.0 m/s.

6-10 Se enfría con agua a una temperatura de 20ºC la superficie superior de una placa sólida de 50 cm de espesor (k = 237 W/m · K). Las superficies superior e inferior de la placa sólida tenían temperaturas constantes de 60ºC y 120ºC, respectivamente. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección del agua y su gradiente de temperatura en la superficie superior de la placa.

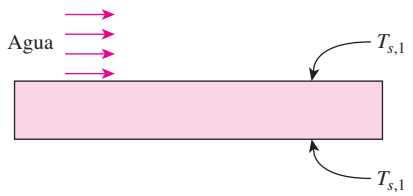


FIGURA P6-10

6-11 Considere el flujo de aire sobre la superficie de la placa con una temperatura de 220ºC. El perfil de temperaturas del flujo de aire está dado por

$$T(y) = T_\infty - (T_\infty - T_s)\exp\left(-\frac{V}{\alpha_{\text{fluido}}}y\right)$$

El flujo de aire a 1 atmósfera tiene una velocidad de flujo libre de 0.08 m/s y una temperatura de 20ºC. Determine el flujo de calor sobre la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección del flujo de aire.

Respuestas: 1.45×10^4 W/m², 72.6 W/m² · K

6-12 El coeficiente de transferencia de calor por convección para una persona vestida que está parada con aire en movimiento se expresa como $h = 14.8V^{0.69}$ para $0.15 < V < 1.5$ m/s, donde V es la velocidad del aire. Para una persona con un área superficial del cuerpo de 1.7 m² y una temperatura superficial promedio de 29°C, determine la velocidad de la pérdida de calor de esa persona en aire que sopla y que está a 10°C, por convección, para velocidades del aire de *a*) 0.5 m/s, *b*) 1.0 m/s, y *c*) 1.5 m/s.

6-13 Durante el enfriamiento por aire de naranjas, toronjas e híbridos de mandarina-toronja el coeficiente de transferencia de calor por convección, radiación y evaporación combinadas, pa-

* Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES se resuelven mediante el EES y las soluciones completas, junto con los estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia mediante el software de EES que acompaña a este texto.

ra velocidades del aire de $0.11 < V < 0.33$ m/s se determina experimentalmente y se expresa como $h = 5.05\, k_{aire}\mathrm{Re}^{1/3}/D$, donde el diámetro D es la longitud característica. Las naranjas se enfrían por medio de aire refrigerado que está a 3°C y 1 atm, a una velocidad de 0.3 m/s. Determine *a*) la razón inicial de la transferencia de calor desde una naranja de 7 cm de diámetro que está inicialmente a 15°C, con una conductividad térmica de 0.70 W/m · °C, *b*) el valor del gradiente inicial de temperatura en la superficie hacia adentro de la naranja y *c*) el valor del número de Nusselt.

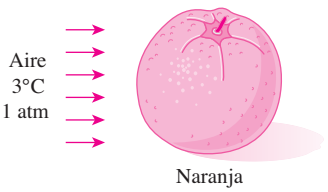


FIGURA P6-13

Capas límite de la velocidad y térmica

6-14C ¿Qué es la condición de no deslizamiento? ¿Qué la causa?

6-15C ¿Qué es fluido newtoniano? ¿El agua es un fluido newtoniano?

6-16C ¿Qué es la viscosidad? ¿Qué causa la viscosidad en los líquidos y en los gases? Típicamente, ¿la viscosidad dinámica es más alta para un líquido o para un gas?

6-17C Considere dos pequeñas bolas idénticas de vidrio que se dejan caer en dos recipientes idénticos, uno lleno con agua y el otro con aceite. ¿Cuál de las dos bolas llegará primero hasta el fondo del recipiente? ¿Por qué?

6-18C ¿Cómo varía la viscosidad dinámica de *a*) los líquidos y *b*) los gases con la temperatura?

6-19C ¿Qué propiedad de los fluidos es responsable del desarrollo de la capa límite de la velocidad? ¿Para qué clase de fluidos no habrá capa límite de la velocidad sobre una placa plana?

6-20C ¿Cuál es el significado físico del número de Prandtl? ¿El valor del número de Prandtl depende del tipo de flujo o de la configuración geométrica de éste? ¿Cambia el número de Prandtl del aire con la presión? ¿Cambia con la temperatura?

6-21C ¿Se desarrollará una capa límite térmica en el flujo sobre una superficie incluso si tanto el fluido como la superficie se encuentran a la misma temperatura?

6-22C ¿Cuál es el significado físico del número de Reynolds? ¿Cómo se define para el flujo externo sobre una placa de longitud L?

6-23C ¿En qué difiere el flujo turbulento del laminar? ¿Para cuál flujo es más elevado el coeficiente de transferencia de calor?

6-24C ¿Qué representa el coeficiente de fricción en el flujo sobre una placa plana? ¿Cómo está relacionado con la fuerza de arrastre que actúa sobre la placa?

6-25C ¿Cuál es el mecanismo físico que causa que el factor de fricción sea tan alto en el flujo turbulento?

6-26C ¿Qué es viscosidad turbulenta? ¿Qué la causa?

6-27C ¿Qué es conductividad térmica turbulenta? ¿Qué la causa?

6-28 Considere un flujo sobre una superficie con los siguientes perfiles de temperatura y velocidad:

$$u(y) = C_1(y + y^2 - y^3)$$
$$T(y) = C_2 - e^{-2C_2 y}$$

donde los coeficientes C_1 y C_2 son constantes. Determine las expresiones para el coeficiente de fricción (C_f) y el coeficiente de transferencia de calor por convección (h).

6-29 Considere un flujo fluido sobre una superficie con un perfil de velocidad dado como

$$u(y) = 100(y + 2y^2 - 0.5y^3) \text{ m/s}$$

Determine el esfuerzo cortante en la superficie del muro, si el fluido es *a*) aire a 1 atm y *b*) agua líquida, ambos a 20°C. También calcule la razón muro/esfuerzo cortante para los dos fluidos e interprete el resultado.

Respuestas: a) 1.83×10^{-3} N/m², *b*) 0.100 N/m²

6-30 Considere una placa plana colocada dentro de un túnel de viento, mientras que el aire está a 1 atmosfera de presión y a 20ºC, el cual fluye con una velocidad de flujo libre de 60 m/s. ¿Cuál es la longitud mínima de la placa necesaria para que el número de Reynolds tenga un valor de 2×10^7? Si el número de Reynolds crítico es 5×10^5, ¿qué tipo de régimen de flujo experimentaría el flujo de aire a 0.2 m del borde de ataque?

6-31 Considere un fluido que fluye a una velocidad libre de 5 m/s sobre una placa plana, donde el número de Reynolds crítico es 5×10^5. Determine la distancia del borde de ataque en el cual ocurre la transición de flujo laminar a turbulento para los siguientes fluidos: aire (a 1 atm), agua líquida, metanol y aceite de motor, todo a 20°C, y mercurio a 25°C.

6-32I Considere el flujo fluyendo con una velocidad de flujo libre de 1ft/s sobre una placa plana, donde el número crítico de Reynolds es 5×10^5. Determine la distancia del borde de ataque a la cual ocurre la transición de flujo laminar a turbulento para el aire (a 1 atm), agua líquida, isobutano, aceite de motor y mercurio. Evalúe todas las propiedades a 50°F.

Ecuaciones de la convección y soluciones de semejanza

6-33C Considere el flujo incompresible, bidimensional, laminar y estacionario con propiedades constantes y un número de Prandtl igual a la unidad. Para una configuración geométrica dada, ¿es correcto decir que tanto el coeficiente promedio de fricción como el de transferencia de calor dependen sólo del número de Reynolds?

6-34C Exprese la ecuación de continuidad para el flujo bidimensional estacionario con propiedades constantes y explique qué representa cada término.

6-35C ¿La aceleración de una partícula de un fluido es necesariamente cero en el flujo estacionario? Explique.

6-36C Para el flujo bidimensional estacionario, ¿qué son las aproximaciones de las capas límite?

6-37C ¿Para qué tipos de fluidos y flujos es probable que sea significativo el término de disipación viscosa en la ecuación de la energía?

6-38C Para el flujo bidimensional estacionario sobre una placa plana isotérmica en la dirección x, exprese las condiciones de frontera para las componentes de la velocidad u y v y la temperatura T en la superficie de dicha placa y en el borde de la capa límite.

6-39C ¿Qué es una variable de semejanza y para qué se usa? ¿Para qué clases de funciones se puede esperar que exista una solución de semejanza para un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales?

6-40C Considere el flujo bidimensional, laminar y estacionario sobre una placa isotérmica. ¿El espesor de la capa límite de la velocidad se incrementa o disminuye con *a*) la distancia desde el borde de ataque, *b*) la velocidad de la corriente libre, y *c*) la viscosidad cinemática?

6-41C Considere el flujo bidimensional, laminar y estacionario sobre una placa isotérmica. ¿El esfuerzo cortante en la pared se incrementa, disminuye o permanece constante con la distancia desde el borde de ataque?

6-42C ¿Cuáles son las ventajas de eliminar las dimensiones en las ecuaciones de la convección?

6-43C ¿En qué condiciones se puede tratar una superficie curva como una placa plana en el análisis del flujo de fluidos y de la convección?

6-44I La glicerina a 50ºF fluye sobre una placa plana a una velocidad de flujo libre de 6 ft/s. Determine la velocidad y el espesor de la capa límite a una distancia de 0.5 ft del borde de ataque. También calcule la razón de los espesores de la capa límite de la velocidad y térmica a una distancia de 0.5 ft del borde de ataque.

6-45 El agua a 20ºC fluye a una velocidad promedio de 0.5 m/s entre dos placas planas paralelas colocadas a 1 cm de distancia. Determine las distancias de la entrada a la cual se encuentran la capa límite térmica y de velocidad.

Respuestas: 0.516 m, 1.89 m

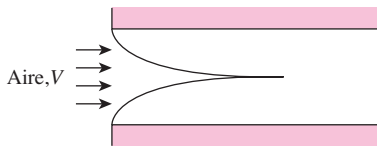


FIGURA P6-45

6-46 Considere los flujos de un gas laminar ideal sobre una placa plana, donde el número de Nusselt local pueda expresarse como $\mathrm{Nu}_x = 0.332\mathrm{Re}_x^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3}$. Mediante la expresión para el número de Nusselt local, muestre que se puede reescribir en términos del coeficiente de transferencia de calor por convección local como $h_x = C[V/(xT)]^m$, donde C y m son constantes.

6-47 Está fluyendo aire a una velocidad de 3.0 m/s, 10°C y 1 atm sobre una placa de 0.3 m de largo que se encuentra a 70°C. Usando EES, Excel u otro software, trace lo siguiente como una gráfica combinada para el rango desde $x = 0.0$ m hasta $x = x_{cr}$.

a) La capa límite hidrodinámica como función de x.
b) La capa límite térmica como función de x.

6-48 Considere una flecha de 5 cm de diámetro que gira a 5 600 rpm en una chumacera de 25 cm de largo con una holgura uniforme de 0.5 mm. Determine la potencia requerida para hacer girar la flecha si el fluido en el espacio libre es *a*) aire, *b*) agua, y *c*) aceite a 40°C y 1 atm.

6-49 El flujo del aceite en una chumacera se puede considerar como flujo paralelo entre dos placas isotérmicas grandes, con una en movimiento a velocidad constante de 8 m/s y la otra estacionaria. Considere un flujo de ese tipo con un espaciamiento uniforme de 0.7 mm entre las placas. Las temperaturas de las placas superior e inferior son de 40°C y 15°C, respectivamente. Mediante la simplificación y la solución de las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía, determine *a*) las distribuciones de las velocidades y de la temperatura en el aceite, *b*) la temperatura máxima y dónde se tiene, y *c*) el flujo de calor del aceite hacia cada placa.

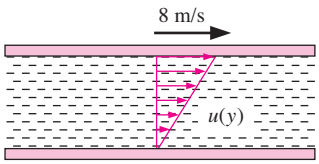


FIGURA P6-49

6-50 Repita el problema 6-49 para un espaciamiento de 0.5 mm.

6-51 Una flecha de 6 cm de diámetro gira a 3 000 rpm en una chumacera de 20 cm de largo con una holgura uniforme de 0.2 mm. En las condiciones estacionarias de operación tanto la chumacera como la flecha en la vecindad de la brecha de aceite están a 50°C y la viscosidad y la conductividad térmica del aceite lubricante son de 0.05 N · s/m^2 y 0.17 W/m · K. Mediante la simplificación y solución de las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía, determine *a*) la temperatura máxima del aceite, *b*) las razones de la transferencia de calor hacia la chumacera y la flecha y *c*) la potencia mecánica perdida por la disipación viscosa en el aceite.

Respuestas: a) 53.3°C, *b*) 419 W, *c*) 838 W

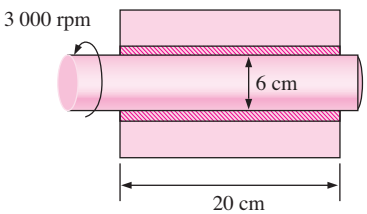


FIGURA P6-51

6-52 Repita el problema 6-51 si la flecha ha alcanzado la temperatura pico y, por lo tanto, la transferencia de calor hacia ella es despreciable y la temperatura de la chumacera todavía se mantiene a 50°C.

6-53 Vuelva a considerar el problema 6-51. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la velocidad de la flecha sobre la potencia mecánica perdida por la disipación viscosa. Suponga que la rotación de la flecha varía de 0 rpm hasta 6 000 rpm. Trace la gráfica de la potencia perdida contra las rpm de la flecha y discuta los resultados.

6-54 Está fluyendo agua líquida a una velocidad de 3.0 m/s y 15°C sobre una placa de 0.3 m de ancho que está a 65°C. Usando EES, Excel u otro software comparable, trace la gráfica de *a*) la capa límite hidrodinámica y *b*) la capa límite térmica como función de x, sobre la misma gráfica, para el rango desde $x = 0.0$ m hasta $x = x_{cr}$. Use un número crítico de Reynolds de 500 000.

6-55 Considere el flujo de un fluido entre dos placas paralelas grandes isotérmicas separadas por una distancia L. La placa superior se mueve a una velocidad constante de V y se mantiene a la temperatura T_0, mientras que la inferior está estacionaria y aislada. Mediante la simplificación y solución de las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía, obtenga relaciones para la temperatura máxima del fluido, el lugar donde se presenta y el flujo de calor en la placa superior.

6-56 Vuelva a considerar el problema 6-55. Mediante los resultados de este problema obtenga una relación para la velocidad volumétrica de generación de calor $\dot{e}_{gen}$, en W/m^3. A continuación, exprese el problema de convección como uno equivalente de conducción en la capa de aceite. Verifique su modelo mediante la solución del problema de conducción y obtenga una relación para la temperatura máxima, la cual debe ser idéntica a la obtenida en el análisis de la convección.

6-57 Una flecha de 4 cm de diámetro gira a 5 200 rpm en una chumacera de hierro fundido ($k = 70$ W/m · K) de 15 cm de largo y 8 cm de diámetro exterior, con una holgura uniforme de 0.6 mm llena con aceite lubricante ($\mu = 0.03$ N · s/m^2 y $k = 0.14$ W/m · K). La chumacera está enfriada externamente por un líquido y su superficie exterior se mantiene a 40°C. Si descarta la conducción de calor a través de la flecha y supone transferencia de calor unidimensional, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el refrigerante, *b*) la temperatura superficial de la flecha y *c*) la potencia mecánica perdida por la disipación viscosa en el aceite.

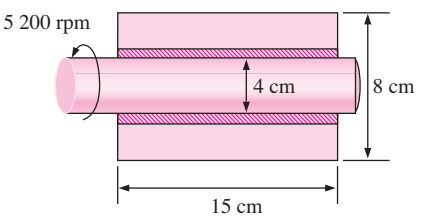


FIGURA P6-57

6-58 Repita el problema 6-57 para una holgura de 1 mm.

6-59I Un perfil alar con una longitud característica de 0.2 ft se coloca sobre un flujo de aire a 1 atm y 60ºF, con una velocidad de flujo libre de 150 ft/s y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 21 Btu/h ft2 ºF. Si un segundo perfil con una longitud característica de 0.4 ft se coloca sobre el flujo de aire a 1 atm y 60ºF, con una velocidad de promedio de 74 ft/s, determine el flujo de calor del segundo perfil alar. Ambos perfiles se mantienen a una temperatura superficial constante de 180ºF. *Respuesta:* 1 260 Btu/h ft^2

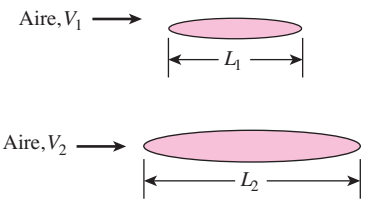


FIGURA P6-59I

6-60I Considere un flujo en la capa límite laminar sobre una placa plana. Determine las razones δ/δ_t del aire (a 1 atm), agua líquida, isobutano, aceite de motor y mercurio. Evalúe todas las propiedades a 50°F.

Analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor

6-61C ¿Cómo se expresa la analogía de Reynolds? ¿Cuál es el valor de éste? ¿Cuáles son sus limitaciones?

6-62C ¿Cómo se expresa la analogía modificada de Reynolds? ¿Cuál es el valor de éste? ¿Cuáles son sus limitaciones?

6-63 Considere un avión que vuela a la velocidad de crucero de 800 km/h a una altitud de 10 km, donde las condiciones atmosféricas estándar son de –50°C y 26.5 kPa. Cada ala del avión se puede considerar como una placa plana de 25 m × 3 m. El coeficiente de fricción de las alas es de 0.0016. Mediante la analogía cantidad de movimiento-transferencia de calor, determine el coeficiente de transferencia de calor para las alas en las condiciones de crucero. *Respuesta:* 89.6 W/m^2 · °C

6-64 Un perfil aerodinámico de sección transversal elíptica tiene una masa de 50 kg, un área superficial de 12 m^2 y un calor específico de 0.50 kJ/kg · C. El perfil se sujeta a flujo de aire a 1 atm, 25°C y 5 m/s a lo largo de su lado de 3 m de largo. Se observa que la temperatura promedio del perfil cae de 160°C hasta 150°C en 2 min de enfriamiento. Suponga que la temperatura superficial del perfil es igual a su temperatura promedio y use la analogía cantidad de movimiento-transferencia de calor para determinar el coeficiente promedio de fricción del perfil aerodinámico. *Respuesta:* 0.000363

6-65 Repita el problema 6-64 para una velocidad del flujo de aire de 10 m/s.

6-66 Un parabrisas de automóvil calentado eléctricamente de 0.6 m de alto y 1.8 m de largo se sujeta a vientos paralelos de 1 atm, 0°C y 80 km/h. Se observa que el consumo de potencia eléctrica es de 70 W cuando la temperatura de la superficie ex-

puesta del parabrisas es de 4°C. Si se descarta la radiación y la transferencia de calor desde la superficie interior, y mediante la analogía cantidad de movimiento-transferencia de calor, determine la fuerza de arrastre que ejerce el viento sobre el parabrisas.

6-67 Una placa plana de 5 m × 5 m mantenida a una temperatura constante de 80°C se sujeta a flujo paralelo de aire a 1 atm, 20°C y 10 m/s. Se mide la fuerza total de resistencia que actúa sobre la superficie superior de la placa que es de 2.4 N. Mediante la analogía cantidad de movimiento-transferencia de calor, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección y la razón de la transferencia de calor entre la superficie superior de la placa y el aire.

6-68 Aire (1 atm, 5°C), con una velocidad de flujo libre de 2 m/s, fluye en dirección paralela a una delgada placa plana estacionaria de 1 m × 1 m sobre sus superficies inferior y superior. La placa plana tiene una temperatura superficial de 35°C. Si la fuerza de fricción aplicada sobre la placa plana es de 0.1 N, determine la razón de transferencia de calor de la placa.

Respuesta: 1 862 W

FIGURA P6-68

6-69 Aire a 1 atm y 20°C fluye sobre la superficie superior de una delgada hoja de metal de 0.2 × 0.5 m. La velocidad de la corriente de aire es de 100 m/s y la hoja de metal se calienta eléctricamente con un flujo uniforme de calor de 6 100 W/m². Si la fuerza de fricción sobre la superficie de la hoja metálica es de 0.3 N, determine la temperatura superficial de la hoja de metal. Evalúe las propiedades del fluido a 100°C.

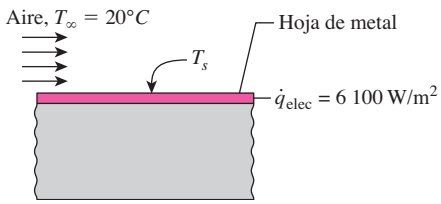


FIGURA P6-69

6-70 Aire a 1 atm fluye sobre una placa plana con una velocidad de corriente libre de 70 m/s. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección puede correlacionarse por $Nu_x = 0.03\, Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$, determine el coeficiente de fricción y el esfuerzo constante en la pared en un punto a 2 m del borde de ataque. Evalúe las propiedades del fluido a 20°C.

Respuestas: 0.00243, 7.16 N/m²

Tema especial: Transferencia de calor a microescala

6-71 Usando un cilindro, una esfera y un cubo como ejemplos, demuestre que la razón de transferencia de calor es inversamente proporcional a la dimensión nominal del objeto. Es decir, la transferencia de calor por unidad de área aumenta a medida que decrece el tamaño del objeto.

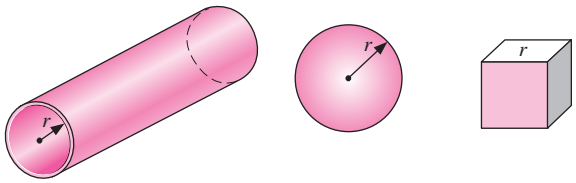


FIGURA P6-71

6-72 Determine el flujo de calor en la pared de un microcanal con un ancho de 1 μm, si la temperatura de esa pared es de 50°C y la temperatura promedio del gas cercano a ella es de 100°C, para los casos de

a) $\sigma_T = 1.0$, $\gamma = 1.667$, $k = 0.15$ W/m · K, $\lambda/Pr = 5$
b) $\sigma_T = 0.8$, $\gamma = 2$, $k = 0.1$ W/m · K, $\lambda/Pr = 5$

6-73 Si $\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = 65$ K/m, calcule el número de Nusselt para un microcanal con un ancho de 1.2 μm, si la temperatura de esa pared es de 50°C y si está rodeado por *a*) aire ambiente a una temperatura de 30°C, *b*) gas nitrógeno a una temperatura de –100°C.

Problemas de repaso

6-74I Considere un flujo que fluye sobre una placa plana a una velocidad de corriente libre constante. El número crítico de Reynolds es 5×10^5 y la distancia del borde de ataque a la que ocurre la transición de flujo laminar a flujo turbulento es x_{cr} = 7 ft. Determine la longitud característica (L_c) a la cual el número de Reynolds es 1×10^5. *Respuesta:* 1.4 ft

6-75 El objeto 1 con una longitud característica de 0.5 m se coloca sobre un flujo de aire a 1 atm y 20ºC, con una velocidad de corriente libre de 50 m/s. La transferencia de flujo de calor del objeto 1 cuando se coloca en el flujo de aire es de 12 000 W/m². Si el objeto 2, que tiene la misma forma y composición geométrica que el objeto 1 (pero con una longitud característica de 5 m), se coloca en el flujo de aire a 1 atm y 20ºC con una velocidad de corriente libre de 5 m/s, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor para el objeto 2. Ambos objetos se mantienen a una temperatura superficial constante de 120ºC.

Respuesta: 12 W/m² · K

6-76 Una barra rectangular con una longitud característica de 0.5 m se coloca en un flujo de corriente libre donde los coeficientes de transferencia de calor por convección eran de 100 W/m² · K y 50 W/m² · K cuando las velocidades de corriente libre eran de 25 m/s y 5 m/s, respectivamente. Si el número de Nusselt puede expresarse como $Nu = C\, Re^m, Pr^n$, donde C, m y n son constantes, determine los coeficientes de transferencia de calor por convección para barras similares con *a*) $L = 1$ m y $V = 5$ m/s y *b*) $L = 2$ m y $V = 50$ m/s.

6-77 Considere el flujo de Couette de un fluido con una viscosidad de $\mu = 0.8$ N · s/m² y conductividad térmica de $k_f = 0.145$ W/m · K. La placa inferior se encuentra en reposo, está hecha de un material con conductividad térmica de $k_p = 1.5$ W/m · K y tiene un espesor $b = 3$ mm. Su superficie exterior se mantiene a $T_s = 50$°C. La placa superior está aislada y se mueve con una velocidad uniforme $V = 7$ m/s. La distancia entre las placas es de $L = 5$ mm.

a) Trace un esquema de la distribución de temperatura, $T(y)$, en el fluido y en la placa en reposo.
b) Determine la función de distribución de temperatura, $T(y)$, en el fluido ($0 < y < L$).
c) Calcule la temperatura máxima del fluido, así como su temperatura en las superficies de contacto con las placas inferior y superior.

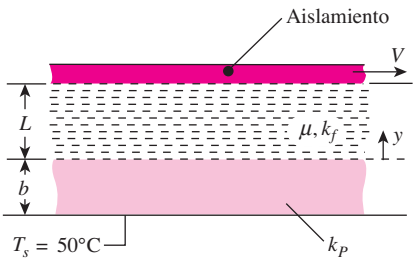


FIGURA P6-77

6-78 Está fluyendo aceite para motor a una velocidad de 3.0 m/s y 15°C sobre una placa de 0.3 m de ancho que está a 65°C. Usando EES, Excel u otro software comparable, trace la gráfica de *a*) la capa límite hidrodinámica y *b*) la capa límite térmica como función de x, sobre la misma gráfica, para el rango desde $x = 0.0$ m hasta $x = x_{cr}$. Use un número crítico de Reynolds de 500 000.

6-79 Con el fin de impedir la formación de hielo en la superficie de un ala, se insertaron calentadores eléctricos en su interior. Con una longitud característica de 2.5 m, el ala tiene un coeficiente de fricción de 0.001. Si el ala se mueve a una velocidad promedio de 200 m/s a través del aire que se encuentra a 1 atm y −20°C, determine el flujo de calor necesario para mantener la superficie del ala por encima de 0°C. Evalúe las propiedades del fluido a −10°C.

6-80 Un tablero de circuitos de 15 cm × 20 cm se enfría mediante la convección forzada de aire a 1 atm. Se estima que el calor del tablero de circuitos sea de 1 000 W/m². Si la velocidad del flujo de aire es de 3 m/s y el esfuerzo cortante de la superficie del tablero de circuitos es de 0.075 N/m², determine la diferencia de temperatura entre la temperatura del tablero de circuitos y la temperatura de la corriente de aire. Evalúe las propiedades de fluido a 40°C. *Respuesta:* 32.1°C

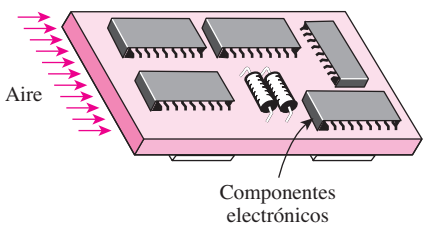


FIGURA P6-80

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería

6-81 En una situación de convección forzada, ¿por cuál de los siguientes números adimensionales queda determinada la transición de flujo laminar a turbulento?
a) Grasshof *b*) Nusselt *c*) Reynolds
d) Stanton *e*) Mach

6-82 Para iguales condiciones iniciales, se puede esperar que las capas límite térmica y de la cantidad de movimiento laminares, sobre una placa plana, tengan el mismo espesor cuando el número de Prandtl del fluido que fluye es
a) Cercano a cero *b*) Pequeño *c*) Aproximadamente uno
d) Grande *e*) Muy grande

6-83 Se puede esperar que el coeficiente de transferencia de calor para el flujo turbulento sea _____ que para el flujo laminar.
a) menor *b*) el mismo *c*) mayor

6-84 En un calentador eléctrico de agua ($k = 0.61$ W/m · K) se usa la convección natural para transferir hacia el agua el calor de un calentador eléctrico de resistencia de 110 V, de 1 cm de diámetro por 0.65 m de largo. En el transcurso de la operación, la temperatura superficial de este calentador es de 120°C, en tanto que la del agua es de 35°C, y el número de Nusselt (basado en el diámetro) es 6. Si se considera sólo la superficie lateral del calentador (y, por lo tanto, $A = \pi DL$), la corriente que pasa por el elemento eléctrico de calentamiento es
a) 3.2 A *b*) 3.7 A *c*) 4.6 A *d*) 5.8 A *e*) 6.6 A

6-85 En cualquier situación de convección forzada o natural, la velocidad del fluido que fluye es cero en donde ese fluido toca cualquier superficie en reposo. La magnitud del flujo de calor en donde el fluido toca la superficie en reposo es dada por

a) $k(T_{\text{fluido}} - T_{\text{superficie}})$ *b*) $k \left.\dfrac{dT}{dy}\right|_{\text{superficie}}$

c) $k \left.\dfrac{d^2T}{dy^2}\right|_{\text{superficie}}$ *d*) $h \left.\dfrac{dT}{dy}\right|_{\text{superficie}}$

e) Ninguna de ellas

6-86 En el flujo turbulento se puede estimar el número de Nusselt aplicando la analogía entre la transferencia de calor y la de la cantidad de movimiento (analogía de Colburn). En esta analogía se relaciona el número de Nusselt con el coeficiente de fricción, C_f, como
a) $\text{Nu} = 0.5\, C_f \,\text{Re}\, \text{Pr}^{1/3}$ *b*) $\text{Nu} = 0.5\, C_f \,\text{Re}\, \text{Pr}^{2/3}$
c) $\text{Nu} = C_f \,\text{Re}\, \text{Pr}^{1/3}$ *d*) $\text{Nu} = C_f \,\text{Re}\, \text{Pr}^{2/3}$
e) $\text{Nu} = C_f \,\text{Re}^{1/2}\, \text{Pr}^{1/3}$

6-87 En la mayor parte de las correlaciones para el coeficiente de transferencia de calor por convección se usa el número adimensional de Nusselt, el cual se define como
a) h/k *b*) k/h *c*) hL_c/k
d) kL_c/h *e*) $k/\rho c_p$

6-88 El coeficiente de fricción, C_f, para un fluido que se desplaza de uno a otro lado de una superficie, en términos del esfuerzo cortante en la superficie, τ_s, queda dado por
a) $2\rho V^2/\tau_w$ *b*) $2\tau_w/\rho V^2$ *c*) $2\tau_w/\rho V^2 \Delta T$
d) $4\tau_w/\rho V^2$ *e*) Ninguno de ellos

6-89 El número de _____ es un parámetro adimensional significativo para la convección forzada y el número de _____ es un parámetro adimensional significativo para la convección natural.

a) Reynolds, Grasshof *b*) Reynolds, Mach
c) Reynolds, Eckert *d*) Reynolds, Schmidt
e) Grasshof, Sherwood

Problemas de diseño y ensayo

6-90 Diseñe un experimento para medir la viscosidad de líquidos mediante un túnel con un recipiente cilíndrico de altura h y una sección angosta de flujo de diámetro D y longitud L. Al establecer la suposiciones apropiadas, obtenga una relación para la viscosidad en términos de cantidades que se puedan medir con facilidad, como la densidad y el gasto volumétrico.

6-91 Una instalación está equipada con un túnel de viento y se puede medir el coeficiente de fricción de superficies planas y aerodinámicas. Diseñe un experimento para determinar el coeficiente medio de transferencia de calor para una superficie mediante datos del coeficiente de fricción.

CAPÍTULO 7

CONVECCIÓN EXTERNA FORZADA

En el capítulo 6 se consideran los aspectos generales y teóricos de la convección forzada, con énfasis en la formulación diferencial y las soluciones analíticas. En este capítulo se consideran los aspectos prácticos de la transferencia de calor forzada hacia superficies planas o curvas, o desde éstas, sujetas a *flujo externo*, caracterizado por capas límite que crecen con libertad rodeadas por una región de flujo libre que no comprende gradientes de velocidad ni de temperatura.

Se inicia este capítulo con un panorama general del flujo externo, con énfasis en la resistencia al movimiento, o arrastre, por la fricción y la presión, la separación del flujo y la evaluación de los coeficientes de arrastre y de convección promedios. Se continúa con el *flujo paralelo sobre placas planas*. En el capítulo 6 se resolvieron las ecuaciones de las capas límite para el flujo paralelo, laminar y estacionario sobre una placa plana y se obtuvieron relaciones para el coeficiente de fricción local y el número de Nusselt. Mediante estas relaciones como punto de partida se determinó el coeficiente de fricción promedio y el número de Nusselt. En seguida se extiende el análisis hacia el flujo turbulento sobre placas planas con un tramo inicial no calentado y sin éste.

A continuación se considera el *flujo cruzado alrededor de cilindros y esferas* y se presentan gráficas y correlaciones empíricas para los coeficientes de arrastre y los números de Nusselt, y se discute su significado. Por último, se considera el *flujo cruzado sobre bancos de tubos* en configuraciones alineadas y escalonadas y se presentan correlaciones para la caída de presión y el número de Nusselt promedio para ambas configuraciones.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Distinguir entre flujo interno y externo;
- Desarrollar una comprensión intuitiva del arrastre por la fricción y el arrastre por la presión, y evaluar los coeficientes promedio de arrastre y de convección en el flujo externo;
- Evaluar el arrastre y la transferencia de calor asociados con el flujo sobre una placa plana, tanto para el flujo laminar como para el turbulento;
- Calcular la fuerza de arrastre ejercida sobre cilindros por el flujo cruzado, así como el coeficiente promedio de transferencia de calor, y
- Determinar la caída de presión y el coeficiente promedio de transferencia de calor asociados con el flujo a través de un banco de tubos, tanto para la configuración en línea como para la configuración escalonada.

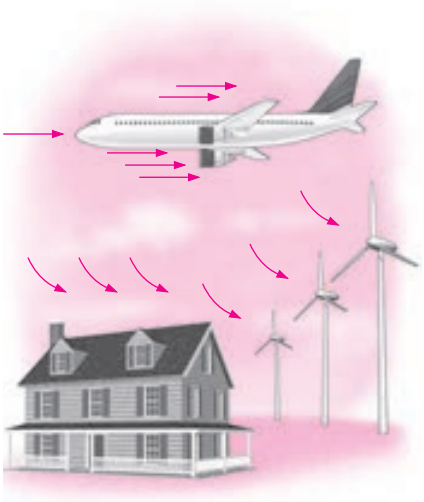


FIGURA 7-1
En la práctica, es común encontrar flujo sobre cuerpos.

7-1 ▪ FUERZA DE RESISTENCIA AL MOVIMIENTO Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL FLUJO EXTERNO

En la práctica con frecuencia se tiene flujo de fluidos sobre cuerpos sólidos, y es responsable de numerosos fenómenos físicos como la *fuerza de resistencia al movimiento*, o *arrastre*, que actúa sobre los automóviles, las líneas de energía eléctrica, los árboles y las tuberías submarinas; la *sustentación* desarrollada por las alas de los aviones y el *enfriamiento* de láminas metálicas o de plástico, de tubos de vapor de agua y de agua caliente, y de alambres extruidos (figura 7.1). Por lo tanto, es importante el desarrollo de una buena comprensión del flujo externo y de la convección forzada externa en el diseño mecánico y térmico de muchos sistemas de ingeniería, como aviones, automóviles, edificios, componentes electrónicos y álabes de turbinas.

Los campos de flujo y las configuraciones geométricas para la mayor parte de los problemas de flujo externo son demasiado complicados para ser resueltos analíticamente y, por lo tanto, se tiene que confiar en las correlaciones basadas en datos experimentales. La disponibilidad de computadoras de alta velocidad ha hecho que sea posible conducir con rapidez series de "experimentaciones numéricas" mediante la solución de las ecuaciones que rigen el proceso y recurrir a las pruebas y experimentación caras y tardadas sólo en las etapas finales del diseño. Este capítulo se apoyará principalmente en relaciones desarrolladas en forma experimental.

La velocidad del fluido en relación con un cuerpo sólido sumergido, suficientemente lejos de éste (fuera de la capa límite) se llama **velocidad del flujo libre**. Suele tomarse como igual a la **velocidad corriente arriba**, V, también llamada **velocidad de aproximación**, la cual es la velocidad del fluido que se aproxima, lejos y adelante del cuerpo. Esta idealización es casi exacta para cuerpos muy delgados, como una placa plana paralela al flujo, pero aproximada para cuerpos redondos o romos, como un cilindro grande. La velocidad del fluido va desde cero en la superficie (la condición de no deslizamiento) hasta el valor del flujo libre, lejos de esa superficie, y el subíndice "infinito" sirve como un recordatorio de que se trata del valor a una distancia, donde no se siente la presencia del cuerpo. En general, la velocidad corriente arriba puede variar con el lugar y el tiempo (por ejemplo, el viento que sopla de uno a otro lados de un edificio). Pero en el diseño y el análisis, suele suponerse por conveniencia que la velocidad corriente arriba es *uniforme* y *estacionaria* y esto es lo que se hará en este capítulo.

Resistencia al movimiento debida a la fricción y la presión

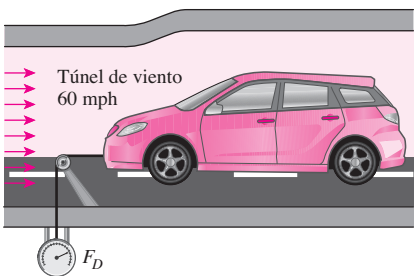


FIGURA 7-2
Esquema para medir la fuerza de resistencia al movimiento sobre un automóvil en un túnel de viento.

Es una experiencia común que un cuerpo encuentre alguna resistencia cuando se le fuerza a moverse a través de un fluido, en especial si se trata de un líquido. Puede ser que el lector haya visto vientos fuertes derribando árboles, líneas de alta tensión e, incluso, remolques, o haya sentido el fuerte "empuje" que ejerce el viento sobre su cuerpo; experimenta la misma sensación cuando extiende su brazo hacia fuera de la ventana de un automóvil en movimiento. La fuerza en la dirección del flujo que ejerce un fluido cuando se desplaza sobre un cuerpo se llama **arrastre** (figura 7-2).

Un fluido en reposo sólo ejerce fuerzas de presión perpendiculares a la superficie de un cuerpo sumergido en él. Sin embargo, un fluido en movimiento también ejerce fuerzas cortantes tangenciales a la superficie debido a la condición de no deslizamiento causada por los efectos viscosos. En general, estas dos fuerzas tienen componentes en la dirección del flujo y, de este modo, la fuerza de resistencia al movimiento se debe a los efectos combinados de

la presión y de las fuerzas cortantes sobre la pared en la dirección del flujo. Las componentes de la presión y de las fuerzas cortantes en la pared en la dirección perpendicular al flujo tienden a mover al cuerpo en esa dirección y su suma se llama **sustentación**.

En general, tanto la fricción superficial (fuerza cortante en la pared) como la presión contribuyen a la fuerza de resistencia y a la sustentación. En el caso especial de una placa plana delgada, alineada paralelamente a la dirección del flujo, la fuerza de resistencia al movimiento depende sólo de la fuerza cortante en la pared y es independiente de la presión. Sin embargo, cuando la placa plana se coloca perpendicularmente a la dirección del flujo, la fuerza de resistencia depende sólo de la presión y es independiente de la fuerza cortante, ya que el esfuerzo cortante en este caso actúa en la dirección normal al flujo (figura 7-3). Para los cuerpos esbeltos, como las alas, la fuerza cortante actúa casi paralelamente a la dirección del flujo. La fuerza de resistencia para esos cuerpos esbeltos se debe principalmente a fuerzas cortantes (la fricción superficial).

La fuerza de resistencia al movimiento F_D* depende de la densidad ρ del fluido, la velocidad corriente arriba, V, y del tamaño, forma y orientación del cuerpo, entre otras cosas. Las características de resistencia al movimiento de un cuerpo se representan por el **coeficiente de resistencia al movimiento**, o **de arrastre**, adimensional C_D definido como

Coeficiente de resistencia:
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \tag{7-1}$$

donde A es el *área frontal* (el área proyectada sobre un plano perpendicular a la dirección del flujo) para los cuerpos no currentilíneos (cuerpos que tienden a bloquear el flujo). Por ejemplo, el área frontal de un cilindro de diámetro D y longitud L es $A = LD$. Para flujo paralelo sobre placas planas o superficies aerodinámicas delgadas, A es el área superficial. El coeficiente de resistencia al movimiento es principalmente función de la forma del cuerpo, pero también puede depender del número de Reynolds y de la aspereza de la superficie.

La fuerza de resistencia es la ejercida por un fluido sobre un cuerpo en la dirección del flujo debida a los efectos combinados de la fuerza cortante y las fuerzas de presión. La parte de la fuerza de resistencia que se debe directamente a la fuerza cortante en la pared τ_w se llama **resistencia al movimiento**, o **arrastre**, **por la fricción superficial** (o sólo *resistencia al movimiento por la fricción*), ya que es causada por efectos de fricción, y aquella que se debe directamente a la presión P se llama **resistencia al movimiento**, o **arrastre**, **por la presión** (también llamada *resistencia al movimiento por la forma,* debido a su fuerte dependencia de la forma del cuerpo). Cuando se dispone de los coeficientes de resistencia por la fricción y la presión se determina el coeficiente total de resistencia al movimiento simplemente al sumarlos,

$$C_D = C_{D,\text{ fricción}} + C_{D,\text{ presión}} \tag{7-2}$$

La *resistencia por la fricción* es la componente de la fuerza cortante en la dirección del flujo y, por consiguiente, depende de la orientación del cuerpo así como de la magnitud del esfuerzo cortante τ_w. La resistencia al movimiento por la fricción es *cero* para una superficie perpendicular al flujo y es *máxima* para una superficie paralela a éste, ya que en este caso es igual a la fuerza cortante total sobre la superficie. Por lo tanto, para el flujo paralelo sobre una placa plana, el coeficiente de resistencia es igual al *coeficiente de resistencia al movimiento por la fricción* o, simplemente, al *coeficiente de fricción* (figura 7-4). Es decir,

Placa plana:
$$C_D = C_{D,\text{ fricción}} = C_f \tag{7-3}$$

*Nota del RT: El subíndice D viene de la palabra inglesa *drag* que significa arrastre.

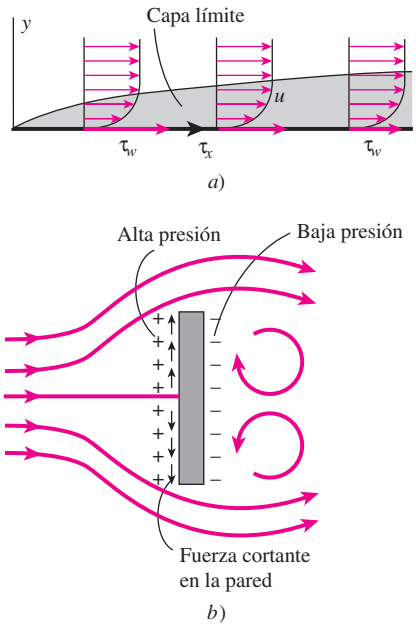


FIGURA 7-3
La fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre una placa plana perpendicular al flujo depende sólo de la presión y es independiente de la fuerza cortante, la cual actúa perpendicularmente al flujo.

$$C_{D,\text{ presión}} = 0$$
$$C_D = C_{D,\text{ fricción}} = C_f$$

$$F_{D,\text{ presión}} = 0$$
$$F_D = F_{D,\text{ fricción}} = F_f = C_f A \frac{\rho V^2}{2}$$

FIGURA 7-4
Para el flujo paralelo sobre una placa plana, la fuerza de resistencia por la presión es cero y, por lo tanto, el coeficiente de resistencia es igual al coeficiente de fricción, y la fuerza de resistencia al movimiento es igual a la fuerza de fricción.

Una vez que se cuenta con el coeficiente de fricción promedio C_f se puede determinar la fuerza de resistencia al movimiento (o fricción) sobre la superficie a partir de la ecuación 7-1. En este caso, A es el área superficial de la placa expuesta al flujo del fluido. Cuando los dos lados de una placa delgada están sujetos al flujo, A se convierte en el área total de las superficies superior e inferior. Note que, en general, el coeficiente de fricción variará con la ubicación a lo largo de la superficie.

La resistencia por la fricción depende fuertemente de la viscosidad, y un fluido "idealizado" con viscosidad cero produciría resistencia cero por la fricción, dado que el esfuerzo cortante sería cero. En este caso, la resistencia al movimiento por la presión también sería cero en el flujo estacionario, sin importar la forma del cuerpo, ya que no habría pérdidas de presión. Para el flujo en la dirección horizontal, por ejemplo, la presión a lo largo de una recta horizontal será constante (precisamente como en los fluidos en reposo) puesto que la velocidad corriente arriba es constante y, de este modo, no se tendrá fuerza neta de presión al actuar sobre el cuerpo en la dirección horizontal. Por lo tanto, la resistencia total es cero para el caso del flujo de un fluido ideal no viscoso.

A bajos números de Reynolds, la mayor parte de la resistencia al movimiento se debe a la resistencia por la fricción. Éste es el caso para los cuerpos altamente aerodinámicos como perfiles de ala de avión. La resistencia por la fricción también es proporcional al área superficial. Por lo tanto, los cuerpos con un área superficial más grande experimentarán mayor resistencia por la fricción. Por ejemplo, los aviones comerciales grandes reducen su área superficial total y, de este modo, la resistencia al movimiento, al replegar las extensiones de sus alas cuando llegan a las altitudes de crucero, con el fin de ahorrar combustible. En el flujo laminar el coeficiente de resistencia por la fricción es independiente de la *aspereza superficial*, pero en el flujo turbulento es fuerte función de esa aspereza, debido a las irregularidades de la superficie que penetran la capa límite más profundamente.

El arrastre por presión es proporcional al área frontal y a la *diferencia* entre las presiones que actúan sobre el frente y la parte posterior del cuerpo sumergido. Por lo tanto, el arrastre por presión suele ser dominante para los cuerpos romos, despreciable para los alargados, como los perfiles aerodinámicos, y de valor cero para las placas planas paralelas al flujo.

FIGURA 7-5
Separación en el flujo sobre una pelota de tenis y la región de la estela.
Cortesía de la NASA y de Cislunar Aerospace, Inc.

Cuando un fluido se separa de un cuerpo, forma una región separada entre ese cuerpo y la corriente de fluido. Esta región de baja presión que está detrás del cuerpo en donde ocurren la recirculación y los contraflujos se conoce como **región de separación**. Entre mayor sea la región separada, mayor es el arrastre por presión. Los efectos de la separación del flujo se sienten lejos corriente abajo, en forma de velocidad reducida (en relación con la velocidad corriente arriba). La región del flujo que va detrás del cuerpo, en donde se sienten los efectos del cuerpo sobre la velocidad, se llama **estela** (figura 7-5). La región de separación llega a un fin cuando vuelven a unirse las corrientes del flujo. Por lo tanto, la región separada es un volumen encerrado, en tanto que la estela se prolonga detrás del cuerpo hasta que el fluido en la región de la estela vuelve a adquirir su velocidad que tuvo antes de encontrarse con el cuerpo, y el perfil de velocidad se hace casi plano una vez más. Los efectos viscosos y de rotación son los más significativos en la capa límite, la región de separación y la estela.

Transferencia de calor

Los fenómenos que afectan la fuerza de resistencia al movimiento también afectan la transferencia de calor y este efecto aparece en el número de Nusselt. En el capítulo 6 se demostró que mediante la eliminación de las dimensiones en las ecuaciones de la capa límite los números local y promedio de Nusselt tienen la forma funcional

$$\mathrm{Nu}_x = f_1(x^*, \mathrm{Re}_x, \mathrm{Pr}) \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu} = f_2(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \tag{7-4a, b}$$

Los datos experimentales para la transferencia de calor a menudo se representan de manera conveniente con precisión razonable mediante una simple relación de la ley de las potencias de la forma

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m \mathrm{Pr}^n \tag{7-5}$$

donde m y n son exponentes constantes y el valor de la constante C depende de la configuración geométrica y del flujo.

La temperatura del fluido en la capa límite térmica varía desde T_s, en la superficie, hasta alrededor de T_∞, en el borde exterior de esa capa. Las propiedades del fluido también varían con la temperatura y, por consiguiente, con la posición a lo largo de la capa límite. Para tomar en consideración la variación de las propiedades con la temperatura, las propiedades del fluido suelen evaluarse a la llamada **temperatura de película**, definida como

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \tag{7-6}$$

la cual es el *promedio aritmético* de las temperaturas de la superficie y del flujo libre. De esta forma, se supone que las propiedades del fluido se mantienen constantes en esos valores a lo largo de todo el flujo. Una manera alternativa de considerar la variación de las propiedades con la temperatura es evaluar todas esas propiedades a la temperatura del flujo libre y multiplicar el número de Nusselt obtenido de la ecuación 7-5 por $(\mathrm{Pr}_\infty/\mathrm{Pr}_s)^r$ o $(\mu_\infty/\mu_s)^r$, donde r es una constante determinada en forma experimental.

Los coeficientes locales de resistencia al movimiento y de convección varían a lo largo de la superficie como resultado de los cambios en las capas límite de velocidad en la dirección del flujo. Por lo común se está interesado en la fuerza de resistencia y la razón de la transferencia de calor para la superficie *completa*, las cuales se pueden determinar mediante los coeficientes de fricción y de convección *promedio*. Por lo tanto, se presentan correlaciones tanto para los coeficientes locales (identificados con el subíndice x) y los de fricción y de convección promedio. Cuando se cuenta con las relaciones para los coeficientes de fricción y de convección locales, se pueden determinar los coeficientes de fricción y de convección *promedio* por integración a partir de

$$C_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\,dx \tag{7-7}$$

y

$$h = \frac{1}{L}\int_0^L h_x\,dx \tag{7-8}$$

Cuando se dispone de los coeficientes de resistencia y de convección promedio, se puede determinar la fuerza de resistencia a partir de la ecuación 7-1, y la razón de la transferencia de calor hacia la superficie isotérmica, o desde ésta, se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) \tag{7-9}$$

donde A_s es el área superficial.

7-2 ▪ FLUJO PARALELO SOBRE PLACAS PLANAS

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una placa plana de longitud L en la dirección del flujo, como se muestra en la figura 7-6. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde el borde de ataque, en la dirección del flujo. El fluido se aproxima a la placa en la dirección x con una velocidad uniforme V, y temperatura T_∞. El flujo en la capa límite de velocidad se inicia como laminar, pero si la placa es suficientemente larga, el flujo se vol-

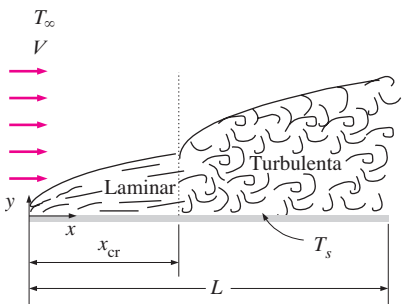


FIGURA 7-6
Regiones laminar y turbulenta de la capa límite en el flujo sobre una placa plana.

verá turbulento a una distancia x_{cr} a partir del borde de ataque, donde el número de Reynolds alcanza su valor crítico para la transición.

La transición de flujo laminar hacia turbulento depende de la *configuración geométrica de la superficie*, de su *aspereza*, de la *velocidad corriente arriba*, de la *temperatura de superficie* y del *tipo de fluido*, entre otras cosas, y se le caracteriza de la mejor manera por el número de Reynolds. El número de Reynolds a una distancia x desde el borde de ataque de una placa plana se expresa como

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{V x}{\nu} \tag{7-10}$$

Nótese que el valor del número de Reynolds varía para una placa plana a lo largo del flujo, hasta llegar a $\mathrm{Re}_L = VL/\nu$ al final de la misma.

Para un flujo sobre una placa plana, la transición del flujo de laminar a turbulento empieza alrededor de $\mathrm{Re} \cong 1 \times 10^5$, pero no se vuelve por completo turbulento antes de que el número de Reynolds alcance valores mucho más elevados, comúnmente alrededor de 3×10^6. En el análisis de ingeniería, un valor generalmente aceptado para el número crítico de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_{cr} = \frac{\rho V x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5 \tag{7–11}$$

El valor real del número crítico de Reynolds en ingeniería, para una placa plana, puede variar desde 10^5 hasta 3×10^6, dependiendo de la aspereza superficial, el nivel de turbulencia y la variación de la presión a lo largo de la superficie.

Coeficiente de fricción

Con base en el análisis, en el capítulo 6 se determinó que el espesor de la capa límite y el coeficiente de fricción local en la ubicación x para el flujo laminar sobre una placa plana, son

$$\textit{Laminar:} \qquad \delta = \frac{4.91x}{\mathrm{Re}_x^{1/2}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.664}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}, \qquad \mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5 \tag{7-12a, b}$$

Las relaciones correspondientes para el flujo turbulento son

$$\textit{Turbulento:} \qquad \delta = \frac{0.38x}{\mathrm{Re}_x^{1/5}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.059}{\mathrm{Re}_x^{1/5}}, \quad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7 \tag{7-13a, b}$$

donde x es la distancia desde el borde de ataque de la placa y $\mathrm{Re}_x = Vx/\nu$ es el número de Reynolds en la ubicación x. Nótese que $C_{f,x}$ es proporcional a $\mathrm{Re}_x^{-1/2}$ y, por consiguiente, a $x^{-1/2}$, para el flujo laminar. Por lo tanto, supuestamente $C_{f,x}$ es *infinito* en el borde de ataque ($x = 0$) y disminuye en un factor de $x^{-1/2}$ en la dirección del flujo. Los coeficientes de fricción locales son más elevados en el flujo turbulento que en el laminar, debido al intenso mezclado que ocurre en la capa límite turbulenta. Nótese que $C_{f,x}$ alcanza sus valores más altos cuando el flujo se vuelve por completo turbulento y, a continuación, decrece en un factor de $x^{-1/5}$ en la dirección del flujo.

El coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa se determina por la sustitución, en la ecuación 7-7, de las relaciones antes dadas y mediante las integraciones (figura 7-7). Se obtiene

$$\textit{Laminar:} \qquad C_f = \frac{1.33}{\mathrm{Re}_L^{1/2}} \qquad \mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5 \tag{7-14}$$

$$\textit{Turbulenta:} \qquad C_f = \frac{0.074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}} \qquad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \tag{7-15}$$

La primera relación da el coeficiente de fricción promedio para la placa completa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. La segunda lo da para la placa completa sólo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la re-

$$\begin{aligned}
C_f &= \frac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\,dx \\
&= \frac{1}{L}\int_0^L \frac{0.664}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}\,dx \\
&= \frac{0.664}{L}\int_0^L \left(\frac{Vx}{\nu}\right)^{-1/2} dx \\
&= \frac{0.664}{L}\left(\frac{V}{\nu}\right)^{-1/2} \left.\frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}}\right|_0^L \\
&= \frac{2 \times 0.664}{L}\left(\frac{V}{\nu L}\right)^{-1/2} \\
&= \frac{1.328}{\mathrm{Re}_L^{1/2}}
\end{aligned}$$

FIGURA 7-7
El coeficiente de fricción promedio sobre una superficie se determina por la integración del coeficiente de fricción local sobre la superficie completa. Los valores mostrados aquí son para la capa límite de placa laminar plana.

gión de flujo laminar es demasiado pequeña en relación con la región de flujo turbulento (es decir, $x_{cr} \ll L$).

En algunos casos una placa plana es suficientemente larga como para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para descartar la región del flujo laminar. En esos casos, el coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa se determina mediante la integración dada en la ecuación 7-7 sobre dos partes: use ecuación 7-12*b* para la región laminar $0 \le x \le x_{cr}$ y la ecuación 7-13*b*) para la región turbulenta $x_{cr} < x \le L$, como

$$C_f = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_{cr}} C_{f,x\ \text{laminar}}\, dx + \int_{x_{cr}}^{L} C_{f,x,\ \text{turbulenta}}\, dx\right) \qquad \textbf{(7-16)}$$

Nótese que se incluye la región de transición como la turbulenta. Una vez más, tomando el número crítico de Reynolds como $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$ y al realizar las integraciones de la ecuación 7-16, después de sustituir las expresiones indicadas, se determina que el coeficiente de fricción *promedio* sobre la placa completa es

$$C_f = \frac{0.074}{\text{Re}_L^{1/5}} - \frac{1\,742}{\text{Re}_L} \qquad 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7 \qquad \textbf{(7-17)}$$

La ecuación 7-17 para una capa límite completamente turbulenta ($\text{Re}_{cr} = 0$) o una muy corta x_{cr}($L \gg x_{cr}$ o $\text{Re}_L \gg \text{Re}_{cr}$) se simplifica a la ecuación para flujo turbulento, la ecuación 7-15. La ecuación 7-17 para una capa límite completamente turbulenta ($\text{Re}_{cr} = 0$) o una muy corta x_{cr}($L \gg x_{cr}$ o $\text{Re}_L \gg \text{Re}_{cr}$), se simplifica a la ecuación para flujo turbulento, ecuación 7-15. Las constantes en esta relación serán diferentes para números de Reynolds críticos diferentes. Asimismo, se supone que las superficies son *lisas* y en el flujo libre *no se tiene turbulencia*. Para el flujo laminar, el coeficiente de fricción sólo depende del número de Reynolds y la aspereza superficial no tiene efecto. No obstante, para el flujo turbulento, la aspereza de la superficie hace que el coeficiente se multiplique varias veces, hasta el punto de que en el régimen completamente llamado rugoso el coeficiente de fricción sólo es función de la aspereza de la superficie y es independiente del número de Reynolds (figura 7-8). Éste es el caso también en el flujo en ductos.

En este régimen, Schlichting da un ajuste de curva obtenida a partir de datos experimentales para el coeficiente de fricción promedio como

Superficie áspera, turbulenta: $$C_f = \left(1.89 - 1.62 \log \frac{\varepsilon}{L}\right)^{-2.5} \qquad \textbf{(7-18)}$$

donde ε es la aspereza superficial y L es la longitud de la placa en la dirección del flujo. A falta de una mejor relación, se puede usar la anterior para el flujo turbulento sobre superficies ásperas para $\text{Re} > 10^6$, en especial cuando $\varepsilon/L > 10^{-4}$.

Aspereza relativa, ε/L	Coeficiente de fricción, C_f
0.0*	0.0029
1×10^{-5}	0.0032
1×10^{-4}	0.0049
1×10^{-3}	0.0084

*Superficie lisa para $\text{Re} = 10^7$. Los demás valores calculados a partir de la ecuación 7-18, para flujo completamente rugoso.

FIGURA 7-8
Para el flujo turbulento la aspereza superficial puede hacer que el coeficiente de fricción aumente varias veces.

Coeficiente de transferencia de calor

En el capítulo 6, mediante la solución de la ecuación diferencial de la energía, se determinó que el número local de Nusselt en una ubicación x, para el flujo laminar sobre una placa plana, es

Laminar: $$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\, \text{Re}_x^{0.5}\, \text{Pr}^{1/3} \qquad \text{Pr} > 0.6,\ \ \text{Re}_x < 5 \times 10^5 \qquad \textbf{(7-19)}$$

La relación correspondiente para el flujo turbulento es

Turbulento: $$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296\, \text{Re}_x^{0.8}\, \text{Pr}^{1/3} \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \text{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_x \le 10^7 \end{array} \qquad \textbf{(7-20)}$$

Nótese que h_x es proporcional a $\text{Re}_x^{0.5}$ y, por lo tanto, a $x^{-0.5}$, para el flujo laminar. Por lo tanto, h_x es *infinito* en el borde de ataque ($x = 0$) y disminuye en un factor de $x^{-0.5}$ en la dirección del flujo. En la figura 7-9 se muestran la va-

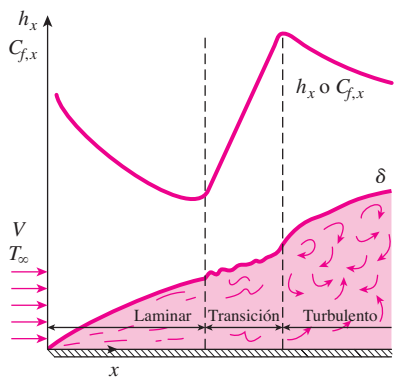


FIGURA 7-9
Variación de los coeficientes locales de fricción y de transferencia de calor para el flujo sobre una placa plana.

riación del espesor de la capa límite δ y los coeficientes de fricción y de transferencia de calor a lo largo de una placa plana isotérmica. Los coeficientes locales de fricción y de transferencia de calor son más altos en el flujo turbulento que en el laminar. Asimismo, h_x alcanza su valor más alto cuando el flujo se vuelve por completo turbulento y, a continuación, decrece en un factor de $x^{-0.2}$ en la dirección del flujo, como se muestra en la figura.

El número de Nusselt *promedio* sobre la placa completa se determina mediante la sustitución de las relaciones antes dadas en la ecuación 7-8 y al efectuar la integración. Se obtiene

$$\textit{Laminar:} \quad \mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664\,\mathrm{Re}_L^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5,\ \mathrm{Pr} > 0.6 \tag{7-21}$$

$$\textit{Turbulenta:} \quad \mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037\,\mathrm{Re}_L^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \end{array} \tag{7-22}$$

La primera relación da el coeficiente de transferencia de calor promedio para la placa completa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. Observe que el número de Nussel promedio sobre la totalidad de la placa en el caso de flujo laminar es dos veces el valor del número de Nusselt local al final de la placa, $\mathrm{Nu}_L = \mathrm{Nu}_{x=L}$ o $h_L = h_{x=L}$. Esto sólo aplica al flujo laminar y no al flujo turbulento. La segunda relación lo da para la placa completa sólo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la región del flujo laminar de esta última es demasiado pequeña en relación con la región del flujo turbulento.

En algunos casos una placa plana es suficientemente larga como para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para descartar la región del flujo laminar. En esos casos, el coeficiente de transferencia de calor *promedio* sobre la placa completa se determina al realizar la integración dada en la ecuación 7-8 sobre dos partes, emplee la ecuación 7-21 para la región laminar $0 \leqslant x \leqslant x_{cr}$ y la ecuación 7-22 para la región turbulenta $x_{cr} \leqslant x \leqslant L$ como

$$h = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_{cr}} h_{x,\ \mathrm{laminar}}\,dx + \int_{x_{cr}}^{L} h_{x,\ \mathrm{turbulenta}}\,dx\right) \tag{7-23}$$

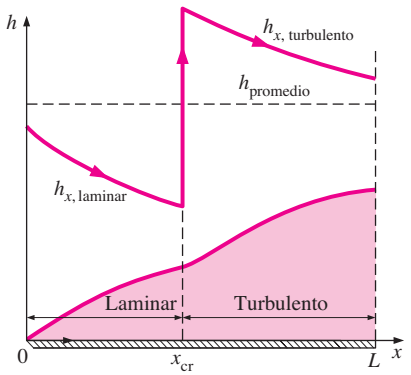


FIGURA 7-10
Representación gráfica del coeficiente de transferencia de calor promedio para una placa plana con flujos laminar y turbulento combinados.

Una vez más, se toma el número crítico de Reynolds como $\mathrm{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$ y al realizar las integraciones en la ecuación 7-23, después de sustituir las expresiones indicadas, se determina que el número *promedio* de Nusselt sobre la placa *completa* es (figura 7-10)

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = (0.037\,\mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \end{array} \tag{7-24}$$

Para una capa límite completamente turbulenta ($\mathrm{Re}_{cr} = 0$) o una muy corta x_{cr} ($L \gg x_{cr}$ o $\mathrm{Re}_L \gg \mathrm{Re}_{cr}$), la ecuación 7-24 se simplifica para la ecuación del flujo turbulento, la ecuación 7-22. Las constantes en la ecuación 7-24 serán diferentes para diferentes números críticos de Reynolds.

Los *metales líquidos*, como el mercurio, tienen conductividades térmicas elevadas y por lo común se usan en aplicaciones que requieren altas razones de transferencia de calor. Sin embargo, tienen números de Prandtl muy pequeños y, por consiguiente, la capa límite térmica se desarrolla con mayor facilidad que la de velocidad. Entonces, se puede suponer que la velocidad en la capa límite térmica es constante en el valor del flujo libre y resolver la ecuación de la energía. Esto da

$$\mathrm{Nu}_x = 0.565(\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr})^{1/2} = 0.565\mathrm{Pe}_x^{1/2} \quad \mathrm{Pr} \le 0.05,\ \mathrm{Pe}_x \ge 100 \tag{7-25}$$

donde $\mathrm{Pe}_x = \mathrm{Re}_x\mathrm{Pr}$ es el **número adimensional de Peclet** (figura 7-11).

Resulta conveniente tener una sola correlación que se aplique a *todos los fluidos*, incluidos los metales líquidos. Mediante el ajuste de una curva obtenida con datos ya existentes, Churchill y Ozoe (1973) propusieron la siguiente relación, la cual es aplicable para *todos los números de Prandtl* y se afirma que es exacta hasta ±1%,

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387\ \mathrm{Pr}^{1/3}\ \mathrm{Re}_x^{1/2}}{[1 + (0.0468/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \quad \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr} \geq 100 \tag{7-26}$$

Estas relaciones se han obtenido para el caso de superficies *isotérmicas* pero también podrían usarse de manera aproximada para el caso de las que no lo son, al suponer la temperatura superficial constante en algún valor promedio. Asimismo, se supone que las superficies son *lisas* y que en la corriente libre *no hay turbulencia*. Se puede tomar en cuenta el efecto de las propiedades variables al evaluar todas las propiedades a la temperatura de película.

FIGURA 7-11
Jean Claude Eugene Peclet (1793-1857), físico francés nacido en Besançon, Francia. Fue uno de los primeros académicos de la École Normale de Paris. Sus publicaciones se hicieron famosas por la claridad de su estilo, visiones agudas y experimentos bien desarrollados. El **número adimensional de Peclet** fue bautizado así en su honor.
École Centrale Paris

Placa plana con tramo inicial no calentado

Hasta ahora se ha limitado esta consideración a situaciones para las cuales toda la placa está calentada desde el borde de ataque. Pero en muchas aplicaciones prácticas intervienen superficies con una sección inicial no calentada de longitud ξ, mostrada en la figura 7-12 y, como consecuencia, no existe transferencia de calor para $0 < x < \xi$. En esos casos, la capa límite de velocidad se empieza a desarrollar en el borde de ataque ($x = 0$), pero la térmica se desarrolla donde se inicia el calentamiento ($x = \xi$).

Considere una placa plana cuya sección calentada se mantiene a una temperatura constante ($T = T_s$, constante para $x > \xi$). Mediante métodos de solución integrales (véase Kays y Crawford, 1994), se determina que los números de Nusselt locales, tanto para los flujos laminares como para los turbulentos, son

Laminar:
$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi=0)}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \frac{0.332\ \mathrm{Re}_x^{0.5}\ \mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} \tag{7-27}$$

Turbulento:
$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi=0)}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \frac{0.0296\ \mathrm{Re}_x^{0.8}\ \mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} \tag{7-28}$$

para $x > \xi$. Nótese que para $\xi = 0$, estas relaciones se reducen a $\mathrm{Nu}_{x(\text{para } \xi = 0)}$, la cual es la relación del número de Nusselt para una placa plana sin un tramo inicial no calentado. Por lo tanto, los términos entre corchetes en el denominador sirven como factores de corrección para las placas con tramos iniciales no calentados.

La determinación del número de Nusselt promedio para la sección calentada de una placa requiere la integración de las relaciones antes dadas del número de Nusselt local, lo cual no se puede realizar en forma analítica. Por lo tanto, las integraciones se deben efectuar numéricamente. Los resultados de las integraciones numéricas se han correlacionado para los coeficientes de convección promedio [Thomas (1977)] como

Laminar:
$$h = \frac{2[1 - (\xi/x)^{3/4}]}{1 - \xi/L}\, h_{x=L} \tag{7-29}$$

Turbulento:
$$h = \frac{5[1 - (\xi/x)^{9/10}]}{4(1 - \xi/L)}\, h_{x=L} \tag{7-30}$$

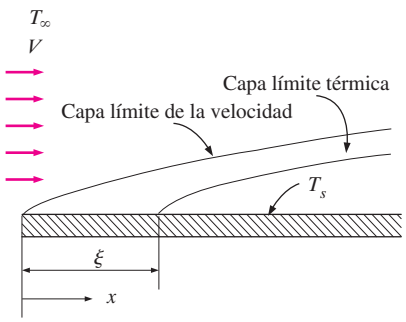


FIGURA 7-12
Flujo sobre una placa plana con un tramo inicial no calentado.

La primera relación da el coeficiente de convección promedio para la sección completa calentada de la placa cuando el flujo es laminar sobre toda la placa. Note que para $\xi = 0$, se reduce a $h_L = 2h_{x=L}$, como era de esperarse. La se-

gunda relación da ese coeficiente promedio para el caso de flujo turbulento sobre toda la placa, o cuando la región del flujo laminar de esta última es pequeña en relación con la región turbulenta.

Flujo uniforme de calor

Cuando una placa plana se sujeta a *flujo uniforme de calor* en lugar de a temperatura uniforme, el número de Nusselt local se expresa por

Laminar: $\mathrm{Nu}_x = 0.453\,\mathrm{Re}_x^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Pr} > 0.6, \qquad \mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5$ **(7-31)**

Turbulento: $\mathrm{Nu}_x = 0.0308\,\mathrm{Re}_x^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60, \qquad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7$ **(7-32)**

Estas relaciones dan valores que son 36% más altos para el flujo laminar y 4% más altos para el turbulento, en relación con el caso de la placa isotérmica. Cuando la placa comprende un tramo inicial no calentado, todavía se pueden usar las relaciones desarrolladas para el caso de temperatura de superficie uniforme, siempre y cuando se usen las ecuaciones 7-31 y 7-32 en vez de $\mathrm{Nu}_{x(\text{para } \xi = 0)}$ que aparece en las ecuaciones 7-27 y 7-28, respectivamente.

Cuando se prescribe el flujo de calor $\dot{q}_s$, la razón de la transferencia de calor hacia la placa, o desde ésta, y la temperatura superficial a una distancia x se determinan a partir de

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s \tag{7-33}$$

y

$$\dot{q}_s = h_x[T_s(x) - T_\infty] \qquad \rightarrow \qquad T_s(x) = T_\infty + \frac{\dot{q}_s}{h_x} \tag{7-34}$$

donde A_s es el área superficial de transferencia de calor.

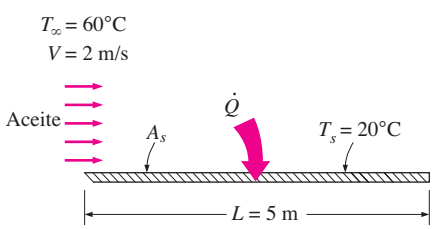


FIGURA 7-13
Esquema para el ejemplo 7-1.

EJEMPLO 7-1 Flujo de aceite caliente sobre una placa plana

Aceite para motor a 60°C fluye sobre la superficie superior de una placa plana de 5 m de largo cuya temperatura es de 20°C, con una velocidad de 2 m/s (figura 7-13). Determine, para la placa completa, la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

SOLUCIÓN Aceite para motor fluye sobre una placa plana. Deben determinarse la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

Suposiciones **1** El flujo es estacionario e incompresible. **2** El número de Reynolds crítico es $\mathrm{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$.

Propiedades Las propiedades del aceite para motor a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (20 + 60)/2 = 40°C$ son (tabla A-13):

$$\rho = 876 \text{ kg/m}^3 \qquad \mathrm{Pr} = 2\,962$$

$$k = 0.1444 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \nu = 2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Análisis Puesto que $L = 5$ m, el número de Reynolds al final de la placa es

$$\mathrm{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(5 \text{ m})}{2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.024 \times 10^4$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico. Por consiguiente, se tiene *flujo laminar* sobre la placa completa y el coeficiente de fricción promedio es

$$C_f = 1.33\,\mathrm{Re}_L^{-0.5} = 1.33 \times (4.024 \times 10^4)^{-0.5} = 0.00663$$

Dado que el arrastre por presión es cero, de donde $C_D = C_f$ para el flujo paralelo sobre una placa plana, la fuerza de arrastre que actúa sobre ésta por unidad de ancho queda

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = 0.00663(5 \times 1\ \text{m}^2)\frac{(876\ \text{kg/m}^3)(2\ \text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2}\right) = \mathbf{58.1\ N}$$

Se puede determinar la fuerza total de resistencia al movimiento que actúa sobre la placa completa al multiplicar el valor que acaba de obtenerse por el ancho de la placa.

Esta fuerza por unidad de ancho corresponde al peso de una masa de alrededor de 6 kg. Por lo tanto, una persona que aplique una fuerza igual y opuesta a la placa para impedir que se mueva tendrá la sensación de estar usando tanta fuerza como la necesaria para impedir que caiga una masa de 6 kg.

De manera análoga, el número de Nusselt se determina al usar las relaciones del flujo laminar para una placa plana,

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664\ \text{Re}_L^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (4.024 \times 10^4)^{0.5} \times 2\,962^{1/3} = 1\,913$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L}\text{Nu} = \frac{0.1444\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}}{5\ \text{m}}(1\,913) = 55.25\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_\infty - T_s) = (55.25\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(5 \times 1\ \text{m}^2)(60 - 20){}^\circ\text{C} = \mathbf{11\,050\ W}$$

Discusión Note que la transferencia de calor siempre es desde el medio a la temperatura más alta hacia el de temperatura más baja. En este caso, es del aceite hacia la placa. La razón de la transferencia de calor es por m de ancho de la placa. Se puede obtener la transferencia de calor para la placa completa al multiplicar el valor obtenido por el ancho real de dicha placa.

EJEMPLO 7-2 Descongelar hielo del parabrisas de un automóvil

Para descongelar el hielo acumulado en la superficie exterior del parabrisas de un automóvil, se aplica aire caliente sobre la superficie interna del parabrisas. Considere el parabrisas de un automóvil (k_w = 1.4 W/m · K) con una altura general de 0.5 m y un espesor de 5 mm (figura 7-14). La temperatura ambiente del aire exterior (1 atm) es de −20°C y la velocidad promedio del flujo de aire sobre la superficie externa del parabrisas es de 80 km/h, mientras que la temperatura ambiente dentro del automóvil es de 25°C. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección, para el aire caliente que sopla sobre la superficie interna del parabrisas, necesario para ocasionar que el hielo acumulado comience a derretirse. Asuma que la superficie del parabrisas puede tratarse como la superficie plana de una placa.

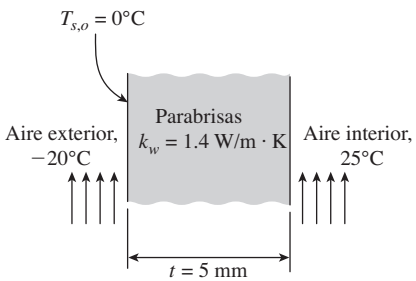


FIGURA 7-14
Esquema para el ejemplo 7-2.

SOLUCIÓN Se utiliza para descongelar aire caliente aplicado sobre la superficie interna de un parabrisas. Se debe determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección interna requerido para que el hielo acumulado comience a derretirse.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estacionarias. **2** La transferencia de calor a través del parabrisas es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas son constantes. **4** Se descarta la transferencia de calor por radiación. **5** La presión del aire exterior es de 1 atm. **6** El número de Reynolds crítico es $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de T_f = (−20°C + 0°C)/2 = −10°C son k = 0.02288 W/m · K, $\nu = 1.252 \times 10^{-5}$ m²/s y Pr = 0.7387 (de la tabla A-15).

Análisis Sobre la superficie externa del parabrisas, el número de Reynolds a $L = 0.5$ es

$$\mathrm{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(80/3.60\ \mathrm{m/s})(0.5\ \mathrm{m})}{1.252 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}} = 8.875 \times 10^5$$

Dado que $5 \times 10^5 < \mathrm{Re}_L < 10^7$ el flujo es combinado de un flujo laminar y turbulento. Mediante la relación adecuada para el número de Nusselt, el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre la superficie externa del parabrisas es

$$\mathrm{Nu}_o = \frac{h_o L}{k} = (0.037\mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\mathrm{Pr}^{1/3} = [0.037(8.875 \times 10^5)^{0.8} - 871](0.7387)^{1/3} = 1\ 131$$

$$h_o = 1\ 131\ \frac{k}{L} = 1\ 131\frac{0.02288\ \mathrm{W/m \cdot K}}{0.5\ \mathrm{m}} = 51.75\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}$$

A partir del balance de energía, la transferencia de calor a través del espesor del parabrisas puede escribirse como

$$\frac{T_{\infty,o} - T_{s,o}}{1/h_o} = \frac{T_{s,o} - T_{\infty,i}}{t/k_w + 1/h_i}$$

Para que el hielo comience a derretirse, la temperatura superficial externa del parabrisas ($T_{s,o}$) debe ser de al menos 0°C. Entonces, el coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire caliente que sopla sobre la superficie interna del parabrisas debe ser

$$\begin{aligned} h_i &= \left(\frac{1}{h_o}\frac{T_{s,o} - T_{\infty,i}}{T_{\infty,o} - T_{s,o}} - \frac{t}{k_w}\right)^{-1} \\ &= \left[\frac{(0 - 25)^\circ\mathrm{C}}{(-20-0)^\circ\mathrm{C}}\left(\frac{1}{51.75\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}}\right) - \frac{0.005\ \mathrm{m}}{1.4\ \mathrm{W/m \cdot K}}\right]^{-1} \\ &= \mathbf{48.6\ W/m^2 \cdot K} \end{aligned}$$

Discusión En situaciones prácticas, la temperatura ambiente y el coeficiente de transferencia de calor por convección fuera del automóvil varía con las condiciones ambientales y la velocidad del automóvil. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor por convección del aire caliente necesario para derretir el hielo, también debe variar. Esto se logra ajustando la razón del flujo de aire caliente y su temperatura.

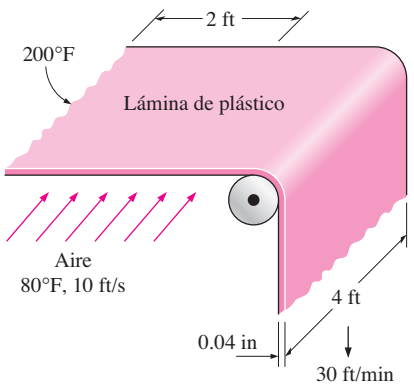


FIGURA 7-15
Esquema para el ejemplo 7-3.

EJEMPLO 7-3 **Enfriamiento de láminas de plástico por aire forzado**

De la sección de formado de una planta de plásticos sale una lámina continua de plástico que tiene 4 ft de ancho y 0.04 in de espesor, a una velocidad de 30 ft/min. La temperatura de la lámina es de 200°F cuando se expone al aire circundante y una sección de 2 ft de largo de ella se sujeta a flujo de aire a 80°F y con una velocidad de 10 ft/s, que fluye sobre ambos lados a lo largo de las superficies perpendicularmente a la dirección del movimiento de la propia lámina, como se muestra en la figura 7-15. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor de la lámina de plástico hacia el aire por convección forzada y radiación, y *b*) la temperatura de la lámina al final de la sección de enfriamiento. Tome la densidad, el calor específico y la emisividad de la lámina como $\rho = 75$ lbm/ft³, $c_p = 0.4$ Btu/lbm · °F y $\varepsilon = 0.9$.

SOLUCIÓN Las láminas de plástico se enfrían conforme salen de la sección de formado de una planta de plásticos. Se deben determinar la razón de la pérdida de calor de la lámina, por convección y radiación, y la temperatura de salida de esa lámina.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El número de Reynolds crítico es $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$. **3** El aire es un gas ideal. **4** La presión atmosférica local es de 1 atm. **5** Las superficies circundantes están a la temperatura del aire ambiental.

Propiedades En el enunciado del problema se dan las propiedades de la lámina de plástico. Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (200 + 80)/2 = 140°\text{F}$ y 1 atm de presión son (tabla A-15E)

$$k = 0.01623 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F} \qquad \text{Pr} = 0.7202$$
$$\nu = 0.204 \times 10^{-3} \text{ ft}^2/\text{s}$$

Análisis *a*) Se espera que la temperatura de la lámina caiga un tanto a medida que pasa a través de la sección de enfriamiento de 2 ft de largo, pero en este punto no se conoce la magnitud de esa caída. Por lo tanto, para empezar, se supone que la lámina es isotérmica a 200°F. Si es necesario, se repetirán los cálculos para tomar en cuenta la caída de temperatura de la lámina.

Dado que $L = 4$ ft, el número de Reynolds al final del flujo de aire sobre la lámina es

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(10 \text{ ft/s})(4 \text{ ft})}{0.204 \times 10^{-3} \text{ ft}^2/\text{s}} = 1.961 \times 10^5$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico. Por lo tanto, se tiene *flujo laminar* sobre toda la lámina y el número de Nusselt se determina a partir de las relaciones del flujo laminar para una placa plana como

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{ Re}_L^{0.5} \text{ Pr}^{1/3} = 0.664 \times (1.961 \times 10^5)^{0.5} \times (0.7202)^{1/3} = 263.6$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L}\text{Nu} = \frac{0.01623 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F}}{4 \text{ ft}}(263.6) = 1.07 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot °\text{F}$$

$$A_s = (2 \text{ ft})(4 \text{ ft})(2 \text{ lados}) = 16 \text{ ft}^2$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{conv}} &= hA_s(T_s - T_\infty)\\ &= (1.07 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot °\text{F})(16 \text{ ft}^2)(200 - 80)°\text{F}\\ &= 2\,054 \text{ Btu/h}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{alred}} &= \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)\\ &= (0.9)(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4)(16 \text{ ft}^2)[(660 \text{ R})^4 - (540 \text{ R})^4]\\ &= 2\,585 \text{ Btu/h}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la razón de enfriamiento de la lámina de plástico por convección y radiación combinadas es

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = 2\,054 + 2\,585 = \mathbf{4\,639 \text{ Btu/h}}$$

b) Para hallar la temperatura de la lámina al final de la sección de enfriamiento, se necesita conocer la masa del plástico que sale laminado por unidad de tiempo (o sea, el gasto de masa), la cual se determina a partir de

$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{plástico}} = (75 \text{ lbm/ft}^3)\left(\frac{4 \times 0.04}{12} \text{ ft}^2\right)\left(\frac{30}{60} \text{ ft/s}\right) = 0.5 \text{ lbm/s}$$

Entonces, un balance de energía para la sección enfriada de la lámina de plástico da

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c_p}$$

puesto que $\dot{Q}$ es una cantidad negativa (pérdida de calor) para la lámina y al sustituir, se determina que la temperatura de esa lámina al salir de la sección de enfriamiento es

$$T_2 = 200°\text{F} + \frac{-4\,639 \text{ Btu/h}}{(0.5 \text{ lbm/s})(0.4 \text{ Btu/lbm} \cdot °\text{F})}\left(\frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}}\right) = \mathbf{193.6°F}$$

Discusión La temperatura promedio de la lámina de plástico cae en alrededor de 6.4°F al pasar por la sección de enfriamiento. Ahora se pueden repetir los cálculos al tomar la temperatura promedio de la lámina como de 196.8°F, en lugar de 200°F, para lograr una mayor precisión, pero el cambio en los resultados será insignificante debido al pequeño cambio en la temperatura.

7-3 ▪ FLUJO ALREDEDOR DE CILINDROS Y ESFERAS

En la práctica con frecuencia se encuentra el flujo que pasa alrededor de cilindros y esferas. Por ejemplo, los tubos en un intercambiador de calor de coraza y tubos involucran *flujo interno,* por los tubos, y *flujo externo,* sobre éstos, y los dos flujos deben considerarse en el análisis del intercambiador. Asimismo, muchos deportes como el futbol, el tenis y el golf están relacionados con el flujo sobre pelotas esféricas.

La longitud característica para un cilindro circular o una esfera se toma igual al *diámetro externo D*. Por consiguiente, el número de Reynolds se define como $\text{Re} = \text{Re}_D = VD/\nu$, donde V es la velocidad uniforme del fluido al aproximarse al cilindro o esfera. El número de Reynolds crítico para el flujo que pasa a través de un cilindro circular o una esfera es alrededor de $\text{Re}_{cr} \cong 2 \times 10^5$. Es decir, la capa límite se conserva laminar para más o menos $\text{Re} \lesssim 2 \times 10^5$ y se vuelve turbulenta para $\text{Re} \gtrsim 2 \times 10^5$.

El flujo cruzado sobre un cilindro exhibe patrones complejos, como se muestra en la figura 7-16. El fluido que se aproxima al cilindro se ramifica y rodea al cilindro, formando una capa límite que lo envuelve. Las partículas de fluido sobre el plano medio chocan contra el cilindro en el punto de estancamiento, haciendo que el fluido se detenga por completo y, como consecuencia, elevando la presión en ese punto. La presión disminuye en la dirección del flujo, al mismo tiempo que aumenta la velocidad de este último.

A velocidades muy bajas corriente arriba ($\text{Re} \lesssim 1$), el fluido envuelve por completo al cilindro y los dos brazos del fluido se reúnen al otro lado de éste de manera ordenada. Como consecuencia, el fluido sigue la curvatura del cilindro. A velocidades más altas, el fluido todavía abraza al cilindro en el lado frontal, pero va demasiado rápido como para permanecer adherido a la superficie conforme se aproxima a la parte superior del mismo. Como resultado, la capa lími-

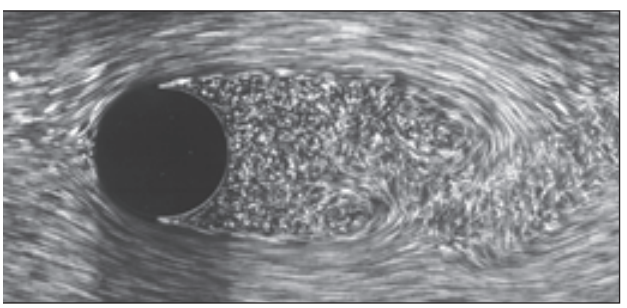


FIGURA 7-16
Separación de capa límite laminar con una estela turbulenta; flujo alrededor de un cilindro circular a un Re = 2 000.

Cortesía de ONERA, fotografía realizada por Werlé.

te se separa de la superficie, formando una región de separación detrás del cilindro. El flujo en la región de la estela se caracteriza por la formación aleatoria de vórtices y presiones mucho más bajas que la del punto de estancamiento.

La naturaleza del flujo alrededor de un cilindro o una esfera afecta intensamente el coeficiente total de resistencia al movimiento C_D. Tanto la *resistencia por la fricción* como la *resistencia por la presión* pueden ser significativas. La presión elevada en la vecindad del punto de estancamiento y la baja en el lado opuesto, en la estela, producen una fuerza neta sobre el cuerpo en la dirección del flujo. La fuerza de resistencia al movimiento se debe principalmente a la resistencia por la fricción, a bajos números de Reynolds (Re $<$ 10), y a la resistencia por la presión, cuando los números son altos (Re $>$ 5 000). Con números de Reynolds intermedios, los dos efectos son significativos.

En la figura 7-17 se dan los coeficientes de resistencia al movimiento promedio C_D para el flujo cruzado alrededor de un solo cilindro circular liso y sobre una esfera. Las curvas exhiben comportamientos diferentes en rangos diferentes de números de Reynolds:

- Para Re $\lesssim$ 1 se tiene flujo llamado arrastre y el coeficiente de resistencia disminuye al aumentar el número de Reynolds. Para una esfera, es $C_D =$ 24/Re. En este régimen, no se tiene separación del flujo.
- Alrededor de Re $=$ 10 se empieza a presentar la separación en la parte posterior del cuerpo, iniciándose la difusión de vórtices a más o menos Re $\cong$ 90. La región de separación crece al aumentar el número de Reynolds hasta alrededor de Re $= 10^3$. En este punto la resistencia al movimiento se debe principalmente (alrededor de 95%) a la resistencia por la presión. En este rango de $10 <$ Re $< 10^3$, el coeficiente de resistencia sigue disminuyendo al aumentar el número de Reynolds. (Una disminución en el coeficiente de resistencia no indica necesariamente una disminución en la resistencia al movimiento. La fuerza de resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad y el aumento de ésta con los números de Reynolds más altos por lo común compensa con creces la disminución en el coeficiente de resistencia.)
- En el rango moderado de $10^3 <$ Re $< 10^5$, el coeficiente de resistencia permanece más o menos constante. Este comportamiento es característico de los cuerpos no currentilíneos. El flujo en la capa límite es laminar en este rango, pero aquel en la región separada después de pasar el cilindro o la esfera es intensamente turbulento con una estela turbulenta ancha.
- Existe una caída repentina en el coeficiente de resistencia en alguna parte en el rango de $10^5 <$ Re $< 10^6$ (por lo común, a alrededor de 2×10^5).

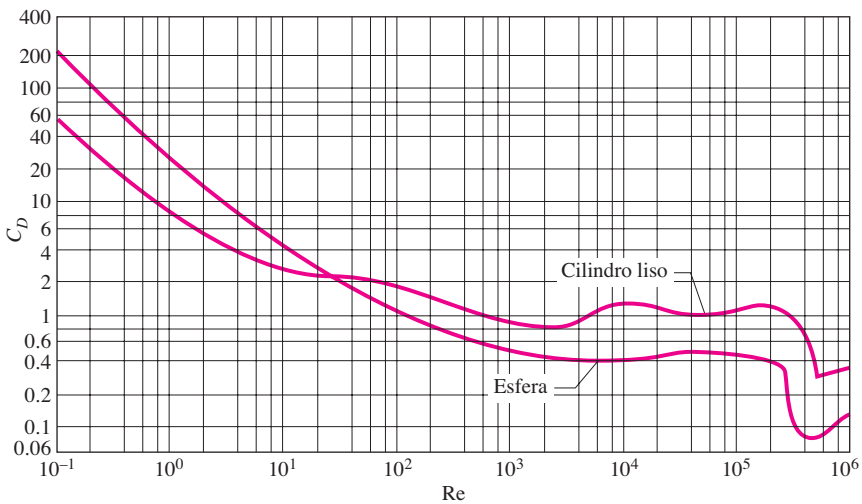
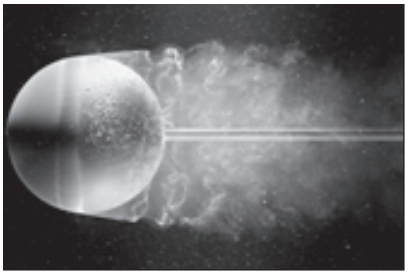
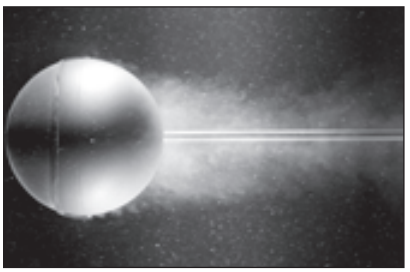


FIGURA 7-17
Coeficiente promedio de arrastre para flujo cruzado alrededor de un cilindro circular liso y una esfera lisa.

Tomada de H. Schlichting, Boundary Layer Theory 7e.
Copyright © 1979 The McGraw-Hill Companies, Inc. Usado con autorización.



a)



b)

FIGURA 7-18
Visualización de un flujo alrededor de *a*) una esfera lisa a un Re = 15 000 y *b*) una esfera a un Re = 30 000, con un alambre en la parte delantera para provocar la turbulencia. Se ve con claridad el retraso de la separación de la capa límite, al comparar las dos fotografías.
Cortesía de ONERA, fotografía realizada por Werlé.

Esta gran reducción en C_D se debe a que el flujo en la capa límite se vuelve *turbulento*, lo cual mueve el punto de separación más hacia la parte posterior del cuerpo, reduciendo el tamaño de la estela y, de este modo, la magnitud de la resistencia por la presión. Esto contrasta con los cuerpos aerodinámicos, los cuales experimentan un incremento en el coeficiente de resistencia (debido principalmente a la resistencia por la fricción) cuando la capa límite se vuelve turbulenta.

Ocurre separación del flujo a alrededor de $\theta \cong 80°$ (medido a partir del punto de estancamiento del frente de un cilindro), cuando la capa límite es *laminar*, y alrededor de $\theta \cong 140°$, cuando es *turbulento* (figura 7-18). El retraso de la separación en el flujo turbulento la causan las fluctuaciones rápidas del fluido en la dirección transversal, lo cual hace que la capa límite turbulenta viaje más a lo largo de la superficie, antes de que ocurra la separación, lo que da como resultado una estela más angosta y un arrastre menor por presión. Debe tenerse presente que el flujo turbulento tiene un perfil de velocidad más lleno, en comparación con el caso laminar y, por lo tanto, requiere un gradiente de presión adverso más fuerte para vencer la cantidad de movimiento adicional en cercanía de la superficie. En el rango de los números de Reynolds en donde el flujo cambia de laminar a turbulento, incluso la fuerza de arrastre, F_D, decrece conforme crece la velocidad (y, por consiguiente, el número de Reynolds). Esto conduce a una disminución súbita en el arrastre de un cuerpo en vuelo (a veces conocida como *crisis del arrastre*) y a inestabilidades en el vuelo.

Efecto de la aspereza de la superficie

Al principio se mencionó que, en general, la *aspereza superficial* incrementa el coeficiente de resistencia en el flujo turbulento. Éste es especialmente el caso para los cuerpos aerodinámicos. Sin embargo, para los cuerpos no currentilíneos, como un cilindro circular o una esfera, un aumento en la aspereza superficial en realidad puede *decrecer* el coeficiente de resistencia, como se muestra en la figura 7-19 para una esfera. Esto se lleva a cabo al disparar el flujo hacia la turbulencia a un número de Reynolds más bajo y causando de este modo que el fluido se cierre detrás del cuerpo, al angostar la estela y reducir de manera considerable la resistencia por la presión. Esto da por resultado un coeficiente de resistencia y, como consecuencia, una fuerza de resistencia mucho menores para un cilindro o una esfera con superficie áspera en un cierto rango del número de Reynolds, que para una esfera lisa de tamaño idéntico a la misma velocidad. Por ejemplo, a Re = 2×10^5, $C_D \cong 0.1$

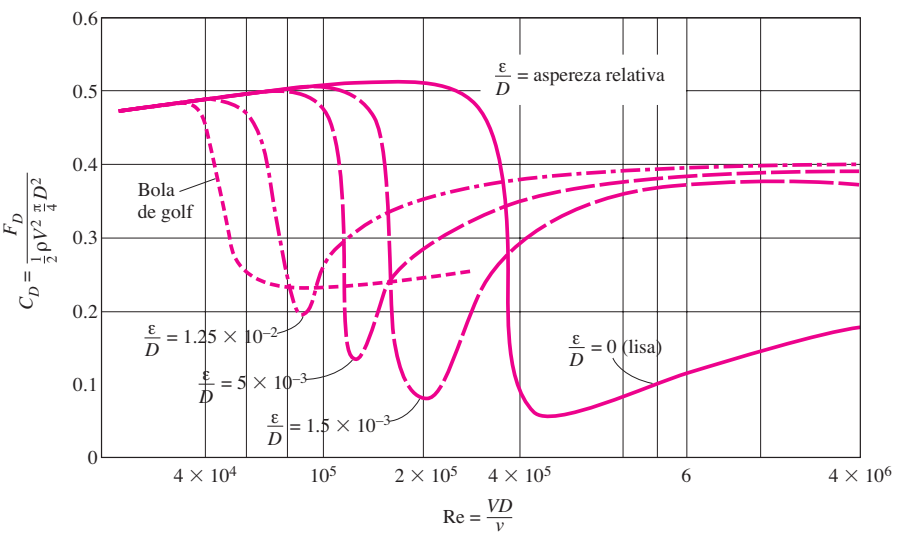


FIGURA 7-19
Efecto de la aspereza superficial sobre el coeficiente de resistencia de una esfera.
Tomada de Blevins (1984).

para una esfera áspera con $\varepsilon/D = 0.0015$, mientras que $C_D \cong 0.5$ para una lisa. Por lo tanto, en este caso, el coeficiente de resistencia se reduce en un factor de 5 simplemente al hacer que la superficie sea áspera. Sin embargo, nótese que a Re $= 10^6$, $C_D \cong 0.4$ para la esfera muy áspera, mientras que $C_D \cong 0.1$ para la lisa. Es obvio que, en este caso, hacer áspera la superficie incrementará la resistencia al avance en un factor de 4 (figura 7-20).

La discusión anterior muestra que se puede aplicar el procedimiento de hacer áspera la superficie con gran ventaja en la reducción de la resistencia al movimiento, pero también puede salir el tiro por la culata si no se tiene cuidado; específicamente, si no se opera en el rango correcto del número de Reynolds. Con esta consideración, de manera intencional se hacen ásperas las bolas de golf con el fin de inducir *turbulencia* a un número de Reynolds más bajo para tomar ventaja de la *caída* brusca en el coeficiente de resistencia al movimiento al iniciar la turbulencia en la capa límite (el rango típico de velocidades de las bolas de golf es de 15 a 150 m/s y el número de Reynolds es menor a 4×10^5). El número crítico de Reynolds de las bolas llenas de hoyuelos de golf es alrededor de 4×10^4. La ocurrencia de flujo turbulento en este número de Reynolds reduce el coeficiente de resistencia de una bola de golf a la mitad, como se muestra en la figura 7-19. Para un golpe dado, esto significa una distancia más larga para la bola. Los jugadores de golf experimentados también le imprimen a la bola un movimiento rápido de giro durante el golpe, lo cual ayuda a que la bola áspera desarrolle una sustentación y viaje más alto y a una distancia mayor. Se puede dar un argumento semejante para una bola de tenis. Sin embargo, para una cancha de tenis las distancias son muy cortas y las pelotas nunca alcanzan velocidades en el intervalo de la turbulencia. Por lo tanto, las superficies de las bolas de tenis se hacen más lisas.

Una vez que se cuenta con el coeficiente de resistencia, se puede determinar la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre un cuerpo en el flujo cruzado a partir de la ecuación 7-1, donde A es el *área frontal* ($A = LD$ para un cilindro de longitud L y $A = \pi D^2/4$ para una esfera). Se debe tener presente que la turbulencia del flujo libre y las perturbaciones producidas por otros cuerpos en el flujo (como en el caso del flujo sobre un banco de tubos) pueden afectar de manera significativa los coeficientes de resistencia.

	C_D	
Re	Superficie lisa	Superficie áspera, $\varepsilon/D = 0.0015$
2×10^5	0.5	0.1
10^6	0.1	0.4

FIGURA 7-20
La aspereza superficial puede incrementar o decrecer el coeficiente de resistencia de un objeto esférico, dependiendo del valor del número de Reynolds.

EJEMPLO 7-4 Fuerza de arrastre que actúa sobre un tubo en un río

Un tramo de tubo con un diámetro exterior de 2.2 cm y 30 m de largo se extiende de uno a otro lados de un río, un tramo, al mismo tiempo que está sumergido por completo en el agua (figura 7-21). La velocidad promedio del flujo de agua es de 4 m/s y la temperatura de ésta es de 15°C. Determine la fuerza de arrastre ejercida por el río sobre el tubo.

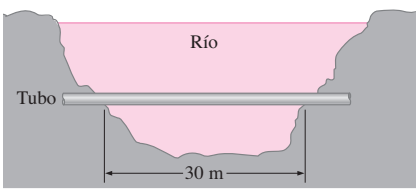


FIGURA 7-21
Esquema para el ejemplo 7-4.

SOLUCIÓN Un tubo está sumergido en un río. Se debe determinar la fuerza de arrastre que actúa sobre el tubo.

Suposiciones **1** La superficie exterior del tubo es lisa, de modo que se puede usar la figura 7-17 para determinar el coeficiente de resistencia. **2** El flujo del agua en el río es estacionario. **3** La dirección del flujo del agua es perpendicular al tubo. **4** No se considera la turbulencia en el flujo del río.

Propiedades La densidad y la viscosidad dinámica del agua a 15°C son $\rho = 999.1$ kg/m³ y $\mu = 1.138 \times 10^{-3}$ kg/m · s (tabla A-9).

Análisis Dado que $D = 0.022$ m, el número de Reynolds es

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(4\ \text{m/s})(0.022\ \text{m})}{1.138 \times 10^{-3}\ \text{kg/m} \cdot \text{s}} = 7.73 \times 10^4$$

De la figura 7-17, el coeficiente de resistencia correspondiente a este valor es $C_D = 1.0$. Asimismo, el área frontal para el flujo que pasa a través de un cilindro es $A = LD$. Entonces, la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre el tubo queda

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = 1.0(30 \times 0.022\ \text{m}^2)\frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(4\ \text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$
$$= 5\,275\ \text{N} \cong 5.30\ \text{kN}$$

Discusión Nótese que esta fuerza es equivalente al peso de una masa de más de 500 kg. Por lo tanto, la fuerza de arrastre que ejerce el río sobre el tubo es equivalente a colgar un total de más de 500 kg de masa al tubo, peso soportado en sus extremos con una separación de 30 m. Deben tomarse las precauciones necesarias si el tubo no puede soportar esta fuerza. Si el río fluyera con una velocidad mayor o si las fluctuaciones turbulentas en el mismo fueran más significativas, la fuerza de arrastre sería incluso más grande. Entonces, las fuerzas *no estacionarias* que actúen sobre el tubo podrían ser significativas.

Coeficiente de transferencia de calor

En general, los flujos alrededor de cilindros y esferas comprenden *separación del flujo*, el cual es difícil de manejar en forma analítica. Por lo tanto, los flujos de ese tipo deben estudiarse de manera experimental o numérica. De hecho, el flujo alrededor de cilindros y esferas ha sido estudiado de manera experimental por numerosos investigadores y se han desarrollado varias correlaciones empíricas para el coeficiente de transferencia de calor.

El complicado patrón del flujo alrededor de un cilindro influye mucho sobre la transferencia de calor. En la figura 7-22 se da la variación del número local de Nusselt, Nu_θ, en la periferia de un cilindro sujeto a flujo cruzado de aire. Nótese que, para todos los casos, el valor de Nu_θ se inicia relativamente alto en el punto de estancamiento ($\theta = 0°$), pero decrece al aumentar θ, como resultado del engrosamiento de la capa límite laminar. Sobre las dos curvas de abajo, correspondientes a Re = 70 800 y 101 300, Nu_θ alcanza un mínimo en $\theta \approx 80°$, el cual es el punto de separación en el flujo laminar. A continuación, Nu_θ aumenta al crecer θ, como resultado del mezclado intenso en la región del flujo separado (la estela). Las curvas de arriba, correspondientes a Re = 140 000 hasta 219 000, difieren de las dos primeras en el sentido de que tienen *dos* mínimos para Nu_θ. El aumento brusco en Nu_θ a alrededor de $\theta \approx 90°$ se debe a la transición de flujo laminar a turbulento. La disminución posterior en Nu_θ se debe una vez más al engrosamiento de la capa límite. Nu_θ alcanza su segundo mínimo a alrededor de $\theta \approx 140°$, el cual es el punto de separación del flujo en el flujo turbulento, y aumenta con θ como resultado del intenso mezclado en la región turbulenta de la estela.

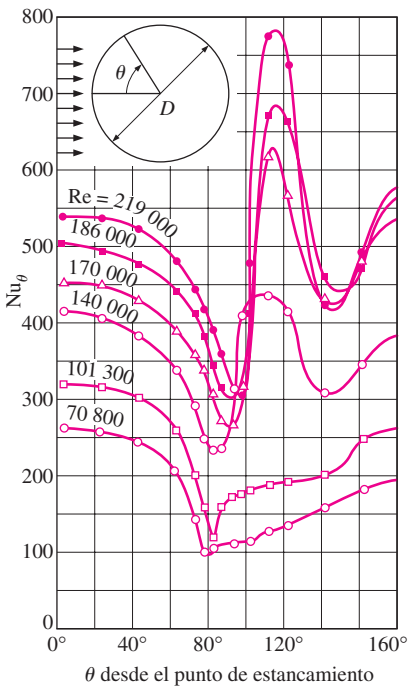


FIGURA 7-22
Variación del coeficiente de transferencia de calor local a lo largo de la circunferencia de un cilindro circular en flujo cruzado de aire.
Tomada de Giedt, 1949.

Las discusiones anteriores acerca de los coeficientes de transferencia de calor locales proporcionan una visión muy profunda; sin embargo, tienen poco valor en los cálculos de transferencia de calor, ya que en éstos se requiere el coeficiente de transferencia de calor *promedio* sobre toda la superficie. De las varias relaciones de ese tipo de las que se dispone en la literatura para el número de Nusselt promedio en lo relativo al flujo cruzado sobre un cilindro, se presenta la propuesta por Churchill y Bernstein:

$$\text{Nu}_{\text{cil}} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\ \text{Re}^{1/2}\ \text{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad \textbf{(7-35)}$$

Esta relación es bastante completa en el sentido de que correlaciona bien los datos de los que se dispone para Re Pr > 0.2. Las propiedades del fluido se

evalúan a la *temperatura de película* $T_f = \frac{1}{2}(T_\infty + T_s)$, la cual es el promedio de las temperaturas del flujo libre y de la superficie.

Para el flujo sobre una *esfera*, Whitaker recomienda la correlación:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{esf}} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}^{2/3}]\,\mathrm{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4} \qquad \textbf{(7-36)}$$

la cual es válida para $3.5 \le \mathrm{Re} \le 8 \times 10^4$, $0.7 \le \mathrm{Pr} \le 380$ y $1.0 \le (\mu_\infty/\mu_s) \le 3.2$. En este caso, las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura del flujo libre T_∞ excepto para μ_s, la cual se evalúa a la temperatura de la superficie T_s. Aun cuando se considera que las dos relaciones antes dadas son bastante exactas, los resultados obtenidos a partir de ellas pueden estar desviados de la realidad hasta en 30 por ciento.

El número de Nusselt promedio para los flujos alrededor de cilindros se puede expresar en forma compacta como

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{cil}} = \frac{hD}{k} = C\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^n \qquad \textbf{(7-37)}$$

donde $n = \frac{1}{3}$ y las constantes experimentalmente determinadas C y m se dan en la tabla 7-1, para cilindros circulares así como para varios no circulares. La longitud característica D que debe usarse en el cálculo de los números de Reynolds y de Nusselt, para las diferentes configuraciones geométricas, es como se indica en la figura. Todas las propiedades del fluido se calculan a la temperatura de película.

Las relaciones para los cilindros antes dadas son para un *solo* cilindro o para cilindros orientados de tal forma que el flujo alrededor de ellos no resulte afectado por la presencia de otros. Asimismo, son aplicables a superficies *lisas*. La *aspereza superficial* y la *turbulencia del flujo libre* pueden afectar de manera significativa los coeficientes de resistencia y de transferencia de calor. La ecuación 7-37 proporciona una alternativa más simple para la ecuación 7-35, para el flujo sobre cilindros. Sin embargo, la ecuación 7-35 es más exacta y, como consecuencia, debe preferirse en los cálculos siempre que sea posible.

EJEMPLO 7-5 Pérdida de calor de un tubo de vapor de agua con aire en movimiento

Un tubo largo de vapor de agua, de 10 cm de diámetro, cuya temperatura superficial externa es de 110°C pasa por una zona abierta que no está protegida contra los vientos (figura 7-23). Determine la razón de la pérdida de calor del tubo por unidad de longitud, cuando el aire está a 1 atm de presión y a 10°C y el viento sopla alrededor del tubo a una velocidad de 8 m/s.

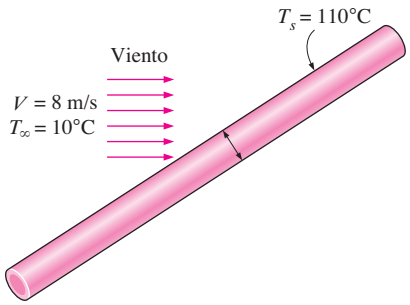


FIGURA 7-23
Esquema para el ejemplo 7-5.

SOLUCIÓN Un tubo de vapor de agua está expuesto al aire en movimiento. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor del vapor.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los efectos de la radiación son despreciables. **3** El aire es un gas ideal.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película promedio de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (110 + 10)/2 = 60°\mathrm{C}$ y una presión de 1 atm son (tabla A-15)

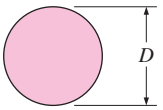
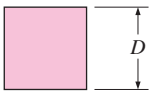
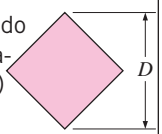
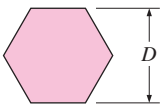
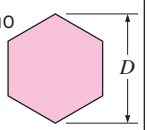
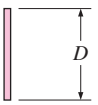
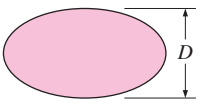
$$k = 0.02808\ \mathrm{W/m \cdot °C} \qquad \mathrm{Pr} = 0.7202 \qquad \nu = 1.896 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$$

Análisis El número de Reynolds es

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(8\ \mathrm{m/s})(0.1\ \mathrm{m})}{1.896 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}} = 4.219 \times 10^4$$

TABLA 7-1

Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio, para convección forzada sobre cilindros circulares y no circulares en flujo cruzado (tomada de Zukauskas, 1972, y Jakob, 1949)

Sección transversal del cilindro	Fluido	Rango de Re	Número de Nusselt
Círculo 	Gas o líquido	0.4-4 4-40 40-4 000 4 000-40 000 40 000-400 000	$Nu = 0.989Re^{0.330}\ Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385}\ Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466}\ Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618}\ Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805}\ Pr^{1/3}$
Cuadrado 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.102Re^{0.675}\ Pr^{1/3}$
Cuadrado (inclinado 45°) 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.246Re^{0.588}\ Pr^{1/3}$
Hexágono 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.153Re^{0.638}\ Pr^{1/3}$
Hexágono (inclinado 45°) 	Gas	5 000-19 500 19 500-100 000	$Nu = 0.160Re^{0.638}\ Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385Re^{0.782}\ Pr^{1/3}$
Placa vertical 	Gas	4 000-15 000	$Nu = 0.228Re^{0.731}\ Pr^{1/3}$
Elipse 	Gas	2 500-15 000	$Nu = 0.248Re^{0.612}\ Pr^{1/3}$

El número de Nusselt se puede determinar a partir de

$$\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$= 0.3 + \frac{0.62(4.219 \times 10^4)^{1/2}\,(0.7202)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.7202)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{4.219 \times 10^4}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$= 124$$

y

$$h = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.02808\ \mathrm{W/m \cdot {}^\circ C}}{0.1\ \mathrm{m}}(124) = 34.8\ \mathrm{W/m^2 \cdot {}^\circ C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor desde el tubo por unidad de longitud queda

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.1\ \mathrm{m})(1\ \mathrm{m}) = 0.314\ \mathrm{m^2}$$
$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (34.8\ \mathrm{W/m^2 \cdot C})(0.314\ \mathrm{m^2})(110 - 10)^\circ\mathrm{C} = \mathbf{1\,093\ W}$$

Se puede obtener la razón de la pérdida de calor desde el tubo completo al multiplicar el valor que acaba de obtenerse por la longitud de dicho tubo en metros.

Discusión En este caso, la relación más simple del número de Nusselt de la tabla 7-1 daría Nu = 128, lo cual es 3% más alto que el valor obtenido usando la ecuación 7-35.

EJEMPLO 7-6 Enfriamiento de una bola de acero por aire forzado

Una bola de acero inoxidable de 25 cm de diámetro (ρ = 8 055 kg/m^3, c_p = 480 J/kg · °C) se extrae del horno a una temperatura uniforme de 300°C (figura 7-24). A continuación, la bola se expone al flujo de aire a una presión de 1 atm y a 25°C, con una velocidad de 3 m/s. Llega el momento en que la temperatura superficial de la bola cae hasta 200°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio durante este proceso de enfriamiento y estime cuánto tardará el proceso.

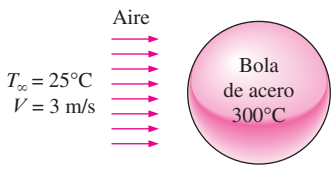


FIGURA 7-24
Esquema para el ejemplo 7-6.

SOLUCIÓN Una bola caliente de acero inoxidable se enfría por aire forzado. Deben determinarse el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y el tiempo de enfriamiento.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los efectos de la radiación son despreciables. **3** El aire es un gas ideal. **4** La temperatura de la superficie exterior de la bola es uniforme en todo momento. **5** Durante el enfriamiento, la temperatura superficial de la bola está cambiando. Por lo tanto, también cambiará el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la bola y el aire. Para evitar esta complejidad, en la evaluación del coeficiente de transferencia de calor, se toma la temperatura superficial de la bola como constante a la temperatura promedio de (300 + 200)/2 = 250°C y se usa el valor obtenido para todo el proceso de enfriamiento.

Propiedades La viscosidad dinámica del aire a la temperatura superficial promedio es $\mu_s = \mu_{@\,250°C} = 2.76 \times 10^{-5}$ kg/m · s. Las propiedades del aire a la temperatura del flujo libre de 25°C y 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02551\ \mathrm{W/m \cdot {}^\circ C} \qquad \nu = 1.562 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$$
$$\mu = 1.849 \times 10^{-5}\ \mathrm{kg/m \cdot s} \qquad \mathrm{Pr} = 0.7296$$

Análisis El número de Reynolds se determina a partir de

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(3\ \mathrm{m/s})(0.25\ \mathrm{m})}{1.562 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}} = 4.802 \times 10^4$$

El número de Nusselt es

$$\begin{aligned}\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k} &= 2 + [0.4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}^{2/3}]\,\mathrm{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4} \\ &= 2 + [0.4(4.802 \times 10^4)^{1/2} + 0.06(4.802 \times 10^4)^{2/3}](0.7296)^{0.4} \\ &\quad \times \left(\frac{1.849 \times 10^{-5}}{2.76 \times 10^{-5}}\right)^{1/4} \\ &= 135\end{aligned}$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio queda

$$h = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.02551\ \mathrm{W/m \cdot {}^\circ C}}{0.25\ \mathrm{m}}(135) = \mathbf{13.8\ W/m^2 \cdot K}$$

Con el fin de estimar el tiempo de enfriamiento de la bola desde 300°C hasta 200°C, se determina la razón *promedio* de la transferencia de calor a partir de la ley de Newton de enfriamiento, mediante la temperatura superficial *promedio*. Es decir,

$$A_s = \pi D^2 = \pi(0.25\ \mathrm{m})^2 = 0.1963\ \mathrm{m^2}$$

$$\dot{Q}_{\mathrm{prom}} = hA_s(T_{s,\,\mathrm{prom}} - T_\infty) = (13.8\ \mathrm{W/m^2 \cdot {}^\circ C})(0.1963\ \mathrm{m^2})(250 - 25)^\circ\mathrm{C} = 610\ \mathrm{W}$$

En seguida se determina el calor *total* transferido desde la bola, el cual es simplemente el cambio en la energía de ésta conforme se enfría desde 300°C hasta 200°C:

$$m = \rho V = \rho\tfrac{1}{6}\pi D^3 = (8\,055\ \mathrm{kg/m^3})\,\tfrac{1}{6}\pi(0.25\ \mathrm{m})^3 = 65.9\ \mathrm{kg}$$

$$Q_{\mathrm{total}} = mc_p(T_2 - T_1) = (65.9\ \mathrm{kg})(480\ \mathrm{J/kg \cdot {}^\circ C})(300 - 200)^\circ\mathrm{C} = 3\,163\,000\ \mathrm{J}$$

En este cálculo se supuso que toda la bola está a 200°C, lo cual no es necesariamente cierto. Es probable que la región interior de la bola esté a una temperatura superior que su superficie. Con esta hipótesis, se determina que el tiempo de enfriamiento es

$$\Delta t \approx \frac{Q}{\dot{Q}_{\mathrm{prom}}} = \frac{3\,163\,000\ \mathrm{J}}{610\ \mathrm{J/s}} = 5\,185\ \mathrm{s} = \mathbf{1\ h\ 26\ min}$$

Discusión También pudo determinarse el tiempo de enfriamiento con mayor precisión mediante los diagramas o relaciones de temperatura transitoria presentados en el capítulo 4. Pero las suposiciones simplificadoras que se acaban de establecer se pueden justificar si todo lo que se necesita es un valor aproximado. Será ingenuo esperar que el tiempo de enfriamiento sea exactamente 1 h 26 min pero, al aplicar nuestro juicio de ingeniería, resulta realista esperar que el tiempo de enfriamiento sea de entre una y dos horas.

7-4 ▪ FLUJO SOBRE BANCOS DE TUBOS

En la práctica es común encontrar flujo cruzado sobre bancos de tubos en equipos de transferencia de calor, como los condensadores y evaporadores de las plantas generadoras de energía eléctrica, los refrigeradores y los acondicionadores de aire. En ese equipo, un fluido se mueve por dentro de los tubos, mientras que el otro se mueve alrededor de éstos en una dirección perpendicular.

En un intercambiador de calor que contiene un banco de tubos, éstos suelen colocarse en una *coraza* (y de ahí el nombre de *intercambiador de calor de coraza y tubos*), en especial cuando el fluido es un líquido, y éste fluye a través del espacio entre los tubos y la coraza. Existen numerosos tipos de intercambiadores de calor de coraza y tubos, algunos de los cuales se consideran en el capítulo 11. En esta sección se consideran los aspectos generales del flujo sobre el banco de tubos y se trata de desarrollar una mejor comprensión, más intuitiva, del desempeño de los intercambiadores que contienen un banco de tubos.

El flujo *por el interior* de los tubos se puede analizar al considerar el flujo por uno solo de ellos, y al multiplicar los resultados por el número de tubos. Sin embargo, éste no es el caso para el flujo *sobre* los tubos, ya que influyen sobre el patrón de flujo y el nivel de turbulencia corriente abajo y, por consiguiente, sobre la transferencia de calor hacia ellos o desde ellos, como se muestra en la figura 7-25. Por lo tanto, cuando se analiza la transferencia de calor desde un banco de tubos en flujo cruzado, se deben considerar a la vez todos los tubos en el haz.

Los tubos en un banco suelen disponerse *alineados* o *escalonados* en la dirección del flujo, como se muestra en la figura 7-26. El diámetro exterior del tubo D se toma como la longitud característica. La disposición de los tubos en el banco se caracteriza por el *paso transversal* S_T, el *paso longitudinal* S_L y el *paso diagonal* S_D entre los centros de los tubos. El paso diagonal se determina a partir de

$$S_D = \sqrt{S_L^2 + (S_T/2)^2} \tag{7-38}$$

Conforme el fluido entra en el banco, el área de flujo disminuye de $A_1 = S_T L$ hasta $A_T = (S_T - D)L$ entre los tubos y, como consecuencia, la velocidad del flujo aumenta. En la disposición escalonada la velocidad puede aumentar todavía más en la región diagonal si las filas de tubos están muy próximas entre sí. En los bancos de tubos las características del flujo son dominadas por la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$ que se tiene dentro del banco más que por la velocidad de aproximación V. Por lo tanto, el número de Reynolds se define sobre la base de la velocidad máxima como

$$\text{Re}_D = \frac{\rho V_{\text{máx}} D}{\mu} = \frac{V_{\text{máx}} D}{\nu} \tag{7-39}$$

La velocidad máxima se determina con base en el requisito de conservación de la masa para el flujo incompresible estacionario. Para la configuración de *alineados*, la velocidad máxima se tiene en el área mínima de flujo entre los tubos y la conservación de la masa se puede expresar como [véase la figura 7-26*a*)] $\rho V A_1 = \rho V_{\text{máx}} A_T$, o bien, $V S_T = V_{\text{máx}}(S_T - D)$. Entonces la velocidad máxima queda

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V \tag{7-40}$$

En la configuración *escalonada* el fluido que se aproxima a través del área A_1 de la figura 7-26*b*) pasa por el área A_T y, después, por el área $2A_D$, conforme se enrolla alrededor del tubo de la fila siguiente. Si $2A_D > A_T$, todavía la velocidad máxima ocurre en A_T entre los tubos y, por consiguiente, la relación $V_{\text{máx}}$ de la ecuación 7-40 se puede usar para bancos de tubos escalonados. Pero si $2A_D <$

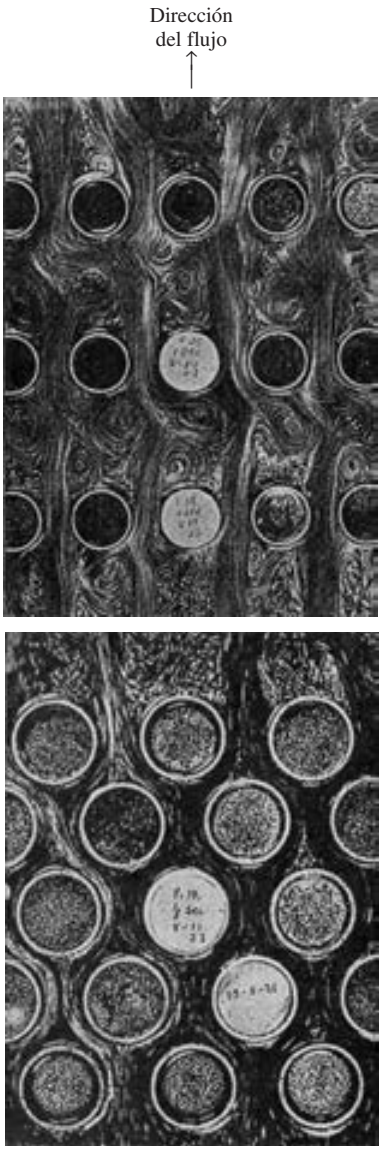


FIGURA 7-25
Patrones de flujo para los bancos de tubos alineados o escalonados
(fotografías tomadas por R. D. Willis).

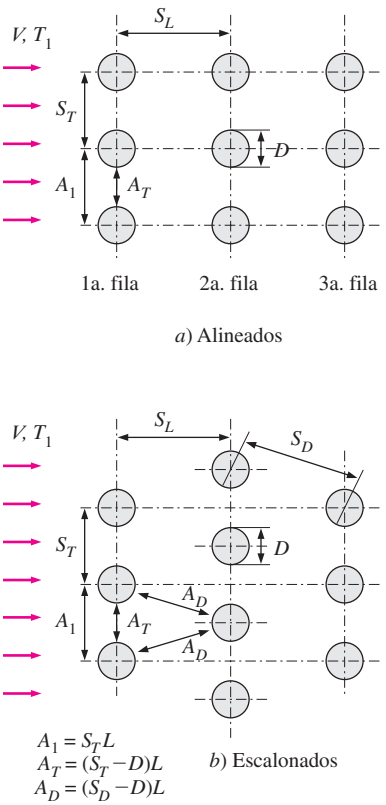


FIGURA 7-26
Configuración de los tubos en los bancos alineados o escalonados (A_1, A_T y A_D son las áreas de flujo en los lugares indicados y L es la longitud de los tubos).

A_T [o sea, si $2(S_D - D) < (S_T - D)$], se tendrá la velocidad máxima en las secciones transversales diagonales y, en este caso, esa velocidad máxima queda

Escalonada y $S_D < (S_T + D)/2$:
$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \tag{7-41}$$

ya que $\rho V A_1 = \rho V_{\text{máx}}(2A_D)$ o bien, $VS_T = 2V_{\text{máx}}(S_D - D)$.

La naturaleza del flujo alrededor de un tubo en la primera fila se asemeja al flujo sobre un solo tubo discutido en la sección 7-3, en especial cuando los tubos no están demasiado próximos entre sí. Por lo tanto, cada uno de los tubos en un banco que conste de una sola fila transversal se puede tratar como un solo tubo en flujo cruzado. Sin embargo, la naturaleza del flujo alrededor de un tubo de la segunda fila y de las subsiguientes es muy diferente, debido a las estelas formadas y a la turbulencia causada por los tubos corriente arriba. El nivel de turbulencia y, por consiguiente, el coeficiente de transferencia de calor se incrementan con el número de filas en virtud de los efectos combinados de las filas corriente arriba. Pero no se tiene un cambio significativo en el nivel de turbulencia después de unas cuantas de las primeras filas y, de este modo, el coeficiente de transferencia de calor permanece constante.

El flujo sobre bancos de tubos se estudia de manera experimental, ya que es demasiado complejo como para tratarse en forma analítica. Principalmente, se tiene interés en el coeficiente de transferencia de calor promedio para todo el banco de tubos, el cual depende del número de filas a lo largo del flujo así como de la configuración y del tamaño de los tubos.

Se han propuesto varias correlaciones, todas basadas en datos experimentales para el número de Nusselt promedio para el flujo cruzado sobre bancos de tubos. Más recientemente, Zukauskas ha propuesto correlaciones cuya forma general es

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k} = C\,\text{Re}_D^m\,\text{Pr}^n(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25} \tag{7-42}$$

donde los valores de las constantes C, m y n dependen del valor del número de Reynolds. En la tabla 7-2 se dan esas correlaciones explícitamente para más de 16 filas ($N_L > 16$), $0.7 < \text{Pr} < 500$ y $0 < \text{Re}_D < 2 \times 10^6$. La incertidumbre en los valores del número de Nusselt obtenido a partir de estas relaciones es de $\pm 15\%$. Nótese que todas las propiedades, excepto Pr_s se deben evaluar a la temperatura media aritmética del fluido determinada a partir de

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2} \tag{7-43}$$

donde T_i y T_e son las temperaturas del fluido en la admisión y en la salida del banco de tubos, respectivamente.*

Las relaciones del número de Nusselt promedio de la tabla 7-2 son para bancos de tubos con 16 o más filas. También se pueden usar esas correlaciones para bancos de tubos con $N_L < 16$, siempre que se modifiquen como

$$\text{Nu}_{D,\,N_{L<16}} = F\text{Nu}_D \tag{7-44}$$

donde F es un *factor de corrección* cuyos valores se dan en la tabla 7-3. Para $\text{Re}_D > 1\,000$, el factor de corrección es independiente del número de Reynolds.

Una vez que se conoce el número de Nusselt y, por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor promedio para el banco de tubos completo, se puede determinar la razón de la transferencia de calor a partir de la ley de Newton de

*Nota del RT: Los subíndices *i* y *e* provienen de las palabras *inlet* y *exit* que en inglés significan admisión y salida, respectivamente.

TABLA 7-2

Correlaciones del número de Nusselt para flujo cruzado sobre bancos de tubos, para $N_L > 16$ y $0.7 < \text{Pr} < 500$ (tomado de Zukauskas, 1987)*

Configuración	Rango de Re_D	Correlación
Alineados	0-100	$\text{Nu}_D = 0.9\ \text{Re}_D^{0.4}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	100-1 000	$\text{Nu}_D = 0.52\ \text{Re}_D^{0.5}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	1 000-2×10^5	$\text{Nu}_D = 0.27\ \text{Re}_D^{0.63}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	2×10^5-2×10^6	$\text{Nu}_D = 0.033\ \text{Re}_D^{0.8}\text{Pr}^{0.4}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
Escalonados	0-500	$\text{Nu}_D = 1.04\ \text{Re}_D^{0.4}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	500-1 000	$\text{Nu}_D = 0.71\ \text{Re}_D^{0.5}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	1 000-2×10^5	$\text{Nu}_D = 0.35(S_T/S_L)^{0.2}\ \text{Re}_D^{0.6}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	2×10^5-2×10^6	$\text{Nu}_D = 0.031(S_T/S_L)^{0.2}\ \text{Re}_D^{0.8}\text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$

*Todas las propiedades, excepto Pr_s, se deben evaluar a la media aritmética de las temperaturas de admisión y de salida del fluido (Pr_s se debe evaluar a T_s).

TABLA 7-3

Factor de corrección F que debe usarse en $\text{Nu}_{D,\ N_{L<16}} = F\text{Nu}_D$ para $N_L > 16$ y $\text{Re}_D > 1\ 000$ (tomado de Zukauskas, 1987)

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13
Alineados	0.70	0.80	0.86	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99
Escalonados	0.64	0.76	0.84	0.89	0.93	0.96	0.98	0.99

enfriamiento, mediante una diferencia de temperaturas apropiada, ΔT. El primer pensamiento que viene a la mente es usar $\Delta T = T_s - T_{\text{prom}} = T_s - (T_i + T_e)/2$. Pero, en general, con esto se predecirá la razón de la transferencia de calor en exceso. En el capítulo siguiente se demostrará que la diferencia de temperaturas apropiada para el flujo interno (el flujo sobre los bancos de tubos se puede considerar como interno ya que fluye al interior de la coraza) es la *diferencia media logarítmica de temperaturas*, ΔT_{lm}, definida como

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} \tag{7-45}$$

También se demuestra que la temperatura de salida del fluido T_e se puede determinar a partir de

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m} c_p}\right) \tag{7-46}$$

donde $A_s = N\pi DL$ es el área superficial de transferencia de calor y $\dot{m} = \rho V(N_T S_T L)$ es el gasto de masa del fluido. Aquí, N es el número total de tubos en el banco, N_T es el número de tubos en un plano transversal, y N_L es el número de filas en la dirección de flujo, L es la longitud de los tubos y V es la velocidad del fluido justo antes de entrar en el banco de tubos. Entonces la razón de la transferencia de calor se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} = \dot{m} c_p(T_e - T_i) \tag{7-47}$$

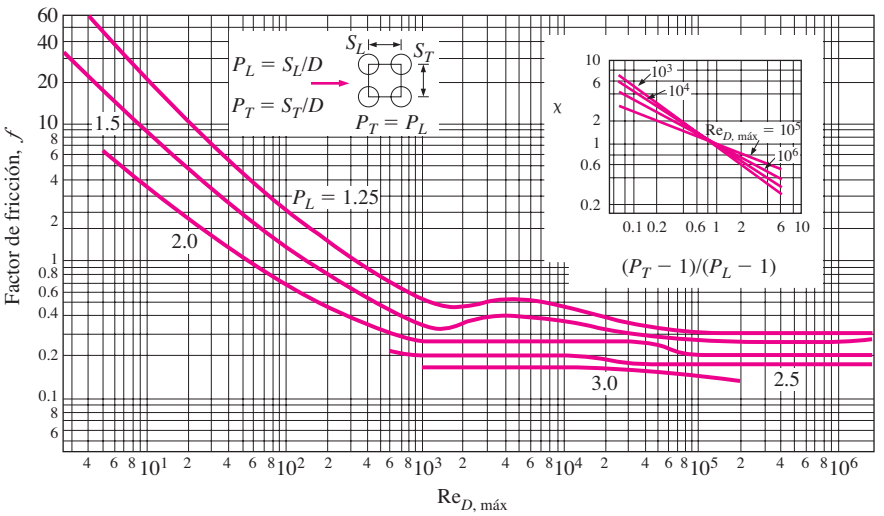
Suele ser más conveniente usar la segunda relación, ya que no requiere el cálculo de ΔT_{lm}.

Caída de presión

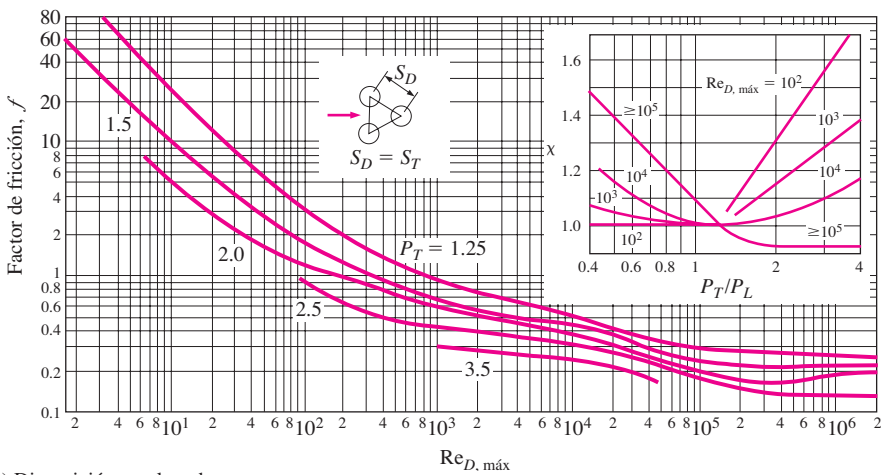
Otra cantidad de interés asociada con los bancos de tubos es la *caída de presión*, ΔP, la cual es la diferencia entre las presiones en la admisión y a la salida del banco. Es una medida de la resistencia que los tubos ofrecen al flujo sobre ellos y se expresa como

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2} \tag{7-48}$$

donde f es el factor de fricción y χ es el factor de corrección, las gráficas de ambos se dan en la figura 7-27*a*) y *b*), contra el número de Reynolds, con base en la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$. El factor de fricción de la figura 7-27*a*) es para un banco *cuadrado* de tubos alineados ($S_T = S_L$) y el factor de corrección dado en el inserto se usa para tomar en cuenta los efectos de la desviación de las configuraciones rectangulares alineadas con respecto a la configuración cuadrada. De manera análoga, el factor de fricción de la figura 7-27*b*) es para un banco *equilátero* de tubos escalonados ($S_T = S_D$) y el factor de corrección es para tomar en cuenta los efectos de la desviación con respecto a la configuración equilátera. Nótese que $\chi = 1$ tanto para la disposición cuadrada como para la de triángulo equilátero. Asimismo, la caída de presión se presenta en la dirección del flujo y, como consecuencia, en la relación de ΔP se usa N_L (el número de filas).



a) Disposición de alineados



b) Disposición escalonada

FIGURA 7-27
Factor de fricción f y factor de corrección χ para bancos de tubos (*tomada de Zukauskas, 1985*).

La potencia requerida para mover un fluido a través de un banco de tubos es proporcional a la caída de presión y, cuando se cuenta con esta caída, la potencia requerida de bombeo se puede determinar a partir de

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P = \frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} \tag{7-49}$$

donde $\dot{V} = V(N_T S_T L)$ es el gasto volumétrico y $\dot{m} = \rho\dot{V} = \rho V(N_T S_T L)$ es el gasto de masa del fluido a través del banco de tubos. Nótese que la potencia requerida para mantener el fluido en movimiento a través del banco (y, por lo tanto, el costo de operación) es proporcional a la caída de presión. De esta manera, deben evaluarse los beneficios de mejorar la transferencia de calor en un banco de tubos por medio de un cambio en la configuración contra el costo de las necesidades adicionales de potencia.

En esta sección se limitará esta consideración a bancos de tubos con superficies bases (sin aletas). En la práctica también son de uso común los bancos de tubos con superficies con aletas, en especial cuando el fluido es un gas, y en la literatura se pueden hallar correlaciones para la transferencia de calor y la caída de presión para bancos de tubos con aletas de espiga, de placa y de cinta, etcétera.

EJEMPLO 7-7 Precalentamiento de aire por agua geotérmica en un banco de tubos

En una instalación industrial se va a precalentar aire antes de entrar en un horno por medio de agua geotérmica a 120°C que fluye por los tubos de un banco ubicado en un ducto. El aire entra en el ducto a 20°C y 1 atm, con una velocidad media de 4.5 m/s, y fluye sobre los tubos en dirección perpendicular. El diámetro exterior de los tubos es de 1.5 cm y se encuentran dispuestos en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = S_T = 5$ cm. Se tienen seis filas en la dirección del flujo con 10 tubos en cada una de ellas, como se muestra en la figura 7-28. Determine la razón de la transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos y la caída de presión de uno a otro lados del banco.

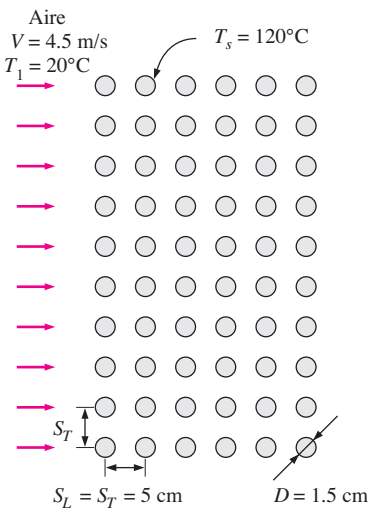


FIGURA 7-28
Esquema para el ejemplo 7-7.

SOLUCIÓN Se calienta agua por medio de agua geotérmica en un banco de tubos. Deben determinarse la razón de la transferencia de calor hacia el aire y la caída de presión.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La temperatura superficial de los tubos es igual a la del agua geotérmica.

Propiedades No se conoce la temperatura de salida del aire y, por consiguiente, la temperatura media. Se evalúan las propiedades del aire a la temperatura media supuesta de 60°C (la cual se comprobará después) y 1 atm como (tabla A-15):

$$k = 0.02808 \text{ W/m} \cdot \text{K}, \qquad \rho = 1.059 \text{ kg/m}^3$$
$$c_p = 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}, \qquad \text{Pr} = 0.7202$$
$$\mu = 2.008 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s} \qquad \text{Pr}_s = \text{Pr}_{120°\text{C}} = 0.7073$$

Asimismo, la densidad del aire a la temperatura de admisión de 20°C (para usarse en el cálculo del gasto de masa en la admisión) es $\rho_1 = 1.204$ kg/m³.

Análisis Se da $D = 0.015$ m, $S_L = S_T = 0.05$ m y $V = 4.5$ m/s. Entonces la velocidad máxima y el número de Reynolds basado en esta velocidad quedan

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D}V = \frac{0.05}{0.05 - 0.015}(4.5 \text{ m/s}) = 6.43 \text{ m/s}$$

$$\text{Re}_D = \frac{\rho V_{\text{máx}} D}{\mu} = \frac{(1.059 \text{ kg/m}^3)(6.43 \text{ m/s})(0.015 \text{ m})}{2.008 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 5\,086$$

El número de Nusselt promedio se determina mediante la relación apropiada, tomada de la tabla 7-2, como

$$\begin{aligned}\mathrm{Nu}_D &= 0.27\,\mathrm{Re}_D^{0.63}\,\mathrm{Pr}^{0.36}(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_s)^{0.25}\\ &= 0.27(5\,086)^{0.63}(0.7202)^{0.36}(0.7202/0.7073)^{0.25} = 52.1\end{aligned}$$

Este número de Nusselt es aplicable a bancos de tubos con $N_L > 16$. En nuestro caso, el número de filas es $N_L = 6$ y el factor de corrección correspondiente, tomado de la tabla 7-3, es $F = 0.945$. Entonces, el número de Nusselt promedio y el coeficiente de transferencia de calor para todos los tubos en el banco quedan

$$\mathrm{Nu}_{D,\,N_{L<16}} = F\mathrm{Nu}_D = (0.945)(52.1) = 49.3$$

$$h = \frac{\mathrm{Nu}_{D,\,N_{L<16}}k}{D} = \frac{49.3(0.02808\ \mathrm{W/m\cdot °C})}{0.015\ \mathrm{m}} = 92.2\ \mathrm{W/m^2\cdot °C}$$

El número total de tubos es $N = N_L \times N_T = 6 \times 10 = 60$. Para una longitud unitaria de tubo ($L = 1$ m), el área superficial de transferencia de calor y el gasto de masa de aire (evaluado en la admisión) son

$$\begin{aligned}A_s &= N\pi DL = 60\pi(0.015\ \mathrm{m})(1\ \mathrm{m}) = 2.827\ \mathrm{m^2}\\ \dot{m} &= \dot{m}_1 = \rho_1 V(N_T S_T L)\\ &= (1.204\ \mathrm{kg/m^3})(4.5\ \mathrm{m/s})(10)(0.05\ \mathrm{m})(1\ \mathrm{m}) = 2.709\ \mathrm{kg/s}\end{aligned}$$

Entonces la temperatura de salida del fluido, la diferencia media logarítmica de temperaturas y la razón de la transferencia de calor quedan

$$\begin{aligned}T_e &= T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m}c_p}\right)\\ &= 120 - (120 - 20)\exp\left(-\frac{(2.827\ \mathrm{m^2})(92.2\ \mathrm{W/m^2\cdot °C})}{(2.709\ \mathrm{kg/s})(1\,007\ \mathrm{J/kg\cdot °C})}\right) = 29.11°\mathrm{C}\end{aligned}$$

$$\Delta T_{\mathrm{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{(120 - 29.11) - (120 - 20)}{\ln[(120 - 29.11)/(120 - 20)]} = 95.4°\mathrm{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\mathrm{lm}} = (92.2\ \mathrm{W/m^2\cdot °C})(2.827\ \mathrm{m^2})(95.4°\mathrm{C}) = \mathbf{2.49 \times 10^4\ W}$$

La razón de la transferencia de calor también se puede determinar de una manera más simple a partir de

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= hA_s\Delta T_{\mathrm{lm}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)\\ &= (2.709\ \mathrm{kg/s})(1\,007\ \mathrm{J/kg\cdot °C})(29.11 - 20)°\mathrm{C} = 2.49 \times 10^4\ \mathrm{W}\end{aligned}$$

Para este banco cuadrado de tubos alineados, el coeficiente de fricción correspondiente a $\mathrm{Re}_D = 5\,086$ y $S_L/D = 5/1.5 = 3.33$ es, según la figura 7-27*a*), $f = 0.16$. Asimismo, $\chi = 1$ para las disposiciones cuadradas. Entonces la caída de presión a través del banco queda

$$\begin{aligned}\Delta P &= N_L f\chi\frac{\rho V_{\mathrm{máx}}^2}{2}\\ &= 6(0.16)(1)\frac{(1.059\ \mathrm{kg/m^3})(6.43\ \mathrm{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\mathrm{N}}{1\ \mathrm{kg\cdot m/s^2}}\right) = \mathbf{21\ Pa}\end{aligned}$$

Discusión La temperatura media aritmética del fluido es $(T_i + T_e)/2 = (20 + 29.11)/2 = 24.6°\mathrm{C}$, lo cual no está cercano al valor supuesto de 60°C. La repetición de los cálculos para 25°C da 2.57×10^4 W para la razón de la transferencia de calor y 23.5 Pa para la caída de presión.

RESUMEN

La fuerza que un fluido en movimiento ejerce sobre un cuerpo en la dirección del flujo se llama *resistencia al movimiento*, o *arrastre*. La parte de esta resistencia que se debe directamente al esfuerzo cortante τ_w se llama *resistencia al movimiento por la fricción superficial*, ya que es causada por los efectos de fricción, y aquella que se debe directamente a la presión se llama *resistencia al movimiento por la presión* o *resistencia al movimiento por la forma*, en virtud de su fuerte dependencia de la forma del cuerpo.

El *coeficiente de resistencia al movimiento*, o *arrastre*, C_D es un número adimensional que representa las características de ese tipo de resistencia de un cuerpo y se define como

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

donde A es el *área frontal*, para los cuerpos no currentilíneos, y el área superficial, para el flujo paralelo sobre placas planas o perfiles aerodinámicos delgados. Para el flujo sobre una placa plana, el número de Reynolds es

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{Vx}{\nu}$$

La transición de laminar a turbulento ocurre en el número *de Reynolds crítico* de

$$\mathrm{Re}_{x,\,\mathrm{cr}} = \frac{\rho V x_{\mathrm{cr}}}{\mu} = 5 \times 10^5$$

Para el flujo paralelo sobre una placa plana, los coeficientes de fricción y de convección locales son

Laminar: $$C_{f,x} = \frac{0.664}{\mathrm{Re}_x^{1/2}} \qquad \mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,\mathrm{Re}_x^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Pr} > 0.6$$

Turbulento: $$C_{f,x} = \frac{0.059}{\mathrm{Re}_x^{1/5}}, \qquad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7$$

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296\,\mathrm{Re}_x^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7 \end{array}$$

Las relaciones del coeficiente de fricción *promedio* para el flujo sobre una placa plana son:

Laminar: $$C_f = \frac{1.33}{\mathrm{Re}_L^{1/2}} \qquad \mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5$$

Turbulento: $$C_f = \frac{0.074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}} \qquad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7$$

Combinado: $$C_f = \frac{0.074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}} - \frac{1\,742}{\mathrm{Re}_L} \qquad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7$$

Superficie áspera, turbulento: $$C_f = \left(1.89 - 1.62 \log \frac{\varepsilon}{L}\right)^{-2.5}$$

Las relaciones del número de Nusselt promedio para el flujo sobre una placa plana son:

Laminar: $$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664\,\mathrm{Re}_L^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}, \qquad \begin{array}{l} \mathrm{Pr} > 0.6 \\ \mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5 \end{array}$$

Turbulento:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037\,\mathrm{Re}_L^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}, \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \end{array}$$

Combinado:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = (0.037\,\mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\,\mathrm{Pr}^{1/3}, \qquad \begin{array}{l} 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \end{array}$$

Para las superficies isotérmicas con sección inicial no calentada de longitud ξ, las relaciones del número de Nusselt local y del coeficiente de convección promedio son

Laminar: $$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi = 0)}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \frac{0.332\,\mathrm{Re}_x^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}}$$

Turbulento: $$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi = 0)}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \frac{0.0296\,\mathrm{Re}_x^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}}$$

Laminar: $$h = \frac{2[1 - (\xi/x)^{3/4}]}{1 - \xi/L}\,h_{x=L}$$

Turbulento: $$h = \frac{5[1 - (\xi/x)^{9/10}}{(1 - \xi/L)} h_{x=L}$$

Estas relaciones son para el caso de superficies *isotérmicas*. Cuando una placa plana se sujeta a un *flujo de calor uniforme*, el número de Nusselt local queda dado por

Laminar: $\mathrm{Nu}_x = 0.453\,\mathrm{Re}_x^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ $\mathrm{Pr} > 0.6$, $\mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5$

Turbulento: $\mathrm{Nu}_x = 0.0308\,\mathrm{Re}_x^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ $0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60$, $5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7$

Los números de Nusselt promedio para el flujo cruzado sobre un *cilindro* y una *esfera* son

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{cil}} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

el cual es válido para $\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr} > 0.2$, y

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{esf}} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}^{2/3}]\mathrm{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

el cual es válido para $3.5 \le \mathrm{Re} \le 8 \times 10^4$, $0.7 \le \mathrm{Pr} \le 380$ y $1.0 \le (\mu_\infty/\mu_s) \le 3.2$. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película $T_f = (T_\infty + T_s)/2$, en el caso de un cilindro, y a la temperatura del flujo libre, T_∞ (excepto para μ_s, la cual se evalúa a la temperatura superficial T_s), en el caso de una esfera.

En los bancos de tubos el número de Reynolds se basa en la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$, que está relacionada con la velocidad de aproximación, V, según

Alineados y *escalonados* con $S_D > (S_T + D)/2$:

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V$$

Escalonados, con $S_D < (S_T + D)/2$:

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V$$

donde S_T es el paso transversal y S_D es el paso diagonal. El número de Nusselt promedio para el flujo cruzado sobre bancos de tubos se expresa como

$$\mathrm{Nu}_D = \frac{hD}{k} = C\,\mathrm{Re}_D^m\,\mathrm{Pr}^n(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_s)^{0.25}$$

donde los valores de las constantes C, m y n dependen del valor del número de Reynolds. En la tabla 7-2 se dan esas correlaciones. Todas las propiedades, excepto Pr, deben evaluarse en la media aritmética de las temperaturas de admisión y de salida del fluido, definida como $T_m = (T_i + T_e)/2$.

El número de Nusselt promedio para bancos de tubos con menos de 16 filas se expresa como

$$\mathrm{Nu}_{D,\,N_{L<16}} = F\,\mathrm{Nu}_D$$

donde F es el *factor de corrección* cuyos valores se dan en la tabla 7-3. La razón de la transferencia de calor hacia un banco de tubos o desde éste se determina a partir de

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\mathrm{lm}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

donde ΔT_{lm} es la diferencia media logarítmica de temperaturas definida como

$$\Delta T_{\mathrm{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)}$$

y la temperatura de salida del fluido T_e es

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m}c_p}\right)$$

donde $A_s = N\pi DL$ es el área superficial de transferencia de calor y $\dot{m} = \rho V(N_T S_T L)$ es el gasto de masa del fluido. La caída de presión ΔP para un banco de tubos se expresa como

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2}$$

donde f es el factor de fricción y χ es el factor de corrección, ambos dados en la figura 7-27.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. R. D. Blevin. *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Nueva York: Van Nostrand Reinhold, 1984.

2. S. W. Churchill y M. Bernstein. "A Correlating Equation for Forced Convection from Gases and Liquids to a Circular Cylinder in Cross Flow", *Journal of Heat Transfer* 99 (1977), pp. 300-306.

3. ————y H. Ozoe. "Correlations for Laminar Forced Convection in Flow over an Isothermal Flat Plate and in Developing and Fully Developed Flow in an Isothermal Tube", *Journal of Heat Transfer* 95 (febrero de 1973), pp. 78-84.

4. W. M. Edmunds. "Residential Insulation", *ASTM Standardization News* (enero de 1989), pp. 36-39.

5. W. H. Giedt. "Investigation of Variation of Point Unit-Heat Transfer Coefficient around a Cylinder Normal to an Air Stream", *Transactions of the ASME* 71 (1949), pp. 375-381.

6. "Green and Clean: The Economic, Energy and Environmental Benefits of Insulation", *Alliance to Save Energy*, abril de 2001.

7. M. Jakob. *Heat Transfer*, vol. 1, Nueva York: John Wiley & Sons, 1949.

8. W. M. Kays y M. E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer*, 4a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 2005.

9. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*, 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1979.

10. W. C. Thomas. "Note on the Heat Transfer Equation for Forced Convection Flow over a Flat Plate with an Unheated Starting Length", *Mechanical Engineering News*, 9, núm. 1 (1977), p. 361.

11. R. D. Willis. "Photographic Study of Fluid Flow Between Banks of Tubes", *Engineering* (1934), pp. 423-425.

12. A. Zukauskas. "Convection Heat Transfer in Cross Flow", en *Advances in Heat Transfer*, J. P. Hartnett y T. F. Irvine, Jr. (eds.), Nueva York: Academic Press, 1972, vol. 8, pp. 93-106.

13. A. Zukauskas. "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow", en *Advances in Heat Transfer*, *op. cit.*

14. A. Zukauskas. "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow", en *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer*, S. Kakac, R. K. Shah y Win Aung (eds.), Nueva York: Wiley Interscience, 1987.

15. A. Zukauskas y R. Ulinskas. "Efficiency Parameters for Heat Transfer in Tube Banks", *Heat Transfer Engineering*, núm. 2 (1985), pp. 19-25.

PROBLEMAS*

Fuerza de resistencia al movimiento y transferencia de calor en el flujo externo

7-1C ¿Cuál es la diferencia entre la resistencia al movimiento por la fricción superficial y la resistencia al movimiento de la presión? ¿Cuál suele ser más significativa para los cuerpos esbeltos como los perfiles aerodinámicos?

7-2C ¿Cuál es la diferencia entre cuerpos aerodinámicos y romos? ¿Una pelota de tenis es aerodinámica?

7-3C ¿Qué es la resistencia al movimiento? ¿Qué la causa? ¿Por qué se suele tratar de minimizarla?

7-4C ¿Qué es la sustentación? ¿Qué la causa? ¿La fuerza cortante contribuye a la sustentación?

7-5C En el flujo sobre un cuerpo dado se miden la fuerza de resistencia al movimiento, la velocidad corriente arriba y la densidad del fluido. Explique cómo determinaría el coeficiente de resistencia al movimiento. ¿Qué área usaría en los cálculos?

7-6C Defina área frontal de un cuerpo sujeto a flujo externo. ¿Cuándo resulta apropiado usar el área frontal en los cálculos de la resistencia al movimiento y de la sustentación?

7-7C ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad corriente arriba y la velocidad de flujo libre? ¿Para qué tipos de flujos son estas velocidades iguales entre sí?

7-8C ¿Qué es separación del flujo? ¿Qué la causa? ¿Cuál es el efecto de la separación del flujo sobre el coeficiente de resistencia al movimiento?

7-9C ¿Cuál es el efecto de hacer que un cuerpo sea aerodinámico sobre *a*) la resistencia al movimiento por la fricción y *b*) la resistencia al movimiento por la presión? ¿La fuerza total de resistencia al movimiento que actúa sobre un cuerpo decrece por fuerza como resultado de hacer que ese cuerpo sea aerodinámico? Explique.

7-10C ¿Cuál es el efecto de la aspereza de la superficie sobre el coeficiente de resistencia al movimiento por la fricción en los flujos laminar y turbulento?

* Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES se resuelven mediante el EES, y las soluciones completas junto con los estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia mediante el software de EES que acompaña a este texto.

Flujo sobre placas planas

7-11C Considere el flujo laminar sobre una placa plana. ¿Cambiará el coeficiente de fricción con la distancia desde el borde de ataque? ¿Qué se puede decir acerca del coeficiente de transferencia de calor?

7-12C ¿Qué representa el coeficiente de fricción en el flujo sobre una placa plana? ¿Cómo está relacionado con la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre la placa?

7-13C ¿Cómo se determinan los coeficientes promedio de fricción y de transferencia de calor en el flujo sobre una placa plana?

7-14 En un experimento, la transferencia de calor local sobre una placa plana se correlaciona en la forma del número de Nusselt local como se expresa por la siguiente correlación

$$\mathrm{Nu}_x = 0.035\mathrm{Re}_x^{0.8}\mathrm{Pr}^{1/3}$$

Determine el cociente del coeficiente promedio de transferencia de calor por convección (h) definido para la longitud total de la placa y el coeficiente local de transferencia de calor por convección (h_x) en la ubicación $x = L$.

Respuesta: 1.25.

7-15 Una lámina de hoja metálica de 5 m de longitud se transporta sobre una banda a una velocidad de 5 m/s, mientras que el recubrimiento de su superficie superior se trata bajo la luz de lámparas infrarrojas. El recubrimiento de la superficie superior de la hoja metálica tiene una absortividad de 0.6 y una emisividad de 0.7, mientras que la temperatura ambiente del aire circundante es de 25°C. La transferencia de calor por radiación ocurre sólo sobre la superficie superior, mientras que la transferencia de calor por convección ocurre en las superficies superior e inferior de la hoja metálica. Si las lámparas infrarrojas proveen un flujo constante de 5 000 W/m^2, determine la temperatura superficial de la hoja metálica. Evalúe las propiedades del aire a 80°C.

Respuesta: 138°C

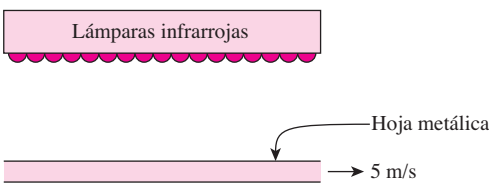


FIGURA P7-15

7-16 Aceite para motor a 80°C fluye sobre una placa plana de 10 m de largo cuya temperatura es de 30°C, con una velocidad de 2.5 m/s. Determine la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor sobre toda la placa por unidad de ancho.

7-17 La presión atmosférica local en Denver, Colorado (altitud de 1 610 m), es de 83.4 kPa. Aire a esta presión y a 30°C fluye con una velocidad de 6 m/s sobre una placa plana de 2.5 m × 8 m cuya temperatura es de 120°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa si el aire fluye paralelo al *a*) lado de 8 m de largo y *b*) lado de 2.5 m.

7-18 Durante un día frío de invierno el viento sopla a 42 km/h paralelo a una pared de 6 m de alto y 10 m de largo de una casa. Si el aire del exterior está a 5°C y la temperatura superficial de la pared es de 12°C, determine la velocidad de la pérdida de calor desde esa pared por convección. ¿Cuál sería su respuesta si se duplicara la velocidad del viento?

Respuestas: 10.8 kW, 19.4 kW

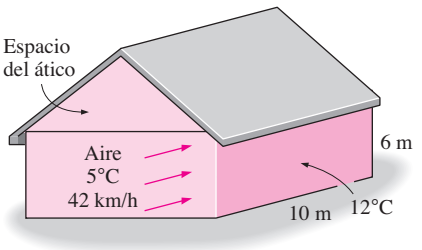


FIGURA P7-18

7-19 Vuelva a considerar el problema 7-18. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la velocidad del viento y de la temperatura del aire exterior sobre la razón de la pérdida de calor desde la pared por convección. Suponga que la razón del viento varía de 10 km/h hasta 80 km/h y la temperatura del aire exterior de 0°C hasta 10°C. Trace la gráfica de la razón de la pérdida de calor en función de la velocidad del viento y de la temperatura en el exterior; discuta los resultados.

7-20 Una placa plana cuadrada y delgada tiene 1.2 m en cada lado. Sobre las superficies inferior y superior de la placa, fluye aire a 10°C, en una dirección paralela a uno de los lados, a una velocidad de 48 m/s. La superficie de la placa se mantiene a una temperatura constante de 54°C. La placa está montada sobre una balanza que mide una fuerza de arrastre de 1.5 N.

a) Determine el régimen de flujo (laminar o turbulento).
b) Determine la razón total de transferencia de calor de la placa al aire.
c) Si se considera una distribución uniforme sobre la placa de los parámetros de la transferencia de calor y del arrastre, estime los gradientes promedios de la velocidad y la temperatura en la superficie, $(\partial u/\partial y)_{y=0}$ y $(\partial T/\partial y)_{y=0}$.

7-21 Fluye agua a 43.3°C sobre una placa grande, a una velocidad de 30.0 cm/s. La placa tiene 1.0 m de largo (en la dirección del flujo) y su superficie se mantiene a una temperatura uniforme de 10.0°C. Calcule la razón estacionaria de la transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

7-22I Se aplica aire caliente sobre la superficie interna del parabrisas de un automóvil para descongelar el hielo acumulado sobre su superficie externa. Considere el parabrisas de un automóvil (k_w = 0.8 Btu/h · ft · R) con una altura total de 20 in y un espesor de 0.2 in. El aire exterior (1 atm) tiene una temperatura ambiente de 8°F y la velocidad promedio del flujo del aire sobre la superficie del parabrisas es 50 mph, mientras que la temperatura ambiente dentro del automóvil es de 77°F. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección, para el aire que sopla sobre la superficie interna del parabrisas, necesario para ocasionar que el hielo acumulado se comience a

derretir. Asuma que la superficie del parabrisas puede tratarse como una superficie de placa plana.

Respuesta: 5.36 Btu/h · ft^2 · R

7-23 El dióxido de carbono de escape a 1 atm se enfría mediante placas planas. El gas a 220ºC fluye paralelamente a las superficies superior e inferior de una placa plana de 1.5 m de largo a una velocidad de 3 m/s. Si la temperatura superficial de la placa plana se mantiene a 80ºC, determine *a*) el coeficiente local de transferencia de calor por convección a una distancia de 1 m del borde de ataque de la placa, *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección sobre toda la placa y *c*) la transferencia total de calor hacia la placa por unidad de su área.

7-24 Aceite de motor caliente a 150ºC fluye paralelamente a una placa plana a una velocidad de 2 m/s. La temperatura superficial de la placa plana de 0.5 m de longitud es constante e igual a 50ºC. Determine *a*) el coeficiente local de transferencia de calor por convección a 0.2 m a partir del borde de ataque y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección y *b*) repita la parte *a*) mediante la relación de Churchill y Ozoe (1973).

7-25 Fluye mercurio a 25°C a una velocidad de 0.8 m/s sobre una placa plana de 3 m de largo y 2 m de ancho, mantenida a una temperatura de 75°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa completa.

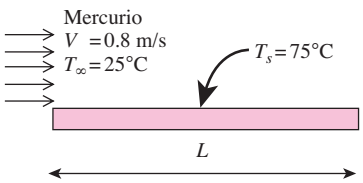


FIGURA P7-25

7-26 Placas paralelas forman un colector solar que cubre un techo, como se muestra en la figura. Las placas se mantienen a 15°C, en tanto que fluye aire ambiente a 10°C sobre el techo con V = 4 m/s. Determine la razón de la pérdida de calor por convección desde *a*) la primera placa y *b*) la tercera placa.

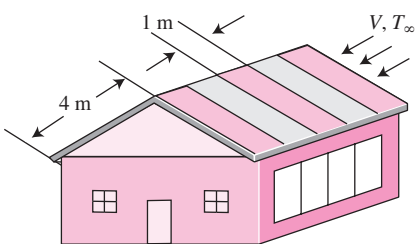


FIGURA P7-26

7-27 Considere un motor caliente de automóvil, el cual se puede considerar como un bloque rectangular de 0.5 m de alto, 0.40 m de ancho y 0.8 m de largo. La superficie inferior del bloque está a una temperatura de 100°C y tiene una emisividad de 0.95. El aire ambiental está a 20°C y la superficie del camino está a 25°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la superficie inferior del bloque del motor, por convección y radiación, cuando el automóvil viaja a una velocidad de 80 km/h. Suponga que el flujo es turbulento sobre toda la superficie debido a la agitación constante del bloque.

7-28 En la sección de formado de una planta de plásticos se extiende una lámina continua de plástico que tiene 1.2 m de ancho y 2 mm de espesor, con una velocidad de 15 m/min. La temperatura de la lámina es de 90°C cuando se le expone al aire circundante y se sujeta a flujo de aire a 30°C, a una velocidad de 3 m/s, sobre ambos lados y a lo largo de sus superficies perpendiculares a la dirección del movimiento de la propia lámina. El ancho de la sección de enfriamiento por aire es tal que un punto fijo sobre la lámina de plástico pasa a través de esa sección en 2 s. Determine la razón de la transferencia de calor de la lámina de plástico al aire.

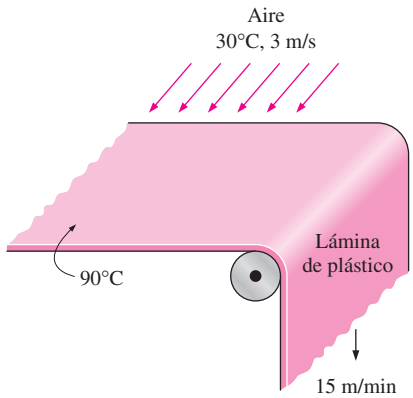


FIGURA P7-28

7-29 La superficie superior del vagón de pasajeros de un tren que se mueve a una velocidad de 95 km/h tiene 2.8 m de ancho y 8 m de largo. Esa superficie absorbe radiación solar a razón de 380 W/m^2 y la temperatura del aire ambiental es de 30°C. Si supone que el techo del vagón está perfectamente aislado y que el intercambio de calor por radiación con los alrededores es pequeño en relación con la convección, determine la temperatura de equilibrio de la superficie superior de dicho vagón.

Respuesta: 37.5°C

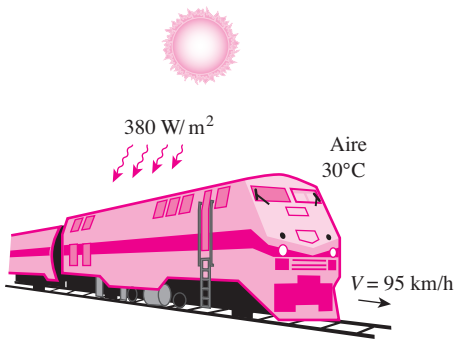


FIGURA P7-29

7-30 Vuelva a considerar el problema 7-29. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la velocidad del tren y de la velocidad de absorción de la radiación solar sobre la temperatura de equilibrio de la superficie superior del vagón. Suponga que la razón del tren varía de 10 km/h hasta 120 km/h y la velocidad de la absorción solar de 100 W/m^2 hasta 500 W/m^2. Trace gráficas de la temperatura de equilibrio en función de la razón del tren y de la razón de absorción de la radiación solar; discuta los resultados.

7-31 Un tablero de circuito de 15 cm × 15 cm que disipa de manera uniforme 20 W de potencia se enfría por medio de aire, el cual se aproxima al tablero a 20°C con una velocidad de 6 m/s. Si descarta cualquier transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero determine la temperatura superficial de los componentes electrónicos *a*) en el borde de ataque y *b*) en el extremo del tablero. Suponga que el flujo es turbulento, ya que se espera que los componentes electrónicos provocan la turbulencia.

7-32 Considere el flujo laminar de un fluido sobre una placa plana mantenida a una temperatura constante. Ahora se duplica la velocidad del flujo libre del fluido. Determine el cambio en la fuerza de resistencia al movimiento sobre la placa y la razón de la transferencia de calor entre el fluido y esta última. Suponga que el flujo permanece laminar.

7-33I Considere un camión refrigerado que viaja a 70 mph en un lugar donde la temperatura del aire es de 80°F. Se puede considerar que el compartimiento refrigerado del camión es una caja rectangular de 9 ft de ancho, 7 ft de alto y 20 ft de largo. El sistema de refrigeración del camión puede suministrar 3 toneladas de refrigeración (es decir, puede remover calor a razón de 600 Btu/min). La superficie exterior del camión está recubierta con un material de baja emisividad y, por consiguiente, la transferencia de calor por radiación es muy pequeña. Determine la temperatura promedio de la superficie exterior del compartimiento de refrigeración del camión, si se observa que el sistema de refrigeración está operando a la mitad de su capacidad. Suponga que el flujo del aire sobre toda la superficie exterior es turbulento y que los coeficientes de transferencia de calor en las superficies delantera y trasera son iguales a los de las superficies laterales.

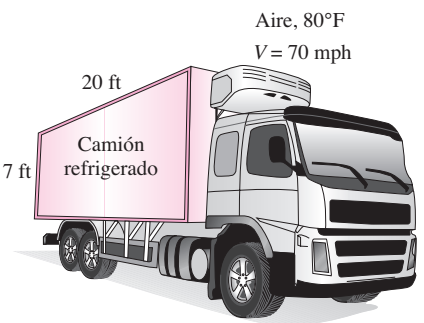


FIGURA P7-33I

7-34 El peso de una placa plana delgada que tiene un tamaño de 50 cm × 50 cm se equilibra mediante un contrapeso que tiene una masa de 2 kg, como se muestra en la figura. Ahora se enciende un ventilador y aire a 1 atm y 25°C fluye hacia abajo sobre las dos superficies de la placa, con una velocidad de la corriente libre de 8 m/s. Determine la masa que es necesario añadir al contrapeso para equilibrar la placa en este caso.

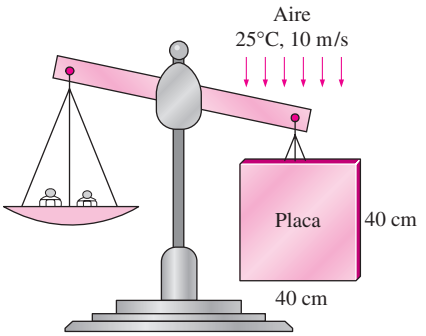


FIGURA P7-34

7-35 Mercurio líquido a 250ºC fluye paralelamente a una placa plana a una velocidad de 0.3 m/s. La temperatura superficial de una placa plana de 0.1 m de largo es constante e igual a 50ºC. Determine *a*) el coeficiente local de transferencia de calor por convección a 5 cm del borde de ataque y *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección sobre la placa entera.

Respuestas: a) 5 343 W/m^2 · K, *b*) 7 555 W/m^2 · K

7-36 Mercurio líquido a 250ºC fluye a una velocidad de 0.3 m/s paralelamente a una placa plana de 0.1 m de longitud en la que hay un tramo inicial sin calentar de 5 cm de longitud. El tramo calentado de la placa plana se mantiene a una temperatura constante de 50ºC. Determine *a*) el coeficiente local de transferencia de calor por convección en el borde posterior de la placa, *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección para el tramo calentado y *c*) la razón de transferencia de calor para el tramo calentado por unidad de ancho de la placa.

7-37 Un transformador que tiene 10 cm de largo, 6.2 cm de ancho y 5 cm de alto se va a enfriar sujetándole un sumidero de calor de aluminio pulido (emisividad = 0.03) de 10 cm × 6.2 cm de ancho sobre su superficie superior. El sumidero de calor tiene siete aletas, las cuales tienen 5 mm de alto, 2 mm de espesor y 10 cm de largo. Un ventilador sopla aire a 25°C paralelo a los pasos entre las aletas. El sumidero de calor debe disipar 12 W de calor y la temperatura de su base no debe sobrepasar 60°C. Si las aletas y la placa base son aproximadamente isotérmicas y la transferencia de calor por radiación es despreciable, determine la velocidad mínima del flujo libre que necesita suministrar el ventilador con el fin de evitar el sobrecalentamiento.

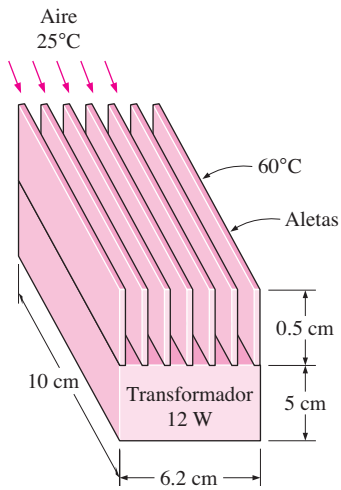


FIGURA P7-37

7-38 Repita el problema 7-37 si el sumidero de calor está anodizado en negro y, como consecuencia, tiene una emisividad efectiva de 0.90. Nótese que en los cálculos referentes a la radiación debe usarse el área de la base (10 cm × 6.2 cm), no el área superficial total.

7-39I Aire a 60ºF fluye sobre una placa de 10 ft de longitud a 7 ft/s. Determine los coeficientes de fricción local y de transferencia de calor a intervalos de 1 ft y grafique los resultados en función de la distancia del borde de ataque.

7-40I Vuelva a considerar el problema 7-39I. Mediante el software EES (u otro), evalúe los coeficientes locales de transferencia de calor y fricción a lo largo de la placa a intervalos de 0.1 ft y grafíquelos en función de la distancia del borde de ataque.

7-41 Un arreglo de transistores de potencia, que disipan 5 W de potencia cada uno, se va a enfriar montándolo sobre una placa cuadrada de aluminio de 25 cm × 25 cm y soplando aire a 35°C sobre dicha placa, con un ventilador, a una velocidad de 4 m/s. La temperatura promedio de la placa no debe ser mayor de 65°C. Si la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa es despreciable y se descarta la radiación, determine el número de transistores que se pueden colocar sobre esta placa.

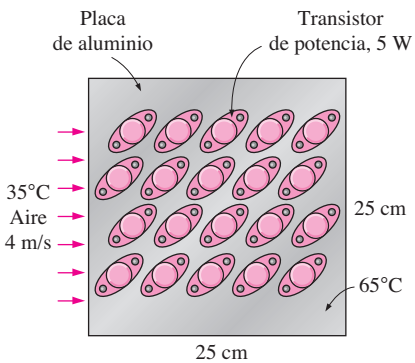


FIGURA P7-41

7-42 Repita el problema 7-41 para un lugar a una altitud de 1 610 m, donde la presión atmosférica es de 83.4 kPa.
Respuesta: 5

7-43 Aire a 25°C y 1 atm fluye sobre una placa plana larga con una velocidad de 8 m/s. Determine la distancia medida desde el borde de ataque de la placa donde el flujo se vuelve turbulento, así como el espesor de la capa límite en esa ubicación.

7-44 Repita el problema 7-43 para agua.

7-45 Sobre la cubierta de vidrio de un colector solar incide radiación solar a razón de 700 W/m^2. El vidrio transmite 88% de la radiación incidente y tiene una emisividad de 0.90. Todas las necesidades de agua caliente de una familia en verano se pueden satisfacer mediante dos colectores de 1.2 m de alto y 1 m de ancho. Los dos colectores se unen entre sí sobre uno de sus lados de modo que dan la apariencia de ser un solo colector con un tamaño de 1.2 m × 2 m. Se conoce que la temperatura de la cubierta de vidrio es de 35°C en un día en que la temperatura del aire circundante es de 25°C y el viento está soplando a 30 km/h. La temperatura efectiva del cielo para el intercambio por radiación entre la cubierta de vidrio y el cielo abierto es de –40°C. El agua entra a los tubos sujetos a la placa del absorbedor a razón de 1 kg/min. Si la superficie posterior de la placa del absorbedor está fuertemente aislada y la única pérdida de calor ocurre a través de la cubierta de vidrio, determine *a*) la razón total de la pérdida de calor del colector, *b*) la eficiencia de éste, la cual es la razón de la cantidad de calor transferida al agua con respecto a la energía solar incidente sobre el colector, y *c*) la elevación en la temperatura del agua a medida que fluye por el colector.

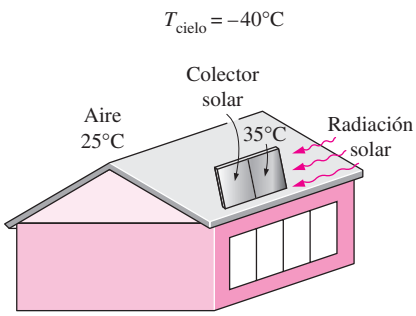


FIGURA P7-45

7-46 Un chip de silicio de 15 mm × 15 mm de dimensiones está montado de tal manera que sus bordes están insertos en un sustrato. El chip disipa de manera uniforme 1.4 W de energía, y se utiliza aire a 20°C (1 atm) y una velocidad de 25 m/s para enfriar su superficie superior. Si el sustrato tiene un tramo inicial de 15 mm sin calentar, determine la temperatura superficial en el borde posterior del chip. Evalúe las propiedades del aire a 50°C.

7-47 Aire a 1 atm y 20°C fluye sobre la superficie superior de una delgada placa plana de 0.5 m de largo. La velocidad del flujo de aire es 50 m/s y la placa se mantiene a una temperatura superficial constante de 180°C. Determine *a*) el coeficiente promedio de fricción, *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección y *c*) repita la parte *b*) mediante la analogía de Reynolds modificada.

Respuestas: a) 0.00299, *b)* 89.5 W/m^2 · K, *c)* 89.5 W/m^2 · K

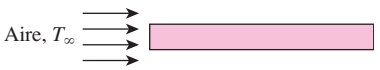


FIGURA P7-47

Flujo a través de cilindros y esferas

7-48C En el flujo sobre cuerpos no currentilíneos, como un cilindro, ¿en qué difieren la resistencia al movimiento por la presión y la debida a la fricción?

7-49C En el flujo sobre cilindros, ¿por qué el coeficiente de resistencia al movimiento cae de manera repentina cuando el flujo se vuelve turbulento? ¿No se supone que la turbulencia incrementa el coeficiente de resistencia al movimiento en lugar de decrecerlo?

7-50C Considere el flujo laminar de aire alrededor de un cilindro circular caliente. ¿En qué punto sobre el cilindro será más alta la transferencia de calor? ¿Cuál sería su respuesta si el flujo fuera turbulento?

7-51C ¿Por qué en el flujo turbulento se retrasa la separación del flujo sobre cilindros?

7-52 Una barra cilíndrica larga caliente se coloca en un flujo de aire a 20°C (1 atm) con una velocidad de 10 m/s que fluye perpendicularmente a ella. La barra tiene un diámetro de 5 mm y su superficie tiene una emisividad de 0.95. Si la temperatura de los alrededores es de 20°C y el flujo de calor que se disipa de la barra es de 16 000 W/m^2, determine la temperatura superficial de la barra. Evalúe las propiedades del aire a 70°C.

7-53 Aire a 20°C (1 atm) fluye alrededor de una esfera de 5 cm de diámetro con una velocidad de 3.5 m/s. Si la temperatura superficial de la esfera es constante e igual a 80°C, determine *a*) el coeficiente promedio de arrastre de la esfera y *b*) la razón de transferencia de calor de la esfera.

7-54 Una bola de acero inoxidable (ρ = 8 055 kg/m^3, c_p = 480 J/kg · °C) de diámetro D = 15 cm se extrae del horno a una temperatura uniforme de 350°C. A continuación la bola se somete al flujo de aire a una presión de 1 atm y a 30°C, con una velocidad de 6 m/s. Llega el momento en que la temperatura superficial de la bola cae hasta 250°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio durante este proceso de enfriamiento y estime cuánto tardará el proceso.

7-55 Vuelva a considerar el problema 7-54. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la velocidad del aire sobre el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y el tiempo de enfriamiento. Suponga que la velocidad del aire varía de 1 m/s hasta 10 m/s. Trace las gráficas del coeficiente de transferencia de calor y del tiempo de enfriamiento en función de la velocidad del aire y discuta los resultados.

7-56I Una persona extiende sus brazos descubiertos hacia el viento que sopla en el exterior a 54°F y 30 mph para tener una sensación íntima de la naturaleza. En un principio, la temperatura de la piel del brazo es de 84°F. Si considera al brazo como un cilindro de 2 ft de largo y 3 in de diámetro, determine la razón de la pérdida de calor desde él.

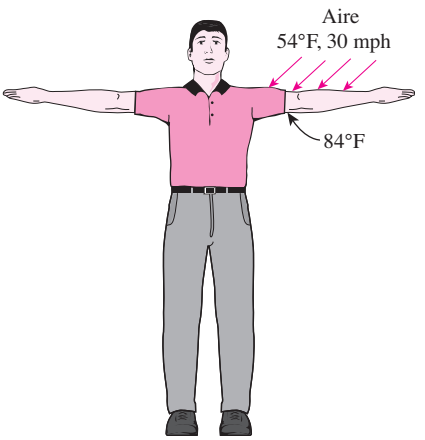


FIGURA P7-56I

7-57I Vuelva a considerar el problema 7-56I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura del aire y de la velocidad del viento sobre la razón de la pérdida de calor desde el brazo. Suponga que la temperatura del aire varía de 20°F hasta 80°F y la velocidad del viento de 10 mph hasta 40 mph. Trace gráficas de la razón de la pérdida de calor en función de la temperatura del aire y de la velocidad del viento; discuta los resultados.

7-58 En promedio, una persona genera calor a razón de 84 W mientras está en reposo. Si la cuarta parte de este calor se pierde por la cabeza y se descarta la radiación, determine la temperatura superficial promedio de la cabeza cuando no está cubierta y se encuentra sujeta a vientos a 10°C y 25 km/h. La cabeza se puede considerar como una esfera de 30 cm de diámetro.

Respuesta: 13.2°C

7-59 Considere el flujo de un fluido alrededor un cilindro mantenido a una temperatura constante. Ahora se duplica la velocidad del flujo libre del fluido. Determine el cambio en la fuerza de resistencia al movimiento que actúa sobre el cilindro y la razón de la transferencia de calor entre el fluido y el cilindro.

7-60 Un tubo largo de vapor de agua, de 12 cm de diámetro, cuya temperatura superficial externa es de 90°C pasa por alguna zona abierta que no está protegida contra los vientos. Determine la razón de la pérdida de calor del tubo por unidad de longitud, cuando el aire está a 1 atm de presión y a 7°C y el viento sopla a través del tubo a una velocidad de 65 km/h.

7-61 En una planta geotérmica, el agua geotérmica que se usa, a 80°C, entra a un tubo no aislado de 15 cm de diámetro y 400 m de largo, a razón de 8.5 kg/s, y sale a 70°C antes de ser reinyectada de nuevo en el suelo. Viento a 15°C fluye de manera normal al tubo. Si se descarta la radiación, determine la velocidad promedio del viento en km/h.

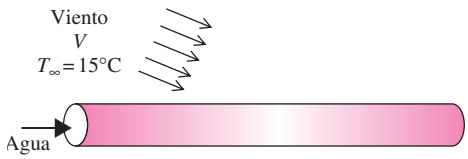


FIGURA P7-61

7-62 Una línea de transmisión eléctrica de 5 mm de diámetro lleva una corriente de 50 A y tiene una resistencia de 0.002 ohm por metro de longitud. Determine la temperatura superficial del alambre durante un día con viento cuando la temperatura del aire es de 10°C y ese viento sopla a través de la línea a 50 km/h.

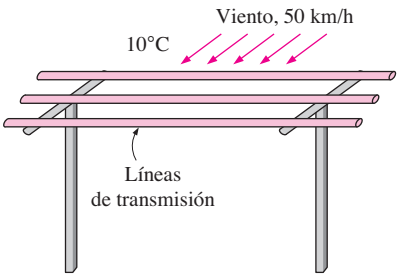


FIGURA P7-62

7-63 Vuelva a considerar el problema 7-62. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la velocidad del viento sobre la temperatura superficial del alambre. Suponga que la velocidad del viento varía de 10 km/h hasta 80 km/h. Trace la gráfica de la temperatura superficial en función de la velocidad del viento y discuta los resultados.

7-64 Se va a diseñar un sistema de calentamiento para mantener las alas de un avión a la velocidad de crucero de 900 km/h por encima de las temperaturas de congelación durante el vuelo a 12 200 m de altitud, donde las condiciones atmosféricas estándar son –55.4°C y 18.8 kPa. Si se aproxima el ala como un cilindro de sección transversal elíptica cuyo eje menor es de 50 cm y se descarta la radiación, determine el coeficiente de transferencia de calor promedio sobre la superficie de dicha ala y la razón promedio de la transferencia de calor por unidad de área superficial.

7-65 Se extruye un alambre largo de aluminio de 3 mm de diámetro a una temperatura de 280°C. El alambre se sujeta a flujo cruzado de aire a 20°C a una velocidad de 6 m/s. Determine la razón de la transferencia de calor del alambre al aire por metro de longitud, cuando se expone por primera vez a ese aire.

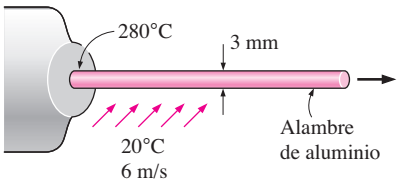


FIGURA P7-65

7-66I Considere una persona que trata de mantenerse fría en un día caliente de verano al encender un ventilador y se expone todo su cuerpo al flujo de aire. La temperatura de este último es de 85°F y el ventilador lo impulsa a una velocidad de 6 ft/s. Si la persona trabaja ligero y genera calor sensible a razón de 300 Btu/h, determine la temperatura promedio de la superficie exterior (piel o ropa) de ella. El cuerpo humano promedio se puede considerar como un cilindro de 1 ft de diámetro con un área superficial expuesta de 18 ft^2. Descarte cualquier transferencia de calor por radiación. ¿Cuál sería su respuesta si se duplicara la velocidad del aire?

Respuestas: 95.1°F, 91.6°F

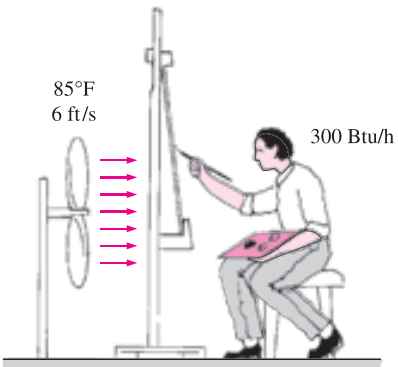


FIGURA P7-66I

7-67 Un foco incandescente es un aparato barato, pero intensamente ineficiente, que convierte la energía eléctrica en luz.

Convierte en luz alrededor de 10% de la energía eléctrica que consume, mientras que convierte el 90% restante en calor. (Un foco fluorescente dará la misma cantidad de luz en tanto que consume sólo la cuarta parte de la energía eléctrica y durará 10 veces más.) El bulbo de vidrio de la lámpara se calienta con mucha rapidez como resultado de la absorción de todo ese calor y la disipación del mismo hacia los alrededores, por convección y radiación.

Considere un foco de 100 W y 10 cm de diámetro enfriado por un ventilador que sopla aire a 30°C hacia aquél a una velocidad de 2 m/s. Las superficies circundantes también están a 30°C y la emisividad del vidrio es de 0.9. Si 10% de la energía pasa a través del bulbo de vidrio como luz, con una absorción despreciable, y el resto de esa energía es absorbida y disipada por el propio bulbo, determine la temperatura de equilibrio de este último.

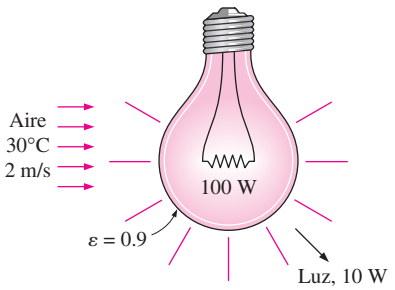


FIGURA P7-67

7-68I Se hace un alambre de resistencia eléctrica de 1.5 kW y 12 ft de largo de acero inoxidable (k = 8.7 Btu/h · ft · °F) con un diámetro de 0.1 in. El alambre de resistencia opera en un medio a 85°F. Determine la temperatura superficial del alambre si se enfría mediante un ventilador que sopla aire a una velocidad de 20 ft/s.

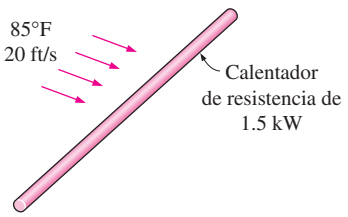


FIGURA P7-68I

7-69 Los componentes de un sistema electrónico están localizados en un ducto horizontal de 1.5 m de largo cuya sección transversal es de 20 cm × 20 cm. No se admite que los componentes que están en el ducto entren en contacto directo con el aire de enfriamiento y, como consecuencia, se enfrían por medio de aire a 30°C que fluye sobre dicho ducto con una velocidad de 200 m/min. Si la temperatura superficial del ducto no debe exceder de 65°C, determine la potencia nominal total de los dispositivos electrónicos que se pueden montar en el interior de él.

Respuesta: 640 W

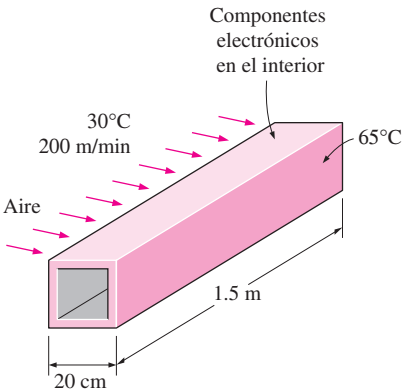


FIGURA P7-69

7-70 Repita el problema 7-69 para un lugar a 3 000 m de altitud donde la presión atmosférica es de 70.12 kPa.

7-71 Un componente electrónico cilíndrico de 0.4 W con un diámetro de 0.3 cm y una longitud de 1.8 cm y que se encuentra montado sobre un tablero de circuito se enfría por medio de aire que fluye alrededor de él a una velocidad de 240 m/min. Si la temperatura del aire es de 35°C, determine la temperatura superficial del componente.

7-72 Considere un tanque de agua caliente de 50 cm de diámetro y 95 cm de largo, el cual está colocado sobre el techo de una casa. El agua que se encuentra en su interior se calienta durante el día hasta 80°C mediante un colector solar de placa plana. Entonces, durante la noche, el tanque se expone al viento con una temperatura del aire de 18°C y una velocidad promedio de 40 km/h. Estime la temperatura del tanque después de un periodo de 45 min. Suponga que la superficie del tanque está a la misma temperatura que el agua que se encuentra en su interior y que el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies superior e inferior es igual al correspondiente a la superficie lateral.

7-73 Vuelva a considerar el problema 7-72. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la temperatura del tanque en función del tiempo de enfriamiento conforme éste varía de 30 min hasta 5 h, y discuta los resultados.

7-74 Un tanque esférico de 2.2 m de diámetro y de espesor despreciable contiene agua con hielo a 0°C. Sobre él fluye aire a 25°C con una velocidad de 7 m/s. Determine la razón de la transferencia de calor hacia el tanque y la rapidez a la cual se funde el hielo. El calor de fusión del agua a 0°C es de 333.7 kJ/kg.

7-75 Durante una visita a una planta se advierte que una sección de 12 m de largo de un tubo de vapor de agua de 12 cm de diámetro está por completo expuesta al aire ambiente. Las me-

diciones de temperatura indican que la temperatura promedio de la superficie exterior del tubo es de 75°C, cuando la temperatura ambiente es de 5°C. También se tienen vientos ligeros en la zona a 25 km/h. La emisividad de la superficie exterior del tubo es 0.8 y se estima que la temperatura promedio de las superficies que lo rodean, incluyendo el cielo, es de 0°C. Determine la cantidad de calor perdido por el vapor durante un día de10 h de trabajo.

El vapor es suministrado por un generador que tiene una eficiencia de 80% y la planta paga 1.05 dólar/therm de gas natural. Si el tubo se aísla y se ahorra 90% de la pérdida de calor, determine la cantidad de dinero que en esta instalación se ahorrará en un año como resultado del aislamiento de los tubos de vapor. Suponga que la planta opera todos los días del año durante 10 h. Enuncie sus suposiciones.

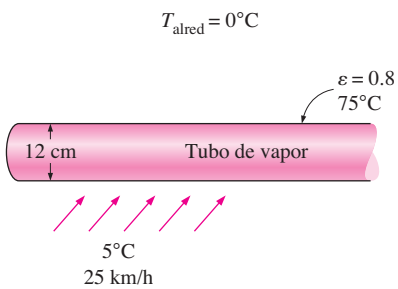


FIGURA P7-75

7-76 Vuelva a considerar el problema 7-75. Parece haber cierta incertidumbre acerca de la temperatura promedio de las superficies que rodean el tubo usada en los cálculos referentes a la radiación y se pide al lector que determine si produce alguna diferencia significativa en la transferencia de calor total. Repita los cálculos para las temperaturas promedio de los alrededores y superficial de –20°C y 25°C, respectivamente, y determine el cambio en los valores obtenidos.

7-77 Una botella cilíndrica de 10 cm de diámetro y 30 cm de altura contiene agua fría a 3°C. Se somete a la acción del viento, con una temperatura del aire de 27°C. Después de 45 minutos de enfriamiento se mide la temperatura del agua, la cual es de 11°C. Si descarta los efectos de la radiación y la transferencia de calor desde las superficies superior e inferior, estime la velocidad promedio del viento.

7-78 Los gases de escape de una fábrica se descargan a través de una chimenea de 10 m de alto con un diámetro externo de 1 m. Estos gases se descargan a una razón de 1.2 kg/s, mientras que el descenso de la temperatura entre la entrada y la salida de la chimenea es de 30°C y el calor específico a presión constante de los gases de escape es de 1 600 J/kg · K. Un día cualquiera, viento a 27°C fluye alrededor de la chimenea con una velocidad de 10 m/s, mientras que la superficie externa de la chimenea experimenta la radiación al entorno a 27°C. La radiación solar es incidente sobre la superficie externa de la chimenea a una razón de 1 400 W/m^2 y tanto la emisividad como la absortividad solar de la superficie externa son de 0.9. Determine la temperatura de la superficie exterior de la chimenea. Evalúe las propiedades del aire a 80°C.

Respuesta: 133°C

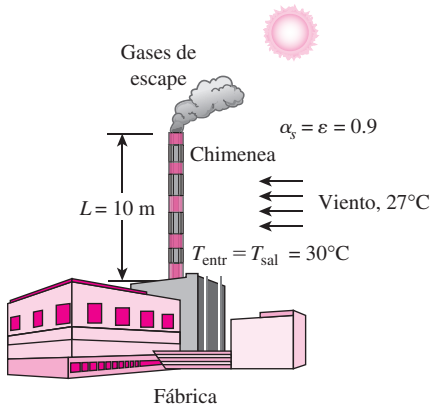


FIGURA P7-78

7-79 La superficie de una señal de tráfico de 0.2 m × 0.2 m de dimensiones tiene una absortividad de 0.6 y una emisividad de 0.7, y está sujeta al flujo cruzado de viento a 20°C con una velocidad de 1 m/s. La radiación solar es incidente sobre la señal de tráfico a una razón de 1 100 W/m^2 y la temperatura de los alrededores es de 20°C. Determine la temperatura superficial de la señal. Evalúe las propiedades del aire a 30°C.

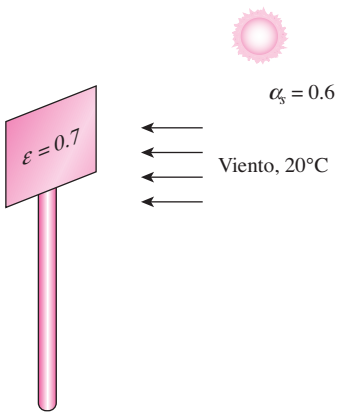


FIGURA P7-79

Flujo a través de bancos de tubos

7-80C En el flujo a través de bancos de tubos, ¿de qué manera varía el coeficiente de transferencia de calor con el número de filas en la dirección del flujo? ¿Cómo varía con ese número en la dirección transversal para un número dado de filas?

7-81C En el flujo a través de bancos de tubos, ¿por qué el número de Reynolds se basa en la velocidad máxima en lugar de la velocidad uniforme de aproximación?

7-82 Se va a calentar aire al pasarlo sobre un banco de tubos de 3 m de largo en el interior de los cuales se condensa vapor de agua a 100°C. El aire se aproxima al banco en la dirección perpendicular a 20°C y 1 atm, con una velocidad media de 5.2 m/s. El diámetro exterior de los tubos es de 1.6 cm y se encuentran dispuestos en forma escalonada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = S_T = 4$ cm. Se tienen 20 filas en la dirección del flujo con 10 tubos en cada una de ellas. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor, *b*) la caída de presión a través del banco y *c*) la razón de la condensación del vapor en el interior de los tubos.

7-83 Repita el problema 7-82 para la disposición de alineados con $S_L = S_T = 6$ cm.

7-84 En una instalación industrial se usan gases de escape a 1 atm y 300°C para precalentar agua, al pasarlos sobre un banco de tubos por los cuales fluye el agua a razón de 6 kg/s. La temperatura media de la pared de los tubos es de 80°C. Los gases de escape se aproximan al banco en la dirección perpendicular a 4.5 m/s. El diámetro exterior de los tubos es de 2.1 cm y se encuentran dispuestos en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = S_T = 8$ cm. Se tienen 16 filas en la dirección del flujo con ocho tubos en cada una de ellas. Mediante las propiedades del aire para los gases de escape, determine *a*) la razón de la transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos, *b*) la caída de presión a través del banco y *c*) la elevación en la temperatura del agua que fluye por los tubos, por unidad de longitud de éstos.

7-85 Se va a calentar agua a 15°C hasta que llegue a 65°C al pasarla sobre un haz de varillas calentadoras de resistencia de 4 m de largo y 1 cm de diámetro mantenidas a 90°C. El agua se aproxima al haz de varillas calentadoras en la dirección perpendicular a una velocidad media de 0.8 m/s. Las varillas se encuentran dispuestas en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = 4$ cm y $S_T = 3$ cm. Determine el número N_L de filas de varillas en la dirección del flujo necesario para lograr la elevación de temperatura indicada.

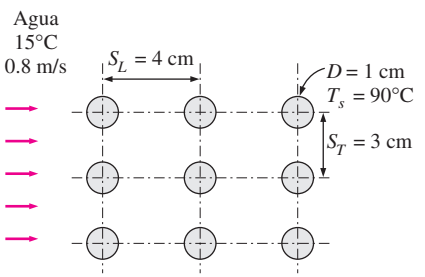


FIGURA P7-85

7-86 Se va a enfriar aire en la sección del evaporador de un refrigerador, al pasarlo sobre un banco de tubos de 0.8 cm de diámetro exterior y 0.8 m de largo en el interior, de los cuales se evapora el refrigerante a –20°C. El aire se aproxima al banco en la dirección perpendicular a 0°C y 1 atm, con una velocidad media de 5 m/s. Los tubos se encuentran dispuestos en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = S_T = 1.5$ cm. Se tienen 25 filas en la dirección del flujo con 15 tubos en cada una de ellas. Determine *a*) la capacidad de refrigeración del sistema y *b*) la caída de presión a través del banco.

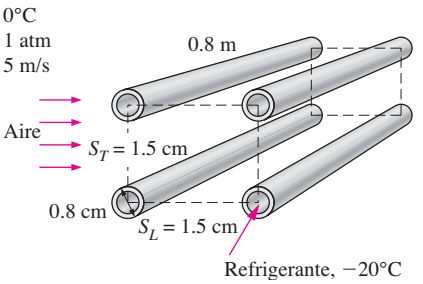


FIGURA P7-86

7-87 Repita el problema 7-86 si lo resuelve para la disposición en forma escalonada con $S_L = S_T = 1.5$ cm y compare el rendimiento del evaporador para ambas disposiciones.

7-88 En una instalación industrial se va a precalentar el aire para la combustión antes de meterlo en un horno, por medio de agua caliente a 90°C que fluye por los tubos de un banco ubicado en un ducto. El aire entra al ducto a 15°C y 1 atm, con una velocidad media de 4.5 m/s, y fluye alrededor de los tubos en dirección perpendicular. El diámetro exterior de los tubos es de 2.2 cm y se encuentran dispuestos en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de $S_L = S_T = 5$ cm. Se tienen ocho filas en la dirección del flujo con ocho tubos en cada una de ellas. Determine la razón de la transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos y la caída de presión a través del banco.

7-89 Repita el problema 7-88 para la configuración escalonada con $S_L = S_T = 6$ cm.

7-90 Un banco consta de 300 tubos a una distancia de 6 cm entre las líneas centrales de cualesquiera de dos tubos adyacentes. Se aproxima aire al banco en la dirección perpendicular a 20°C y 1 atm, con una velocidad media de 6 m/s. Se tienen 20 filas en la dirección del flujo con 15 tubos en cada una de ellas, con una temperatura superficial promedio de 140°C. Para un diámetro exterior de los tubos de 2 cm, determine el coeficiente de transferencia de calor promedio.

Problemas de repaso

7-91 Un chip de silicio de 20 mm × 20 mm de dimensiones está montado de tal forma que sus bordes están insertos al sustrato. El sustrato cuenta con un tramo inicial sin calentar de 20 mm de longitud que actúa como provocador de turbulencia. El

flujo de aire a 25°C (1 atm) a una velocidad de 25 m/s se utiliza para enfriar la superficie superior del chip. Si la temperatura superficial máxima del chip no puede superar los 75°C, determine la disipación de energía máxima permitida sobre la superficie del chip.

7-92 Aire (1 atm, 5°C) con una velocidad de flujo libre de 2 m/s fluye paralelamente a las superficies superior e inferior de una delgada placa plana en reposo de 1 m × 1 m de dimensiones. La placa plana tiene una temperatura superficial uniforme de 35°C. Determine *a*) el coeficiente promedio de fricción, *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección y *c*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección mediante la analogía de Reynolds modificada y compare con los resultados obtenidos en *b*).

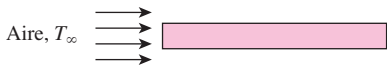


FIGURA P7-92

7-93 En un esfuerzo por incrementar la eliminación de calor de una superficie caliente a 120°C, una aleta cilíndrica de espiga (k_f = 237 W/m · K) con un diámetro de 5 mm se fija a la superficie caliente. El aire a 20°C (1 atm) fluye alrededor de la aleta de espiga con una velocidad de 10 m/s. Determine la razón máxima posible de transferencia de calor de la aleta. Evalúe las propiedades del aire a 70°C.

Respuesta: 10.4 W

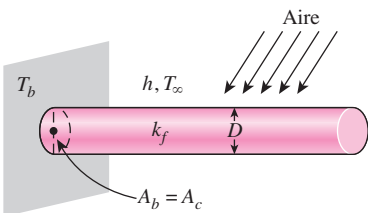


FIGURA P7-93

7-94I El compartimiento de pasajeros de una camioneta pequeña que viaja a 70 mph se puede considerar como una caja rectangular larga de 3.2 ft de alto, 6 ft de ancho y 12 ft de largo cuyas paredes tienen un valor de aislamiento de *R*-3 (es decir, una razón del espesor de pared con respecto a la conductividad térmica de 3 h · ft² · °F/Btu). El interior de la camioneta se mantiene a una temperatura promedio de 70°F durante un viaje en la noche, mientras la temperatura del aire en el exterior es de 90°F.

El coeficiente de transferencia de calor promedio sobre las superficies interiores de la camioneta es de 1.2 Btu/h · ft² · °F. Se puede suponer que el aire que fluye sobre las superficies exteriores es turbulento debido a la vibración intensa que se tiene, y el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies frontal y posterior se puede tomar como igual al de la superficie superior. Si descarta cualquier ganancia o pérdida de calor por radiación, determine la razón de la transferencia de calor del aire ambiente hacia la camioneta.

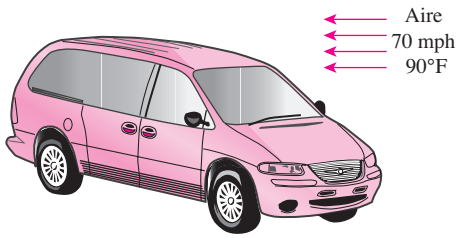


FIGURA P7-94I

7-95 Considere una casa que se mantiene a una temperatura constante de 22°C. Una de sus paredes tiene tres ventanas de vidrio de una sola hoja, de 1.5 m de alto y 1.8 m de largo. El vidrio (k = 0.78 W/m · °C) tiene 0.5 cm de espesor y el coeficiente de transferencia de calor sobre su superficie interior es de 8 W/m² · °C. Ahora empiezan a soplar vientos a 35 km/h paralelos a la superficie de esta pared. Si la temperatura del aire en el exterior es de –2°C, determine la razón de la pérdida de calor a través de las ventanas de esta pared. Suponga que la transferencia de calor por radiación es despreciable.

7-96 Considere una persona que trata de mantenerse fresca en un día caliente de verano al encender un ventilador y exponer su cuerpo al flujo de aire. La temperatura del aire es de 32°C y el ventilador lo impulsa a una velocidad de 5 m/s. Las superficies circundantes están a 40°C y la emisividad de la persona se puede tomar como 0.9. Si dicha persona trabaja ligera y genera calor sensible a razón de 90 W, determine la temperatura promedio de la superficie exterior (piel o ropa) de ella. El cuerpo humano promedio se puede considerar como un cilindro de 30 cm de diámetro con un área superficial expuesta de 1.7 m².

Respuesta: 36.2°C

7-97 Un tablero de circuito de 0.5 cm de espesor, 12 cm de altura y 18 cm de largo aloja 80 chips lógicos muy cercanos entre sí sobre uno de sus lados; cada chip disipa 0.06 W. El tablero está impregnado con empaste de cobre y tiene una conductividad térmica efectiva de 16 W/m · °C. Todo el calor generado en los chips es conducido a través del tablero y se disipa desde la parte posterior de éste hacia el aire ambiente que está a 30°C, el cual es forzado a fluir sobre la superficie mediante un ventilador, a una velocidad de flujo libre de 300 m/min. Determine las temperaturas sobre los dos lados del tablero.

7-98 Se usa un tanque esférico con un diámetro interno de 3 m y hecho de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C) de 1 cm de espesor para almacenar agua con hielo a 0°C. El tanque está ubicado en el exterior a 30°C y está sujeto a vientos de 25 km/h. Si todo el tanque de acero está a 0°C y, por lo tanto, su resistencia térmica es despreciable, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque y

b) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 h. El calor de fusión del agua a la presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg. Descarte cualquier transferencia de calor por radiación.

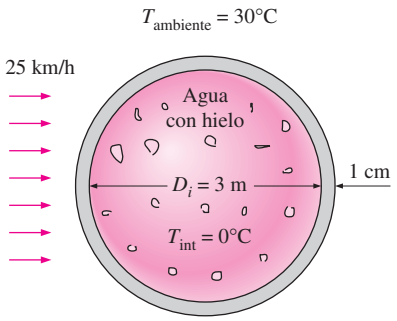


FIGURA P7-98

7-99 Repita el problema 7-98 si la superficie interior del tanque está a 0°C pero considere la resistencia térmica del propio tanque y la transferencia de calor por radiación. Suponga que la temperatura superficial promedio de los alrededores para el intercambio por radiación es de 25°C y que la superficie exterior del tanque tiene una emisividad de 0.75.

Respuestas: a) 10 530 W, *b*) 2 727 kg

7-100I Un transistor con una altura de 0.32 in y un diámetro de 0.22 in está montado sobre un tablero de circuito. El transistor se enfría por aire que fluye sobre él a una velocidad de 600 ft/min. Si la temperatura de ese aire es de 120°F y la temperatura de la cubierta del transistor no debe sobrepasar 180°F, determine la cantidad de potencia que puede disipar este transistor con seguridad.

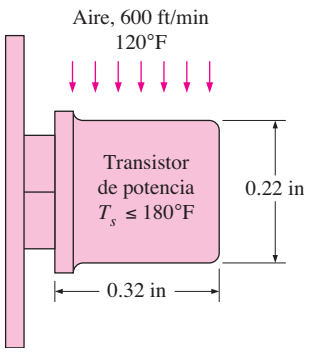


FIGURA P7-100I

7-101 El techo de una casa consta de una losa de concreto (k = 2 W/m · °C) de 15 cm de espesor, 15 m de ancho y 20 m de largo. El coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie interior del techo es de 5 W/m^2 · °C. En una noche clara de invierno se informa que el aire ambiente está a 10°C, en tanto que la temperatura del cielo nocturno es de 100 K. La casa y las superficies interiores de la pared se mantienen a una temperatura constante de 20°C. La emisividad de las dos superficies del techo es 0.9. Si considera tanto la transferencia de calor por radiación como por convección, determine la razón de la transferencia de calor a través del techo cuando sobre éste sople viento a 60 km/h.

Si la casa se calienta por medio de una chimenea en la que se quema gas natural con una eficiencia de 85%, y el precio del gas natural es de 1.20 dólares/termia, determine la pérdida de dinero a través del techo esa noche durante un periodo de 14 h.

Respuestas: 28 kW, 18.9 dólares

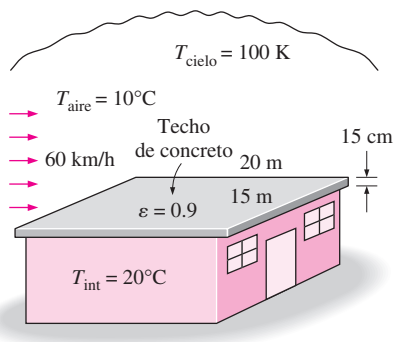


FIGURA P7-101

7-102 Vapor de agua a 250°C fluye en un tubo de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son de 4 cm y 4.6 cm, respectivamente. El tubo está cubierto con aislamiento de lana de vidrio (k = 0.038 W/m · °C) de 3.5 cm de espesor cuya superficie exterior tiene una emisividad de 0.3. Se pierde calor hacia el aire y las superficies circundantes que están a 3°C por convección y radiación. Si el coeficiente de transferencia de calor en el interior del tubo es 80 W/m^2 · °C, determine la razón de la pérdida de calor del vapor por unidad de longitud del tubo, cuando el aire fluye a través de éste a 4 m/s.

7-103 Considere una casa que se mantiene a 24°C en todo momento. Sus paredes tienen aislamiento con R-3.38 en unidades SI (es decir, un valor L/k o resistencia térmica de 3.38 m^2 · °C/W). Durante una noche fría de invierno la temperatura exterior del aire es de 6°C y un viento de 50 km/h sopla paralelo a una pared de 4 m de alto y 8 m de largo de la casa. Si el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie interior de la pared es de 12 W/m^2 · °C, determine la razón de la pérdida de calor por esa pared de la casa. Trace la red de resistencias térmicas y descarte la transferencia de calor por radiación.

Respuesta: 165 W

7-104 El motor de un automóvil se puede considerar como un bloque rectangular de 0.4 m de alto, 0.60 m de ancho y 0.7 m de largo. La superficie inferior del bloque está a una temperatura de 75°C y tiene una emisividad de 0.92. El aire ambiental está a 5°C y la superficie del camino está a 10°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la superficie inferior del bloque del motor, por convección y radiación, cuando el automóvil viaja a una velocidad de 60 km/h. Suponga que el flujo es tur-

bulento sobre toda la superficie debido a la agitación constante del bloque. ¿Cómo resultará afectada la transferencia de calor cuando se ha formado una plasta de mugre de 2 mm de espesor (k = 3 W/m · °C) como resultado de la suciedad y el aceite acumulados con el transcurso del tiempo? Suponga que la temperatura del metal debajo de la plasta todavía es de 75°C.

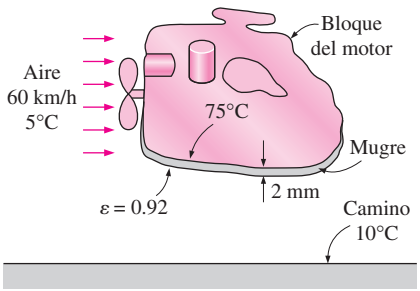


FIGURA P7-104

7-105 La temperatura de ebullición del nitrógeno a la presión atmosférica al nivel del mar (una presión de 1 atm) es de –196°C. Por lo tanto, el nitrógeno es de uso común en los estudios científicos a baja temperatura, ya que la temperatura del nitrógeno líquido en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a –196°C hasta que se agote. Cualquier transferencia de calor hacia el tanque tendrá como resultado la evaporación de algo del nitrógeno líquido, el cual tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3 a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 4 m de diámetro que está inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y –196°C. El tanque está expuesto al aire ambiente a 20°C y a vientos de 55 km/h. Se observa que la temperatura del tanque esférico de casco delgado es casi la misma que la del nitrógeno que está en su interior. Si descarta cualquier intercambio de calor por radiación, determine la razón de la evaporación del nitrógeno líquido en el tanque como resultado de la transferencia de calor del aire ambiente, si el tanque *a*) no está aislado, *b*) está cubierto con aislamiento de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) de 5 cm de espesor y *c*) está cubierto con superaislamiento de 2 cm de espesor que tiene una conductividad térmica efectiva de 0.00005 W/m · °C.

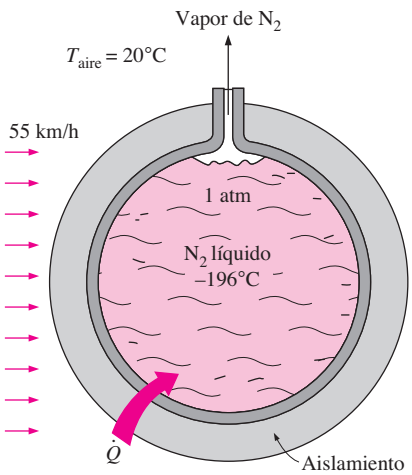


FIGURA P7-105

7-106 Repita el problema 7-105 para oxígeno líquido, el cual tiene una temperatura de ebullición de −183°C, un calor de vaporización de 213 kJ/kg y una densidad de 1 140 kg/m^3 a una presión de 1 atm.

7-107 Cuatro transistores de potencia, que disipan 10 W cada uno, están montados sobre una delgada placa de aluminio vertical (k = 237 W/m · K) de 22 cm × 22 cm de dimensiones. El calor generado por los transistores se debe disipar por ambas superficies de la placa hacia el aire circundante a 20ºC, el cual se aplica sobre la placa mediante un ventilador a una velocidad de 5 m/s. Se puede asumir que toda la placa es aproximadamente isotérmica y que el área superficial expuesta del transistor puede considerarse igual al área de su base. Determine la temperatura de la placa de aluminio.

7-108I Se sabe bien que el aire frío se siente mucho más helado cuando sopla el viento debido al "efecto de enfriamiento" de este último. Este efecto se debe al aumento en el coeficiente de transferencia de calor por convección al aumentar las velocidades del aire. La *temperatura equivalente por enfriamiento debido al viento*, en °F, se expresa por (*ASHRAE Handbook of Fundamentals* de 1993, Atlanta, GA, p. 8.15)

$$T_{equiv} = 91.4 - (91.4 - T_{ambiente})(0.475 - 0.0203V + 0.304\sqrt{V})$$

donde V es la velocidad del viento en mph y $T_{ambiente}$ es la temperatura del aire ambiente, en °F, en aire en calma, la cual se toma como la del aire con vientos ligeros a velocidades hasta de 4 mph. La constante 91.4°F que aparece en la ecuación antes dada es la temperatura media de la piel de una persona en reposo en un medio confortable. El aire en movimiento a una temperatura $T_{ambiente}$ y velocidad V se sentirá tan frío como el aire en

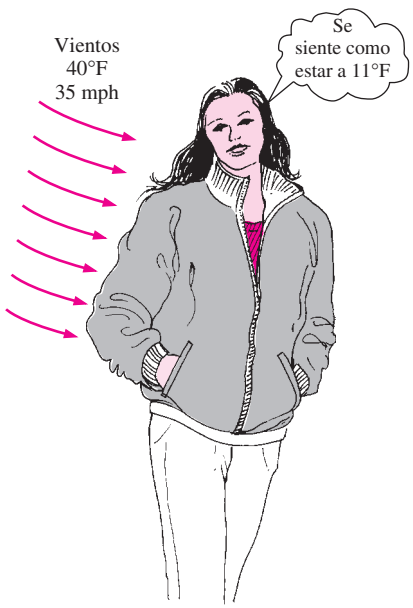


FIGURA P7-108I

calma a una temperatura T_{equiv}. La ecuación anterior es válida para vientos hasta de 43 mph. Los vientos con velocidades mayores producen un pequeño efecto adicional de enfriamiento. Determine la temperatura equivalente por enfriamiento debido al viento de un medio a 10°F, a velocidades del viento de 10, 20, 30 y 40 mph. La carne expuesta se puede congelar en menos de un minuto a una temperatura por debajo de −25°F en tiempo calmado. ¿Una persona necesita preocuparse por esta posibilidad en alguno de los casos antes mencionados?

7-109I Vuelva a considerar el problema 7-108I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace gráficas de las temperaturas equivalentes por enfriamiento debido al viento, en °F, en función de la velocidad del viento en el rango de 5 mph hasta 50 mph, para temperaturas ambiente de 20°F, 40°F y 60°F. Discuta los resultados.

7-110 Fluye aire a 15°C, 1 atm y a una velocidad de 3.0 m/s sobre una placa de 0.3 m de ancho que está a 65°C. Calcule las cantidades siguientes en $x = 0.3$ m y $x = x_{cr}$:

a) El espesor de la capa límite hidrodinámica, m.
b) El coeficiente local de fricción.
c) El coeficiente promedio de fricción.
d) El esfuerzo cortante local debido a la fricción, N/m^2.
e) La fuerza total de arrastre, N.
f) El espesor de la capa límite térmica, m.
g) El coeficiente local de transferencia de calor por convección, W/m^2 · °C.
h) El coeficiente promedio de transferencia de calor por convección, W/m^2 · °C.
i) La razón de la transferencia de calor por convección, W.

7-111 Fluye aceite a 60°C y a una velocidad de 20 cm/s, sobre una placa plana de 5.0 m de largo y 1.0 m de ancho mantenida a una temperatura constante de 20°C. Determine la razón de la transferencia de calor del aceite a la placa si las propiedades promedio del aceite son: $\rho = 880$ kg/m^3, $\mu = 0.005$ kg/m · s, $k = 0.15$ W/m · K y $c_p = 2.0$ kJ/kg · K.

7-112 Se enfría una esfera pequeña de plomo, cuyo diámetro es de 3.0 mm, desde una temperatura promedio de 200°C hasta 54°C, dejándola caer dentro de una columna alta llena con aire a 27°C y 101.3 kPa. Se puede suponer que la velocidad terminal (V_t) de la esfera se alcanza con rapidez, de tal forma que la caída completa de ésta ocurre a velocidad constante, la cual se calcula a partir de

$$V_t = \left[\frac{2(\rho - \rho_{aire})\mathcal{V}g}{C_D \rho_{aire} A_p}\right]^{0.5}$$

en donde $\mathcal{V}$ = volumen de la esfera, $g = 9.81$ m/s^2, ρ_{aire} = densidad del aire (1.18 kg/m^3), C_D = coeficiente de arrastre (dado como 0.40) y A_p = área de proyección de la esfera ($\pi D^2/4$).

Las propiedades del plomo son $\rho = 11\ 300$ kg/m^3), $k = 33$ W/m · K y $c_p = 0.13$ kJ/kg · K.

a) Estime la velocidad terminal (V_t) de la esfera.
b) Calcule el coeficiente de transferencia de calor para la esfera de plomo a su temperatura media.
c) Calcule la altura de la columna para el enfriamiento indicado de la esfera de plomo.

7-113 Repita el problema 7-112 para una esfera con un diámetro de 5 mm.

7-114 Se usa un arreglo de elementos eléctricos de calentamiento en un calefactor de ducto de aire, como se muestra en la figura. Cada elemento tiene una longitud de 200 mm y una temperatura superficial uniforme de 350°C. Al calefactor entra aire atmosférico con una velocidad de 8 m/s y una temperatura de 25°C. Determine la razón total de transferencia de calor y la temperatura del aire que sale del calefactor. Desprecie el cambio en las propiedades del aire como resultado del cambio en la temperatura a lo largo del calefactor.

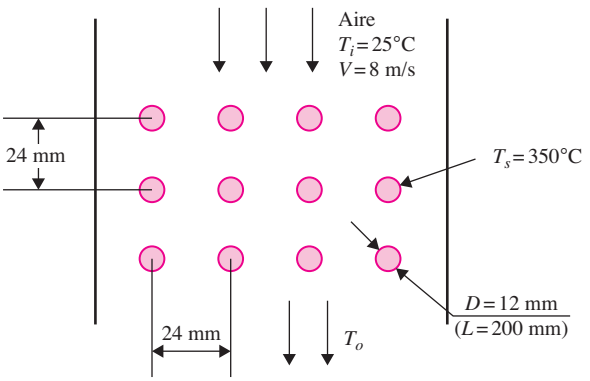


FIGURA P7-114

7-115I Una lámina de hoja metálica de 15 ft de largo se está transportando por una banda a una velocidad de 16 ft/s. Para tratar el recubrimiento de la superficie superior de la hoja metálica, se utilizan lámparas infrarrojas que aportan un flujo radiante constante de 1 500 Bt/h · ft^2. El recubrimiento sobre la superficie superior de la hoja metálica tiene una absortividad de 0.6 y una emisividad de 0.7, mientras que la temperatura del aire ambiente circundante es de 77°F. La transferencia de calor por radiación ocurre sólo sobre la superficie superior, mientras que la transferencia de calor por convección ocurre tanto en la superficie inferior como en la superior de la hoja metálica. Determine la temperatura superficial de la hoja metálica. Evalúe las propiedades del aire a 180°F.

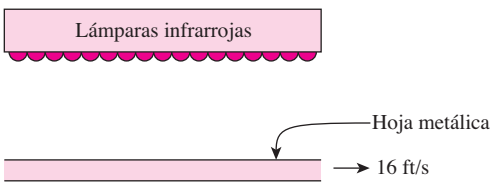


FIGURA P7-115I

7-116 El flujo de aire a 1 atm fluye, a una velocidad de 15 m/s, en paralelo sobre una placa plana de 3 m de largo donde hay un tramo inicial sin calentar de 1 m de longitud. El flujo de aire tiene una temperatura de 20ºC y el tramo calentado de la placa plana se mantiene a una temperatura constante de 80ºC. Determine *a*) el coeficiente local de transferencia de calor por convección en el borde posterior de la placa y *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección para el tramo calentado.

Respuestas: a) 33.5 W/m^2 · K, *b)* 39.5 W/m^2 · K

7-117 Una barra cilíndrica se coloca en un flujo de aire a 20ºC (1 atm) con una velocidad de 10 m/s que fluye perpendicularmente a ella. La barra tiene un diámetro de 5 mm y una temperatura superficial constante de 120ºC. Determine *a*) el coeficiente promedio de arrastre, *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección mediante la relación de Churchill y Bernstein y *c*) el coeficiente de transferencia de calor mediante la tabla 7-1.

Respuestas: a) 0.85, *b)* 148 W/m^2 · K, *b)* 135 W/m^2 · K

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

7-118 Fluye aire a 20°C y a una velocidad de 5 m/s sobre una superficie de una placa de 4 m de largo y 3 m de ancho cuya temperatura es de 80°C. La razón de la transferencia de calor desde la superficie es

a) 7 383 W *b*) 8 985 W *c*) 11 231 W
d) 14 672 W *e*) 20 402 W

(Para el aire, use k = 0.02735 W/m · °C, Pr = 0.7228, ν = 1.798 × 10^{-5} m^2/s)

7-119 Fluye aire a 20°C y a una velocidad de 7 m/s sobre una superficie de una placa de 4 m de largo y 3 m de ancho cuya temperatura es de 80°C. La longitud de la superficie para la cual el flujo se mantiene laminar es

a) 0.9 m *b*) 1.3 m *c*) 1.8 m
d) 2.2 m *e*) 3.7 m

(Para el aire, use k = 0.02735 W/m · °C, Pr = 0.7228, ν = 1.798 × 10^{-5} m^2/s)

7-120 Fluye aire a 20°C y a una velocidad de 5 m/s sobre una superficie de una placa de 4 m de largo y 3 m de ancho cuya temperatura es de 80°C. La razón de la transferencia de calor desde la región de flujo laminar de la superficie es

a) 950 W *b*) 1 037 W *c*) 2 074 W
d) 2 640 W *e*) 3 075 W

(Para el aire, use k = 0.02735 W/m · °C, Pr = 0.7228, ν = 1.798 × 10^{-5} m^2/s)

7-121 Para el flujo laminar a lo largo de una placa plana, se esperaría el coeficiente local más grande de transferencia de calor por convección para los mismos números de Reynolds y de Prandtl cuando

a) Se mantenga la misma temperatura sobre la superficie.
b) Se mantenga el mismo flujo de calor sobre la superficie.
c) La placa tenga una sección no calentada.
d) La superficie de la placa esté pulida.
e) Ninguna de las anteriores.

7-122 Fluye aire a 15°C y a una velocidad de 3.5 m/s sobre una placa plana sujeta a un flujo uniforme de calor de 240 W/m^2. La temperatura superficial de la placa a 6 m del borde delantero es

a) 40.5°C *b*) 41.5°C *c*) 58.2°C
d) 95.4°C *e*) 134°C

(Para el aire, use k = 0.02551 W/m · °C, Pr = 0.7296, ν = 1.562 × 10^{-5} m^2/s)

7-123 Fluye agua a 75°C y a una velocidad de 1.5 m/s sobre una superficie de una placa de 2 m de largo y 2 m de ancho cuya temperatura es de 5°C. La fuerza total de arrastre que actúa sobre la placa es

a) 2.8 N *b*) 12.3 N *c*) 13.7 N
d) 15.4 N *e*) 20.0 N

(Para el agua, use ν = 0.658 × 10^{-6} m^2/s, ρ = 992 kg/m^3)

7-124 Fluye aceite de motor a 105°C y a una velocidad de 1.5 m/s sobre la superficie de una placa plana cuya temperatura es de 15°C. La fuerza local de arrastre por unidad de área de la superficie, a 0.8 m del borde delantero de la placa, es

a) 21.8 N/m^2 *b*) 14.3 N/m^2 *c*) 10.9 N/m^2
d) 8.5 N/m^2 *e*) 5.5 N/m^2

(Para el aceite, use ν = 8.565 × 10^{-5} m^2/s, ρ = 864 kg/m^3)

7-125 Fluye aire a 25°C y a una velocidad de 4 m/s sobre un tubo liso de 4 cm de diámetro y 1.7 m de largo. Un refrigerante a −15°C fluye dentro del tubo y la temperatura de la superficie de éste es esencialmente la misma que la del refrigerante que está en su interior. Las propiedades del aire a la temperatura promedio son k = 0.0240 W/m · °C, Pr = 0.735, ν = 1.382 × 10^{-5} m^2/s. La razón de la transferencia de calor hacia el tubo es

a) 126 W *b*) 245 W *c*) 302 W
d) 415 W *e*) 556 W

7-126 Fluye aire a 25°C y a una velocidad de 4 m/s sobre un tubo liso de 5 cm de diámetro y 1.7 m de largo. Un refrigerante a –15°C fluye dentro del tubo y la temperatura de la superficie de éste es esencialmente la misma que la del refrigerante que está en su interior. La fuerza de arrastre ejercida sobre el tubo por el aire es

a) 0.4 N *b*) 1.1 N *c*) 8.5 N
d) 13 N *e*) 18 N

(Para el aire use ν = 1.382 × 10^{-5} m^2/s, ρ = 1.269 kg/m^3)

7-127 Fluye agua de la cocina a 10°C y a una velocidad de 1.1 m/s sobre un tubo de 10 cm de diámetro. Agua geotérmica entra al tubo a 90°C, a razón de 1.25 kg/s. Para fines de cálculo, se puede suponer que la temperatura de la superficie del tubo es de 70°C. Si el agua geotérmica debe salir del tubo a 50°C, la longitud requerida de este tubo es

a) 1.1 m *b*) 1.8 m *c*) 2.9 m
d) 4.3 m *e*) 7.6 m

(Para las dos corrientes de agua, use k = 0.631 W/m · °C, Pr = 4.32, ν = 0.658 × 10^{-6} m^2/s y c_p = 4 179 J/kg · °C)

7-128 Jakob sugiere que se use la siguiente correlación para tubos cuadrados sumergidos a un flujo cruzado de líquido:

$$\text{Nu} = 0.102\ \text{Re}^{0.675}\ \text{Pr}^{1/3}$$

Fluye agua (k = 0.61 W/m · K, Pr = 6) a 50°C alrededor de un tubo cuadrado de 1 cm de lado, a un número de Reynolds de 10 000 y una temperatura en la superficie de 75°C. Si el tubo tiene 2 m de longitud, la razón de la transferencia de calor entre el tubo y el agua es

a) 9.8 kW *b*) 12.4 kW *c*) 17.0 kW
d) 19.6 kW *e*) 24.0 kW

7-129 Fluye viento a 30°C y a una velocidad de 25 km/h sobre un tanque esférico de 0.5 m de diámetro que contiene agua con hielo a 0°C. Si el tanque está recubierto con una capa delgada de un material de alta conductividad térmica, la rapidez con la que se derrite el hielo es

a) 4.78 kg/h *b*) 6.15 kg/h *c*) 7.45 kg/h
d) 11.8 kg/h *e*) 16.0 kg/h

(Tome h_{fh} = 333.7 kJ/kg y use lo siguiente para el aire k = 0.02588 W/m · °C, Pr = 0.7282, $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m²/s, $\mu_\infty = 1.872 \times 10^{-5}$ kg/m · s, $\mu_s = 1.729 \times 10^{-5}$ kg/m · s)

7-130 Fluye aire (k = 0.028 W/m · K, Pr = 0.7) a 50°C y con una velocidad tal que el número de Reynolds al final de la placa es 10 000 a lo largo de una placa plana de 1 m de longitud cuya temperatura se mantiene a 20°C. La transferencia de calor por unidad de ancho entre la placa y el aire es

a) 20 W/m *b*) 30 W/m *c*) 40 W/m
d) 50 W/m *e*) 60 W/m

7-131 Fluye aire (Pr = 0.7, k = 0.026 W/m · K) a 200°C a través de tubos de 2 cm de diámetro cuya temperatura superficial es de 50°C, con un número de Reynolds de 8 000. La correlación de la transferencia de calor por convección de Churchill y Bernstein para el número promedio de Nusselt en esta situación es

$$\text{Nu} = 0.3 + \frac{0.62\ \text{Re}^{0.5}\text{Pr}^{0.33}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{0.67}]^{0.25}}$$

El flujo promedio de calor en este caso es

a) 1.3 kW/m² *b*) 2.4 kW/m² *c*) 4.1 kW/m²
d) 5.7 kW/m² *e*) 8.2 kW/m²

7-132 Jakob sugiere que se use la siguiente correlación para tubos cuadrados sumergidos a un flujo cruzado de líquido:

$$\text{Nu} = 0.102\ \text{Re}^{0.625}\ \text{Pr}^{1/3}$$

Fluye agua (k = 0.61 W/m · K, Pr = 6) alrededor de un tubo cuadrado de 1 cm de lado, a un número de Reynolds de 10 000. El coeficiente de transferencia de calor por convección es

a) 5.7 kW/m² · K *b*) 8.3 kW/m² · K
c) 11.2 kW/m² · K *d*) 15.6 kW/m² · K
e) 18.1 kW/m² · K

7-133 Fluye aire ambiente a 20°C y a una velocidad de 4.2 m/s sobre un objeto esférico caliente de 30 cm de diámetro. Si la temperatura promedio de la superficie del objeto es de 200°C, el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección en este proceso es

a) 8.0 W/m · °C *b*) 15.7 W/m · °C
c) 18.6 W/m · °C *d*) 21.0 W/m · °C
e) 32.4 W/m · °C

(Para el aire, use k = 0.2514 W/m · °C, Pr = 0.7309, $\nu = 1.516 \times 10^{-5}$ m²/s, $\mu_\infty = 1.825 \times 10^{-5}$ kg/m · s, $\mu_s = 2.577 \times 10^{-5}$ kg/m · s)

Problemas de diseño y ensayo

7-134 En promedio, las casas superaisladas usan sólo 15% del combustible requerido para calentar la casa convencional del mismo tamaño construida antes de la crisis energética de la década de 1970. Escriba un ensayo sobre las casas superaisladas e identifique las características que las hacen tan eficientes con respecto a la energía, así como los problemas asociados con ellas. ¿Piensa el lector que las casas superaisladas serán económicamente atractivas en la zona donde vive?

7-135 Conduzca este experimento para determinar el coeficiente de pérdida de calor de la casa o apartamento donde vive, en W/°C o Btu/h · ft · °F. En primer lugar asegúrese de que las condiciones en la casa son estacionarias y que ésta se encuentra a la temperatura fijada en el termostato. Use un termómetro para exteriores con el fin de monitorear la temperatura fuera de la casa. Una noche, mediante un reloj o un cronómetro, determine cuánto tiempo estuvo encendido el calentador durante un periodo de 3 h y la temperatura promedio en el exterior durante ese periodo. A continuación, mediante la salida nominal de calor de su calentador, determine la cantidad de calor suministrado. Asimismo, estime la cantidad de generación de calor en la casa durante ese periodo, observando el número de personas, el "wattaje" total de las luces que estuvieron encendidas y el calor generado por los aparatos y equipo domésticos. Con esa información, calcule la razón promedio de pérdida de calor de la casa y el coeficiente de pérdida de calor.

7-136 La decisión de invertir o no en una medida de ahorro de energía se toma sobre la base del tiempo para que se pague por sí misma en ahorros de energía proyectados (y, por consiguiente, costos). La manera más fácil de tomar una decisión es calcular el periodo simple de recuperación de la inversión, simplemente al dividir el costo de instalación de la medida entre los ahorros anuales en costos y compararlos con el tiempo de vida de la instalación. Este procedimiento resulta adecuado para periodos cortos de recuperación (menos de 5 años), en economías estables con tasas bajas de interés (por debajo de 10%), ya que el error que se comete no es más grande que las incertidumbres. Sin embargo, si el periodo de recuperación es largo, puede ser necesario considerar la *tasa de interés*, si se va a pedir prestado el dinero, o la *tasa de recuperación*, si el dinero se invierte en alguna otra parte, en lugar de la medida de conservación de la energía. Por ejemplo, un periodo simple de recuperación de la inversión de cinco años corresponde a 5.0, 6.12, 6.64, 7.27,

8.09, 9.919, 10.84 y 13.91, para una tasa de interés (o de recuperación sobre la inversión) de 0, 6, 8, 10, 12, 14, 16 y 18%, respectivamente. Al averiguar las relaciones apropiadas en los libros de ingeniería económica, determine los periodos de recuperación para las tasas de interés antes dadas, correspondientes a periodos simples de recuperación de 1 a 10 años.

7-137 Obtenga información acerca de la congelación y las condiciones en las que ocurre. Con las relaciones del problema 7-108I, prepare una tabla que muestre cuánto tiempo pueden permanecer las personas en clima frío y con viento, para temperaturas y velocidades de viento específicas, antes de experimentar congelación.

CAPÍTULO

8

CONVECCIÓN INTERNA FORZADA

En las aplicaciones de calentamiento y enfriamiento, es común el uso del flujo de líquido o gas en tubos y ductos. En ellas, se fuerza al fluido a desplazarse por medio de un ventilador o bomba por un tramo de tubo o ducto que es suficientemente largo como para realizar la transferencia deseada de calor. En este capítulo se pone atención particular en la determinación del *factor de fricción* y del *coeficiente de convección*, ya que están relacionados en forma directa con la *caída de presión* y con la *razón de la transferencia de calor*, respectivamente. Así, estas cantidades son usadas para determinar la necesidad de potencia de bombeo y la longitud requerida del tubo.

Se tiene una diferencia fundamental entre los flujos interno y externo. En el *flujo externo*, considerado en el capítulo 7, el fluido tiene una superficie libre y, como consecuencia, la capa límite sobre la superficie del cuerpo sólido puede crecer en forma indefinida. Sin embargo, en el *flujo interno*, el fluido está confinado por completo por las superficies interiores del tubo y, por consiguiente, existe una restricción en el crecimiento posible de la capa límite.

Se inicia este capítulo con una descripción física general del flujo interno, así como de la *velocidad promedio* y la *temperatura promedio*. Se continúa con la discusión de las *longitudes de entrada*, *hidrodinámica* y *térmica*, el *flujo en desarrollo* y el *flujo completamente desarrollado*. A continuación, se obtienen los perfiles de velocidad y temperatura para el flujo laminar completamente desarrollado y se desarrollan relaciones para el factor de fricción y el número de Nusselt. Por último, se presentan relaciones empíricas para los flujos en desarrollo y completamente desarrollado, y se demuestra su aplicación.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Obtener la velocidad promedio a partir de un conocimiento del perfil de velocidad, así como la temperatura promedio a partir de un conocimiento del perfil de temperatura, en el flujo interno;
- Tener una comprensión visual de las diferentes regiones del flujo, en el flujo interno: las regiones de entrada y de flujo completamente desarrollado; asimismo, calcular las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica;
- Analizar el calentamiento y el enfriamiento de un fluido que se desplaza en un tubo, en condiciones de temperatura de superficie constante y de flujo constante de calor en la superficie, así como trabajar con la diferencia media logarítmica de temperatura;
- Obtener relaciones analíticas para el perfil de velocidad, la caída de presión, el factor de fricción y el número de Nusselt, en el flujo laminar completamente desarrollado, y
- Determinar el factor de fricción y el número de Nusselt en el flujo turbulento completamente desarrollado, con la aplicación de relaciones empíricas, y calcular la caída de presión y la razón de la transferencia de calor.

8-1 ▪ INTRODUCCIÓN

Los términos *tubo*, *ducto* y *conducto* suelen usarse en forma intercambiable para los tramos de flujo. En general, los tramos de flujo de sección transversal circular son nombrados *tubos* (en especial cuando el fluido es un líquido), y los tramos de flujo de sección transversal no circular, *ductos* (en especial cuando el fluido es un gas).*

Es probable que el lector haya advertido que la mayor parte de los fluidos, en especial los líquidos, se transportan en *tubos circulares*. Esto se debe a que los tubos con una sección transversal circular pueden soportar grandes diferencias de presión de adentro y de afuera del tubo, sin sufrir una distorsión significativa. Los *tubos no circulares* suelen ser usados en aplicaciones como los sistemas de calefacción y enfriamiento de los edificios, en donde la diferencia de presión es relativamente pequeña, los costos de fabricación e instalación son más bajos y el espacio del que se dispone para la revisión y reparación del ducto es limitado (figura 8-1). Para un área superficial fija, el tubo circular da la mayor transferencia de calor para la caída de presión más baja, lo cual explica la abrumadora popularidad de los tubos circulares en los equipos de transferencia de calor.

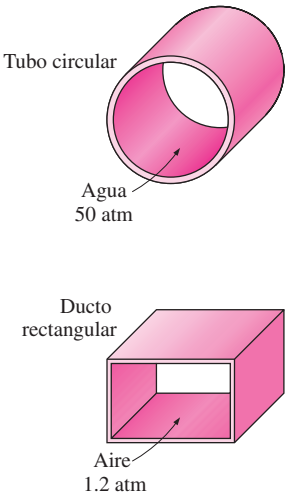


FIGURA 8-1
Los tubos circulares pueden soportar grandes diferencias de presión entre el interior y el exterior sin sufrir distorsión, pero los tubos no circulares no.

Aunque la teoría del flujo de fluidos está comprendida razonablemente bien, soluciones teóricas sólo son obtenidas para unos cuantos casos sencillos, como el de un flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular. Por lo tanto, para la mayor parte de los fluidos se debe buscar apoyo en resultados experimentales y relaciones empíricas, y no en soluciones analíticas que permitan conocer todas las variables desconocidas a base de las variables dadas. Al advertir que los resultados experimentales son obtenidos en condiciones de laboratorio controladas de manera cuidadosa y que no hay dos sistemas que sean exactamente semejantes, no se debe ser tan ingenuo como para ver los resultados obtenidos como "exactos". Un error de 10% (o más) en los factores de fricción calculados con la aplicación de las relaciones dadas en este capítulo es la "norma", en lugar de la "excepción".

La velocidad del fluido en un tubo cambia de *cero* en la superficie, debido a la condición de no deslizamiento, hasta un máximo en el centro del mismo. En el flujo de fluidos, resulta conveniente trabajar con una velocidad *promedio*, V_{prom}, la cual se mantiene constante en el flujo incompresible, cuando el área de la sección transversal del tubo es constante (figura 8-2). La velocidad promedio en las aplicaciones de calefacción y enfriamiento puede cambiar un tanto en virtud de las modificaciones en la densidad debidos a la temperatura. Pero, en la práctica, se evalúan las propiedades del fluido a alguna temperatura promedio y se les trata como constantes. La conveniencia de trabajar con propiedades constantes por lo general justifica suficientemente la ligera pérdida en exactitud.

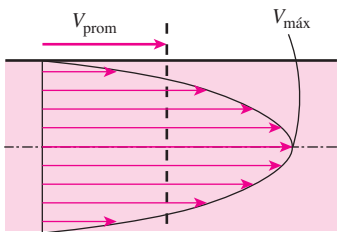


FIGURA 8-2
La velocidad promedio V_{prom} se define como la magnitud promedio de la velocidad a través de una sección transversal. Para el flujo laminar completamente desarrollado en tubos, V_{prom} es la mitad de la velocidad máxima.

Asimismo, la fricción entre las partículas del fluido en un tubo en realidad causa un ligero aumento en la temperatura del propio fluido, como resultado de la energía mecánica que se está convirtiendo en energía térmica sensible. Pero esta elevación de la temperatura debida al *calentamiento por fricción* suele ser demasiado pequeña para garantizar alguna consideración en los cálculos y, como consecuencia, se descarta. Por ejemplo, en ausencia de cualquier transferencia de calor, no se puede detectar una diferencia notable entre las temperaturas de entrada y de salida de agua que fluya en un tubo. La consecuencia principal de la fricción en el flujo de fluidos es la caída de presión, por lo que cualquier cambio significativo de temperatura en el fluido se

*Nota del RT: Al traducir del inglés al español las palabras *pipe* y *tube* se utiliza el vocablo *tubo*; sin embargo, los tubos de diámetro pequeño comúnmente son llamados *tubes,* mientras que los tubos de mayores diámetros se conocen como *pipes*. Dada esta incertidumbre, en esta obra se usarán frases más descriptivas (como *un tubo circular* o *un ducto rectangular*) siempre que sea necesario, a fin de evitar cualquier malentendido.

debe a transferencia de calor. Pero se debe considerar el calentamiento por fricción para los flujos en los que intervienen fluidos intensamente viscosos con gradientes grandes de velocidad.

8-2 ▪ VELOCIDAD Y TEMPERATURA PROMEDIOS

En el flujo externo, la velocidad del flujo libre sirvió como una velocidad de referencia conveniente para usarse en la evaluación del número de Reynolds y el coeficiente de fricción. En el flujo interno, no se tiene flujo libre y, como consecuencia, se necesita una alternativa. La velocidad de un fluido en un tubo cambia desde cero en la superficie, en virtud de la condición de no deslizamiento, hasta un máximo en el centro del propio tubo. Por lo tanto, resulta conveniente trabajar con una **velocidad promedio** o **media**, V_{prom}, la cual permanece constante para el flujo incompresible cuando el área de la sección transversal del tubo es constante.

El valor de la velocidad media, V_{prom}, en un tubo se determina a partir del requisito de que se debe satisfacer el *principio de conservación de la masa* (figura 8-2). Es decir,

$$\dot{m} = \rho V_{\text{prom}} A_c = \int_{A_c} \rho u(r)\, dA_c \tag{8-1}$$

en donde $\dot{m}$ es el gasto de masa, ρ es la densidad, A_c* es el área de la sección transversal y $u(r)$ es el perfil de velocidad. Entonces la velocidad promedio para el flujo incompresible en un tubo circular de radio R se puede expresar como

$$V_{\text{prom}} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r)\, dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r\, dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r) r\, dr \tag{8-2}$$

Por lo tanto, cuando se conoce el gasto o el perfil de velocidad, se puede determinar con facilidad la velocidad promedio.

Cuando un fluido se calienta o se enfría conforme fluye por un tubo, su temperatura en cualquier sección transversal cambia de T_s en la superficie de la pared hasta algún máximo (o mínimo, en el caso del calentamiento) en el centro del tubo. En el desplazamiento de fluidos, resulta conveniente trabajar con una **temperatura promedio** o **media**, T_m, la cual permanece constante en una sección transversal. A diferencia de la velocidad media, la temperatura media T_m *cambia* en la dirección del flujo, siempre que el fluido se caliente o se enfríe.

El valor de la temperatura media T_m se determina con base en el requisito de que se debe satisfacer el principio de *conservación de la energía*. Es decir, la energía transportada por el fluido a través de una sección transversal en el flujo real debe ser igual a la energía que se transportaría a través de la misma sección transversal si el fluido estuviera a una temperatura constante T_m. Esto se puede expresar matemáticamente como (figura 8-3)

$$\dot{E}_{\text{fluido}} = \dot{m} c_p T_m = \int_{\dot{m}} c_p T(r) \delta\dot{m} = \int_{A_c} \rho c_p T(r) u(r) V dA_c \tag{8-3}$$

en donde c_p es el calor específico del fluido. Adviértase que el producto $\dot{m} c_p T_m$, en cualquier sección transversal a lo largo del tubo, representa el *flujo de energía* con el fluido en esa sección transversal. Entonces, la temperatura media de un fluido, con densidad y calor específico constantes, que fluye en un tubo circular de radio R, se puede expresar como

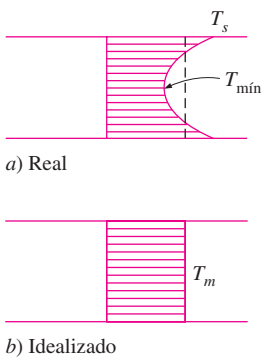


FIGURA 8-3
Perfiles real e idealizado de temperatura para el flujo en un tubo (la razón a la cual se transporta la energía con el fluido es la misma para ambos casos).

*Nota del RT: El subíndice *C* viene de la palabra *cross-section* que en inglés significa sección transversal.

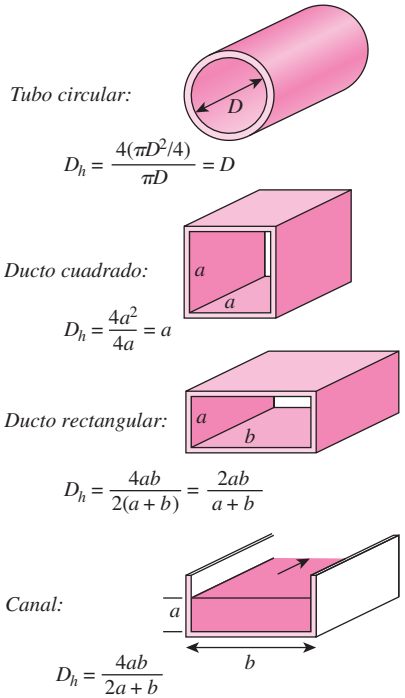


FIGURA 8-4
El diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$ se define en tal forma que se reduce al diámetro común para los tubos circulares. Cuando hay una superficie libre, como en el flujo de canal abierto, el perímetro húmedo incluye sólo las paredes en contacto con el fluido.

$$T_m = \frac{\int_{\dot{m}} c_p T(r)\delta\dot{m}}{\dot{m}c_p} = \frac{\int_0^R c_p T(r)\rho u(r) 2\pi r dr}{\rho V_{\text{prom}}(\pi R^2)c_p} = \frac{2}{V_{\text{prom}}R^2}\int_0^R T(r)u(r)\, rdr \qquad \textbf{(8-4)}$$

Note que la temperatura media T_m de un fluido cambia durante el calentamiento o el enfriamiento. Asimismo, las propiedades del fluido en el flujo interno suelen evaluarse a la *temperatura del fluido* promediada entre entrada y salida, la cual es el promedio aritmético de las temperaturas medias en la admisión y la salida; es decir, $T_b{}^* = (T_i + T_e)/2$.

Flujos laminar y turbulento en tubos

El flujo en un tubo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de las condiciones del mismo. El flujo de fluidos sigue líneas de corriente y, como consecuencia, es laminar a velocidades bajas, pero se vuelve turbulento conforme se incrementa la velocidad más allá de un valor crítico. La transición de flujo laminar a turbulento no ocurre de manera repentina; más bien, se presenta sobre algún intervalo de velocidad, donde el flujo fluctúa entre laminar y turbulento antes de volverse por completo turbulento. La mayor parte de los flujos en tubos que se encuentran en la práctica son turbulentos. El flujo laminar se encuentra cuando fluidos intensamente viscosos, como los aceites, fluyen en tubos de diámetro pequeño o pasos angostos.

Para el flujo en un tubo circular, el número de Reynolds se define como

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}}\text{D}}{\nu} = \frac{\rho V_{\text{prom}}\text{D}}{\mu} = \frac{\rho D}{\mu}\left(\frac{\dot{m}}{\rho\pi D^2/4}\right) = \frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} \qquad \textbf{(8-5)}$$

en donde V_{prom} es la velocidad promedio del flujo, D es el diámetro del tubo y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del fluido.

Para el flujo por tubos no circulares, el número de Reynolds así como el número de Nusselt y el factor de fricción se basan en el **diámetro hidráulico** D_h, definido como (figura 8-4)

$$D_h = \frac{4A_c}{p} \qquad \textbf{(8-6)}$$

donde A_c es el área de la sección transversal del tubo y p es su perímetro. El diámetro hidráulico se define en tal forma que se reduce al diámetro común D para los tubos circulares, ya que

Tubos circulares: $$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi D^2/4}{\pi D} = D$$

Por supuesto, resulta conveniente tener valores precisos de los números de Reynolds para los flujos laminar, de transición y turbulento, pero, en la práctica, este no es el caso. Esto se debe a que la transición de flujo laminar a turbulento también depende del grado de perturbación que ese flujo recibe por parte de la *aspereza de la superficie*, las *vibraciones del tubo* y las *fluctuaciones en el flujo*. En las condiciones más prácticas, el flujo en un tubo es laminar para Re $<$ 2 300, turbulento para Re $>$ 10 000 y, en los valores intermedios, de transición. Pero se debe tener presente que, en muchos casos, el flujo se vuelve completamente turbulento para Re $>$ 4 000, como se discute en el "Tema de interés especial", al final de este capítulo. Cuando se diseñan redes de tuberías y se determina la potencia de bombeo, se aplica un enfoque conservador y se supone que los flujos con Re $>$ 4 000 son turbulentos.

*Nota del RT: El subíndice *b* proviene de la palabra *bulk* que en inglés significa bulto o parte interior del objeto a lo largo de toda su extensión. Los subíndices *i* y *e* provienen de *insert* y *exit*, que en inglés significan admisión y salida, respectivamente.

En el flujo de transición éste oscila entre laminar y turbulento de manera aleatoria (figura 8-5). Se debe tener presente que, en tubos muy lisos, se puede mantener el flujo laminar con números de Reynolds mucho más altos, con el fin de evitar las perturbaciones del flujo y las vibraciones del tubo. En experimentos cuidadosamente controlados de esa manera, se ha mantenido el flujo laminar con números de Reynolds de hasta 100 000.

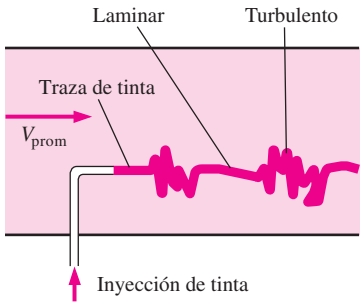


FIGURA 8-5
En la región de transición, el flujo cambia aleatoriamente entre laminar y turbulento.

8-3 ▪ LA REGIÓN DE ENTRADA

Considérese un fluido que entra a un tubo circular a una velocidad uniforme. Debido a la condición de no deslizamiento, las partículas del fluido en la capa en contacto con la superficie del tubo llegan a detenerse por completo. Esta capa también causa que las partículas del fluido en las capas adyacentes se desaceleren en forma gradual como resultado de la fricción. Para compensar esta reducción en la velocidad, la velocidad del fluido en el centro del tubo tiene que incrementarse a fin de mantener constante el flujo de masa por el tubo. Como resultado, se desarrolla un gradiente de velocidad a lo largo del tubo.

La región del flujo en la cual se sienten los efectos de las fuerzas cortantes viscosas causadas por la viscosidad del fluido se llama **capa límite de velocidad**, capa límite hidrodinámica o sólo **capa límite**. Una superficie fronteriza hipotética divide en dos regiones el flujo en un tubo: la **región de la capa límite**, en la cual los efectos viscosos y los cambios en la velocidad son significativos, y la **región del flujo irrotacional (central)**, en la cual los efectos de la fricción son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante en la dirección radial.

El espesor de esta capa límite se incrementa en la dirección del flujo hasta que esa capa llega al centro del tubo y, como consecuencia, llena éste por completo, como se muestra en la figura 8-6. La región que existe desde la entrada del tubo hasta el punto en donde la capa límite se une en la línea central se llama **región de entrada hidrodinámica**, y la longitud de esta región se conoce como **longitud de entrada hidrodinámica**, L_h. El flujo en la región de entrada se menciona como *flujo hidrodinámicamente en desarrollo*, ya que en esta región se desarrolla el perfil de velocidad. La región que se encuentra más allá de la región de entrada, en la cual el perfil de velocidad está completamente desarrollado y permanece inalterado, se conoce como **región completamente desarrollada hidrodinámicamente**. El perfil de velocidad en la región completamente desarrollada es *parabólico*, en el flujo laminar, y un tanto *más plano* o *más lleno* en el flujo turbulento, debido al movimiento arremolinado y al mezclado más vigoroso en la dirección radial.

Considere ahora un fluido a una temperatura uniforme que entra en un tubo circular cuya superficie se mantiene a una temperatura diferente. En esta ocasión, las partículas de fluido que están en la capa en contacto con la superficie del tubo toman la temperatura de esta superficie. Esto iniciará la transferencia de calor por convección en el tubo y el desarrollo de una *capa límite térmica* a lo largo de este último. El espesor de la capa límite también aumenta en la

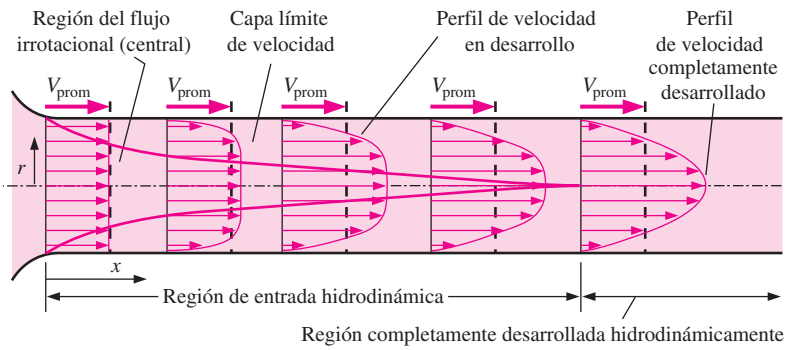


FIGURA 8-6
Desarrollo de la capa límite de velocidad en un tubo. (El perfil desarrollado de velocidad es parabólico en el flujo laminar, como se muestra, pero un tanto más plano o más lleno en el flujo turbulento.)

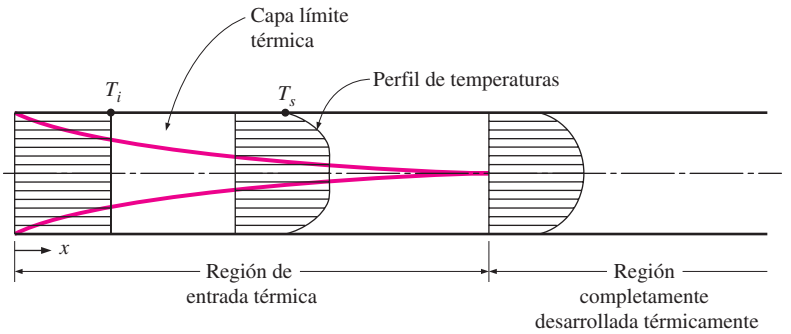


FIGURA 8-7
Desarrollo de la capa límite térmica en un tubo. (El fluido dentro del tubo se está enfriando.)

dirección del flujo hasta que alcanza el centro del tubo y, de este modo, lo llena por completo, como se muestra en la figura 8-7.

La región del flujo sobre la cual se desarrolla la capa límite térmica y alcanza el centro del tubo se llama **región de entrada térmica** y la longitud de esta región se llama **longitud de entrada térmica** L_t. El flujo en la región de entrada térmica se llama *flujo en desarrollo térmico*, ya que es ahí donde se desarrolla el perfil de temperaturas. La zona que se encuentra más allá de la región de entrada térmica, en la que el perfil de temperaturas adimensionales, expresado como $(T_s - T)/(T_s - T_m)$, permanece inalterado se llama **región térmica completamente desarrollada** térmicamente. La región en la cual el flujo está tanto hidrodinámica como térmicamente desarrollado y donde, como consecuencia, tanto el perfil de velocidades como el de temperaturas adimensionales permanecen inalterados, se llama *flujo completamente desarrollado*; es decir,

Completamente desarrollado hidrodinámicamente:

$$\frac{\partial u(r, x)}{\partial x} = 0 \longrightarrow u = u(r) \tag{8-7}$$

Completamente desarrollado térmicamente:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right] = 0 \tag{8-8}$$

El esfuerzo cortante en la pared del tubo, τ_w, está relacionado con la pendiente del perfil de velocidad en la superficie. Al advertir que el perfil de velocidad permanece inalterado en la región completamente desarrollada hidrodinámicamente, el esfuerzo cortante en la pared también permanece constante en esa región. Se puede dar un argumento semejante para el coeficiente de transferencia de calor en la región completamente desarrollada térmicamente.

En una región completamente desarrollada térmicamente la derivada $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ con respecto a x es cero por definición y, por lo tanto $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ es independiente de x. Entonces, la derivada de $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ con respecto a r también debe ser independiente de x; es decir,

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right)\bigg|_{r=R} = \frac{-(\partial T/\partial r)|_{r=R}}{T_s - T_m} \neq f(x) \tag{8-9}$$

El flujo de calor en la superficie por unidad de arca se puede expresar como

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) = k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=R} \longrightarrow h_x = \frac{k(\partial T/\partial r)|_{r=R}}{T_s - T_m} \tag{8-10}$$

lo cual, por la ecuación 8-9, es independiente de x. Por lo tanto, se concluye que *en la región de un tubo completamente desarrollada térmicamente, el coeficiente local de convección es constante* (no varía con x). Por ende, *el coeficiente local de fricción f_x (el cual está relacionado con el esfuerzo cortante en la pared)* y el coeficiente local de convección h_x permanecen constantes en las

regiones completamente desarrolladas hidrodinámica y térmicamente, respectivamente, como se muestra en la figura 8-8 para Pr > 1.

Note que el *perfil de temperaturas* en la región completamente desarrollada térmicamente varía con x en la dirección del flujo. Es decir, a diferencia del perfil de velocidades, el perfil de temperaturas puede ser diferente en secciones transversales diferentes del tubo en la región desarrollada y, por lo común, lo es. Sin embargo, el perfil de temperaturas adimensionales definido con anterioridad permanece inalterado en la región desarrollada térmicamente cuando la temperatura o el flujo de calor en la superficie del tubo permanecen constantes.

Durante el flujo laminar en un tubo la magnitud del número adimensional de Prandtl (Pr) es una medida del crecimiento relativo de las capas límite térmica y de velocidad. Para los fluidos con Pr ≈ 1, como los gases, las dos capas límite coinciden entre sí. Para los fluidos con Pr ≫ 1, como los aceites, la capa límite de la velocidad crece más que la térmica. Como resultado, la longitud de la entrada hidrodinámica es más pequeña que la térmica. Se cumple lo opuesto para los fluidos con Pr ≪ 1, como los metales líquidos.

Considérese un fluido que se está calentando (o enfriando) en un tubo, conforme se desplaza por él. El esfuerzo cortante en la pared y el coeficiente de transferencia de calor son *los más altos* en la entrada del tubo, en donde el espesor de las capas límite es el más pequeño, y decrecen en forma gradual hasta los valores del flujo completamente desarrollado, como se muestra en la figura 8-8. Por lo tanto, la caída de presión y el flujo de calor son *más altos* en las regiones de entrada de un tubo, y el efecto de la región de entrada siempre es *el incremento* del factor de fricción promedio y del coeficiente promedio de transferencia de calor evaluados para el tubo completo. Este incremento puede ser significativo para los tubos cortos, pero despreciable para los largos.

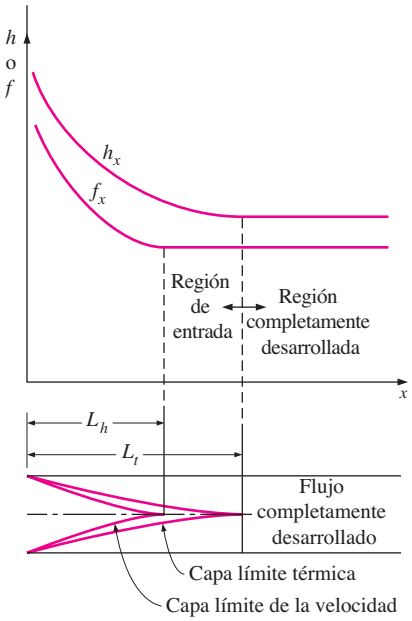


FIGURA 8-8
Variación del factor de fricción y del coeficiente de transferencia por convección en la dirección del flujo, para el flujo en un tubo (Pr > 1).

Longitudes de entrada

La longitud de entrada hidrodinámica suele tomarse como la distancia desde la entrada al tubo hasta aquella sección transversal donde el esfuerzo cortante en la pared (y, por consiguiente, el factor de fricción) se aproxima al valor del flujo completamente desarrollado dentro de 2% de diferencia. En el *flujo laminar*, las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica se dan de manera aproximada como [véanse Kays y Crawford (1993) y Shah y Bhatti (1987)]

$$L_{h,\,\text{laminar}} \approx 0.05\ \text{Re}\ D \tag{8-11}$$

$$L_{t,\,\text{laminar}} \approx 0.05\ \text{Re Pr}\ D = \text{Pr}\ L_{h,\,\text{laminar}} \tag{8-12}$$

Para Re = 20, la longitud de la entrada hidrodinámica tiene un tamaño cercano al del diámetro, pero crece de manera lineal con la velocidad. En el caso límite de Re = 2 300 esa longitud es de 115D.

En el *flujo turbulento*, el intenso mezclado que se efectúa en el curso de las fluctuaciones aleatorias suele dominar los efectos de la difusión molecular y, por lo tanto, las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica tienen más o menos el mismo tamaño y son independientes del número de Prandtl.

Como cabía esperar, la longitud de entrada es mucho menor en el flujo turbulento y su dependencia del número de Reynolds es más débil. En muchos flujos en tubos de interés práctico, los efectos de entrada se vuelven insignificantes más allá del tramo de una longitud de 10 diámetros del tubo, y las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica se toman aproximadamente como

$$L_{h,\,\text{turbulento}} \approx L_{t,\,\text{turbulento}} \approx 10D \tag{8-13}$$

En la figura 8-9 se da la variación del número de Nusselt local a lo largo de un tubo en flujo turbulento, tanto para la temperatura superficial constante como para el flujo constante de calor uniforme en la superficie, para el interva-

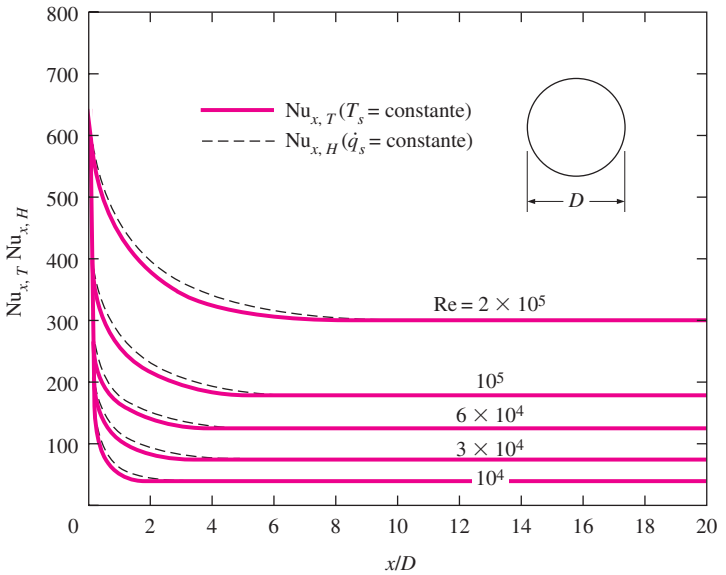


FIGURA 8-9
Variación del número local de Nusselt a lo largo de un tubo, en flujo turbulento, tanto para temperatura superficial constante como para flujo constante de calor en la superficie [Deissler (1953)].

lo de números de Reynolds que se observan en el equipo de transferencia de calor. Con base en esta figura, se hacen estas observaciones importantes:

- Los números de Nusselt y, por consiguiente, los coeficientes de transferencia de calor por convección son mucho más altos en la región de entrada.
- El número de Nusselt alcanza un valor constante a una distancia de menos de 10 diámetros y, por lo tanto, se puede suponer que el flujo está completamente desarrollado para $x > 10D$.
- Los números de Nusselt para las condiciones de temperatura superficial constante y flujo de calor constante son idénticos en las regiones completamente desarrolladas y casi idénticos en las regiones de entrada. Por lo tanto, el número de Nusselt no es sensible al tipo de condición de frontera térmica y se pueden usar las correlaciones del flujo turbulento para cualquiera de los dos tipos de esa condición.

En la literatura, se encuentran correlaciones precisas para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor, para las regiones de entrada. Sin embargo, la longitud de los tubos que se usan en la práctica, en la convección forzada, suele ser varias veces la longitud de cualquiera de las dos regiones de entrada y, por consiguiente, a menudo se supone que el flujo por los tubos está completamente desarrollado en toda la longitud del tubo. Este enfoque simplista proporciona resultados *razonables* para la transferencia de calor en los tubos largos, y resultados *conservadores*, en caso de los tubos cortos.

Se debe notar que las observaciones anteriores sólo son válidas para el flujo turbulento. En el flujo laminar, los valores del número de Nusselt son mucho más bajos que del flujo turbulento, la longitud del tubo requerida por el número de Nusselt para alcanzar un valor constante suele ser mucho más larga, y el flujo es sensible a las condiciones térmicas de frontera impuestas sobre él.

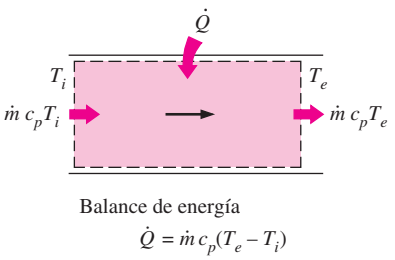


FIGURA 8-10
La transferencia de calor hacia un fluido que fluye en un tubo es igual al aumento en la energía de ese fluido.

8-4 ▪ ANÁLISIS TÉRMICO GENERAL

En ausencia de cualesquiera interacciones de trabajo (como el calentamiento mediante resistencia eléctrica), la ecuación de conservación de la energía para el flujo estacionario de un fluido en un tubo se puede expresar como (figura 8-10)

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \qquad \text{(W)} \tag{8–14}$$

donde T_i y T_e son las temperaturas medias del fluido en la entrada y la salida del tubo, respectivamente, y $\dot{Q}$ es la razón de la transferencia de calor hacia el fluido o desde éste. Note que la temperatura de un fluido que fluye en un tubo permanece constante en ausencia de cualquier interacción de energía a través de la pared.

Las condiciones térmicas en la superficie por lo común se pueden aproximar con razonable precisión como *temperatura superficial constante* (T_s = constante) o *flujo constante de calor en la superficie* ($\dot{q}_s$ = constante). Por ejemplo, se presenta la condición de temperatura superficial constante cuando ocurre un proceso de cambio de fase, como ebullición o condensación, en la superficie exterior de un tubo. Se tiene la condición de flujo de calor constante en la superficie cuando el tubo se somete a calentamiento por radiación o resistencia eléctrica de manera uniforme desde todas las direcciones.

El flujo de calor en la superficie se expresa como

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \qquad (\text{W/m}^2) \tag{8-15}$$

donde h_x es el coeficiente de transferencia de calor *local* y T_s y T_m son las temperaturas en la superficie y media del fluido en esta sección transversal. Note que la temperatura media del fluido T_m de un fluido que fluye en un tubo debe cambiar durante el calentamiento o el enfriamiento. Por lo tanto, cuando $h_x = h$ = constante, la temperatura superficial T_s debe cambiar cuando $\dot{q}_s$ = constante, y el flujo de calor en la superficie $\dot{q}_s$ debe cambiar cuando T_s = constante. Por lo tanto, se puede tener T_s = constante o $\dot{q}_s$ = constante en la superficie de un tubo, pero no ambas. En seguida, se considerará la transferencia de calor por convección para estos dos casos comunes.

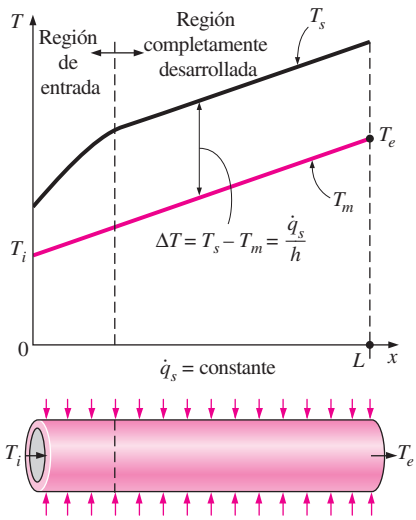


FIGURA 8-11
Variación de las temperaturas *superficial del tubo* y *media del fluido* a lo largo del tubo para el caso de flujo constante de calor en la superficie.

Flujo constante de calor en la superficie ($\dot{q}_s$ = constante)

En el caso de $\dot{q}_s$ = constante, la razón de la transferencia de calor también se puede expresar como

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} c_p (T_e - T_i) \qquad (\text{W}) \tag{8-16}$$

Entonces, la temperatura media del fluido en la salida del tubo queda

$$T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m} c_p} \tag{8-17}$$

Note que la temperatura media del fluido se incrementa *linealmente* en la dirección del flujo en el caso de flujo de calor constante en la superficie, puesto que el área superficial aumenta en forma lineal en esa dirección (A_s es igual al perímetro, el cual es constante, multiplicado por la longitud del tubo).

En el caso de flujo de calor constante en la superficie, $\dot{q}_s$, la temperatura superficial se puede determinar a partir de

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \quad \longrightarrow \quad T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} \tag{8-18}$$

En la región completamente desarrollada, la temperatura superficial T_s también se incrementará linealmente en la dirección del flujo, dado que h es constante y, por lo tanto, $T_s - T_m$ = constante (figura 8-11). Por supuesto, esto se cumple cuando las propiedades del fluido permanecen constantes en el flujo.

Se puede determinar la pendiente de la temperatura media del fluido T_m en un diagrama T-x mediante la aplicación de un balance de energía de flujo estacionario a una rebanada del tubo de espesor dx, mostrada en la figura 8-12. Esto da

$$\dot{m} c_p \, dT_m = \dot{q}_s (p dx) \quad \longrightarrow \quad \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constante} \tag{8-19}$$

donde p es el perímetro del tubo.

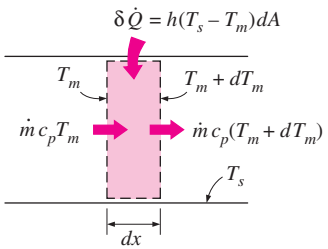


FIGURA 8-12
Interacciones energéticas para un volumen diferencial de control en un tubo.

Puesto que $\dot{q}_s$ y h son constantes, la derivación de la ecuación 8-18 con respecto a x da

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx} \tag{8-20}$$

Asimismo, el requisito de que el perfil de temperatura adimensional permanezca inalterado en la región completamente desarrollada da

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right) = 0 \longrightarrow \frac{1}{T_s - T_m}\left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0 \longrightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} \tag{8-21}$$

puesto que $T_s - T_m$ = constante. Al combinar las ecuaciones 8-19, 8-20 y 8-21, da

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constante} \tag{8-22}$$

Entonces, se concluye que *en el flujo completamente desarrollado en un tubo sujeto a flujo constante de calor en la superficie, el gradiente de temperatura es independiente de x y, por lo tanto, la forma del perfil de temperaturas no cambia a lo largo del tubo* (figura 8-13).

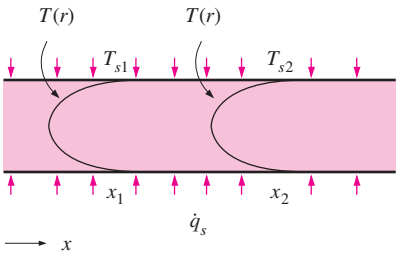


FIGURA 8-13
La forma del perfil de temperaturas permanece inalterada en la región completamente desarrollada de un tubo sujeto a flujo constante de calor en la superficie.

Al integrar la ecuación 8-22 de $x = 0$ (entrada del tubo donde $T_m = T_i$), obtenemos una expresión para la variación de la temperatura media a lo largo del tubo para el caso de flujo constante de calor

$$T_m = T_i + \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} x \tag{8-23}$$

Tras evaluar la ecuación anterior en $x = L$ (salida del tubo donde $T_m = T_e$) y al reconocer que $A_s = pL$, se obtiene la ecuación 8-17. A partir de la ecuación anterior se puede concluir de nuevo que la temperatura media varía linealmente con x a lo largo del tubo para el caso de flujo constante de calor.

Para un tubo circular, $p = 2\pi R$ y $\dot{m} = \rho V_{prom} A_c = \rho V_{prom}(\pi R^2)$, la ecuación 8-22 queda

Tubo circular:
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{prom}} c_p R} = \text{constante} \tag{8-24}$$

donde V_{prom} es la velocidad media del fluido.

Temperatura superficial constante (T_s = constante)

Con base en la ley de Newton del enfriamiento, la razón de la transferencia de calor desde o hacia un fluido, que fluye en un tubo se puede expresar como

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{prom}} = hA_s(T_s - T_m)_{\text{prom}} \qquad \text{(W)} \tag{8-25}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio, A_s es el área superficial para la transferencia de calor (es igual a πDL para un tubo circular de longitud L) y ΔT_{prom} es alguna diferencia *promedio* apropiada de temperatura entre el fluido y la superficie. Más adelante se discuten dos maneras adecuadas para expresar ΔT_{prom}.

En el caso de temperatura superficial constante (T_s = constante), ΔT_{prom} se puede expresar *aproximadamente* por la **diferencia media aritmética de temperatura** ΔT_{ma} como

$$\Delta T_{\text{prom}} \approx \Delta T_{\text{ma}} = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2}$$
$$= T_s - T_b \tag{8-26}$$

donde $T_b = (T_i + T_e)/2$ es la *temperatura promediada entre su entrada y salida del fluido*, la cual es el *promedio aritmético* de las temperaturas medias del fluido en la admisión y la salida del tubo.

Note que la *diferencia media aritmética de temperatura* ΔT_{ma} es simplemente el *promedio* de las *diferencias de temperatura* entre la superficie y el fluido en la admisión y la salida del tubo. Inherente a esta definición, se supone que la temperatura media del fluido varía linealmente a lo largo del tubo, lo cual difícilmente es el caso cuando T_s = constante. Esta simple aproximación a menudo proporciona resultados aceptables, pero no siempre. Por lo tanto, se necesita una mejor manera de evaluar ΔT_{prom}.

Considere el calentamiento de un fluido en un tubo de sección transversal constante cuya superficie interior se mantiene a una temperatura constante de T_s. Se sabe que la temperatura media del fluido T_m aumenta en la dirección del flujo como resultado de la transferencia de calor. El balance de energía sobre un volumen diferencial de control, mostrado en la figura 8-12, da

$$\dot{m}c_p\,dT_m = h(T_s - T_m)dA_s \tag{8-27}$$

Es decir, el aumento en la energía del fluido (representado por un aumento en su temperatura media por dT_m) es igual al calor transferido por convección hacia este último desde la superficie del tubo. Dado que el área superficial diferencial es $dA_s = pdx$, donde p es el perímetro del tubo, y que $dT_m = -d(T_s - T_m)$, puesto que T_s es constante, la relación antes dada se puede reacomodar como

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m}c_p}dx \tag{8-28}$$

Al integrar desde $x = 0$ (admisión del tubo donde $T_m = T_i$), hasta $x = L$ (salida del tubo donde $T_m = T_e$) da

$$\text{In}\,\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m}c_p} \tag{8-29}$$

donde $A_s = pL$ es el área superficial del tubo y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección *promedio* constante. Al tomar la exponencial de ambos miembros y despejar T_e se obtiene la siguiente relación, la cual resulta muy útil para la determinación de la *temperatura media del fluido en la salida del tubo*:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \tag{8-30}$$

También se puede usar esta relación para determinar la temperatura media del fluido $T_m(x)$, para cualquier valor de x, al reemplazar $A_s = pL$ por px.

Note que la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie *decae exponencialmente* en la dirección del flujo y la rapidez del decaimiento depende de la magnitud del exponente $hA_x/\dot{m}c_p$, como se muestra en la figura 8-14. Este parámetro adimensional recibe el nombre de *número de unidades de transferencia*, denotado por NTU (*Number of Transfer Units*), y es una medida de la efectividad de los sistemas de transferencia de calor. Para NTU > 5, la temperatura de salida del fluido se vuelve casi igual a la temperatura superficial, $T_e \approx T_s$ (figura 8-15). Dado que la temperatura del fluido puede aproximarse a la superficial pero no puede cruzarla, un NTU de alrededor de 5 indica que se alcanza el límite para la transferencia de calor y ésta no aumenta, sin importar cuánto se extienda la longitud del tubo. Por otra parte, un valor pequeño del NTU indica más oportunidades para la transferencia de calor y ésta continuará incrementándose conforme se aumenta la longitud del tubo. Un NTU grande y, por consiguiente, un área superficial grande para la transferencia de calor (lo cual significa un tubo grande) puede ser deseable desde un punto de vista relativo a la transferencia de calor, pero inaceptable desde un punto de vista económico. Por lo común, la selección del equipo de transferencia de calor refleja un compromiso entre el rendimiento en la transferencia de calor y el costo.

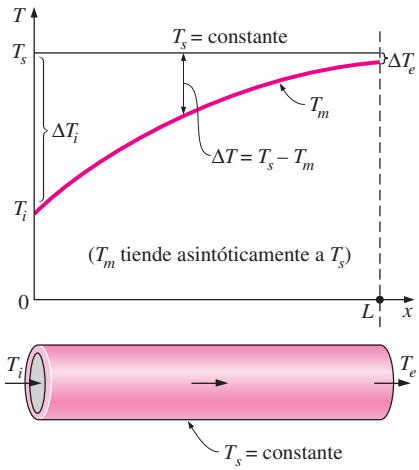
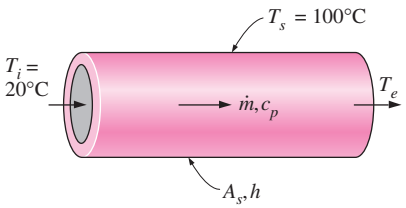


FIGURA 8-14

Variación de la temperatura *media del fluido* a lo largo del tubo para el caso de temperatura constante.



NTU = $hA_s/\dot{m}c_p$	T_e, °C
0.01	20.8
0.05	23.9
0.10	27.6
0.50	51.5
1.00	70.6
5.00	99.5
10.00	100.0

FIGURA 8-15

Un NTU mayor que 5 indica que el fluido que fluye en un tubo alcanzará la temperatura superficial a la salida, sin importar cuál sea la temperatura de admisión.

Despejando $\dot{m}c_p$ en la ecuación 8-29 da

$$\dot{m}c_p = -\frac{hA_s}{ln\,[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} \tag{8-31}$$

Al sustituir esto en la ecuación 8-14 se obtiene

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} \tag{8-32}$$

donde

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{T_i - T_e}{\ln\,[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln\,(\Delta T_e/\Delta T_i)} \tag{8-33}$$

es la **diferencia media logarítmica de temperatura**. Note que $\Delta T_i = T_s - T_i$ y $\Delta T_e = T_s - T_e$ son las diferencias de temperatura entre la superficie y el fluido en la admisión y la salida del tubo, respectivamente. Esta relación de ΔT_{lm} parece ser propensa a usarse de manera indebida, pero es prácticamente a prueba de fallas, ya que si se usa T_i en lugar de T_e y viceversa en el numerador y en el denominador, o en cualquiera de los dos, cuando mucho se afectará el signo, no la magnitud. Asimismo, se puede usar tanto para el calentamiento ($T_s > T_i$ y T_e) como para el enfriamiento ($T_s < T_i$ y T_e) de un fluido en un tubo.

La diferencia media logarítmica de temperatura, ΔT_{lm}, se obtiene al seguir el rastro del perfil real de temperaturas del fluido a lo largo del tubo y es una representación *exacta* de la *diferencia de temperatura promedio* entre el fluido y la superficie. En verdad refleja el decaimiento exponencial de la diferencia de temperatura local. Cuando ΔT_e difiere de ΔT_i en no más de 40%, el error al usar la diferencia media aritmética de temperatura es menor a 1%. Pero el error se incrementa hasta niveles indeseables cuando ΔT_e difiere de ΔT_i en cantidades mayores. Por lo tanto, siempre se debe usar la diferencia media logarítmica de temperatura cuando se determine la transferencia de calor por convección en un tubo cuya superficie se mantenga a una temperatura constante T_s.

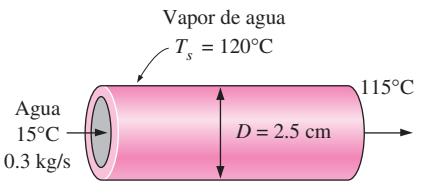


FIGURA 8-16
Esquema para el ejemplo 8-1.

EJEMPLO 8-1 Calentamiento de agua en un tubo por medio de vapor

Entra agua a 15°C y a razón de 0.3 kg/s en un tubo delgado de cobre, de 2.5 cm de diámetro interno, que forma parte de un intercambiador de calor y se calienta por medio de vapor que se condensa en el exterior a 120°C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 800 W/m^2 · °C, determine la longitud requerida del tubo para calentar el agua hasta 115°C (figura 8-16).

SOLUCIÓN Se calienta agua por medio de vapor en un tubo circular. Se debe determinar la longitud requerida del tubo para calentar el agua hasta una temperatura específica.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las propiedades del fluido son constantes. **3** El coeficiente de transferencia de calor por convección es constante. **4** La resistencia a la conducción del tubo de cobre es despreciable, de modo que la temperatura superficial interior del mismo es igual a la temperatura de condensación del vapor.

Propiedades El calor específico del agua a la temperatura promediada entre la entrada y salida de (15 + 115)/2 = 65°C es de 4 187 J/kg · °C. El calor de condensación del vapor a 120°C es de 2 203 kJ/kg (tabla A-9).

Análisis Al conocer las temperaturas de admisión y de salida del agua se determina que la razón de la transferencia de calor es

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) = (0.3\text{ kg/s})(4.187\text{ kJ/kg}\cdot°\text{C})(115°\text{C} - 15°\text{C}) = 125.6\text{ kW}$$

La diferencia media logarítmica de temperatura es

$$\Delta T_e = T_s - T_e = 120°\text{C} - 115°\text{C} = 5°\text{C}$$
$$\Delta T_i = T_s - T_i = 120°\text{C} - 15°\text{C} = 105°\text{C}$$
$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} = \frac{5 - 105}{\ln(5/105)} = 32.85°\text{C}$$

El área superficial de transferencia de calor es

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{h\Delta T_{\text{lm}}} = \frac{125.6\text{ kW}}{(0.8\text{ kW/m}^2\cdot°\text{C})(32.85°\text{C})} = 4.78\text{ m}^2$$

Entonces la longitud requerida del tubo queda

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{4.78\text{ m}^2}{\pi(0.025\text{ m})} = \mathbf{61\text{ m}}$$

Discusión La temperatura del agua promediada entre la entrada y salida en este proceso de calentamiento es de 65°C y, por consiguiente, la diferencia media *aritmética* de temperatura es $\Delta T_{\text{ma}} = 120 - 65 = 55°\text{C}$. Si se usa ΔT_{ma} en lugar de ΔT_{lm} daría $L = 36$ m, lo cual es un tremendo error. Esto hace ver la importancia de usar la temperatura media logarítmica en los cálculos.

8-5 ▪ FLUJO LAMINAR EN TUBOS

En la sección 8-2 se mencionó que el flujo en tubos es laminar para Re $\lesssim$ 2 300 y que está completamente desarrollado si el tubo es suficientemente largo (en relación con la longitud de entrada), de modo que los efectos de la entrada sean despreciables. En esta sección, se considera el flujo laminar estacionario de un fluido incompresible con propiedades constantes, en la región completamente desarrollada de un tubo circular recto. Se obtiene la ecuación de la cantidad de movimiento al aplicar un balance de fuerzas a un elemento diferencial de volumen, así como el perfil de velocidad al resolver dicha ecuación. Como paso siguiente, se usa ésta con el fin de obtener una relación para el factor de fricción. Aspecto importante del análisis es que se trata de uno de los pocos casos en que se dispone de la solución analítica para el flujo viscoso.

En el flujo laminar completamente desarrollado, cada una de las partículas del fluido se mueve a una velocidad axial constante a lo largo de una línea de corriente y el perfil de velocidades, $u(r)$, permanece inalterado en la dirección del flujo. No se tiene movimiento en la dirección radial y, por lo tanto, la componente de la velocidad en la dirección perpendicular al flujo es cero en todas partes. No se tiene aceleración, puesto que el flujo es estacionario y completamente desarrollado.

Considérese ahora un elemento diferencial de volumen con forma de anillo, de radio r, espesor dr y longitud dx, orientado en forma coaxial con el tubo, como se muestra en la figura 8-17. En el elemento de volumen sólo intervienen los efectos de la presión y los efectos viscosos, de donde las fuerzas de presión y cortantes deben equilibrarse entre sí. La fuerza de presión que actúa sobre una superficie plana sumergida es el producto de la presión en el centroide de la superficie y el área de ésta. Un balance de fuerzas sobre el elemento de volumen en la dirección del flujo da

$$(2\pi r\,dr\,P)_x - (2\pi r\,dr\,P)_{x+dx} + (2\pi r\,dx\,\tau)_r - (2\pi r\,dx\,\tau)_{r+dr} = 0 \qquad \textbf{(8-34)}$$

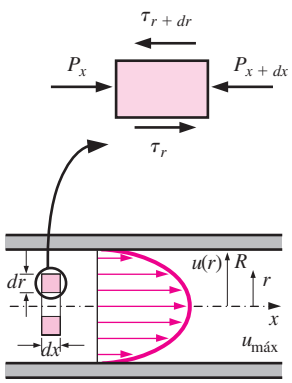
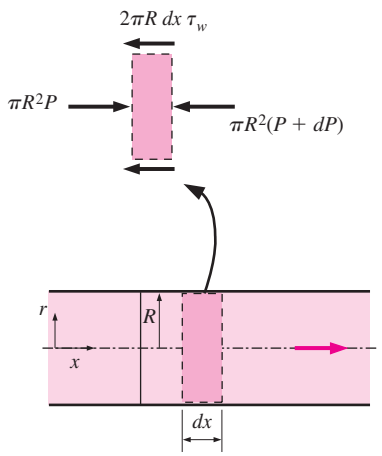


FIGURA 8-17
Diagrama de cuerpo libre de un elemento diferencial de fluido con forma de anillo, de radio r, espesor dr y longitud dx, orientado en forma coaxial con un tubo horizontal en flujo laminar completamente desarrollado.



Balance de fuerzas:

$$\pi R^2 P - \pi R^2(P + dP) - 2\pi R\,dx\,\tau_w = 0$$

Simplificando:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

FIGURA 8-18
Diagrama de cuerpo libre de un elemento de fluido con forma de disco, de radio R y longitud dx, en flujo laminar completamente desarrollado en un tubo horizontal.

lo cual indica que en el flujo completamente desarrollado en un tubo horizontal las fuerzas viscosas y de presión se equilibran entre sí. Al dividir entre $2\pi drdx$ y reacomodar,

$$r\frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{x+dr} - (r\tau)_r}{dr} = 0 \qquad \textbf{(8-35)}$$

Al tomar el límite cuando dr, $dx \to 0$ da

$$r\frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0 \qquad \textbf{(8-36)}$$

Si se hace la sustitución $\tau = -\mu(du/dr)$ y se toma μ = constante, da la ecuación deseada

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{dP}{dx} \qquad \textbf{(8-37)}$$

La cantidad du/dr es negativa en el flujo en tubos y se incluye el signo negativo con el fin de obtener valores positivos para τ. (Es decir, $du/dr = -du/dy$, ya que $y = R - r$.) La parte izquierda de la ecuación 8-37 es función de r y la parte derecha lo es de x. La igualdad debe cumplirse para cualquier valor de r y x, y una igualdad de la forma $f(r) = g(x)$ sólo se puede satisfacer si tanto $f(r)$ como $g(x)$ son iguales a la misma constante. De lo anterior se concluye que dP/dx = constante. Se puede verificar esto al escribir un balance de fuerzas sobre un elemento de volumen de radio R y longitud dx (una rebanada del tubo), lo cual da (figura 8-18)

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

Aquí, τ_w es constante, puesto que la viscosidad y el perfil de velocidad son constantes en la región completamente desarrollada. Por lo tanto, dP/dx = constante.

La ecuación 8-37 se puede resolver al reordenar e integrarla dos veces, para dar

$$u(r) = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right) + C_1 \ln r + C_2 \qquad \textbf{(8-38)}$$

Se obtiene el perfil de velocidades $u(r)$ mediante la aplicación de las condiciones de frontera $\partial u/\partial r = 0$ en $r = 0$ (debido a la simetría con respecto a la línea central) y $u = 0$ en $r = R$ (la condición de no deslizamiento en la superficie del tubo). Se obtiene

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right)\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad \textbf{(8-39)}$$

Por lo tanto, el perfil de velocidades en el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo es *parabólico* con un máximo en la línea central y mínimo en la superficie del tubo. Asimismo, la velocidad axial u es positiva para cualquier r y, como consecuencia, el gradiente de presión axial dP/dx debe ser negativo (es decir, la presión debe decrecer en la dirección del flujo debido a los efectos viscosos).

La velocidad promedio se determina con base en su definición al sustituir la ecuación 8-39 en la 8-2 y realizar la integración. Esto da

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)r\,dr = \frac{-2}{R^2}\int_0^R \frac{R^2}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right)\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)r\,dr = -\frac{R^2}{8\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right) \qquad \textbf{(8-40)}$$

Si se combinan las dos últimas ecuaciones, se redefine el perfil de velocidad como

$$u(r) = 2V_{\text{prom}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \tag{8-41}$$

La anterior es una forma conveniente para el perfil de velocidades, ya que se puede determinar V_{prom} con facilidad a partir de la información del gasto de flujo.

Se tiene la velocidad máxima en la línea central y se determina a partir de la ecuación 8-41 mediante la sustitución $r = 0$,

$$u_{\text{máx}} = 2V_{\text{prom}} \tag{8-42}$$

Por lo tanto, *la velocidad promedio en el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo es un medio de la velocidad máxima.*

Caída de presión

Una cantidad de interés en el análisis del flujo en tubos es la *caída de presión* ΔP ya que está directamente relacionada con las necesidades de potencia del ventilador o la bomba con el fin de mantener el flujo. Dado que $dP/dx =$ constante y al integrar desde $x = x_1$, donde la presión es P_1, hasta $x = x_1 + L$, donde la presión es P_2. Se obtiene

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} \tag{8-43}$$

Si se sustituye la ecuación 8-43 en la expresión de la V_{prom} de la 8-40, la caída de presión se puede expresar como

Flujo laminar:
$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L V_{\text{prom}}}{R^2} = \frac{32\mu L V_{\text{prom}}}{D^2} \tag{8-44}$$

Tradicionalmente, se usa el símbolo Δ para indicar la diferencia entre los valores final e inicial, como $\Delta y = y_2 - y_1$. Pero en el flujo de fluidos, ΔP se emplea para designar la caída de presión y, por consiguiente, es $P_1 - P_2$. Una caída de presión debida a efectos viscosos representa una pérdida irreversible de presión y se le conoce como la **pérdida de presión** ΔP_L, para hacer resaltar que es una *pérdida* (precisamente como la pérdida de carga h_L, la cual es proporcional a ella).

Nótese, por lo expresado en la ecuación 8-44, que la caída de presión es proporcional a la viscosidad μ del fluido, y ΔP sería cero si no hubiera fricción. Por lo tanto, en este caso, la caída de presión de P_1 a P_2 se debe por entero a los efectos viscosos, y la ecuación 8-44 representa la pérdida de presión ΔP_L cuando un fluido de viscosidad μ fluye por un tubo de diámetro constante D y longitud L, a la velocidad promedio V_{prom}.

En la práctica, resulta conveniente expresar la pérdida de presión para todos los tipos de flujos internos completamente desarrollados (flujos laminares o turbulentos, tubos circulares o no circulares, superficies lisas o ásperas, tubos horizontales o inclinados) como (figura 8-19)

Pérdida de presión:
$$\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} \tag{8-45}$$

en donde $\rho V_{\text{prom}}^2/2$ es la *presión dinámica* y f es el **factor de fricción de Darcy**,

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V_{\text{prom}}^2}$$

Éste también se conoce como **factor de fricción de Darcy-Weisbach**, en honor del francés Henry Darcy (1803-1858) y el alemán Julius Weisbach

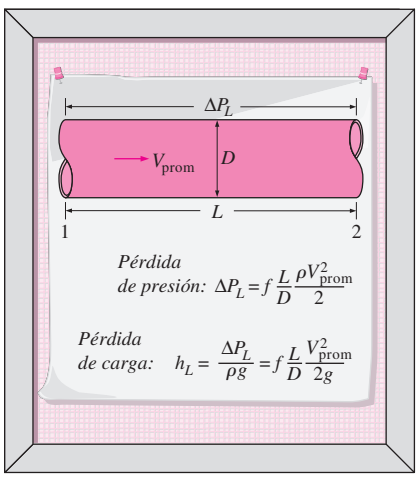


FIGURA 8-19
La relación para la pérdida de presión (y para la pérdida de carga) es una de las más generales en la mecánica de fluidos y es válida para los flujos laminares o turbulentos, para tubos circulares o no circulares y para tubos con superficies lisas o ásperas.

(1806-1871), los dos ingenieros que realizaron la mayor contribución para su desarrollo. No debe confundirse con el *coeficiente de fricción* C_f [también llamado *factor de fricción de Fanning*, en honor del ingeniero estadounidense John Fanning (1837-1911)], el cual se define como $C_f = 2\tau_w/(\rho V_{\text{prom}}^2) = f/4$.

Si se igualan las ecuaciones 8-44 y 8-45 entre sí y se despeja f, se obtiene el factor de fricción para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular:

Tubo circular, laminar:
$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{prom}}} = \frac{64}{\text{Re}} \tag{8-46}$$

Esta ecuación muestra que *en el flujo laminar, el factor de fricción es función sólo del número de Reynolds y es independiente de la aspereza de la superficie del tubo.*

En el análisis de sistemas de tuberías, las pérdidas por fricción comúnmente se expresan en términos de la *altura equivalente de la columna de fluido*, llamada **pérdida de carga** h_L. Si se observa, con base en la estática de fluidos, que $\Delta P = \rho g h$ y, como consecuencia, una diferencia de presión de ΔP corresponde a una altura de fluido de $h = \Delta P/\rho g$, la *pérdida de carga en el tubo* se obtiene al dividir ΔP_L entre ρg para dar

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f\frac{L}{D}\frac{V_{\text{prom}}^2}{2g}$$

La pérdida de carga h_L representa *la altura adicional a la que necesita elevarse el fluido por medio de una bomba para vencer las pérdidas por fricción en el tubo*. La pérdida de carga es causada por la viscosidad y está relacionada de manera directa con el esfuerzo cortante en la pared. La ecuación 8-45 es válida tanto para los flujos laminares como para los turbulentos, tanto en tubos circulares como en no circulares; en cambio, la ecuación 8-46 sólo es válida para el flujo laminar completamente desarrollado en tubos circulares.

Una vez que se conoce la pérdida de presión (o pérdida de carga), se determina la potencia requerida de bombeo *para vencer la pérdida de presión*, a partir de

$$\dot{W}_{\text{bomba, }L} = \dot{V}\,\Delta P_L = \dot{V}\rho g h_L = \dot{m} g h_L \tag{8-47}$$

donde $\dot{V}$ es el gasto volumétrico y $\dot{m}$ es el gasto de masa.

La velocidad promedio para el flujo laminar en un tubo horizontal es, de acuerdo con la ecuación 8-44,

Tubo horizontal:
$$V_{\text{prom}} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L} = \frac{(P_1 - P_2)D^2}{32\mu L} = \frac{\Delta P\, D^2}{32\mu L}$$

Entonces, el gasto volumétrico para el flujo laminar a través de un tubo horizontal de diámetro D y longitud L queda

$$\dot{V} = V_{\text{prom}} A_c = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L}\pi R^2 = \frac{(P_1 - P_2)\pi D^4}{128\mu L} = \frac{\Delta P\, \pi D^4}{128\mu L} \tag{8-48}$$

Esta ecuación se conoce como **ley de Poiseuille** y a este flujo se le llama *flujo de Hagen-Poiseuille*, en honor de los trabajos de G. Hagen (1797-1884) y J. Poiseuille (1799-1869) sobre el tema. A partir de la ecuación 8-48, nótese que *para un gasto especificado, la caída de presión y, por ende, la potencia requerida de bombeo, son proporcionales a la longitud del tubo y a la viscosidad del fluido, pero inversamente proporcionales a la cuarta potencia del radio (o del diámetro) del tubo*. Por lo tanto, la necesidad de potencia de bombeo para un sistema de tuberías se puede reducir en un factor de 16 al duplicar el diámetro del tubo (figura 8-20). Por supuesto, deben sopesarse los beneficios de la reducción en los costos de la energía en contraste con el costo mayor de construcción, debido al uso de tubo con diámetro más grande.

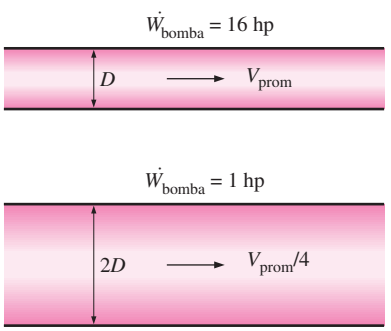


FIGURA 8-20
La necesidad de potencia de bombeo para un sistema de tubos con flujo laminar se puede reducir en un factor de 16 al duplicar el diámetro del tubo.

La caída de presión ΔP es igual a la pérdida de presión ΔP_L, si se trata de un tubo horizontal, pero éste no es el caso para los tubos inclinados o para aquellos con área variable de la sección transversal, debido a los cambios en la elevación y la velocidad.

Perfil de temperatura y el número de Nusselt

En el análisis anterior se ha obtenido el perfil de velocidad para el flujo completamente desarrollado en un tubo circular a partir de un balance de fuerzas aplicado sobre un elemento de volumen, y se ha determinado el factor de fricción y la caída de presión. Ahora se obtendrá la ecuación de la energía mediante la aplicación del balance energético sobre un elemento diferencial de volumen y se resolverá con el fin de obtener el perfil de temperatura para los casos de temperatura superficial constante y flujo de calor constante en la superficie.

Reconsidérese el flujo laminar estacionario de un fluido en un tubo circular de radio R. Las propiedades del fluido ρ, k y c_p son constantes y el trabajo realizado por las fuerzas viscosas es despreciable. El fluido fluye a lo largo del eje x con velocidad u. El flujo está completamente desarrollado, de modo que u es independiente de x, de donde $u = u(r)$. Al advertir que la energía se transfiere por la masa en la dirección x y por conducción en la dirección r (se supone que la conducción en la dirección x es despreciable), el balance de energía de flujo estacionario para un elemento con forma de una capa cilíndrica, de espesor dr y longitud dx, se puede expresar como (figura 8-21)

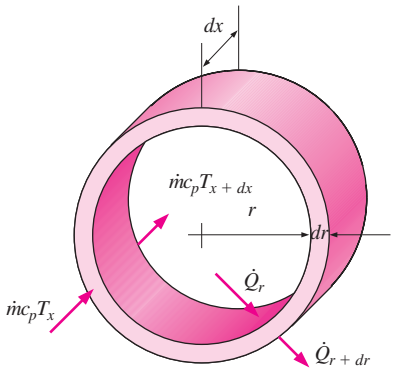


FIGURA 8-21
Elemento diferencial de volumen usado en la deducción de la relación del balance de energía.

$$\dot{m}c_pT_x - \dot{m}c_pT_{x+dx} + \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+dr} = 0 \tag{8-49}$$

donde $\dot{m} = \rho u A_c = \rho u(2\pi r dr)$. Al sustituir y dividir entre $2\pi r dr dx$ da, después de reordenar,

$$\rho c_p u \frac{T_{x+dx} - T_x}{dx} = -\frac{1}{2\pi r dx}\frac{\dot{Q}_{r+dr} - \dot{Q}_r}{dr} \tag{8-50}$$

o bien,

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{1}{2\rho c_p \pi r dx}\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} \tag{8-51}$$

A partir de la ley de Fourier de la conducción de calor en la dirección radial

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(-2\pi k dx\frac{\partial T}{\partial r}\right) = -2\pi k dx\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{8-52}$$

Al sustituir y utilizar $\alpha = k/\rho c_p$ da

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{dr}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{8-53}$$

lo cual expresa que *la razón de transferencia neta de energía al volumen de control por el flujo de masa es igual a la razón neta de conducción de calor en la dirección radial.*

Flujo constante de calor en la superficie

Para el flujo completamente desarrollado en un tubo circular sujeto a flujo de calor constante en la superficie, se tiene, con base en la ecuación 8-24,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{prom}} c_p R} = \text{constante} \tag{8-54}$$

Si en la deducción de la ecuación 8-53 se considerara la conducción de calor en la dirección x, daría un término adicional $\alpha\partial^2T/\partial x^2$, el cual sería igual a ce-

ro, ya que $\partial T/\partial x$ = constante y, por lo tanto, $T = T(r)$. De esta manera, en este caso, se satisface con exactitud la suposición de que no se tiene conducción de calor axial.

Al sustituir la ecuación 8-54 y la relación para el perfil de velocidad (ecuación 8-41) en la 8-43, da

$$\frac{4\dot{q}_s}{kR}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) \tag{8-55}$$

la cual es una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden. Su solución general se obtiene mediante la separación de las variables y al integrarla dos veces, para dar

$$T = \frac{\dot{q}_s}{kR}\left(r^2 - \frac{r^4}{4R^2}\right) + C_1 \ln r + C_2 \tag{8-56}$$

La solución deseada para el problema se obtiene al aplicar las condiciones de frontera $\partial T/\partial x = 0$ en $r = 0$ (debido a la simetría), y $T = T_s$, en $r = R$. Se obtiene

$$T = T_s - \frac{\dot{q}_s R}{k}\left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{4R^4}\right) \tag{8-57}$$

La temperatura media T_m se determina al sustituir las relaciones de los perfiles de velocidades y de temperaturas (ecuaciones 8-41 y 8-57) en la ecuación 8-4 y llevar a cabo la integración. Esto da

$$T_m = T_s - \frac{11}{24}\frac{\dot{q}_s R}{k} \tag{8-58}$$

Al combinar esta relación con $\dot{q}_s = h(T_s - T_m)$ da

$$h = \frac{24}{11}\frac{k}{R} = \frac{48}{11}\frac{k}{D} = 4.36\frac{k}{D} \tag{8-59}$$

o bien,

Tubo circular, laminar ($\dot{q}_x$ = constante): $$\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k} = 4.36 \tag{8-60}$$

Por lo tanto, para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular sujeto a flujo de calor constante en la superficie, el número de Nusselt es constante. No se tiene dependencia con respecto a los números de Reynolds o de Prandtl.

Temperatura superficial constante

Se puede realizar un análisis semejante para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular para el caso de temperatura superficial constante T_s. En este caso el procedimiento de solución es más complejo, ya que se requieren iteraciones, pero la relación del número de Nusselt que se obtiene es igualmente simple (figura 8-22):

Tubo circular, laminar (T_s = constante): $$\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k} = 3.66 \tag{8-61}$$

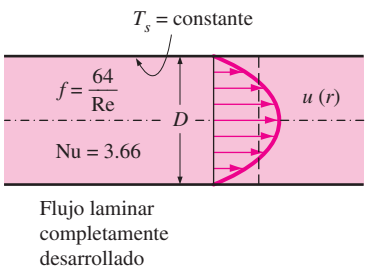


FIGURA 8-22
En el flujo laminar en un tubo con temperatura superficial constante tanto el *factor de fricción* como el *coeficiente de transferencia de calor* permanecen constantes en la región completamente desarrollada.

La comparación entre las ecuaciones 8-60 y 8-61 muestra que el número de Nusselt para el caso de flujo constante de calor superficial es 16 por ciento más alto que el caso de temperatura superficial constante para el flujo completamente desarrollado en tubo en régimen laminar. Esto muestra que el flujo en régimen laminar es sensible a la condición térmica de la frontera en la superficie, y para aplicaciones que requieren razones más altas de transferencia de calor, siempre que sea posible, debe utilizarse la condición de la frontera de flujo constante de calor en la superficie. Esto es contrario a los resultados mostrados en la figura 8-9 para el flujo turbulento, el cual no muestra sensi-

bilidad a las diferentes condiciones térmicas de la frontera en la superficie en la región completamente desarrollada.

La conductividad térmica k a usarse en las relaciones de Nu antes dadas debe evaluarse en la temperatura del fluido promediado entre la entrada y la salida, la cual es el promedio aritmético de las temperaturas medias del fluido en la admisión y la salida del tubo. Para el flujo laminar el efecto de la *aspereza superficial* sobre el factor de fricción y el coeficiente de transferencia de calor es despreciable.

Flujo laminar en tubos no circulares

En la tabla 8-1 se dan las relaciones del factor de fricción f y del número de Nusselt para el *flujo laminar completamente desarrollado* en tubos de diversas secciones transversales. Los números de Reynolds y de Nusselt para el flujo en estos tubos están basados en el diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$, donde A_c es el área de la sección transversal del tubo y p es su perímetro. Una vez que se cuenta con el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección se determina a partir de $h = k\text{Nu}/D_h$.

TABLA 8-1

Número de Nusselt y factor de fricción para el flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diversas secciones transversales ($D_h = 4A_c/p$, $\text{Re} = V_{\text{prom}}D_h/\nu$, y $\text{Nu} = hD_h/k$)

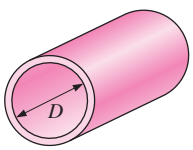
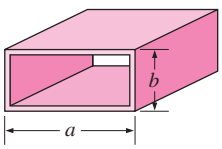
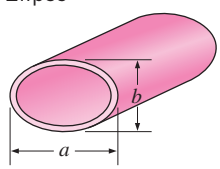
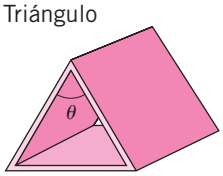
Configuración geométrica del tubo	a/b o $\theta°$	Número de Nusselt: T_s = Const.	Número de Nusselt: $\dot{q}_s$ = Const.	Factor de fricción f
Círculo 	—	3.66	4.36	64.00/Re
Rectángulo 	a/b			
	1	2.98	3.61	56.92/Re
	2	3.39	4.12	62.20/Re
	3	3.96	4.79	68.36/Re
	4	4.44	5.33	72.92/Re
	6	5.14	6.05	78.80/Re
	8	5.60	6.49	82.32/Re
	∞	7.54	8.24	96.00/Re
Elipse 	a/b			
	1	3.66	4.36	64.00/Re
	2	3.74	4.56	67.28/Re
	4	3.79	4.88	72.96/Re
	8	3.72	5.09	76.60/Re
	16	3.65	5.18	78.16/Re
Triángulo 	θ			
	10°	1.61	2.45	50.80/Re
	30°	2.26	2.91	52.28/Re
	60°	2.47	3.11	53.32/Re
	90°	2.34	2.98	52.60/Re
	120°	2.00	2.68	50.96/Re

FIGURA 8-23
Leo Graetz (1856-1941), físico alemán nacido en Breslau (entonces parte de Alemania, ahora llamado Wroclaw en Polonia). Su trabajo científico se orientó a las áreas de conducción de calor, radiación, fricción y elasticidad. Fue uno de los primeros en investigar la propagación de la energía electromagnética. El parámetro adimensional que describe la transferencia de calor, **número de Graetz**, lleva su nombre en su honor.
©Photo Deutsches Museum.

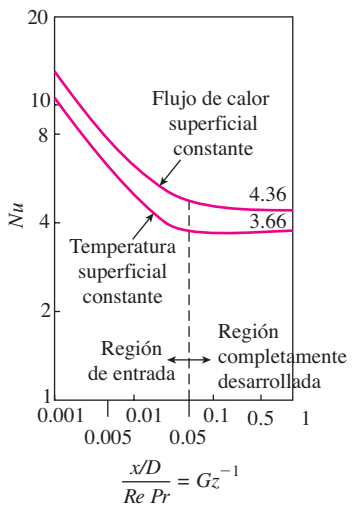


FIGURA 8-24
Números locales de Nusselt para el flujo laminar en la entrada y las regiones completamente desarrolladas de un tubo circular para flujos hidrodinámicamente y térmicamente desarrollados.

Desarrollo del flujo laminar en la región de entrada

El análisis de transferencia de calor presentado hasta ahora es válido para el flujo laminar hidrodinámica y térmicamente desarrollado (completamente desarrollado) en un tubo circular, donde son aplicables las condiciones dadas por las ecuaciones 8-7 y 8-8. No obstante, en la región de entrada, la ecuación de energía 8-53 pierde su validez, debido que en esta región hay un movimiento en la dirección radial y el perfil de velocidad $u(r)$ cambia en la dirección del flujo. Además, por ejemplo, en el caso del flujo constante de calor en la superficie, el gradiente de temperatura axial $\partial T/\partial x$ ya no puede simplificarse mediante la ecuación 8-54. Por lo tanto, la solución a la ecuación de energía en la región de entrada es más complicada que la de la región completamente desarrollada, además de que la ecuación de energía se resuelve sólo de manera numérica. Los valores locales del número de Nusselt suelen presentarse de manera gráfica o en forma de una tabla en términos del inverso del parámetro adimensional conocido como número de Graetz (figura 8-23) que se define como $\text{Gz} = (D/x)\text{RePr}$. Como se muestra en la figura 8-24, las condiciones completamente desarrolladas, para ambos casos de flujo constante de calor en la superficie y temperatura superficial constante, se logran para $1/\text{Gz} = (x/D)/\text{RePr} \approx 0.05$, que es congruente con los resultados dados por la ecuación 8-12 para la longitud de entrada térmica en régimen laminar. Por lo tanto, cuando el inverso del número de Graetz es mayor que 0.05, los números de Nusselt locales alcanzan sus valores completamente desarrollados de 4.36 para el flujo constante de calor en la superficie y de 3.66 para la temperatura superficial constante. En trabajos de Shah y London (1978) y Shah y Bhatti (1987) podrá encontrar un excelente análisis sobre este tema. De la literatura se obtienen dos soluciones diferentes. El caso más simple es el del flujo en desarrollo hidrodinámico y el flujo en desarrollo térmico. El más complicado es el del flujo en desarrollo hidrodinámico y térmico. En este caso, la solución es una función del número de Prandtl, y para cada caso, debe especificarse de antemano el valor de este parámetro adimensional.

Existe una cantidad limitada de correlaciones empíricas disponibles en la literatura para el número de Nusselt promedio para una condición de frontera de temperatura constante. Para un tubo circular de longitud L sujeto a temperatura superficial constante, el número promedio de Nusselt para la *región de entrada térmica* se puede determinar a partir de (Edwards *et al.*, 1979)

Región de entrada, laminar:
$$\text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065\,(D/L)\,\text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\,\text{Re Pr}]^{2/3}} \qquad \textbf{(8-62)}$$

Note que el número de Nusselt promedio es más grande en la región de entrada, como era de esperarse, y tiende en forma asintótica al valor completamente desarrollado de 3.66 cuando $L \to \infty$. En esta relación se supone que el flujo está hidrodinámicamente desarrollado cuando el fluido entra en la sección de calentamiento, pero también se puede usar en forma aproximada para el flujo en desarrollo hidrodinámico donde $\text{Pr} \geq 5$.

Cuando la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido es grande, puede ser necesario tomar en cuenta la variación de la viscosidad con la temperatura. Para este caso, el número promedio de Nusselt para el flujo laminar en desarrollo hidrodinámico y térmico dentro de un tubo circular puede determinarse a partir de [Sieder y Tate (1936)]

$$\text{Nu} = 1.86\left(\frac{\text{Re Pr}\,D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad \textbf{(8-63)}$$

La ecuación anterior se recomienda para $0.60 \leq \text{Pr} \leq 5$ y $0.0044 \leq (\mu_b/\mu_s) \leq 9.75$. Observe que el término $(D/L)/\text{RePr}$ para las ecuaciones 8-62 y 8-63 es el número de Graetz para un tubo circular de longitud L. Todas las propiedades que aparecen en las ecuaciones 8-62 y 8-63 deben evaluarse en la temperatura del fluido promediada entre la entrada y salida, $T_b = (T_i + T_e)/2$, salvo por μ_s, que se evalúa a la temperatura superficial.

El número de Nusselt promedio para la región de entrada térmica de flujo entre *placas paralelas isotérmicas* de longitud L se expresa como (Edwards *et al.*, 1979)

Región de entrada, laminar:
$$\text{Nu} = 7.54 + \frac{0.03\,(D_h/L)\,\text{Re}\,\text{Pr}}{1 + 0.016[(D_h/L)\,\text{Re}\,\text{Pr}]^{2/3}} \tag{8-64}$$

donde D_h es el diámetro hidráulico, el cual es el doble del espaciamiento entre las placas. Esta relación se puede usar para $\text{Re} \leq 2\,800$.

EJEMPLO 8-2 Velocidad y temperatura promedio del flujo laminar en tubo

Los perfiles de velocidad y temperatura para un fluido que fluye en un tubo circular de radio interno $R = 4$ cm (figura 8-25) son los siguientes:

$$u(r) = 0.2[1 - (r/R)^2] \qquad \text{(en m/s)}$$
$$T(r) = 250 + 200(r/R)^3 \qquad \text{(en K)}$$

Determine la velocidad del flujo promedio y la temperatura promedio del fluido en el tubo.

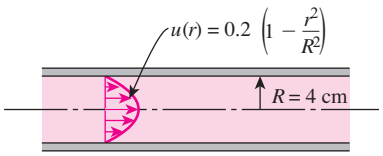


FIGURA 8-25
Esquema para el ejemplo 8-2

SOLUCIÓN Mediante los perfiles de velocidad y temperatura dados en un tubo, se deben determinar la velocidad promedio del flujo y la temperatura promedio del fluido.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estacionarias. **2** Las propiedades son constantes.

Análisis Con base en el principio de conservación de la masa, la velocidad promedio en un tubo circular de radio interno R se expresa como

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)\,r\,dr$$

Al sustituir las cantidades conocidas y llevar a cabo la integración, se determina una velocidad promedio de

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R 0.2\left(r - \frac{r^3}{R^2}\right)dr = \frac{2 \times 0.2}{R^2}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2}\right)_0^R = \frac{2 \times 0.2}{R^2}\left(\frac{R^2}{4}\right) = \mathbf{0.1\ m/s}$$

Con base en el principio de conservación de energía, la temperatura promedio (o media) del fluido en la sección transversal se expresa como

$$T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}}R^2}\int_0^R T(r)u(r)\,r\,dr$$

Tras sustituir las cantidades conocidas y llevar a cabo la integración, se tiene que la temperatura promedio es

$$T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}} R^2} \int_0^R 0.2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\left(250 + 200\frac{r^3}{R^3}\right) r dr$$

$$= \frac{2 \times 0.2}{V_{\text{prom}} R^2}\left(250\frac{r^2}{2} - 250\frac{r^4}{4R^2} + 200\frac{r^5}{5R^3} - 200\frac{r^7}{7R^5}\right)_0^R$$

$$= \frac{2 \times 0.2}{V_{\text{prom}} R^2}\left(\frac{250R^2}{2} - \frac{250R^2}{4} + \frac{200R^2}{5} - \frac{200R^2}{7}\right) = \frac{2 \times 0.2 \times 73.93}{0.1} = \mathbf{295.7\ K}$$

Discusión El perfil de velocidad para el flujo en régimen laminar se expresa como $u(r) = 2V_{\text{prom}}\,[1-(r/R)^2]$. Al comparar éste con el perfil dado $u(r) = 0.2\,[1-(r/R)^2]$, se puede obtener el mismo valor de la velocidad promedio por observación directa. Además, el perfil de velocidad parabólico indica que éste es un flujo laminar completamente desarrollado.

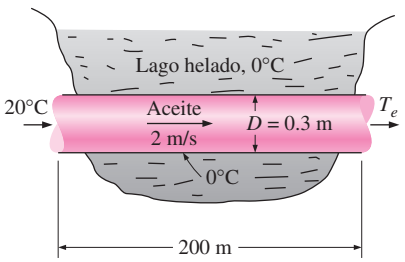


FIGURA 8-26
Esquema para el ejemplo 8-3.

EJEMPLO 8-3 Flujo de aceite en una tubería que cruza un lago

Considere el flujo de aceite a 20°C a una velocidad promedio de 2 m/s en una tubería de 30 cm de diámetro (figura 8-26). Una sección de 200 m de largo de la tubería horizontal pasa por las aguas heladas de un lago a 0°C. Las mediciones indican que la temperatura de la superficie del tubo está muy cercana a 0°C. Si descarta la resistencia térmica del material del tubo, determine *a*) la temperatura del aceite cuando el tubo sale del lago, *b*) la razón de la transferencia de calor desde el aceite, y *c*) la potencia de bombeo requerida para vencer las pérdidas de presión y mantener el flujo del aceite en el tubo.

SOLUCIÓN Fluye aceite en una tubería que pasa por las aguas heladas de un lago a 0°C. Deben determinarse la temperatura de salida del aceite, la razón de la pérdida de calor y la potencia de bombeo necesaria para vencer las pérdidas de presión.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La temperatura superficial del tubo es muy cercana a 0°C. **3** La resistencia térmica del tubo es despreciable. **4** Las superficies interiores de la tubería son lisas. **5** El flujo está hidrodinámicamente desarrollado cuando la tubería llega al lago.

Propiedades No se conoce la temperatura de salida del aceite y, como consecuencia, no se puede determinar la temperatura promediada entre la entrada y salida a la cual se deben evaluar las propiedades del aceite. La temperatura media del aceite en la admisión es de 20°C y se espera que esta temperatura caiga un tanto como resultado de la pérdida de calor hacia las aguas heladas del lago. Se evalúan las propiedades del aceite a la temperatura de admisión, pero se repetirán los cálculos, si es necesario, usando las propiedades a la temperatura media de la masa después de evaluarla. A 20°C, se lee (tabla A-13)

$$\rho = 888.1\ \text{kg/m}^3 \qquad \nu = 9.429 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.145\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C} \qquad c_p = 1\,880\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C} \qquad \text{Pr} = 10\ 863$$

Análisis *a*) El número de Reynolds es

$$\mathrm{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(2\ \text{m/s})(0.3\ \text{m})}{9.429 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}} = 636$$

el cual es menor que el número de Reynolds crítico de 2 300. Por lo tanto, el flujo es laminar y, en este caso, la longitud de la entrada térmica es aproximada, *grosso modo* por:

$$L_t \approx 0.05\ \mathrm{Re}\ \mathrm{Pr}\ D = 0.05 \times 636 \times 10\,863 \times (0.3\ \text{m}) \approx 103\,600\ \text{m}$$

lo cual es mucho mayor que la longitud total del tubo. Esto es típico de los fluidos con altos números de Prandtl. Por lo tanto, se supone un flujo en desarrollo térmico y se determina el número de Nusselt a partir de

$$\begin{aligned}\mathrm{Nu} = \frac{hD}{k} &= 3.66 + \frac{0.065\ (D/L)\ \mathrm{Re}\ \mathrm{Pr}}{1 + 0.04\ [(D/L)\ \mathrm{Re}\ \mathrm{Pr}]^{2/3}} \\ &= 3.66 + \frac{0.065(0.3/200) \times 636 \times 10\,863}{1 + 0.04[(0.3/200) \times 636 \times 10\,863]^{2/3}} \\ &= 33.7\end{aligned}$$

Note que este número de Nusselt es considerablemente más alto que el valor del flujo completamente desarrollado de 3.66. Entonces,

$$h = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.145\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}}{0.3\ \text{m}}(33.7) = 16.3\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

Asimismo,

$$\begin{aligned}A_s &= \pi DL = \pi(0.3\ \text{m})(200\ \text{m}) = 188.5\ \text{m}^2 \\ \dot{m} &= \rho A_c V_{\text{prom}} = (888.1\ \text{kg/m}^3)[\tfrac{1}{4}\pi(0.3\ \text{m})^2](2\ \text{m/s}) = 125.6\ \text{kg/s}\end{aligned}$$

A continuación se determina la temperatura de salida del aceite a partir de

$$\begin{aligned}T_e &= T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \\ &= 0{}^\circ\text{C} - [(0 - 20){}^\circ\text{C}]\exp\left[-\frac{(16.3\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(188.5\ \text{m}^2)}{(125.6\ \text{kg/s})(1\,881\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})}\right] \\ &= \mathbf{19.74{}^\circ C}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la temperatura media del aceite cae en un simple 0.26°C al cruzar el lago. Esto hace que la temperatura del aceite promediada entre la entrada y la salida sea 19.87°C, la cual es prácticamente idéntica a la de admisión de 20°C. Por lo tanto, no se necesita volver a evaluar las propiedades.

b) La diferencia media logarítmica de temperatura y la razón de la pérdida de calor del aceite son

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{T_i - T_e}{\ln\dfrac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{20 - 19.74}{\ln\dfrac{0 - 19.74}{0 - 20}} = -19.87{}^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} = (16.3\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(188.5\ \text{m}^2)(-19.87{}^\circ\text{C}) = \mathbf{-6.11 \times 10^4\ W}$$

Por lo tanto, el aceite perderá calor a razón de 61.1 kW cuando fluye por el tubo en las aguas heladas del lago. Note que, en este caso, $\Delta T_{\ln}$ es idéntica a la temperatura media aritmética, ya que $\Delta T_i \approx \Delta T_e$.

c) El flujo laminar del aceite está hidrodinámicamente desarrollado. Por lo tanto, se puede determinar el factor de fricción a partir de

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{636} = 0.1006$$

Entonces, la caída de presión en el tubo y la potencia requerida de bombeo quedan

$$\Delta P = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} = 0.1006\frac{200\text{ m}}{0.3\text{ m}}\frac{(888.1\text{ kg/m}^3)(2\text{ m/s})^2}{2} = 1.19 \times 10^5\text{ N/m}^2$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} = \frac{(125.6\text{ kg/s})(1.19 \times 10^5\text{ N/m}^2)}{888.1\text{ kg/m}^3} = \mathbf{16.8\text{ kW}}$$

Discusión Se necesita una bomba de 16.8 kW sólo para vencer la fricción en el tubo cuando el aceite fluye en el tramo de 200 m de largo a través del lago.

8-6 ▪ FLUJO TURBULENTO EN TUBOS

Anteriormente se mencionó que el flujo en los tubos lisos es completamente turbulento para Re > 10 000. El flujo turbulento se utiliza de manera común en la práctica debido a los coeficientes más altos de transferencia de calor asociados con él. La mayor parte de las correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor en el flujo turbulento se basan en estudios experimentales debido a la dificultad para tratar en forma teórica con este tipo de flujo.

Para los tubos *lisos*, el factor de fricción en el flujo turbulento se puede determinar a partir de la *primera ecuación de Petukhov* explícita [Petukhov (1970)], dada como

Tubos lisos: $$f = (0.790 \ln \text{Re} - 1.64)^{-2} \qquad 3\,000 < \text{Re} < 5 \times 10^6 \qquad \textbf{(8-65)}$$

El número de Nusselt en el flujo turbulento está relacionado con el factor de fricción a través de la *analogía de Chilton-Colburn*, expresada como

$$\text{Nu} = 0.125 f \text{RePr}^{1/3} \qquad \textbf{(8-66)}$$

Una vez que se cuenta con el factor de fricción, se puede usar esta ecuación de manera conveniente con el fin de evaluar el número de Nusselt tanto para los tubos lisos como para los ásperos.

Para el flujo turbulento completamente desarrollado en *tubos lisos*, se puede obtener una relación simple para el número de Nusselt al sustituir en la ecuación 8.66 la simple relación de la ley de potencia $f = 0.184\ \text{Re}^{-0.2}$ para el factor de fricción. Esto da

$$\text{Nu} = 0.023\ \text{Re}^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3} \qquad \begin{pmatrix} 0.7 \le \text{Pr} \le 160 \\ \text{Re} > 10\,000 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(8-67)}$$

la cual se conoce como *ecuación de Colburn*. Se puede mejorar la precisión de esta ecuación al modificarla como

$$\text{Nu} = 0.023\ \text{Re}^{0.8}\ \text{Pr}^n \qquad \textbf{(8-68)}$$

donde $n = 0.4$ para el *calentamiento* y 0.3 para el *enfriamiento* del fluido que fluye por el tubo. Esta ecuación se conoce como *ecuación de Dittus-Boelter* [Dittus y Boelter (1930)] y se prefiere a la de Colburn.

Pueden usarse las ecuaciones precedentes cuando la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie de la pared no es grande, evaluando todas las propiedades del fluido en la *temperatura del fluido* promediada entre su entrada y salida $T_b = (T_i + T_e)/2$. Cuando la variación es grande, debido a una diferencia grande en las temperaturas, puede usarse la ecuación que sigue, debida a Sieder y Tate (1936),

$$\mathrm{Nu} = 0.027\,\mathrm{Re}^{0.8}\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \begin{pmatrix} 0.7 \le \mathrm{Pr} \le 16\,700 \\ \mathrm{Re} \ge 10\,000 \end{pmatrix} \tag{8-69}$$

En este caso, todas las propiedades se evalúan a T_b, excepto μ_s, la cual se evalúa a T_s.

Las relaciones del número de Nusselt que acaban de darse son bastante simples, pero pueden dar errores tan grandes como de 25%. Este error se puede reducir de manera considerable, hasta menos de 10%, mediante relaciones más complejas pero precisas, como la *segunda ecuación de Petukhov*, expresada como

$$\mathrm{Nu} = \frac{(f/8)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{1.07 + 12.7(f/8)^{0.5}\,(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)} \qquad \begin{pmatrix} 0.5 \le \mathrm{Pr} \le 2\,000 \\ 10^4 < \mathrm{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix} \tag{8-70}$$

Se mejora la exactitud de esta relación al modificarla como [Gnielinski (1976)]

$$\mathrm{Nu} = \frac{(f/8)(\mathrm{Re} - 1\,000)\,\mathrm{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5}\,(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)} \begin{pmatrix} 0.5 \le \mathrm{Pr} \le 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < \mathrm{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix} \tag{8-71}$$

donde se puede determinar el factor de fricción f a partir de una relación apropiada, como la primera ecuación de Petukhov. En los cálculos debe preferirse la ecuación de Gnielinski. Una vez más, las propiedades deben evaluarse a la temperatura promediada entre la entrada y la salida.

Las relaciones antes dadas no son muy sensibles a las *condiciones térmicas* en las superficies del tubo y se pueden usar tanto para el caso de T_s = constante como para el de $\dot{q}_s$ = constante. A pesar de su sencillez, las relaciones ya presentadas dan resultados suficientemente precisos para la mayor parte de los fines de ingeniería. También se pueden usar para obtener estimaciones aproximadas del factor de fricción y de los coeficientes de transferencia de calor en la región de transición.

Las relaciones dadas hasta ahora no se aplican a los metales líquidos debido a sus números de Prandtl muy bajos. Para los metales líquidos ($0.004 < \mathrm{Pr} < 0.01$), Sleicher y Rouse (1975) recomiendan las relaciones siguientes para $10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$:

Metales líquidos, T_s = constante: $$\mathrm{Nu} = 4.8 + 0.0156\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93} \tag{8-72}$$

Metales líquidos, $\dot{q}_s$ = constante: $$\mathrm{Nu} = 6.3 + 0.0167\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93} \tag{8-73}$$

donde el subíndice s indica que el número de Prandtl se debe evaluar a la temperatura superficial.

Superficies ásperas

Cualquier irregularidad o aspereza en la superficie perturba la subcapa laminar y afecta el flujo. Por lo tanto, a diferencia del flujo laminar, el factor de fricción y el coeficiente de convección en el flujo turbulento dependen fuertemente de la aspereza superficial.

El factor de fricción en el flujo turbulento completamente desarrollado en un tubo depende del número de Reynolds y de la **aspereza relativa** ε/D, la cual es la razón de la altura media de la aspereza del tubo al diámetro de éste. La forma funcional de esta dependencia no se puede obtener a partir de un análisis teórico y todos los resultados de los que se dispone se obtienen de concienzudos experimentos mediante el uso de superficies cuya aspereza se produce en forma artificial (comúnmente, al pegar granos de arena de un tamaño conocido sobre las superficies interiores de los tubos). La mayor parte de esos experimentos los condujo J. Nikuradse, estudiante de Prandtl, en 1933, y fueron seguidos por los trabajos de otros. El factor de fricción se calculó a partir de las mediciones del gasto y de la caída de presión.

Los resultados experimentales obtenidos se presentan en las formas tabular, gráfica y funcional, obtenidas mediante ajuste de curvas con base en los datos experimentales. En 1939, Cyril F. Colebrook (1910-1997) combinó los datos disponibles para el flujo de transición y para el flujo turbulento en tubos lisos, así como ásperos, en la relación implícita siguiente, conocida como **ecuación de Colebrook**:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad \text{(flujo turbulento)} \qquad \textbf{(8-74)}$$

Se observa que el logaritmo de la ecuación 8-74 es uno de base 10, en lugar de natural. En 1942, el ingeniero estadounidense Hunter Rouse (1906-1996) verificó la ecuación de Colebrook y produjo un trazo gráfico de f como función de Re y del producto $\mathrm{Re}\sqrt{f}$. También presentó la relación para el flujo laminar y una tabla de asperezas de tubos comerciales. Dos años más tarde, Lewis F. Moody (1880-1953) volvió a trazar el diagrama de Rouse en la forma que es usada comúnmente en la actualidad. En el apéndice se da, como figura A-20, el ahora famoso **diagrama de Moody**. En éste se presenta el factor de fricción de Darcy para el flujo en tubos como función del número de Reynolds y de ε/D, sobre un amplio rango. Probablemente es uno de los diagramas aceptados y usados con más amplitud en ingeniería. Aunque está desarrollado para tubos circulares, también se puede usar para tubos no circulares, al reemplazar el diámetro por el diámetro hidráulico.

Para los tubos lisos, la concordancia entre las ecuaciones de Petukhov y de Colebrook es muy buena. El factor de fricción es mínimo para un tubo liso (pero aún así no cero debido a la condición de no deslizamiento) y aumenta con la aspereza (figura 8-27).

Aspereza relativa, ε/D	Factor de fricción, f
0.0*	0.0119
0.00001	0.0119
0.0001	0.0134
0.0005	0.0172
0.001	0.0199
0.005	0.0305
0.01	0.0380
0.05	0.0716

*Superficie lisa. Todos los valores son para Re = 10^6 y están calculados con base en la ecuación 8-74.

FIGURA 8-27
El factor de fricción es mínimo para un tubo liso y aumenta con la aspereza.

Los tubos comerciales se especifican de acuerdo con un **diámetro nominal**. Éste no indica de manera precisa el diámetro interno del tubo (tabla 8-2). Sin embargo, en los cálculos es necesario utilizar el diámetro interno real del tubo. Por ejemplo, un tubo de acero con un diámetro nominal de 2 pulgadas tiene un diámetro interno real de 2.067 pulgadas. Otra especificación es la **cédula de la tubería** o *schedule*, es decir, el espesor de la pared de la tubería. Una cédula de 40 suele ser el espesor estándar para la mayoría de las aplicaciones, que por lo general es una pared de $\frac{1}{4}$ de pulgada (tabla 8-2). El número de la cédula aumenta o disminuye en función del espesor de la pared, pero el diámetro exterior no se cambia. Las cédulas estándares para las tuberías son 10, 40, 80, 120 y 160.

TABLA 8-2
Tamaños estándar para tubos de acero cédula 40

Tamaño nominal, in	Diámetro interior real, in
⅛	0.269
¼	0.364
⅜	0.493
½	0.622
¾	0.824
1	1.049
1½	1.610
2	2.067
2½	2.469
3	3.068
5	5.047
10	10.02

Los tubos que se encuentran en el mercado son diferentes a los usados en los experimentos en el sentido de que la aspereza de los primeros no es uniforme y resulta difícil dar una descripción precisa de ella. En la tabla 8-3 y en el diagrama de Moody, se dan valores de la aspereza equivalente para algunos tubos comerciales. Pero debe tenerse presente que estos valores son para tubos nuevos y la aspereza relativa de éstos puede incrementarse con el uso como consecuencia de la corrosión, la acumulación de incrustación y la precipitación. Como resultado, el factor de fricción puede incrementarse en un factor de 5 a 10. En el

diseño de sistemas de tuberías, deben considerarse las condiciones reales de operación. Asimismo, el diagrama de Moody y su equivalente ecuación de Colebrook comprenden varias incertidumbres (el tamaño de la aspereza, el error experimental, el ajuste de la curva para los datos, etc.) y, por consiguiente, los resultados obtenidos no deben tratarse como "exactos". Suele considerarse que son exactos hasta ±15% sobre el intervalo completo de la figura.

La ecuación de Colebrook es implícita en f y, por lo tanto, la determinación del factor de fricción requiere alguna iteración, a menos que se use un programa para resolver ecuaciones, como EES. En 1983, S. E. Haaland dio una relación explícita aproximada como

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\mathrm{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right] \tag{8-75}$$

Los resultados obtenidos a partir de esta relación se encuentran a menos de 2% de diferencia de los obtenidos con la ecuación de Colebrook. Si se desean resultados más exactos, se puede usar la ecuación 8-75 como una buena *primera conjetura* en una iteración de Newton cuando se usa una calculadora programable o una hoja de cálculo a fin de resolver para f con la ecuación 8-74.

En el flujo turbulento la aspereza de la pared incrementa el coeficiente de transferencia de calor h en un factor de 2 o más [Dipprey y Sabersky (1963)]. Se puede calcular aproximadamente el coeficiente de transferencia de calor por convección para los tubos ásperos con base en las relaciones del número de Nusselt, como la ecuación 8-71, mediante el factor de fricción determinado a partir del diagrama de Moody o la ecuación de Colebrook. Sin embargo, este procedimiento no es muy exacto, ya que no se tiene un aumento adicional en h con f para $f > 4f_{\text{liso}}$ [Norris (1970)] y deben usarse las correlaciones desarrolladas específicamente para los tubos ásperos cuando se desea una mayor exactitud.

TABLA 8-3

Valores de la aspereza equivalente para tubos comerciales nuevos*

Material	Aspereza, ε ft	Aspereza, ε mm
Vidrio, plástico	0 (liso)	
Concreto	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Caucho alisado	0.000033	0.01
Tubería de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

*La incertidumbre en estos valores puede ser tan grande como ±60%.

Desarrollo del flujo turbulento en la región de entrada

Las longitudes de entrada para el flujo turbulento son típicamente cortas, a menudo sólo de 10 diámetros de tubo de largo y, por lo tanto, se puede usar de manera aproximada el número de Nusselt determinado para el flujo turbulento completamente desarrollado para todo el tubo. Este simple procedimiento proporciona resultados razonables para la caída de presión y la transferencia de calor, en el caso de tubos largos, y resultados conservadores para los tubos cortos. Para obtener una mayor exactitud, en la literatura se dispone de correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor para las regiones de entrada.

Flujo turbulento en tubos no circulares

Los perfiles de velocidades y de temperaturas en el flujo turbulento son casi líneas rectas en la región central y se tienen los gradientes significativos de velocidad y de temperatura sólo en la subcapa viscosa (figura 8-28). A pesar del espesor pequeño de la subcapa viscosa (por lo común mucho menos de 1% del diámetro del tubo), las características del flujo en esta capa son muy importantes, ya que fijan el escenario para el flujo en el resto del tubo. Por lo tanto, las características de la caída de presión y de la transferencia de calor del flujo turbulento en los tubos son dominados por la subcapa viscosa muy delgada próxima a la superficie de la pared y la forma de la región central no tiene mucho significado. Como consecuencia, también se pueden usar, con razonable exactitud, las relaciones antes dadas para el flujo turbulento para los tubos circulares para los ductos no circulares, al reemplazar el diámetro D en la evaluación del número de Reynolds por el diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$.

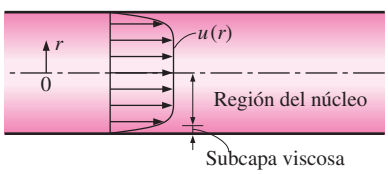


FIGURA 8-28
En el flujo turbulento, el perfil de velocidad es casi una recta en la región del núcleo y se tienen gradientes significativos de velocidad sólo en la subcapa viscosa.

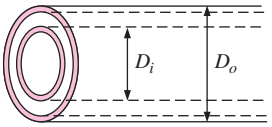


FIGURA 8-29
Un intercambiador de calor de tubo doble consta de dos tubos concéntricos.

Flujo por la sección anular entre tubos concéntricos

Algunos equipos sencillos de transferencia de calor constan de dos tubos concéntricos y, de manera apropiada, se les conoce como *intercambiadores de calor de tubo doble* (figura 8-29). En esos dispositivos, uno de los fluidos fluye por el tubo en tanto que el otro fluye por el espacio anular. Las ecuaciones diferenciales que rigen los dos flujos son idénticas. Por lo tanto, se puede estudiar analíticamente el flujo laminar estacionario en una sección anular mediante condiciones de frontera adecuadas.

Considere una sección anular concéntrica de diámetro interior D_i y exterior D_o. El diámetro hidráulico de la sección anular es

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)/4}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i$$

El flujo en un espacio anular está asociado con dos números de Nusselt —Nu_i sobre la superficie interior del tubo y Nu_o sobre la superficie exterior del tubo— ya que puede estar relacionado con transferencia de calor en las dos superficies. En la tabla 8-4 se dan los números de Nusselt para el flujo laminar completamente desarrollado con una superficie isotérmica y la otra adiabática. Cuando se conocen los números de Nusselt, los coeficientes de convección para las superficies interior y exterior se determinan a partir de

$$\text{Nu}_i = \frac{h_i D_h}{k} \qquad \text{y} \qquad \text{Nu}_o = \frac{h_o D_h}{k} \tag{8-76}$$

TABLA 8-4

Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en una sección anular con una superficie isotérmica y la otra adiabática (Kays y Perkins, 1972)

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

Para el flujo turbulento completamente desarrollado, los coeficientes de convección interior y exterior son aproximadamente iguales entre sí y la sección anular del tubo se puede considerar como un tubo no circular con un diámetro hidráulico de $D_h = D_o - D_i$. En este caso, se puede determinar el número de Nusselt con base en una relación adecuada del flujo turbulento, como la ecuación de Gnielinski. Para mejorar la exactitud de los números de Nusselt obtenidos a partir de estas relaciones para el flujo anular, Petukhov y Roizen (1964) recomiendan multiplicarlos por los siguientes factores de corrección, cuando una de las paredes del tubo es adiabática y la transferencia de calor se lleva a cabo a través de la otra pared:

$$F_i = 0.86\left(\frac{D_i}{D_o}\right)^{-0.16} \qquad \text{(pared exterior adiabática)} \tag{8-77}$$

$$F_o = 0.86\left(\frac{D_i}{D_o}\right)^{-0.16} \qquad \text{(pared interior adiabática)} \tag{8-78}$$

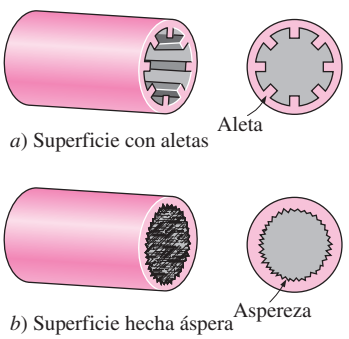


FIGURA 8-30
Con frecuencia las superficies de los tubos se hacen intencionalmente *ásperas, se corrugan* o se les colocan *aletas* para *mejorar* la transferencia de calor por convección.

Mejoramiento de la transferencia de calor

Los tubos con superficies ásperas tienen coeficientes de transferencia de calor mucho más altos que aquellos con superficies lisas. Por lo tanto, a menudo las superficies de los tubos se hacen intencionalmente *ásperas*, *corrugadas* o *con aletas* con el fin de *mejorar* el coeficiente de transferencia de calor por convección y, de este modo, la razón de la transferencia de calor (figura 8-30). La transferencia de calor en el flujo turbulento en un tubo se ha incrementado en tanto como 400% al hacer áspera la superficie; por supuesto, también se incrementa el factor de fricción y, en consecuencia, la de potencia consumida por la bomba o el ventilador.

También se puede incrementar el coeficiente de transferencia de calor por convección al inducir flujo pulsante mediante generadores de pulsos, al inducir remolinos mediante la introducción de una cinta en espiral dentro del tubo, o bien, induciendo flujos secundarios formando un serpentín con el tubo.

EJEMPLO 8-4 Caída de presión en un tubo de agua

Está fluyendo agua en forma estacionaria a 60°F (ρ = 62.36 lbm/ft^3 y μ = 7.536 × 10^{-4} lbm/ft · s) en un tubo horizontal de 2 in de diámetro interno, fabricado de acero inoxidable, a razón de 0.2 ft^3/s (figura 8-31). Determine la caída de presión y la potencia de bombeo requerida para mantener el flujo en tubo de 200 ft de largo.

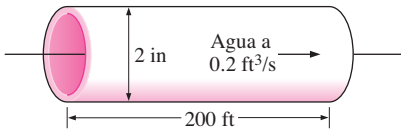


FIGURA 8-31
Esquema para el ejemplo 8-4.

SOLUCIÓN Se da el gasto volumétrico de agua que fluye por un tubo específico. Deben determinarse la caída de presión y las necesidades de potencia de bombeo.

Suposiciones **1** El flujo es estacionario e incompresible. **2** Los efectos de la entrada son despreciables y, por lo tanto, el flujo está completamente desarrollado. **3** El tubo no contiene componentes como codos, válvulas y conectores. **4** La sección de tubería no contiene dispositivos que desarrollen o consuman la potencia, tales como una bomba o una turbina.

Propiedades Se da que la densidad y la viscosidad dinámica del agua son ρ = 62.36 lbm/ft^3 y μ = 7.536 × 10^{-4} lbm/ft · s. Para el acero inoxidable, ε = 0.000007 ft (tabla 8-3).

Análisis En primer lugar se calculan la velocidad media y el número de Reynolds con el fin de determinar el régimen de flujo:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.2\ \text{ft}^3/\text{s}}{\pi(2/12\ \text{ft})^2/4} = 9.17\ \text{ft/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(62.36\ \text{lbm/ft}^3)(9.17\ \text{ft/s})(2/12\ \text{ft})}{7.536 \times 10^{-4}\ \text{lbm/ft} \cdot \text{s}} = 126\ 400$$

lo cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento. La aspereza relativa del tubo es

$$\varepsilon/D = \frac{0.000007\ \text{ft}}{2/12\ \text{ft}} = 0.000042$$

El factor de fricción correspondiente a esta aspereza relativa y el número de Reynolds se pueden determinar con facilidad a partir del diagrama de Moody. Para evitar el error de lectura, se determina con base en la ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{0.000042}{3.7} + \frac{2.51}{126\ 400\sqrt{f}}\right)$$

Mediante un programa para resolver ecuaciones o un esquema iterativo se determina que el factor de fricción es f = 0.0174. Entonces la caída de presión y la potencia requerida quedan

$$\Delta P = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2} = 0.0174\,\frac{200\ \text{ft}}{2/12\ \text{ft}}\,\frac{(62.36\ \text{lbm/ft}^3)(9.17\ \text{ft/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{lbf}}{32.174\ \text{lbm} \cdot \text{ft/s}^2}\right)$$

$$= \mathbf{1\ 700\ lbf/ft^2 = 11.8\ psi}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P = (0.2\ \text{ft}^3/\text{s})(1\ 700\ \text{lbf/ft}^2)\left(\frac{1\ \text{W}}{0.73756\ \text{lbf} \cdot \text{ft/s}}\right) = \mathbf{461\ W}$$

Por lo tanto, se necesita una entrada de potencia en la cantidad de 461 W para vencer las pérdidas por fricción en el tubo.

Discusión También pudo determinarse el factor de fricción con facilidad a partir de la relación explícita de Haaland. Daría f = 0.0172, lo cual está suficientemente cercano a 0.0174. Asimismo, en este caso el factor de fricción correspondiente a ε = 0 es 0.0170, lo cual indica que se puede suponer, con error despreciable, que los tubos de acero inoxidable son lisos.

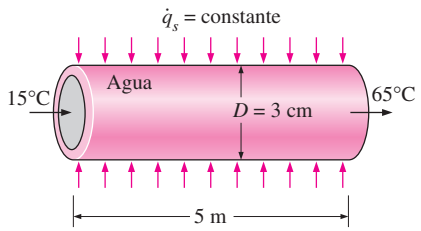


FIGURA 8-32
Esquema para el ejemplo 8-5.

EJEMPLO 8-5 **Calentamiento de agua por calentadores de resistencia en un tubo**

Se debe calentar agua desde 15°C hasta 65°C conforme fluye por un tubo de 3 cm de diámetro interno y 5 m de largo (figura 8-32). El tubo está equipado con un calentador de resistencia eléctrica que le proporciona calentamiento uniforme sobre toda la superficie. La superficie exterior del calentador está bien aislada, de modo que, en la operación estacionaria, todo el calor generado en éste se transfiere al agua en el tubo. Si el sistema debe proporcionar agua caliente a razón de 10 L/min, determine la potencia nominal del calentador de resistencia. Asimismo, estime la temperatura de la superficie interior del tubo a la salida.

SOLUCIÓN Se debe calentar agua en un tubo equipado con un calentador de resistencia eléctrica sobre su superficie. Se deben determinar la potencia nominal del calentador y la temperatura de la superficie interior.

Suposiciones **1** Existen condiciones de flujo estacionario. **2** El flujo de calor en la superficie es uniforme. **3** Las superficies interiores del tubo son lisas.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura promediada entre la entrada y la salida de $T_b = (T_i + T_e)/2 = (15 + 65)/2 = 40°C$ son (tabla A-9):

$$\rho = 992.1 \text{ kg/m}^3 \qquad c_p = 4\,179 \text{ J/kg} \cdot °\text{C}$$
$$k = 0.631 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \text{Pr} = 4.32$$
$$\nu = \mu/\rho = 0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Análisis Las áreas de la sección transversal y de la superficie de transferencia de calor son

$$A_c = \tfrac{1}{4}\pi D^2 = \tfrac{1}{4}\pi(0.03 \text{ m})^2 = 7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$A_s = \pi DL = \pi(0.03 \text{ m})(5 \text{ m}) = 0.471 \text{ m}^2$$

Se da el gasto volumétrico del agua como $\dot{V} = 10$ L/min $= 0.01$ m³/min. Entonces el gasto de masa queda

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (992.1 \text{ kg/m}^3)(0.01 \text{ m}^3/\text{min}) = 9.921 \text{ kg/min} = 0.1654 \text{ kg/s}$$

Para calentar el agua con este gasto de masa desde 15°C hasta 65°C, se debe suministrar calor al agua a razón de

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}c_p(T_e - T_i)\\ &= (0.1654 \text{ kg/s})(4.179 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(65 - 15)°\text{C}\\ &= 34.6 \text{ kJ/s} = 34.6 \text{ kW}\end{aligned}$$

Toda esta energía debe provenir del calentador de resistencia. Por lo tanto, la capacidad nominal de este calentador debe ser de **34.6 kW**.

Se puede determinar la temperatura superficial T_s del tubo en cualquier lugar a partir de

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \quad \rightarrow \quad T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor y T_m es la temperatura media del fluido en esta sección transversal. En este caso, el flujo de calor en la superficie es constante y su valor se puede determinar a partir de

$$\dot{q}_s = \frac{\dot{Q}}{A_s} = \frac{34.6 \text{ kW}}{0.471 \text{ m}^2} = 73.46 \text{ kW/m}^2$$

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor, en primer lugar se necesita hallar la velocidad media del agua y el número de Reynolds:

$$V_{\text{prom}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.010 \text{ m}^3/\text{min}}{7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 14.15 \text{ m/min} = 0.236 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(0.236 \text{ m/s})(0.03 \text{ m})}{0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 10\,760$$

el cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y, aproximadamente, la longitud de entrada es

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.03 = 0.3 \text{ m}$$

la cual es mucho más corta que la longitud total del tubo. Por lo tanto, se puede suponer que se tiene flujo turbulento completamente desarrollado en todo el tubo y se determina el número de Nusselt con la expresión

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023(10\,760)^{0.8} (4.32)^{0.4} = 69.4$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.631 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}}{0.03 \text{ m}} (69.4) = 1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

y la temperatura de la superficie del tubo a la salida queda

$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 65^\circ\text{C} + \frac{73\,460 \text{ W/m}^2}{1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}} = \mathbf{115^\circ C}$$

Discusión Note que la temperatura de la superficie interior del tubo será 50°C más alta que la temperatura media del agua a la salida del tubo. Esta diferencia de temperatura de 50°C entre el agua y la superficie permanecerá constante en toda la región del flujo completamente desarrollado.

EJEMPLO 8-6 Pérdida de calor de los ductos de un sistema de calefacción

Aire caliente a la presión atmosférica y a 80°C entra a razón de 0.15 m³/s a un ducto cuadrado no aislado de 8 m de largo y con sección transversal de 0.2 m × 0.2 m que pasa por el ático de una casa (figura 8-33). Se observa que el ducto es aproximadamente isotérmico a 60°C. Determine la temperatura del aire a la salida y la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático.

SOLUCIÓN Se considera la pérdida de calor de los ductos cuadrados no aislados de un sistema de calefacción en el ático. Se deben determinar la temperatura a la salida y la pérdida de calor.

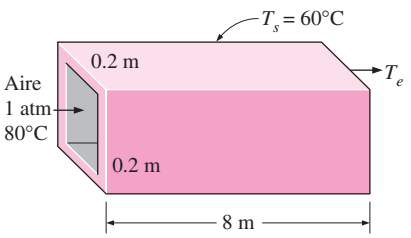


FIGURA 8-33
Esquema para el ejemplo 8-6.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las superficies interiores del ducto son lisas. **3** El aire es un gas ideal.

Propiedades No se conoce la temperatura del aire a la salida del ducto y, por consiguiente, no se puede determinar la temperatura promediada entre la entrada y la salida de aire a la cual deben determinarse las propiedades. La temperatura del aire en la admisión es de 80°C y se espera que caiga un tanto como resultado de la pérdida de calor a través del ducto cuya superficie está a 60°C. A 80°C y 1 atm, se lee (tabla A-15)

$$\rho = 0.9994 \text{ kg/m}^3 \qquad c_p = 1\,008 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$$

$$k = 0.02953 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C} \qquad \text{Pr} = 0.7154$$

$$\nu = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}$$

Análisis En este caso, la longitud característica (la cual es el diámetro hidráulico), la velocidad media y el número de Reynolds son

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0.2 \text{ m}$$

$$V_{\text{prom}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.15 \text{ m}^3\text{/s}}{(0.2 \text{ m})^2} = 3.75 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D_h}{\nu} = \frac{(3.75 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}} = 35\,765$$

el cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son aproximadamente

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.2 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

lo cual es mucho más corto que la longitud total del ducto. Por lo tanto, se puede suponer que se tiene flujo turbulento completamente desarrollado en todo el ducto y se determina el número de Nusselt con la expresión

$$\text{Nu} = \frac{hD_h}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.3} = 0.023(35\,765)^{0.8} (0.7154)^{0.3} = 91.4$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D_h} \text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}}{0.2 \text{ m}} (91.4) = 13.5 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

$$A_s = 4aL = 4 \times (0.2 \text{ m})(8 \text{ m}) = 6.4 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (0.9994 \text{ kg/m}^3)(0.15 \text{ m}^3\text{/s}) = 0.150 \text{ kg/s}$$

En seguida se determina la temperatura de salida del aire a partir de

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s/\dot{m}c_p)$$

$$= 60^\circ\text{C} - [(60 - 80)^\circ\text{C}] \exp\left[-\frac{(13.5 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(6.4 \text{ m}^2)}{(0.150 \text{ kg/s})(1\,008 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})}\right]$$

$$= \mathbf{71.3^\circ C}$$

Entonces la diferencia media logarítmica de temperatura y la razón de la pérdida de calor del aire quedan

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{T_i - T_e}{\ln \dfrac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{80 - 71.3}{\ln \dfrac{60 - 71.3}{60 - 80}} = -15.2°\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\,\Delta T_{\text{lm}} = (13.5\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(6.4\ \text{m}^2)(-15.2°\text{C}) = \mathbf{-1\,313\ W}$$

Por lo tanto, el aire perderá calor a razón de 1 313 W conforme fluye por el ducto en el ático.

Discusión La temperatura promedio del fluido es (80 + 71.3)/2 = 75.7°C, la cual está suficientemente cercana a 80°C a la cual se evaluaron las propiedades del aire. Por lo tanto, no es necesario volver a evaluar las propiedades a esta temperatura y repetir los cálculos.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Flujo de transición en tubos

Un problema importante de diseño en los intercambiadores industriales de calor surge cuando el flujo en el interior de los tubos cae en la región de transición. En el diseño práctico de ingeniería, la recomendación usual es evitar el diseño y la operación en esta región; empero, esto no siempre es factible con las restricciones del diseño. Estrictamente hablando, el rango de transición del número de Reynolds que se cita de manera usual, de alrededor de 2 300 (inicio de la turbulencia) a 10 000 (condición completamente turbulenta), se aplica a un flujo muy estacionario y de entrada uniforme, con una entrada redondeada. Si el flujo tiene una entrada perturbada, típica para los intercambiadores de calor, en los cuales se tiene una contracción repentina e, incluso, posiblemente una entrada reentrante, el rango del número de Reynolds de transición será muy diferente.

Ghajar y colaboradores han investigado en forma experimental los efectos de la configuración de la entrada sobre la caída de presión en flujo de transición completamente desarrollado, en condiciones isotérmicas y de calentamiento, así como la transferencia de calor por convección forzada y mixta, en flujo de transición en desarrollo o completamente desarrollado, en tubos circulares; al respecto, han publicado los resultados en una serie de artículos (cuya lista se da en la bibliografía). Con base en sus datos experimentales, han desarrollado correlaciones prácticas y fáciles de usar para el coeficiente de fricción y el número de Nusselt en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento. En esta sección se da un breve resumen de su trabajo en la región de transición.

Caída de presión sobre la región de transición

Las caídas de presión se miden en los tubos circulares para flujos completamente desarrollados en el régimen de transición, para tres tipos de configuraciones de entrada mostrados en la figura 8-34: reentrante (el tubo se extiende más allá de la cara de la placa de tubo hacia la cabeza del dis-

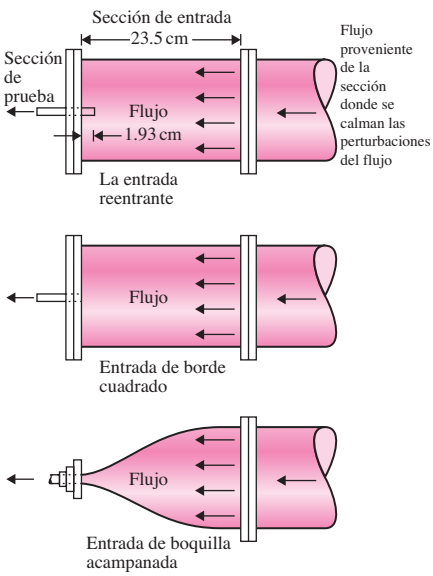


FIGURA 8-34
Esquema de las tres diferentes configuraciones de entrada.

*Esta sección es una colaboración del profesor Afshin J. Ghajar, de la Oklahoma State University.

tribuidor), de borde cuadrado (el extremo del tubo se encuentra al ras con la cara de la placa de tubo) y de boquilla acampanada (una entrada ahusada del tubo desde la cara de la placa de tubo), en condiciones isotérmicas y de calentamiento, respectivamente. Las expresiones que se usan con mayor amplitud para el *factor de fricción f* (también conocido como *factor de fricción de Darcy*) o para el *coeficiente de fricción* C_f (llamado también *factor de fricción de Fanning*), en los flujos laminar y turbulento con calentamiento, son

$$f_{\text{lam}} = 4C_{f,\,\text{lam}} = 4\left(\frac{16}{\text{Re}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-79}$$

$$f_{\text{turb}} = 4C_{f,\,\text{turb}} = 4\left(\frac{0.0791}{\text{Re}^{0.25}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-80}$$

donde los factores multiplicativos al final de las fórmulas toman en cuenta el efecto de la temperatura de la pared del tubo sobre la viscosidad del fluido. El exponente m para el flujo laminar depende de varios factores, en tanto que para los flujos turbulentos el valor que se cita con mayor frecuencia para el calentamiento es –0.25. El factor de fricción de transición se da como (Tam y Ghajar, 1997)

$$f_{\text{trans}} = 4C_{f,\,\text{trans}} = 4\left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{A}\right)^B\right]^C\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-81}$$

donde

$$m = m_1 - m_2\,\text{Gr}^{m_3}\,\text{Pr}^{m_4} \tag{8-82}$$

y el número de Grashof, el cual es un número adimensional que representa la razón de la fuerza de flotabilidad a la fuerza viscosa, se define como $\text{Gr} = g\beta D^3(T_s - T_b)/\nu^2$ (para más detalles véase el capítulo 9). Todas las propiedades que aparecen en los números adimensionales C_f, f, Re y Gr se evalúan a la temperatura de fluido promediada entre la entrada y la salida T_b. En la tabla 8-5 se da la lista de valores de las constantes empíricas de las ecuaciones 8-81 y 8-82. El rango de aplicación de la ecuación 8-81 para el factor de fricción de transición se da en seguida:

Reentrante: $2\,700 \le \text{Re} \le 5\,500$, $16 \le \text{Pr} \le 35$, $7\,410 \le \text{Gr} \le 158\,300$, $1.13 \le \mu_b/\mu_s \le 2.13$

De borde cuadrado: $3\,500 \le \text{Re} \le 6\,900$, $12 \le \text{Pr} \le 29$, $6\,800 \le \text{Gr}\ 104\,500$, $1.11 \le \mu_b/\mu_s \le 1.89$

De boquilla acampanada: $5\,900 \le \text{Re} \le 9\,600$, $8 \le \text{Pr} \le 15$, $11\,900 \le \text{Gr} \le 353\,000$, $1.05 \le \mu_b/\mu_s \le 1.47$

TABLA 8-5

Constantes para la correlación del coeficiente de fricción de transición

Configuración geométrica de la entrada	A	B	C	m_1	m_2	m_3	m_4
Reentrante	5 840	−0.0145	−6.23	−1.10	0.460	−0.133	4.10
De borde cuadrado	4 230	−0.1600	−6.57	−1.13	0.396	−0.160	5.10
De boquila acampanada	5 340	−0.0990	−6.32	−2.58	0.420	−0.410	2.46

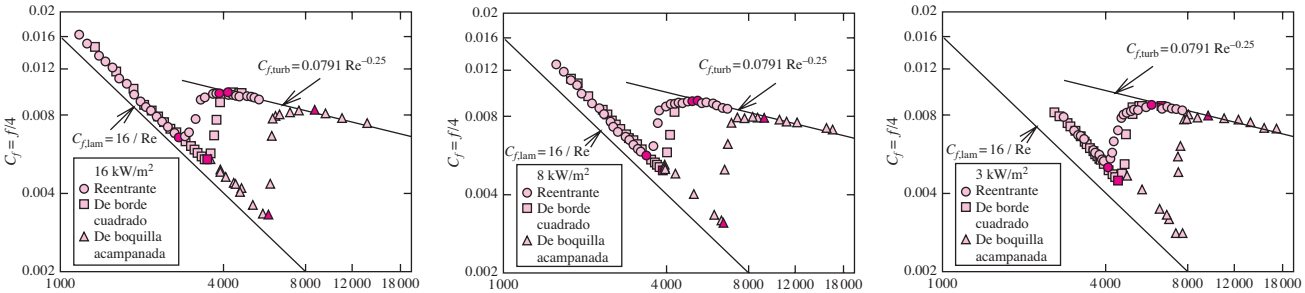


FIGURA 8-35

Coeficientes de fricción de flujo completamente desarrollado para tres diferentes configuraciones de entrada y flujos de calor (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada).

(Tomada de Tam y Ghajar, 1997.)

Estas correlaciones capturaron alrededor de 82% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±10%, y 98% de los datos medidos con ±20%. En el caso de los flujos laminares con calentamiento, Tam y Ghajar dan las constantes siguientes para la determinación del exponente m de la ecuación 8-79, $m_1 = 1.65$, $m_2 = 0.013$, $m_3 = 0.170$ y $m_4 = 0.840$, el cual es aplicable sobre el rango siguiente de los parámetros:

$$1\,100 \leq \text{Re} \leq 7\,400,\ 6 \leq \text{Pr} \leq 36,\ 17\,100 \leq \text{Gr} \leq 95\,600$$
$$\text{y } 1.25 \leq \mu_b/\mu_s \leq 2.40.$$

Los resultados del coeficiente de fricción del flujo completamente desarrollado para las tres configuraciones diferentes de entrada, mostrados en la figura 8-35, establecen con claridad la influencia de la razón del calentamiento al principio y al final de las regiones de transición, para cada configuración de entrada. En las regiones laminar y de transición, el calentamiento parece tener una influencia significativa sobre el valor del coeficiente de fricción. Sin embargo, en la región turbulenta, el calentamiento no afectó la magnitud del coeficiente de fricción. Su influencia significativa sobre los valores del coeficiente de fricción en las regiones laminar y de transición se debe directamente al efecto del flujo secundario.

Los coeficientes isotérmicos de fricción para los tres tipos de entrada mostraron que el rango de los valores del número de Reynolds en el cual existe el flujo de transición depende fuertemente de la configuración geométrica de la entrada. Además, el calentamiento causó un aumento en los coeficientes de fricción de flujo laminar y turbulento, así como un incremento en los valores inferior y superior de los límites del régimen de transición en caso isotérmico. En la tabla 8-6 se resumen los rangos del número de Reynolds correspondientes al flujo de transición para el coeficiente de fricción en el caso isotérmico y los casos no isotérmicos (tres diferentes razones de calentamiento) para las tres entradas diferentes usadas en su estudio.

TABLA 8-6

Números de Reynolds de transición para el coeficiente de fricción

Flujo de calor	Reentrante	De borde cuadrado	De boquilla acampanada
0 kW/m² (isotérmico)	2 870 < Re < 3 500	3 100 < Re < 3 700	5 100 < Re < 6 100
3 kW/m²	3 060 < Re < 3 890	3 500 < Re < 4 180	5 930 < Re < 8 730
8 kW/m²	3 350 < Re < 4 960	3 860 < Re < 5 200	6 480 < Re < 9 110
16 kW/m²	4 090 < Re < 5 940	4 450 < Re < 6 430	7 320 < Re < 9 560

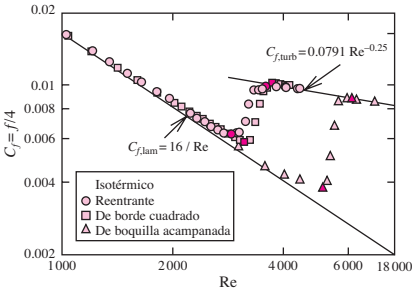


FIGURA 8-36
Influencia de las diferentes configuraciones de entrada sobre los coeficientes isotérmicos de fricción de flujo completamente desarrollado (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada).
(Tomada de Tam y Ghajar, 1997.)

En la figura 8-36 se muestra la influencia de la configuración de la entrada a los coeficientes de fricción de flujo completamente desarrollado al inicio y al final de la región de transición en caso isotérmico.

Nótese que los coeficientes isotérmicos de fricción de flujo completamente desarrollado en las regiones laminar, turbulenta y de transición pueden obtenerse con facilidad a partir de las ecuaciones 8-79, 8-80 y 8-81, respectivamente, al dar al exponente del factor multiplicativo de la razón de viscosidades un tal valor que convierta a unidad este factor de corrección (es decir, al poner $m = 0$).

EJEMPLO 8-7 Coeficiente no isotérmico de fricción de flujo completamente desarrollado en la región de transición

Un tubo con una entrada de boquilla acampanada se sujeta a un flujo de calor en la pared de 8 kW/m^2. El tubo tiene un diámetro interior de 0.0158 m y un gasto de 1.32×10^{-4} m^3/s. El líquido que fluye dentro del tubo es una solución de etilenglicol en agua destilada con una fracción de masa de 0.34. Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada en el lugar de interés son Pr = 11.6, $\nu = 1.39 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.14$. Determine el coeficiente de fricción del flujo completamente desarrollado en un lugar a lo largo del tubo en donde el número de Grashof sea Gr = 60 800. ¿Cuál sería la respuesta si, por el contrario, se usará una entrada de borde cuadrado?

SOLUCIÓN Una mezcla líquida que fluye en un tubo se sujeta a un flujo uniforme de calor en la pared. Se deben determinar los coeficientes de fricción para los casos de entrada de boquilla acampanada y de borde cuadrado.

Suposiciones Existen condiciones estacionarias de operación.

Propiedades Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada se dan como Pr = 11.6, $\nu = 1.39 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.14$.

Análisis Para el cálculo del coeficiente no isotérmico de fricción de flujo completamente desarrollado, es necesario determinar el régimen de flujo, antes de tomar cualquier decisión referente a la relación del coeficiente de fricción que debe usarse. El número de Reynolds en el lugar especificado es

$$\text{Re} = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} = \frac{[(1.32 \times 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s})/(1.961 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)](0.0158\ \text{m})}{1.39 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}} = 7\,651$$

ya que

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158\,\text{m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4}\text{m}^2$$

En la tabla 8-6 se ve que, para una entrada de boquilla acampanada y un flujo de calor de 8 kW/m^2, el flujo está en el régimen de transición. Por lo tanto, es aplicable la ecuación 8-81. Si se leen las constantes A, B y C, así como m_1, m_2, m_3 y m_4, en la tabla 8-5, se determina que el coeficiente de fricción es

$$C_{f,\text{trans}} = \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{A}\right)^B\right]^C \left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m$$

$$= \left[1 + \left(\frac{7\,651}{5\,340}\right)^{-0.099}\right]^{-6.32} (1.14)^{-2.58 - 0.42 \times 60{,}800^{-0.41} \times 11.6^{2.46}} = \mathbf{0.010}$$

Caso de entrada de borde cuadrado Para esta forma de entrada, el número de Reynolds del flujo es el mismo que el de la boquilla acampanada (Re = 7 651). Sin embargo, es necesario comprobar el tipo de régimen de flujo para esta entrada particular, con 8 kW/m^2 de calentamiento. Con base en la tabla 8-6, el rango del número de Reynolds de la transición es 3 860 < Re < 5 200, lo cual significa que, en este caso, el flujo es turbulento y la ecuación 8-80 es la apropiada para usarse. Esto da

$$C_{f,\text{turb}} = \left(\frac{0.0791}{\text{Re}^{0.25}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{\mu} = \left(\frac{0.0791}{7\,651^{0.25}}\right)(1.14)^{-0.25} = \mathbf{0.0082}$$

Discusión Nótese que se pueden determinar los factores de fricción de Darcy, *f*, al multiplicar los valores del coeficiente de fricción de Fanning por 4.

Transferencia de calor en la región de transición

Ghajar y colaboradores también investigaron en forma experimental los efectos de la configuración de la entrada sobre la transferencia de calor en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento en tubos, para las mismas tres configuraciones de entrada que se dan en la figura 8-34. Propusieron algunos métodos de predicción para este régimen, con el fin de establecer un puente entre los métodos laminares y los turbulentos, aplicables a la convección forzada y mixta en la región de entrada y en las regiones completamente desarrolladas, para los tres tipos de configuraciones de entrada, los cuales se exponen a continuación. Para un análisis detallado de este tema consulte Tam y Ghajar (2006). El coeficiente local de transferencia de calor en el flujo de transición se obtiene a partir del número de Nusselt de transición, Nu_{trans}, el cual se calcula como sigue, a una distancia x de la entrada:

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = \text{Nu}_{\text{lam}} + \{\exp[(a - \text{Re})/b] + \text{Nu}_{\text{turb}}^{c}\}^{c} \tag{8-83}$$

donde Nu_{lam} es el número de Nusselt del flujo laminar para los flujos laminares en la región de entrada, con efectos de convección natural,

$$\text{Nu}_{\text{lam}} = 1.24\left[\left(\frac{\text{Re}\,\text{Pr}\,D}{x}\right) + 0.025(\text{Gr}\,\text{Pr})^{0.75}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \tag{8-84}$$

y Nu_{turb} es el número de Nusselt del flujo turbulento, con efectos de flujo en desarrollo,

$$\text{Nu}_{\text{turb}} = 0.023\text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{0.385}\left(\frac{x}{D}\right)^{-0.0054}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \tag{8-85}$$

Las propiedades físicas que aparecen en los números adimensionales Nu, Re, Pr y Gr se evalúan a la temperatura promediada entre la entrada y la salida de fluido, T_b. Los valores de las constantes empíricas a, b y c de la ecuación 8-83 dependen de la configuración de la entrada y se presentan en la tabla 8-7. La relación de viscosidades toma en cuenta el efecto de la temperatura sobre el proceso. El rango de aplicación del método para la transferencia de calor, en función de su base de datos de 1 290 puntos (441 puntos para la entrada reen-

TABLA 8-7

Constantes para la correlación de la transferencia de calor en la transición

Configuración geométrica de la entrada	*a*	*b*	*c*
Reentrante	1 766	276	−0.955
De borde cuadrado	2 617	207	−0.950
De boquilla acampanada	6 628	237	−0.980

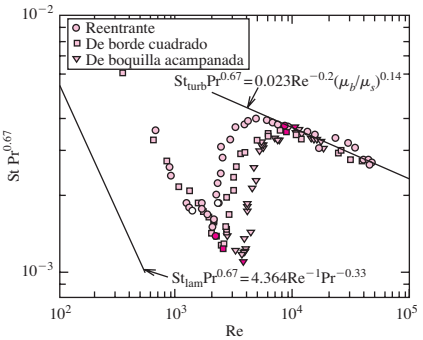


FIGURA 8-37
Influencia de las diferentes entradas sobre la región de transición de la transferencia de calor en la sección transversal correspondiente a x/D = 192 (los símbolos rellenos designan el inicio y el final de la región de transición para cada entrada) entre los límites de la correlación de Dittus-Boelter ($Nu = 0.023\ Re^{0.8}Pr^n$), para el flujo turbulento completamente desarrollado (usando $n = 1/3$ para el calentamiento), y Nu = 4.364, para el flujo laminar completamente desarrollado, con una condición de frontera de flujo de calor uniforme. Nótese el efecto de flotabilidad sobre los datos del flujo laminar, lo que da un coeficiente de transferencia de calor por convección mixta mucho más grande.
(Tomada de Ghajar y Tam, 1994.)

trante, 416 para la de borde cuadrado y 433 puntos para la de boquilla acampanada) se da en seguida:

Reentrante: $3 \le x/D \le 192$, $1\,700 \le Re \le 9\,100$, $5 \le Pr \le 51$, $4\,000 \le Gr \le 210\,000$, $1.2 \le \mu_b/\mu_s \le 2.2$

De borde cuadrado: $3 \le x/D \le 192$, $1\,600 \le Re \le 10\,700$, $5 \le Pr \le 55$, $4\,000 \le Gr \le 250\,000$, $1.2 \le \mu_b/\mu_s \le 2.6$

De boquilla acampanada: $3 \le x/D \le 192$, $3\,300 \le Re \le 11\,100$, $13 \le Pr \le 77$, $6\,000 \le Gr \le 110\,000$, $1.2 \le \mu_b/\mu_s \le 3.1$

Estas correlaciones capturan alrededor de 70% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±10%, y 97% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±20%, lo cual es un logro para los flujos de transición. Pueden usarse por separado las expresiones antes dadas para Nu_{lam} y Nu_{turb} sólo en caso de los flujos en desarrollo en esos regímenes respectivos. En la tabla 8-8 se resumen los límites inferior y superior de los rangos del número de Reynolds de la transición para la transferencia de calor, para las tres diferentes entradas. Los resultados que se muestran en esta tabla indican que la configuración de entrada reentrante causa la transición más temprana del flujo laminar hacia el régimen de transición (a un número de Re de alrededor de 2 000), en tanto que la entrada de boquilla acampanada retarda este cambio de régimen (el cambio sucede a un número de Re de alrededor de 3 500). La entrada de borde cuadrado cae entre aquéllas (a número de Re alrededor de 2 400), lo cual está cercano al valor que se cita con frecuencia en la mayor parte de los libros de texto, de 2 300.

En la figura 8-37 se muestra con claridad la influencia de la configuración de la entrada sobre el inicio y el final de la región de transición de la transferencia de calor. En esta figura se tienen localizados en la gráfica los coeficientes promedios locales de transferencia periférica de calor, en términos del factor j de Colburn ($j_H = St\ Pr^{0-67}$) contra el número local de Reynolds que se tiene, para todos los regímenes de flujo, en la sección transversal del tubo correspondiente a la razón de longitud a diámetro de 192; St es el número de Stanton, el cual también es un coeficiente adimensional para la transferencia de calor (véase el capítulo 6 para obtener más detalles), definido como St = Nu/(Re Pr). Los símbolos rellenos de la figura 8-37 representan el inicio y el final de la región de transición de la transferencia de calor para cada configuración de la entrada. Nótese la influencia grande de la convección natural sobrepuesta al proceso de transferencia de calor por convección forzada en el flujo laminar (Nu = 4.364 para un flujo laminar completamente desarrollado, con una condición de frontera de flujo uniforme de calor sin efectos de flotación), lo que da lugar a un valor de convección mixta de cerca de Nu = 14.5. En la ecuación 8-84 se incluye este efecto de flotación a través del número de Grashof.

En un estudio subsiguiente, Tam y Ghajar (1998) investigaron en forma experimental el comportamiento de los coeficientes locales de transferencia de calor en la región de transición, para un tubo con una entrada de boquilla acampanada. Este tipo de entrada se usa en algunos intercambiadores de calor, prin-

TABLA 8-8
Límites inferiores y superiores de los números de Reynolds de transición para la transferencia de calor

Configuración geométrica de la entrada	Límite inferior	Límite superior
Reentrante	$Re_{inferior} = 2\,157 - 0.65[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,475 - 9.28[192 - (x/D)]$
De borde cuadrado	$Re_{inferior} = 2\,524 - 0.82[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,791 - 7.69[192 - (x/D)]$
De boquilla acampanada	$Re_{inferior} = 3\,787 - 1.80[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 10\,481 - 5.47[192 - (x/D)]$

cipalmente para evitar la presencia de remolinos, los cuales se cree que constituyen una de las causas de la erosión en la región de entrada del tubo. Para la entrada de boquilla acampanada, la variación del coeficiente local de transferencia de calor con la longitud, en las regiones de flujo de transición y turbulento, es muy inusual. Para esta configuración geométrica de la entrada, la capa límite a lo largo de la pared del tubo es al principio laminar y, a continuación, cambia a través de una transición hacia la condición de flujo turbulento, causando una declinación en la curva de Nu contra x/D. En sus experimentos con un diámetro interior fijo de 15.84 mm, la longitud de la declinación en la región de transición fue mucho más larga ($100 < x/D < 175$) que en la región turbulenta ($x/D < 25$). La presencia de la declinación en la región de transición causa una influencia significativa tanto en el coeficiente local de transferencia de calor como en el promedio. Esto resulta de particular importancia para los cálculos de la transferencia de calor en los intercambiadores de calor de tubos cortos con una entrada acampanada. En la figura 8-38 se muestra la variación del número local de Nusselt a lo largo de la longitud del tubo, en la región de transición, para las tres configuraciones de la entrada, con números comparables de Reynolds.

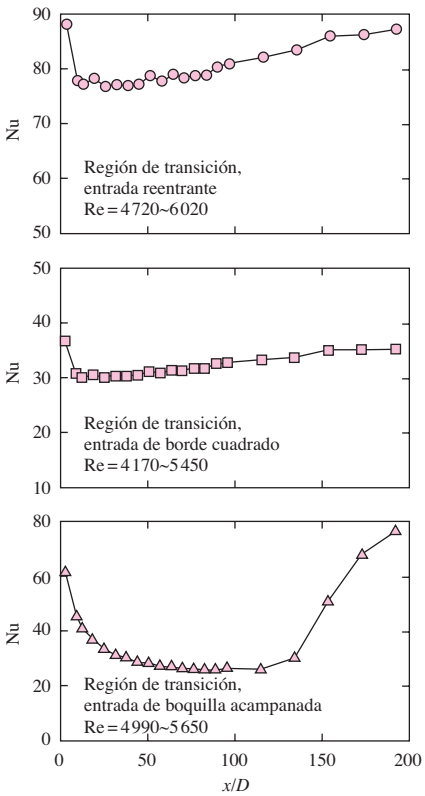


FIGURA 8-38
Variación del número local de Nusselt con la longitud, para las entradas reentrante, de borde cuadrado y de boquilla acampanada, en la región de transición.
(Tomada de Tam y Ghajar, 1998.)

EJEMPLO 8-8 **Transferencia de calor en la región de transición**

Una mezcla de etilenglicol y agua destilada con una fracción de masa de etilenglicol de 0.6 y un gasto de 2.6×10^{-4} m³/s fluye dentro de un tubo con un diámetro interior de 0.0158 m, sujeto a un flujo uniforme de calor en la pared del tubo. Para este flujo, determine el número de Nusselt en la ubicación $x/D = 90$, si la configuración de la entrada del tubo es: *a*) reentrante, *b*) de borde en escuadra y *c*) de boquilla acampanada. En este lugar, el número local de Grashof es Gr = 51 770. Las propiedades de la mezcla de etilenglicol y agua destilada en el lugar de interés son Pr = 29.2, $\nu = 3.12 \times 10^{-6}$ m²/s y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

SOLUCIÓN Una mezcla líquida que fluye en un tubo se sujeta a un flujo uniforme de calor en la pared del tubo. Se debe determinar el número de Nusselt en un lugar especificado, para tres configuraciones diferentes de la entrada del tubo.

Suposición Existen condiciones estacionarias de operación.

Propiedades Las propiedades de la mezcla etilenglicol-agua destilada se dan como Pr = 29.2, $\nu = 3.12 \times 10^{-6}$ m²/s y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

Análisis Para un tubo con un diámetro y gasto volumétrico conocidos, el tipo de régimen de flujo se determina antes de tomar cualquier decisión referente a cuál correlación del número de Nusselt se ha de usar. El número de Reynolds en el lugar especificado es

$$\mathrm{Re} = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} = \frac{[(2.6 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3/s})(1.961 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2})](0.0158\ \mathrm{m})}{3.12 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}} = 6\,714$$

ya que

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158\ \mathrm{m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$$

Por lo tanto, el régimen de flujo está en la región de transición para las tres configuraciones de la entrada (por ello, use la información dada en la tabla 8-8 con $x/D = 90$) y, por lo mismo, se debe utilizar la ecuación 8-83 con las constantes *a*, *b* y *c* halladas en la tabla 8-7. Sin embargo, se requieren $\mathrm{Nu_{lam}}$ y $\mathrm{Nu_{turb}}$ para la ecuación 8-83 y necesitan evaluarse primero de las ecuaciones 8-84 y 8-85, respectivamente. Se debe mencionar que las correlaciones $\mathrm{Nu_{lam}}$ y $\mathrm{Nu_{turb}}$ no dependen de la configuración de la entrada.

De la ecuación 8-84:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{lam}} = 1.24\left[\left(\frac{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\,D}{x}\right) + 0.025(\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr})^{0.75}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= 1.24\left[\left(\frac{(6\,714)(29.2)}{90}\right) + 0.025[(51\,770)(29.2)]^{0.75}\right]^{1/3}(1.77)^{0.14} = 19.9$$

De la 8-85:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{turb}} = 0.023\mathrm{Re}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.385}\left(\frac{x}{D}\right)^{-0.0054}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= 0.023(6\,714)^{0.8}(29.2)^{0.385}(90)^{-0.0054}(1.77)^{0.14} = 102.7$$

Entonces se puede determinar el número de Nusselt para la transición a partir de la ecuación 8-83,

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = \mathrm{Nu}_{\mathrm{lam}} + \{\exp[(a - \mathrm{Re})/b] + \mathrm{Nu}_{\mathrm{turb}}^{c}\}^{c}$$

Caso 1: Para la entrada reentrante:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = 19.9 + \{\exp[(1\,766 - 6\,714)/276] + 102.7^{-0.955}\}^{-0.955} = \mathbf{88.2}$$

Caso 2: Para la entrada de borde cuadrado:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = 19.9 + \{\exp[(2\,617 - 6\,714)/207] + 102.7^{-0.950}\}^{-0.950} = \mathbf{85.3}$$

Caso 3: Para la entrada de boquilla acampanada:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = 19.9 + \{\exp[(6\,628 - 6\,714)/237] + 102.7^{-0.980}\}^{-0.980} = \mathbf{21.3}$$

Discusión Vale la pena mencionar que, para las entradas reentrante y de borde cuadrado, el flujo se comporta en forma normal. Para la entrada de boquilla acampanada, el número de Nusselt es bajo en comparación con las otras dos entradas. Esto se debe al comportamiento inusual de la entrada de boquilla acampanada que se hizo notar con anterioridad (véase la figura 8-38); es decir, la capa límite a lo largo de la pared del tubo es al principio laminar y, después, cambia a través de una región de transición hacia la condición turbulenta.

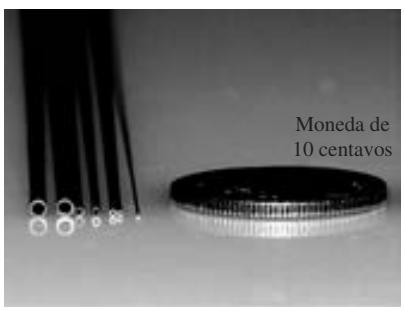


FIGURA 8-39
Microtubos y minitubos representativos de acero inoxidable utilizados en los experimentos sobre la caída de presión en la región de transición por flujo de agua
Ghajar et al. (2010).

Caída de presión en la región de transición en mini y microtubos

Debido al rápido avance en las técnicas de fabricación, la miniaturización de dispositivos y componentes es cada vez más común en muchas aplicaciones. Ya sea para aplicaciones de intercambiadores de calor en miniatura, celdas de combustible, bombas, compresores, turbinas, sensores o para vasos sanguíneos artificiales, es necesaria una comprensión cabal del flujo de fluido en microcanales y microtubos. Para comprender mejor el comportamiento de los fluidos en tubos pequeños, Ghajar y colaboradores extendieron sus estudios sobre la caída de presión en el régimen en transición para el caso de superficie isotérmica en tubos de tamaño estándar a los mini y microtubos. Realizaron un estudio experimental sistemático y cuidadoso del factor de fricción en la región en transición para el flujo de agua de una sola fase en 12 tubos de acero inoxidable con diámetros de entre 2 083 μm a 337 μm (figura 8-39).

TABLA 8-9

Resumen de los intervalos del número de Reynolds de flujos en transición para diferentes tamaños de tubos de acero inoxidable
(De Ghajar et al., 2010)

Tubo D.I [μm]	Intervalo de flujo en transición	Tubo D.I [μm]	Intervalo de flujo en transición
2 083	1 500<Re<4 000	732	2 200<Re<3 000
1 600	1 700<Re<4 000	667	2 200<Re<3 000
1 372	1 900<Re<4 000	559	1 900<Re<2 500
1 067	2 000<Re<4 000	508	1 700<Re<2 100
991	2 000<Re<4 000	413	1 500<Re<1 900
838	2 200<Re<4 000	337	1 300<Re<1 700

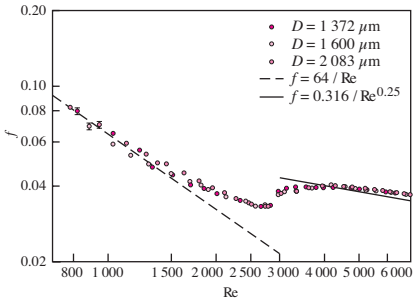


FIGURA 8-40
Región de transición de tubos de acero inoxidable con diámetros de 2 083 a 1 372 μm.
De Ghajar et al., 2010.

Las mediciones de caída de presión se tomaron de manera muy cuidadosa, poniendo especial atención a la sensibilidad de los diafragmas con sensores de presión que se utilizaron en el transductor de presión. Los resultados experimentales indican que el diámetro del tubo influyó en el inicio y fin de la región de transición (tabla 8-9). El perfil de factores de fricción no sufrió ninguna afectación significativa en tubos con diámetros entre 2 083 μm y 1 372 μm (figura 8-40). No obstante, la influencia del diámetro del tubo sobre el perfil de factores de fricción se volvió evidente a medida que el diámetro descendía de 838 μm a 337 μm (figura 8-41). El intervalo del número de Reynolds para el flujo en transición se redujo cada vez más con la disminución en el diámetro del tubo (tabla 8-9). Los resultados muestran que la disminución en el diámetro del tubo y el incremento en la aspereza relativa (ε/D), que se encuentra aproximadamente dentro del intervalo $0.01 < \varepsilon/D < 0.04$, influyen sobre el factor de fricción, incluso en la región de régimen laminar. Además, estos factores ocasionan que el inicio de la transición del flujo laminar ocurra a números de Reynolds más bajos.

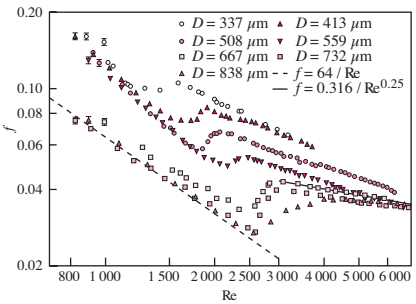


FIGURA 8-41
Región de transición de tubos de acero inoxidable con diámetros de 838 a 337 μm.
Ghajar et al. (2010)

BIBLIOGRAFÍA

1. A. J. Ghajar y K. F. Madon. "Pressure Drop Measurements in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations". *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 5 (1992), pp. 129-135.
2. ——— y L. M. Tam. "Heat Transfer Measurements and Correlations in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations", en *ibid.,* vol. 8 (1994), pp. 79-90.
3. ———. "Flow Regime Map for a Horizontal Pipe with Uniform Wall Heat Flux and Three Inlet Configurations", en *ibid*., vol. 10 (1995), pp. 287-297.
4. A. J. Ghajar, L. M. Tam y S. C. Tam. "Improved Heat Transfer Correlation in the Transition Region for a Circular Tube with Three Inlet Configurations Using Artificial Neural Networks", *Heat Transfer Engineering*, vol. 25, núm. 2 (2004), pp. 30-40.
5. A. J. Ghajar, C. C. Tang y W. L. Cook. "Experimental Investigation of Friction Factor in the Transition Region for Water Flow in Minitubes and Microtubes". *Heat Transfer Engineering*, vol. 31, núm. 8 (2010), pp. 646-657.
6. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Effect of Inlet Geometry and Heating on the Fully Developed Friction Factor in the Transition Region of a Horizontal Tube", *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 15 (1997), pp. 57-64.

7. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "The Unusual Behavior of Local Heat Transfer Coefficient in a Circular Tube with a Bell-Mouth Inlet", en *ibid.,* vol. 16 (1998), pp. 187-194.

8. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Transitional Heat Transfer in Plain Horizontal Tubes", *Heat Transfer Engineering*, vol. 27, núm. 5 (2006), pp. 23-38.

9. L. M. Tam, A. J. Ghajar y H. K. Tam. "Contribution Analysis of Dimensionless Variables for Laminar and Turbulent Flow Convection Heat Transfer in a Horizontal Tube Using Artificial Neural Network", *Heat Transfer Engineering*, vol. 29, núm. 9 (2008), pp. 793-804.

RESUMEN

El *flujo interno* se caracteriza por estar el fluido completamente confinado por las superficies interiores del tubo. La velocidad y temperaturas medias o promedio para un tubo circular de radio R se expresan como

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)rdr \qquad \text{y} \qquad T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}}R^2}\int_0^R u(r)T(r)rdr$$

El número de Reynolds para el flujo interno y el diámetro hidráulico se definen como

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{prom}} D}{\mu} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} \qquad \text{y} \qquad D_h = \frac{4A_c}{p}$$

El flujo en un tubo es laminar para Re $<$ 2 300, turbulento para Re $>$ 10 000 y de transición entre estos valores.

La longitud de la región desde la admisión del tubo hasta el punto en el que se une la capa límite con la línea central es la *longitud de entrada hidrodinámica* L_h. La región más allá de la de entrada en la cual el perfil de velocidades está completamente desarrollado es la *región completamente desarrollada hidrodinámicamente*. La longitud de la región de flujo sobre la cual la capa límite térmica se desarrolla y alcanza el centro del tubo se llama *longitud de entrada térmica* L_t. La región en la cual el flujo está desarrollado tanto hidrodinámica como térmicamente es la *región del flujo completamente desarrollado*. Las longitudes de las entradas se expresan por

$$L_{h,\,\text{laminar}} \approx 0.05\ \text{Re}\ D$$
$$L_{t,\,\text{laminar}} \approx 0.05\ \text{Re Pr}\ D = \text{Pr}\ L_{h,\,\text{laminar}}$$
$$L_{h,\,\text{turbulento}} \approx L_{t,\,\text{turbulento}} \approx 10D$$

Para $\dot{q}_s$ = constante, la razón de la transferencia de calor se expresa como

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

Para T_s = constante, se tiene

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$
$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p)$$
$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)}$$

La pérdida irreversible de presión debida a los efectos de fricción y la potencia requerida de bombeo para vencer esta pérdida, para un gasto volumétrico $\dot{V}$, son

$$\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} \qquad \text{y} \qquad \dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P_L$$

Para el *flujo laminar completamente desarrollado* en un tubo circular, se tiene:

$$u(r) = 2V_{\text{prom}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = u_{\text{máx}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{prom}}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

$$\dot{V} = V_{\text{prom}}A_c = \frac{\Delta P R^2}{8\mu L}\pi R^2 = \frac{\pi R^4\,\Delta P}{8\mu L} = \frac{\pi R^4\,\Delta P}{128\mu L}$$

Tubo circular, laminar ($\dot{q}_s$ = constante): $\text{Nu} = \dfrac{hD}{k} = 4.36$

Tubo circular, laminar (T_s = constante): $\text{Nu} = \dfrac{hD}{k} = 3.66$

Para el *flujo laminar en desarrollo* en la región de entrada, con temperatura superficial constante, se tiene

Tubo circular: $$\text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065(D/L)\,\text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\,\text{Re Pr}]^{2/3}}$$

Tubo circular: $$\text{Nu} = 1.86\left(\frac{\text{Re Pr}\,D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

Placas paralelas: $$\text{Nu} = 7.54 + \frac{0.03(D_h/L)\,\text{Re Pr}}{1 + 0.016[(D_h/L)\,\text{Re Pr}]^{2/3}}$$

Para el *flujo turbulento completamente desarrollado con superficies lisas,* se tiene

$$f = (0.790 \ln \mathrm{Re} - 1.64)^{-2} \qquad 10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$$

$$\mathrm{Nu} = 0.125 f \,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \begin{pmatrix} 0.7 \le \mathrm{Pr} \le 160 \\ \mathrm{Re} > 10\,000 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{Nu} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^n$ con $n = 0.4$ para *calentamiento* y 0.3 para *enfriamiento* del fluido

$$\mathrm{Nu} = \frac{(f/8)(\mathrm{Re} - 1\,000)\,\mathrm{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)} \begin{pmatrix} 0.5 \le \mathrm{Pr} \le 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < \mathrm{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Las propiedades del fluido se evalúan a la *temperatura promediada entre la entrada y salida del fluido* $T_b = (T_i + T_e)/2$. Para el flujo de metales líquidos en el rango de $10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$, se tiene:

$$T_s = \text{constante:} \qquad \mathrm{Nu} = 4.8 + 0.0156\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93}$$

$$\dot{q}_s = \text{constante:} \qquad \mathrm{Nu} = 6.3 + 0.0167\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93}$$

Para el *flujo turbulento completamente desarrollado con superficies ásperas* el factor de fricción f se determina con base en el diagrama de Moody, o bien, con la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \approx -1.8 \log\left[\frac{6.9}{\mathrm{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11}\right]$$

Para una *sección anular entre dos tubos concéntricos* el diámetro hidráulico es $D_h = D_o - D_i$ y los números de Nusselt se expresan como

$$\mathrm{Nu}_i = \frac{h_i D_h}{k} \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu}_o = \frac{h_o D_h}{k}$$

donde los valores para los números de Nusselt se dan en la tabla 8-4.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. M. S. Bhatti y R. K. Shah. "Turbulent and Transition Flow Convective Heat Transfer in Ducts", en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung (eds.), Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
2. Y. A. Cengel y J. M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications,* 2a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 2010.
3. A. P. Colburn. *Transactions of the AIChE* 26 (1933), p. 174.
4. C. F. Colebrook. "Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition between the Smooth and Rough Pipes Laws", *Journal of the Institute of Civil Engineers London,* 11 (1939), pp. 133-156.
5. R. G. Deissler, "Analysis of Turbulent Heat Transfer and Flow in the Entrance Regions of Smooth Passages", 1953, mencionado en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung (eds.), Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
6. D. F. Dipprey y D. H. Sabersky. "Heat and Momentum Transfer in Smooth and Rough Tubes at Various Prandtl Numbers", *International Journal of Heat Mass Transfer* 6 (1963), pp. 329-353.
7. F. W. Dittus y L. M. K. Boelter. *University of California Publications on Engineering* 2 (1930), p. 433.
8. D. K. Edwards, V. E. Denny y A. F. Mills. *Transfer Processes*, 2a. ed., Washington, DC: Hemisphere, 1979.
9. V. Gnielinski. "New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow", *International Chemical Engineering* 16 (1976), pp. 359-368.
10. S. E. Haaland. "Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow", *Journal of Fluids Engineering* (marzo de 1983), pp. 89-90.
11. S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung (eds.), *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
12. W. M. Kays y M. E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer,* 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
13. —— y H. C. Perkins, en *Handbook of Heat Transfer*, W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett (eds.), Nueva York: McGraw-Hill, cap. 7, 1972.
14. L. F. Moody. "Friction Factors for Pipe Flows", en *Transactions of the ASME* 66 (1944), pp. 671-684.
15. M. Molki y E. M. Sparrow. "An Empirical Correlation for the Average Heat Transfer Coefficient in Circular Tubes", *Journal of Heat Transfer* 108 (1986), pp. 482-484.
16. R. H. Norris. "Some Approximate Heat Transfer Correlations for Turbulent Flow in Ducts with Rough Surfaces", en *Augmentation of Convective Heat Transfer*, A. E. Bergles y R. L. Webb (eds.), Nueva York: ASME, 1970.
17. B. S. Petukhov. "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties", en *Advances*

in Heat Transfer, vol. 6, T. F. Irvine y J. P. Hartnett (eds.), Nueva York: Academic Press, 1970.

18. R. K. Shah y A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Nueva York: Academic Press, 1978.

19. B. S. Petukhov y L. I. Roizen. "Generalized Relationships for Heat Transfer in a Turbulent Flow of Gas in Tubes of Annular Section", *High Temperature* (URSS) 2 (1964), pp. 65-68.

20. O. Reynolds. "On the Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and the Law of Resistance in Parallel Channels", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 174 (1883), pp. 935-982.

21. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*, 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1979.

22. R. K. Shah y M. S. Bhatti. "Laminar Convective Heat Transfer in Ducts", en *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung (eds.), Nueva York: Wiley Interscience, 1987.

23. E. N. Seider y G. E. Tate. "Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes", *Industrial Engineering Chemistry* 28 (1936), pp. 1 429-1 435.

24. C. A. Sleicher y M. W. Rouse. "A Convenient Correlation for Heat Transfer to Constant and Variable Property Fluids in Turbulent Pipe Flow", *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975), pp. 1 429-1 435.

25. S. Whitaker, "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles", *AIChE Journal* 18 (1972), pp. 361-371.

26. W. Zhi-qing, "Study on Correction Coefficients of Laminar and Turbulent Entrance Regions Effects in Round Pipes", *Applied Mathematical Mechanics* 3 (1982), p. 433.

PROBLEMAS*

Análisis general del flujo

8-1C ¿Qué fluido a temperatura ambiente requiere un bombeo mayor para moverse a una velocidad específica dentro de un tubo determinado: el agua o el aceite de motor? ¿Por qué?

8-2C ¿Cuál es el valor generalmente aceptado del número de Reynolds por encima del cual el flujo en los tubos lisos es turbulento?

8-3C ¿Qué es el diámetro hidráulico? ¿Cómo se define? ¿A qué es igual para un tubo circular de diámetro D?

8-4C Considere el flujo de aceite en un tubo. ¿Qué comparación existe entre las longitudes de las entradas hidrodinámica y térmica si el flujo es laminar? ¿Qué pasaría si el flujo fuera turbulento?

8-5C Considere el flujo laminar en un tubo circular. ¿El factor de fricción será más elevado cerca de la admisión del tubo o cerca de la salida? ¿Por qué? ¿Cuál sería su respuesta si el flujo fuera turbulento?

8-6C ¿De qué manera la aspereza de la superficie afecta la caída de presión en un tubo si el flujo es turbulento? ¿Cuál sería su respuesta si el flujo fuera laminar?

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta a todos. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de EES-CD, , se resuelven mediante el EES y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software de EES que acompaña a este texto.

8-7C ¿Cómo varía el factor de fricción f a lo largo de la dirección del flujo en la región completamente desarrollada en *a*) el flujo laminar y *b*) el flujo turbulento?

8-8C ¿Qué propiedad del fluido es responsable del desarrollo de la capa límite de la velocidad? ¿Para qué clases de fluidos no se tendrá esta capa en un tubo?

8-9C ¿Cuál es el significado físico del número de unidades de transferencia, NTU $= hA_s/\dot{m}c_p$? ¿Qué dicen los valores pequeños y grandes del NTU acerca de un sistema de transferencia de calor?

8-10C Considere el flujo de mercurio (un metal líquido) en un tubo. ¿Qué comparación existe entre las longitudes de las entradas hidrodinámica y térmica si el flujo es laminar? ¿Qué pasaría si el flujo fuera turbulento?

8-11C ¿Qué representan la velocidad media V_{prom} y la temperatura media T_m en el flujo por tubos circulares de diámetro constante?

8-12C ¿Qué representa la diferencia media logarítmica de temperatura para el flujo en un tubo cuya temperatura superficial es constante? ¿Por qué se usa la temperatura media logarítmica en lugar de la temperatura media aritmética?

8-13C ¿Cómo se define la longitud de la entrada térmica para el flujo en un tubo? ¿En qué región el flujo en un tubo está completamente desarrollado?

8-14C Considere la convección forzada laminar en un tubo circular. ¿El flujo de calor será más alto cerca de la admisión del tubo o cerca de la salida? ¿Por qué?

8-15C Considere la convección forzada turbulenta en un tubo circular. ¿El flujo de calor será más alto cerca de la admisión del tubo o cerca de la salida? ¿Por qué?

8-16C En la región completamente desarrollada del flujo en un tubo circular, ¿cambiará el perfil de velocidades en la dirección del flujo? ¿Qué puede decir acerca del perfil de temperaturas?

8-17C ¿Cómo se define la longitud de la entrada hidrodinámica para el flujo en un tubo? ¿La longitud de entrada es mayor en el flujo laminar o en el turbulento?

8-18C Considere el flujo de un fluido en un tubo cuya temperatura superficial permanece constante. ¿Cuál es la diferencia apropiada de temperatura que debe usarse en la ley de Newton del enfriamiento con un coeficiente de transferencia de calor promedio?

8-19 Entra aire a 50°C y 1 atm en un ducto de 18 cm de diámetro y 12 m de largo que está sumergido en agua, a una velocidad media de 7 m/s y es enfriado por el agua que está en el exterior. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 65 W/m^2 · °C y la temperatura del tubo es casi igual a la del agua que está a 10°C, determine la temperatura de salida del aire y la razón de la transferencia de calor.

8-20 Se usa agua para enfriamiento de la que se dispone a 10°C con el fin de condensar vapor de agua a 30°C en el condensador de una planta termoeléctrica, a razón de 0.15 kg/s, mediante la circulación de aquella por un banco de tubos delgados de cobre de 5 m de largo y 1.2 cm de diámetro interno. El agua entra en los tubos a una velocidad media de 4 m/s y sale a una temperatura de 24°C. Los tubos son casi isotérmicos a 30°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio entre el agua y los tubos y el número de éstos necesarios para lograr la razón de transferencia de calor requerida.

8-21 Repita el problema 8-20 para vapor de agua que se condensa a razón de 0.60 kg/s.

8-22 Considere que los perfiles de velocidad y temperatura para el flujo de fluido en un tubo con un diámetro de 50 mm se pueden expresar como

$$u(r) = 0.05[(1 - (r/R)^2]$$
$$T(r) = 400 + 80(r/R)^2 - 30(r/R)^3$$

con unidades en m/s y K, respectivamente. Determine la velocidad promedio y la temperatura media (promedio) de los perfiles de velocidad y temperaturas dados.

Respuestas: 0.025 m/s, 420 K

8-23 Considere que los perfiles de velocidad y temperatura para el flujo de aire en un tubo con 8 cm de diámetro se pueden expresar como

$$u(r) = 0.2[(1 - (r/R)^2]$$
$$T(r) = 250 + 200(r/R)^3$$

con las unidades en m/s y K, respectivamente. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 100 W/m^2 · K, determine la razón del flujo de masa y el flujo de calor superficial por unidad de área mediante los perfiles de velocidad y temperatura dados. Evalúe las propiedades del aire a 20°C y 1 atm.

8-24 Se usan gases de combustión que pasan por un tubo circular con un diámetro interno de 5 cm para vaporizar agua de desecho a la presión atmosférica. Los gases calientes entran en el tubo a 115 kPa y 250°C, a una velocidad media de 5 m/s, y salen a 150°C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 120 W/m^2 · °C y la temperatura de la superficie interior del tubo es de 110°C, determine *a*) la longitud del tubo y *b*) la rapidez de evaporación del agua.

8-25 Repita el problema 8-24 para un coeficiente de transferencia de calor de 40 W/m^2 · °C.

Flujo laminar y turbulento en tubos

8-26C ¿Para el flujo en un tubo cómo está relacionado el factor de fricción con la caída de presión? ¿Cómo está relacionada la caída de presión con la potencia de bombeo requerida para un gasto de masa dado?

8-27C Alguien afirma que, en el flujo turbulento completamente desarrollado en un tubo, el esfuerzo cortante es máximo en la superficie de éste. ¿Está de acuerdo el lector con esta afirmación? Explique.

8-28C Considere el flujo completamente desarrollado en un tubo circular con efectos de entrada despreciables. Si se duplica la longitud del tubo, la caída de presión *a*) se duplicará, *b*) será más del doble, *c*) será menos del doble, *d*) se reducirá a la mitad, o bien, *e*) permanecerá constante.

8-29C Alguien afirma que se puede determinar el gasto volumétrico en un tubo circular con flujo laminar mediante la medición de la velocidad en la línea central en la región completamente desarrollada al multiplicarla por el área de la sección transversal y dividir el resultado entre 2. ¿Está de acuerdo el lector? Explique.

8-30C Alguien afirma que se puede determinar la velocidad promedio en un tubo circular con flujo laminar completamente desarrollado al medir simplemente la velocidad en $R/2$ (a la mitad del camino entre la superficie de la pared y la línea central). ¿Está de acuerdo el lector? Explique.

8-31C Considere el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular. Si el diámetro del tubo se reduce a la mitad, al mismo tiempo que el gasto y la longitud de ese tubo se mantienen constantes, la caída de presión *a*) se duplicará, *b*) se triplicará, *c*) se cuadruplicará, *d*) se incrementará en un factor de 8, o bien, *e*) ¿se incrementará en un factor de 16?

8-32C Considere el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular. Si la viscosidad del fluido se reduce a la mitad por calentamiento al mismo tiempo que el gasto se mantiene constante, ¿cómo cambiará la caída de presión?

8-33 Agua fluye en condiciones completamente desarrolladas a través de un tubo liso de 3 cm de diámetro a una razón de 0.02 kg/s a 15 ºC. Determine *a*) la velocidad máxima del flujo en el tubo y *b*) el gradiente de presión para el flujo.

Respuestas: a) 0.0566 m/s, *b*) −1.15 Pa/m

8-34 Agua a 15ºC fluye a través de un tubo liso de 5 cm de diámetro con una longitud de 200 m. Determine el factor de fricción de Darcy y la pérdida de presión asociada al tubo para *a*) la razón de flujo de masa de 0.02 kg/s y *b*) la razón de flujo de masa de 0.5 kg/s.

8-35 Agua a 15°C fluye a través de un tubo de hierro fundido de 200 m de longitud y de una cédula 40 de 1 pulgada de diámetro nominal, a una razón de flujo de masa de 0.5 kg/s. La precisión es importante, por lo tanto, utilice la ecuación adecuada para determinar *a*) la pérdida de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para superar la pérdida de presión.

8-36 Agua a 15°C (ρ = 999.1 kg/m^3 y μ = 1.138 × 10^{-3} kg/m · s) fluye de manera estacionaria a razón de 7 L/s en un tubo horizontal de 4 cm de diámetro y 25 m de largo hecho de acero inoxidable. Determine *a*) la caída de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para vencer esta caída de presión.

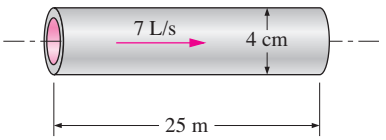


FIGURA P8-36

8-37 En el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular la velocidad en $R/2$ (a la mitad del camino entre la superficie de la pared y la línea central) es de 6 m/s. Determine la velocidad en el centro del tubo. *Respuesta:* 8 m/s

8-38 Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para el flujo de *a*) aire y *b*) agua a una velocidad de 5 m/s, en un tubo de 8 cm de diámetro y 10 m de longitud, cuando ese tubo está sujeto a flujo uniforme de calor desde todas las superficies. Use las propiedades del fluido a 25°C.

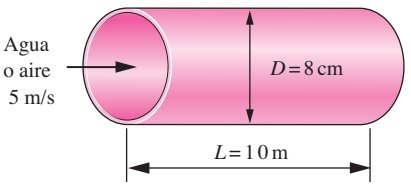


FIGURA P8-38

8-39 Entra aire a 10°C a un tubo de 12 cm de diámetro y 5 m de largo, a razón de 0.065 kg/s. La superficie interior del tubo tiene una aspereza de 0.22 mm y ese tubo es aproximadamente isotérmico a 50°C. Determine la razón de transferencia de calor hacia el aire usando la relación del número de Nusselt dada por *a*) la ecuación 8-66 y *b*) la ecuación 8-71.

8-40 Un ducto cuadrado de 8 m de largo, no aislado y con una sección transversal de 0.2 m × 0.2 m y una aspereza relativa de 10^{-3}, pasa por el espacio del ático de una casa. Entra aire caliente al ducto a 1 atm y 80°C, con un gasto volumétrico de 0.15 m^3/s. La superficie del ducto es aproximadamente isotérmica a 60°C. Determine la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático y la diferencia de presión entre las secciones de entrada y de salida del mismo.

8-41 Se usa un tubo de 12 m de largo y 12 mm de diámetro interior, fabricado de acero comercial, para calentar un líquido en un proceso industrial. El líquido entra al tubo con T_i = 25°C, V = 0.8 m/s. Se mantiene un flujo uniforme de calor por medio de un calentador de resistencia eléctrica enrollado alrededor de la superficie exterior del tubo, de modo que el fluido sale a 75°C. Si se supone un flujo completamente desarrollado y se toman las propiedades promedio del fluido como ρ = 1 000 kg/m^3, c_p = 4 000 J/kg · K, μ = 2 × 10^{-3} kg/m · s, k = 0.48 W/m · K y Pr = 10, determine:

a) El flujo de calor requerido en la superficie, $\dot{q}_s$, producido por el calentador
b) La temperatura de superficie del tubo a la salida, T_s
c) La pérdida de presión a lo largo del tubo y la potencia mínima requerida para vencer la resistencia al flujo.

8-42I En una planta de procesos químicos, se transporta isobutano líquido a 50ºF a través de un tubo de hierro fundido de 30 pies de longitud y de cédula 40 de $\frac{3}{4}$ pulgadas de diámetro nominal con una razón de flujo de masa de 0.4 lbm/s. La precisión de los resultados es importante en este problema; por lo tanto, utilice la ecuación más adecuada para determinar *a*) la pérdida de presión y *b*) la potencia de bombeo adecuada para superar la pérdida de presión.

Respuestas: a) 92.7 lbf/ft^2, *b*) 1.04 lbf · ft/s

8-43 Determine las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica de agua, aceite de motor y mercurio líquido fluyendo a través de un tubo liso con 2.5 cm de diámetro y una razón de flujo de masa de 0.01 kg/s y temperatura de 100ºC.

8-44 Un ingeniero va a diseñar un aparato experimental que consiste en un tubo liso de 25 mm de diámetro, a través del cual van a fluir diferentes fluidos a 100ºC en condiciones de flujo laminar completamente desarrollado. Para el flujo laminar de agua, aceite de motor y mercurio líquido en completo desarrollo térmico e hidrodinámico, determine *a*) la longitud mínima del tubo y *b*) la potencia de bombeo necesaria para superar la pérdida de presión en el tubo a la mayor razón de flujo de masa permitida.

8-45 Considere un fluido con una temperatura media de entrada T_i fluyendo a través de un tubo de diámetro D y longitud L, a una razón de flujo de masa de $\dot{m}$. El tubo está sujeto al flujo de calor superficial que se puede expresar como $\dot{q}_s(x) = a + b$ sen $(x\pi/L)$, donde a y b son constantes. Determine una expresión para la temperatura media del fluido en función de la coordenada x.

Respuesta: $T_m(x) = T_i + \dfrac{\pi D}{\dot{m}c_p}\left[ax + \dfrac{bL}{\pi} - \dfrac{bL}{\pi}\cos\left(\dfrac{x\pi}{L}\right)\right]$

8-46 Agua a 10°C (ρ = 999.7 kg/m^3 y μ = 1.307 × 10^{-3} kg/m · s) fluye de manera estacionaria a una velocidad promedio de 1.2 m/s en un tubo de 0.20 cm de diámetro y 15 m de largo. Determine *a*) la caída de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para vencer esta caída de presión.

Respuestas: a) 188 kPa, *b*) 0.71 W

8-47 Se debe calentar agua desde 10°C hasta 80°C conforme fluye por un tubo de 2 cm de diámetro interno y 13 m de largo. El tubo está equipado con un calentador de resistencia eléctrica que le proporciona calentamiento uniforme sobre toda su superficie. La superficie exterior del calentador está bien aislada, de modo que en la operación estacionaria todo el calor generado en éste se transfiere al agua en el tubo. Si el sistema debe proporcionar agua caliente a razón de 5 L/min, determine la potencia nominal del calentador de resistencia. Asimismo, estime la temperatura de la superficie interior del tubo en la salida.

8-48 Aire caliente a la presión atmosférica y a 75°C entra en un ducto cuadrado no aislado de 10 m de largo y con sección transversal de 0.15 m × 0.15 m que pasa por el ático de una casa, a razón de 0.20 m^3/s. Se observa que el ducto es aproximadamente isotérmico a 70°C. Determine la temperatura de salida del aire y la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio en el ático. *Respuestas:* 72.2°C, 582 W

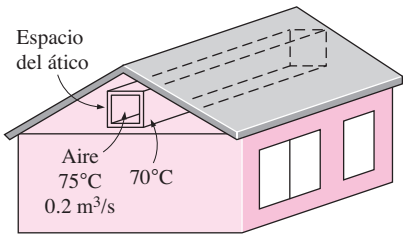


FIGURA P8-48

8-49 Vuelva a considerar el problema 8-48. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del gasto volumétrico del aire sobre la temperatura de éste a la salida y la razón de pérdida de calor. Suponga que el gasto varía de 0.05 m^3/s hasta 0.15 m^3/s. Trace las gráficas de la temperatura de salida y de la razón de la pérdida de calor en función del gasto y discuta los resultados.

8-50 Considere un fluido con el número de Prandtl de 7 que fluye a través de un tubo circular liso. Mediante las ecuaciones de Colburn, Petukhov y Gnielinski determine los números de Nusselt para los números de Reynolds a 3 500, 10^4 y 5×10^5. Compare y analice los resultados.

8-51 La sección anular de tubo doble tiene unos diámetros interno y externo de 25 mm y 100 mm, respectivamente. Agua líquida fluye a una razón de flujo de masa de 0.05 kg/s a través de la sección anular con temperaturas medias en la entrada y la salida de 20°C y 80°C, respectivamente. La pared interna del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 120°C, mientras que la superficie externa del tubo está aislada. Determine la longitud del tubo. *Respuesta:* 38.5 m

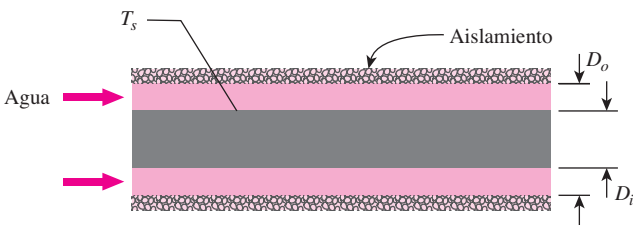


FIGURA P8-51

8-52 Considere el flujo de aceite a 10°C en una tubería de 40 cm de diámetro a una velocidad promedio de 0.5 m/s. Una sección de 1 500 m de largo de la tubería pasa por las aguas heladas de un lago a 0°C. Las mediciones indican que la temperatura de la superficie del tubo está muy cercana a 0°C. Si descarta la resistencia térmica del material del tubo, determine *a*) la temperatura del aceite cuando el tubo sale del lago, *b*) la razón de la transferencia de calor desde el aceite y *c*) la potencia de bombeo requerida para vencer las pérdidas de presión y mantener el flujo del aceite en el tubo.

8-53I Se deben satisfacer las necesidades de agua caliente de una casa calentando agua que está de 55°F hasta 180°F por medio de un colector solar parabólico, a razón de 5 lbm/s. El agua fluye por un tubo delgado de aluminio de 1.25 in de diámetro cuya superficie exterior está pintada de negro para maximizar su capacidad de absorción solar. La línea central del tubo coincide con la línea focal del colector y se coloca una camisa de vidrio en el exterior del tubo para minimizar las pérdidas de calor. Si la energía solar se transfiere al agua a una razón neta de 350 Btu/h por pie de longitud del tubo, determine la longitud requerida del colector parabólico con el fin de satisfacer las necesidades de agua caliente de esta casa. Asimismo, determine la temperatura superficial del tubo a la salida.

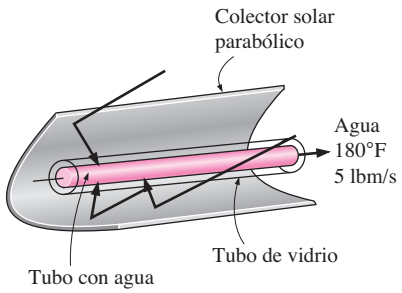


FIGURA P8-53I

8-54I Determine la velocidad promedio y las longitudes de la entrada térmica e hidrodinámica del agua, aceite de motor y mercurio líquido que fluyen a través de un tubo estándar de 2 pulgadas de diámetro nominal y de cédula 40 a una razón de flujo de masa de 0.1 lbm/s y una temperatura de 100°F.

8-55 Un fluido fluye en condiciones de flujo laminar completamente desarrollado dentro de un tubo de diámetro D y longitud L a una razón de flujo de masa de $\dot{m}$. El tubo se somete a un flujo de calor superficial que puede expresase como $\dot{q}_s(x) = a \exp(-bx/2)$, donde a y b son constantes. Determine una expresión para la diferencia en la temperatura media en la entrada y salida del tubo.

8-56 En un sistema térmico, el agua ingresa a un tubo circular de 25 mm de diámetro y 23 m de largo a una razón de flujo de masa de 0.1 kg/s a 25°C. La transferencia de calor de la superficie del tubo al agua puede expresarse en términos de flujo de calor como $\dot{q}_s(x) = ax$. El coeficiente a es 400 W/m^3 y la distancia axial de la entrada del tubo es x medida en metros. Determine *a*) una expresión para la temperatura media $T_m(x)$ del agua, *b*) la temperatura media del agua a la salida y *c*) el valor del flujo uniforme de calor $\dot{q}_s$ sobre la superficie del tubo que resultaría en la misma temperatura media a la salida calculada en la parte *b*). Evalúe las propiedades del agua a 35°C.

8-57 En una fábrica de productos cosméticos, se calienta glicerina haciéndola fluir a través de un tubo de 25 mm de diámetro y 10 m de largo. A una razón de flujo de masa de 0.5 kg/s, el flujo de glicerina ingresa al tubo a 25°C. La superficie del tubo se mantiene a la temperatura constante de 140°C. Determine la temperatura media a la salida y la razón total de transferencia de calor al tubo. Evalúe las propiedades de la glicerina a 30°C.

Respuestas: 35.7°C, 13.1 kW

8-58 Glicerina líquida fluye a través de un tubo de 25 mm de diámetro y 10 m de largo. La glicerina líquida ingresa al tubo a 20°C a una razón de flujo de masa de 0.5 kg/s. Si la temperatura media de salida es de 40°C y la temperatura superficial del tubo es constante, determine la temperatura superficial del tubo.

8-59 Un tablero de circuito impreso de 15 cm × 20 cm cuyos componentes no se dejan entrar en contacto directo con el aire por razones de confiabilidad se debe enfriar al pasar aire frío por un canal de 20 cm de largo con sección transversal de 0.2 cm × 14 cm perforado en el tablero. El calor generado por los componentes electrónicos es conducido a través de la capa delgada del tablero hasta el canal, donde es eliminado por el aire que entra en éste a 15°C. Se puede considerar que el flujo de calor en la superficie superior del canal es uniforme y que la transferencia de calor a través de otras superficies es despreciable. Si la velocidad del aire en la admisión del canal no debe sobrepasar 4 m/s y la temperatura superficial de este último debe permanecer por debajo de 50°C, determine la potencia total máxima de los componentes electrónicos que se pueden montar con seguridad en este tablero.

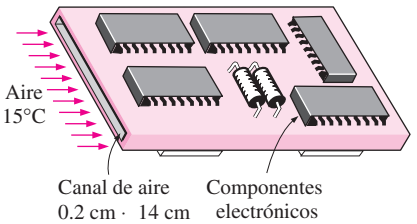


FIGURA P8-59

8-60 Repita el problema 8-59 al reemplazar el aire por helio, el cual tiene seis veces la conductividad térmica del aire.

8-61 Vuelva a considerar el problema 8-59. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la velocidad del aire en la admisión del canal y de la temperatura superficial máxima sobre la disipación de la potencia total máxima de los componentes electrónicos. Suponga que la velocidad del aire varía de 1 m/s hasta 20 m/s y la temperatura superficial de 30°C hasta 90°C. Trace gráficas de la disipación de potencia en función de la velocidad del aire y de la temperatura superficial, discuta los resultados.

8-62 Aire caliente a 60°C que sale del hogar de una casa entra en una sección de 12 m de largo de un ducto de lámina metálica que tiene una sección transversal rectangular de 20 × 20 cm, a una velocidad promedio de 4 m/s. La resistencia térmica del ducto es despreciable y la superficie exterior del mismo, cuya emisividad es de 0.3, está expuesta a aire frío a 10°C en el sótano, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · °C. Considerando que las paredes del sótano están también a 10°C, determine *a*) la temperatura a la cual el aire caliente saldrá del sótano y *b*) la razón de la pérdida de calor desde el aire caliente en el ducto hacia el sótano.

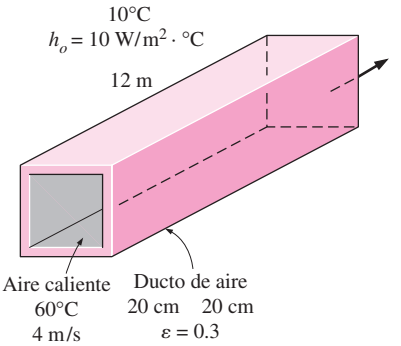


FIGURA P8-62

8-63 Vuelva a considerar el problema 8-62. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la velocidad del aire y de la emisividad de la superficie sobre la temperatura de salida de dicho aire y la razón de la pérdida de calor. Suponga que la velocidad del aire varía de 1 m/s hasta 10 m/s y la emisividad de 0.1 hasta 1.0. Trace gráficas de la temperatura de salida y de la razón de la pérdida de calor en función de la velocidad del aire de la emisividad, discuta los resultados.

8-64 Agua líquida fluye a una razón de flujo de masa de 0.7 kg/s a través de una sección anular de tubo doble con temperaturas medias a la entrada y la salida de 20°C y 80°C, respectivamente. La sección anular tiene un diámetro interno y externo de 10 mm y 100 mm, respectivamente. La pared interna del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 120°C, mientras que la superficie exterior del tubo está aislada. Determine la longitud del tubo.

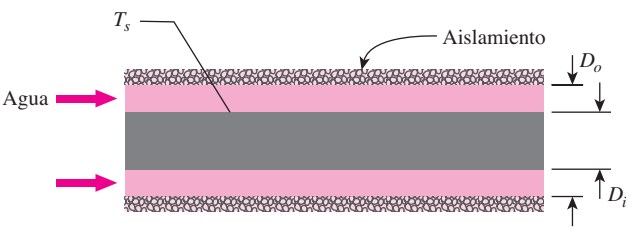


FIGURA P8-64

8-65 Considere un ducto rectangular liso de 10 m de largo, con a = 50 mm y b = 25 mm, que se mantiene a una temperatura superficial constante. Agua líquida ingresa al tubo a 20°C a una razón de flujo de masa de 0.01 kg/s. Determine la temperatura superficial del tubo necesaria para calentar el agua a la temperatura de salida deseada de 80°C.

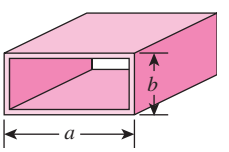


FIGURA P8-65

8-66 Los componentes de un sistema electrónico que disipan 220 W están ubicados en un ducto horizontal de 1 m de largo cuya sección transversal es de 16 cm × 16 cm. Los componentes en el ducto se enfrían por aire forzado, el cual entra a 27°C a razón de 0.65 m^3/min. Si 85% del calor generado adentro se transfiere al aire que fluye por el ducto y que 15% restante se pierde a través de las superficies exteriores de éste, determine *a*) la temperatura de salida del aire y *b*) la temperatura superficial del componente más alta en este ducto.

8-67 Repita el problema 8-66 para un ducto horizontal circular de 15 cm de diámetro.

8-68I Se calienta agua a 60°F al pasarla por tubos de cobre de pared delgada que tienen un diámetro interno de 0.75 in. El calor se suministra al agua por medio de vapor de agua que se condensa afuera de los tubos de cobre a 250°F. Si el agua se debe calentar hasta 140°F a razón de 0.4 lbm/s, determine *a*) la longitud necesaria del tubo de cobre y *b*) la potencia de bombeo requerida para vencer las pérdidas de presión. Suponga que todo el tubo de cobre está a la temperatura del vapor de agua de 250°F.

8-69 Una computadora enfriada por un ventilador contiene ocho tableros de circuito impreso (*printed circuit board*, PCB, por sus siglas en inglés) cada uno de ellos disipando 12 W de potencia. La altura de los PCB es de 12 cm y su longitud de 15 cm. El espesor de la ranura libre entre las puntas de los componentes sobre uno de los PCB y la superficie posterior del PCB adyacente es de 0.3 cm. El aire de enfriamiento es alimentado por un ventilador de 10 W montado a la entrada. Si el aumento en la temperatura del aire a medida que fluye a través del gabinete de la computadora no debe ser mayor a 10°C, determine *a*) el gasto del aire que necesita entregar el ventilador, *b*) la fracción del incremento de la temperatura del aire que se debe al calor generado por el ventilador y su motor, y *c*) la temperatura más alta admisible del aire en la admisión si la temperatura superficial de los componentes no debe exceder de 70°C en cualquier parte en el sistema. Use las propiedades del aire a 25°C.

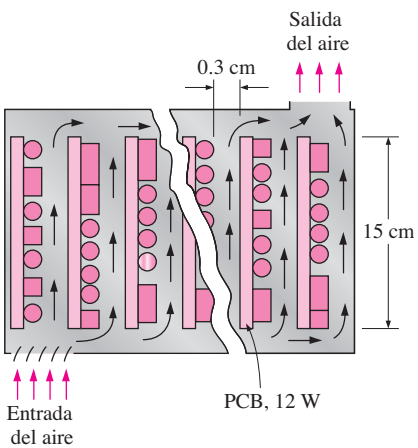


FIGURA P8-69

8-70 Considere un tubo liso de 25 mm de diámetro y 15 m de largo que se utiliza para calentar fluidos. La pared se calienta eléctricamente para lograr un flujo de calor superficial constante a lo largo de todo el tubo. Los fluidos ingresan al tubo a 50°C y salen a 150°C. Si la razón de flujo de masa se mantiene a 0.01 kg/s, determine los coeficientes de transferencia de calor por convección en la salida del tubo para agua, aceite de motor y mercurio líquido.

8-71 Considere un tubo liso de 25 mm de diámetro y 15 m de longitud que se mantiene a una temperatura superficial constante. Los fluidos ingresan al tubo a 50°C a una razón de flujo de masa de 0.01 kg/s. Determine las temperaturas superficiales del tubo necesarias para calentar agua, aceite de motor y mercurio líquido a la temperatura de salida deseada de 150ºC.

Respuestas: 157ºC, 203ºC, 150ºC

8-72 Aire a 20ºC (1 atm) ingresa a un tubo circular de 5 mm de diámetro y 10 cm de largo a una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 160°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección y la temperatura media a la salida. Evalúe las propiedades del aire a 50°C.

8-73 Aire (1 atm) ingresa a un tubo circular de 5 cm de diámetro a 20°C con una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 160°C y la temperatura media a la salida es de 80°C. Estime la longitud del tubo.

Tema especial: Flujo de transición

8-74 Un tubo con una configuración de entrada de boquilla acampanada se sujeta a un flujo uniforme de calor en la pared del tubo de 3 kW/m^2. El tubo tiene un diámetro interior de 0.0158 m (0.622 in) y un gasto de 1.43×10^{-4} m^3/s (2.27 gpm). El líquido que fluye en el interior del tubo es una mezcla de etilenglicol y agua destilada con una fracción de masa de etilenglicol de 2.27. Determine el coeficiente de fricción de flujo completamente desarrollado en un lugar a lo largo del tubo en donde el número de Grashof es Gr = 16 600. Las propiedades físicas de la mezcla de etilenglicol y agua destilada en el lugar de interés son Pr = 14.85, $\nu = 1.93 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.07$.

8-75 Reconsidere el problema 8-74. Calcule el coeficiente de fricción de flujo completamente desarrollado si el gasto volumétrico se aumenta en 50% en tanto que el resto de los parámetros se mantienen inalterados.

8-76 Una mezcla de etilenglicol y agua destilada con una fracción de masa de etilenglicol de 0.72 y un gasto de 2.05×10^{-4} m^3/s fluye dentro de un tubo con un diámetro interior de 0.0158 m y una condición de frontera de flujo de calor uniforme en la pared del tubo. Para este flujo, determine el número de Nusselt en el lugar $x/D = 10$, para la configuración de entrada del tubo de *a*) de boquilla acampanada y *b*) reentrante. Compare los resultados para los incisos *a*) y *b*). Suponga que el número de Grashof es Gr = 60 000. Las propiedades físicas de la mezcla de etilenglicol y agua destilada son Pr = 33.46, $\nu = 3.45 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 2.0$.

8-77 Repita el problema 8-76 para el lugar $x/D = 90$.

8-78I Un tubo con una configuración de entrada de borde cuadrado está sometido en su superficie al flujo de calor uniforme de 8 kW/m^2. El tubo tiene un diámetro interno de 0.622 in y una razón de flujo de 2.16 gpm. El líquido que fluye en su interior es una mezcla de agua destilada y glicol de etileno con

una fracción de masa de 2.27. Determine el coeficiente de fricción en un punto a lo largo del tubo donde el número de Grashof es Gr = 35 450. Las propiedades físicas de la mezcla de agua y glicol de etileno en el punto de interés son Pr = 13.8, $\nu = 18.4 \times 10^{-6}$ ft²/s y μ_b/μ_s, = 1.12. Después, vuelva a calcular el coeficiente de fricción completamente desarrollado si el gasto volumétrico aumenta 50% mientras que el resto de los parámetros permanece sin cambio.

Respuesta: 0.00859, 0.00776

Problemas de repaso

8-79 Para enfriar un almacén en verano sin utilizar un sistema convencional de aire acondicionado, el dueño decidió contratar a un ingeniero para que diseñara un sistema alternativo que utilizara el agua de un lago cercano. El ingeniero decidió hacer fluir aire a través de un delgado tubo de cobre liso de 10 cm de diámetro sumergido dentro del lago. El agua del lago solía tener una temperatura constante de 15°C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 1 000 W/m² · K. Si el aire (1 atm) ingresa al tubo de cobre a una temperatura media de 30°C con una velocidad promedio de 2.5 m/s, determine la longitud necesaria del tubo de cobre para que la temperatura media del aire a la salida sea de 20°C. *Respuesta:* 6.74 m

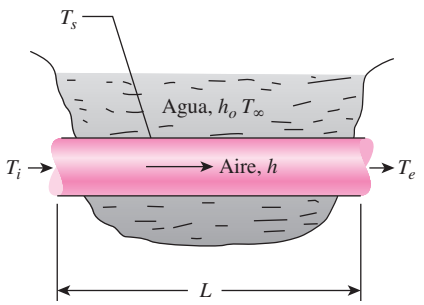


FIGURA P8-79

8-80 Mercurio líquido fluye a 0.06 kg/s a través de un tubo de 5 cm de diámetro con temperaturas medias de entrada y salida de 100°C y 200°C, respectivamente. La temperatura superficial del tubo se mantiene constante a 250°C. Determine la longitud del tubo utilizando *a*) la relación adecuada del número de Nusselt para metales líquidos y *b*) la ecuación Dittus-Boetler. *c*) Compare los resultados de *a*) y *b*).

8-81 En un esfuerzo por encontrar la mejor forma de enfriar un tubo de cobre liso de pared delgada, un ingeniero decide hacer fluir aire a través de él o alrededor de su superficie exterior perpendicularmente al tubo. El tubo tiene un diámetro de 5 cm y su temperatura superficial se mantiene constante. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección cuando el aire fluye en su interior a 25 m/s con una temperatura promediada entre la entrada y la salida de 50°C y *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección cuando el aire fluye alrededor de la superficie externa del tubo a 25 m/s con temperatura de película de 50°C.

8-82 Se enfría un chip de silicio mediante el paso de agua por microcanales grabados en la parte posterior del mismo, como se muestra en la figura P8-82. Los canales están cubiertos con una cubierta de silicio. Considere un chip cuadrado de 12 mm × 12 mm en el cual se ubican N = 60 microcanales rectangulares, cada uno de los cuales ha sido grabado con un ancho W = 50 μm y una altura H = 200 μm. Entra agua a los microcanales a una temperatura T_i = 290 K y un gasto total de 0.005 kg/s. El chip y su cubierta se mantienen a una temperatura uniforme de 350 K. Si se supone que el flujo en los canales es completamente desarrollado, que todo el calor generado por los circuitos en la parte superior del chip se transfiere al agua y se usan correlaciones de tubo circular, determine:

a) La temperatura de salida del agua, T_e
b) La disipación de potencia del chip, $\dot{W}_e$

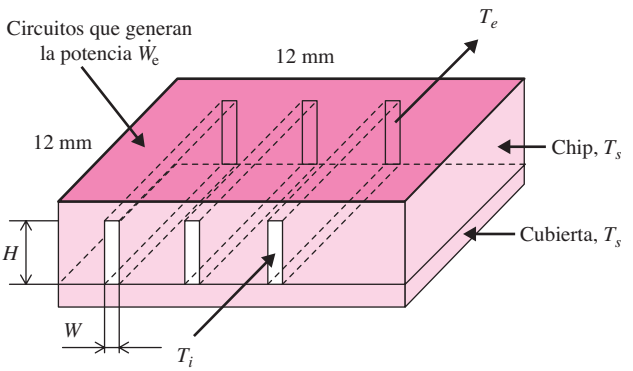


FIGURA P8-82

8-83 Se calienta agua a razón de 10 kg/s desde una temperatura de 15°C hasta 35°C, haciendo pasar a través de ella cinco tubos idénticos, cada uno de 5.0 cm de diámetro, cuya temperatura superficial es de 60.0°C. Estime *a*) la razón estacionaria de transferencia de calor y *b*) la longitud necesaria de los tubos para realizar esta tarea.

8-84 Repita el problema 8-83 para un gasto de 20 kg/s.

8-85 Entra agua a 1 800 kg/h y 10°C a un tubo liso de 10 mm de diámetro cuya temperatura de pared se mantiene a 49°C. Calcule *a*) la longitud necesaria del tubo para calentar el agua hasta 40°C y *b*) la temperatura de salida del agua si se duplica la longitud del tubo. Suponga que las propiedades promedio del agua son las mismas que en *a*).

8-86 Un sistema geotérmico de calefacción de un distrito comprende el transporte de agua geotérmica a 110°C desde un pozo hasta una ciudad que está más o menos a la misma elevación y a una distancia de 12 km, a razón de 1.5 m³/s en tubos de acero inoxidable de 60 cm de diámetro. Las presiones del fluido en el manantial y en el punto de llegada en la ciudad deben ser las mismas. Las pérdidas menores son despreciables debido a la gran razón de la longitud con respecto al diámetro y al número relativamente pequeño de componentes que causan pérdidas menores. *a*) Si la eficiencia del motor de la bomba es de 65%, determine el consumo de energía eléctrica del sistema para bombeo. *b*) Determine el costo diario del consumo de energía

del sistema si el precio unitario de la electricidad es de 0.06 dólar/kWh. *c*) Se estima que la temperatura del agua geotérmica cae 0.5°C durante este largo flujo. Determine si el calentamiento por fricción durante ese flujo puede compensar esta caída en la temperatura.

8-87 Repita el problema 8-86 para tubos de hierro fundido del mismo diámetro.

8-88 El perfil de velocidades, en m/s, en el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular se expresa por $u(r) = 4(1 - 100r^2)$, donde r es la distancia radial a partir de la línea central del tubo, en m. Determine *a*) el radio del tubo, *b*) la velocidad media a través de este último, y *c*) la velocidad máxima en el mismo.

8-89 Una casa construida sobre la ribera de un río se debe enfriar en verano mediante el agua fría de ese río, el cual fluye a una temperatura promedio de 15°C. Un tramo de 15 m de largo de un ducto circular de 20 cm de diámetro pasa a través del agua. El aire entra al tramo del ducto que está dentro del agua del río a 25°C, a una velocidad de 3 m/s. Si la superficie del ducto está a la misma temperatura que el agua, determine la temperatura del aire cuando sale de la parte subacuática de ese ducto. Asimismo, para una eficiencia total del ventilador de 55%, determine la entrada de potencia del ventilador necesaria para vencer la resistencia al flujo en este tramo del ducto.

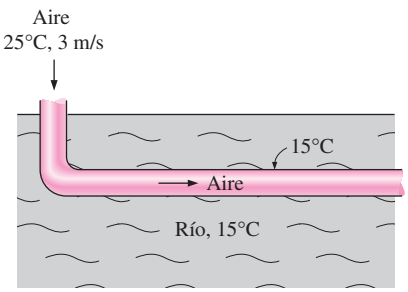


FIGURA P8-89

8-90 Repita el problema 8-89. Si se formó una capa de 0.25 mm de espesor de depósito mineral (k = 3 W/m · °C) sobre la superficie interior del tubo.

8-91I Los gases de escape del motor de un automóvil salen de la cámara de combustión y entran en un tubo de acero de pared delgada de 8 ft de largo y 3.5 in de diámetro, a 800°F y 15.5 psia, a razón de 0.05 lbm/s. El aire ambiente circundante está a una temperatura de 80°F y el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie exterior del tubo de escape es de 3 Btu/h · ft^2 · °F. Al suponer que los gases de escape tienen las propiedades del aire, determine *a*) la velocidad de esos gases a la entrada del tubo de escape y *b*) la temperatura a la cual los mismos gases saldrán del tubo y entrarán al aire.

8-92 Agua líquida ingresa a un ducto rectangular liso de 10 m de largo con a = 50 mm y b = 25 mm. La temperatura superficial se mantiene constante y el agua ingresa al tubo a 20°C a una razón de flujo de masa de 0.25 kg/s. Determine la temperatura superficial del tubo necesaria para calentar el agua a la temperatura de salida deseada de 80°C.

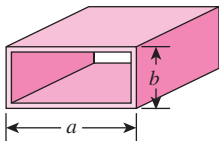


FIGURA P8-92

8-93I Aire fluye por un tubo de cobre sumergido en agua con paredes delgadas y de 4 in de diámetro. El agua se mantiene a una temperatura constante de 60°F y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 176 Btu/h · ft^2 · R. Si el aire (1 atm) ingresa al tubo de cobre a una temperatura media de 90°F a una velocidad promedio de 8 ft/s, determine la longitud necesaria del tubo de cobre, de manera que la temperatura media del aire a la salida sea de 70°F. *Respuesta:* 22.9 ft

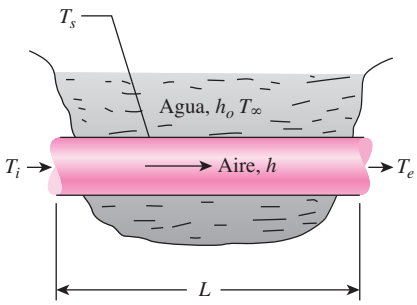


FIGURA P8-93I

8-94 Agua caliente a 90°C entra a una sección de 15 m de un tubo de hierro fundido (k = 52 W/m · °C) cuyos diámetros interior y exterior son de 4 y 4.6 cm, respectivamente, a una velocidad promedio de 1.2 m/s. La superficie exterior del tubo, cuya emisividad es de 0.7, está expuesta a aire frío a 10°C en un sótano, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 12 W/m^2 · °C. Si considera que las paredes del sótano están también a 10°C, determine *a*) la razón de la pérdida de calor del agua y *b*) la temperatura a la cual el agua sale del sótano.

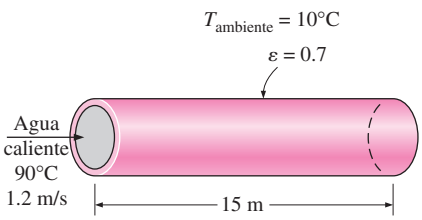


FIGURA P8-94

8-95 Repita el problema 8-94 para un tubo hecho de cobre (k = 386 W/m · °C), en lugar de hierro fundido.

8-96 Gases de escape que salen de un motor diesel en reposo a 450°C ingresan a un tubo de 15 cm de diámetro a una velocidad promedio de 7.2 m/s. La temperatura superficial del tubo es de 180°C. Determine la longitud del tubo si se desea que los gases de escape abandonen el tubo a 250°C después de transferir calor al agua en una unidad de recuperación de calor. Utilice las propiedades del aire para los gases de escape.

8-97 Vapor geotérmico de agua a 165°C se condensa en el lado de coraza de un intercambiador de calor sobre los tubos por los cuales fluye agua. El agua entra en los tubos de 4 cm de diámetro y 14 m de largo a 20°C, a razón de 0.8 kg/s. Determine la temperatura de salida del agua y la razón de condensación del vapor geotérmico.

8-98 Aire frío a 5°C entra a un tubo isotérmico de 12 cm de diámetro y 20 m de largo a una velocidad de 2.5 m/s y sale a 19°C. Estime la temperatura superficial del tubo.

8-99 Se va a calentar aceite a 15°C por medio de vapor saturado de agua a 1 atm en un intercambiador de calor de tubo doble hasta una temperatura de 25°C. Los diámetros interior y exterior del espacio anular son de 3 cm y 5 cm, respectivamente, y el aceite entra en él a una velocidad media de 1.2 m/s. Se puede suponer que el tubo interior es isotérmico y está a 100°C y el exterior está bien aislado. Si supone flujo completamente desarrollado para el aceite, determine la longitud requerida del tubo para calentarlo hasta la temperatura indicada. En realidad, ¿necesitará el lector un tubo más largo o más corto? Explique.

8-100 Un hidrocarbono líquido entra a un tubo de 2.5 cm de diámetro que tiene 5.0 m de largo. La temperatura de entrada del líquido es de 20°C y la de la pared del tubo es de 60°C. Las propiedades promedio del líquido son $c_p = 2.0$ kJ/kg · K, $\mu = 10$ mPa · s y $\rho = 900$ kg/m^3. A un gasto de 1 200 kg/h, se mide que la temperatura de salida del líquido es 30°C. Estime la temperatura de salida del líquido cuando el gasto se reduce hasta 400 kg/h. *Sugerencia:* Para la transferencia de calor en tubos, $\text{Nu} \propto \text{Re}^{1/3}$, en el flujo laminar, y $\text{Nu} \propto \text{Re}^{4/5}$, en el turbulento.

8-101 Se calientan 100 kg/s de petróleo crudo desde 20°C hasta 40°C, en el lado de tubos de un intercambiador de calor de tubos múltiples. El flujo de petróleo crudo se divide de manera igual entre 100 tubos en el haz de éstos. El diámetro interior de cada tubo es de 10 mm y la temperatura de la pared interior del mismo se mantiene a 100°C. Las propiedades promedio del petróleo crudo son $\rho = 950$ kg/m^3, $c_p = 1.9$ kJ/kg · K, $k = 0.25$ W/m · K, $\mu = 12$ mPa · s y $\mu_w = 4$ mPa · s. Estime la razón de la transferencia de calor y la longitud del tubo.

8-102 Entra petróleo crudo a 22°C a un tubo de 20 cm de diámetro con una velocidad promedio de 32 cm/s. La temperatura promedio de la pared del tubo es de 2°C. Las propiedades del petróleo crudo son los que se presentan en la tabla que sigue. Calcule la razón de la transferencia de calor y la longitud del tubo si la temperatura de salida del petróleo crudo es de 20°C.

T °C	ρ kg/m^3	k W/m · K	μ mPa · s	c_p kJ/kg · K
2.0	900	0.145	60.0	1.80
22.0	890	0.145	20.0	1.90

8-103I Una sección anular de tubo doble tiene diámetros interno y externo de 1 in y 4 in, respectivamente. Agua líquida fluye a una razón de flujo de masa de 396 lbm/h a través de la sección anular con temperaturas de entrada y salida de 68°F y 172°F, respectivamente. La pared interna del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 250°F, mientras que la superficie exterior del tubo está aislada. Determine la longitud del tubo.

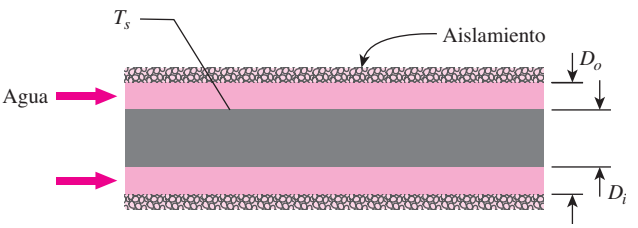


FIGURA P8-103

8-104 Un fluido ($\rho = 1\,000$ kg/m^3, $\mu = 1.4 \times 10^{-3}$ kg/m · s, $c_p = 4.2$ kJ/kg · K, y $k = 0.58$ W/m · K) fluye a una velocidad promedio de 0.3 m/s a través de un tubo de 14 m de largo con un diámetro interno de 0.01 m. Se aplica calor uniforme a todo el tubo a una razón de 1 500 W/m^2. Determine *a*) el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección a la salida, *b*) el valor de $T_s - T_m$, y *c*) el valor de $T_e - T_i$.

8-105 Aire (1 atm) ingresa a un tubo circular de 5 mm de diámetro y a una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para *a*) un tubo de 10 cm de largo y *b*) un tubo de 50 cm de largo. Evalúe las propiedades del aire a 50ºC.

Respuestas: a) 36.5 W/m^2 · K, *b)* 20.0 W/m^2 · K

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

8-106 Se dice que el flujo forzado interno está completamente desarrollado una vez que la _____ en una sección transversal ya no cambia en la dirección del flujo.

a) distribución de temperatura *b*) distribución de entropía
c) distribución de velocidad *d*) distribución de presión
e) ninguna de las anteriores

8-107 La temperatura media de todo el fluido que fluye por un tubo o ducto se define como

a) $T_b = \dfrac{1}{A_c}\displaystyle\int_{A_c} T dA_c$ *b*) $T_b = \dfrac{1}{\dot{m}}\displaystyle\int_{A_c} T\rho V dA_c$

c) $T_b = \dfrac{1}{\dot{m}}\displaystyle\int_{A_c} h\rho V dA_c$ *d*) $T_b = \dfrac{1}{A_c}\displaystyle\int_{A_c} h dA_c$

e) $T_b = \dfrac{1}{\dot{V}}\displaystyle\int_{A_c} T\rho V dA_c$

8-108 Entra agua ($\mu = 9.0 \times 10^{-4}$ kg/m · s, $\rho = 1\,000$ kg/m^3) a un tubo de 4 cm de diámetro y 3 m de largo, cuyas paredes se mantienen a 100°C. El agua fluye en este tubo con una temperatura media de fluido de 25°C y un gasto volumétrico de 3 m^3/h. El número de Reynolds para este flujo interno es

a) 29 500 *b*) 38 200 *c*) 72 500
d) 118 100 *e*) 122 900

8-109 A una velocidad de 4.5 m/s, entra aire a 10°C a un ducto rectangular de 18 m de largo cuya sección transversal es de 0.15 m × 0.20 m. El ducto se sujeta a un calentamiento uniforme mediante radiación en toda la extensión de la superficie a razón de 400 W/m^2. La temperatura de la pared del ducto a la salida es

a) 58.8°C *b*) 61.9°C *c*) 64.6°C
d) 69.1°C *e*) 75.5°C

(Para el aire, use $k = 0.0255$ W/m · °C, Pr = 0.7296, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}$ m^2/s, $c_p = 1\,007$ J/kg · °C, $\rho = 1.184$ kg/m^3).

8-110 Entra agua a un tubo circular, cuyas paredes se mantienen a temperatura constante, con un gasto y temperatura especificados. Para el flujo turbulento completamente desarrollado, el número de Nusselt se puede determinar a partir de Nu = 0.023 Re$^{0.8}$ Pr$^{0.4}$. En este caso, la diferencia correcta de temperatura a usar en la ley de Newton del enfriamiento es

a) La diferencia entre la temperatura media de fluido de entrada y de salida.
b) La diferencia entre la temperatura media de agua a la entrada y la temperatura de la pared del tubo.
c) La diferencia media logarítmica de temperatura.
d) La diferencia entre la temperatura promedio de agua a la entrada y la salida y la temperatura de la pared del tubo.
e) Ninguna de las anteriores.

8-111 Entra aire ($c_p = 1\,007$ J/kg · °C) a un tubo de 17 cm de diámetro y 4 m de largo, a 65°C y a razón de 0.08 kg/s, y sale a 15°C. Se observa que el tubo es aproximadamente isotérmico a 5°C. El coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es

a) 24.5 W/m^2 · K *b*) 46.2 W/m^2 · K
c) 53.9 W/m^2 · K *d*) 67.6 W/m^2 · K
e) 90.7 W/m^2 · K

8-112 Entra agua ($c_p = 4\,180$ J/kg · K) a un tubo de 12 cm de diámetro y 8.5 cm de largo, a 75°C y a razón de 0.35 kg/s, y se enfría mediante un refrigerante en evaporación en el exterior a –10°C. Si el coeficiente promedio de transferencia de calor en la superficie interior es de 500 W/m^2 · °C, la temperatura de salida del agua es

a) 18.4°C *b*) 25.0°C *c*) 33.8°C
d) 46.5°C *e*) 60.2°C

8-113 Entra aire a un ducto a 20°C, a razón de 0.8 m^3/s, y se calienta hasta 150°C por medio de la condensación de vapor de agua en el exterior a 200°C. El error que se tiene en la razón de la transferencia de calor hacia el aire debido al uso de diferencia media aritmética de temperatura, en lugar de la diferencia media logarítmica de temperatura es

a) 0% *b*) 5.4% *c*) 8.1% *d*) 10.6% *e*) 13.3%

8-114 Aceite de motor a 60°C ($\mu = 0.07399$ kg/m · s, $\rho = 864$ kg/m^3) fluye en un tubo de 5 cm de diámetro con una velocidad de 2.2 m/s. La caída de presión a lo largo de un tramo del tubo de 6 m de largo de flujo completamente desarrollado es

a) 5.4 kPa *b*) 8.1 kPa *c*) 12.5 kPa
d) 18.4 kPa *e*) 20.8 kPa

8-115 Aceite de motor fluye en un tubo horizontal de 15 cm de diámetro con una velocidad de 1.3 m/s, experimentando una caída de presión de 12 kPa. La necesidad de potencia de bombeo requerida para vencer esta caída de presión es

a) 190 W *b*) 276 W *c*) 407 W
d) 655 W *e*) 900 W

8-116 Entra agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo, a 15°C con una velocidad de 0.3 m/s, y sale a 45°C. El tubo está sujeto a un flujo uniforme de calor de 2 000 W/m^2 sobre su superficie. La temperatura de la superficie del tubo a la salida es

a) 48.7°C *b*) 49.4°C *c*) 51.1°C
d) 53.7°C *e*) 55.2°C

(Para el agua, use $k = 0.615$ W/m · °C, Pr = 5.42, $\nu = 0.801 \times 10^{-6}$ m^2/s).

8-117 Entra agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo, a 45°C con una velocidad de 0.3 m/s. El tubo se mantiene a una temperatura constante de 8°C. La temperatura de salida del agua es

a) 4.4°C *b*) 8.9°C *c*) 10.6°C
d) 12.0°C *e*) 14.1°C

(Para el agua, use $k = 0.607$ W/m · °C, Pr = 6.14, $\nu = 0.894 \times 10^{-6}$ m^2/s, $c_p = 4\,180$ J/kg · °C, $\rho = 997$ kg/m^3).

8-118 Entra agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo, a 45°C con una velocidad de 0.3 m/s. El tubo se mantiene a una temperatura constante de 5°C. La longitud requerida del tubo para que el agua salga de él a 25°C es

a) 1.55 m *b*) 1.72 m *c*) 1.99 m
d) 2.37 m *e*) 2.96 m

(Para el agua, use $k = 0.623$ W/m · °C, Pr = 4.83, $\nu = 0.724 \times 10^{-6}$ m^2/s, $c_p = 4\,178$ J/kg · °C, $\rho = 994$ kg/m^3).

8-119 Fluye agua en un tubo de 2 cm de diámetro y 3 m de largo, cuyas paredes se mantienen a 100°C, con una temperatura media de fluido de 25°C y un gasto volumétrico de 3 m^3/h. Si se desprecian los efectos de entrada y se supone flujo turbulento, el número de Nusselt se puede determinar a partir de Nu = 0.023 Re$^{0.8}$ Pr$^{0.4}$. El coeficiente de transferencia de calor por convección en este caso es

a) 4 140 W/m^2 · K *b*) 6 160 W/m^2 · K
c) 8 180 W/m^2 · K *d*) 9 410 W/m^2 · K
e) 2 870 W/m^2 · K

(Para el agua, use $k = 0.610$ W/m · °C, Pr = 6.0, $\mu = 9.0 \times 10^{-4}$ kg/m · s, $\rho = 1\,000$ kg/m^3)

8-120 Entra aire a 110°C a un ducto de 18 cm de diámetro y 9 m de largo, a una velocidad de 4.5 m/s. Se observa que el ducto es aproximadamente isotérmico a 85°C. La razón de la pérdida de calor del aire en el ducto es

a) 760 W *b*) 890 W *c*) 1 210 W
d) 1 370 W *e*) 1 400 W

(Para el aire, use $k = 0.03095$ W/m · °C, Pr = 0.7111, $\nu = 2.306 \times 10^{-5}$ m²/s, $c_p = 1\,009$ J/kg · °C).

8-121 Entra aire a un tubo de 7 cm de diámetro y 4 m de largo, a 65°C y sale a 15°C. Se observa que el tubo es aproximadamente isotérmico a 5°C. Si el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección es 20 W/m² · °C, la razón de la transferencia de calor es

a) 491 W *b*) 616 W *c*) 810 W
d) 907 W *e*) 975 W

8-122 Entra aire ($c_p = 1\,000$ J/kg · K) a un ducto subacuático de 16 cm de diámetro y 19 m de largo, a 50°C y 1 atm, con una velocidad promedio de 7 m/s, y se enfría por la acción del agua del exterior. Si el coeficiente promedio de transferencia de calor es de 35 W/m² · °C y la temperatura del tubo es aproximadamente igual a la del agua de 5°C, la temperatura de salida del aire es

a) 6°C *b*) 10°C *c*) 18°C
d) 25°C *e*) 36°C

Problemas de diseño y ensayo

8-123 Por lo común las cajas electrónicas, como las computadoras, se enfrían por medio de un ventilador. Escriba un ensayo sobre el enfriamiento por aire forzado de las cajas electrónicas y acerca de la selección del ventilador para los aparatos electrónicos.

8-124 Diseñe un intercambiador de calor para pasteurizar leche por medio de vapor de agua en una planta de lácteos. La leche debe fluir por un banco de tubos con diámetro interno de 1.2 cm, mientras el vapor se condensa afuera de ellos a 1 atm. La leche va a entrar a los tubos a 4°C y se debe calentar hasta 72°C, a razón de 15 L/s. Al establecer hipótesis razonables, el lector debe especificar la longitud de los tubos y el número de ellos, así como la bomba para el intercambiador de calor.

8-125 Debe enfriarse una computadora de escritorio por medio de un ventilador. Los componentes electrónicos de la computadora consumen 80 W de potencia en las condiciones de plena carga. La computadora se va a hacer funcionar en medios a temperaturas de hasta 50°C y a elevaciones hasta de 3 000 m, donde la presión atmosférica es de 70.12 kPa. La temperatura de salida del aire no debe ser mayor de 60°C para cumplir con los requisitos de confiabilidad. Asimismo, la velocidad promedio del aire no debe ser superior a 120 m/min a la salida de la caja de la computadora, donde el ventilador está instalado para mantener bajo el nivel de ruido. Especifique el gasto del ventilador que necesita ser instalado y el diámetro de la cubierta del mismo.

CAPÍTULO 9

CONVECCIÓN NATURAL

En los capítulos 7 y 8 consideramos la transferencia de calor por *convección forzada*, en la que se *impulsó* un fluido sobre una superficie o dentro de un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. En este capítulo consideramos la *convección natural*, en la que cualquier movimiento del fluido ocurre por medios naturales, como la flotabilidad. En la convección forzada el movimiento del fluido *se puede notar* bastante, puesto que un ventilador o una bomba pueden transferir suficiente cantidad de movimiento al fluido para desplazarlo en cierta dirección. Sin embargo, en la convección natural a menudo no se puede notar el movimiento del fluido debido a las bajas velocidades que intervienen.

El coeficiente de transferencia de calor por convección depende bastante de la *velocidad*: entre más alta sea ésta más alto es el coeficiente. Las velocidades del fluido asociadas con la convección natural son bajas, por lo común menores a 1 m/s. Por lo tanto, los coeficientes de transferencia de calor que se encuentran en la convección natural suelen ser mucho más bajos que los hallados en la convección forzada. Sin embargo, varios tipos de equipo de transferencia de calor están diseñados para operar en condiciones de convección natural porque en ella no se requiere el uso de algo que mueva al fluido.

Empezamos este capítulo con una discusión del mecanismo físico de la *convección natural* y del *número de Grashof*. En seguida, presentamos las correlaciones para evaluar la transferencia de calor por convección natural para varias configuraciones geométricas, incluyendo superficies con aletas y recintos cerrados. Por último, discutimos la convección natural y la forzada simultáneas.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Entender el mecanismo físico de la convección natural;
- Deducir las ecuaciones que rigen la convección natural y obtener el número adimensional de Grashof al llevarlas a la forma adimensional;
- Evaluar el número de Nusselt para la convección natural asociada con placas verticales, horizontales e inclinadas, así como con cilindros y esferas;
- Examinar la convección natural desde superficies con aletas y obtener el espaciamiento óptimo de éstas;
- Analizar la convección natural en el interior de recintos cerrados, como las ventanas de cristal doble, y
- Considerar la convección natural y la forzada combinadas, así como determinar la importancia relativa de cada modo.

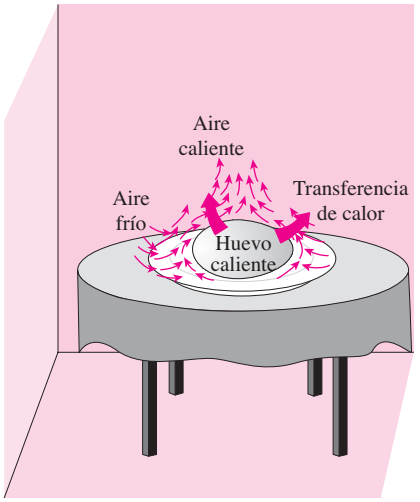


FIGURA 9-1
Enfriamiento de un huevo cocido en un medio ambiente más frío por convección natural.

9-1 ▪ MECANISMO FÍSICO DE LA CONVECCIÓN NATURAL

Muchas aplicaciones conocidas de la transferencia de calor comprenden la convección natural como el mecanismo principal. Se tienen algunos ejemplos en el enfriamiento de equipo electrónico como los transistores de potencia, las televisiones y las reproductoras de DVD; la transferencia de calor desde los calentadores eléctricos o los radiadores de vapor de agua; la transferencia de calor desde los serpentines de refrigeración y de las líneas de transmisión de energía eléctrica, y la transferencia de calor desde los cuerpos de los animales y los seres humanos. La convección natural en los gases suele estar acompañada por radiación de magnitud similar, excepto para las superficies de baja emisividad.

Sabemos que llega un momento en el que un huevo cocido caliente (o una papa horneada caliente) sobre un plato se enfría hasta la temperatura del aire circundante (figura 9-1). El huevo se enfría al transfererir calor por convección al aire y por radiación hacia las superficies circundantes. Descartando la transferencia de calor por radiación, el mecanismo físico del enfriamiento de un huevo caliente (o de cualquier objeto caliente) en un medio ambiente más frío se puede explicar como sigue:

Tan pronto como el huevo caliente se expone al aire más frío, la temperatura de la superficie exterior del cascarón cae un tanto y la del aire adyacente al cascarón se eleva como resultado de la conducción de calor desde el cascarón hacia el aire. Como consecuencia, el huevo pronto está rodeado por una capa delgada de aire más caliente y el calor es transferido de esta capa hacia las capas exteriores del aire. En este caso, el proceso de enfriamiento es más bien lento, ya que el huevo siempre está cubierto por aire caliente y no tiene contacto directo con el aire frío que está más alejado. No podemos advertir que exista algún movimiento del aire en la vecindad del huevo, pero mediciones cuidadosas indican lo contrario.

La temperatura del aire adyacente al huevo es más elevada y, por consiguiente, su densidad es más baja, puesto que a presión constante la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura. Por lo tanto, tenemos una situación en la que algo de gas de baja densidad o "ligero" está rodeado por un gas de alta densidad o "pesado" y las leyes naturales dictan que el *gas ligero suba*. Esto no es diferente a que el aceite en un aderezo para ensalada hecho de vinagre y aceite suba hacia la parte superior (puesto que $\rho_{\text{aceite}} < \rho_{\text{vinagre}}$). Este fenómeno se caracteriza de manera incorrecta mediante la frase "el calor sube", la cual debe entenderse como: el *aire calentado sube*. El espacio que deja el aire más caliente en la vecindad del huevo es vuelto a llenar por el aire más frío cercano y la presencia de éste en el espacio inmediato al huevo acelera el proceso de enfriamiento. La subida del aire más caliente y el flujo del más frío para ocupar su lugar continúan hasta que el huevo se enfría hasta la temperatura del aire circundante. El movimiento que resulta del reemplazo continuo del aire calentado que está en la vecindad del huevo por el aire más frío cercano se llama **corriente de convección natural** y la transferencia de calor que se mejora como resultado de esta corriente se llama **transferencia de calor por convección natural**. Note que de no existir las corrientes de convección natural, la transferencia de calor del huevo al aire circundante sería sólo por conducción y la rapidez de esa transferencia desde el huevo sería mucho más baja.

La convección natural es tan eficaz en el calentamiento de las superficies frías en un medio ambiente más caliente como lo es en el enfriamiento de superficies calientes en un medio ambiente más frío, como se muestra en la figura 9-2. Note que, en este caso, la dirección del movimiento del fluido es inversa.

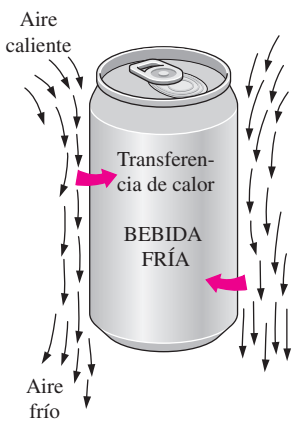


FIGURA 9-2
Calentamiento de una bebida fría en un medio ambiente más caliente por convección natural.

En un campo gravitacional existe una fuerza neta que empuja hacia arriba un fluido ligero en uno más pesado. La fuerza hacia arriba ejercida por un fluido sobre un cuerpo sumergido completa o parcialmente en él se llama **fuerza de flotabilidad**, o **de empuje hidrostático**, o **de flotación**. La magnitud de esta fuerza es igual al peso del *fluido desplazado* por dicho cuerpo; es decir,

$$F_{\text{flotabilidad}} = \rho_{\text{fluido}}\, g V_{\text{cuerpo}} \tag{9-1}$$

en donde ρ_{fluido} es la densidad promedio del *fluido* (no la del cuerpo), g es la aceleración gravitacional y V_{cuerpo} es el volumen de la parte del cuerpo sumergida en el fluido (para cuerpos sumergidos por completo en el fluido, es el volumen total del propio cuerpo). A falta de otras fuerzas, la fuerza vertical neta que actúa sobre un cuerpo es la diferencia entre su peso y la fuerza de flotabilidad; es decir,

$$\begin{aligned} F_{\text{neta}} &= W - F_{\text{flotabilidad}} \\ &= \rho_{\text{cuerpo}}\, g V_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}}\, g V_{\text{cuerpo}} \\ &= (\rho_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}})\, g V_{\text{cuerpo}} \end{aligned} \tag{9-2}$$

Note que esta fuerza es proporcional a la diferencia entre las densidades del fluido y del cuerpo sumergido en él. Por lo tanto, un cuerpo sumergido en un fluido experimentará una "pérdida de peso" de magnitud igual al peso del fluido que desplaza. Esto se conoce como *principio de Arquímedes*.

Para comprender mejor el efecto de flotabilidad, considere un huevo que se ha dejado caer en agua. Si la densidad promedio del huevo es mayor que la del agua (un signo de frescura), dicho huevo se hunde hasta el fondo del recipiente. De lo contrario, se elevará hasta arriba. Cuando la densidad del huevo es igual a la del agua, aquél se hundirá un tanto en ésta, quedando sumergido por completo, actuando como un "objeto sin peso en el espacio". Esto ocurre cuando la fuerza de empuje hacia arriba que actúa sobre el huevo es igual a su peso, el cual actúa hacia abajo.

El *efecto de flotabilidad* tiene implicaciones de largo alcance en la vida. Por una parte, sin la flotación, la transferencia de calor entre una superficie caliente (o fría) y el fluido circundante sería por *conducción*, en lugar de por *convección natural*. Las corrientes de convección natural que se encuentran en los océanos, los lagos y la atmósfera deben su existencia a la flotabilidad. Asimismo, los botes ligeros así como los pesados barcos de guerra hechos de acero se mantienen en la superficie del agua debido a la flotabilidad (figura 9-3). Los barcos se diseñan con base en el principio de que todo el peso de un barco y su contenido sea igual al peso del agua que el volumen sumergido de ese barco pueda contener. El "efecto de chimenea" que induce el flujo hacia arriba de los gases calientes de la combustión también se debe al efecto de flotabilidad, y la fuerza hacia arriba que actúa sobre los gases en la chimenea es proporcional a la diferencia entre las densidades de los gases calientes que están en ella y el aire más frío del exterior. Nótese que en el espacio *no hay gravedad notable* y, por consiguiente, no puede existir transferencia de calor por convección natural en una nave espacial, incluso si ésta se encuentra llena con aire atmosférico.

En los estudios de transferencia de calor la variable principal es la *temperatura* y resulta conveniente expresar la fuerza neta de flotabilidad (ecuación 9-2) en términos de las diferencias de temperatura. Pero esto requiere que se exprese la diferencia de densidades en términos de diferencias de temperatura, lo cual requiere el conocimiento de una propiedad que represente la *variación de la densidad de un fluido con la temperatura a presión constante*. La propiedad que proporciona esa información es el **coeficiente de expansión volumétrica** β, definido como (figura 9-4)

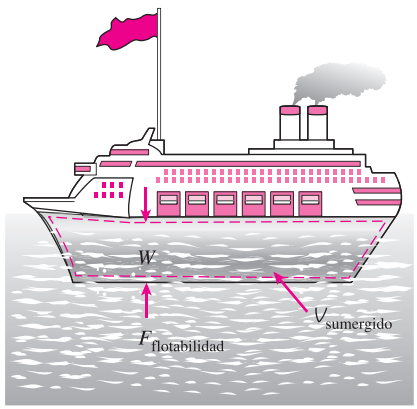


FIGURA 9-3
Es la fuerza de flotabilidad la que mantiene los barcos a flote en el agua ($W = F_{\text{flotabilidad}}$ para los objetos flotantes).

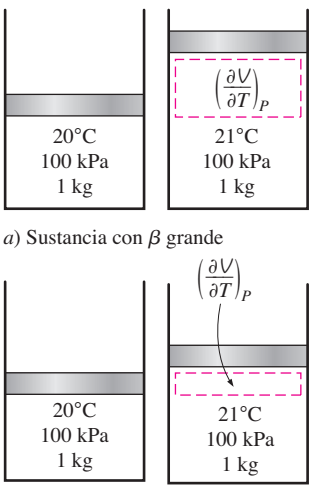


FIGURA 9-4
El coeficiente de expansión volumétrica es una medida del cambio en el volumen de una sustancia con la temperatura, a presión constante.

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \qquad (1/\mathrm{K}) \tag{9-3}$$

En los estudios de la convección natural la condición del fluido suficientemente lejos de la superficie caliente o fría se indica por el subíndice "infinito", para servir como un recordatorio de que es el valor a una distancia en donde no se siente la presencia de esa superficie. En esos casos el coeficiente de expansión volumétrica se puede expresar de manera aproximada reemplazando las cantidades diferenciales por diferencias como

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \qquad (\text{a } P \text{ constante}) \tag{9-4}$$

o bien,

$$\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty) \qquad (\text{a } P \text{ constante}) \tag{9-5}$$

en donde ρ_∞ es la densidad y T_∞ es la temperatura del fluido en reposo lejos de la superficie.

Podemos demostrar con facilidad que el coeficiente de expansión volumétrica β de un *gas ideal* ($P = \rho RT$) a una temperatura T es equivalente a la inversa de la temperatura:

$$\beta_{\text{gas ideal}} = \frac{1}{T} \qquad (1/\mathrm{K}) \tag{9-6}$$

en donde T es la temperatura *termodinámica*, es decir, expresada en la escala absoluta. Note que un valor grande de β para un fluido significa un cambio grande en la densidad con la temperatura y que el producto $\beta\,\Delta T$ representa la fracción del cambio de volumen de un fluido que corresponde a un cambio de temperatura ΔT a presión constante. También note que la fuerza de flotabilidad es proporcional a la *diferencia de densidades*, la cual es proporcional a la *diferencia de temperatura* a presión constante. Por lo tanto, entre mayor sea la diferencia de temperatura entre el fluido adyacente a una superficie caliente (o fría) y aquel que está lejos de ella, *mayor* será la fuerza de empuje y *más fuertes* las corrientes de convección natural, y como consecuencia, *más alta* será la razón de la transferencia de calor.

La magnitud de la transferencia de calor por convección natural entre una superficie y un fluido está relacionada de manera directa con el *gasto* de este último. Entre mayor sea el gasto, más alta será la razón de la transferencia de calor. De hecho, son los gastos muy altos los que incrementan el coeficiente de transferencia de calor en órdenes de magnitud cuando se usa convección forzada. En la convección natural no se usan sopladores y, por lo tanto, el gasto no se puede controlar en forma externa. En este caso, el gasto se establece por el equilibrio dinámico de la *flotabilidad* y la *fricción*.

Como hemos discutido al principio, la fuerza de flotabilidad es causada por la diferencia en densidades entre el fluido calentado (o enfriado) adyacente a la superficie y el fluido que lo circunda y es proporcional a esta diferencia y al volumen ocupado por el fluido más caliente. Asimismo es bien sabido que siempre que dos cuerpos en contacto (sólido-sólido, sólido-fluido o fluido-fluido) se mueven uno en relación con el otro, se desarrolla una *fuerza de fricción* en la superficie de contacto, con dirección opuesta a la del movimiento. Esta fuerza en oposición desacelera el fluido y, como consecuencia, reduce el gasto del mismo. En condiciones estacionarias el gasto de aire impulsado por la flotabilidad se establece en el punto donde estos efectos se *equilibran* entre sí. La fuerza de fricción se incrementa conforme se introducen más y más superficies sólidas, perturbando gravemente el flujo del fluido y la transferencia de calor. Por esa razón, los sumideros de calor con aletas muy poco espaciadas entre sí no son apropiados para el enfriamiento por convección natural.

La mayor parte de las correlaciones en la convección natural se basan en mediciones experimentales. El instrumento que se usa con frecuencia en los

experimentos relativos a la convección natural es el *interferómetro de Mach-Zehnder*, el cual da una gráfica de las isotermas en el fluido, en la vecindad de una superficie. El principio de operación de los interferómetros se basa en el hecho de que a baja presión las líneas de temperatura constante para un gas coinciden con las líneas de densidad constante, y que el índice de refracción de un gas es función de su densidad. Por lo tanto, el grado de refracción de la luz en algún punto en un gas es una medida del gradiente de temperatura en ese punto. Un interferómetro produce un mapa de márgenes de interferencia, los cuales se pueden interpretar como líneas de *temperatura constante*, como se muestra en la figura 9-5. Las líneas suaves y paralelas que aparecen en la figura *a*) indican que el flujo es *laminar*, en tanto que los remolinos y las irregularidades que se encuentran en la *b*) indican que el flujo es *turbulento*. Note que las líneas están más próximas entre sí cerca de la superficie, lo que indica un *gradiente más alto de temperatura*.

a) Flujo laminar *b*) Flujo turbulento

FIGURA 9-5
Isotermas en la convección natural sobre una placa caliente en el aire.

9-2 ▪ ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO Y EL NÚMERO DE GRASHOF

En esta sección deducimos la ecuación del movimiento que rige el flujo por convección natural en la capa límite laminar. Las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía obtenidas en el capítulo 6 para la convección forzada también son aplicables para la convección natural, pero necesita modificarse la ecuación de la cantidad del movimiento para incorporar la flotabilidad.

Considere una placa plana caliente vertical sumergida en una masa inmóvil de fluido. Suponemos que el flujo por convección natural es estacionario, laminar y bidimensional, y que el fluido es newtoniano con propiedades constantes, incluyendo la densidad, con una excepción: debe considerarse la diferencia de densidad $\rho - \rho_\infty$, ya que es esta diferencia entre el interior y el exterior de la capa límite la que da lugar a la fuerza de flotabilidad y sostiene el flujo. (Esto se conoce como la *aproximación de Boussinesq*.) Tomemos la dirección hacia arriba a lo largo de la placa como la x y la normal a la superficie como la y, como se muestra en la figura 9-6. Por lo tanto, la gravedad actúa en la dirección $-x$. Dado que el flujo es estacionario y bidimensional, las componentes x y y de la velocidad dentro de la capa límite son $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$, respectivamente.

En la figura 9-6 también se muestran los perfiles de velocidades y de temperaturas para la convección natural sobre una placa caliente vertical. Note que, igual que en la convección forzada, el espesor de la capa límite aumenta en la dirección del flujo. Sin embargo, a diferencia de la convección forzada, la velocidad del fluido es *cero* en el borde exterior de la capa límite de velocidad, así como en la superficie de la placa. Esto es de esperarse, ya que el fluido que se encuentra más allá de la capa límite está inmóvil. Por lo tanto, la velocidad del fluido aumenta con la distancia a la superficie, alcanza un máximo y, en forma gradual, disminuye hasta cero a una distancia suficientemente lejos de esta última. En la superficie la temperatura del fluido es igual a la de la placa y, de manera gradual, decrece hasta la del fluido circundante a una distancia suficientemente lejos de esa superficie, como se muestra en la figura. En el caso de las *superficies frías* la forma de los perfiles de velocidades y temperaturas sigue siendo la misma, pero su dirección se invierte.

Considere un elemento diferencial de volumen de altura dx, longitud dy y profundidad unitaria en la dirección z (normal al papel) para el análisis. En la figura 9-7 se muestran las fuerzas que actúan sobre este elemento de volumen. Para este volumen de control la segunda ley de Newton del movimiento se puede expresar como

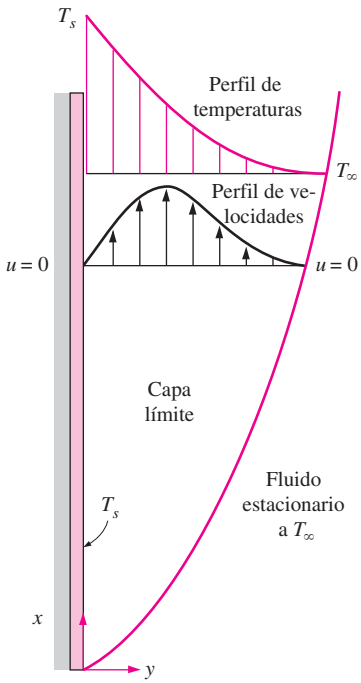


FIGURA 9-6
Perfiles típicos de velocidades y de temperaturas para el flujo de convección natural sobre una placa vertical caliente a la temperatura T_s introducida en un fluido a la temperatura T_∞.

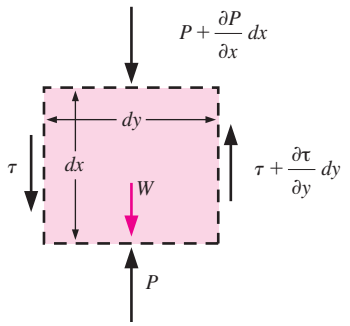


FIGURA 9-7
Fuerzas que actúan sobre un elemento diferencial de volumen en la capa límite de convección natural sobre una placa plana vertical.

$$\delta m \cdot a_x = F_x \tag{9-7}$$

donde $\delta m = \rho(dx \cdot dy \cdot 1)$ es la masa de fluido que se encuentra dentro del elemento diferencial de volumen. La aceleración en la dirección x se obtiene al tomar la diferencial total de $u(x, y)$, la cual es $du = (\partial u/\partial x)dx + (\partial u/\partial y)dy$, y al dividirla entre dt. Se obtiene

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \tag{9-8}$$

Las fuerzas que actúan sobre el elemento diferencial de volumen en la dirección vertical son las de presión sobre las superficies superior e inferior, los esfuerzos cortantes sobre las superficies laterales (los esfuerzos normales sobre las superficies superior e inferior son pequeños y se descartan) y la fuerza de gravedad sobre todo el elemento de volumen. Entonces la fuerza superficial neta que actúa en la dirección x queda

$$\begin{aligned} F_x &= \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right)(dx \cdot 1) - \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx\right)(dy \cdot 1) - \rho g(dx \cdot dy \cdot 1) \\ &= \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g\right)(dx \cdot dy \cdot 1) \end{aligned} \tag{9-9}$$

ya que $\tau = \mu(\partial u/\partial y)$. Sustituyendo las ecuaciones 9-8 y 9-9 en la 9-7 y dividiendo entre $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot 1$ da la *conservación de la cantidad de movimiento* en la dirección x como

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \tag{9-10}$$

Se puede obtener la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x en el fluido inmóvil que se encuentra fuera de la capa límite basándose en la ecuación que acaba de deducirse, como un caso especial, haciendo $u = 0$; esto da

$$\frac{\partial P_\infty}{\partial x} = -\rho_\infty g \tag{9-11}$$

la cual es sencillamente la relación para la variación de la presión hidrostática en un fluido inmóvil con la altura, como era de esperarse. Asimismo, dado que $v \ll u$ en la capa límite y, por lo tanto, $\partial v/\partial x \approx \partial v/\partial y \approx 0$ y puesto que no se tienen fuerzas sobre la totalidad del cuerpo (incluyendo la gravedad) en la dirección y, el balance de fuerzas en esa dirección da $\partial P/\partial y = 0$. Es decir, la variación de la presión en la dirección normal a la superficie es despreciable y, para una x dada, la presión en la capa límite es igual a la presión en el líquido inmóvil. Por lo tanto, $P = P(x) = P_\infty(x)$ y $\partial P/\partial x = \partial P_\infty/\partial x = -\rho_\infty g$. Sustituyendo en la ecuación (9-10),

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho)g \tag{9-12}$$

El último término representa la fuerza neta hacia arriba por unidad de volumen del fluido (la diferencia entre la fuerza de flotabilidad y el peso del fluido). Ésta es la fuerza que inicia y sostiene las corrientes de convección.

De la ecuación 9-5 tenemos $\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty)$. Sustituyéndolo en la última ecuación y dividiendo ambos miembros entre ρ da la forma deseada de la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x,

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \tag{9-13}$$

La ecuación anterior rige el movimiento del fluido en la capa límite debido al efecto de flotabilidad. Note que la ecuación de la cantidad de movimiento involucra la temperatura y, por lo tanto, las ecuaciones de la cantidad de movimiento y de la energía deben resolverse simultáneamente.

El conjunto completo de ecuaciones de conservación, continuidad (ecuación 6-39), de la cantidad de movimiento (ecuación 9-13) y energía (ecuación 6-41), que rigen el flujo de convección natural sobre placas isotérmicas verticales son:

Continuidad
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{6-39}$$

Cantidad de movimiento
$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \tag{9-13}$$

Energía
$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{6-41}$$

con las siguientes condiciones de frontera (véase figura 9-6):

A $y = 0$: $\quad u(x, 0) = 0,\ v(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = T_s$

A $y \to \infty$: $\quad u(x, \infty) \to 0,\ v(x, \infty) \to 0, \quad T(x, \infty) \to T_\infty$

El conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales (las ecuaciones de la continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía) que rigen el flujo por convección natural sobre placas isotérmicas verticales se puede reducir a un conjunto de dos ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales mediante la introducción de una variable de semejanza. Pero las ecuaciones resultantes todavía tienen que resolverse en forma numérica [Ostrach (1953)]. Se recomienda al lector interesado que consulte libros avanzados sobre el tema para obtener discusiones detalladas [por ejemplo, Kays, Crawford y Weigand (2005)].

FIGURA 9-8
Franz Grashof (1826-1893), ingeniero alemán, nacido en Düsseldorf, Alemania. Fue uno de los líderes fundadores de la Sociedad de Ingenieros Alemanes VDI (Verein Deutscher Ingenieure) y asumió importantes cargos como autor, editor, corrector y controlador de publicaciones. Para 1863, el nombre de Grashof era tan estimado que la autoridad técnica más alta de la ciudad alemana de Karlsruhe lo designó como sucesor del Superintendente en la Escuela de Ingeniería. También fungió como profesor de mecánica aplicada e ingeniería mecánica, áreas en las cuales impartió las renombradas cátedras de "Resistencia de materiales", "Hidráulica", "Teoría de calor" e "Ingeniería general". Tras la muerte de Grashof, la Sociedad de Ingenieros Alemanes honró su memoria instituyendo la medalla conmemorativa Grashof como la más alta distinción que la sociedad puede otorgar por méritos en el campo de la ingeniería. El número adimensional, **número de Grashof**, que representa la razón de las fuerzas de flotabilidad con respecto a las fuerzas viscosas, lleva su nombre en su honor.
© Stadtarchive Historische Mussen.

El número de Grashof

Es posible hacer adimensionales las ecuaciones que rigen la convección natural y las condiciones de frontera dividiendo todas las variables dependientes e independientes entre cantidades constantes apropiadas: todas las longitudes entre una longitud característica L_c, todas las velocidades entre una velocidad arbitraria de referencia, V (la cual, basándose en la definición del número de Reynolds, se toma como $V = \mathrm{Re}_L\, \nu/L_c$), y la temperatura entre una diferencia de temperatura apropiada (la cual se toma como $T_s - T_\infty$).

$$x^* = \frac{x}{L_c} \qquad y^* = \frac{y}{L_c} \qquad u^* = \frac{u}{V} \qquad v^* = \frac{v}{V} \qquad \text{y} \qquad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

donde los asteriscos se utilizan para denotar variables adimensionales. Las formas adimensionales de las ecuaciones de continuidad (ecuación 6-64) y energía (ecuación 6-66) deducidas en el capítulo 6 también son aplicables aquí. No obstante, la ecuación adimensional de la cantidad de movimiento debida a los efectos de la flotabilidad será diferente. Al eliminar las dimensiones de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación 9-13) con los parámetros anteriores y simplificarla se obtiene

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\right]\frac{T^*}{\mathrm{Re}_L^2} + \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{9-14}$$

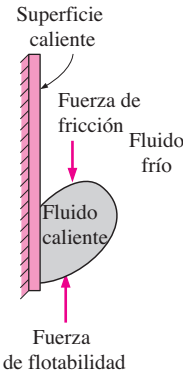


FIGURA 9-9
El número de Grashof es una medida de las magnitudes relativas de la *fuerza de flotabilidad* y la *fuerza viscosa* en oposición que actúan sobre el fluido.

El parámetro adimensional que se encuentra entre corchetes representa los efectos de la convección natural y se llama **número de Grashof**, Gr_L (figura 9-8),

$$\mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \tag{9-15}$$

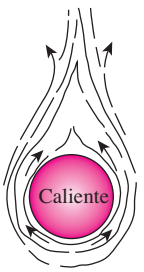
en donde

g = aceleración gravitacional, m/s^2
β = coeficiente de expansión volumétrica, 1/K ($\beta = 1/T$ para los gases ideales)
T_s = temperatura de la superficie, °C
T_∞ = temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie, °C
L_c = longitud característica de la configuración geométrica, m
ν = viscosidad cinemática del fluido, m^2/s

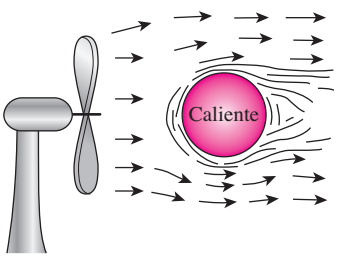
En los capítulos precedentes mencionamos que el *número de Reynolds*, el cual es adimensional y representa la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido, rige el régimen de flujo en la convección forzada. El *número de Grashof*, el cual también es adimensional y representa la razón entre la *fuerza de flotabilidad* y la *fuerza viscosa* que actúan sobre el fluido, rige el régimen de flujo en la convección natural (figura 9-9).

El papel que desempeña el número de Reynolds en la convección forzada es realizado por el número de Grashof en la convección natural. Como tal, este último número proporciona el criterio principal en la determinación de si el flujo del fluido es laminar o turbulento en la convección natural. Por ejemplo, para las placas verticales se observa que el número crítico de Grashof es alrededor de 10^9. Por lo tanto, el régimen del flujo sobre una placa vertical se vuelve *turbulento* a números de Grashof mayores que 10^9.

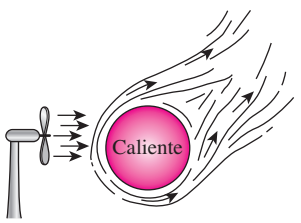
Cuando una superficie se sujeta a flujo externo, el problema involucra tanto convección natural como forzada. La importancia relativa de cada modo de transferencia de calor se determina por el valor del coeficiente $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2$, que aparece en la ecuación 9-14 (figura 9-10). Si $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \gg 1$, las fuerzas de la inercia son despreciables y los efectos de la convección natural, dominantes. En cambio, si $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \ll 1$, las fuerzas de flotabilidad son despreciables y se debe considerar la convección forzada. Para el caso en que $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \approx 1$, tanto las fuerzas de la inercia como las de flotabilidad se presentan por igual y se deben considerar los efectos de ambas, la convección natural y la forzada. En este caso, el flujo recibe el nombre de **convección mixta** o **combinada**.



a) Convección natural ($Gr_L / Re_L^2 >> 1$)



b) Convección forzada ($Gr_L / Re_L^2 << 1$)



c) Convección mixta ($Gr_L / Re_L^2 \approx 1$)

FIGURA 9-10
La importancia relativa de los regímenes de transferencia de calor por convección para el flujo cercano a una esfera caliente.

9-3 ▪ CONVECCIÓN NATURAL SOBRE SUPERFICIES

La transferencia de calor por convección natural sobre una superficie depende de la configuración geométrica de ésta así como de su orientación. También depende de la variación de la temperatura sobre la superficie y de las propiedades termofísicas del fluido que interviene.

Aun cuando comprendemos bien el mecanismo de la convección natural, las complejidades del movimiento del fluido hacen que sea muy difícil obtener relaciones analíticas sencillas para la transferencia de calor mediante la resolución de las ecuaciones que rigen el movimiento y la energía. Existen algunas soluciones analíticas para la convección natural, pero carecen de generalidad, ya que se obtienen para configuraciones geométricas simples con algunas hipótesis simplificadoras. Por lo tanto, con la excepción de algunos casos simples, las relaciones de transferencia de calor en la convección natural se basan en estudios experimentales. Del numeroso grupo de esas corre-

laciones, de complejidad variable y de proclamada exactitud de las que se dispone en la literatura para cualquier configuración geométrica dada, aquí presentamos las que se conocen mejor y que se usan con más amplitud.

Las correlaciones empíricas sencillas para el *número* promedio *de Nusselt* Nu en la convección natural son de la forma (figura 9-11)

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL_c}{k} = C(\mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr})^n = C\,\mathrm{Ra}_L^n \tag{9-16}$$

en donde Ra_L es el **número de Rayleigh** (figura 9-12), el cual es el producto de los números de Grashof y de Prandtl; que es el producto del número de Grashof, que describe la relación entre flotabilidad y viscosidad dentro del fluido, y el número de Prandtl, que describe la relación entre la difusividad de la cantidad de movimiento y la difusividad térmica. Por lo tanto, el número de Rayleigh por sí mismo puede considerarse como la razón de las fuerzas de flotabilidad y (los productos de) las difusividades térmica y de cantidad de movimiento.

$$\mathrm{Ra}_L = \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu\alpha} \tag{9-17}$$

Los valores de las constantes C y n dependen de la *configuración geométrica* de la superficie y del *régimen de flujo*, el cual se caracteriza por el rango del número de Rayleigh. El valor de n suele ser $\frac{1}{4}$ para el flujo laminar y $\frac{1}{3}$ para el turbulento. El valor de la constante C normalmente es menor que 1.

En la tabla 9-1 se dan relaciones simples para el número promedio de Nusselt para varias configuraciones geométricas, junto con esquemas de estas últimas. En esta tabla también se dan las longitudes características de las configuraciones y los intervalos del número de Rayleigh en los cuales la relación es aplicable. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura de película $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$.

Cuando se conoce el número promedio de Nusselt y, por consiguiente, el coeficiente promedio de convección, la razón de la transferencia de calor por convección natural de una superficie sólida que está a una temperatura uniforme T_s hacia el fluido circundante se expresa por la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q}_{\mathrm{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \qquad (\mathrm{W}) \tag{9-18}$$

en donde A_s es el área de la superficie de transferencia de calor y h es el coeficiente promedio de transferencia de calor sobre la superficie.

Placas verticales (T_s = constante)

Para una placa plana vertical, la longitud característica es la altura L de ella. En la tabla 9-1 se dan tres relaciones para el número promedio de Nusselt en una placa vertical isotérmica. Las dos primeras relaciones son muy sencillas. A pesar de su complejidad, sugerimos el uso de la tercera (ecuación 9-21), recomendada por Churchill y Chu (1975), dado que es aplicable sobre todo el rango del número de Rayleigh. La mayor exactitud de esta relación se tiene en el rango $10^{-1} < \mathrm{Ra}_L < 10^9$.

Placas verticales ($\dot{q}_s$ = constante)

En el caso de flujo constante de calor en la superficie, se sabe que la razón de la transferencia de calor es sencillamente $\dot{Q} = \dot{q}_s A_s$, pero no se conoce la tem-

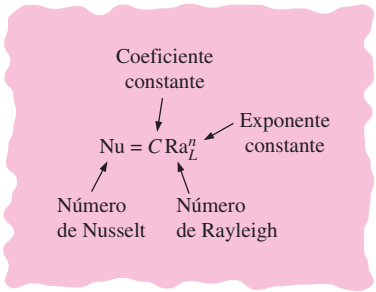
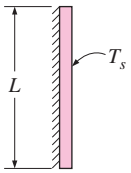
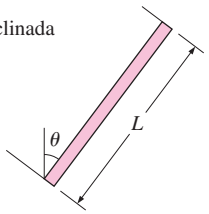
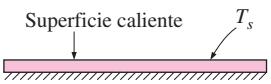
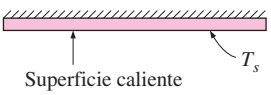
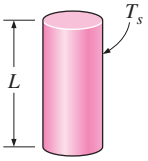
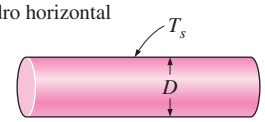
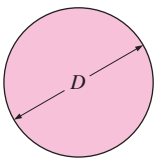


FIGURA 9-11
Las correlaciones de la transferencia de calor por convección natural suelen expresarse en términos del número de Rayleigh elevado a una constante n y multiplicado por otra constante C, las cuales se determinan en forma experimental.

FIGURA 9-12
Lord Rayleigh (1842-1919), John William Strutt, físico inglés, nacido en Langford, Grove, Maldon, Essex. Junto con William Ramsay, descubrieron el elemento argón, un logro por el que recibió el premio Nobel de Física en 1904. Rayleigh también descubrió el fenómeno ahora conocido como dispersión de Rayleigh, el cual explica por qué el cielo es azul, y predijo la existencia de las ondas superficiales conocidas como ondas Rayleigh. El **número de Rayleigh** lleva este nombre en su honor.
http://commons.wikimedia.org/wiki/File: John_William_Strutt.jpg; from "Obituary Notices of Fellows Deceased," Proceeding of the Royal Socitery of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character vol. 98, núm. 695 (Mar. 24, 1921).

TABLA 9-1

Correlaciones empíricas del número promedio de Nusselt para la convección natural sobre superficies

Configuración geométrica	Longitud característica L_c	Intervalo de Ra	Nu
Placa vertical 	L	10^4-10^9 $10^{10}-10^{13}$ Todo el intervalo	$\mathrm{Nu} = 0.59\mathrm{Ra}_L^{1/4}$ **(9-19)** $\mathrm{Nu} = 0.1\mathrm{Ra}_L^{1/3}$ **(9-20)** $\mathrm{Nu} = \left\{0.825 + \dfrac{0.387\mathrm{Ra}_L^{1/6}}{[1+(0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$ **(9-21)** (compleja pero más exacta)
Placa inclinada 	L		Utilícense las ecuaciones de la placa vertical para la superficie superior de una placa fría y la superficie inferior de una placa caliente Reemplácese g por $g\cos\theta$ para $0 < \theta < 60°$
Placa horizontal (Área superficial A y perímetro p) *a*) Superficie superior de una placa caliente (o superficie inferior de una placa fría)  *b*) Superficie inferior de una placa caliente (o superficie superior de una placa fría) 	A_s/p	10^4-10^7 10^7-10^{11} 10^5-10^{11}	$\mathrm{Nu} = 0.54\mathrm{Ra}_L^{1/4}$ **(9-22)** $\mathrm{Nu} = 0.15\mathrm{Ra}_L^{1/3}$ **(9-23)** $\mathrm{Nu} = 0.27\mathrm{Ra}_L^{1/4}$ **(9-24)**
Cilindro vertical 	L		Un cilindro vertical puede tratarse como una placa vertical cuando $D \geq \dfrac{35L}{\mathrm{Gr}_L^{1/4}}$
Cilindro horizontal 	D	$\mathrm{Ra}_D \leq 10^{12}$	$\mathrm{Nu} = \left\{0.6 + \dfrac{0.387\mathrm{Ra}_D^{1/6}}{[1+(0.559/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$ **(9-25)**
Esfera 	D	$\mathrm{Ra}_D \leq 10^{11}$ $(\mathrm{Pr} \geq 0.7)$	$\mathrm{Nu} = 2 + \dfrac{0.589\mathrm{Ra}_D^{1/4}}{[1+(0.469/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{4/9}}$ **(9-26)**

peratura superficial T_s. De hecho, T_s aumenta con la altura a lo largo de la placa. Resulta que las relaciones del número de Nusselt para los casos de temperatura superficial constante y flujo constante de calor en la superficie son semejantes [Churchill y Chu (1975)]. Por lo tanto, las relaciones para las placas isotérmicas también se pueden usar para las placas sujetas a flujo uniforme de calor siempre que se use la temperatura $T_{L/2}$ en el punto medio de la placa, en lugar de T_s, en la evaluación de la temperatura de película, del número de Rayleigh y del número de Nusselt. Dado que $h = \dot{q}_s/(T_{L/2} - T_\infty)$, el número promedio de Nusselt en este caso se puede expresar como

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = \frac{\dot{q}_s L}{k(T_{L/2} - T_\infty)} \tag{9-27}$$

La temperatura $T_{L/2}$ en el punto medio se determina por iteración, de modo que concuerden los números de Nusselt determinados a partir de las ecuaciones 9-21 y 9-27.

Cilindros verticales

La superficie exterior de un cilindro vertical se puede tratar como una placa vertical cuando el diámetro del cilindro es suficientemente grande, de modo que los efectos de la curvatura sean despreciables. Esta condición se satisface si

$$D \geq \frac{35L}{\mathrm{Gr}_L^{1/4}} \tag{9-28}$$

Cuando se satisfacen estos criterios, también se pueden usar las relaciones de las placas verticales para los cilindros verticales. En la literatura [por ejemplo, Cebeci (1974)] se encuentran relaciones del número de Nusselt para cilindros esbeltos que no cumplen con estos criterios.

Placas inclinadas

Considere una placa inclinada caliente que forma un ángulo θ con respecto a la vertical, como se muestra en la figura 9-13, en un medio ambiente más frío. La fuerza neta $F = g(\rho_\infty - \rho)$ (la diferencia entre la de flotabilidad y la de la gravedad) que actúa sobre un volumen unitario del fluido en la capa límite siempre lo hace en la dirección vertical. En el caso de la placa inclinada, esta fuerza se puede resolver en dos componentes: $F_x = F \cos\theta$, paralela a la placa y que impulsa el flujo a lo largo de ésta, y $F_y = F \operatorname{sen}\theta$, perpendicular a la placa. Dado que la fuerza que impulsa el movimiento se reduce, esperamos que las fuerzas de convección sean más débiles y que la razón de la transferencia de calor sea más baja en relación con el caso de la placa vertical.

Los experimentos confirman lo que sospechamos para la superficie inferior de una placa caliente, pero se observa lo opuesto sobre la superficie superior. La razón para este curioso comportamiento en la superficie superior es que la componente F_y de la fuerza inicia el movimiento hacia arriba en adición al movimiento paralelo a lo largo de la placa y, como consecuencia, la capa límite se rompe y forma columnas, como se muestra en la figura. Como resultado, el espesor de la capa límite y, por ende, la resistencia a la transferencia de calor decrecen y aumenta la razón de la transferencia de calor en relación con la orientación vertical.

En el caso de una placa fría en un medio ambiente más caliente, ocurre lo opuesto, como era de esperarse. La capa límite sobre la superficie superior permanece intacta con un flujo más débil en ella y, por consiguiente, una

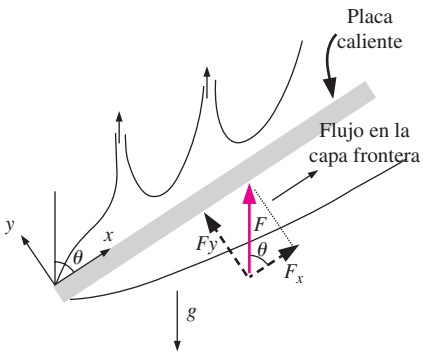


FIGURA 9-13
Flujos por convección natural sobre las superficies superior e inferior de una placa inclinada caliente.

razón menor de transferencia de calor, y la capa límite sobre la superficie inferior se divide (el fluido más frío cae) y, de este modo, se mejora la transferencia de calor.

Cuando la capa límite permanece intacta (la superficie inferior de una placa caliente o la superior de una fría), el número de Nusselt se puede determinar basándose en las relaciones de la placa vertical siempre que se reemplace g en la relación del número de Rayleigh por $g \cos \theta$, para $\theta < 60°$. En la literatura [por ejemplo, Fujii e Imura (1972)] se encuentran las relaciones del número de Nusselt para las otras dos superficies (la superior de una placa caliente o la inferior de una fría).

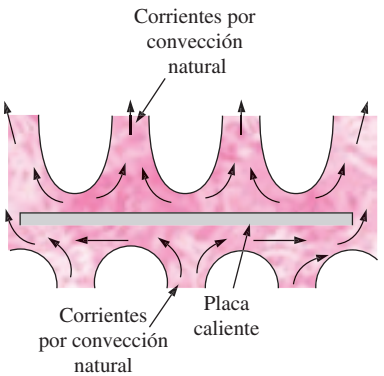


FIGURA 9-14
Flujos por convección natural sobre las superficies superior e inferior de una placa horizontal caliente.

Placas horizontales

La razón de la transferencia de calor hacia una superficie horizontal o desde ésta depende de si la superficie está hacia arriba o hacia abajo. Para una superficie caliente en un medio ambiente más frío, la fuerza neta actúa hacia arriba, forzando al fluido calentado a subir. Si la superficie caliente está hacia arriba, el fluido calentado sube con libertad, induciendo fuertes corrientes de convección natural y, como consecuencia, una transferencia de calor eficaz, como se muestra en la figura 9-14. Pero si la superficie caliente está hacia abajo, la placa bloquea al fluido calentado que tiende a subir (excepto el cercano a los bordes), impidiendo la transferencia de calor. Se cumple lo opuesto para una placa fría en un medio ambiente más caliente, ya que, en este caso, la fuerza neta (peso menos fuerza de flotabilidad) actúa hacia abajo y el fluido enfriado cercano a la placa tiende a descender.

Se puede determinar el número promedio de Nusselt para las superficies horizontales a partir de las sencillas relaciones de la ley de la potencia dadas en la tabla 9-1. La longitud característica de las superficies horizontales se calcula a partir de

$$L_c = \frac{A_s}{p} \tag{9-29}$$

en donde A_s es el área superficial y p es el perímetro. Note que $L_c = a/4$ para una superficie horizontal cuadrada de longitud a, y $D/4$ para una superficie circular horizontal de diámetro D.

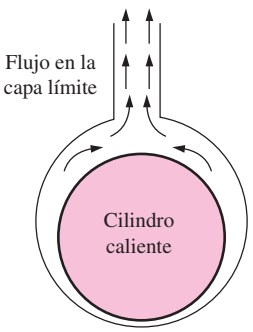


FIGURA 9-15
Flujo por convección natural sobre un cilindro horizontal caliente.

Cilindros horizontales y esferas

La capa límite sobre un cilindro horizontal caliente se empieza a desarrollar en la parte de abajo, aumentando su espesor a lo largo de la circunferencia y formando una columna ascendente en la parte superior, como se muestra en la figura 9-15. Por lo tanto, el número local de Nusselt es más alto en la parte de abajo y más bajo en la de arriba del cilindro, cuando el flujo en la capa límite permanece laminar. Se cumple lo opuesto en el caso de un cilindro horizontal frío en un medio más caliente y la capa límite en este caso se empieza a desarrollar arriba del cilindro y termina con una columna descendente en la parte de abajo.

Se puede determinar el número promedio de Nusselt sobre la superficie completa con base en la ecuación 9-25 [Churchill y Chu (1975)] para un cilindro horizontal isotérmico, y a partir de la 9-26, para una esfera isotérmica [Churchill (1983)], dadas ambas en la tabla 9-1.

EJEMPLO 9-1 **Pérdida de calor en tubos de agua caliente**

Una sección de 6 m de largo de un tubo horizontal de agua caliente de 8 cm de diámetro, mostrado en la figura 9-16, pasa a través de un cuarto grande cuya temperatura es de 20°C. Si la temperatura de la superficie exterior del tubo es de 70°C, determine la razón de la pérdida de calor del tubo por convección natural.

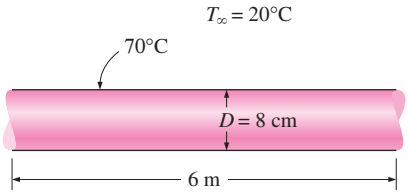


FIGURA 9-16
Esquema para el ejemplo 9-1.

SOLUCIÓN Un tubo horizontal de agua caliente pasa a través de un cuarto grande. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor del tubo por convección natural.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire es un gas ideal. **3** La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (70 + 20)/2 = 45°C$ y 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02699 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \text{Pr} = 0.7241$$

$$\nu = 1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{318 \text{ °C}}$$

Análisis En este caso la longitud característica es el diámetro exterior del tubo, $L_c = D = 0.08$ m. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\text{Ra}_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(318 \text{ K})](70 - 20 \text{ K})(0.08 \text{ m})^3}{(1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7241) = 1.867 \times 10^6$$

En este caso se puede determinar el número de Nusselt en la convección natural a partir de la ecuación 9-25 como

$$\text{Nu} = \left\{0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = \left\{0.6 + \frac{0.387(1.867 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7241)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$
$$= 17.39$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.02699 \text{ W/m} \cdot °\text{C}}{0.08 \text{ m}}(17.39) = 5.867 \text{ W/m} \cdot °\text{C}$$
$$A_s = \pi DL = \pi(0.08 \text{ m})(6 \text{ m}) = 1.508 \text{ m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.867 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C})(1.508 \text{ m}^2)(70 - 20)°\text{C} = \mathbf{442 \text{ W}}$$

Por lo tanto, el tubo perderá calor hacia el aire en el cuarto a razón de 442 W, por convección natural.

Discusión El tubo perderá calor hacia los alrededores por radiación así como por convección natural. Suponiendo que la superficie exterior del tubo sea negra (emisividad $\varepsilon = 1$) y las superficies interiores de las paredes del cuarto estén a la temperatura ambiente, se determina que la transferencia de calor por radiación es (figura 9-17)

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon A_s \sigma(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)$$
$$= (1)(1.508 \text{ m}^2)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(70 + 273 \text{ K})^4 - (20 + 273 \text{ K})^4]$$
$$= 553 \text{ W}$$

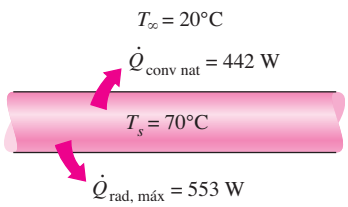


FIGURA 9-17
La transferencia de calor por radiación suele ser comparable en magnitud a la convección natural y debe considerarse en el análisis de la transferencia de calor.

la cual es mayor que la convección natural. La emisividad de una superficie real es menor que 1 y, como consecuencia, la transferencia de calor por radiación en tales superficies será menor. Pero la radiación todavía será significativa para la mayor parte de los sistemas enfriados por convección natural. Por lo tanto, un análisis de convección natural normalmente debe de venir acompañado por análisis de la radiación, a menos que la emisividad de la superficie sea baja.

EJEMPLO 9-2 Enfriamiento de una placa en orientaciones diferentes

Considere una placa cuadrada delgada de 0.6 m × 0.6 m en un cuarto a 30°C. Uno de sus lados se mantiene a una temperatura de 90°C, en tanto que el otro lado está aislado, como se muestra en la figura 9-18. Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa por convección natural si se encuentra *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba, y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo.

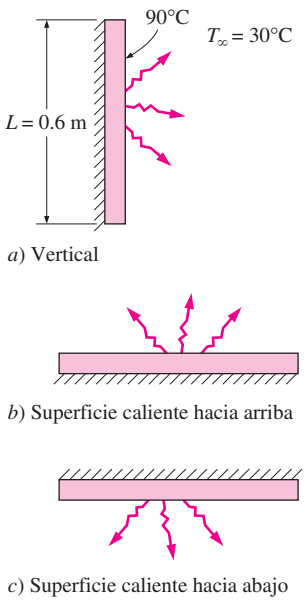


FIGURA 9-18
Esquema para el ejemplo 9-2.

SOLUCIÓN Se considera una placa caliente con su cara posterior aislada. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor por convección natural para diferentes orientaciones.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire es un gas ideal. **3** La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (90 + 30)/2 = 60°C$ y 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02808 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \text{Pr} = 0.7202$$

$$\nu = 1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{333 \text{ K}}$$

Análisis *a*) *Vertical*. En este caso, la longitud característica es la altura de la placa, la cual es $L = 0.6$ m. El número de Rayleigh es

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(333 \text{ K})](90 - 30 \text{ K})(0.6 \text{ m})^3}{(1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7202) = 7.649 \times 10^8$$

Entonces se puede determinar el número de Nusselt de la convección natural a partir de la ecuación 9-21 como

$$\text{Nu} = \left\{0.825 + \frac{0.387 \text{ Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$
$$= \left\{0.825 + \frac{0.387(7.649 \times 10^8)^{1/6}}{1 + (0.492/0.7202)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 113.3$$

Note que la relación más sencilla de la ecuación 9-19 daría $\text{Nu} = 0.59 \text{ Ra}_L^{1/4} = 98.12$, el cual es 13% más bajo. Entonces,

$$h = \frac{k}{L}\text{Nu} = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot °\text{C}}{0.6 \text{ m}}(113.3) = 5.302 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}$$

$$A_s = L^2 = (0.6 \text{ m})^2 = 0.36 \text{ m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.302 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C})(0.36 \text{ m}^2)(90 - 30)°\text{C} = \mathbf{115 \text{ W}}$$

b) Horizontal con la superficie caliente hacia arriba. En este caso la longitud característica y el número de Rayleigh son

$$L_c = \frac{A_s}{p} = \frac{L^2}{4L} = \frac{L}{4} = \frac{0.6\text{ m}}{4} = 0.15\text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}\\ &= \frac{(9.81\text{ m/s}^2)[1/(333\text{ K})](90 - 30\text{ K})(0.15\text{ m})^3}{(1.896 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7202) = 1.195 \times 10^7\end{aligned}$$

Se puede determinar el número de Nusselt de la convección natural a partir de la ecuación 9-22 como

$$\text{Nu} = 0.54\,\text{Ra}_L^{1/4} = 0.54(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 31.75$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c}\text{Nu} = \frac{0.02808\text{ W/m}\cdot{}^\circ\text{C}}{0.15\text{ m}}(31.75) = 5.944\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.944\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(0.36\text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{128\text{ W}}$$

c) Horizontal con la superficie caliente hacia abajo. En este caso la longitud característica, el área superficial de transferencia de calor y el número de Rayleigh son los mismos que los determinados en *b*). Pero el número de Nusselt en la convección natural se debe determinar basándose en la ecuación 9-24,

$$\text{Nu} = 0.27\,\text{Ra}_L^{1/4} = 0.27(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 15.87$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c}\text{Nu} = \frac{0.02808\text{ W/m}\cdot{}^\circ\text{C}}{0.15\text{ m}}(15.87) = 2.971\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (2.971\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(0.36\text{ m}^2)(90 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{64.2\text{ W}}$$

Note que la transferencia de calor por convección natural es la más baja en el caso de la superficie caliente hacia abajo. Esto no es sorprendente, dado que, en este caso, el aire caliente queda "atrapado" debajo de la placa y no puede alejarse de ella con facilidad. Como resultado, el aire más frío que está en la vecindad de la placa tendrá dificultad para llegar a ésta, lo cual da por resultado una razón reducida de la transferencia de calor.

Discusión La placa perderá calor hacia los alrededores por radiación así como por convección natural. Suponiendo que la superficie de la placa sea negra (emisividad $\varepsilon = 1$) y las superficies interiores de las paredes del cuarto estén a la temperatura ambiente, en este caso se determina que la transferencia de calor por radiación es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon A_s\sigma(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)\\ &= (1)(0.36\text{ m}^2)(5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(90 + 273\text{ K})^4 - (30 + 273\text{ K})^4]\\ &= 182\text{ W}\end{aligned}$$

la cual es mayor que la transferencia de calor por convección natural para cada caso. Por lo tanto, la radiación puede ser significativa y necesita ser considerada en las superficies enfriadas por convección natural.

9-4 ▪ CONVECCIÓN NATURAL DESDE SUPERFICIES CON ALETAS Y PCB

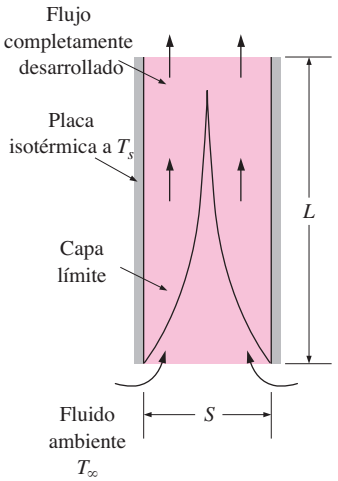


FIGURA 9-19
Flujo por convección natural por un canal entre dos placas verticales isotérmicas.

En la práctica es común encontrar flujo por convección natural por un canal formado por dos placas paralelas, como se muestra en la figura 9-19. Cuando las placas están calientes ($T_s < T_\infty$), el fluido ambiente a T_∞ entra en el canal desde el extremo inferior, se eleva a medida que se calienta por el efecto de flotabilidad y el fluido calentado sale del canal por el extremo superior. Las placas podrían ser las aletas de un sumidero de calor que cuente con ellas o los tableros de circuitos impresos (*printed circuit board*, PCB, por sus siglas en inglés) de un aparato electrónico. En el primer caso las placas se podrían aproximar como si fueran isotérmicas (T_s = constante) y en el segundo de isoflujo ($\dot{q}_s$ = constante).

Las capas límite se empiezan a desarrollar en los extremos inferiores de las superficies opuestas y llega el momento en que se unen en el plano de en medio si las placas están verticales y son suficientemente largas. En este caso tendremos flujo en canal completamente desarrollado después de la unión de las capas límite y se analiza el flujo por convección natural como flujo en canal. Pero cuando las placas son cortas o el espaciamiento es grande, las capas límite de las superficies opuestas nunca se alcanzan entre sí y la convección natural sobre una de las superficies no resulta afectada por la presencia de la superficie opuesta. En ese caso, el problema debe analizarse como convección natural desde dos placas independientes en un medio en calma, usando las relaciones dadas para las superficies, y no como flujo por convección natural a través de un canal.

Enfriamiento por convección natural de superficies con aletas (T_s = constante)

Las superficies con aletas de diversas formas, llamadas *sumideros de calor*, se usan con frecuencia en el enfriamiento de aparatos electrónicos. La energía disipada por estos aparatos se transfiere a los sumideros de calor por conducción y desde estos últimos hacia el aire ambiente por convección natural o forzada, dependiendo de las necesidades de disipación de potencia. La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, dado que en ella no intervienen partes móviles, como los propios componentes electrónicos. Sin embargo, en el modo de convección natural es más probable que los componentes funcionen a una temperatura más elevada y, como consecuencia, se socava su confiabilidad. Un sumidero de calor seleccionado en forma apropiada puede disminuir de manera considerable la temperatura de operación de los componentes y, de este modo, reducir el riesgo de falla.

La convección natural desde superficies verticales de forma rectangular con aletas ha sido el tema de numerosos estudios, principalmente experimentales. Bar-Cohen y Rohsenow (1984) han recopilado los datos de los que se dispone con diversas condiciones de frontera y desarrollado correlaciones para el número de Nusselt y el espaciamiento óptimo. El espaciamiento S entre aletas adyacentes suele tomarse como la longitud característica para placas paralelas verticales usadas como aletas, aun cuando también se podría usar la altura L de la aleta. El número de Rayleigh se expresa como

$$\mathrm{Ra}_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} = \mathrm{Ra}_S\frac{L^3}{S^3} \tag{9-30}$$

La relación recomendada para el número promedio de Nusselt para las placas paralelas verticales isotérmicas es

$$T_s = \text{constante:} \qquad \mathrm{Nu} = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(\mathrm{Ra}_S S/L)^2} + \frac{2.873}{(\mathrm{Ra}_S S/L)^{0.5}}\right]^{-0.5} \tag{9-31}$$

Una pregunta que surge a menudo en la selección de un sumidero de calor es si se selecciona uno con aletas *con poco espacio entre ellas* o *ampliamente espaciadas*, para un área dada de la base (figura 9-20). Un sumidero de calor con aletas con poco espacio entre ellas tendrá una mayor área superficial para la transferencia de calor pero un coeficiente más pequeño de transferencia de calor debido a la resistencia agregada que introducen las aletas adicionales al flujo del fluido por el paso entre ellas. Por otra parte, un sumidero de calor con aletas ampliamente espaciadas tendrá un coeficiente más alto de transferencia de calor pero un área superficial más pequeña. Por lo tanto, debe haber un *espaciamiento óptimo* que maximice el coeficiente de transferencia de calor por convección natural desde el sumidero para un área dada WL de la base, en donde W y L son al ancho y la altura de la base del mismo, respectivamente, como se muestra en la figura 9-21. Cuando las aletas son isotérmicas y el espesor t de la aleta es pequeño en relación con el espaciamiento S entre ellas, según Bar-Cohen y Rohsenow se determina que el espaciamiento óptimo para un sumidero vertical de calor es

$$T_s = \text{constante:} \qquad S_{\text{ópt}} = 2.714\left(\frac{S^3L}{\text{Ra}_S}\right)^{0.25} = 2.714\,\frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} \tag{9-32}$$

Se puede demostrar mediante la combinación de las tres ecuaciones antes dadas que cuando $S = S_{\text{ópt}}$ el número de Nusselt es constante y su valor es 1.307,

$$S = S_{\text{ópt}}: \qquad \text{Nu} = \frac{hS_{\text{ópt}}}{k} = 1.307 \tag{9-33}$$

La razón de la transferencia de calor por convección natural desde las aletas se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty) \tag{9-34}$$

en donde $n = W/(S + t) \approx W/S$ es el número de aletas en el sumidero de calor y T_s es la temperatura superficial de ellas. Todas las propiedades del fluido se deben evaluar a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_s + T_\infty)/2$.

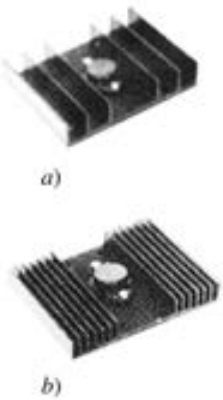


FIGURA 9-20
Sumideros de calor con aletas *a*) ampliamente espaciadas y *b*) con poco espacio entre ellas.

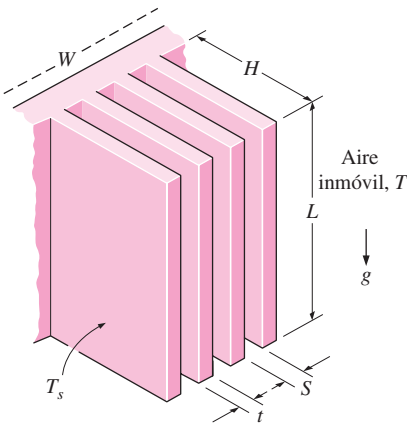


FIGURA 9-21
Diversas dimensiones de una superficie con aletas, orientada verticalmente.

Enfriamiento por convección natural de PCB verticales ($\dot{q}_s$ = constante)

A menudo los arreglos de tableros de circuitos impresos que se usan en los sistemas electrónicos se pueden considerar como placas paralelas sujetas a flujo uniforme de calor $\dot{q}_s$ (figura 9-22). En este caso la temperatura de la placa se incrementa con la altura, alcanzando un máximo en el borde superior del tablero. El número modificado de Rayleigh para flujo uniforme de calor sobre las dos placas se expresa como

$$\text{Ra}_S^* = \frac{g\beta\dot{q}_s S^4}{k\nu^2}\,\text{Pr} \tag{9-35}$$

El número de Nusselt en el borde superior de la placa, en donde se tiene la temperatura máxima, se determina a partir de [Bar-Cohen y Rohsenow (1984)]

$$\text{Nu}_L = \frac{h_L S}{k} = \left[\frac{48}{\text{Ra}_S^* S/L} + \frac{2.51}{(\text{Ra}_L^* S/L)^{0.4}}\right]^{-0.5} \tag{9-36}$$

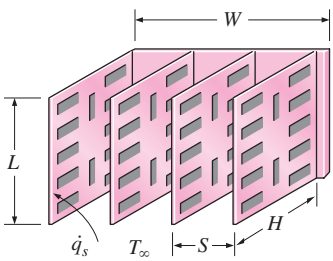


FIGURA 9-22
Arreglos de tableros verticales de circuitos impresos (PCB) enfriados por convección natural.

El espaciamiento óptimo de las aletas para el caso de flujo uniforme de calor en ambas placas queda dado como

$\dot{q}_s$ = constante:
$$S_{\text{ópt}} = 2.12\left(\frac{S^4 L}{\text{Ra}_S^*}\right)^{0.2} \tag{9-37}$$

La razón total de la transferencia de calor desde las placas es

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{q}_s(2nLH) \tag{9-38}$$

en donde $n = W/(S + t) \approx W/S$ es el número de placas. La temperatura superficial crítica T_L se tiene en el borde superior de las placas y se puede determinar con base en

$$\dot{q}_s = h_L(T_L - T_\infty) \tag{9-39}$$

Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_L + T_\infty)/2$.

Gasto de masa por el espacio entre placas

Como mencionamos al principio la magnitud de la transferencia de calor por convección natural está directamente relacionada con el gasto de masa del fluido, el cual se establece por el equilibrio dinámico de dos efectos opuestos: la *flotabilidad* y la *fricción*.

Las aletas de un sumidero de calor introducen los dos efectos: *inducen flotabilidad adicional* como resultado de la temperatura elevada de las superficies de las aletas, y *frenan el fluido* al actuar como un obstáculo agregado a la trayectoria de flujo. En consecuencia, el incremento del número de aletas en un sumidero de calor puede mejorar o reducir la convección natural, dependiendo de cuál de los efectos es el que domine. El gasto de fluido impulsado por el empuje se establece cuando estos dos efectos se equilibran entre sí. La fuerza de fricción se incrementa conforme se introducen más y más superficies sólidas, perturbando gravemente el flujo del fluido y la transferencia de calor. En algunas condiciones el incremento en la fricción puede prevalecer sobre el incremento en la flotabilidad. Esto, a su vez, tenderá a reducir el gasto y, por consiguiente, la transferencia de calor. Por esa razón, los sumideros de calor con aletas con poco espacio entre ellas no resultan apropiados para el enfriamiento por convección natural.

Cuando el sumidero de calor tiene aletas con espacio reducido entre ellas, los angostos canales formados tienden a bloquear o "sofocar" el fluido, en especial cuando el sumidero es largo. Como resultado, la acción de bloqueo producida abruma la flotabilidad adicional y degrada las características de transferencia de calor del sumidero. Entonces, para una potencia dada, el sumidero opera a una temperatura más alta en relación con el caso en el que no se tiene recubrimiento. Cuando el sumidero tiene aletas ampliamente espaciadas, el recubrimiento no introduce un aumento significativo en la resistencia al flujo y dominan los efectos de flotabilidad. Como resultado, la transferencia de calor por convección natural puede mejorar y en un nivel fijo de potencia el sumidero puede operar a una temperatura más baja.

Cuando se usan superficies extendidas, como las aletas, con el fin de mejorar la transferencia de calor por convección natural entre un sólido y un fluido, el gasto de éste en la vecindad del sólido se ajusta por sí mismo para incorporar los cambios en la flotabilidad y la fricción. Resulta obvio que esta técnica de mejoramiento funcionará con ventaja sólo cuando el aumento en la flotabilidad es mayor que la fricción adicional introducida. No es necesario preocuparse por la caída de presión o la potencia de bombeo cuando se estudia la convección natural ya que no se usan bombas ni sopladores. Por lo tan-

to, una técnica de mejoramiento en la convección natural sólo se evalúa con respecto al rendimiento en la transferencia de calor.

El índice de fallas de un componente electrónico aumenta aproximadamente en forma exponencial con la temperatura de operación. Entre más frío opera el dispositivo electrónico más confiable es. Una regla empírica es que el índice de fallas de los semiconductores se reduce a la mitad por cada reducción en 10°C en la temperatura de operación de la unión. El deseo de bajar la temperatura de operación sin tener que recurrir a la convección forzada ha motivado a los científicos a investigar técnicas de mejoramiento para la convección natural. Sparrow y Prakash (1987) han demostrado que, en ciertas condiciones, el uso de placas separadas en lugar de placas continuas de la misma área superficial incrementa en forma considerable la transferencia de calor. En otro trabajo experimental, usando transistores como fuente de calor, Çengel y Zing (1987) han demostrado que la temperatura registrada en el caso de transistores cayó tanto como 30°C cuando se usó un recubrimiento, en comparación con el caso correspondiente de no existencia de éste.

EJEMPLO 9-3 Espaciamiento óptimo de las aletas de un sumidero de calor

Se debe enfriar una superficie vertical caliente de 12 cm de ancho y 18 cm de alto que está en aire a 30°C por medio de un sumidero de calor con aletas igualmente espaciadas de perfil rectangular (figura 9-23). Las aletas tienen 0.1 cm de espesor y 18 cm de largo en la dirección vertical, y una altura de 2.4 cm a partir de la base. Determine el espaciamiento óptimo de las aletas y la razón de la transferencia de calor por convección natural desde el sumidero, si la temperatura de la base es de 80°C.

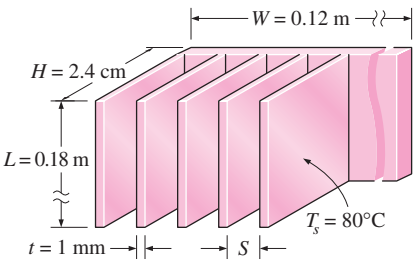


FIGURA 9-23
Esquema para el ejemplo 9-3.

SOLUCIÓN Se va a usar un sumidero de calor con aletas rectangulares igualmente espaciadas para enfriar una superficie caliente. Se deben determinar el espaciamiento óptimo de las aletas y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire es un gas ideal. **3** La presión atmosférica en ese lugar es de 1 atm. **4** El espesor t de las aletas es muy pequeño en relación con el espaciamiento S entre ellas, de modo que puede aplicarse la ecuación 9-32 para el espaciamiento óptimo de las mismas. **5** Todas las superficies de las aletas son isotérmicas a la temperatura de la base.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (80 + 30)/2 = 55°C$ y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02772 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \text{Pr} = 0.7215$$
$$\nu = 1.847 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \qquad \beta = 1/T_f = 1/328 \text{ K}$$

Análisis Tomamos la longitud de las aletas en la dirección vertical (ya que no conocemos el espaciamiento entre ellas) como la longitud característica. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(328 \text{ K})](80 - 30 \text{ K})(0.18 \text{ m})^3}{(1.847 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7215) = 1.845 \times 10^7$$

Con base en la ecuación 9-32 se determina que el espaciamiento óptimo entre las aletas es

$$S_{\text{ópt}} = 2.714\frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} = 2.714\frac{0.18 \text{ m}}{(1.845 \times 10^7)^{0.25}} = 7.45 \times 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{7.45 \text{ mm}}$$

el cual es cerca de siete veces el espesor de ellas. Por lo tanto, en este caso resulta aceptable la suposición de que el espesor de las aletas es despreciable. El número de aletas para este caso de espaciamiento óptimo de las mismas es

$$n = \frac{W}{S + t} = \frac{0.12 \text{ m}}{(0.00745 + 0.001) \text{ m}} \approx 14 \text{ aletas}$$

Por la ecuación 9-33 el coeficiente de transferencia de calor por convección para este caso de espaciamiento óptimo es

$$h = \text{Nu}_{\text{ópt}} \frac{k}{S_{\text{ópt}}} = 1.307 \frac{0.02772 \text{ W/m} \cdot °\text{C}}{0.00745 \text{ m}} = 0.4863 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor por convección natural queda

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = h(2nLH)(T_s - T_\infty)$$
$$= (0.4863 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C})[2 \times 14(0.18 \text{ m})(0.024 \text{ m})](80 - 30)°\text{C} = \mathbf{29.4 \text{ W}}$$

Por lo tanto, este sumidero puede disipar calor por convección natural a razón de 29.4 W.

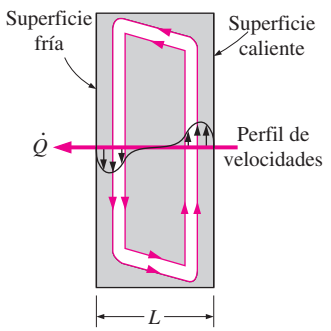


FIGURA 9-24
Corrientes de convección en un recinto cerrado vertical rectangular.

9-5 ▪ CONVECCIÓN NATURAL DENTRO DE RECINTOS CERRADOS

Una parte considerable de la pérdida de calor de una residencia típica ocurre a través de las ventanas. Si pudiéramos, aislaríamos las ventanas para conservar energía. El problema es hallar un material aislante que sea transparente. Un examen de las conductividades térmicas de los materiales aislantes revela que el *aire* es un *mejor aislador* que la mayor parte de esos materiales. Además, es transparente. Por lo tanto, tiene sentido aislar las ventanas con una capa de aire. Por supuesto, necesitamos usar otra lámina de vidrio para atrapar el aire. El resultado es un *recinto cerrado*, el cual se conoce como *ventana de hoja doble*. Otros ejemplos de recintos cerrados incluyen las cavidades en las paredes, los colectores solares y las cámaras criogénicas que contienen cilindros o esferas concéntricos.

En la práctica los recintos cerrados se encuentran con frecuencia y la transferencia de calor a través de ellos tiene un interés práctico. La transferencia de calor en los espacios cerrados se complica por el hecho de que, en general, el fluido en el recinto cerrado no permanece inmóvil. En un recinto cerrado vertical el fluido adyacente a la superficie más caliente sube y el adyacente a la más fría baja, estableciendo un movimiento de rotación dentro del recinto que mejora la transferencia de calor a través de él. En las figuras 9-24 y 9-25 se muestran patrones típicos de flujo en recintos cerrados rectangulares verticales y horizontales.

Las características de la transferencia de calor a través de un recinto cerrado horizontal depende de si la placa más caliente está en la parte de arriba o en la de abajo, como se muestra en la figura 9-25. Cuando la placa más caliente está en la *parte de arriba*, no se desarrollan corrientes de convección en el recinto, ya que el fluido más ligero siempre está arriba del más pesado. En este caso la transferencia de calor es por *conducción pura* y tendremos Nu = 1. Cuando la placa más caliente está en la *parte de abajo*, el fluido más pesado está arriba del más ligero y se tiene una tendencia de éste de derribar a aquél y subir hasta la parte superior, en donde entra en contacto con la placa más fría y se enfriará. Sin embargo, hasta que esto sucede, la transferencia de calor es por *conducción pura* y Nu = 1. Cuando $\text{Ra}_L > 1\,708$, la fuerza de flotabilidad vence la resistencia del fluido e inicia las corrientes de convección natural, las

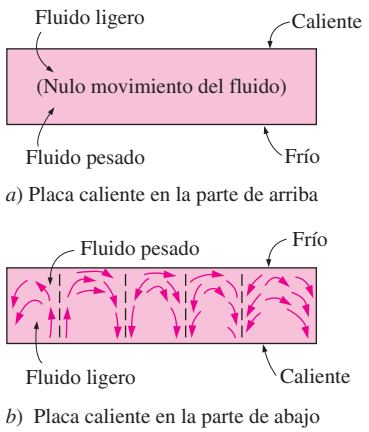


FIGURA 9-25
Corrientes de convección en un recinto cerrado horizontal con *a*) placa caliente en la parte de arriba y *b*) placa caliente en la parte de abajo.

cuales se observa que tienen la forma de celdas hexagonales llamadas *celdas de Bénard*. Para $\mathrm{Ra}_L < 3 \times 10^5$, las celdas se rompen y el movimiento del fluido se vuelve turbulento.

El número de Rayleigh para un recinto cerrado se determina a partir de

$$\mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} \tag{9-40}$$

en donde la longitud característica L_c es la distancia entre las superficies caliente y fría, y T_1 y T_2 son sus temperaturas, respectivamente. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio del mismo $T_{\text{prom}} = (T_1 + T_2)/2$.

Conductividad térmica efectiva

Cuando se conoce el número de Nusselt la razón de la transferencia de calor a través del recinto cerrado se puede determinar por medio de

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = k\mathrm{Nu}A_s\frac{T_1 - T_2}{L_c} \tag{9-41}$$

ya que $h = k\mathrm{Nu}/L$. La razón de la conducción estacionaria de calor de uno a otro lado de una capa de espesor L_c, área A_s y conductividad térmica k se expresa como

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA_s\frac{T_1 - T_2}{L_c} \tag{9-42}$$

en donde T_1 y T_2 son las temperaturas en los dos lados de la capa. Una comparación de esta relación con la ecuación 9-41 revela que la transferencia de calor por convección en un recinto cerrado es análoga a la conducción de calor de uno a otro lado de una capa de fluido en ese recinto, siempre que la conductividad térmica k se reemplace por kNu. Es decir, *el fluido en un recinto cerrado se comporta como un fluido cuya conductividad térmica es kNu como resultado de las corrientes de convección*. Por lo tanto, la cantidad kNu se llama **conductividad térmica efectiva** del recinto; es decir,

$$k_{\text{ef}} = k\mathrm{Nu} \tag{9-43}$$

Note que para el caso especial de Nu = 1 la conductividad térmica efectiva del recinto se vuelve igual a la conductividad del fluido. Esto es de esperarse, dado que este caso corresponde a conducción pura (figura 9-26).

La transferencia de calor por convección natural en espacios cerrados ha sido el tema de muchos estudios experimentales y numéricos, y existen numerosas correlaciones para el número de Nusselt. Relaciones sencillas del tipo de la ley de la potencia en la forma de $\mathrm{Nu} = C\mathrm{Ra}_L^n$, en donde C y n son constantes, suficientemente exactas, pero suelen ser aplicables a un intervalo reducido de números de Prandtl y de Rayleigh y de proporciones dimensionales. Las relaciones que son más amplias resultan naturalmente más complejas. A continuación presentamos algunas relaciones que se usan con amplitud para varios tipos de recintos cerrados.

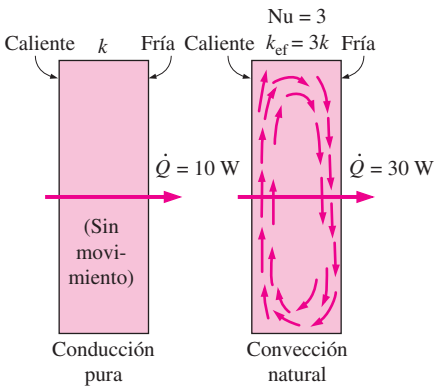


FIGURA 9-26
Un número de Nusselt de 3 para un recinto cerrado indica que la transferencia de calor a través de éste, por *convección natural*, es tres veces mejor que por *conducción pura*.

Recintos cerrados rectangulares horizontales

No necesitamos relaciones del número de Nusselt para el caso en donde la placa más caliente se encuentra en la parte de arriba, ya que en este caso no se tendrán corrientes de convección y la transferencia de calor será hacia abajo por conducción (Nu = 1). Sin embargo, cuando la placa más caliente está en la parte de abajo, se establecen corrientes significativas de convección para $\mathrm{Ra}_L > 1\,708$ y se incrementa la razón de la transferencia de calor (figura 9-27).

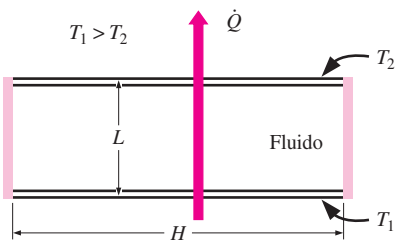


FIGURA 9-27
Recinto cerrado rectangular horizontal con superficies isotérmicas.

Para los recintos cerrados horizontales que contienen aire, Jakob (1949) recomienda las correlaciones sencillas siguientes

$$\mathrm{Nu} = 0.195\mathrm{Ra}_L^{1/4} \qquad 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 4 \times 10^5 \tag{9-44}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.068\mathrm{Ra}_L^{1/3} \qquad 4 \times 10^5 < \mathrm{Ra}_L < 10^7 \tag{9-45}$$

Estas relaciones también se pueden usar para otros gases con $0.5 < \mathrm{Pr} < 2$. Usando agua, aceite de silicona y mercurio en sus experimentos, Globe y Dropkin (1959) obtuvieron esta correlación para recintos cerrados horizontales calentados desde abajo,

$$\mathrm{Nu} = 0.069\mathrm{Ra}_L^{1/3}\,\mathrm{Pr}^{0.074} \qquad 3 \times 10^5 < \mathrm{Ra}_L < 7 \times 10^9 \tag{9-46}$$

Basados en experimentos con aire, Hollands *et al.* (1976) recomiendan esta correlación para los recintos cerrados horizontales,

$$\mathrm{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\mathrm{Ra}_L}\right]^+ + \left[\frac{\mathrm{Ra}_L^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \qquad \mathrm{Ra}_L < 10^8 \tag{9-47}$$

La notación $[\ ]^+$ indica que si la cantidad entre corchetes es negativa, debe igualarse a cero. Esta expresión también correlaciona bien los datos para líquidos con números moderados de Prandtl, para $\mathrm{Ra}_L < 10^5$ y, por consiguiente, también se puede usar para el agua.

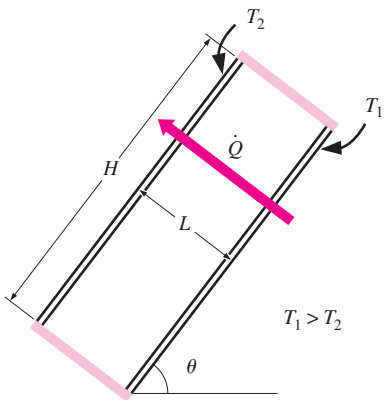


FIGURA 9-28
Recinto cerrado rectangular inclinado con superficies isotérmicas.

Recintos cerrados rectangulares inclinados

Los espacios de aire entre dos placas paralelas inclinadas se encuentran por lo común en los colectores solares de placa plana (entre la cubierta de vidrio y la placa de absorción) y en los tragaluces de hoja doble en los techos inclinados. La transferencia de calor a través de un espacio cerrado inclinado depende de la **proporción dimensional**, H/L, así como del ángulo de inclinación θ con respecto a la horizontal (figura 9-28).

Para proporciones dimensionales grandes ($H/L \geq 12$), esta ecuación [Hollands *et al.*, 1976] correlaciona extremadamente bien los datos experimentales para ángulos de inclinación hasta de 70°,

$$\mathrm{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\mathrm{Ra}_L \cos\theta}\right]^+\left(1 - \frac{1\,708(\mathrm{sen}\ 1.8\theta)^{1.6}}{\mathrm{Ra}_L \cos\theta}\right) + \left[\frac{(\mathrm{Ra}_L \cos\theta)^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \tag{9-48}$$

para $\mathrm{Ra}_L < 10^5$, $0 < \theta < 70°$ y $H/L \geq 12$. Una vez más, cualquier cantidad en $[\ ]^+$ debe de igualarse a cero si es negativa. Esto es para garantizar que $\mathrm{Nu} = 1$ para $\mathrm{Ra}_L \cos\theta < 1\,708$. Note que esta relación se reduce a la ecuación 9-47 para los recintos cerrados horizontales en los que $\theta = 0°$, como era de esperarse.

Para los recintos cerrados con proporciones dimensionales más pequeñas ($H/L < 12$), se puede usar la correlación siguiente siempre que el ángulo de inclinación sea menor que el valor crítico θ_{cr} cuya lista se da en la tabla 9-2 [Catton (1978)]

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{\theta=0°}\left(\frac{\mathrm{Nu}_{\theta=90°}}{\mathrm{Nu}_{\theta=0°}}\right)^{\theta/\theta_{cr}}(\mathrm{sen}\,\theta_{cr})^{\theta/(4\theta_{cr})} \qquad 0° < \theta < \theta_{cr} \tag{9-49}$$

TABLA 9-2
Ángulos críticos para recintos cerrados rectangulares inclinados

Proporción dimensional H/L	Ángulo crítico θ_{cr}
1	25°
3	53°
6	60°
12	67°
> 12	70°

Se puede obtener el número de Nusselt para ángulos de inclinación mayores que el valor crítico ($\theta_{cr} < \theta < 90°$) al multiplicar el número correspondiente a un recinto cerrado vertical por $(\mathrm{sen}\ \theta)^{1/4}$ [Ayyaswamy y Catton (1973)],

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{\theta=90°}(\mathrm{sen}\ \theta)^{1/4} \qquad \theta_{cr} < \theta < 90°,\ \text{cualquier } H/L \tag{9-50}$$

Para los recintos inclinados más de 90°, la relación recomendada es [Arnold *et al.* (1974)]

$$\mathrm{Nu} = 1 + (\mathrm{Nu}_{\theta = 90^\circ} - 1)\,\mathrm{sen}\,\theta \qquad 90^\circ < \theta < 180^\circ, \text{ cualquier } H/L \tag{9-51}$$

También se cuenta en la literatura con correlaciones más recientes, pero más complejas [por ejemplo, ElSherbiny *et al.* (1982)].

Recintos cerrados rectangulares verticales

Para los recintos cerrados verticales (figura 9-29), Catton (1978) recomienda estas dos correlaciones debidas a Berkovsky y Polevikov (1977),

$$\mathrm{Nu} = 0.18\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\,\mathrm{Ra}_L\right)^{0.29} \qquad \begin{array}{c} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L\,\mathrm{Pr}/(0.2 + \mathrm{Pr}) > 10^3 \end{array} \tag{9-52}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.22\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\,\mathrm{Ra}_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \qquad \begin{array}{c} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L < 10^{10} \end{array} \tag{9-53}$$

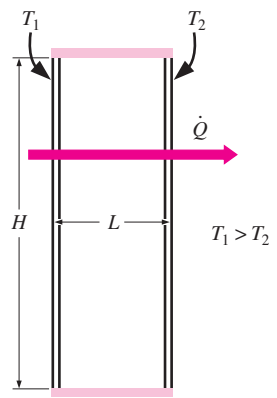


FIGURA 9-29
Recinto cerrado rectangular vertical con superficies isotérmicas.

Para los recintos verticales con proporciones dimensionales más grandes, se pueden usar las correlaciones siguientes [MacGregor y Emery (1969)]

$$\mathrm{Nu} = 0.42\,\mathrm{Ra}_L^{1/4}\,\mathrm{Pr}^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \qquad \begin{array}{c} 10 < H/L < 40 \\ 1 < \mathrm{Pr} < 2 \times 10^4 \\ 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 10^7 \end{array} \tag{9-54}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.046\mathrm{Ra}_L^{1/3} \qquad \begin{array}{c} 1 < H/L < 40 \\ 1 < \mathrm{Pr} < 20 \\ 10^6 < \mathrm{Ra}_L < 10^9 \end{array} \tag{9-55}$$

Una vez más, todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $(T_1 + T_2)/2$.

Cilindros concéntricos

Considere dos cilindros concéntricos horizontales largos mantenidos a temperaturas uniformes, pero diferentes, de T_i y T_o, como se muestra en la figura 9-30. Los diámetros de los cilindros son D_i y D_o, respectivamente, y la longitud característica es el espaciamiento entre los dos, $L_c = (D_o - D_i)/2$. La razón entre la transferencia de calor a través del espacio anular entre ellos y la unidad de convección natural se expresa como

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\mathrm{ef}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o) \qquad (\mathrm{W/m}) \tag{9-56}$$

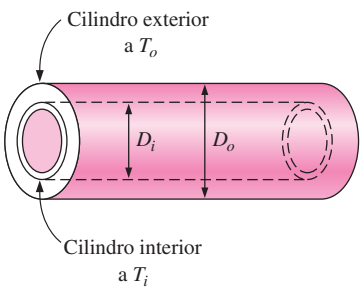


FIGURA 9-30
Dos cilindros concéntricos horizontales isotérmicos.

La relación recomendada para la conductividad térmica efectiva es [Raithby y Hollands (1975)]

$$\frac{k_{\mathrm{ef}}}{k} = 0.386\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\mathrm{cil}}\mathrm{Ra}_L)^{1/4} \tag{9-57}$$

en donde el factor geométrico para los cilindros concéntricos, F_{cil}, es

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln (D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} \tag{9-58}$$

La relación de k_{ef} en la ecuación 9-57 es aplicable para $0.70 \leq \text{Pr} \leq 6\,000$ y $10^2 \leq F_{\text{cil}}\text{Ra}_L \leq 10^7$. Para $F_{\text{cil}}\text{Ra}_L < 100$, las corrientes por convección natural son despreciables y, por consiguiente, $k_{\text{ef}} = k$. Note que k_{ef} no puede ser menor que k y por eso debemos hacer $k_{\text{ef}} = k$ si $k_{\text{ef}}/k < 1$. Las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $(T_i + T_o)/2$.

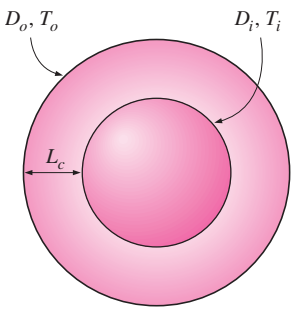


FIGURA 9-31
Dos esferas concéntricas isotérmicas.

Esferas concéntricas

Para las esferas concéntricas isotérmicas la razón de la transferencia de calor a través de la brecha entre ellas por convección natural se expresa como (figura 9-31)

$$\dot{Q} = k_{\text{ef}} \frac{\pi D_i D_o}{L_c}(T_i - T_o) \qquad \text{(W)} \tag{9-59}$$

en donde $L_c = (D_o - D_i)/2$ es la longitud característica. La relación recomendada para la conductividad térmica efectiva es [Raithby y Hollands (1975)]

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.74\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{esf}}\text{Ra}_L)^{1/4} \tag{9-60}$$

en donde el factor geométrico para las esferas concéntricas, F_{esf}, es

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \tag{9-61}$$

La relación de k_{ef} de la ecuación 9-60 es aplicable para $0.70 \leq \text{Pr} \leq 4\,200$ y $10^2 \leq F_{\text{esf}}\text{Ra}_L \leq 10^4$. Si $k_{\text{ef}}/k < 1$, debemos de hacer $k_{\text{ef}} = k$.

Convección natural y radiación combinadas

Los gases son casi transparentes para la radiación y, como consecuencia, la transferencia a través de una capa de gas es por convección (o conducción, si el gas está inmóvil) y radiación simultáneas. Típicamente los coeficientes de transferencia de calor por convección natural son muy bajos en comparación con los correspondientes a la convección forzada. Por lo tanto, en los problemas de convección forzada suele descartarse la radiación, pero debe considerarse en los problemas de convección natural en donde interviene un gas. En especial, éste es el caso para las superficies con emisividades elevadas. Por ejemplo, cerca de la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de hoja doble es por radiación. La razón total de la transferencia de calor se determina sumando las componentes por convección y por radiación,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} \tag{9-62}$$

La transferencia de calor por radiación desde una superficie a la temperatura T_s rodeada por superficies a una temperatura T_{alred} (ambas en la unidad K de temperatura absoluta) se determina a partir de

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \qquad \text{(W)} \tag{9-63}$$

en donde ε es la emisividad de la superficie, A_s es el área superficial y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Cuando los efectos en los extremos son despreciables, la transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas grandes que se encuentran a las temperaturas absolutas T_1 y T_2 se expresa como (para obtener más detalles, véase el capítulo 13)

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \frac{\sigma A_s(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{\text{efectiva}}\, \sigma A_s(T_1^4 - T_2^4) \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(9-64)}$$

en donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las placas y $\varepsilon_{\text{efectiva}}$ es la *emisividad efectiva* definida como

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \qquad \textbf{(9-65)}$$

Por ejemplo, la emisividad de la superficie de un vidrio común es 0.84. Por lo tanto, la emisividad efectiva de dos superficies paralelas de vidrio que se encuentran una frente a la otra es 0.72. En el capítulo 13 se discutirá la transferencia de calor por radiación entre cilindros y esferas concéntricos.

Note que en algunos casos la temperatura del medio circundante puede estar por debajo de la temperatura superficial ($T_\infty < T_s$), en tanto que la temperatura de las superficies circundantes está por encima de esa temperatura superficial ($T_{\text{alred}} < T_s$). En esos casos, las transferencias de calor por convección y por radiación se restan una de la otra, en lugar de sumarse, ya que se realizan en direcciones opuestas. Asimismo, para una superficie metálica, el efecto de la radiación se puede reducir hasta niveles despreciables puliendo dicha superficie y, de este modo, disminuyendo su emisividad hasta un valor cercano a cero.

EJEMPLO 9-4 Pérdida de calor a través de una ventana de hoja doble

La ventana vertical de hoja doble, de 0.8 m de alto y 2 m de ancho, mostrada en la figura 9-32 consta de dos láminas de vidrio separadas por una brecha de aire de 2 cm que se encuentra a la presión atmosférica. Si se mide que las temperaturas superficiales a uno y otro lados de la brecha son de 12°C y 2°C, determine la razón de la transferencia de calor a través de la ventana.

SOLUCIÓN Dos vidrios de una ventana de hoja doble se mantienen a temperaturas especificadas. Se debe determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire es un gas ideal. **3** No se considera la transferencia de calor por radiación.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura promedio de $T_{\text{prom}} = (T_1 + T_2)/2 = (12 + 2)/2 = 7°\text{C}$ y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02416 \text{ W/m} \cdot °\text{C} \qquad \text{Pr} = 0.7344$$

$$\nu = 1.400 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{280 \text{ K}}$$

Análisis Tenemos un recinto cerrado rectangular lleno con aire. En este caso, la longitud característica es la distancia entre los dos vidrios, $L_c = L = 0.02$ m. Entonces el número de Rayleigh queda

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}$$

$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(280 \text{ K})](12 - 2 \text{ K})(0.02 \text{ m})^3}{(1.400 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7344) = 1.050 \times 10^4$$

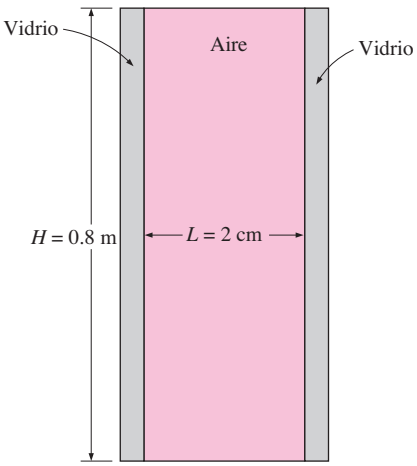


FIGURA 9-32
Esquema para el ejemplo 9-4.

La proporción dimensional de la configuración geométrica es $H/L = 0.8/0.02 = 40$. Entonces, en este caso, con base en la ecuación 9-54, se puede determinar el número de Nusselt

$$\mathrm{Nu} = 0.42\mathrm{Ra}_L^{1/4}\,\mathrm{Pr}^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3}$$

$$= 0.42(1.050 \times 10^4)^{1/4}(0.7344)^{0.012}\left(\frac{0.8}{0.02}\right)^{-0.3} = 1.40$$

Entonces,

$$A_s = H \times W = (0.8\ \mathrm{m})(2\ \mathrm{m}) = 1.6\ \mathrm{m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = k\mathrm{Nu}A_s\frac{T_1 - T_2}{L}$$

$$= (0.02416\ \mathrm{W/m \cdot °C})(1.40)(1.6\ \mathrm{m}^2)\frac{(12 - 2)°\mathrm{C}}{0.02\ \mathrm{m}} = \mathbf{27.1\ W}$$

Por lo tanto, el calor se perderá a través de la ventana a razón de 27.1 W.

Discusión Recuerde que para un recinto cerrado un número de Nusselt de Nu = 1 corresponde a transferencia de calor por conducción pura a través de él. En este caso, el aire en el interior del recinto permanece inmóvil y no se tienen corrientes de convección natural. En nuestro caso, el número de Nusselt es 1.40, lo cual indica que la transferencia de calor a través del recinto es 1.40 veces el debido a conducción pura. El aumento en la transferencia de calor se debe a las corrientes de convección natural que se desarrollan en ese recinto.

EJEMPLO 9-5 Transferencia de calor a través de un recinto cerrado esférico

Las dos esferas concéntricas de diámetros $D_i = 20$ cm y $D_o = 30$ cm, mostradas en la figura 9-33, están separadas por aire a una presión de 1 atm. Las temperaturas superficiales de las dos esferas que encierran el aire son $T_i = 320$ K y $T_o = 280$ K, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor desde la esfera interior hacia la exterior por convección natural.

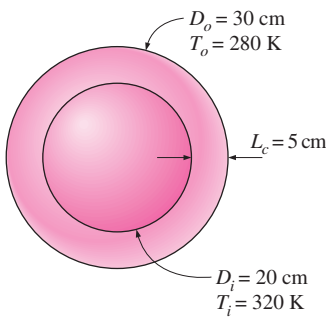


FIGURA 9-33
Esquema para el ejemplo 9-5.

SOLUCIÓN Dos superficies de un recinto cerrado esférico se mantienen a temperaturas especificadas. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor a través de ese recinto.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire es un gas ideal. **3** No se considera la transferencia de calor por radiación.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura promedio de $T_{\text{prom}} = (T_i + T_o)/2 = (320 + 280)/2 = 300$ K = 27°C y a la presión de 1 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02566\ \mathrm{W/m \cdot °C} \qquad \mathrm{Pr} = 0.7290$$

$$\nu = 1.580 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{300\ \mathrm{K}}$$

Análisis Tenemos un recinto cerrado esférico lleno con aire. En este caso, la longitud característica es la distancia entre las dos esferas,

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (0.3 - 0.2)/2 = 0.05\ \mathrm{m}$$

El número de Rayleigh es

$$\mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\mathrm{Pr}$$

$$= \frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})[1/(300\ \mathrm{K})](320 - 280\ \mathrm{K})(0.05\ \mathrm{m})^3}{(1.58 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s})^2}(0.729) = 4.775 \times 10^5$$

La conductividad térmica efectiva es

$$F_{esf} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}$$

$$= \frac{0.05 \text{ m}}{[(0.2 \text{ m})(0.3 \text{ m})]^4 [(0.2 \text{ m}^{-7/5} + (0.3 \text{ m})^{-7/5}]^5} = 0.005229$$

$$k_{ef} = 0.74k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4} (F_{esf}\text{Ra}_L)^{1/4}$$

$$= 0.74(0.02566 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})\left(\frac{0.729}{0.861 + 0.729}\right)^{1/4} (0.005229 \times 4.775 \times 10^5)^{1/4}$$

$$= 0.1105 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor entre las dos esferas queda

$$\dot{Q} = k_{eff}\frac{\pi D_i D_o}{L_c}(T_i - T_o)$$

$$= (0.1105 \text{ W/m} \cdot \text{K})\frac{\pi(0.2 \text{ m})(0.3 \text{ m})}{0.05 \text{ m}}(320 - 280) \text{ K} = \mathbf{16.7 \text{ W}}$$

Por lo tanto, el calor se perderá de la esfera interior hacia la exterior a razón de 16.7 W.

Discusión Note que el aire en el recinto cerrado esférico actuará como un fluido estacionario cuya conductividad térmica es $k_{ef}/k = 0.1105/0.02566 = 4.3$ veces la del aire, como resultado de las corrientes de convección natural. Asimismo, la transferencia de calor por radiación entre las esferas suele ser muy significativa y debe considerarse en un análisis completo.

EJEMPLO 9-6 Calentamiento de agua en un tubo por energía solar

Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio que tiene un diámetro exterior de 2 in, encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 4 in de diámetro (figura 9-34). El agua se calienta conforme fluye por el tubo, y el espacio anular entre los tubos de aluminio y de vidrio está lleno con aire a la presión de 1 atm. Durante un día claro, la bomba que hace circular el agua falla y la temperatura de esta última que se encuentra en el tubo se empieza a elevar. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a razón de 30 Btu/h por pie de longitud y la temperatura del aire ambiente en el exterior es de 70°F. Descartando cualquier pérdida de calor por radiación, determine la temperatura en el tubo de aluminio cuando se establece la operación estacionaria (es decir, cuando la razón de la pérdida de calor del tubo es igual a la cantidad de energía solar ganada por el mismo).

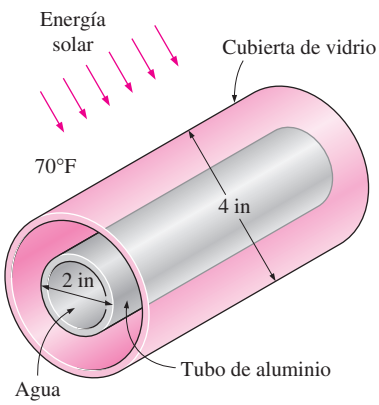


FIGURA 9-34
Esquema para el ejemplo 9-6.

SOLUCIÓN Falla la bomba de circulación de un colector solar que consta de un tubo horizontal y su cubierta de vidrio. Se debe determinar la temperatura de equilibrio del tubo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El tubo y su cubierta son isotérmicos. **3** El aire es un gas ideal. **4** La pérdida de calor por radiación es despreciable.

Propiedades Las propiedades del aire deben evaluarse a la temperatura promedio. Pero no conocemos la temperatura de salida del aire en el ducto y, como consecuencia, en este momento no podemos determinar las temperaturas de la masa de fluido y de la cubierta de vidrio y, por ende, no podemos evaluar la temperatura promedio. Por lo tanto, suponemos que la temperatura del vidrio es de 110°F y usaremos las propiedades en una temperatura promedio anticipada de (70 + 110)/2 = 90°F (tabla A-15E),

$$k = 0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot {}^\circ\text{F} \qquad \text{Pr} = 0.7275$$

$$\nu = 1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{prom}} = \frac{1}{550 \text{ R}}$$

Análisis Tenemos un recinto cerrado cilíndrico horizontal lleno con aire a la presión de 1 atm. El problema comprende la transferencia de calor del tubo de aluminio a la cubierta de vidrio y de la superficie exterior de esta última hacia el aire ambiente circundante. Cuando se alcance la operación estacionaria, estas dos razones de transferencia de calor deben ser iguales a la razón de ganancia de calor; es decir,

$$\dot{Q}_{\text{tubo-vidrio}} = \dot{Q}_{\text{vidrio-ambiente}} = \dot{Q}_{\text{ganancia solar}} = 30 \text{ Btu/h} \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

El área superficial para la transferencia de calor de la cubierta de vidrio es

$$A_o = A_{\text{vidrio}} = (\pi D_o L) = \pi(4/12 \text{ ft})(1 \text{ ft}) = 1.047 \text{ ft}^2 \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

Para determinar el número de Rayleigh, necesitamos conocer la temperatura superficial del vidrio, de la cual no se dispone. Por lo tanto, resulta evidente que la resolución requerirá un procedimiento por tanteos. Suponiendo que la temperatura de la cubierta de vidrio sea de 100°F, se determina que el número de Rayleigh, el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección y la razón de la transferencia de calor por convección natural de la cubierta de vidrio hacia el aire ambiente son

$$\begin{aligned}\text{Ra}_{D_o} &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D_o^3}{\nu^2}\text{Pr}\\ &= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/(550 \text{ R})](110 - 70 \text{ R})(4/12 \text{ ft})^3}{(1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2}(0.7275) = 2.054 \times 10^6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nu} &= \left\{0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = \left\{0.6 + \frac{0.387(2.054 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7275)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2\\ &= 17.89\end{aligned}$$

$$h_o = \frac{k}{D_0}\text{Nu} = \frac{0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot °\text{F}}{4/12 \text{ ft}}(17.89) = 0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot °\text{F}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_o &= h_o A_o(T_o - T_\infty) = (0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot °\text{F})(1.047 \text{ ft}^2)(110 - 70)°\text{F}\\ &= 33.8 \text{ Btu/h}\end{aligned}$$

la cual es más de 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 110°F para la cubierta de vidrio es alta. Repitiendo los cálculos con temperaturas más bajas, se determina que la temperatura de esa cubierta correspondiente a 30 Btu/h es de 106°F.

La temperatura del tubo de aluminio se determina de manera semejante, usando las relaciones de convección natural para dos cilindros concéntricos horizontales. En este caso, la longitud característica es la distancia entre los dos cilindros, la cual es

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (4 - 2)/2 = 1 \text{ in} = 1/12 \text{ ft}$$

Empezamos los cálculos suponiendo que la temperatura del tubo es de 200°F y, por lo tanto, una temperatura promedio de (106 + 200)/2 = 153°F = 613 R. Esto da

$$\begin{aligned}\text{Ra}_L &= \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}\\ &= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/613 \text{ R})](200 - 106 \text{ R})(1/12 \text{ ft})^3}{(2.117 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2}(0.7184) = 4.580 \times 10^4\end{aligned}$$

La conductividad térmica efectiva es

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$
$$= \frac{[\ln(4/2)]^4}{(1/12\text{ ft})^3[(2/12\text{ ft})^{-3/5} + (4/12\text{ ft})^{-3/5}]^5} = 0.1466$$

$$k_{\text{ef}} = 0.386k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L)^{1/4}$$
$$= 0.386(0.01653\text{ Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot{}^\circ\text{F})\left(\frac{0.7184}{0.861 + 0.7184}\right)^{1/4}$$
$$\times (0.1466 \times 4.580 \times 10^4)^{1/4}$$
$$= 0.04743\text{ Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot{}^\circ\text{F}$$

Entonces, la razón de la transferencia de calor entre los cilindros queda

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$
$$= \frac{2\pi(0.04743\text{ Btu/h}\cdot\text{ft}\cdot{}^\circ\text{F})}{\ln(4/2)}(200 - 106)^\circ\text{F} = 40.4\text{ Btu/h}$$

lo cual es más que 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 200°F para el tubo es alta. Probando otros valores se determina que la temperatura correspondiente a 30 Btu/h es de **180°F**. Por lo tanto, el tubo alcanzará una temperatura de equilibrio de 180°F cuando falla la bomba.

Discusión Note que en los cálculos no hemos considerado la pérdida de calor por radiación, por consiguiente, es probable que la temperatura del tubo antes determinada sea demasiado alta. En el capítulo 13 se considerará una vez más este problema, tomando en cuenta la transferencia de calor por radiación.

9-6 ▪ CONVECCIÓN NATURAL Y FORZADA COMBINADAS

La presencia de un gradiente de temperatura en un fluido, en un campo de gravedad, siempre da lugar a corrientes de convección natural y, como consecuencia, a transferencia de calor por convección natural. Por lo tanto, la convección forzada siempre viene acompañada por convección natural.

Mencionamos con anterioridad que el coeficiente de transferencia de calor por convección, natural o forzada, es fuerte función de la velocidad del fluido. Típicamente, los coeficientes de transferencia de calor en la convección forzada son mucho más altos que los que se encuentran en la convección natural, debido a las velocidades más altas del fluido asociadas con la primera. Como resultado, tendemos a ignorar la convección natural en los análisis de transferencia de calor en los que interviene la convección forzada, aunque reconocemos que siempre está presente. El error que se comete al ignorar la convección natural es despreciable a altas velocidades, pero puede ser considerable a velocidades bajas. Por lo tanto, resulta conveniente contar con un criterio para valorar la magnitud de la convección natural en presencia de la forzada.

Para un fluido dado, se observa que el parámetro Gr/Re^2 representa la importancia de la convección natural en relación con la forzada. Esto no es sorprendente, dado que el coeficiente de transferencia de calor por convección es una fuerte función del número de Reynolds Re en la convección forzada y del de Grashof Gr en la convección natural.

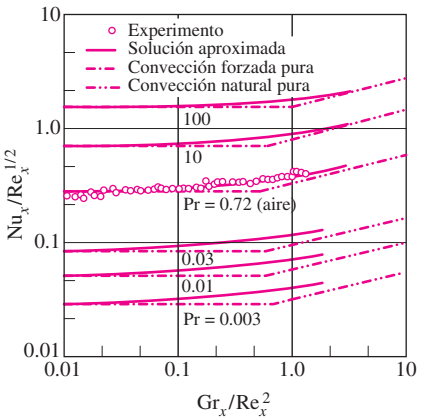


FIGURA 9-35
Variación del número local de Nusselt, Nu_x, para convección natural y forzada combinadas desde una placa vertical isotérmica caliente.
(Tomada de Lloyd y Sparrow, 1970.)

En la figura 9-35 se da una gráfica del coeficiente de transferencia de calor, hecho adimensional, para la convección natural y forzada combinadas sobre una placa vertical, para fluidos diferentes. Con base en esta figura notamos que la convección natural es despreciable cuando $Gr/Re^2 < 0.1$, la forzada es despreciable cuando $Gr/Re^2 > 10$ y ninguna de las dos lo es cuando $0.1 < Gr/Re^2 < 10$. Por lo tanto, deben considerarse tanto la convección natural como la forzada en los cálculos de la transferencia de calor cuando el Gr y Re^2 tienen el mismo orden de magnitud (uno de ellos es menos de 10 veces el otro). Note que la convección forzada es pequeña en relación con la natural sólo en el caso raro de velocidades extremadamente bajas del flujo forzado. Del análisis anterior y de las correlaciones del número de Nusselt presentadas en los capítulos 7 y 8 para la convección forzada interna y externa, y en el capítulo 9 para la convección natural, se puede concluir que para la convección forzada $Nu = f(Re_L, Pr)$, para la convección natural $Nu = f(Gr_L, Pr)$, y para la convección natural y forzada (mixta) $Nu = f(Re_L, Gr_L, Pr)$.

La convección natural puede *ayudar* o *perjudicar* a la transferencia de calor por convección forzada, dependiendo de las direcciones relativas de los movimientos *inducido por la flotabilidad* y la *convección forzada* (figura 9-36):

1. En el *flujo de apoyo* el movimiento inducido por flotabilidad tiene la *misma* dirección que el movimiento forzado. Por lo tanto, la convección natural apoya a la forzada y *mejora* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie caliente [figura 9-36*a*)].
2. En el *flujo en oposición* la dirección del movimiento inducido por flotabilidad es *opuesta* a la del movimiento forzado. Por lo tanto, la convección natural opone resistencia a la forzada y *hace disminuir* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie fría [figura 9-36*b*)].
3. En el *flujo transversal* el movimiento inducido por flotabilidad es *perpendicular* al movimiento forzado. El flujo transversal mejora el mezclado del fluido y, de este modo, la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado horizontal sobre un cilindro o una esfera fríos o calientes [figura 9-36*c*)].

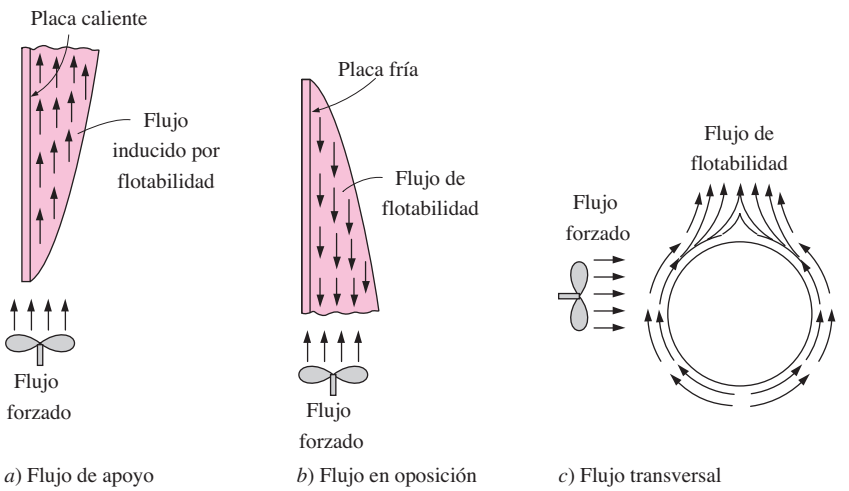


FIGURA 9-36
La convección natural puede *mejorar* o *inhibir* la transferencia de calor, dependiendo de las direcciones relativas del *movimiento inducido por la flotabilidad* y el *movimiento de convección forzada*.

Cuando se determina la transferencia de calor en condiciones de convección forzada y natural combinadas, resulta tentador sumar las contribuciones de la convección natural y de la forzada en los flujos de apoyo y restarlas en los flujos en oposición. Sin embargo, la evidencia indica algo diferente. Una revisión de los datos experimentales sugiere una correlación de la forma

$$\mathrm{Nu}_{\text{combinadas}} = (\mathrm{Nu}^n_{\text{forzada}} \pm \mathrm{Nu}^n_{\text{natural}})^{1/n} \tag{9-66}$$

en donde $\mathrm{Nu}_{\text{forzada}}$ y $\mathrm{Nu}_{\text{natural}}$ se determinan basándose en las correlaciones para la *convección forzada pura* y la *natural pura*, respectivamente. El signo de más es para los flujos *de apoyo* y *transversal* y el de menos para los flujos *en oposición*. El valor del exponente n varía entre 3 y 4, dependiendo de la configuración geométrica que intervenga. Se observa que $n = 3$ correlaciona bien los datos experimentales para superficies verticales. Los valores más grandes de n resultan más apropiados para las superficies horizontales. Un ejemplo de la ecuación 9-66 es la correlación de la convección mixta desarrollada por Tam y Ghajar (2006) para el cálculo del número de Nusselt en la región en transición (ecuación 8-83).

Una pregunta que surge con frecuencia en el enfriamiento de equipo generador de calor, como los componentes electrónicos, es si se debe usar un ventilador (o una bomba, si el medio de enfriamiento es un líquido); es decir, si debe utilizarse la convección *natural* o la *forzada* en el enfriamiento del equipo. La respuesta depende de la temperatura máxima admisible de operación. Recuerde que la razón de la transferencia de calor por convección desde una superficie que se encuentra a una temperatura T_s en un medio a una temperatura T_∞ se expresa por

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

en donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección y A_s es el área superficial. Note que para un valor fijo de disipación de potencia y de área superficial, h y T_s son *inversamente proporcionales*. Por lo tanto, el dispositivo opera a una temperatura *más alta* cuando h es bajo (típico de la convección natural) y a una *más baja* cuando h es alto (típico de la convección forzada).

La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor ya que no se necesitan sopladores o bombas y, como consecuencia, se evitan todos los problemas relacionados con éstos, como son: ruido, vibración, consumo de energía eléctrica y mal funcionamiento. La convección natural es adecuada para enfriar dispositivos con *salida baja de potencia*, en especial cuando están sujetos a superficies extendidas como los sumideros de calor. Sin embargo, para los dispositivos con *salida alta de potencia* no contamos con otra posibilidad que la de usar un soplador o una bomba para mantener la temperatura de operación por debajo del nivel máximo admisible. Para los dispositivos con *salida muy alta de potencia*, incluso la convección forzada puede no ser suficiente para conservar la temperatura superficial en los niveles deseados. En esos casos, puede ser que tengamos que usar la *ebullición* y la *condensación* para tomar ventaja de los muy altos coeficientes de transferencia de calor asociados con los procesos de cambio de fase.

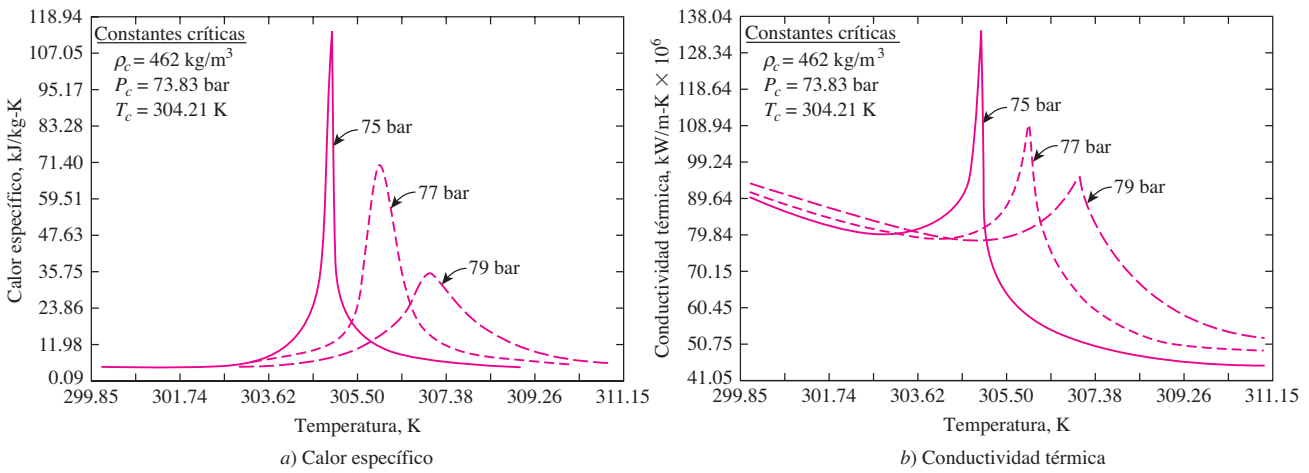
Como se mencionó antes, la convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, puesto que no requiere el uso de sopladores o bombas. No obstante, la principal desventaja de este modo de transferencia de calor es que los coeficientes de transferencia de calor encontrados en condiciones operativas normales suelen ser mucho menores que los que se encuentran en la convección forzada. Las razones de transferencia de calor en la convección natural pueden ser comparables o hasta superar las razones de transferencia de calor por convección forzada cuando se opera en las regiones supercríticas o

cercanas al punto crítico de los fluidos. En esas regiones, los fluidos se comportan de modo muy diferente que como lo hacen en estados alejados del punto crítico. Los pequeños cambios de temperatura o presión en cercanía al punto crítico producen grandes cambios en las propiedades termofísicas del fluido (figura 9-37). Un cambio grande en las propiedades termofísicas de un fluido puede asociarse a grandes cambios en las razones de transferencia de calor por convección. En la literatura [Najjar y Ghajar (1983) y Asgerisson y Ghajar (1986)] pueden encontrarse relaciones simples pero bastante precisas para predecir el comportamiento peculiar de las propiedades termofísicas de varios fluidos en la región cercana al punto crítico.

Las altas tasas de transferencia de calor en las regiones supercríticas y las cercanas al punto crítico han ido cobrando cada vez mayor importancia debido a sus aplicaciones como la del helio cercano al punto crítico para enfriar las bobinas de los electromagnetos superconductores y el equipo electrónico de superconducción o de transmisión motora, el uso del hidrógeno supercrítico como fluido operante para cohetes nucleares y químicos, el uso de generadores de vapor supercrítico en plantas eléctricas y el uso del metano como refrigerante y combustible para el transporte supersónico. Para cables horizontales y placas verticales, se puede emplear la siguiente relación para predecir la transferencia de calor por convección natural en la región cercana al punto crítico [Ghorbani-Tari y Ghajar (1985)]

$$\mathrm{Nu}_\infty = a(\mathrm{Gr}_\infty \mathrm{Pr}_\infty)^b \left(\frac{\rho_w}{\rho_\infty}\right)^c \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{p_\infty}}\right)^d \left(\frac{k_w}{k_\infty}\right)^e \left(\frac{\mu_w}{\mu_\infty}\right)^f$$

donde a, b, c, d, e y f son constantes adaptadas a la curva y los subíndices ∞ y w indican las propiedades que se han de evaluar en las temperaturas de flujo libre y de pared (subíndice w viene de la palabra wall que en inglés significa pared, *comentario del RT*), respectivamente. El término $\bar{c}_p$ es el valor promedio en el sentido de integración de la capacidad de calor, la cual es la razón de la diferencia de entalpías del fluido evaluadas a las temperaturas de flujo libre y de pared con respecto a la diferencia de temperaturas de flujo libre y de pared. La correlación pronosticó los resultados de ocho diferentes experimentos que cubren el intervalo del número de Rayleigh de $0.2 < \mathrm{Ra}_\infty < 4 \times 10^{13}$, con una desviación absoluta promedio que iba de 6.7% a 15.6 por ciento.



a) Calor específico

b) Conductividad térmica

FIGURA 9-37

La variación del calor específico y la conductividad térmica con la temperatura del dióxido de carbono a diferentes presiones.
Tomada de Ghajar y Asadi, 1986.

EJEMPLO 9-7 Transferencia de calor en presencia de flujos que ayuda y que se opone

Una placa vertical de 0.2 m × 0.2 m de dimensiones tiene una temperatura superficial que se mantiene a 40°C. Aire a 20°C fluye paralelamente a la placa con una velocidad de 0.4 m/s. Determine el número de Nusselt para el flujo que ayuda y el flujo que se opone (figura 9-38).

SOLUCIÓN Aire fluye sobre una placa vertical. Se desea determinar los números de Nusselt para los flujos que ayuda y que se opone.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estacionarias. **2** Las propiedades son constantes. **3** La temperatura superficial es constante. **4** El aire es un gas ideal. **5** La transferencia de calor mediante radiación es despreciable.

Propiedades Las propiedades del aire (1 atm) a 30°C son $k = 0.02588$ W/m · K, $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m²/s y Pr = 0.7282 (tabla A-15). Por otra parte, $\beta = 1/T_f = 0.0033$ K⁻¹.

Análisis Los números de Reynolds y Grashof son

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{VL}}{\nu} = \frac{(0.4\ \mathrm{m/s})(0.2\ \mathrm{m})}{1.608 \times 10^{-5}\mathrm{m^2/s}} = 4\,975$$

$$\mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})(0.0033\ \mathrm{K^{-1}})(40 - 20)\,\mathrm{K}\,(0.2\,\mathrm{m})^3}{(1.608 \times 10^{-5})\,\mathrm{m^4/s^2}}$$

$$= 2.003 \times 10^7$$

Por lo tanto,

$$\frac{\mathrm{Gr}_L}{\mathrm{Re}^2} = \frac{2.003 \times 10^7}{(4\,975)^2} = 0.809$$

De $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}^2 = 1$ se observa que, tanto la convección natural como la convección forzada son significantes y que se tiene un flujo mixto. Los números de Nusselt para los casos de convección natural y forzada están determinados por relaciones relevantes como

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{natural}} = 0.59\mathrm{Ra}_L^{1/4} = 0.59(2.003 \times 10^7 \times 0.7282)^{1/4} = 36.46$$
$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{forzada}} = 0.664\,\mathrm{Re}^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 0.664\,(4\,975)^{0.5}(0.7282)^{1/3} = 42.14$$

Por último, los números de Nusselt combinados para los casos de flujo que ayuda (flujo ascendente) y flujo que se opone (flujo descendente) son

Flujo que ayuda:
$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{combinado}} = (\mathrm{Nu}^3_{\mathrm{forzada}} + \mathrm{Nu}^3_{\mathrm{natural}})^{1/3} = (42.14^3 + 36.46^3)^{1/3} = \mathbf{49.8}$$

Flujo que se opone:
$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{combinado}} = (\mathrm{Nu}^3_{\mathrm{forzada}} - \mathrm{Nu}^3_{\mathrm{natural}})^{1/3} = (42.14^3 - 36.46^3)^{1/3} = \mathbf{29.8}$$

Discusión Observe que el número de Nusselt para el flujo que ayuda es alrededor de 67% más alto que el del flujo que se opone. Por lo tanto, se debe tomar en cuenta la convección natural cuando es significante.

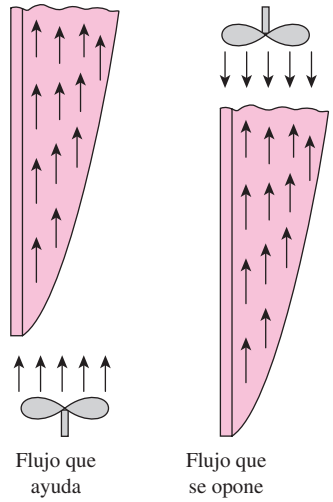


FIGURA 9-38
Esquema para el ejemplo 9-7.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor a través de ventanas

Las ventanas son *aberturas con vidrios* en las paredes exteriores de un edificio que típicamente constan de un *encristalado* (vidrio o plástico) sencillo o múltiple, *marcos* y *persianas*. En las paredes exteriores de un edificio las ventanas ofrecen la *menor resistencia* al flujo del calor. En una casa típica cerca de *un tercio* de la pérdida total de calor en invierno ocurre a través de las ventanas, Asimismo, la mayor parte de la infiltración de aire ocurre en los bordes de ellas. La ganancia de calor solar a través de las ventanas es la responsable de gran parte de la carga de enfriamiento en el verano. El efecto neto de una ventana sobre el balance de calor de un edificio depende de sus características y orientación así como de la radiación solar y del estado del clima. La mano de obra es muy importante en la construcción e instalación de las ventanas para proporcionar un sellado eficaz alrededor de los bordes, permitiendo al mismo tiempo que se cierren y abran con facilidad.

A pesar de ser tan indeseables desde un punto de vista de conservación de la energía, las ventanas son una parte esencial de cualesquiera paredes exteriores de un edificio, ya que mejoran la apariencia del mismo, permiten que entren la *luz del día* y el *calor solar* y dan oportunidad a la gente de ver y observar el exterior sin salir de su hogar. Para los edificios de poca altura, las ventanas también proporcionan zonas de fácil salida durante las emergencias, como en el caso de incendio. Consideraciones importantes en la selección de las ventanas son la *comodidad térmica* y la *conservación de la energía*. Una ventana debe tener una buena transmisión de la luz proporcionando al mismo tiempo resistencia eficaz a la transferencia del calor. Se pueden minimizar las necesidades de alumbrado de un edificio mejorando el uso de la luz natural diurna. Se puede minimizar la pérdida de calor en el invierno a través de las ventanas usando ventanas de hoja doble o triple herméticas al aire, con películas o recubrimientos selectivos desde el punto de vista espectral y permitiendo la entrada de tanta radiación solar como sea posible. La ganancia de calor y, por consiguiente, la carga de enfriamiento en el verano se pueden minimizar usando persianas internas o externas eficaces sobre las ventanas.

Incluso sin la presencia de la radiación solar y de la infiltración de aire, la transferencia de calor a través de las ventanas es más complicada de lo que parece. Esto se debe a que la estructura y propiedades del marco son bastante diferentes a las del encristalado. Como resultado, la transferencia de calor a través del marco y de la sección del borde del encristalado adyacente al propio marco es bidimensional. Por lo tanto, al analizar la transferencia de calor a través de la ventana, se acostumbra considerarla en tres regiones: 1) el *centro del vidrio*, 2) el *borde del vidrio* y 3) el *marco*, como se muestra en la figura 9-39. Entonces, la razón total de la transferencia de calor a través de la ventana se determina sumando la transferencia de calor a través de cada región como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{ventana}} &= \dot{Q}_{\text{centro}} + \dot{Q}_{\text{borde}} + \dot{Q}_{\text{marco}} \\ &= U_{\text{ventana}} A_{\text{ventana}} (T_{\text{interior}} - T_{\text{exterior}})\end{aligned} \tag{9-67}$$

en donde

$$U_{\text{ventana}} = (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}})/A_{\text{ventana}} \tag{9-68}$$

es el **factor *U*** o **coeficiente total de transferencia de calor** de la ventana; A_{ventana} es el área de esta última; A_{centro}, A_{borde} y A_{marco} son las áreas de las

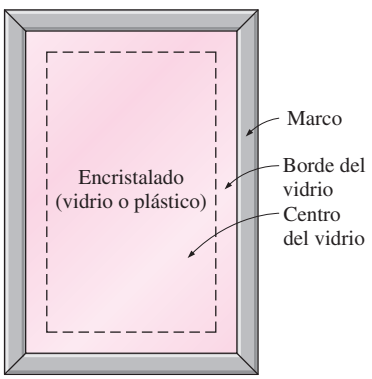


FIGURA 9-39
Las tres regiones de una ventana consideradas en el análisis de la transferencia de calor.

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

secciones del centro, del borde y del marco de la misma, respectivamente, y U_{centro}, U_{borde} y U_{marco} son los coeficientes de transferencia de calor de esas secciones, respectivamente. Note que $A_{ventana} = A_{centro} + A_{borde} + A_{marco}$ y que el factor U de la ventana se determina a partir de los factores U, ponderados con respecto al área, de cada región de ella. Asimismo, el inverso del factor U es el valor R, que es la resistencia térmica unitaria de la ventana (resistencia térmica por unidad de área).

Considere la transferencia de calor unidimensional en estado estacionario a través de un vidrio de una sola hoja de espesor L y conductividad térmica k. La red de resistencias térmicas de este problema consta de resistencias superficiales sobre las superficies interior y exterior y la resistencia a la conducción del vidrio en serie, como se muestra en la figura 9-40. La resistencia total sobre un área unitaria se puede expresar como

$$R_{total} = R_{interior} + R_{vidrio} + R_{exterior} = \frac{1}{h_i} + \frac{L_{vidrio}}{k_{vidrio}} + \frac{1}{h_o} \qquad \textbf{(9-69)}$$

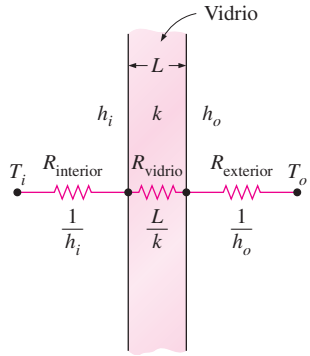


FIGURA 9-40
Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de un vidrio sencillo.

Usando los valores comunes de 3 mm para el espesor y de 0.92 W/m · °C para la conductividad térmica del vidrio, así como los valores de diseño de invierno de 8.29 y 34.0 W/m² · °C para los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior, se determina que la resistencia térmica del vidrio es

$$R_{total} = \frac{1}{8.29\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}} + \frac{0.003\ \text{m}}{0.92\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C}} + \frac{1}{34.0\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$$
$$= 0.121 + 0.003 + 0.029 = 0.153\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$$

Note que la razón entre la resistencia del vidrio y la resistencia total es

$$\frac{R_{vidrio}}{R_{total}} = \frac{0.003\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}}{0.153\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}} = 2.0\%$$

Es decir, la capa de vidrio contribuye con cerca de 2% de la resistencia térmica total de la ventana, la cual es despreciable. La situación no sería muy diferente si usáramos acrílico, cuya conductividad térmica es de 0.19 W/m · °C, en lugar del vidrio. Por lo tanto, no podemos reducir con eficacia la transferencia de calor a través de la ventana aumentando sencillamente el espesor del vidrio. Pero podemos reducirla atrapando aire en reposo entre dos capas de vidrio. El resultado es una **ventana de hoja doble**, la cual se ha convertido en la norma en la construcción de ventanas.

La conductividad térmica del aire a la temperatura ambiente es $k_{aire} = 0.025$ W/m · °C, la cual es un trigésimo de la del vidrio. Por lo tanto, la resistencia térmica de una capa de aire en reposo de 1 cm de espesor es equivalente a la resistencia térmica de una capa de vidrio de 30 cm de espesor. Descartando las resistencias térmicas de las capas de vidrio, la resistencia térmica y el factor U de una ventana de hoja doble se pueden expresar como (figura 9-41)

$$\frac{1}{U_{\text{hoja doble (región central)}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{espacio}} + \frac{1}{h_o} \qquad \textbf{(9-70)}$$

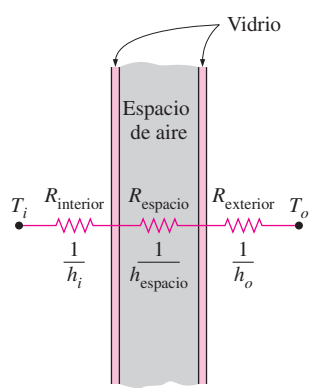


FIGURA 9-41
Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de la sección del centro de una ventana de hoja doble (se desprecian las resistencias de los vidrios).

en donde $h_{espacio} = h_{rad,\ espacio} + h_{conv,\ espacio}$ es el coeficiente combinado de transferencia de calor por radiación y convección del espacio atrapado entre las dos capas de vidrio.

Hablando en términos generales, la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de hoja doble es por radiación y la otra mitad es por conducción (o convección, si existe algún movimiento del aire). Por lo tanto, se tienen dos maneras para minimizar $h_{espacio}$ y, de es-

te modo, la razón de la transferencia de calor a través de una ventana de hoja doble:

1. *Minimizar la transferencia de calor por radiación a través del espacio de aire*. Esto se puede realizar mediante la reducción de la emisividad de las superficies del vidrio recubriéndolas con un material de baja emisividad. Recuerde que la *emisividad efectiva* de dos placas paralelas de emisividades ε_1 y ε_2 se expresa por

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \tag{9-71}$$

La emisividad de la superficie de un vidrio común es 0.84. Por lo tanto, la emisividad efectiva de dos superficies paralelas de vidrio que están una frente a la otra es 0.72. Pero cuando las superficies del vidrio se recubren con una película que tiene una emisividad de 0.1, su emisividad se reduce hasta 0.05, lo cual es la décima cuarta parte de 0.72. Entonces, para las mismas temperaturas superficiales la transferencia de calor por radiación también disminuirá en un factor de 14. Incluso si sólo se recubre una de las superficies la emisividad total se reduce hasta 0.1, que es la emisividad del recubrimiento. Por consiguiente, no es sorprendente que alrededor de la cuarta parte de todas las ventanas vendidas para residencias tengan un recubrimiento de baja emisividad. En la tabla 9-3 se da el coeficiente de transferencia de calor h_{espacio} para el espacio de aire atrapado entre las capas paralelas verticales de vidrio para espacios de aire de 13 mm ($\frac{1}{2}$ in) y 6 mm ($\frac{1}{4}$ in) de espesor, para varias emisividades efectivas y diferencias de temperatura.

Se puede demostrar que recubrir sólo una de las superficies paralelas que están una frente a la otra por un material de emisividad ε reduce la emisividad efectiva hasta cerca del valor de ésta. Por lo tanto, suele ser más económico revestir sólo una de las superficies. Advierta, con base en la figura 9-42, que recubrir una de las superficies interiores de una ventana de hoja doble con un material de emisividad 0.1 reduce a la mitad la razón de la transferencia de calor a través de la sección central de la ventana.

TABLA 9-3

Coeficiente de transferencia de calor, h_{espacio}, para el espacio de aire atrapado entre las dos placas paralelas verticales de vidrio, para espacios de aire de 13 mm y 6 mm de espesor (tomada de Building Materials and Structures, Report 151, U. S. Dept. of Commerce)

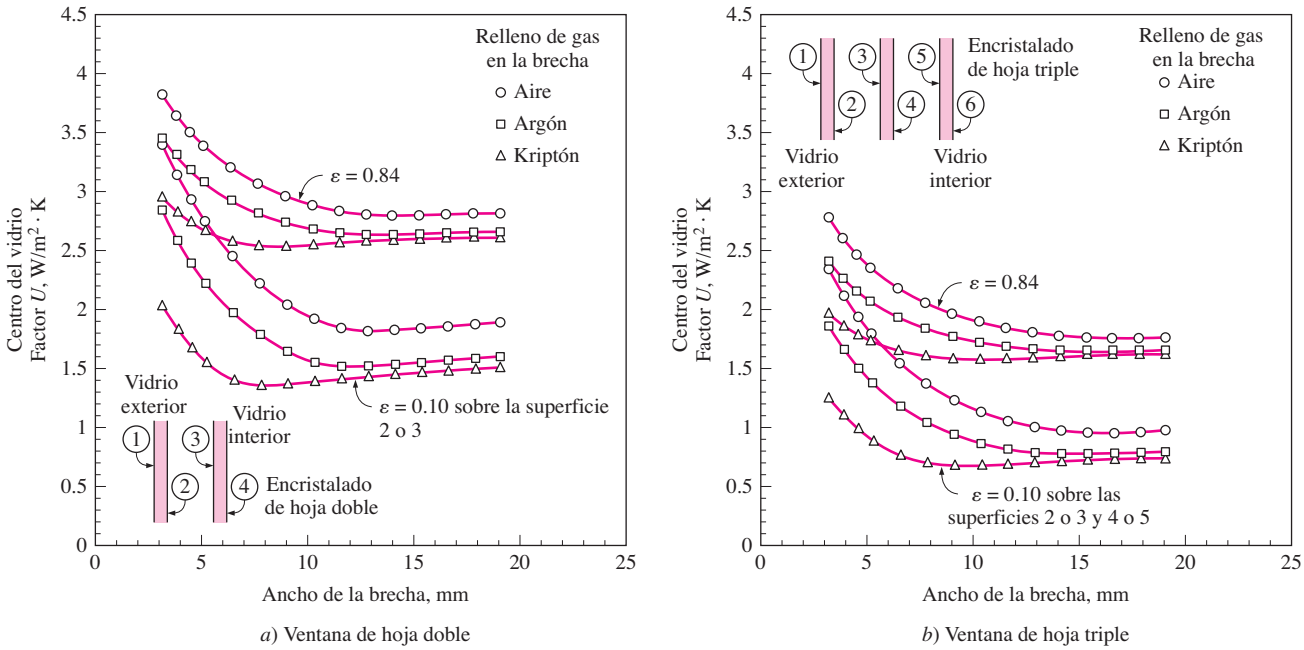
a) Espesor del espacio de aire = 13 mm

T_{prom}, °C	ΔT, °C	h_{espacio} W/m² · °C* $\varepsilon_{\text{efectiva}}$ 0.72	0.4	0.2	0.1
0	5	5.3	3.8	2.9	2.4
0	15	5.3	3.8	2.9	2.4
0	30	5.5	4.0	3.1	2.6
10	5	5.7	4.1	3.0	2.5
10	15	5.7	4.1	3.1	2.5
10	30	6.0	4.3	3.3	2.7
30	5	5.7	4.6	3.4	2.7
30	15	5.7	4.7	3.4	2.8
30	30	6.0	4.9	3.6	3.0

b) Espesor del espacio de aire = 6 mm

T_{prom}, °C	ΔT, °C	h_{espacio} W/m² · °C* $\varepsilon_{\text{efectiva}}$ 0.72	0.4	0.2	0.1
0	5	7.2	5.7	4.8	4.3
0	50	7.2	5.7	4.8	4.3
10	5	7.7	6.0	5.0	4.5
10	50	7.7	6.1	5.0	4.5
30	5	8.8	6.8	5.5	4.9
30	50	8.8	6.8	5.5	4.9
50	5	10.0	7.5	6.0	5.2
50	50	10.0	7.5	6.0	5.2

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft² · °F.



a) Ventana de hoja doble

b) Ventana de hoja triple

FIGURA 9-42

Variación del factor *U* para la sección central de ventanas de hoja doble y triple con espaciamiento uniforme entre las hojas (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, cap. 27, fig. 1).

2. *Minimizar la transferencia de calor por conducción a través del espacio de aire*. Esto se puede hacer *incrementando* la distancia *d* entre los dos vidrios. Sin embargo, lo anterior no se puede llevar a cabo de manera indefinida, ya que incrementar el espaciamiento más allá de un valor crítico da lugar a corrientes de convección en el espacio de aire encerrado, con lo cual se incrementa el coeficiente de transferencia de calor y, de este modo, se frustra la finalidad. Además, incrementar el espaciamiento también aumenta el espesor del armazón necesario y el costo de la ventana. Los estudios experimentales han demostrado que cuando el espaciamiento *d* es menor que alrededor de 13 mm, no se tiene convección, y la transferencia de calor a través del aire es por conducción. Pero conforme se aumenta el espaciamiento, aparecen corrientes de convección en el espacio de aire y el aumento en el coeficiente de transferencia de calor anula cualquier beneficio obtenido por la capa más gruesa de aire. Como resultado, el coeficiente de transferencia de calor permanece casi constante, como se muestra en la figura 9-42. Por lo tanto, no tiene sentido usar un espacio de aire más grueso que 13 mm en una ventana de hoja doble, a menos que se use una capa delgada de poliéster para dividir dicho espacio en dos con el fin de suprimir las corrientes de convección. La película suministra un aislamiento adicional, sin agregar mucho al peso o al costo de la ventana de hoja doble. La resistencia térmica de la ventana se puede incrementar todavía más usando ventanas de hoja triple o cuádruple, siempre que resulte económico hacerlo. Note que el uso de una ventana de hoja triple, en lugar de una de hoja doble, reduce en alrededor de un tercio la razón de la transferencia de calor a través de la sección central de la misma.

Otra manera de reducir la transferencia de calor por conducción a través de una ventana de hoja doble es usar un *fluido menos conductor*, como el argón y el kriptón, en lugar de aire, para llenar la brecha entre los vidrios.

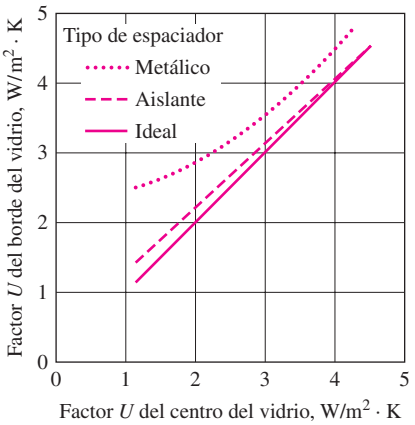


FIGURA 9-43
Factor *U* del borde del vidrio con relación al factor *U* del centro del vidrio para ventanas con varios espaciadores *(Tomada del Handbook of Fundamentals de la ASHRAE, cap. 27, fig. 2).*

En este caso la brecha necesita estar bien sellada para impedir que el gas se fugue hacia el exterior. Por supuesto, otra alternativa es vaciar por completo la brecha entre los vidrios, pero no resulta práctico hacerlo.

Factor *U* del borde del vidrio de una ventana

En las ventanas de hoja doble y triple los vidrios se mantienen separados entre sí a una distancia uniforme por medio de **espaciadores** hechos de metales o aisladores como aluminio, fibra de vidrio, madera y butilo. Tiras espaciadoras continuas se colocan alrededor del perímetro del vidrio para proporcionarle un sello al borde así como un espaciamiento uniforme. Sin embargo, los espaciadores también sirven como "puentes térmicos" indeseables entre los vidrios, los cuales se encuentran a temperaturas diferentes y la formación de este cortocircuito puede incrementar en forma considerable la transferencia de calor a través de la ventana. La transferencia de calor en la región del borde de una ventana es bidimensional y las mediciones en laboratorio indican que los efectos de borde se limitan a una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro del vidrio.

En la figura 9-43 se da el factor *U* para la región del borde de una ventana con relación al mismo factor para la región central de esta última. La curva sería una recta diagonal si los dos valores *U* fueran iguales entre sí. Note que éste es casi el caso para los espaciadores aislantes como la madera y la fibra de vidrio. Pero, para los espaciadores conductores como los hechos de aluminio, el factor *U* para la región del borde puede ser el doble del correspondiente a la región central. Los valores para los espaciadores de acero caen entre las dos curvas correspondientes a los metálicos y los aislantes. El efecto de borde no es aplicable a las ventanas de una sola hoja.

Factor *U* del marco

El armazón de una ventana consta de la ventana completa, excepto el encristalado. La transferencia de calor a través del armazón es difícil de determinar debido a las distintas configuraciones de las ventanas, tamaños y construcciones diferentes y diversas combinaciones de los materiales usados en la construcción del marco. El tipo de encristalado —de una sola hoja, de hoja doble y de hoja triple— afecta el espesor del armazón y, por consiguiente, la transferencia de calor a través del marco. La mayor parte de los marcos están hechos de *madera*, *aluminio*, *vinilo* o *fibra de vidrio*. Sin embargo, también es común el uso de una combinación de estos materiales (como madera revestida de aluminio y aluminio revestido de vinilo) para mejorar la apariencia y la durabilidad.

El *aluminio* es un material popular para las armazones debido a que es barato, durable y fácil de trabajar y no se pudre ni absorbe agua como la madera. Sin embargo, desde el punto de vista de la transferencia de calor, es el material menos deseable para las armazones en virtud de su elevada conductividad térmica. No resultará sorprendente que el factor *U* de los marcos de aluminio sólido es el más alto y, como consecuencia, una ventana con armazón de aluminio perderá mucho más calor que una similar con armazón de madera o de vinilo. Se puede reducir la transferencia de calor a través de los miembros de aluminio para las armazones mediante el uso de insertos de plástico entre los componentes que sirvan como barreras térmicas. El espesor de estos insertos afecta mucho la transferencia de calor a través del marco. Para los marcos de aluminio sin las tiras de plástico la resistencia principal a la transferencia de calor se debe al coeficiente de transferencia de calor de la superficie interior. En la tabla 9-4 se dan los factores

TABLA 9-4

Factores *U* representativos del marco para ventanas verticales fijas (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, cap. 27, tabla 2)

Material del marco	Factor *U*, W/m² · °C*
Aluminio	
Encristalado de una sola hoja (3 mm)	10.1
Encristalado doble (18 mm)	10.1
Encristalado triple (33 mm)	10.1
Madera o vinilo	
Encristalado de una sola hoja (3 mm)	2.9
Encristalado doble (18 mm)	2.8
Encristalado triple (33 mm)	2.7

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft² · °F.

U para varios marcos, en función de los materiales espaciadores y de los espesores de las unidades de vidrio. Note que el factor U del armazón metálico y, por consiguiente, la razón de la transferencia de calor a través de un marco metálico de ventana es más del triple que el de un marco de madera o de vinilo.

Coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies interior y exterior

La transferencia de calor a través de una ventana también resulta afectada por los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación entre las superficies del vidrio y sus alrededores. Los efectos de la convección y de la radiación sobre las superficies interiores y exteriores de los encristalados suelen combinarse en los coeficientes combinados h_i y h_o, respectivamente, de transferencia de calor por convección y radiación. En condiciones de aire inmóvil, el coeficiente combinado de transferencia de calor en la superficie interior de una ventana vertical se puede determinar a partir de

$$h_i = h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}} = 1.77(T_g - T_i)^{0.25} + \frac{\varepsilon_g \sigma (T_g^4 - T_i^4)}{T_g - T_i} \qquad (\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}) \tag{9-72}$$

en donde T_g* = temperatura del vidrio en K, T_i = temperatura del aire en el interior en K, ε_g = emisividad de la superficie interior del vidrio expuesta al cuarto (tomada como 0.84 para el vidrio sin recubrimiento) y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$ K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann. Aquí se supone que la temperatura de las superficies interiores que dan frente a la ventana es igual a la del aire en el interior. Esta suposición resulta razonable cuando la ventana da el frente en su mayor parte a paredes interiores, pero se vuelve cuestionable cuando está expuesta a superficies calentadas o enfriadas o a otras ventanas. El valor de h_i de uso común para el cálculo de la carga pico es

$$h_i = 8.29 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C} = 1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F} \qquad \text{(invierno o verano)}$$

el cual corresponde a las condiciones de diseño de invierno de $T_i = 22°$C y $T_g = -7°$C, para vidrio sin revestimiento, con $\varepsilon_g = 0.84$. Pero también se puede usar el mismo valor de h_i para las condiciones de diseño de verano, ya que corresponde a las condiciones de verano de $T_i = 24°$C y $T_g = 32°$C. En la tabla 9-5 se dan los valores de h_i para varias temperaturas y emisividades del vidrio. Los valores de h_o de uso común para los cálculos de la carga pico son los mismos que los usados para las superficies exteriores de las paredes (34.0 W/m$^2 \cdot$ °C, para el invierno, y 22.7 W/m$^2 \cdot$ °C, para el verano).

Factor *U* total de las ventanas

Los factores U totales para varias clases de ventanas y tragaluces se evalúan usando simulaciones mediante computadora y pruebas de laboratorio, para las condiciones de diseño de invierno; en la tabla 9-6 se dan valores representativos. Los datos de pruebas pueden proporcionar información más exacta para productos específicos y deben preferirse cuando se disponga de ellos. Sin embargo, se pueden usar los valores cuya lista se da en la tabla para obtener resultados satisfactorios en varias condiciones a falta de datos específicos del producto. Se puede determinar el factor U de un producto para ventanas diferente de los dados en la tabla: 1) determinando las fracciones del área que sean marco, centro y borde del vidrio (suponiendo una banda

TABLA 9-5

Coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación h_i en la superficie interior de un vidrio vertical en condiciones de aire inmóvil (en W/m$^2 \cdot$ °C)*

T_i °C	T_g °C	Emisividad del vidrio, ε_g 0.05	0.20	0.84
20	17	2.6	3.5	7.1
20	15	2.9	3.8	7.3
20	10	3.4	4.2	7.7
20	5	3.7	4.5	7.9
20	0	4.0	4.8	8.1
20	−5	4.2	5.0	8.2
20	−10	4.4	5.1	8.3

*Multiplíquese por 0.176 para convertir a Btu/h · ft^2 · °F.

*Nota del RT: El subíndice *g* viene de la palabra *glass* que en inglés significa vidrio.

TABLA 9-6

Factores U (coeficientes de transferencia de calor) totales para ventanas y tragaluces diversos, en W/m^2 · °C (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, cap. 27, tabla 5)

	Sólo sección del vidrio (encristalado)			*Marco de aluminio (sin interrupción térmica)*			*Marco de madera o de vinilo*					
Tipo →	*Centro del vidrio*	*Borde del vidrio*		*Fijo*	*De doble batiente*	*Tragaluz inclinado*	*Fijo*		*De doble batiente*		*Tragaluz inclinado*	
Ancho del marco →	*(No aplicable)*			32 mm ($1\frac{1}{4}$ in)	53 mm (2 in)	19 mm ($\frac{3}{4}$ in)	41 mm ($1\frac{5}{8}$ in)		88 mm ($3\frac{7}{16}$ in)		23 mm ($\frac{7}{8}$ in)	
Tipo de espaciador →	—	Metálico	Aislante	Todos	Todos	Todos	Metálico	Aislante	Metálico	Aislante	Metálico	Aislante
Tipo de cristalizado												
Encristalado de una sola hoja												
Vidrio de 3 mm ($\frac{1}{8}$ in)	6.30	6.30	—	6.63	7.16	9.88	5.93	—	5.57	—	7.57	—
Acrílico de 6.4 mm ($\frac{1}{4}$ in)	5.28	5.28	—	5.69	6.27	8.86	5.02	—	4.77	—	6.57	—
Acrílico de 3 mm ($\frac{1}{8}$ in)	5.79	5.79	—	6.16	6.71	9.94	5.48	—	5.17	—	7.63	—
Encristalado doble (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	3.24	3.71	3.34	3.90	4.55	6.70	3.26	3.16	3.20	3.09	4.37	4.22
Espacio de aire de 12.7 mm	2.78	3.40	2.91	3.51	4.18	6.65	2.88	2.76	2.86	2.74	4.32	4.17
Espacio de argón de 6.4 mm	2.95	3.52	3.07	3.66	4.32	6.47	3.03	2.91	2.98	2.87	4.14	3.97
Espacio de argón de 12.7 mm	2.61	3.28	2.76	3.36	4.04	6.47	2.74	2.61	2.73	2.60	4.14	3.97
Encristalado doble [$\varepsilon = 0.1$, recubrimiento sobre una de las superficies del espacio de aire (superficies 2 o 3, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.44	3.16	2.60	3.21	3.89	6.04	2.59	2.46	2.60	2.47	3.73	3.53
Espacio de aire de 12.7 mm	1.82	2.71	2.06	2.67	3.37	6.04	2.06	1.92	2.13	1.99	3.73	3.53
Espacio de argón de 6.4 mm	1.99	2.83	2.21	2.82	3.52	5.62	2.21	2.07	2.26	2.12	3.32	3.09
Espacio de argón de 12.7 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.71	1.82	1.67	1.91	1.78	3.41	3.19
Encristalado triple (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.16	2.96	2.35	2.97	3.66	5.81	2.34	2.18	2.36	2.21	3.48	3.24
Espacio de aire de 12.7 mm	1.76	2.67	2.02	2.62	3.33	5.67	2.01	1.84	2.07	1.91	3.34	3.09
Espacio de argón de 6.4 mm	1.93	2.79	2.16	2.77	3.47	5.57	2.15	1.99	2.19	2.04	3.25	3.00
Espacio de argón de 12.7 mm	1.65	2.58	1.92	2.52	3.23	5.53	1.91	1.74	1.98	1.82	3.20	2.95
Encristalado triple [$\varepsilon = 0.1$, recubrimiento sobre una de las superficies de los espacios de aire (superficies 3 y 5, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.24	1.81	1.64	1.89	1.73	2.92	2.66
Espacio de aire de 12.7 mm	0.97	2.05	1.38	1.92	2.66	5.10	1.33	1.15	1.46	1.30	2.78	2.52
Espacio de argón de 6.4 mm	1.19	2.23	1.56	2.12	2.85	4.90	1.52	1.35	1.64	1.47	2.59	2.33
Espacio de argón de 12.7 mm	0.80	1.92	1.25	1.77	2.51	4.86	1.18	1.01	1.33	1.17	2.55	2.28

Notas:

1) Multiplíquese por 0.176 para obtener los factores U en Btu/h · ft^2 · °F.

2) Los factores U dados en esta tabla incluyen los efectos de los coeficientes de transferencia de calor sobre las superficies y están basados en las condiciones de invierno de temperatura del aire en el exterior de –18°C y temperatura del aire en el interior de 21°C, con vientos en el exterior de 24 km/h (15 mph) y flujo solar cero. Los cambios pequeños en las temperaturas en el interior y el exterior no afectarán mucho los factores U totales. Se supone que las ventanas están verticales y que los tragaluces están inclinados 20° respecto a la horizontal con el flujo de calor hacia arriba. Los espaciadores de aislamiento son de madera, fibra de vidrio o butilo. Se supone que los efectos del borde del vidrio se extienden sobre la banda de 65 mm alrededor del perímetro de cada encristalado. Los tamaños de los productos son de 1.2 m × 1.8 m, para las ventanas fijas, de 1.8 m × 2.0 m, para las ventanas de doble batiente, y de 1.2 m × 0.6 m, para los tragaluces, pero los valores dados también se pueden usar para productos de tamaños semejantes. Todos los datos están basados en vidrio de 3 mm ($\frac{1}{8}$ in), a menos que se haya hecho notar lo contrario.

de 65 mm de ancho alrededor del perímetro de cada encristalado), 2) determinando los factores U para cada sección (los factores U del centro del vidrio y del borde del vidrio se pueden tomar de las dos primeras columnas de la tabla 9-6 y el del marco se puede tomar de la tabla 9-5 o de cualesquiera otras fuentes) y 3) multiplicando las fracciones de área y los factores U para cada sección, y sumando los resultados de multiplicación.

Los sistemas de paredes cubiertas de vidrio se pueden tratar como ventanas fijas. Asimismo, los datos para las ventanas de doble batiente se pueden usar para las puertas con vidrio sencillo. Se pueden hacer varias observaciones basándose en los datos de la tabla:

1. Los factores U para los tragaluces son considerablemente mayores que los de las ventanas verticales. Esto se debe a que el área del tragaluz, incluyendo la guarnición, puede ser de 13 a 240% más grande que el área aproximada de la abertura. La pendiente del tragaluz también tiene algún efecto.
2. El factor U de las unidades con vidrios múltiples se puede reducir de manera considerable llenando las cavidades con gas argón en lugar de aire seco. El desempeño de las unidades llenas con CO_2 es semejante a las llenas con argón. El factor U se puede reducir todavía más rellenando las cavidades del encristalado con gas kriptón.
3. El recubrimiento de las superficies del encristalado con películas de baja emisividad reduce el factor U en forma significativa. Para las unidades con vidrios múltiples, resulta adecuado recubrir una de las dos superficies que estén frente a frente.
4. Entre más grueso sea el espacio de aire en las unidades con vidrios múltiples, más bajo es el factor U para un espesor de hasta 13 mm ($\frac{1}{2}$ in) del espacio de aire. Para un número especificado de encristalados, la ventana con capas de aire más gruesas tendrá un factor U más bajo. Para un espesor total especificado del encristalado, entre mayor sea el número de encristalados, más bajo es el factor U. Por lo tanto, una ventana de hoja triple con espacios de aire de 6.4 mm (dos de esos espacios de aire) tendrá un valor U más bajo que el de una ventana de hoja doble con un espacio de aire de 12.7 mm.
5. Las ventanas con marcos de madera o de vinilo tienen un valor U considerablemente más bajo que el de ventanas similares con marco metálico. Por lo tanto, se exigen ventanas con marco de madera o de vinilo en los diseños eficientes con respecto a la energía.

EJEMPLO 9-8 Factor *U* para la sección del centro del vidrio de las ventanas

Determine el factor U para la sección del centro del vidrio de una ventana de hoja doble con un espacio de aire de 6 mm, para las condiciones de diseño de invierno (figura 9-44). Los encristalados están hechos de vidrio transparente que tiene una emisividad de 0.84. Tome la temperatura promedio del espacio de aire en las condiciones de diseño como 0°C.

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor U para la sección del centro del vidrio de una ventana de hoja doble.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** La resistencia térmica de las láminas de vidrio es despreciable.

Propiedades La emisividad del vidrio transparente es 0.84.

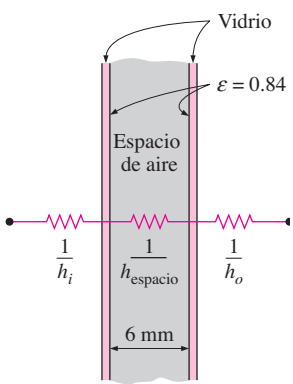


FIGURA 9-44
Esquema del ejemplo 9-8.

Análisis Descartando la resistencia térmica de las láminas de vidrio, la cual es pequeña, el factor U para la región central de una ventana de hoja doble se determina a partir de

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{\text{espacio}}} + \frac{1}{h_o}$$

en donde h_i, h_{espacio} y h_o son los coeficientes de transferencia de calor en la superficie interior de la ventana, el espacio de aire entre las capas de vidrio y la superficie exterior de la ventana, respectivamente. Con anterioridad se dieron los valores de h_i y h_o para las condiciones de diseño de invierno como $h_i = 8.29$ W/m^2 · °C y $h_o = 34.0$ W/m^2 · °C. La emisividad efectiva del espacio de aire de la ventana de hoja doble es

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{1/0.84 + 1/0.84 - 1} = 0.72$$

Para este valor de la emisividad y una temperatura promedio del espacio de aire de 0°C, en la tabla 9-3 leemos $h_{\text{espacio}} = 7.2$ W/m^2 · °C, para un espacio de aire de 6 mm de espesor. Por lo tanto,

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} = \frac{1}{8.29} + \frac{1}{7.2} + \frac{1}{34.0} \quad \rightarrow \quad U_{\text{centro}} = \mathbf{3.46\ W/m^2 \cdot {}^\circ C}$$

Discusión Se obtiene el valor del factor U del centro del vidrio de 3.24 W/m^2 · °C de la tabla 9-6 (cuarto renglón y segunda columna) usando un valor estándar de $h_o = 29$ W/m^2 · °C (en lugar de 34.0 W/m^2 · °C) y $h_{\text{espacio}} = 6.5$ W/m^2 · °C a una temperatura promedio del espacio de aire de −15°C.

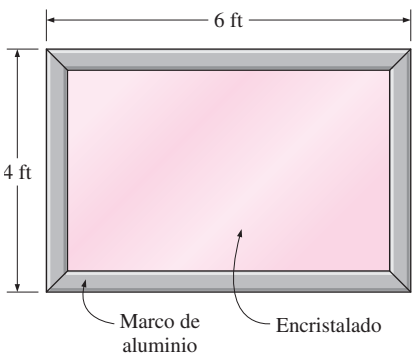


FIGURA 9-45
Esquema para el ejemplo 9-9.

EJEMPLO 9-9 **Pérdida de calor a través de ventanas con marco de aluminio**

Se está considerando una ventana fija con marco de aluminio y láminas de vidrio para una abertura que tiene 4 ft de alto y 6 ft de ancho, en la pared de una casa que se mantiene a 72°F (figura 9-45). Determine la razón de la pérdida de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interior del vidrio que da frente al cuarto, cuando la temperatura del aire en el exterior es de 15°F, si se selecciona que la ventana sea *a*) de un encristalado de una sola hoja de $\frac{1}{8}$ in, *b*) de un encristalado doble con un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in y *c*) de un encristalado triple con recubrimiento de baja emisividad y un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in.

SOLUCIÓN Se deben determinar la razón de la pérdida de calor a través de una ventana con marco de aluminio y la temperatura de la superficie interior en los casos de ventanas de una sola hoja, de hoja doble y de hoja triple con cubierta de baja emisividad.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de las ventanas y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades En la tabla 9-6 se dan los factores U de las ventanas.

Análisis Se puede determinar la razón de la transferencia de calor a través de la ventana a partir de

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = U_{\text{total}} A_{\text{ventana}}(T_i - T_o)$$

en donde T_i y T_o son las temperaturas del aire en el interior y el exterior, respectivamente; U_{total} es el factor U (el coeficiente total de transferencia de calor) de la ventana, y A_{ventana} es el área de esta última, la cual se determina que es

$$A_{\text{ventana}} = \text{Altura} \times \text{Ancho} = (4\ \text{ft})(6\ \text{ft}) = 24\ \text{ft}^2$$

Basándose en la tabla 9-6 se puede determinar de manera directa que los factores U para los tres casos son 6.63, 3.51 y 1.92 W/m² · °C, respectivamente, que deben multiplicarse por el factor 0.176 para convertirlos en Btu/h · ft² · °F. Asimismo, con base en la ley de Newton, se puede determinar la temperatura de la superficie interior del vidrio de la ventana,

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = h_i A_{\text{ventana}} (T_i - T_{\text{vidrio}}) \quad \rightarrow \quad T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}}$$

en donde h_i es el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie interior de la ventana, el cual, con base en la tabla 9-5, se determina que es h_i = 8.3 W/m² · °C = 1.46 Btu/h · ft² · °F. Entonces la razón de la pérdida de calor y la temperatura interior del vidrio para cada caso se determinan como sigue:

a) Encristalado de una sola hoja:

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (6.63 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15){}^\circ\text{F} = \mathbf{1\,596 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72{}^\circ\text{F} - \frac{1\,596 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{26.5{}^\circ F}$$

b) Encristalado doble (espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (3.51 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15){}^\circ\text{F} = \mathbf{845 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72{}^\circ\text{F} - \frac{845 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{47.9{}^\circ F}$$

c) Encristalado triple (espacio de aire de $\frac{1}{2}$ in, recubrimiento de baja emisividad):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (1.92 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)(72 - 15){}^\circ\text{F} = \mathbf{462 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72{}^\circ\text{F} - \frac{462 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ ft}^2)} = \mathbf{58.8{}^\circ F}$$

Por lo tanto, la pérdida de calor a través de la ventana se reducirá en un 47%, en el caso del encristalado doble, y en un 71%, en el caso del encristalado triple, en relación con el encristalado de una sola hoja. Asimismo, en el caso del encristalado de una sola hoja, la baja temperatura de la superficie interior del vidrio causará una incomodidad considerable en los ocupantes debido a la pérdida excesiva de calor del cuerpo por radiación. Esta temperatura se eleva de 26.5°F, que está por debajo del punto de congelación, hasta 47.9°F, en el caso del encristalado doble, y hasta 58.8°F, en el caso del encristalado triple.

EJEMPLO 9-10 Factor *U* de una ventana de doble batiente

Determine el factor U total para una ventana de doble batiente, hoja doble, marco de madera y con espaciadores metálicos, y compare su resultado con el valor dado en la lista de la tabla 9-6. Las dimensiones totales de la ventana son 1.80 m × 2.00 m y las dimensiones de cada encristalado son 1.72 m × 0.94 m (figura 9-46).

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor U total para una ventana de doble batiente y el resultado compararse con el valor dado en la tabla.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional.

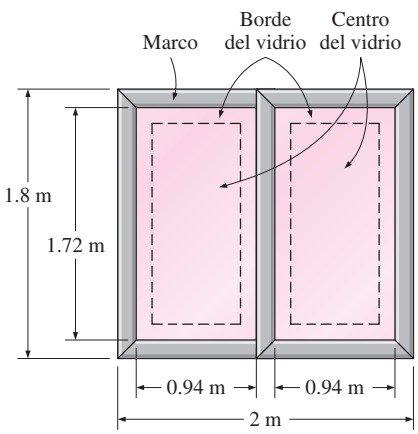


FIGURA 9-46
Esquema para el ejemplo 9-10.

Propiedades En las tablas 9-4 y 9-6 se dan los factores U para las diversas secciones de las ventanas.

Análisis Las áreas de la ventana, el encristalado y el marco son

$$A_{\text{ventana}} = \text{Altura} \times \text{Ancho} = (1.8\ \text{m})(2.0\ \text{m}) = 3.60\ \text{m}^2$$

$$A_{\text{encristalado}} = 2 \times (\text{Altura} \times \text{Ancho}) = 2(1.72\ \text{m})(0.94\ \text{m}) = 3.23\ \text{m}^2$$

$$A_{\text{marco}} = A_{\text{ventana}} - A_{\text{encristalado}} = 3.60 - 3.23 = 0.37\ \text{m}^2$$

La región del borde del vidrio consta de una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro de los encristalados y se determina que las áreas de las secciones del centro y del borde del encristalado son

$$A_{\text{centro}} = 2 \times (\text{Altura} \times \text{Ancho}) = 2(1.72 - 0.13\ \text{m})(0.94 - 0.13\ \text{m}) = 2.58\ \text{m}^2$$

$$A_{\text{borde}} = A_{\text{encristalado}} - A_{\text{centro}} = 3.23 - 2.58 = 0.65\ \text{m}^2$$

Basándose en la tabla 9-4, se determina que el factor U para la sección del marco es $U_{\text{marco}} = 2.8\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$. A partir de la tabla 9-6 (quinto renglón, segunda y tercera columnas) se determina que los factores U para las secciones del centro y del borde son $U_{\text{centro}} = 3.24\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$ y $U_{\text{borde}} = 3.71\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$. Entonces el factor total de toda la ventana queda

$$\begin{aligned} U_{\text{ventana}} &= (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}})/A_{\text{ventana}} \\ &= (3.24 \times 2.58 + 3.71 \times 0.65 + 2.8 \times 0.37)/3.60 \\ &= \mathbf{3.28\ W/m^2 \cdot {}^\circ C} \end{aligned}$$

El factor U total que se da en la lista de la tabla 9-6 para el tipo especificado de ventana es $3.20\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$, el cual es suficientemente cercano al que acaba de obtenerse.

RESUMEN

En este capítulo hemos considerado la transferencia de calor por *convección natural*, en la que cualquier movimiento del fluido ocurre por medios naturales, como la flotación. El *coeficiente de expansión volumétrica* de una sustancia representa la variación de la densidad de esa sustancia con la temperatura a presión constante, y para un gas ideal se expresa como $\beta = 1/T$, en donde T es la temperatura absoluta en K o R.

El régimen de flujo en la convección natural lo rige un número adimensional llamado *número de Grashof*, el cual representa la razón entre la fuerza de flotabilidad y la fuerza viscosa que actúan sobre el fluido y se expresa como

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$$

en donde L_c es la *longitud característica*, la cual es la altura L para una placa vertical y el diámetro D para un cilindro horizontal. Las correlaciones para el número de Nusselt, $\text{Nu} = hL_c/k$, en la convección natural se expresan en términos del *número de Rayleigh* definido como

$$\text{Ra}_L = \text{Gr}_L\,\text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\,\text{Pr}$$

En la tabla 9-1 se dan relaciones del número de Nusselt para varias superficies. Todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película de $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$. La superficie exterior de un cilindro vertical se puede tratar como una placa vertical cuando los efectos de la curvatura son despreciables. La longitud característica para una superficie horizontal es $L_c = A_s/p$, en donde A_s es el área superficial y p es el perímetro.

El número de Nusselt para *placas paralelas* verticales isotérmicas, con espaciamiento S y altura L, se expresa como

$$\text{Nu} = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(\text{Ra}_S S/L)^2} + \frac{2.873}{(\text{Ra}_S S/L)^{0.5}}\right]^{-0.5}$$

El espaciamiento óptimo entre las aletas para un sumidero vertical de calor y el número de Nusselt para aletas espaciadas de manera óptima son

$$S_{\text{ópt}} = 2.714\left(\frac{S^3L}{\text{Ra}_S}\right)^{0.25} = 2.714\,\frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} \text{ y } \text{Nu} = \frac{hS_{\text{ópt}}}{k} = 1.307$$

En un *recinto cerrado rectangular horizontal* con la placa más caliente arriba, la transferencia de calor es por conducción pura y Nu = 1. Cuando la placa más caliente está abajo, el número de Nusselt es

$$\text{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\text{Ra}_L}\right]^+ + \left[\frac{\text{Ra}_L^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \qquad \text{Ra}_L < 10^8$$

La notación $[\ ]^+$ indica que si la cantidad entre corchetes es negativa, debe igualarse a cero. Para *recintos cerrados rectangulares verticales*, el número de Nusselt se puede determinar a partir de

$$\text{Nu} = 0.18\left(\frac{\text{Pr}}{0.2 + \text{Pr}}\text{Ra}_L\right)^{0.29} \qquad \begin{array}{c} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número} \\ \text{de Prandtl} \\ \text{Ra}_L\,\text{Pr}/(0.2 + \text{Pr}) > 10^3 \end{array}$$

$$\text{Nu} = 0.22\left(\frac{\text{Pr}}{0.2 + \text{Pr}}\text{Ra}_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \qquad \begin{array}{c} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número} \\ \text{de Prandtl} \\ \text{Ra}_L < 10^{10} \end{array}$$

Para proporciones dimensionales mayores que 10, deben usarse las ecuaciones 9-54 y 9-55. Para recintos cerrados inclinados, deben usarse las ecuaciones 9-48 a 9-51.

Para *cilindros horizontales concéntricos* la razón de la transferencia de calor a través del espacio anular entre ellos por convección natural, por unidad de longitud, es

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$

en donde

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.386\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\text{Ra}_L)^{1/4}$$

y

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$

Para un *espacio cerrado esférico* la razón de la transferencia de calor a través del espacio entre las esferas por convección natural se expresa como

$$\dot{Q} = k_{\text{ef}}\frac{\pi D_i D_o}{L_c}(T_i - T_o)$$

en donde

$$\frac{k_{\text{ef}}}{k} = 0.74\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{esf}}\text{Ra}_L)^{1/4}$$

$$L_c = (D_o - D_i)/2$$

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_iD_o)^4(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}$$

La cantidad kNu se llama *conductividad térmica efectiva* del espacio cerrado, ya que un fluido en un espacio de ese tipo se comporta como uno inmóvil cuya conductividad térmica es kNu, como resultado de las corrientes de convección. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura promedio de $(T_i + T_o)/2$.

Para un fluido dado, el parámetro Gr/Re^2 representa la importancia de la convección natural con relación a la convección forzada. La convección natural es despreciable cuando $\text{Gr}/\text{Re}^2 < 0.1$, la forzada es despreciable cuando $\text{Gr}/\text{Re}^2 > 10$ y ninguna de las dos es despreciable cuando $0.1 < \text{Gr}/\text{Re}^2 < 10$.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, Atlanta: AHSRAE, 1993.

2. J. N. Arnold, I. Catton y D. K. Edwards, "Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Region of Differing Aspects Ratios", Publicación de la ASME, núm. 75-HT-62, 1975.

3. L. S. Asgeirsson y A. J. Ghajar, "Prediction of Thermanl Conductivity and Viscosity for Some Fluids in the Near Critical Region". *Chemical Engineering Communications*, vol. 43, núms. 1-3 (1986), pp. 165-184.

4. P. S. Ayyaswamy e I. Catton, "The Boundary-Layer Regime for Natural Convection in a Differently Heated Tilted Rectangular Cavity", *Journal of Heat Transfer* 95 (1973), p. 543.

5. A. Bar-Cohen, "Fin Thickness for an Optimized Natural Convection Array of Rectangular Fins", *Journal of Heat Transfer* 101 (1979), pp. 564-566.

6. ——— y W. M. Rohsenow, "Thermally Optimum Spacing of Vertical Natural Convection Cooled Parallel Plates", *Journal of Heat Transfer* 106 (1984), p. 116.

7. B. M. Berkovsky y V. K. Polevikov. "Numerical Study of Problems on High-Intensive Free Convection", en *Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection*, D. B. Spalding y N. Afgan (eds.), Washington, DC: Hemisphere, 1977, pp. 443-445.

8. I. Catton. "Natural Convection in Enclosures", *Proceedings of Sixth International Heat Transfer Conference*, vol. 6, Toronto, Canadá, 1978, pp. 13-31.

9. T. Cebeci. "Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Slender Circular Cylinder", *Proceedings Fifth International Heat Transfer Conference*, publicación NCI.4, 1974, pp. 15-19.

10. Y. A. Çengel y P. T. L. Zing. "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer from Heat Sinks by Shrouding", *Proceedings of ASME/JSME Thermal Engineering Conference*, vol. 3, Honolulú, HA, 1987, pp. 451-475.

11. S. W. Churchill. "A Comprehensive Correlating Equation for Laminar Assisting Forced and Free Convection", *AIChE Journal* 23 (1977), pp. 10-16.

12. ————, "Free Convection around Immersed Bodies", *Heat Exchanger Design Handbook*, E. U. Schlünder (ed.), Sección 2.5.7, Nueva York: Hemisphere, 1983.

13. ————. "Combined Free and Forced Convection around Immersed Bodies", en *Heat Exchanger Design Handbook*, Sección 2.5.9, Nueva York: Hemisphere, 1986.

14. ———— y H. H. S. Chu. "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Horizontal Cylinder", *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975), p. 1049.

15. ———— y ————. "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate", *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975), p. 1323.

16. E. R. G. Eckert y E. Soehngen. "Studies on Heat Transfer in Laminar Free Convection with Zehnder-Mach Interferometer". USAF Technical Report 5747, diciembre de 1948.

17. ———— y ————. "Interferometric Studies on the Stability and Transition to Turbulence of a Free Convection Boundary Layer", *Proceedings of General Discussion, Heat Transfer ASME/IME*, Londres, 1951.

18. S. M. ElSherbiny, G. D. Raithby y K. G. T. Hollands. "Heat Transfer by Natural Convection Across Vertical and Inclined Air Layers, *Journal of Heat Transfer* 104 (1982), pp. 96-102.

19. T. Fujii y H. Imura. "Natural Convection Heat Transfer from a Plate with Arbitrary Inclination", *International Journal of Heat Mass Transfer* 15 (1972), p. 755.

20. A. J. Ghajar y A. Asadi. "Improved Forced Convective Heat Transfer Correlations for Liquids in the Near Critical Region". AIAA Journal, vol. 24, núm. 12 (1986), pp. 2030-2037.

21. S. Ghorbani-Tari y A. J. Ghajar, "Improved Free Convective Heat Transfer Correlations in the Near-Critical Region". AIAA Journal, vol. 23, núm. 10 (1985), pp. 1647-1649.

22. K. G. T. Hollands, T. E. Unny, G. D. Raithby y L. Konicek. "Free Convective Heat Transfer Across Inclined Air Layers", *Journal of Heat Transfer* 98 (1976), pp. 189-193.

23. M. Jakob. *Heat Transfer*, Nueva York: Wiley, 1949.

24. W. M. Kays, M. E. Crawford y B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer*, 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.

25. Reimpreso de J. R. Lloyd y E. M. Sparrows. "Combined Force and Free Convection Flow on Vertical Surfaces", *International Journal of Heat Mass Transfer* 13 copyright 1970, con autorización de Elsevier.

26. R. K. MacGregor y A. P. Emery. "Free Convection Through Vertical Plane Layers: Moderate and High Prandtl Number Fluids", *Journal of Heat Transfer* 91 (1969), p. 391.

27. T.S. Najjar y A. J. Ghajar, "Prediction of Densit and Constant Pressure Specific Heat for Several Fluids in the Near-Critical Region", AIAA trabajo núm. 83-1476, AIAA 18th Thermophysics Conference, Montreal, Canadá, junio 1-3 (1983).

28. S. Ostrach. "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", National Advisory Commitee for Aeronautics, Reporte 1111, 1953.

29. G. D. Raithby y K. G. T. Hollands. "A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems", en *Advances in Heat Transfer*, vol. II, F. Irvine y J. P. Hartnett (eds.), Nueva York: Academic Press, 1975, pp. 265-315.

30. E. M. Sparrow y J. L. Gregg. "Laminar Free Convection from a Vertical Flat Plate", *Transactions of the ASME* 78 (1956), p. 438.

31. ————. "Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder", *ASME* 78 (1956), p. 1823.

32. ———— y C. Prakash. "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer by a Staggered Array of Vertical Plates", *Journal of Heat Transfer* 102 (1980), pp. 215-220.

33. ———— y S. B. Vemuri. "Natural Convection/Radiation Heat Transfer from Highly Populated Pin Fin Arrays", *Journal of Heat Transfer* 107 (1985), pp. 190-197.

34. L. M. Tam y A. J. Ghajar, "Transitional Heat Transfer in Plain Horizontal Tubes", Heat Transfer Engineering, vol. 27, núm. 5 (2006), pp. 23-38.

PROBLEMAS*

Mecanismo físico de la convección natural

9-1C ¿Qué es convección natural? ¿En qué se diferencia de la convección forzada? ¿Qué fuerza causa las corrientes de convección natural?

9-2C ¿En cuál modo de transferencia de calor suele ser más alto el coeficiente de transferencia de calor por convección, en la convección natural o en la forzada? ¿Por qué?

9-3C ¿Qué es la fuerza de flotabilidad? Compare la magnitud relativa de la fuerza de flotabilidad que actúa sobre un cuerpo sumergido en estos medios: *a*) aire, *b*) agua, *c*) mercurio y *d*) una cámara al vacío.

9-4C Considere un huevo cocido caliente en una nave espacial que en todo momento está llena con aire a la presión y temperatura atmosféricas. ¿El huevo se enfriará más rápida o más lentamente cuando está en la nave espacial que cuando está sobre la Tierra? Explique.

9-5C ¿Cuándo se hundirá más el casco de un barco en el agua: cuándo está navegando en agua dulce o en agua de mar? ¿Por qué?

9-6C Considere dos fluidos, uno con un coeficiente grande de expansión volumétrica y el otro con uno pequeño. ¿En cuál de los dos fluidos una superficie caliente iniciará corrientes más fuertes de convección natural? ¿Por qué? Suponga que la viscosidad de los fluidos es la misma.

9-7C Considere un fluido cuyo volumen no cambia con la temperatura, a presión constante. ¿Qué puede decir el lector acerca de la transferencia de calor por convección natural en este medio?

9-8C Físicamente ¿qué representa el número de Grashof? ¿Cuál es la diferencia entre el número de Grashof y el de Reynolds?

9-9 Demuestre que el coeficiente de expansión volumétrica de un gas ideal es $\beta = 1/T$, en donde T es la temperatura absoluta.

9-10 Mediante su definición y los valores listados en la tabla A-9, determine el coeficiente de expansión volumétrica de agua líquida saturada a 70°C. Compare el resultado con el valor tabulado en la tabla A-9.

Respuesta: 5.83×10^{-4} K^{-1}

9-11 La densidad de agua líquida puede correlacionarse como $\rho(T) = 1\,000 - 0.0736T - 0.00355T^2$ donde ρ y T son kg/m^3 y °C, respectivamente. Determine el coeficiente de expansión volumétrica a 70°C. Compare el resultado con el valor tabulado en la tabla A-9.

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta a todos. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de EES-CD, , se resuelven mediante el EES y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia mediante el software EES que acompaña a este texto.

9-12 Una placa de 10 cm × 10 cm de dimensiones tiene una temperatura superficial constante de 150°C. Determine el número de Grashof si la placa está en los siguientes fluidos: aire (1 atm, 30°C), agua líquida (30°C), aceite de motor (10°C). Discuta cómo afecta el número de Grashof el flujo de convección natural.

9-13 Una barra larga de 2 pulgadas de diámetro con una temperatura superficial de 200°F se sumerge en un recipiente con un fluido. Determine los números de Grashof y Rayleigh si el fluido es *a*) agua líquida a 40°F, *b*) amoniaco líquido a 40°F, *c*) aceite de motor a 50°F y *d*) aire a 40°F (1 atm).

Convección natural sobre superficies

9-14C Considere la convección natural laminar desde una placa caliente vertical. ¿El flujo de calor será más alto en la parte superior o en la inferior de la placa? ¿Por qué?

9-15C ¿En qué condiciones se puede tratar la superficie exterior de un cilindro vertical como una placa vertical en los cálculos de convección natural?

9-16C ¿Una placa caliente horizontal cuyo lado posterior está aislado se enfriará con mayor o con menor rapidez cuando su superficie caliente está hacia abajo en lugar de hacia arriba?

9-17C ¿Cuál es la diferencia entre el número de Rayleigh y el de Grashof?

9-18 Una lata de aluminio con soda de 150 mm de longitud y 60 mm de diámetro se coloca en posición horizontal dentro del compartimiento de un refrigerador que mantiene una temperatura de 4°C. Si la temperatura superficial de la lata es de 36°C, estime la razón de transferencia de calor de la lata. Descarte la transferencia de calor de los extremos de la lata.

Respuesta: 5.08 W

9-19 Una lata con aceite de motor, de 150 mm de largo y 100 mm de diámetro se coloca en posición vertical dentro de la cajuela de un automóvil. En un día cálido de verano, la temperatura dentro de la cajuela es de 43°C. Si la temperatura de la lata es 17°C, determine la razón de transferencia de calor de la superficie de la lata. Descarte la transferencia de calor de los extremos de la lata.

9-20 Considere una placa delgada horizontal de 16 cm de largo y 20 cm de ancho suspendida en aire que se encuentra a 20°C. La placa está equipada con elementos eléctricos de calentamiento con una capacidad nominal de 20 W. En este instante se encienden los elementos eléctricos y la temperatura de la placa se eleva. Determine la temperatura de la placa cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación. La placa tiene una emisividad de 0.90 y las superficies circundantes se encuentran a 17°C.

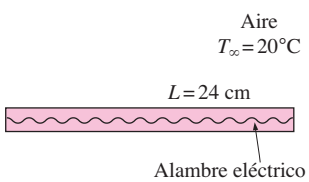


FIGURA P9-20

9-21 Se liberan a la atmósfera gases de combustión de un incinerador, usando una chimenea que tiene 0.6 m de diámetro y 10.0 m de alto. La superficie exterior de la chimenea se encuentra a 40°C y el aire circundante está a 10°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la chimenea si se supone que *a*) no hay viento y *b*) la chimenea está expuesta a vientos de 20 km/h.

9-22 Se disipa la energía térmica generada por la resistencia eléctrica de un cable desnudo de 5 mm de diámetro y 4 m de largo hacia el aire circundante que se encuentra a 20°C. Se mide la caída de tensión de uno a otro extremo del cable y la corriente eléctrica que pasa por él, en operación estacionaria, como 60 V y 1.5 A, respectivamente. Si se descarta la radiación, estime la temperatura de la superficie del cable.

9-23 Una sección de 12 m de largo de un tubo horizontal de agua caliente de 5 cm de diámetro pasa a través de un cuarto grande cuya temperatura es de 27°C. Si la temperatura y la emisividad de la superficie exterior del tubo son de 73°C y 0.8, respectivamente, determine la razón de la pérdida de calor desde el tubo por *a*) convección natural y *b*) radiación.

9-24I Una persona promedio genera calor a razón de 240 Btu/h mientras está en reposo en un cuarto a 70°F. Suponiendo que la cuarta parte de este calor se pierde por la cabeza y tomando la emisividad de la piel como 0.9, determine la temperatura superficial de la cabeza cuando no está cubierta. La cabeza se puede considerar como una esfera de 12 cm de diámetro y se puede suponer que las superficies interiores del cuarto están a la misma temperatura que la ambiente.

9-25 Un foco incandescente es un aparato barato pero muy ineficiente que convierte la energía eléctrica en luz. Transforma alrededor de 5% de la energía eléctrica que consume en luz, mientras que convierte el 95% restante en calor. El bulbo de vidrio de la lámpara se calienta con mucha rapidez, como resultado de absorber todo ese calor y disiparlo hacia los alrededores por convección y radiación. Considere un foco de 60 W, de 8 cm de diámetro, en un cuarto a 25°C. La emisividad del vidrio es de 0.9. Suponiendo que 5% de la energía pasa a través del bulbo de vidrio como luz, con absorción despreciable, y que el resto de ella es absorbida y disipada por el propio bulbo por convección natural y radiación, determine la temperatura de equilibrio de dicho bulbo de vidrio. Suponga que las superficies interiores del cuarto se encuentran a la temperatura ambiente.
Respuesta: 175°C

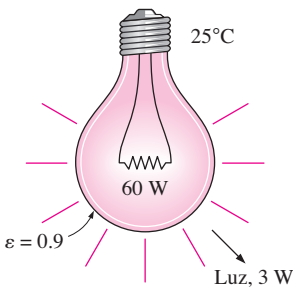


FIGURA P9-25

9-26 Un calentador cilíndrico de resistencia de 450 W tiene 0.75 m de largo y 0.5 cm de diámetro. El alambre de resistencia está colocado horizontalmente en un fluido a 20°C. Determine la temperatura de la superficie exterior de dicho alambre, en operación estacionaria, si el fluido es *a*) aire y *b*) agua. Ignore cualquier transferencia de calor por radiación. Use las propiedades a 500°C para el aire, y 40°C para el agua.

9-27 Está hirviendo agua en una cacerola de 12 cm de profundidad con un diámetro exterior de 25 cm, que está colocada sobre la parte superior de una estufa. El aire ambiente y las superficies circundantes están a una temperatura de 25°C y la emisividad de la superficie exterior de la cacerola es 0.80. Suponiendo que toda la cacerola está a una temperatura promedio de 98°C, determine la razón de la pérdida de calor desde la superficie lateral cilíndrica de la misma hacia los alrededores por *a*) convección natural y *b*) radiación. *c*) Si el agua está hirviendo a razón de 1.5 kg/h a 100°C, determine el cociente entre calor perdido desde la superficie lateral de la cacerola y el perdido por la evaporación del agua. El calor de vaporización del agua a 100°C es de 2 257 kJ/kg. *Respuestas:* 46.2 W, 47.3 W, 0.099

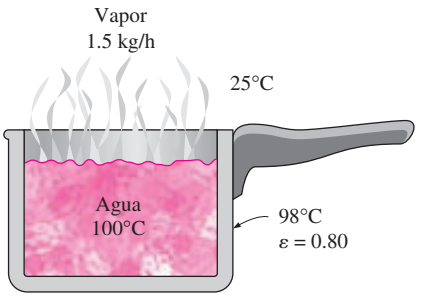


FIGURA P9-27

9-28 Repita el problema 9-27 para una cacerola cuya superficie exterior está pulida y tiene una emisividad de 0.1.

9-29 En una planta que fabrica pinturas enlatadas en aerosol las latas se prueban en relación con la temperatura en baños de agua a 60°C, antes de ser embarcadas, para garantizar que soportarán temperaturas hasta de 55°C durante el transporte y almacenamiento en anaqueles. Las latas, moviéndose sobre un transportador, entran en el baño abierto de agua caliente, el cual tiene 0.5 m de profundidad, 1 m de ancho y 3.5 m de largo, y se mueven con lentitud en esa agua hacia el otro extremo. Algunas de las latas fallan en la prueba y explotan en el baño de agua. El recipiente de agua está hecho de lámina metálica y todo él se encuentra más o menos a la misma temperatura que el agua caliente. La emisividad de la superficie exterior del recipiente es de 0.7. Si la temperatura del aire y las superficies circundantes es de 20°C, determine la razón de la pérdida de calor desde las cuatro superficies laterales del recipiente (descarte la superficie superior, la cual está abierta).

El agua se calienta eléctricamente mediante calentadores de resistencia y el costo de la electricidad es de 0.085 dólar/kWh. Si la planta opera 24 h al día, los 365 días del año y, por consiguiente, 8 760 h al año, determine el costo anual de las pérdidas de calor desde el recipiente para esta instalación.

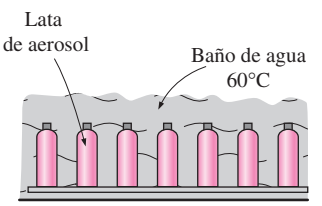


FIGURA P9-29

9-30 Vuelva a considerar el problema 9-29. Con el fin de reducir el costo de calentamiento del agua se propone aislar las superficies laterales y el fondo del recipiente con fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) de 5 cm de espesor y forrar el aislamiento con hoja de aluminio (ε = 0.1) para minimizar la pérdida de calor por radiación. Se obtiene una estimación de un contratista local especializado en aislamiento quien propone realizar el trabajo de aislamiento por 350 dólares, incluyendo material y mano de obra. ¿Apoyaría el lector esta propuesta? ¿Cuánto tiempo tardaría el aislamiento en pagarse con base en la energía que ahorra?

9-31 Considere un tablero de circuito impreso (PCB) de 15 cm × 20 cm que tiene componentes electrónicos sobre uno de sus lados. El tablero se coloca en un cuarto a 20°C. La pérdida de calor desde la superficie posterior del tablero es despreciable. Si el tablero de circuito está disipando 8 W de potencia, en operación estacionaria, determine la temperatura promedio de la superficie caliente del mismo, suponiendo que está *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo. Tome la emisividad de la superficie del tablero como 0.8 y suponga que las superficies circundantes están a la misma temperatura que la del aire en el cuarto.

Respuestas: a) 46.6°C, *b)* 42.6°C, *c)* 50.3°C

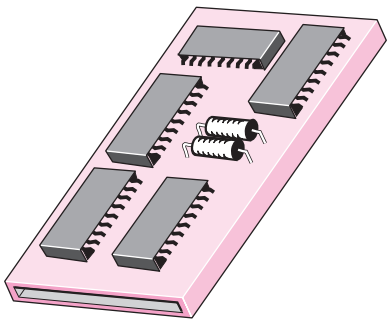


FIGURA P9-31

9-32 Vuelva a considerar el problema 9-31. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura ambiente y de la emisividad del tablero sobre la temperatura de la superficie caliente de este último, para diferentes orientaciones del mismo. Suponga que la temperatura ambiente varía de 5°C hasta 35°C y la emisividad de 0.1 hasta 1.0. Trace gráficas de la temperatura de la superficie caliente, para diferentes orientaciones del tablero, como funciones de la temperatura ambiente y de la emisividad, y discuta los resultados.

9-33 Considere una placa vertical con una longitud L, colocada en aire en calma. Si la temperatura de película es de 20°C y el número promedio de Nusselt de convección natural es de la forma $\mathrm{Nu} = C\mathrm{Ra}_L^n$, muestre que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección puede expresarse como

$$h = 1.51(\Delta T/L)^{1/4} \qquad 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 10^9$$
$$h = 1.19\Delta T^{1/3} \qquad 10^{10} < \mathrm{Ra}_L < 10^{13}$$

9-34 Una parrilla circular de 0.2 m de diámetro tiene una emisividad de 0.8. Si la temperatura superficial se mantiene a 150°C, determine la potencia eléctrica necesaria cuando el aire ambiente y el entorno están a 30°C.

9-35 Un fabricante produce placas de absorción que tienen un tamaño de 1.2 m × 0.8 m, para que se usen en colectores solares. El lado posterior de la placa está intensamente aislado, en tanto que su superficie frontal está recubierta con cromo negro, el cual tiene una absortividad de 0.87 para la radiación solar y una emisividad de 0.09. Considere una placa de ese tipo colocada horizontalmente en el exterior, en aire estático a 25°C. La radiación solar incide sobre la placa a razón de 600 W/m^2. Tomando la temperatura efectiva del cielo como de 10°C, determine la temperatura de equilibrio de la placa de absorción. ¿Cuál sería la respuesta del lector si la placa estuviera hecha de aluminio común que tiene una absortividad solar de 0.28 y una emisividad de 0.07?

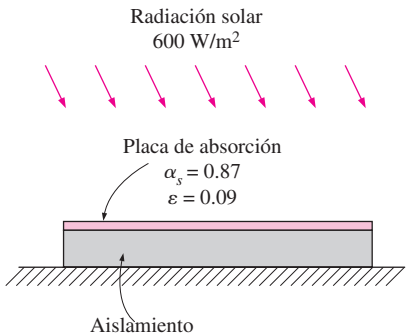


FIGURA P9-35

9-36 Repita el problema 9-35 para una placa de aluminio pintada de negro mate (absortividad solar de 0.98 y emisividad de 0.98) y también para una placa pintada de blanco (absortividad solar de 0.26 y emisividad de 0.90).

9-37 Se va a calentar un cuarto por medio de una estufa en la que se quema carbón mineral, la cual es una cavidad cilíndrica con un diámetro exterior de 50 cm y una altura de 120 cm. Se estima que la razón de la pérdida de calor desde el cuarto es de 1.5 kW cuando la temperatura del aire en el mismo se mantiene constante a 24°C. La emisividad de la superficie de la estufa es de 0.85 y la temperatura promedio de las superficies de las paredes circundantes es de 14°C. Determine la temperatura superficial de la estufa. Desprecie la transferencia de calor desde la superficie de abajo y tome el coeficiente de transferencia de calor en la superficie superior como el mismo que el de la superficie lateral.

El valor calorífico del carbón mineral es de 30 000 kJ/kg y la eficiencia de la combustión es de 65%. Determine la cantidad de carbón que se quema en un día si la estufa opera 14 h al día.

9-38 Con frecuencia, los fluidos espesos como el asfalto y las ceras, y los tubos en los cuales fluyen se calientan con el fin de reducir la viscosidad de aquéllos y, de este modo, abatir los costos de bombeo. Considere el flujo de un fluido de ese tipo por un tubo de 100 m de largo, con diámetro exterior de 30 cm, en aire ambiente estático a 0°C. El tubo se calienta eléctricamente y un termostato mantiene constante la temperatura de la superficie exterior del tubo a 25°C. La emisividad de la superficie exterior del tubo es de 0.8 y la temperatura efectiva del cielo es de

−30°C. Determine la potencia nominal del calentador de resistencia eléctrica, en kW, que se necesita usar. Asimismo, determine el costo de la electricidad asociado con el calentamiento del tubo durante un periodo de 15 h, en las condiciones antes dadas, si el precio de esa electricidad es de 0.09 dólar/kWh.

Respuestas: 29.1 kW, 39.3 dólares

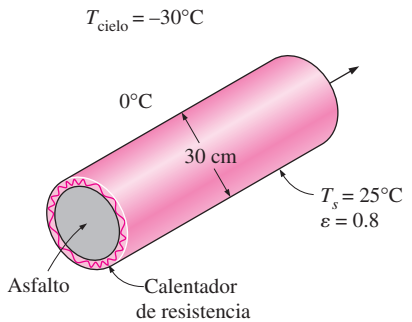


FIGURA P9-38

9-39 Vuelva a considerar el problema 9-38. Para reducir el costo de calentamiento del tubo, se propone aislarlo con fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · °C) suficientemente grueso, envuelto con hoja de aluminio (ε = 0.1), con el fin de reducir las pérdidas de calor en un 85%. Suponiendo que la temperatura del tubo se mantiene constante a 25°C, determine el espesor del aislamiento que se necesita usar. ¿Cuánto dinero ahorrará el aislamiento durante este periodo de 15 h?

Respuestas: 1.3 cm, 33.4 dólares

9-40 Considere una ventana de vidrio de 1.2 m de alto y 2 m de ancho con un espesor de 6 mm, conductividad térmica k = 0.78 W/m · °C y emisividad ε = 0.9. El cuarto y las paredes que están enfrente de la ventana se mantienen a 25°C y se mide que la temperatura promedio de la superficie interior de ésta es de 5°C. Si la temperatura en el exterior es de −5°C, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie interior de la ventana, *b*) la razón de la transferencia total de calor a través de ésta, y *c*) el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección natural y radiación sobre la superficie exterior de la misma. En este caso, ¿resulta razonable despreciar la resistencia térmica del vidrio?

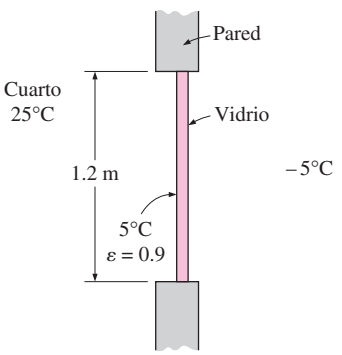


FIGURA P9-40

9-41 Un alambre eléctrico de 3 mm de diámetro y 12 m de largo está firmemente envuelto con una cubierta de plástico de 1.5 mm de grueso cuya conductividad térmica y emisividad son k = 0.20 W/m · °C y ε = 0.9. Las mediciones eléctricas indican que por el alambre pasa una corriente de 10 A y existe una caída de tensión de 7 V a lo largo del mismo. Si el alambre aislado se expone a aire atmosférico en calma a T_∞ = 30°C, determine la temperatura en la interfase del alambre y la cubierta de plástico, en operación estacionaria. Considere que las superficies circundantes están más o menos a la misma temperatura que el aire.

9-42 Durante una visita a una planta en la que se fabrica lámina de plástico se observó que una sección de 45 m de largo de un tubo de vapor de agua, con diámetro nominal de 2 in (diámetro exterior de 6.03 cm), se extendía de uno de los extremos de la planta hasta el otro sin aislamiento sobre él. Las mediciones de temperatura en varios lugares revelaron que la temperatura promedio de las superficies expuestas del tubo era de 170°C, en tanto que la temperatura del aire circundante era de 20°C. La superficie exterior del tubo se veía que estaba oxidada y su emisividad se puede tomar como 0.7. Tomando la temperatura de las superficies circundantes también como de 20°C, determine la razón de la pérdida de calor desde el tubo de vapor.

El vapor se genera con un horno en el que se quema gas que tiene una eficiencia de 84% y la planta paga 1.10 dólar por therm (1 therm = 105 500 kJ) de gas natural. La planta opera 24 h al día, durante los 365 días del año y, por consiguiente, 8 760 h al año. Determine el costo anual de las pérdidas de calor desde el tubo de vapor de agua para esta instalación.

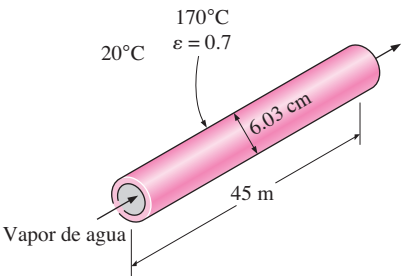


FIGURA P9-42

9-43 Vuelva a considerar el problema 9-42. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura del tubo de vapor de agua sobre la razón de la pérdida de calor desde el mismo y el costo anual de esta pérdida. Suponga que la temperatura superficial varía de 100°C hasta 200°C. Trace las gráficas de la razón de la pérdida de calor y del costo anual en función de la temperatura superficial, y discuta los resultados.

9-44 Vuelva a considerar el problema 9-42. Para reducir las pérdidas de calor se propone aislar el tubo de vapor con fibra de vidrio (k = 0.038 W/m · °C) de 5 cm de espesor y envolverlo con hoja de aluminio (ε = 0.1) con el fin de minimizar las pérdidas por radiación. Asimismo, se obtiene una estimación de un contratista local especializado en aislamiento quien propone realizar el trabajo de aislamiento por 750 dólares, incluyendo material y mano de obra. ¿Apoyaría el lector esta propuesta? ¿Cuánto tiempo tardaría el aislamiento en pagarse con base en la energía que ahorra? Suponga que la temperatura del tubo de vapor se mantiene constante a 170°C.

9-45 Un tablero de circuito de 50 cm × 50 cm que contiene 121 chips cuadrados sobre uno de sus lados se va a enfriar por convección natural y radiación combinadas, montándolo sobre una superficie vertical en un cuarto a 25°C. Cada chip disipa 0.18 W de potencia y la emisividad de sus superficies es 0.7. Suponiendo que la transferencia de calor desde el lado posterior del tablero es despreciable y que la temperatura de las superficies circundantes es la misma que la del aire del cuarto, determine la temperatura superficial de los chips.

Respuesta: 36.2°C

9-46 Repita el problema 9-45 suponiendo que el tablero de circuito está en posición horizontal con *a*) los chips hacia arriba y *b*) los chips hacia abajo.

9-47 Las superficies laterales de un horno industrial cúbico de 3 m de alto en el que se quema gas natural no están aisladas y se mide que la temperatura en la superficie exterior de esta sección es de 110°C. La temperatura de la sala del horno, incluyendo sus superficies, es de 30°C y la emisividad de la superficie exterior de dicho horno es 0.7. Se propone que esta sección de la pared del horno se aísle con lana de vidrio (k = 0.038 W/m · °C) envuelto por una lámina reflectora (ε = 0.2), con el fin de reducir la pérdida de calor en 90%. Suponiendo que la temperatura de la superficie exterior de la sección metálica todavía permanece a alrededor de 110°C, determine el espesor del aislamiento que es necesario usar.

El horno opera en forma continua durante todo el año y tiene una eficiencia de 78%. El precio del gas natural es de $1.10 dólar por therm (1 therm = 105 500 kJ de contenido de energía). Si el costo de la instalación del aislamiento costara 550 dólares en materiales y mano de obra, determine cuánto tiempo tardará el aislamiento en pagarse con base en la energía que ahorra.

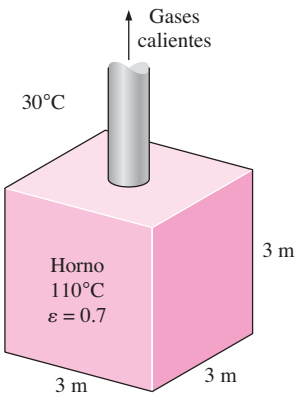


FIGURA P9-47

9-48 Un tanque cilíndrico de propano, de 1.5 m de diámetro y 4 m de largo está lleno inicialmente con propano líquido, cuya densidad es de 581 kg/m³. El tanque se expone al aire ambiente a 25°C en condiciones atmosféricas en calma. La superficie exterior del tanque está pulida, de modo que la transferencia de calor por radiación es despreciable. Ahora se desarrolla una grieta en la parte superior del tanque y la presión en el interior cae hasta 1 atm, al mismo tiempo que la temperatura cae hasta −42°C, que es la temperatura de ebullición del propano a 1 atm. El calor de vaporización del propano a 1 atm es de 425 kJ/kg. El propano se vaporiza con lentitud como resultado de la transferencia de calor del aire ambiente hacia el tanque y el vapor correspondiente se escapa de éste a −42°C, a través de la grieta. Suponiendo que, en todo momento, el tanque de propano se encuentra aproximadamente a la misma temperatura que la del propano que está en su interior, determine cuánto tiempo tardará dicho tanque en vaciarse si no está aislado.

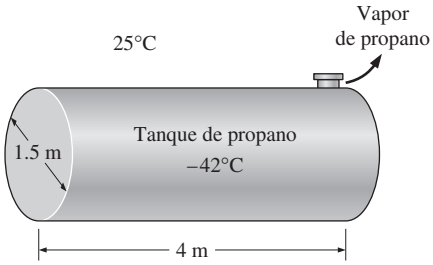


FIGURA P9-48

9-49I Considere una placa cuadrada delgada de 2 ft × 2 ft en un cuarto a 75°F. Uno de los lados de la placa se mantiene a una temperatura de 130°F, en tanto que el otro lado está aislado. Determine la razón de la transferencia de calor por convección natural desde la placa, si esta última se encuentra *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo.

9-50I Vuelva a considerar el problema 9-49I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor por convección natural, para diferentes orientaciones de la placa en función de su temperatura conforme ésta varía de 80°F hasta 180°F, y discuta los resultados.

9-51 Un recipiente rectangular de 28 cm de alto, 18 cm de largo y 18 cm de ancho suspendido en un cuarto a 24°C está lleno inicialmente con agua fría a 2°C. Se observa que la temperatura superficial del recipiente es muy parecida a la del agua que se encuentra en su interior. La emisividad de la superficie del recipiente es de 0.6 y la temperatura de las superficies circundantes es más o menos la misma que la del aire. Determine la temperatura del agua en el recipiente después de 3 h y la razón promedio de transferencia de calor hacia ella. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies superior e inferior es el mismo que el de las superficies laterales.

9-52 Vuelva a considerar el problema 9-51. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la temperatura del agua en el recipiente en función del tiempo de calentamiento, conforme éste varía de 30 min hasta 10 h, y discuta los resultados.

9-53 El siguiente experimento se lleva a cabo para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección natural para un cilindro horizontal que tiene 80 cm de largo y 2 cm de diámetro. Se coloca un calentador de resistencia de 80 cm de largo a lo largo de la línea central del cilindro y se pulen sus superficies para minimizar el efecto de radiación. Las dos superficies laterales circulares del cilindro están bien aisladas. Se enciende el calentador de resistencia y se mantiene constante la disipación de potencia a 60 W. Si se mide que la temperatura superficial del cilindro es de 120°C en el aire ambiente a 20°C, cuando se alcanza la operación estacionaria, determine el coefi-

ciente de transferencia de calor por convección natural. Si la emisividad de la superficie exterior del cilindro es de 0.1 y es aceptable un error de 5%, ¿piensa el lector que necesitamos hacer alguna corrección por el efecto de radiación? Suponga que las superficies circundantes también están a 20°C.

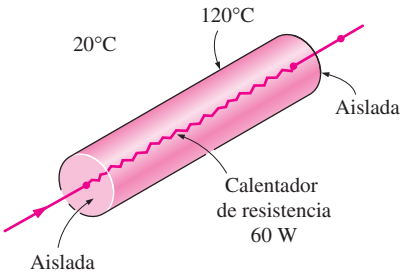


FIGURA P9-53

9-54 Se debe calentar agua en un tanque de 40 L de 15°C hasta 45°C por medio de un calentador esférico de 6 cm de diámetro cuya temperatura superficial se mantiene a 85°C. Determine cuánto tiempo debe mantenerse encendido el calentador.

9-55 Considere un cilindro con una longitud de 15 cm y un diámetro de 10 cm. El cilindro tiene una temperatura superficial de 43°C, mientras que la temperatura del aire ambiental es de 17°C. Determine cómo se alcanzaría la razón de transferencia de calor más alta, ¿con el cilindro en posición horizontal o vertical?

9-56 Una señal de tráfico de 0.2 m × 0.2 m de dimensiones tiene una absortividad de 0.6 y una emisividad de 0.7. La radiación solar es incidente sobre la señal a una razón de 200 W/m^2, y el aire circundante está en calma y a 25°C. Determine la temperatura superficial de la señal de tráfico. Suponga que la temperatura de película es de 30°C. *Respuesta:* 38.7°C

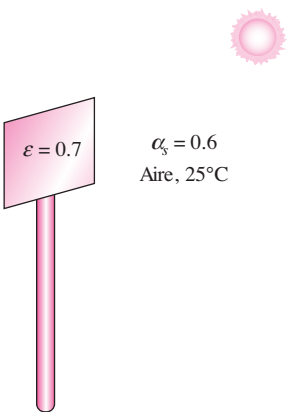


FIGURA P9-56

Convección natural desde superficies con aletas y PCB

9-57C ¿Por qué se usan con frecuencia superficies con aletas en la práctica? ¿Por qué estas superficies se conocen como sumideros de calor en la industria electrónica?

9-58C ¿Por qué los sumideros de calor con aletas colocadas muy cercanas entre sí no son apropiados para la transferencia de calor por convección natural, aun cuando incrementan más el área superficial de transferencia de calor?

9-59C Considere un sumidero de calor con espaciamiento óptimo de las aletas. Explique cómo resultará afectada la transferencia de calor desde este sumidero *a*) eliminando algunas de las aletas en él y *b*) duplicando el número de aletas en él mediante la reducción del espaciamiento entre éstas. En todo momento el área base del sumidero de calor permanece inalterada.

9-60 Se debe enfriar una superficie vertical caliente de 15 cm de ancho y 18 cm de alto que está en aire a 20°C por medio de un sumidero de calor con aletas igualmente espaciadas de perfil rectangular. Las aletas tienen 0.1 cm de espesor y 18 cm de largo en la dirección vertical. Determine la altura óptima de las aletas y la razón de la transferencia de calor por convección natural desde el sumidero, si la temperatura de la base es de 85°C.

9-61I Se debe enfriar una superficie vertical caliente de 6 in de ancho y 8 in de alto que está en aire a 78°F por medio de un sumidero de calor con aletas igualmente espaciadas de perfil rectangular. Las aletas tienen 0.08 in de espesor y 8 in de largo en la dirección vertical, y una altura de 1.2 in a partir de la base. Determine el espaciamiento óptimo de las aletas y la razón de la transferencia de calor por convección natural desde el sumidero, si la temperatura de la base es de 180°F.

9-62I Vuelva a considerar el problema 9-61I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la longitud de las aletas en la dirección vertical sobre la razón de transferencia de calor por convección natural. Suponga que la longitud de las aletas varía de 2 in hasta 10 in. Trace las gráficas del espaciamiento óptimo de las aletas y de la razón de transferencia de calor por convección en función de la longitud de las aletas, y discuta los resultados.

9-63 Los sumideros de calor de aluminio de perfil rectangular son de uso común para enfriar componentes electrónicos. Considere un sumidero que se encuentra en el mercado, de 7.62 cm de largo y 9.68 cm de ancho, cuya sección transversal y dimensiones son como se muestran en la figura P9-63. El sumidero de calor se orienta en el sentido vertical y se usa para enfriar un transistor de potencia que puede disipar hasta 125 W de potencia. La superficie posterior del sumidero está aislada. Las superficies de dicho sumidero no están tratadas y, por lo tanto, tienen una emisividad baja (por debajo de 0.1). Por lo tanto, se puede despreciar la transferencia de calor por radiación desde él. Durante un experimento conducido en aire ambiente a 22°C, se midió que la temperatura de la base del sumidero era de 120°C cuando la disipación de potencia del transistor era de 18 W. Suponiendo que todo el sumidero de calor se encuentra a la temperatura de la base, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección natural para este caso.
Respuesta: 8.56 W/m^2 · °C

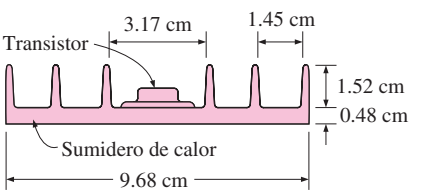


FIGURA P9-63

9-64 Vuelva a considerar el sumidero de calor del problema 9-63. Para mejorar la transferencia de calor se coloca un recubrimiento (una delgada placa metálica rectangular), cuya área superficial es igual al área de la base del sumidero, muy cerca de las puntas de las aletas, de tal modo que los espacios entre éstas se convierten en canales rectangulares. En este caso se midió la temperatura de la base del sumidero como 108°C. Dado que el recubrimiento pierde calor hacia el aire ambiente desde ambos lados, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección natural en este caso con recubrimiento. (Para obtener detalles completos, véase Çengel y Zing, 1987.)

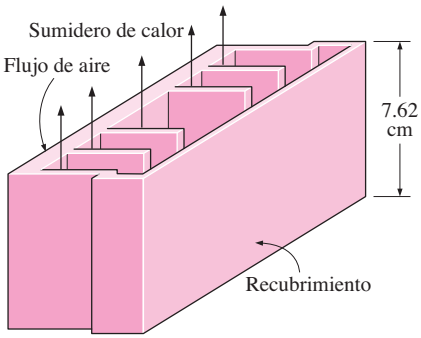


FIGURA P9-64

Convección natural dentro de recintos cerrados

9-65C Los compartimientos superior e inferior de un recipiente bien aislado están separados por dos láminas paralelas de vidrio con un espacio de aire entre ellas. Uno de los compartimientos se va a llenar con un fluido caliente y el otro con un fluido frío. Si se desea que la transferencia de calor entre los dos compartimientos sea mínima, ¿el lector recomendaría poner el fluido caliente en el compartimiento superior o inferior del recipiente? ¿Por qué?

9-66C Alguien afirma que el espacio de aire en una ventana de hoja doble mejora la transferencia de calor desde una casa debido a las corrientes de convección natural que se presentan en el espacio de aire y recomienda que esa ventana de hoja doble se reemplace por una sola hoja de vidrio cuyo espesor sea igual a la suma de los espesores de los dos vidrios de la ventana de hoja doble, para ahorrar energía. ¿Está de acuerdo el lector con esta afirmación?

9-67C Considere una ventana de hoja doble que consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 1 cm de ancho. Alguien sugiere insertar una delgada lámina de vinilo a la mitad de la distancia entre los dos vidrios para formar dos compartimientos de 0.5 cm de ancho en la ventana con el fin de reducir la transferencia de calor por convección natural a través de ella. Desde un punto de vista de la transferencia de calor, ¿estaría el lector en favor de esta idea para reducir las pérdidas de calor a través de la ventana?

9-68C ¿Qué representa la conductividad efectiva de un recinto cerrado? ¿Cómo está relacionada la razón entre la conductividad efectiva y la conductividad térmica con el número de Nusselt?

9-69 Considere un recinto rectangular de 3 m de altura que consiste en dos superficies separadas por una brecha de aire de 0.1 m a 1 atm. Si las temperaturas superficiales de aire en los extremos de la brecha son 30°C y –10°C, determine la proporción entre la razón de transferencia de calor para la orientación horizontal (con la superficie más caliente en la parte inferior) y la razón para la orientación vertical. *Respuesta:* 1.66

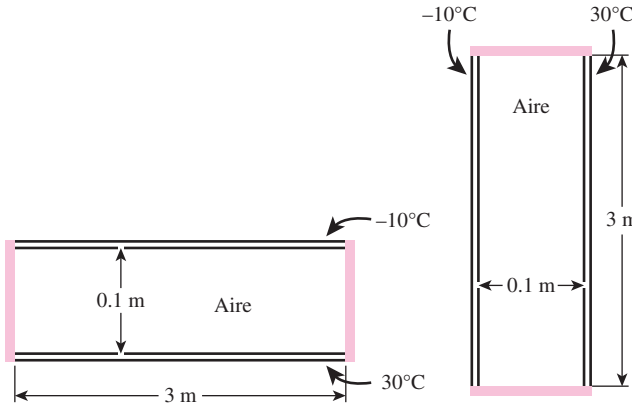


FIGURA P9-69

9-70 Dos esferas concéntricas con radios de 5 cm y 10 cm tienen temperaturas superficiales mantenidas en 100°C y 200°C, respectivamente. El recinto entre las dos superficies esféricas está lleno con gas nitrógeno a 1 atm. Determine la razón de transferencia de calor a través del recinto.

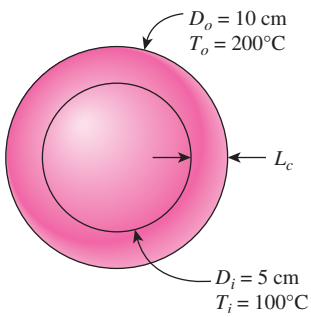


FIGURA P9-70

9-71 Demuestre que la resistencia térmica de un recinto cerrado rectangular se puede expresar como $R = L_c/(Ak\,\mathrm{Nu})$, en donde k es la conductividad térmica del fluido en el recinto.

9-72 Un recinto vertical de 1.5 m de alto y 3.0 m de ancho consta de dos superficies separadas por un espacio de 0.4 m lleno de aire a la presión atmosférica. Si las temperaturas de las superficies a uno y otro lados del espacio de aire son 280 K y 336 K, y las emisividades de ellas son 0.15 y 0.90, determine la fracción de calor transferido a través del recinto mediante radiación. *Respuesta:* 0.30

9-73 Una ventana vertical de hoja doble, de 1.5 m de alto y 2.8 m de ancho, consta de dos capas de vidrio separadas por una brecha de aire a la presión atmosférica de 2.0 cm. La temperatura del cuarto es de 26°C, en tanto que la del vidrio interior es de 18°C. Descartando la transferencia de calor por radiación, determine la temperatura de la capa exterior de vidrio y la razón de la pérdida de calor a través de la ventana por convección natural.

9-74 Dos esferas concéntricas de diámetros de 15 cm y 25 cm están separadas por aire a una presión de 1 atm. Las temperaturas superficiales de las dos esferas que encierran el aire son $T_1 = 350$ K y $T_2 = 275$ K, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor desde la esfera interior hacia la exterior, por convección natural.

9-75 Vuelva a considerar el problema 9-74. Usando el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la transferencia de calor en función de la temperatura superficial caliente de la esfera conforme esa temperatura varía de 250 K hasta 450 K, y discuta los resultados.

9-76 A menudo los colectores solares de placa plana se inclinan hacia el Sol para interceptar una mayor cantidad de radiación solar directa. El ángulo de inclinación con respecto a la horizontal también afecta la razón de la pérdida de calor desde el colector. Considere un colector solar de 1.5 m de alto y 3 m de ancho que se inclina formando un ángulo θ con respecto a la horizontal. El lado posterior de la placa de absorción está intensamente aislado. La placa y la cubierta de vidrio, las cuales tienen un espacio de 2.5 cm entre sí, se mantienen a las temperaturas de 80°C y 40°C, respectivamente. Determine la razón de la pérdida de calor desde la placa de absorción por convección natural, para $\theta = 0°$, 30° y 90°.

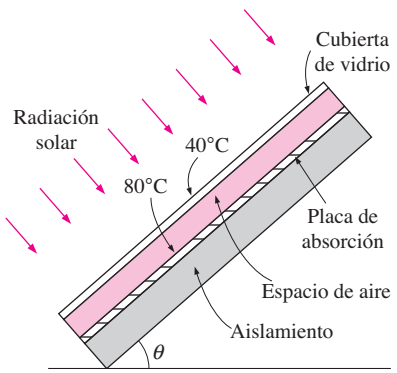


FIGURA P9-76

9-77 Se construye un colector solar simple colocando un tubo de plástico transparente, de 5 cm de diámetro, alrededor de una manguera para jardín cuyo diámetro exterior es de 1.6 cm. La manguera se pinta de negro con el fin de maximizar la absorción solar y se usan algunos anillos de plástico para mantener constante el espaciamiento entre la manguera y la cubierta de plástico transparente. Durante un día claro se mide que la temperatura de la manguera es de 65°C, en tanto que la del aire ambiente es de 26°C. Determine la razón de la pérdida de calor del agua que se encuentra en la manguera, por metro de longitud de ésta, por convección natural. Asimismo, discuta de qué manera se puede mejorar el rendimiento de este colector solar.

Respuesta: 8.2 W

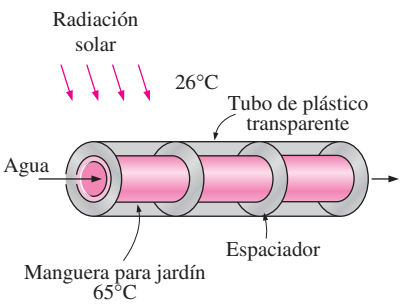


FIGURA P9-77

9-78 Vuelva a considerar el problema 9-77. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón de la pérdida de calor del agua por convección natural en función de la temperatura del aire ambiente, conforme ésta varía de 4°C hasta 40°C, y discuta los resultados.

9-79I Una ventana vertical de hoja doble, de 5 ft de alto y 6 ft de ancho consta de dos láminas de vidrio separadas por una brecha de aire de 0.8 in, a la presión atmosférica. Si se mide que las temperaturas superficiales del vidrio de uno a otro lados de la brecha de aire son de 65°F y 40°F, determine la razón de la transferencia de calor a través de la ventana por *a*) convección natural y *b*) radiación. Asimismo, determine el valor *R* del aislamiento de esta ventana de tal modo que multiplicando el inverso de este valor por el área superficial y la diferencia de temperatura dé la razón total de la transferencia de calor a través de ella. La emisividad efectiva para usarse en los cálculos referentes a la radiación entre dos placas paralelas de vidrio se puede tomar como 0.82.

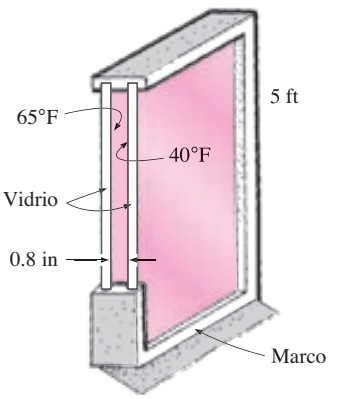


FIGURA P9-79I

9-80I Vuelva a considerar el problema 9-79I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del espesor de la brecha de aire sobre las velocidades de la transferencia de calor por convección natural y por radiación, y sobre el valor *R* del aislamiento. Suponga que el espesor de la brecha de aire varía de 0.2 in hasta 2.0 in. Trace las gráficas de las razones de la transferencia de calor por convección natural y por radiación, y del valor *R* del aislamiento, en función del espesor de la brecha de aire y discuta los resultados.

9-81 Considere dos cilindros horizontales concéntricos con diámetros de 55 cm y 65 cm, respectivamente, y una longitud de 125 cm. Las superficies de los cilindros exterior e interior se mantienen a 54°C y 106°C, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor entre los cilindros por convección natural, si el espacio anular está lleno con *a*) agua y *b*) aire.

Convección natural y forzada combinadas

9-82C ¿Cuándo la convección natural es despreciable y cuándo no lo es en la transferencia de calor por convección forzada?

9-83C ¿En qué condiciones la convección natural mejora la convección forzada y en qué condiciones la daña?

9-84C Cuando no es despreciable la convección natural ni la forzada, ¿es correcto calcular cada una de ellas en forma independiente y sumarlas para determinar la transferencia total de calor por convección?

9-85 Un tablero de circuito de 12 cm de alto y 20 cm de ancho aloja sobre su superficie 100 chips lógicos con muy poco espacio entre ellos, disipando cada uno de ellos 0.05 W. El tablero se enfría por medio de un ventilador que sopla aire sobre la superficie caliente de aquél a 35°C con una velocidad de 0.5 m/s. La transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero es despreciable. Determine la temperatura promedio sobre la superficie de dicho tablero suponiendo que el aire fluye en dirección vertical hacia arriba, a lo largo del lado de 12 cm de largo, *a*) ignorando la convección natural y *b*) considerando la contribución de la convección natural. Descarte cualquier transferencia de calor por radiación.

9-86 Considere una placa vertical de 6 m de largo cuya temperatura es de 85°C en aire a 30°C. Determine la velocidad del movimiento forzado arriba de la cual la transferencia de calor por convección natural desde esta placa es despreciable.

Respuesta: 9.90 m/s

9-87 Vuelva a considerar el problema 9-86. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la velocidad del movimiento forzado arriba de la cual la transferencia de calor por convección natural es despreciable en función de la temperatura de la placa, conforme ésta varía de 50°C hasta 150°C, y discuta los resultados.

9-88 Considere una placa vertical de 5 m de largo cuya temperatura es de 60°C en agua a 25°C. Determine la velocidad del movimiento forzado arriba de la cual la transferencia de calor por convección natural desde esta placa es despreciable.

9-89 En una instalación de producción, placas delgadas cuadradas, con un tamaño de 3 m × 3 m, que están saliendo del horno a 270°C se enfrían soplando aire ambiente a 18°C en dirección horizontal paralela a su superficie. Determine la velocidad del aire arriba de la cual los efectos de la convección natural sobre la transferencia de calor son menores a 10% y, por consiguiente, despreciables.

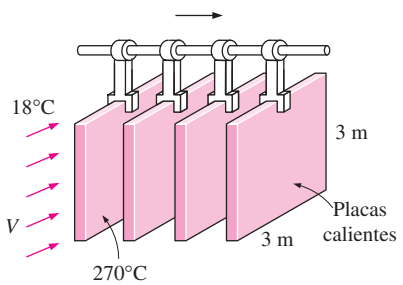


FIGURA P9-89

9-90 Una barra vertical de 150 mm de diámetro y 1 cm de largo tiene agua fluyendo alrededor de su superficie exterior a una velocidad de 0.5 m/s. La temperatura del agua es uniforme e igual a 40°C, y la temperatura de la superficie de la barra se mantiene a 120°C. En estas condiciones, ¿los efectos de la convección natural son importantes para el proceso de transferencia de calor?

9-91 Una barra de 150 mm de diámetro y 1 m de largo está colocada en posición horizontal y tiene agua fluyendo alrededor de su superficie exterior a 40°C, y la temperatura superficial de la barra se mantiene a 120°C. En estas condiciones, ¿los efectos de la convección natural son importantes para el proceso de transferencia de calor?

9-92 Un cilindro horizontal de 15 cm de diámetro tiene una temperatura superficial mantenida a 120°C. Agua a 40°C fluye alrededor del cilindro con una velocidad de 0.2 m/s. Determine el número de Nusselt si el agua está fluyendo *a*) hacia arriba y *b*) hacia abajo.

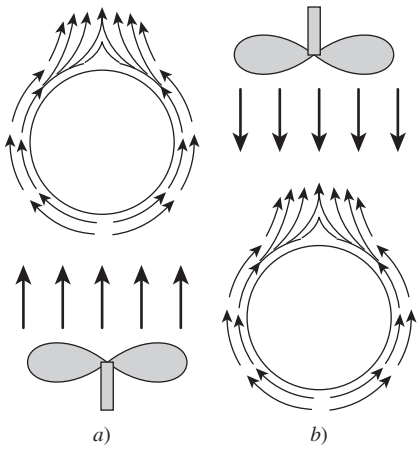


FIGURA P9-92

Tema especial: Transferencia de calor a través de ventanas

9-93C ¿Por qué las ventanas se consideran en tres regiones al analizar la transferencia de calor a través de ellas? Nombre esas tres regiones y explique de qué manera se determina el valor *U* de la ventana cuando se conocen los coeficientes de transferencia de calor correspondientes a ellas.

9-94C Considere tres ventanas semejantes de hoja doble con anchos de la brecha de aire de 5, 10 y 20 mm. ¿Para cuál de los casos será mínima la transferencia de calor a través de la ventana?

9-95C En una ventana común de hoja doble cerca de la mitad de la transferencia de calor es por radiación. Describa una manera práctica de reducir la componente de radiación de la transferencia de calor.

9-96C Considere una ventana de hoja doble cuyo ancho del espacio de aire es de 20 mm. Ahora, se usa una película delgada de poliéster para dividir el espacio de aire en dos capas con ancho de 10 mm. ¿Cómo resultará afectada la transferencia de calor por *a*) convección y *b*) radiación a través de la ventana por esa película?

9-97C Considere una ventana de hoja doble cuyo espacio de aire se vacía y llena con gas argón. ¿De qué manera el reemplazo del aire en la brecha por argón afectará la transferencia de calor *a*) por convección y *b*) por radiación a través de la ventana?

9-98C ¿La razón de la transferencia de calor a través del encristalado de una ventana de hoja doble es más alta en el centro o en la sección del borde del área de vidrio? Explique.

9-99C ¿Cómo son en comparación las magnitudes relativas de los factores U de las ventanas con marcos de aluminio, madera y vinilo? Suponga que las ventanas son idénticas, excepto por los marcos.

9-100 Determine el factor U para la sección del centro del vidrio de una ventana de hoja doble con un espacio de aire de 13 mm, para las condiciones de diseño de invierno. Los encristalados están hechos de vidrio transparente que tiene una emisividad de 0.84. Tome la temperatura promedio del espacio de aire en las condiciones de diseño como 10°C y la diferencia de temperatura de uno a otro lados de ese espacio como 15°C.

9-101 El fabricante de una ventana fija de marco de madera con encristalado doble da como su factor U total el de $U = 2.76$ W/m$^2 \cdot$ °C, en las condiciones de aire inmóvil en el interior y de vientos de 12 km/h en el exterior. ¿Cuál será el factor U cuando se duplica la velocidad del viento en el exterior?

Respuesta: 2.88 W/m$^2 \cdot$ K

9-102 El propietario de una casa vieja en Wichita, Kansas, está considerando reemplazar las ventanas de doble batiente, marco de madera y una sola hoja existentes con ventanas de hoja doble y marco de vinilo, con espacio de aire de 6.4 mm. Las ventanas nuevas son de doble batiente con espaciadores metálicos. La casa se mantiene a 22°C en todo momento, pero sólo se necesita calefacción cuando la temperatura en el exterior cae por debajo de 18°C, debido a la ganancia interna de calor proveniente de la gente, las luces, los aparatos eléctricos y el Sol. La temperatura promedio en invierno de Wichita es de 7.1°C y la casa se calienta por medio de calentadores de resistencia eléctrica. Si el costo unitario de la electricidad es de 0.085 dólar/kWh y el área total de las ventanas de la casa es de 17 m^2, determine cuánto dinero le ahorrarán las nuevas ventanas al propietario de la casa por mes en invierno.

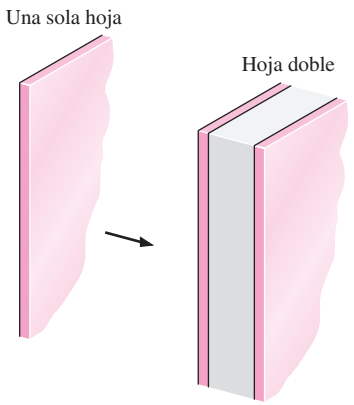


FIGURA P9-102

9-103 Considere una casa en Atlanta, Georgia, que se mantiene a 22°C y tiene un total de 14 m^2 de área de ventanas. Éstas son de doble batiente con marcos de madera y espaciadores metálicos. El encristalado consta de dos capas de vidrio con 12.7 mm de espacio de aire y una de las superficies interiores está recubierta con película reflectora. La temperatura promedio de invierno de Atlanta es de 11.3°C. Determine la razón promedio de pérdida de calor a través de la ventana en invierno.

Respuesta: 319 W

9-104I Considere una casa común con paredes R-13 (paredes que tienen un valor R de 13 h $\cdot$ ft$^2 \cdot$ °F/Btu). Compare esto con el valor R de las ventanas comunes de doble batiente que tienen hoja doble con $\frac{1}{4}$ in de espacio de aire y marcos de aluminio. Si las paredes ocupan sólo 20% del área de las paredes, determine si se pierde más calor a través de las ventanas o a través del 80% restante del área de las paredes. Descarte las pérdidas por infiltración.

9-105 Se está considerando una ventana de doble batiente con marco de madera, encristalado de vidrio y espaciadores metálicos para una abertura que tiene 1.2 m de alto y 1.8 m de ancho en la pared de una casa mantenida a 20°C. Determine la razón de la pérdida de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interior del vidrio que da frente al cuarto, cuando la temperatura del aire en el exterior es de −8°C, si se selecciona que la ventana tenga *a*) encristalado de una sola hoja de 3 mm, *b*) encristalado doble con un espacio de aire de 13 mm y *c*) encristalado triple con recubrimiento de baja emisividad y un espacio de aire de 13 mm.

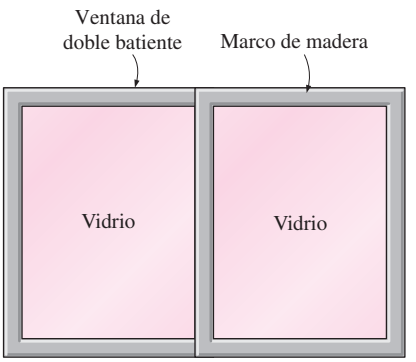


FIGURA P9-105

9-106 Determine el factor U total para una ventana de doble batiente con marco de madera, hoja doble, espacio de aire de 13 mm y espaciadores metálicos y compare sus resultados con el valor dado en la lista de la tabla 9-6. Las dimensiones totales de la ventana son 2.00 m × 2.40 m y las dimensiones de cada encristalado son 1.92 × 1.14 m.

Problemas de repaso

9-107 Considere una placa horizontal de $L \times L$ de dimensiones que se coloca en aire en calma con su superficie caliente hacia arriba. Si la temperatura de película es de 20°C y el número promedio de Nusselt en convección natural es de la forma $\text{Nu} = C\text{Ra}_L^n$, muestre que el coeficiente promedio de transferencia de calor puede expresarse como

$$h = 1.95(\Delta T/L)^{1/4} \qquad 10^4 < \text{Ra}_L < 10^7$$
$$h = 1.79\Delta T^{1/3} \qquad 10^7 < \text{Ra}_L < 10^{11}$$

9-108 Una placa (0.5 m × 0.5 m) está inclinada a un ángulo de 30°. La superficie superior de la placa está bien aislada. Estime la razón de pérdida de calor de la placa cuando la superficie inferior se mantiene a 60°C y el aire atmosférico circundante está a 0°C. *Respuesta:* 81.5 W

9-109 Se coloca horizontalmente un cilindro de 12 cm de diámetro y 15 m de largo, con una temperatura superficial de 10°C, en aire a 40°C. Calcule la razón estacionaria de transferencia de calor para los casos de *a*) velocidad de flujo libre del aire de 10 m/s, debida a vientos normales, y *b*) ningún viento y, por consiguiente, una velocidad de cero de flujo libre.

9-110 Se usa un recipiente esférico de 30.0 cm de diámetro exterior, como un reactor para una reacción endotérmica lenta. El recipiente está por completo sumergido en un tanque grande lleno de agua, mantenida a una temperatura constante de 30°C. La temperatura de la superficie exterior del recipiente es de 20°C. Calcule la razón de la transferencia de calor en operación estacionaria, para los casos siguientes: *a*) el agua en el tanque está tranquila, *b*) el agua en el tanque está tranquila (como en el inciso *a*); sin embargo, se supone que la fuerza de flotación causada por la diferencia en la densidad del agua es despreciable y *c*) se hace circular el agua en el tanque a una velocidad promedio de 20 cm/s.

9-111I Está fluyendo agua caliente a una velocidad promedio de 4 ft/s por un tubo de hierro fundido (k = 30 Btu/h · ft · °F) cuyos diámetros interior y exterior son de 1.0 in y 1.2 in, respectivamente. El tubo pasa a través de una sección de 50 ft de largo de un sótano cuya temperatura es de 60°F. La emisividad de la superficie exterior de dicho tubo es 0.5 y las paredes del sótano también están a alrededor de 60°F. Si la temperatura de admisión del agua es de 150°F y el coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie interior del tubo es de 30 Btu/h · ft^2 · °F, determine la caída en la temperatura del agua al pasar a través del sótano.

9-112 Considere un colector solar de placa plana colocado horizontalmente sobre el techo plano de una casa. El colector tiene 1.5 m de ancho y 4.5 m de largo y la temperatura promedio de la superficie expuesta del mismo es de 42°C. Determine la razón de la pérdida de calor del colector por convección natural durante un día en calma cuando la temperatura ambiente es de 8°C. Asimismo, determine la pérdida de calor por radiación tomando la emisividad de la superficie del colector como 0.85 y la temperatura efectiva del cielo como −15°C.

Respuestas: 1 314 W, 1 762 W

9-113 Una caja electrónica que consume 200 W de potencia se enfría por medio de un ventilador que sopla aire hacia dentro del recinto de la caja. Las dimensiones de dicha caja son 15 cm × 50 cm × 50 cm y todas las superficies de la misma están expuestas al ambiente, excepto la de la base. Las mediciones de temperatura indican que la caja está a una temperatura promedio de 32°C cuando la temperatura ambiente y la de las paredes circundantes son de 25°C. Si la emisividad de la superficie exterior de la caja es de 0.75, determine la fracción del calor perdido desde las superficies exteriores de la misma.

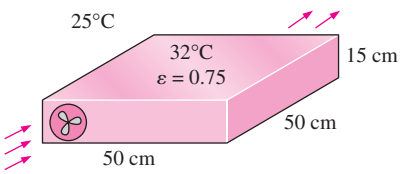


FIGURA P9-113

9-114 Se usa un tanque esférico de 6 m de diámetro interno que está hecho de acero inoxidable (k = 15 W/m · °C) para almacenar agua con hielo a 0°C en un cuarto a 20°C. Las paredes del cuarto también están a 20°C. La superficie exterior del tanque es negra (emisividad ε = 1) y la transferencia de calor entre la superficie exterior del mismo y los alrededores es por convección natural y radiación. Suponiendo que todo el tanque de acero se encuentra a 0°C y, por consiguiente, la resistencia térmica del mismo es despreciable, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 h. El calor de fusión del agua es de 333.7 kJ/kg.

Respuestas: a) 15.4 W, *b*) 3 988 kg

9-115 Considere una ventana de hoja doble de 1.2 m de alto y 2 m de ancho que consta de dos capas de 3 mm de espesor de vidrio (k = 0.78 W/m · °C) separadas por un espacio de aire de 2.5 cm de ancho. Determine la razón en estado estacionario, de la transferencia de calor a través de esta ventana y la temperatura de su superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 20°C en tanto que la temperatura en el exterior es de 0°C. Tome los coeficientes de transferencia de calor de la ventana como h_1 = 10 W/m^2 · °C y h_2 = 25 W/m^2 · °C y descarte cualquier transferencia de calor por radiación.

9-116 Se diseña un calentador de espacio de resistencia eléctrica en tal forma que semeja una caja rectangular de 50 cm de alto, 80 cm de largo y 15 cm de ancho, llena con 45 kg de aceite. El calentador se va a colocar contra una pared y, como consecuencia, la transferencia de calor desde su superficie posterior es despreciable. Por consideraciones de seguridad, la temperatura superficial del calentador no debe sobrepasar 75°C en un cuarto a 25°C. Si se descarta la transferencia de calor desde las superficies superior e inferior del calentador, en anticipación a que la superficie superior se usará como una repisa, determine la potencia nominal del mismo en W. Tome la emisividad de la superficie exterior del calentador como 0.8 y la temperatura promedio de las superficies del techo y de la pared como la misma que la temperatura del aire del cuarto.

Asimismo, determine cuánto tardará el calentador en alcanzar la operación estacionaria cuando se enciende por primera vez (es decir, para que la temperatura del aceite se eleve de 25°C hasta 75°C). Enuncie sus suposiciones relacionadas con los cálculos.

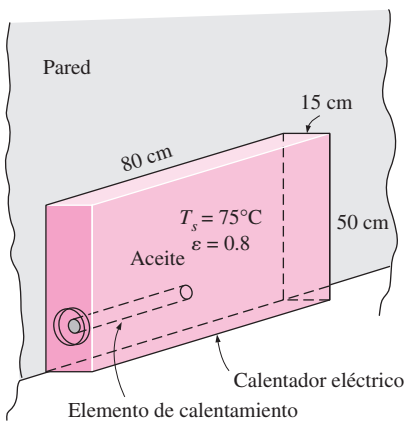


FIGURA P9-116

9-117 Durante una visita a una planta, se observó que una sección de 2 m de alto y 1 m de ancho de la sección vertical del frente de la pared de un horno en el que se quema gas natural estaba demasiado caliente como para tocarse. Las mediciones de temperatura sobre la superficie revelaron que la temperatura promedio de la superficie caliente expuesta era de 110°C, en tanto que la temperatura del aire circundante era de 25°C. La superficie se veía oxidada y su emisividad puede tomarse como 0.6. Suponiendo que la temperatura de las superficies circundantes también es de 25°C, determine la razón de la pérdida de calor de este horno.

El horno tiene una eficiencia de 79% y la planta paga 1.20 dólar por therm de gas natural. Si la planta opera 10 h al día durante 310 días al año y, como consecuencia, 3 100 h al año, determine el costo anual de la pérdida de energía desde esta superficie vertical caliente sobre la sección frontal de la pared del horno.

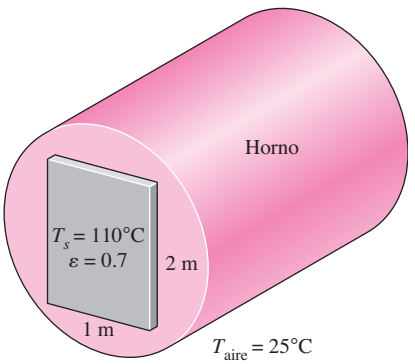


FIGURA P9-117

9-118 Un colector solar consta de un tubo horizontal de cobre con diámetro exterior de 5 cm encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 9 cm de diámetro. El agua se calienta conforme fluye por el tubo, y el espacio anular entre el tubo de cobre y el de vidrio está lleno con aire a una presión de 1 atm. Durante un día claro se mide que las temperaturas de la superficie del tubo y de la cubierta de vidrio son de 60°C y 32°C, respectivamente. Determine la razón de la pérdida de calor desde el colector por convección natural, por metro de longitud del tubo. *Respuesta:* 17.4 W

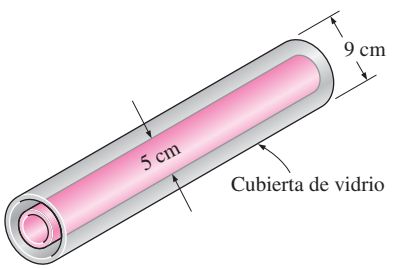


FIGURA P9-118

9-119 Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio, con diámetro exterior de 5 cm encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 7 cm de diámetro. El agua se calienta conforme fluye por el tubo de aluminio y el espacio anular entre los tubos de aluminio y de vidrio está lleno con aire a presión de 1 atm. Durante un día claro la bomba que hace circular el agua falla y la temperatura de ésta que se encuentra en el tubo empieza a subir. El tubo de aluminio absorbe radiación solar a razón de 20 W por metro de longitud y la temperatura del aire ambiente en el exterior es de 30°C. Con la aproximación de considerar las superficies del tubo y de la cubierta de vidrio como si fueran negras (emisividad $\varepsilon = 1$) en los cálculos referentes a la radiación y tomando la temperatura efectiva del cielo como de 20°C, determine la temperatura del tubo de aluminio cuando se establece el equilibrio (es decir, cuando la pérdida neta de calor desde el tubo, por convección natural y radiación, es igual a la cantidad de energía solar absorbida por éste).

9-120I Los componentes de un sistema electrónico que disipan 150 W están ubicados en un ducto horizontal de 5 ft de largo cuya sección transversal es de 6 in × 6 in. Los componentes en el ducto se enfrían por medio de aire forzado, el cual entra a 85°F y a razón de 22 pies cúbicos por minuto y sale a 100°F. Las superficies del ducto de lámina metálica no están pintadas y, por lo tanto, la transferencia de calor por radiación desde las superficies exteriores es despreciable. Si la temperatura del aire ambiente es de 80°F, determine *a*) la transferencia de calor desde las superficies exteriores del ducto hacia el aire ambiente por convección natural y *b*) la temperatura promedio de dicho ducto.

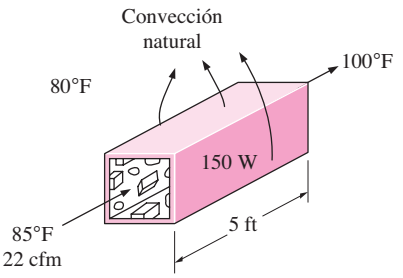


FIGURA P9-120I

9-121I Repita el problema 9-120I para un ducto circular horizontal de 4 in de diámetro.

9-122I Repita el problema 9-120I suponiendo que el ventilador falla y, por consiguiente, todo el calor generado en el interior del ducto debe rechazarse hacia el aire ambiente por convección natural a través de las superficies exteriores de éste.

9-123 Considere una bebida fría enlatada en aluminio que está inicialmente a una temperatura uniforme de 5°C. La lata tiene 12.5 cm de alto y un diámetro de 6 cm. La emisividad de su superficie exterior es 0.6. Descartando cualquier transferencia de calor desde la superficie inferior de la lata, determine el tiempo que transcurrirá para que la temperatura promedio de la bebida se eleve hasta 7°C si el aire y las superficies circundantes están a 25°C. *Respuesta:* 12.1 min

9-124 Considere un calentador eléctrico de agua de 2 m de alto que tiene un diámetro de 40 cm y que mantiene el agua caliente a 60°C. El tanque está ubicado en un cuarto pequeño a 20°C cuyas paredes y el techo están más o menos a la misma temperatura. Dicho tanque está colocado en un casco de lámina metálica de 44 cm de diámetro de espesor despreciable y el es-

pacio entre ellos está lleno con aislamiento de espuma. La temperatura promedio y la emisividad de la superficie exterior del casco son 40°C y 0.7, respectivamente. El precio de la electricidad es de 0.08 dólar/kWh. En el mercado, existen equipos para el aislamiento de tanques de agua caliente suficientemente grandes como para envolver el tanque completo con un costo aproximado de 60 dólares. Si el mismo propietario de la casa instala ese tipo de aislamiento sobre el tanque de agua, ¿cuánto tiempo transcurrirá para que este aislamiento adicional se pague por sí mismo? Descarte cualquier pérdida de calor por las superficies superior e inferior y suponga que el aislamiento reduce las pérdidas de calor en 80 por ciento.

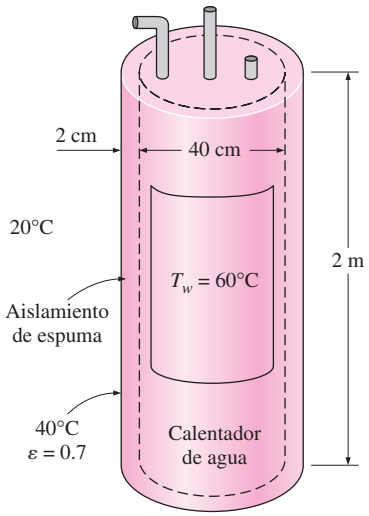


FIGURA P9-124

9-125 Los tragaluces o "ventanas en el techo" son de uso común en las casas y las instalaciones de fabricación dado que permiten que entre la luz natural durante el día y, de este modo, reducen los costos de alumbrado. Sin embargo, ofrecen poca resistencia a la transferencia de calor y en invierno se pierden grandes cantidades de energía a través de ellos, a menos que se equipen con una cubierta aislante motorizada que se pueda usar en el tiempo frío y en las noches con el fin de reducir las pérdidas de calor. Considere un tragaluz horizontal de 1 m de ancho y 2.5 m de largo en el techo de una casa que se mantiene a 20°C. El encristalado del tragaluz está hecho de una sola capa de vidrio ($k = 0.78$ W/m · °C y $\varepsilon = 0.9$) de 0.5 cm de espesor. Determine la razón de la pérdida de calor a través del tragaluz cuando la temperatura del aire en el exterior es de −10°C y la temperatura efectiva del cielo es de −30°C. Compare su resultado con la razón de la pérdida de calor a través de un área superficial equivalente del techo que tiene una construcción común de R-5.34, en unidades SI (es decir, una razón entre espesor y conductividad térmica efectiva de 5.34 m^2 · C/W).

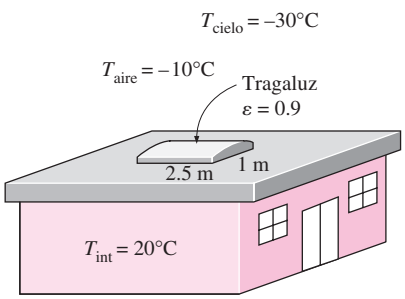


FIGURA P9-125

9-126 Se va a enfriar un grupo de 25 transistores de potencia que disipan 1.5 W cada uno, sujetándolos a una placa cuadrada de aluminio anodizado en negro y montándola sobre la pared de un cuarto que está a 30°C. La emisividad de las superficies del transistor y de la placa es de 0.9. Suponiendo que la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa es despreciable y que la temperatura de las superficies circundantes es la misma que la del aire ambiente del cuarto, determine el tamaño de dicha placa si la temperatura superficial promedio de la misma no debe sobrepasar los 50°C.

Respuesta: 43 cm × 43 cm

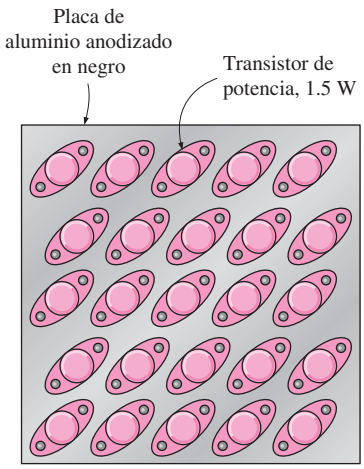


FIGURA P9-126

9-127 Repita el problema 9-126, suponiendo que la placa se va a colocar horizontalmente con *a*) los transistores dando hacia arriba y *b*) los transistores dando hacia abajo.

9-128I Un pequeño resistor cilíndrico de 0.1 W montado en la parte inferior de un tablero de circuito que está en posición vertical tiene 0.3 in de largo y un diámetro de 0.2 in. La vista del resistor es bloqueada en gran parte por otro tablero de circuito que está frente a él y la transferencia de calor a través de los alambres de conexión es despreciable. El aire puede fluir con libertad por los grandes pasos paralelos para el flujo entre los ta-

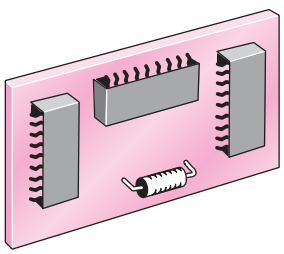


FIGURA P9-128I

bleros, como resultado de las corrientes de convección natural. Si la temperatura del aire en la vecindad del resistor es de 120°F, determine la temperatura superficial aproximada de este último. *Respuesta:* 211°F

9-129 Una hielera cuyas dimensiones exteriores son de 30 cm × 40 cm × 40 cm está hecha de espuma de estireno (k = 0.033 W/m · K). Inicialmente, la hielera está llena con 30 kg de hielo a 0°C y se puede tomar que la temperatura de la superficie interior de la misma es de 0°C en todo momento. El calor de fusión del agua a 0°C es de 333.7 kJ/kg y el aire ambiente circundante está a 20°C. Descartando cualquier transferencia de calor desde la base de 40 cm × 40 cm de la hielera, determine cuánto tiempo transcurrirá para que el hielo que está dentro de ella se funda por completo, si dicha hielera está sujeta a *a*) aire en calma y *b*) vientos de 50 km/h. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies del frente, de atrás y de arriba es el mismo que el que se tiene sobre las superficies laterales.

9-130 Incide radiación solar sobre la superficie de vidrio de un colector a razón de 650 W/m^2. El vidrio transmite 88% de la radiación incidente y tiene una emisividad de 0.90. Las necesidades de agua caliente de una familia en verano se pueden satisfacer por completo por medio de un colector de 1.5 m de alto y 2 m de ancho, e inclinado 40° con respecto a la horizontal. Se mide que la temperatura de la cubierta de vidrio es de 40°C en un día calmado, cuando la temperatura del aire circundante es de 20°C. La temperatura efectiva del cielo para el intercambio por radiación entre la cubierta de vidrio y el cielo abierto es de −40°C. El agua entra en los tubos sujetos a la placa de absorción a razón de 1 kg/min. Suponiendo que la superficie posterior de esta placa está fuertemente aislada y que la única pérdida de calor ocurre a través de la cubierta de vidrio, determine *a*) la razón total de la pérdida de calor desde el colector, *b*) la eficiencia de este último, la cual es la razón entre la cantidad de calor transferido al agua y la energía solar que incide sobre él y *c*) la elevación de la temperatura del agua conforme fluye por el colector.

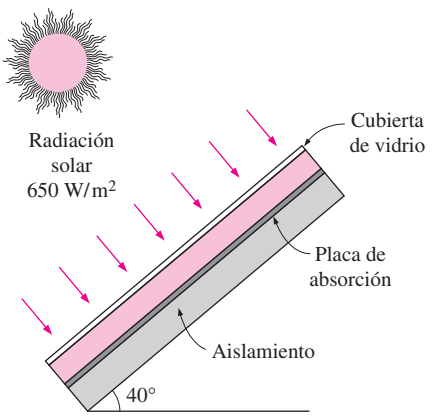


FIGURA P9-130

9-131 Dos esferas concéntricas con radios de 5 cm y 10 cm tienen temperaturas superficiales mantenidas en 200°C y 100°C, respectivamente. El espacio entre las dos superficies esféricas concéntricas está lleno con gas nitrógeno a 1 atm. Si las superficies de ambas esferas concéntricas son negras (ε = 1), determine la razón de la transferencia de calor sobre la superficie interna. *Respuesta:* 18.5 W

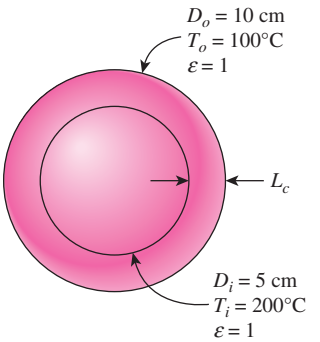


FIGURA P9-131

9-132 Los gases de escape de una fábrica se están descargando a través de una chimenea de 10 m de altura con un diámetro externo de 1 m. Los gases de escape se descargan a una razón de 0.125 kg/s, mientras que la caída de la temperatura entre la entrada y la salida de la chimenea es de 30°C, y el calor específico a calor constante de los gases de escape es 1 600 J/kg ≈ K. Un día sin viento, la temperatura del aire circundante es de 33°C. La radiación solar es incidente sobre la superficie exterior de la chimenea a una razón de 500 W/m^2 y tanto la emisividad como la absortividad solar de la superficie externa son 0.9. Determine la temperatura de la superficie externa de la chimenea. Asuma que la temperatura de película es de 60°C.

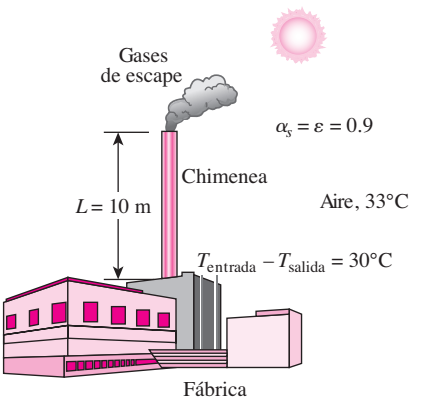


FIGURA P9-132

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

9-133 Considere un huevo caliente cosido en agua caliente en una nave espacial que está llena con aire a la presión y temperatura atmosféricas en todo momento. Si se descarta cualquier efecto de radiación, ¿el huevo se enfriará más rápido o con mayor lentitud cuando la nave espacial está en el espacio en lugar de permanecer sobre el suelo?

a) más rápido
b) no hay diferencia
c) con mayor lentitud
d) no se cuenta con información suficiente

9-134 Se va a enfriar un objeto caliente suspendido por un cordel, mediante convección natural en fluidos cuyo volumen cambia de manera diferente con la temperatura, a presión constante. En cuál fluido la rapidez del enfriamiento será más baja: En el fluido cuyo volumen, al aumentar la temperatura, *a*) aumenta mucho, *b*) aumenta ligeramente, *c*) no cambia, *d*) disminuye ligeramente o *e*) disminuye mucho.

9-135 Una ventana vertical de doble hoja consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 1.2 cm, a la presión atmosférica. Las temperaturas de las superficies de vidrio a uno y otro lados del espacio de aire son 278 K y 288 K. Si se estima que la transferencia de calor por convección a través del recinto es 1.5 veces la de la conducción pura y que la razón de la transferencia de calor por radiación a través del mismo tiene aproximadamente la misma magnitud que la de la convección, la emisividad efectiva de las dos superficies de vidrio es

a) 0.35 *b*) 0.48 *c*) 0.59
d) 0.84 *e*) 0.72

9-136 Se expone un bloque esférico de hielo seco a –79°C a aire atmosférico a 30°C. La dirección general en la cual el aire se mueve en esta situación es

a) horizontal *b*) hacia arriba *c*) hacia abajo
d) recirculación alrededor de la esfera
e) ningún movimiento

9-137 Una ventana vertical de doble hoja, de 0.9 m de alto y 1.5 m de ancho, consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 2.0 cm, a la presión atmosférica. Si las temperaturas de las superficies de vidrio a uno y otro lados del espacio de aire son 20°C y 30°C, la razón de la transferencia de calor a través de la ventana es

a) 16.3 W *b*) 21.7 W *c*) 24.0 W
d) 31.3 W *e*) 44.6 W

(Para el aire, use $k = 0.02551$ W/m · °C, Pr = 0.7296, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}$ m²/s. Asimismo, la correlación aplicable es $\mathrm{Nu} = 0.42\mathrm{Ra}^{1/4}\,\mathrm{Pr}^{0.012}\,(H/L)^{-0.3}$.)
(Para el aire, use $k = 0.02588$ W/m · K, Pr = 0.7282, $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m²/s.

9-138 Un tanque esférico de 4 m de diámetro contiene agua con hielo a 0°C. El tanque es de pared delgada y, como consecuencia, se puede suponer que la temperatura de su superficie exterior es la misma que la del agua con hielo que contiene. Ahora, el tanque se coloca en un lago grande que se encuentra a 20°C. La rapidez a la cual se funde el hielo es

a) 0.42 kg/s *b*) 0.58 kg/s *c*) 0.70 kg/s
d) 0.83 kg/s *e*) 0.98 kg/s

(Para el agua, use $k = 0.580$ W/m · °C, Pr = 9.45, $\nu = 0.1307 \times 10^{-5}$ m²/s, $\beta = 0.138 \times 10^{-3}$ K⁻¹.)

9-139 Un tramo de 4 m de largo de un tubo horizontal de 5 cm de diámetro, en el cual fluye un refrigerante, pasa a través de un cuarto que está a 20°C. El tubo no está bien aislado y se observa que la temperatura de la superficie exterior del mismo es de –10°C. La emisividad de la superficie del tubo es 0.85 y las superficies circundantes están a 15°C. La fracción de calor transferido al tubo por radiación es

a) 0.24 *b*) 0.30 *c*) 0.37
d) 0.48 *e*) 0.58

(Para el aire, use $k = 0.02401$ W/m · °C, Pr = 0.735, $\nu = 1.382 \times 10^{-5}$ m²/s.)

9-140 Considere un cilindro horizontal de 0.2 m de diámetro y 1.8 m de largo en un cuarto a 20°C. Si la temperatura de la superficie exterior del cilindro es de 40°C, el coeficiente de transferencia de calor por convección natural es

a) 2.9 W/m² · K *b*) 3.5 W/m² · K *c*) 4.1 W/m² · K
d) 5.2 W/m² · K *e*) 6.1 W/m² · K

9-141 Dos cilindros concéntricos de diámetros $D_i = 30$ cm y $D_o = 40$ cm, y longitud $L = 5$ m están separados por aire a la presión de 1 atm. Se genera calor dentro del cilindro interior en forma uniforme, a razón de 1 100 W/m³ y la temperatura de la superficie interior del cilindro exterior es de 300 K. La temperatura de estado estacionario de la superficie exterior del cilindro interior es

a) 402 K *b*) 415 K *c*) 429 K
d) 442 K *e*) 456 K

(Para el aire, use $k = 0.03095$ W/m · °C, Pr = 0.7111, $\nu = 2.306 \times 10^{-5}$ m²/s.)

9-142 La fuerza impulsora primaria para la convección natural es

a) fuerzas cortantes *b*) fuerzas de flotación
c) fuerzas de presión *d*) fuerzas de tensión superficial
e) ninguna de ellas

Problemas de diseño y ensayo

9-143 Escriba un programa de computadora para evaluar la variación de la temperatura con el tiempo de placas metálicas cuadradas delgadas que se sacan de un horno a una temperatura especificada y se colocan en forma vertical en un cuarto grande. El espesor, el tamaño, la temperatura inicial, la emisividad y las propiedades termofísicas de la placa, así como la temperatura ambiente, deben ser especificados por el usuario. El programa debe evaluar la temperatura de la placa a intervalos especificados y tabular los resultados contra el tiempo. La computadora debe hacer una lista de las hipótesis establecidas durante los cálculos antes de imprimir los resultados.

Para cada paso o intervalo de tiempo, suponga que la temperatura superficial es constante y evalúe la pérdida de calor durante ese intervalo así como la caída de temperatura de la placa como resultado de esta pérdida de calor. Esto da la temperatura de la placa al final de un intervalo de tiempo, la cual va a servir como la temperatura inicial de la misma para el principio del intervalo siguiente.

Ponga a prueba su programa para placas verticales de cobre de 0.2 cm de espesor, con un tamaño de 40 cm × 40 cm, inicialmente a 300°C, enfriadas en un cuarto a 25°C. Tome la emisividad superficial como 0.9. En los cálculos, use un intervalo de tiempo de 1 s, pero imprima los resultados a intervalos de 10 s para un periodo total de enfriamiento de 15 min.

9-144 Escriba un programa de computadora para mejorar el espaciamiento entre los dos vidrios de una ventana de hoja doble. Suponga que el espacio dejado se llena con aire seco a la presión atmosférica. El programa debe evaluar el valor práctico recomendado del espaciamiento con el fin de minimizar las pérdidas de calor e incluirlo en la lista cuando se especifican el tamaño de la ventana (la altura y el ancho) y las temperaturas de los dos vidrios.

9-145 Póngase en contacto con un fabricante de sumideros de calor de aluminio y obtenga el catálogo de sus productos para enfriar componentes electrónicos por convección natural y radiación. Escriba un ensayo acerca de cómo seleccionar un sumidero apropiado de calor para un componente electrónico cuando se especifican su disipación máxima de potencia y temperatura superficial máxima admisible.

9-146 Las superficies superiores de prácticamente todos los colectores solares de placa plana se cubren con vidrio para reducir las pérdidas de calor de la placa de absorción. Aun cuando la cubierta de vidrio refleja o absorbe alrededor de 15% de la radiación solar incidente, rescata mucho más de las pérdidas potenciales de calor por la placa de absorción y, como consecuencia, se le considera como una parte esencial de un colector solar bien diseñado. Inspirado por la eficiencia con respecto a la energía de las ventanas de hoja doble, alguien propone usar encristalados de hoja doble en los colectores solares en lugar de un solo vidrio. Investigue si esto es una buena idea para la ciudad en la que el lector vive. Use los datos meteorológicos locales y base su conclusión en el análisis de la transferencia de calor y en consideraciones económicas.

CAPÍTULO 10

EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN

Se sabe, por lo estudiado en termodinámica, que cuando se eleva la temperatura de un líquido a una presión específica, hasta la temperatura de saturación T_{sat} a esa presión, se presenta la *ebullición*. Del mismo modo, cuando se baja la temperatura de un vapor hasta T_{sat}, ocurre la *condensación*. En este capítulo se estudian las razones de la transferencia de calor durante esas transformaciones de fase: líquido en vapor y vapor en líquido.

Aun cuando la ebullición y la condensación exhiben algunas características únicas, se consideran como formas de transferencia de calor *por convección*, ya que están relacionadas con movimiento del fluido (como la elevación de las burbujas hasta la parte superior y el flujo del condensado hacia el fondo). La ebullición y la condensación difieren de las otras formas de convección en que dependen del *calor latente de vaporización* h_{fg} del fluido y de la *tensión superficial* σ en la interfase líquido-vapor, además de las propiedades de ese fluido en cada fase. Dado que en las condiciones de equilibrio la temperatura permanece constante durante un proceso de cambio de fase a una presión fija, se pueden transferir grandes cantidades de calor (debido al gran calor latente de vaporización liberado o absorbido) durante la ebullición y la condensación, en esencia a temperatura constante. Sin embargo, en la práctica es necesario mantener alguna diferencia entre la temperatura superficial T_s y T_{sat}, para tener una transferencia efectiva de calor. Típicamente, los coeficientes de transferencia de calor h asociados con la ebullición y la condensación son mucho más altos que los que se encuentran en otras formas de procesos de convección que se relacionan con una sola fase.

Se inicia este capítulo con una discusión de la *curva de ebullición* y los modos de ebullición en estanque, como la *ebullición en convección libre*, *ebullición nucleada* y *ebullición en película*. En seguida se discute la ebullición en presencia de convección forzada. En la segunda parte de este capítulo se describe el mecanismo físico de la *condensación en película* y se discute la transferencia de calor en la condensación, en varias disposiciones geométricas y orientaciones. Por último, se presenta la *condensación por gotas* y se discute en las maneras de mantenerla.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Diferenciar entre evaporación y ebullición y adquirir familiaridad con tipos diferentes de ebullición;
- Desarrollar una buena comprensión de la curva de ebullición, así como de los regímenes diferentes de ésta correspondientes a regiones distintas de la curva de ebullición;
- Calcular el flujo de calor y su valor crítico asociado con la ebullición nucleada, así como examinar los métodos para mejorar la transferencia de calor en la ebullición;
- Obtener una relación para el coeficiente de transferencia de calor en la condensación de película laminar sobre una placa vertical;
- Calcular el flujo de calor asociado con la condensación sobre placas inclinadas y horizontales, cilindros verticales y horizontales, y bancos de tubos, y
- Examinar la condensación por goteo y comprender las incertidumbres asociadas con ella.

FIGURA 10-1
Un proceso de cambio de fase líquida a vapor recibe el nombre de *evaporación*, si ocurre en una interfase líquido-vapor, y de *ebullición* si ocurre en una interfase sólido-líquido.

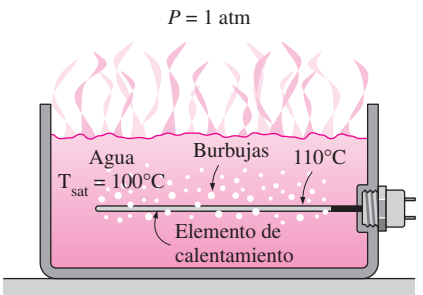


FIGURA 10-2
Ocurre la ebullición cuando un líquido se pone en contacto con una superficie a una temperatura por encima de la de saturación de ese líquido.

10-1 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA EBULLICIÓN

Muchas aplicaciones conocidas de la ingeniería comprenden la transferencia de calor por condensación y ebullición. Por ejemplo, en un refrigerador doméstico, el refrigerante absorbe calor de la cámara fría por ebullición en la sección del *evaporador* y rechaza el calor hacia el aire de la cocina condensándose en la sección del *condensador* (los largos serpentines que se encuentran detrás o abajo del refrigerador). Asimismo, en las plantas de potencia que funcionan con vapor, se transfiere calor al agua en la *caldera*, en donde se vaporiza, y el calor de desecho se rechaza de ese vapor en el *condensador*, en donde se condensa. Algunos componentes electrónicos se enfrían por ebullición al sumergirlos en un fluido con una temperatura apropiada.

La ebullición es un proceso de cambio de fase de líquido a vapor precisamente como la evaporación, pero existen diferencias significativas entre las dos. La **evaporación** ocurre en la *interfase vapor-líquido*, cuando la presión de vapor es menor que la de saturación del líquido a una temperatura dada. Por ejemplo, el agua en un lago a 20°C se evapora hacia el aire a 20°C y humedad relativa de 60%, ya que la presión de saturación del agua a esa temperatura es 2.3 kPa y la presión de vapor del aire en las condiciones mencionadas es 1.4 kPa. Se encuentran otros ejemplos de evaporación en el secado de ropa, frutas y vegetales; la evaporación del sudor para enfriar el cuerpo humano y el rechazo de calor de desecho en las torres húmedas de enfriamiento. Note que la evaporación no comprende la formación de burbujas o el movimiento de éstas (figura 10-1).

Por otra parte, se tiene **ebullición** en la *interfase sólido-líquido* cuando un líquido se pone en contacto con una superficie mantenida a una temperatura T_s suficientemente por arriba de la de saturación T_{sat} de ese líquido (figura 10-2). Por ejemplo, a 1 atm, el agua líquida en contacto con una superficie sólida a 110°C hervirá, puesto que la temperatura de saturación del agua a 1 atm es 100°C. El proceso de ebullición se caracteriza por la rápida formación de *burbujas de vapor* en la interfase sólido-líquido que se separan de la superficie cuando alcanzan cierto tamaño y presentan la tendencia a elevarse hacia la superficie libre del líquido. Al cocinar no se dice que el agua hierve hasta que las burbujas suben hasta la parte superior. La ebullición es un fenómeno complicado debido al gran número de variables que intervienen en el proceso y los patrones complejos del movimiento del fluido causados por la formación y el crecimiento de las burbujas.

Como una forma de transferencia de calor por convección, el *flujo de calor en la ebullición*, de una superficie sólida hacia el fluido, se expresa con base en la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{q}_{\text{ebullición}} = h(T_s - T_{\text{sat}}) = h\Delta T_{\text{exceso}} \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(10-1)}$$

en donde $\Delta T_{\text{exceso}} = T_s - T_{\text{sat}}$ se llama *temperatura en exceso*, la cual representa el exceso de la temperatura superficial por encima de la de saturación del fluido.

En los capítulos anteriores se considera la transferencia de calor en la convección forzada y libre comprendiendo una sola fase de un fluido. El análisis de los procesos de convección de ese tipo comprende las propiedades termofísicas ρ, μ, k y c_p del fluido. El análisis de la transferencia de calor en la ebullición comprende estas propiedades del líquido (indicadas por el subíndice l) o del vapor (indicadas por el subíndice v), así como las propiedades h_{fg} (el calor latente de vaporización) y σ (la tensión superficial). El h_{fg} representa la energía absorbida conforme una unidad de masa del líquido se vaporiza a una temperatura o presión especificada y es la cantidad primaria de energía transferida durante la transferencia de calor en la ebullición. En la tabla A-9 se dan los valores de h_{fg} del agua a varias temperaturas.

Las burbujas existen debido a la *tensión superficial* σ en la interfase líquido-vapor producida por la fuerza de atracción sobre las moléculas que se encuentran en dicha interfase hacia la fase líquida. La tensión superficial disminuye al aumentar la temperatura y se hace cero a la temperatura crítica. Esto explica por qué no se forman burbujas durante la ebullición a presiones y temperaturas supercríticas. La tensión superficial tiene la unidad de N/m.

En la práctica los procesos de ebullición no ocurren en condiciones de *equilibrio*, y normalmente las burbujas no se encuentran en equilibrio termodinámico con el líquido que las circunda. Es decir, la temperatura y la presión del vapor en una burbuja suelen ser diferentes a las del líquido. La diferencia de presión entre el líquido y el vapor es equilibrada por la tensión superficial en la interfase. La diferencia de temperatura entre el vapor en una burbuja y el líquido circundante es la fuerza impulsora para la transferencia de calor entre las dos fases. Cuando el líquido está a una *temperatura más baja* que la de la burbuja, se transferirá calor de ésta hacia aquél, lo que provoca que algo del vapor del interior de la burbuja se condense y ésta llegue finalmente a aplastarse. Cuando el líquido está a una *temperatura más alta* que la de la burbuja, el calor se transferirá de aquél hacia ésta, haciendo que la burbuja crezca y suba hasta la parte superior bajo la influencia de la flotación.

La ebullición se clasifica como *ebullición en estanque* o *ebullición en flujo*, dependiendo de la presencia de movimiento masivo del fluido (figura 10-3). Se dice que la ebullición es **en estanque** cuando no se tiene flujo masivo del fluido, y que es **en flujo** (o *ebullición en convección forzada*) en presencia de ese flujo. En la ebullición en estanque el fluido se encuentra en reposo y cualquier movimiento en él se debe a corrientes de convección natural y al movimiento de las burbujas bajo la influencia de la flotación. La ebullición del agua en una cacerola colocada sobre una estufa es un ejemplo de ebullición en estanque. También se puede lograr este tipo de ebullición de un fluido al colocar un serpentín de calentamiento en su seno. En la ebullición en flujo el fluido se fuerza a moverse en un tubo caliente o sobre una superficie por medios externos, como una bomba. Por lo tanto, la ebullición en flujo siempre viene acompañada por otros efectos de convección.

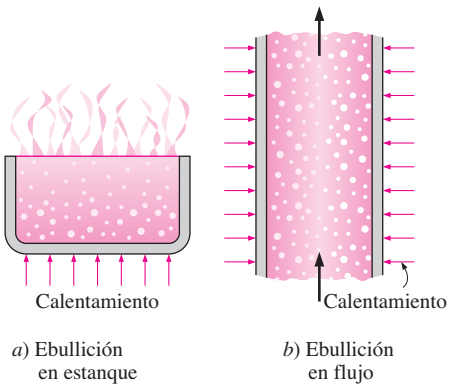


FIGURA 10-3
Clasificación de la ebullición con base en la presencia de movimiento masivo del fluido.

Las ebulliciones en estanque y en flujo se clasifican todavía más como *ebullición subenfriada* o *ebullición saturada*, dependiendo de la temperatura de la masa de líquido (figura 10-4). Se dice que la ebullición es **subenfriada** (o *local*) cuando la temperatura de la masa principal del líquido está por debajo de la de saturación T_{sat} (es decir, la masa del líquido está subenfriada) y es **saturada** (o *masiva*) cuando la temperatura del líquido es igual a T_{sat} (es decir, la masa del líquido está saturada). En las primeras etapas de la ebullición las burbujas se encuentran confinadas en una angosta región cercana a la superficie caliente. Esto se debe a que el líquido adyacente a la superficie caliente se vaporiza como resultado de ser calentado arriba de su temperatura de saturación. Pero estas burbujas desaparecen pronto al alejarse de la superficie caliente, como resultado de la transferencia de calor de ellas hacia el líquido más frío que las rodea. Esto sucede cuando la masa del líquido está a una temperatura más baja que la de saturación. Las burbujas sirven como "movedores de energía", de la superficie caliente hacia la masa de líquido, absorbiendo calor de aquélla y liberándolo en ésta a medida que se condensan y aplastan. En este caso la ebullición queda confinada en una región en la localidad de la superficie caliente y, de manera apropiada, se le llama ebullición *local* o *subenfriada*. Cuando toda la masa de líquido alcanza la temperatura de saturación, las burbujas empiezan a subir hasta la parte superior. Se puede ver burbujas en toda la masa del líquido y, en este caso, a la ebullición se le da el nombre de ebullición *masiva* o *saturada*. A continuación se consideran con detalle los diferentes regímenes de ebullición.

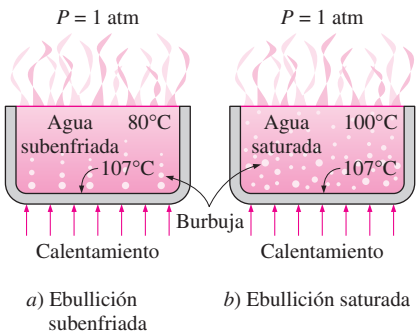


FIGURA 10-4
Clasificación de la ebullición con base en la presencia de temperatura masiva del líquido.

10-2 ▪ EBULLICIÓN EN ESTANQUE

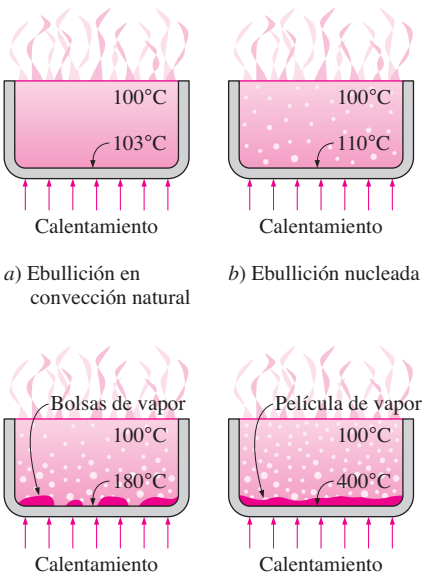
Hasta ahora se han presentado discusiones algo generales acerca de la ebullición. Ahora se volverán a atender los mecanismos físicos que intervienen en la *ebullición en estanque*; es decir, la ebullición de fluidos estacionarios. En la ebullición en estanque no se fuerza el fluido a que se mueva por medio de un impulsor, como una bomba, y cualquier movimiento en él se debe a corrientes de convección natural y al movimiento de burbujas por influencia de la flotación.

Como un ejemplo conocido de la ebullición en estanque considere la ebullición de agua de la llave sobre una estufa. Inicialmente el agua está a alrededor de 15°C, bastante abajo de la temperatura de saturación de 100°C a la presión atmosférica estándar. En las primeras etapas de la ebullición nada significativo advertirá el lector, excepto algunas burbujas que se pegan a la superficie de la cacerola. Éstas son causadas por la liberación de moléculas de aire disueltas en el agua líquida y no deben confundirse con las burbujas de vapor. Conforme se eleva la temperatura del agua el lector advertirá porciones de agua líquida rodando hacia arriba y hacia abajo como resultado de las corrientes de convección natural, seguidas por las primeras burbujas de vapor formándose en la superficie del fondo de la cacerola. Estas burbujas se hacen más pequeñas al separarse de la superficie y empezar a subir, y llega el momento en que se aplastan en el agua más fría que está arriba. Esto es *ebullición subenfriada*, dado que la masa del agua líquida todavía no ha alcanzado la temperatura de saturación. La intensidad de la formación de burbujas aumenta a medida que se eleva la temperatura del agua y el lector verá olas de burbujas de vapor salir del fondo y elevarse hasta la parte superior cuando esa temperatura alcanza la de saturación (100°C en condiciones atmosféricas estándar). Esta ebullición a plena escala es la *ebullición saturada*.

Regímenes de ebullición y la curva de ebullición

Probablemente la ebullición es la forma más conocida de transferencia de calor, sin embargo es la forma menos comprendida. Después de cientos de informes escritos sobre el tema todavía no se comprende por completo el proceso de formación de burbujas y aún se debe apoyar en relaciones empíricas o semiempíricas para predecir la velocidad de la transferencia de calor en la ebullición.

El trabajo que abrió el camino en relación con la ebullición fue realizado en 1934 por S. Nukiyama, quien utilizó en sus experimentos alambres de nicromo y de platino calentados eléctricamente sumergidos en líquidos. Nukiyama advirtió que la ebullición toma formas diferentes, dependiendo del valor de la temperatura en exceso, ΔT_{exceso}. Se observaron cuatro regímenes diferentes de ebullición: *ebullición en convección natural*, *ebullición nucleada*, *ebullición de transición* y *ebullición en película* (figura 10-5). En la figura 10-6 se ilustran estos regímenes sobre la **curva de ebullición**, la cual es una gráfica del flujo de calor en la ebullición contra la temperatura en exceso. Aun cuando la curva de ebullición dada en esta figura es para el agua su forma general es la misma para diferentes fluidos. La forma específica de la curva depende de la combinación de materiales en la superficie de calentamiento del fluido y de la presión de este último, pero es prácticamente independiente de la configuración geométrica de dicha superficie. Se describirá con detalle cada régimen de ebullición.



a) Ebullición en convección natural

b) Ebullición nucleada

c) Ebullición de transición

d) Ebullición en película

FIGURA 10-5
Diferentes regímenes de la ebullición en estanque.

Ebullición en convección natural (hasta el punto *A* sobre la curva de ebullición)

En la termodinámica se aprende que una sustancia pura a una presión específica empieza a hervir cuando alcanza la temperatura de saturación a esa presión. Pero en la práctica no se ven burbujas formándose sobre la superficie de calen-

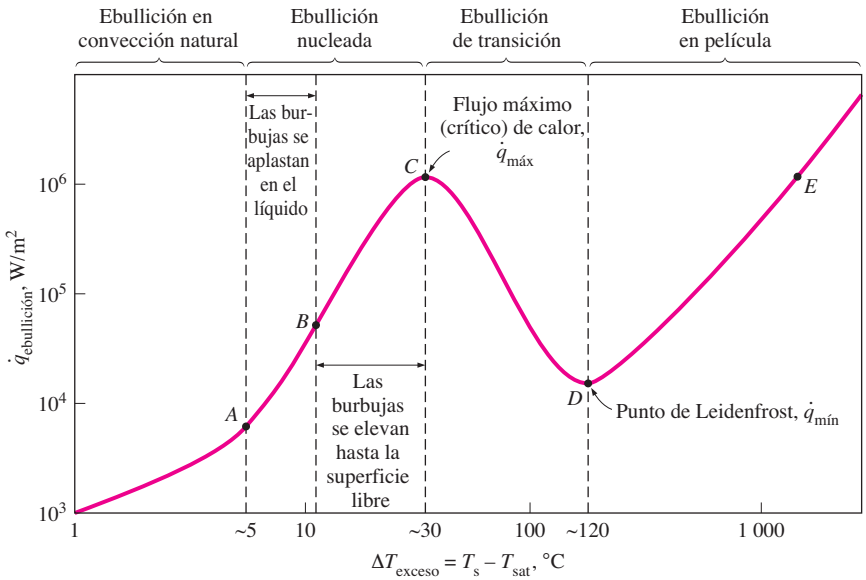


FIGURA 10-6
Curva típica de ebullición para agua a la presión de 1 atm.

tamiento hasta que el líquido se calienta unos cuantos grados arriba de la temperatura de saturación. Por lo tanto, en este caso, el líquido está ligeramente sobrecalentado (una condición *metaestable*) y se evapora cuando sube hasta la superficie libre. En este modo de ebullición la convección natural rige el movimiento del fluido y la transferencia de calor de la superficie de calentamiento al fluido se realiza por ese mecanismo.

Observe la figura 10-6, donde la zona de ebullición por convección natural para el agua termina 5ºC arriba de su temperatura de saturación.

Ebullición nucleada (entre los puntos *A* y *C*)

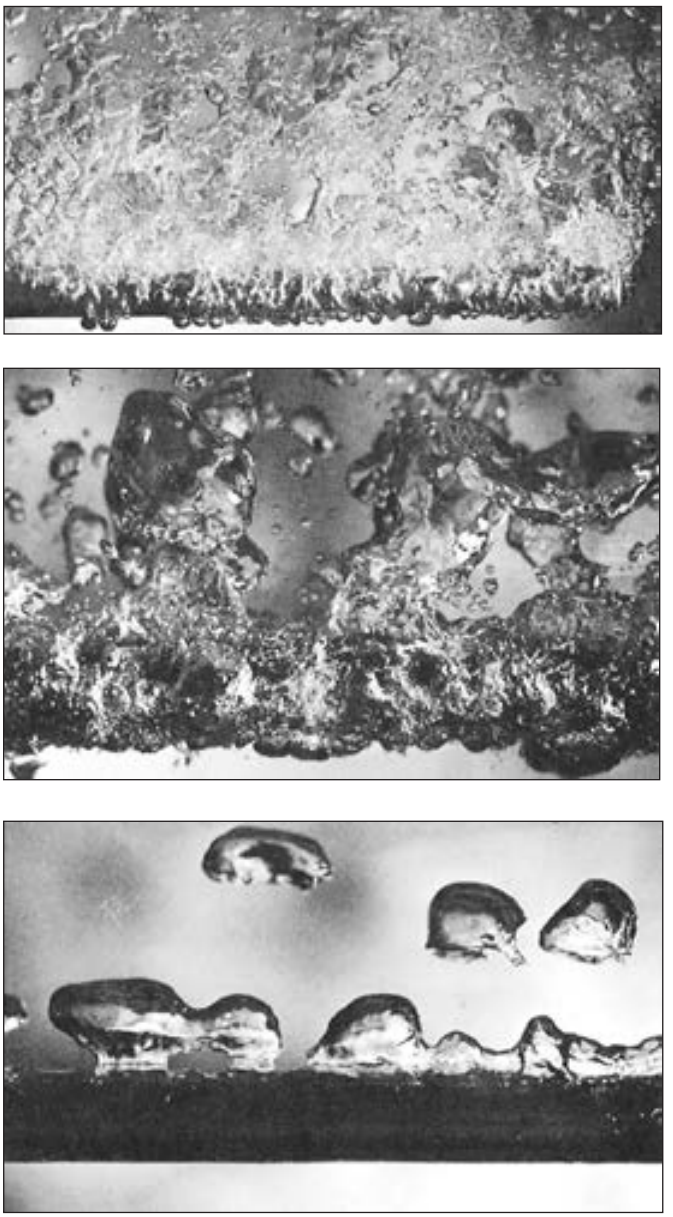
Las primeras burbujas se empiezan a formar en el punto *A* de la curva de ebullición, en varios sitios preferenciales sobre la superficie de calentamiento. Las primeras burbujas se empiezan a formar en el punto *A*, que recibe el nombre de **comienzo de la ebullición nucleada** de la curva de ebullición. Las burbujas se forman con rapidez cada vez mayor, en un número creciente de sitios de nucleación, conforme nos movemos a lo largo de la curva de ebullición hacia el punto *C*. El régimen de ebullición nucleada se puede separar en dos regiones distintas, como muestra la figura 10-6, con el rango aproximado de 5ºC a 30ºC por arriba de la temperatura de saturación.

El régimen de ebullición nucleada se puede separar en dos regiones distintas. En la región *A-B* ($5°C \leq \Delta T_{exceso} \leq 10°C$), se forman *burbujas aisladas* en varios sitios preferenciales de nucleación sobre la superfiie calentada. Pero éstas se disipan en el líquido poco después de separarse de la superficie. El espacio que dejan vacío las burbujas que suben lo llena el líquido que se encuentra en la vecindad de la superficie del calentador y el proceso se repite. Las vueltas que da el líquido y la agitación causada por su arrastre hacia la superficie del calentador son las principales responsables del coeficiente de transferencia de calor y del flujo de calor más altos en esta región de la ebullición nucleada.

En la región *B-C* ($10°C \leq \Delta T_{exceso} \leq 30°C$), la temperatura del calentador se incrementa todavía más y las burbujas se forman a velocidades tan grandes en un número tan grande de sitios de nucleación que forman numerosas *columnas continuas de vapor* en el líquido. Las burbujas se mueven a todo lo largo del camino hasta la superficie libre, en donde se revientan y liberan su contenido de vapor. Los grandes flujos de calor que se pueden obtener en esta región son causados por el efecto combinado del arrastre de líquido y de la evaporación.

A valores grandes de ΔT_{exceso} la rapidez de la evaporación en la superficie del calentador alcanza valores tan altos que una gran fracción de esa superficie se cubre con burbujas, lo cual dificulta que el líquido llegue hasta ella y la humedezca. Como consecuencia, el flujo de calor se incrementa con menor rapidez al aumentar ΔT_{exceso} y alcanza un máximo en el punto *C*. En este punto el flujo de calor recibe el nombre de **flujo crítico** (o **máximo**) **de calor**, $\dot{q}_{\text{máx}}$. Para el agua, el flujo crítico de calor sobrepasa 1 MW/m^2. A partir de la ley de Newton del enfriamiento, el coeficiente de transferencia de calor en el punto *C* es $h = \dot{q}_{\text{máx}}/\Delta T_{\text{exceso}} = (10^6\ \text{W/m}^2)/30\ \text{K} = 3.3 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Para el rango entero de la ebullición nucleada de la figura 10-6, el coeficiente de transferencia de calor varía de alrededor de 2 000 a 30 000 W/m^2 · K, que está dentro del rango de los valores tabulados en la tabla 1-5 para la ebullición.

En la práctica la ebullición nucleada es el régimen más deseable porque en él se pueden lograr altas razones de transferencia de calor con valores más o menos pequeños de ΔT_{exceso}, por lo general de menos de 30°C para el agua. En las fotografías de la figura 10-7 se muestra la naturaleza de la formación de



a)

b)

c)

FIGURA 10-7
Varios regímenes de ebullición de metanol sobre un tubo horizontal de cobre, de 1 cm de diámetro, calentado con vapor de agua: *a*) ebullición nucleada, *b*) ebullición de transición, y *c*) ebullición en película.
(*Tomada de J. W. Westwater y J. G. Santangelo, Universidad de Illinois en Champaign-Urbana.*)

burbujas y el movimiento de éstas asociado con la ebullición nucleada, la de transición y en película.

Ebullición de transición (entre los puntos *C* y *D* sobre la curva de ebullición)

A medida que se incrementa la temperatura del calentador y, por consiguiente, la ΔT_{exceso} más allá del punto *C*, el flujo de calor disminuye, como se muestra en la figura 10-6. Esto se debe a que una fracción grande de la superficie del calentador se cubre con una película de vapor, la cual actúa como un aislamiento debido a su baja conductividad térmica en relación con la del líquido. En el régimen de ebullición de transición se tienen en forma parcial tanto ebullición nucleada como en película. La ebullición nucleada que se tiene en el punto *C* es reemplazada por completo por la ebullición en película en el punto *D*. En la práctica se evita operar en el régimen de ebullición de transición, el cual también se conoce como *régimen inestable de ebullición en película*. Para el agua la ebullición de transición se presenta sobre el rango de temperatura en exceso de alrededor de 30°C hasta más o menos 120°C.

Ebullición en película (más allá del punto *D*)

En esta región la superficie de calentamiento queda cubierta por completo por una película continua estable de vapor. El punto *D*, en donde el flujo de calor alcanza un mínimo, se llama **punto de Leidenfrost**, en honor de J. C. Leidenfrost, quien en 1756 observó que las gotitas de líquido sobre una superficie muy caliente saltan de un lado a otro y se evaporan con lentitud. La presencia de una película de vapor entre la superficie del calentador y el líquido es la responsable de las bajas razones de la transferencia de calor en la región de ebullición en película. La razón de la transferencia de calor aumenta al incrementarse la temperatura en exceso como resultado de la transferencia de calor de la superficie calentada hacia el líquido, a través de la película de vapor, por radiación, la cual se vuelve significativa a altas temperaturas.

Un proceso típico de ebullición no seguirá la curva más allá del punto *C*, como Nukiyama ha observado durante sus experimentos. Nukiyama advirtió, con sorpresa, que cuando la potencia aplicada al alambre de nicromo sumergido en agua sobrepasaba $\dot{q}_{\text{máx}}$ incluso ligeramente, la temperatura de ese alambre se incrementaba de manera repentina hasta el punto de fusión del alambre (1 500 K) y *se extinguía* sin que pudiera controlarlo. Cuando repitió los experimentos con alambre de platino, el cual tiene un punto de fusión mucho más alto (2 045 K), pudo evitar que se consumiera y mantener flujos de calor más altos que $\dot{q}_{\text{máx}}$. Cuando redujo en forma gradual la potencia, obtuvo la curva de ebullición que se muestra en la figura 10-8, con una súbita caída en la temperatura en exceso cuando se alcanzaba $\dot{q}_{\text{máx}}$. Cuando redujo de manera gradual la energía, obtuvo la curva de enfriamiento mostrada en la figura 10-8 con una caída repentina en el exceso de temperatura cuando se alcanzó hasta llegar a $\dot{q}_{\text{mín}}$. Note que el proceso de ebullición no puede seguir la parte de ebullición de transición de la curva correspondiente más allá del punto *C* a menos que la potencia aplicada se reduzca en forma repentina.

El *fenómeno de extinción* en la ebullición se puede explicar de la manera siguiente: para moverse más allá del punto *C*, en donde se presenta $\dot{q}_{\text{máx}}$, se debe incrementar la temperatura T_s de la superficie del calentador. Sin embargo, para lograrlo se debe incrementar el flujo de calor. Pero el fluido no puede recibir esta energía incrementada precisamente más allá del punto *C*. Por lo tanto, la superficie del calentador finaliza absorbiéndola causando la elevación de la temperatura superficial T_s del mismo. Pero a esta temperatura en exceso más alta el fluido puede recibir incluso menos energía, lo que hace que la temperatura superficial T_s del calentador se eleve todavía más. Esto continúa hasta que la temperatura superficial alcanza un punto en el que ya no se eleva y el calor

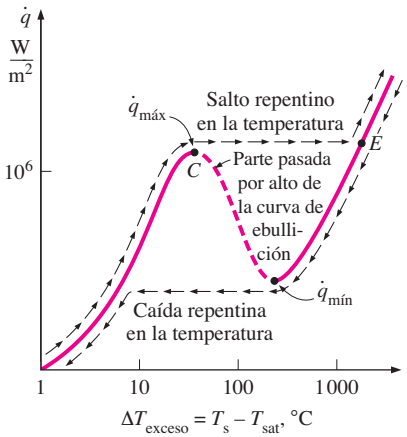


FIGURA 10-8
Curva real de ebullición obtenida con alambre de platino calentado en agua conforme se incrementa el flujo de calor y, a continuación, se disminuye.

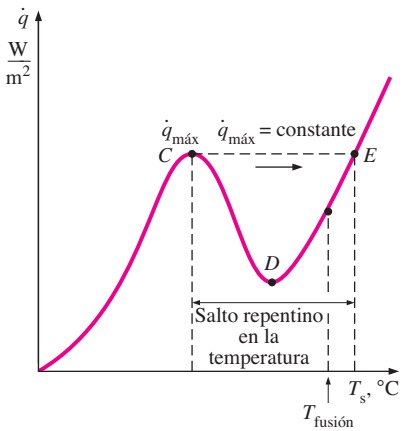


FIGURA 10-9
Un intento de incrementar el flujo de calor de ebullición más allá del valor *crítico* a menudo hace que la temperatura del elemento de calentamiento salte de manera repentina hasta un valor que está por arriba del punto de fusión, lo que da como resultado la *extinción*.

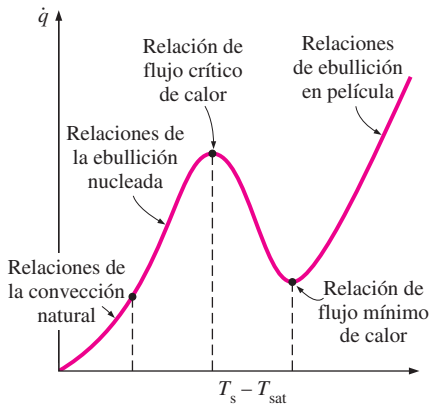


FIGURA 10-10
Se usan relaciones diferentes para determinar el flujo de calor en los diferentes regímenes de ebullición.

alimentado se puede transferir al fluido en forma estacionaria. Éste es el punto E sobre la curva de ebullición, el cual corresponde a temperaturas superficiales muy elevadas. Por lo tanto, cualquier intento de incrementar el flujo de calor más allá de $\dot{q}_{máx}$ hará que el punto de operación sobre la curva de ebullición salte en forma súbita del punto C al E. Sin embargo, la temperatura superficial que corresponde al punto E se encuentra más allá del punto de fusión de la mayor parte de los materiales de los cuales están hechos los calentadores y se presenta la *fusión*. Por lo tanto, el punto C sobre la curva de ebullición también se conoce como **punto de fusión**, o crisis de ebullición, y el flujo de calor en este punto es el **flujo de calor de fusión** (figura 10-9).

En la práctica la mayor parte del equipo de transferencia de calor para ebullición opera ligeramente por debajo de $\dot{q}_{máx}$ para evitar cualquier fusión desastrosa. Sin embargo, en aplicaciones criogénicas en las que intervienen fluidos con puntos de ebullición muy bajos, como el oxígeno y el nitrógeno, el punto E suele caer por debajo del punto de fusión de los materiales calentadores y, en esos casos, se puede usar la ebullición estacionaria en película sin peligro de fusión.

Correlaciones de la transferencia de calor en la ebullición en estanque

Los regímenes de ebullición que acaban de discutirse difieren de manera considerable en su carácter y, por lo tanto, es necesario usar relaciones diferentes de transferencia de calor para regímenes diferentes de ebullición (figura 10-10). El régimen de *ebullición en convección natural* ($\Delta T_{exceso} \leq 5°C$) está determinado por las corrientes de convección natural y, en este caso, las velocidades de la transferencia de calor se pueden calcular con exactitud usando las relaciones de la convección natural presentadas en el capítulo 9.

Ebullición nucleada

En el régimen de *ebullición nucleada* ($5°C \leq \Delta T_{exceso} \leq 30°C$) la razón de la transferencia de calor depende fuertemente de la naturaleza de la nucleación (el número de sitios activos de nucleación sobre la superficie, la rapidez de la formación de burbujas en cada sitio, etc.), lo cual es difícil de predecir. El tipo y la condición de la superficie calentada también afectan la transferencia de calor. Estas complicaciones dificultan desarrollar relaciones teóricas para la transferencia de calor en el régimen de ebullición nucleada y se necesita apoyar en relaciones basadas en datos experimentales. La correlación que se usa con mayor amplitud para el flujo de calor en el régimen de ebullición nucleada fue propuesta en 1952 por Rohsenow y se expresa como

$$\dot{q}_{nucleada} = \mu_l h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{c_p(T_s - T_{sat})}{C_{sf} h_{fg} \mathrm{Pr}_l^n}\right]^3 \qquad (10\text{-}2)$$

en donde

$\dot{q}_{nucleada}$ = flujo de calor en la ebullición nucleada, W/m²
μ_l = viscosidad del líquido, kg/m · s
h_{fg} = entalpía de vaporización, J/kg
g = aceleración gravitacional, m/s²
ρ_l = densidad del líquido, kg/m³
ρ_v = densidad del vapor, kg/m³
σ = tensión superficial de la interfase líquido-vapor, N/m
c_{pl} = calor específico del líquido, J/kg · °C
T_s = temperatura superficial del calentador, °C
T_{sat} = temperatura de saturación del fluido, °C
C_{sf} = constante experimental dependiente de la combinación superficie-fluido
Pr_l = número de Prandtl del líquido
n = constante experimental que depende del fluido

Se puede demostrar con facilidad que usando valores apropiados en las unidades especificadas en la ecuación de Rohsenow se produce la unidad deseada, W/m^2, para el flujo de calor en la ebullición, ahorrando de este modo tener que pasar por tediosas manipulaciones de unidades (figura 10-11).

En la tabla 10-1 se da la tensión superficial en la interfase vapor-líquido para el agua, y en la tabla 10-2 para algunos otros fluidos. En la tabla 10-3 se dan valores determinados en forma experimental de la constante C_{sf} para varias combinaciones fluido-superficie. Estos valores se pueden usar para *cualquier configuración geométrica*, ya que se encuentra que durante la ebullición nucleada la velocidad de la transferencia de calor es independiente de la configuración geométrica y de la orientación de la superficie calentada. Las propiedades del fluido que se encuentran en la ecuación 10-2 se deben evaluar a la temperatura de saturación, T_{sat}.

La *condición* de la superficie del calentador afecta mucho la transferencia de calor y la ecuación de Rohsenow antes dada es aplicable a superficies *limpias* más o menos *lisas*. Los resultados obtenidos usando esta ecuación pueden tener un error de $\pm 100\%$ para la velocidad de la transferencia de calor para cierta temperatura en exceso, y de $\pm 30\%$ para la temperatura en exceso de una velocidad dada de transferencia de calor. Por lo tanto, debe tenerse cuidado en la interpretación de los resultados.

Recuerde, por lo visto en termodinámica, que la entalpía de vaporización, h_{fg}, de una sustancia pura decrece al aumentar la presión (o la temperatura) y llega a cero en el punto crítico. Dado que h_{fg} aparece en el denominador de la ecuación de Rohsenow, se debe ver una elevación significativa en la velocidad de la transferencia de calor a *altas presiones* durante la ebullición nucleada. Los valores de h_{fg} para diferentes sustancias se listan en las tablas A-2 y A-9 a A-12.

Flujo pico de calor

En el diseño del equipo de transferencia de calor para la ebullición es en extremo importante que el diseñador tenga conocimiento del flujo máximo de calor para evitar el peligro de la extinción. S. S. Kutateladze, en Rusia, en 1948, y N. Zuber, en Estados Unidos, en 1958, determinaron teóricamente, aplicando enfoques diferentes, el *flujo máximo* (o *crítico*) *de calor* en la ebullición nucleada en estanque y se expresa como

$$\dot{q}_{\text{máx}} = C_{cr}\, h_{fg}[\sigma g \rho_v^2 (\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \tag{10-3}$$

en donde C_{cr} es una constante cuyo valor depende de la configuración geométrica del calentador. Exhaustivos estudios experimentales realizados por Lienhard y sus colaboradores indicaron que el valor de C_{cr} es alrededor de 0.15. En la tabla 10-4 se da una lista de valores específicos de C_{cr} para diferentes configuraciones geométricas del calentador. Note que los calentadores se clasifican como grandes o pequeños, con base en el valor del parámetro L^*.

La ecuación 10-3 dará el flujo máximo de calor en W/m^2 si en sus descripciones las propiedades se expresan *en las unidades especificadas* al principio, después de la ecuación 10-2. El flujo máximo de calor es independiente de la combinación fluido-superficie de calentamiento, así como de la viscosidad, la conductividad térmica y el calor específico del líquido.

Note que al aumentar la presión ρ_v aumenta, pero σ y h_{fg} disminuyen, por consiguiente, el cambio en $\dot{q}_{\text{máx}}$ con la presión depende de cuál efecto domine. Los estudios experimentales de Cichelli y Bonilla indican que $\dot{q}_{\text{máx}}$ se incrementa con la presión hasta alrededor de un tercio de la presión crítica. Asimismo, note que $\dot{q}_{\text{máx}}$ es proporcional a h_{fg} y se pueden obtener los flujos máximos más grandes de calor usando fluidos con una gran entalpía de vaporización, como el agua.

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}\right)\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) \times \left(\frac{\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\dfrac{\text{N}}{\text{m}}}\right)^{1/2}\left(\frac{\dfrac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}\,{}^\circ\text{C}}{\dfrac{\text{J}}{\text{kg}}}\right)^3 \\ &= \frac{\text{W}}{\text{m}}\left(\frac{1}{\text{m}^2}\right)^{1/2}(1)^3 \\ &= \text{W/m}^2\end{aligned}$$

FIGURA 10-11
La ecuación 10-2 da el flujo de calor de ebullición en W/m^2 cuando las cantidades se expresan en las unidades especificadas en sus descripciones.

TABLA 10-1
Tensión superficial de la interfase líquido-vapor para el agua

T, °C	σ, N/m*
0	0.0757
20	0.0727
40	0.0696
60	0.0662
80	0.0627
100	0.0589
120	0.0550
140	0.0509
160	0.0466
180	0.0422
200	0.0377
220	0.0331
240	0.0284
260	0.0237
280	0.0190
300	0.0144
320	0.0099
340	0.0056
360	0.0019
374	0.0

* Multiplíquese por 0.06852 para convertir en lbf/ft o por 2.2046 para convertir en lbm/s^2.

TABLA 10-2

Tensión superficial de algunos fluidos (Tomada de Suryanarayana, basada originalmente en los datos de Jasper)

Sustancia y rango de Temp.	Tensión superficial, σ, N/m* (T en °C)
Amoniaco, −75 a −40°C:	$0.0264 + 0.000223T$
Benceno, 10 a 80°C:	$0.0315 - 0.000129T$
Butano, −70 a −20°C:	$0.0149 - 0.000121T$
Bióxido de carbono, −30 a −20°C:	$0.0043 - 0.000160T$
Alcohol etílico, 10 a 70°C:	$0.0241 - 0.000083T$
Mercurio, 5 a 200°C:	$0.4906 - 0.000205T$
Alcohol metílico, 10 a 60°C:	$0.0240 - 0.000077T$
Pentano, 10 a 30°C:	$0.0183 - 0.000110T$
Propano, −90 a −10°C:	$0.0092 - 0.000087T$

* Multiplíquese por 0.06852 para convertir en lbf/ft o por 2.2046 para convertir en lbm/s^2.

TABLA 10-3

Valores del coeficiente C_{sf} y de n para varias combinaciones fluido-superficie

Combinación fluido-superficie de calentamiento	C_{sf}	n
Agua-cobre (pulido)	0.0130	1.0
Agua-cobre (rayado)	0.0068	1.0
Agua-acero inoxidable (pulido mecánicamente)	0.0130	1.0
Agua-acero inoxidable (rectificado y pulido)	0.0060	1.0
Agua-acero inoxidable (recubierto de teflón picado)	0.0058	1.0
Agua-acero inoxidable (corroído químicamente)	0.0130	1.0
Agua-latón	0.0060	1.0
Agua-níquel	0.0060	1.0
Agua-platino	0.0130	1.0
n-Pentano-cobre (pulido)	0.0154	1.7
n-Pentano-cromo	0.0150	1.7
Benceno-cromo	0.1010	1.7
Alcohol etílico-cromo	0.0027	1.7
Tetracloruro de carbono-cobre	0.0130	1.7
Isopropanol-cobre	0.0025	1.7

TABLA 10-4

Valores del coeficiente C_{cr} para usarse en la ecuación 10-3 y obtener el flujo máximo de calor (parámetro adimensional $L^* = L[g(\rho_l - \rho_v)/\sigma]^{1/2}$)

Configuración geométrica del calentador	C_{cr}	Dimensión carac. del calentador, L	Intervalo de L^*
Calentador plano horizontal grande	0.149	Ancho o diámetro	$L^* > 27$
Calentador plano horizontal pequeño	$18.9K_1$	Ancho o diámetro	$9 < L^* < 20$
Cilindro horizontal grande	0.12	Radio	$L^* > 1.2$
Cilindro horizontal pequeño	$0.12L^{*-0.25}$	Radio	$0.15 < L^* < 1.2$
Esfera grande	0.11	Radio	$L^* > 4.26$
Esfera pequeña	$0.227L^{*-0.5}$	Radio	$0.15 < L^* < 4.26$

[1] $K_1 = \sigma/[g(\rho_l - \rho_v)A_{\text{calentador}}]$

Flujo mínimo de calor

El flujo mínimo de calor, presente en el punto de Leidenfrost, tiene interés práctico porque representa el límite inferior para el flujo de calor en el régimen de ebullición en película. Mediante la teoría de la estabilidad, Zuber dedujo la expresión siguiente para el flujo mínimo de calor para una *placa horizontal grande*,

$$\dot{q}_{\text{mín}} = 0.09\rho_v\, h_{fg} \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4} \tag{10-4}$$

en donde la constante 0.09 fue determinada por Berensen, en 1961. Este investigador reemplazó el valor teóricamente determinado de $\frac{\pi}{24}$ por 0.09 para ajustarse mejor a los datos experimentales. De todos modos, la relación antes dada puede tener un error de 50% o más.

La operación en el régimen de *ebullición de transición* ($30°\text{C} \leq \Delta T_{\text{exceso}} \leq 120°\text{C}$) suele evitarse en el diseño del equipo de transferencia de calor, por lo tanto no se ha llevado a cabo ningún intento importante por desarrollar correlaciones generales para la transferencia de calor por ebullición en este régimen. No obstante, los límites superior (*flujo de calor máximo*, $\dot{q}_{\text{máx}}$) e inferior (*flujo de calor mínimo*, $\dot{q}_{\text{mín}}$) de esta región son de interés para los diseñadores de equipo de transferencia de calor.

Ebullición en película

Aplicando un análisis semejante al de la teoría de Nusselt sobre la condensación en película que se presenta en la sección siguiente, Bromley desarrolló una teoría para la predicción del flujo de calor para la *ebullición* estable *en película* sobre el exterior de un cilindro horizontal. El flujo de calor para la ebullición en película sobre un *cilindro horizontal* o una *esfera* de diámetro D se expresa por

$$\dot{q}_{\text{película}} = C_{\text{película}} \left[\frac{g k_v^3\, \rho_v\, (\rho_l - \rho_v)[h_{fg} + 0.4 c_{pv}\, (T_s - T_{\text{sat}})]}{\mu_v\, D(T_s - T_{\text{sat}})}\right]^{1/4} (T_s - T_{\text{sat}}) \tag{10-5}$$

en donde k_v es la conductividad térmica del vapor en W/m · °C y

$$C_{\text{película}} = \begin{Bmatrix} 0.62 \text{ para cilindros horizontales} \\ 0.67 \text{ para esferas} \end{Bmatrix}$$

Otras propiedades son como las que se enlistaron antes en relación con la ecuación 10-2. En la ecuación 10-5 se usa un calor latente modificado de vaporización para tomar en cuenta la transferencia de calor asociada con el sobrecalentamiento del vapor.

Las propiedades del *vapor* deben evaluarse a la *temperatura de película* $T_f = (T_s + T_{\text{sat}})/2$, la cual es la *temperatura promedio* de la película de vapor. Las propiedades del líquido y h_{fg} deben evaluarse a la temperatura de saturación a la presión especificada. Una vez más esta relación dará el flujo de calor en la ebullición en película en W/m^2, si las propiedades se expresan *en las unidades especificadas* con anterioridad en su descripción, después de la ecuación 10-2.

A temperaturas superficiales elevadas (típicamente arriba de 300°C), la transferencia de calor de uno a otro lados de la película de vapor por *radiación* se vuelve significativa y necesita considerarse (figura 10-12). Al tratar la película de vapor como un medio transparente colocado entre dos placas paralelas grandes y al considerarse el líquido como si fuera un cuerpo negro, la *transferencia de calor por radiación* se puede determinar a partir de

$$\dot{q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma\, (T_s^4 - T_{\text{sat}}^4) \tag{10-6}$$

en donde ε es la emisividad de la superficie de calentamiento y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m^2 · K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann. Note que en este caso la

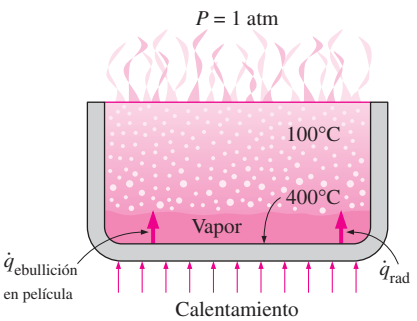


FIGURA 10-12
A temperaturas altas de la superficie del calentador, la transferencia de calor por radiación se vuelve significativa durante la ebullición en película.

temperatura debe expresarse en K, no en °C, y que la tensión superficial y la constante de Stefan-Boltzman comparten el mismo símbolo.

El lector puede sentirse tentado a sumar sencillamente las transferencias de calor por convección y por radiación con el fin de determinar la transferencia total de calor durante la ebullición en película. Sin embargo, estos dos mecanismos se afectan de manera adversa entre sí, haciendo que la transferencia total sea menor que su suma. Por ejemplo, la transferencia de calor por radiación de la superficie hacia el líquido mejora la rapidez de la evaporación y, por consiguiente, el espesor de la película de vapor, lo cual impide la transferencia por convección. Para $\dot{q}_{\text{rad}} < \dot{q}_{\text{película}}$, Bromley determinó que la relación

$$\dot{q}_{\text{total}} = \dot{q}_{\text{película}} + \frac{3}{4}\dot{q}_{\text{rad}} \tag{10-7}$$

correlaciona bien los datos experimentales.

Note que la aceleración gravitacional g, cuyo valor es aproximadamente 9.81 m/s^2 a nivel del mar, aparece en todas las relaciones antes dadas para la transferencia de calor en la ebullición. Los efectos de la baja y alta gravedad (como se encuentra en las aplicaciones aeroespaciales) se estudian en forma experimental. Los estudios confirman que el flujo crítico de calor y el flujo de calor en la ebullición en película son proporcionales a $g^{1/4}$. Sin embargo, indican que en la ebullición nucleada es prácticamente independiente de la gravedad g, en lugar de ser proporcional a $g^{1/2}$, como lo expresa la ecuación 10-2.

Mejoramiento de la transferencia de calor en la ebullición en estanque

Las relaciones de la transferencia de calor en la ebullición en estanque antes dadas se aplican a superficies lisas. En seguida se discuten algunos métodos para mejorar la transferencia de calor en este régimen.

Al principio, se señala que la velocidad de la transferencia de calor en el régimen de *ebullición nucleada* depende fuertemente del número de sitios activos de nucleación sobre la superficie y de la velocidad de la formación de burbujas en cada sitio. Por lo tanto, cualquier modificación que mejore la *nucleación* sobre la superficie de calentamiento también mejora la *transferencia de calor* en la ebullición nucleada. Se observa que las *irregularidades* sobre la superficie de calentamiento, incluyendo la aspereza y la suciedad, sirven como sitios adicionales de nucleación durante la ebullición, como se muestra en la figura 10-13. Por ejemplo, lo más probable es que las primeras burbujas en una cacerola llena con agua se formen en los *arañazos* en la superficie del fondo. Estos arañazos actúan como "nidos" para que se formen las burbujas y, por lo tanto, incrementan la velocidad de formación de éstas. Berensen ha demostrado que se puede incrementar el flujo de calor en el régimen de ebullición nucleada en un factor de 10 *haciendo áspera* la superficie de calentamiento. Sin embargo, estas elevadas velocidades de la transferencia de calor no se pueden sostener por mucho tiempo, ya que se observa que el efecto de aspereza superficial decae con el tiempo y llega el momento en que el flujo de calor cae hasta valores similares a los encontrados sobre las superficies lisas. El efecto de la aspereza superficial es despreciable sobre el flujo máximo de calor y el flujo de calor en la ebullición en película.

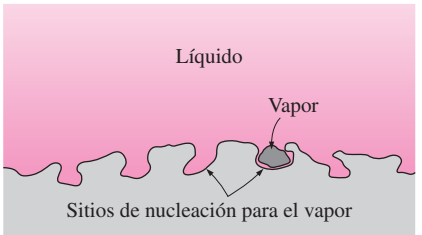
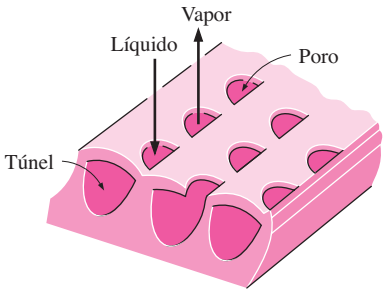


FIGURA 10-13
Las cavidades sobre una superficie áspera actúan como sitios de nucleación y mejoran la transferencia de calor en la ebullición.

Se fabrican, y se encuentran en el mercado, superficies que proporcionan una transferencia mejorada de calor en la ebullición nucleada de *manera permanente*. En esas superficies especiales se logra el mejoramiento en la nucleación y, como consecuencia, en la transferencia de calor *al recubrir* la superficie con una capa delgada (mucho menos de 1 mm) de material muy poroso, o bien, *formando* en forma mecánica *cavidades* sobre la superficie para facilitar la formación continua de vapor. Se informa que ese tipo de superfi-

cies mejoran la transferencia de calor en el régimen de ebullición nucleada en un factor de hasta 10, y el flujo crítico de calor en un factor de 3. En la figura 10-14 se muestra el mejoramiento proporcionado por uno de esos materiales preparado produciendo la aspereza con máquina, el Thermoexcel-E. También se sabe que el uso de superficies con aletas mejora la transferencia de calor en la ebullición nucleada y el flujo crítico de calor.

También se puede mejorar la transferencia de calor en la ebullición mediante otras técnicas como la *agitación mecánica* y la *vibración superficial*. Sin embargo, estas técnicas no son prácticas debido a las complicaciones que se presentan.



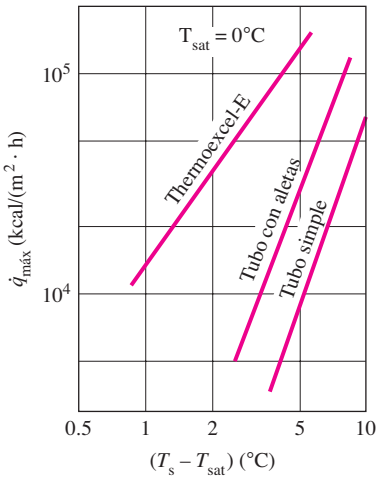


FIGURA 10-14
Mejoramiento de la transferencia de calor en la ebullición en el Freón-12 por medio de una superficie hecha áspera en forma mecánica, la Thermoexcel-E.

EJEMPLO 10-1 Ebullición nucleada de agua en una cacerola

Se va a hervir agua a la presión atmosférica en una cacerola de acero inoxidable, pulida mecánicamente, colocada sobre la parte superior de una unidad de calentamiento, como se muestra en la figura 10-15. La superficie interior del fondo de la cacerola se mantiene a 108°C. Si el diámetro del fondo de esa cacerola es de 30 cm, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua y *b*) la rapidez de la evaporación de esta última.

SOLUCIÓN Se hierve agua a una presión de 1 atm sobre una superficie de acero inoxidable. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor hacia el agua y la rapidez de la evaporación de esta última.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor desde el calentador y la cacerola son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100°C son $\sigma = 0.0589$ N/m (tabla 10-1) y de la tabla A-9,

$$\rho_l = 957.9 \text{ kg/m}^3 \qquad h_{fg} = 2\,257.0 \times 10^3 \text{ J/kg}$$
$$\rho_v = 0.6 \text{ kg/m}^3 \qquad \mu_l = 0.282 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$
$$\text{Pr}_l = 1.75 \qquad C_{pl} = 4\,217 \text{ J/kg} \cdot °\text{C}$$

Asimismo, $C_{sf} = 0.0130$ y $n = 1.0$ para la ebullición del agua sobre una superficie de acero inoxidable pulida mecánicamente (tabla 10-3). Note que expresamos las propiedades en las unidades especificadas debajo de la ecuación 10-2 en relación con sus definiciones, con el fin de evitar las manipulaciones de unidades.

Análisis *a*) En este caso, la temperatura en exceso es $\Delta T = T_s - T_{sat} = 108 - 100 = 8°\text{C}$, la cual es relativamente baja (menos de 30°C). Por lo tanto, se tendrá ebullición nucleada. En este caso se puede determinar el flujo de calor con base en la relación de Rohsenow como

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \left[\frac{c_{pl}(T_s - T_{sat})}{C_{sf} h_{fg} \text{Pr}_l^n}\right]^3$$
$$= (0.282 \times 10^{-3})(2\,257 \times 10^3)\left[\frac{9.81 \times (957.9 - 0.6)}{0.0589}\right]^{1/2}$$
$$\times \left(\frac{4\,217(108 - 100)}{0.0130(2\,257 \times 10^3)1.75}\right)^3$$
$$= 7.21 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

El área superficial del fondo de la cacerola es

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.3 \text{ m})^2/4 = 0.07069 \text{ m}^2$$

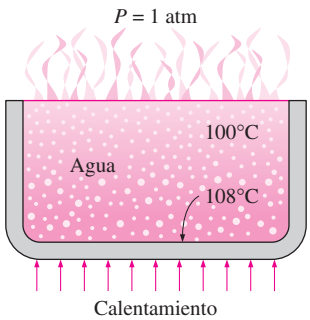


FIGURA 10-15
Esquema para el ejemplo 10-1.

Entonces la velocidad de la transferencia de calor durante la ebullición nucleada queda

$$\dot{Q}_{\text{ebullición}} = A\dot{q}_{\text{nucleada}} = (0.07069\ \text{m}^2)(7.21 \times 10^4\ \text{W/m}^2) = \mathbf{5\,097\ W}$$

b) La rapidez de la evaporación del agua se determina a partir de

$$\dot{m}_{\text{evaporación}} = \frac{\dot{Q}_{\text{ebullición}}}{h_{fg}} = \frac{5\,097\ \text{J/s}}{2\,257 \times 10^3\ \text{J/kg}} = \mathbf{2.26 \times 10^{-3}\ kg/s}$$

Es decir, el agua en la cacerola hervirá a razón de más de 2 gramos por segundo.

EJEMPLO 10-2 Flujo pico de calor en la ebullición nucleada

Se va a hervir agua en un tanque al nivel del mar por medio de un elemento de calentamiento de acero niquelado de 1 cm de diámetro, equipado en su interior con alambres de resistencia eléctrica, como se muestra en la figura 10-16. Determine el flujo máximo de calor que se puede lograr en el régimen de ebullición nucleada y la temperatura superficial del calentador en ese caso.

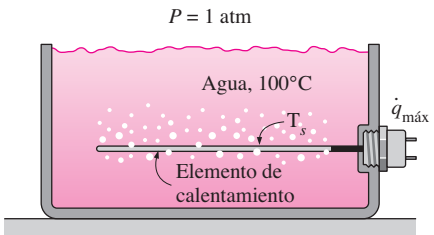


FIGURA 10-16
Esquema para el ejemplo 10-2.

SOLUCIÓN Se hierve agua a una presión de 1 atm sobre una superficie de acero recubierta con níquel. Se deben determinar el flujo máximo (crítico) de calor y la temperatura superficial.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor desde el recipiente son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100°C son $\sigma = 0.0589$ N/m (tabla 10-1) y de la tabla A-9,

$$\rho_l = 957.9\ \text{kg/m}^3 \qquad h_{fg} = 2\,257 \times 10^3\ \text{J/kg}$$
$$\rho_v = 0.6\ \text{kg/m}^3 \qquad \mu_l = 0.282 \times 10^{-3}\ \text{kg/m} \cdot \text{s}$$
$$\text{Pr}_l = 1.75 \qquad C_{pl} = 4\,217\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$$

Asimismo, $C_{sf} = 0.0060$ y $n = 1.0$ para la ebullición del agua sobre una superficie recubierta de níquel (tabla 10-3). Note que se expresan las propiedades en las unidades especificadas debajo de las ecuaciones 10-2 y 10-3 en relación con sus definiciones, con el fin de evitar las manipulaciones de unidades.

Análisis En este caso se puede considerar que el elemento de calentamiento es un cilindro corto cuya dimensión característica es su radio. Es decir, $L = r = 0.005$ m. A partir de la tabla 10-4 se determina que el parámetro adimensional L^* y la constante C_{cr} son

$$L^* = L\left(\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right)^{1/2} = (0.005)\left(\frac{(9.81)(957.9 - 0.6)}{0.0589}\right)^{1/2} = 2.00 > 1.2$$

lo cual corresponde a $C_{\text{cr}} = 0.12$.

Entonces, a partir de la ecuación 10-3 se determina que el flujo máximo o crítico de calor es

$$\begin{aligned}\dot{q}_{\text{máx}} &= C_{cr} h_{fg} [\sigma g \rho_v^2 (\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \\ &= 0.12(2\,257 \times 10^3)[0.0589 \times 9.81 \times (0.6)^2(957.9 - 0.6)]^{1/4} \\ &= \mathbf{1.017 \times 10^6\ W/m^2}\end{aligned}$$

La relación de Rohsenow, la cual da el flujo de calor en la ebullición nucleada para una temperatura superficial específica, también se puede usar para deter-

minar la temperatura superficial cuando se da el flujo de calor. Al sustituir el flujo máximo de calor en la ecuación 10-2, junto con otras propiedades, da

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l\, h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \left[\frac{c_{pl}\,(T_s - T_{\text{sat}})}{C_{sf}\, h_{fg}\, \text{Pr}_l^n}\right]^3$$

$$1.017 \times 10^6 = (0.282 \times 10^{-3})(2\,257 \times 10^3)\left[\frac{9.81(957.9 - 0.6)}{0.0589}\right]^{1/2}$$

$$\times \left[\frac{4\,217(T_s - 100)}{0.0130(2\,257 \times 10^3)\ 1.75}\right]^3$$

$$T_s = \mathbf{119°C}$$

Discusión Note que en la ebullición nucleada se pueden obtener flujos de calor del orden de 1 MW/m^2, con una diferencia de temperatura de menos de 20°C.

EJEMPLO 10-3 **Ebullición en película de agua sobre un elemento de calentamiento**

Se hierve agua a la presión atmosférica por medio de un elemento horizontal de calentamiento de cobre pulido de diámetro $D = 5$ mm y emisividad $\varepsilon = 0.05$, sumergido en agua, como se muestra en la figura 10-17. Si la temperatura superficial del alambre de calentamiento es de 350°C, determine la razón de la transferencia de calor del alambre al agua por unidad de longitud de dicho alambre.

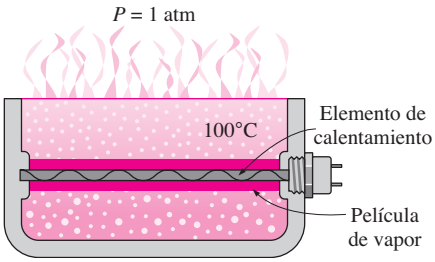


FIGURA 10-17
Esquema para el ejemplo 10-3.

SOLUCIÓN Se hierve agua a una presión de 1 atm por medio de un elemento horizontal de calentamiento de cobre pulido. Se debe determinar la razón de la transferencia de calor al agua por unidad de longitud del calentador.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor desde el recipiente son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100°C son $h_{fg} = 2\,257 \times 10^3$ J/kg y $\rho_l = 957.9$ kg/m^3 (tabla A-9). Las propiedades del vapor a la temperatura de película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2 = (100 + 350)/2 = 225$°C son, a partir de la tabla A-16,

$$\rho_v = 0.444 \text{ kg/m}^3 \qquad c_{pv} = 1\,951 \text{ J/kg} \cdot °\text{C}$$

$$\mu_v = 1.75 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s} \qquad k_v = 0.0358 \text{ W/m} \cdot °\text{C}$$

Nótese que se expresaron las propiedades en unidades que se cancelan entre sí en las relaciones de la transferencia de calor en la ebullición. Asimismo, obsérvese que se usaron las propiedades del vapor, de la tabla A-16, a la temperatura de 1 atm, en lugar de las propiedades del vapor saturado dadas en la tabla A-9 a 225°C, ya que estas últimas corresponden a la presión de saturación de 2.55 MPa.

Análisis En este caso, la temperatura en exceso es $\Delta T = T_s - T_{\text{sat}} = 350 - 100 = 250$°C, la cual es mucho mayor que 30°C para el agua. Por lo tanto, se tendrá ebullición en película. En este caso se puede determinar el flujo de calor en la ebullición en película con base en la ecuación 10-5 como

$$\dot{q}_{\text{película}} = 0.62\left[\frac{g k_v^3\, \rho_v\, (\rho_l - \rho_v)[h_{fg} + 0.4 c_{pv}\,(T_s - T_{\text{sat}})]}{\mu_v\, D(T_s - T_{\text{sat}})}\right]^{1/4} (T_s - T_{\text{sat}})$$

$$= 0.62 \left[\frac{9.81(0.0358)^3\,(0.444)(957.9 - 0.441) \times [(2\,257 \times 10^3 + 0.4 \times 1\,951(250)]}{(1.75 \times 10^{-5})(5 \times 10^{-3})(250)} \right]^{1/4} \times 250$$

$$= 5.93 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

A partir de la ecuación 10-6 se determina que el flujo de calor por radiación es

$$\dot{q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma\,(T_s^4 - T_{\text{sat}}^4)$$
$$= (0.05)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(350 + 273 \text{ K})^4 - (100 + 273 \text{ K})^4]$$
$$= 372 \text{ W/m}^2$$

Note que en este caso la transferencia de calor por radiación es despreciable debido a la baja emisividad de la superficie y a la temperatura superficial más o menos baja del elemento de calentamiento. Entonces, el flujo total de calor queda (ecuación 10-7)

$$\dot{q}_{\text{total}} = \dot{q}_{\text{película}} + \frac{3}{4}\dot{q}_{\text{rad}} = 5.93 \times 10^4 + \frac{3}{4} \times 372 = 5.96 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

Por último, se determina la razón de la transferencia de calor del elemento de calentamiento al agua al multiplicar el flujo de calor por el área superficial de transferencia,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = A\dot{q}_{\text{total}} = (\pi DL)\dot{q}_{\text{total}}$$
$$= (\pi \times 0.005 \text{ m} \times 1 \text{ m})(5.96 \times 10^4 \text{ W/m}^2)$$
$$= \mathbf{936 \text{ W}}$$

Discusión Note que el elemento de calentamiento de cobre de 5 mm de diámetro consumirá alrededor de 1 kW de potencia eléctrica por unidad de longitud, en operación estacionaria en el régimen de ebullición en película. Esta energía se transfiere al agua a través de la película de vapor que se forma alrededor del alambre.

10-3 ▪ EBULLICIÓN EN FLUJO

La *ebullición en estanque* considerada hasta ahora comprende un estanque de líquido aparentemente inmóvil, con burbujas de vapor elevándose hasta la parte superior como resultado de los efectos de flotación. En la **ebullición en flujo** se fuerza al fluido a moverse por medio de una fuente externa, como una bomba, a medida que pasa por un proceso de cambio de fase. En este caso, la ebullición exhibe los efectos combinados de la convección y de la ebullición en estanque. La ebullición en flujo también se clasifica en *ebullición en flujo externo* o *en flujo interno*, dependiendo de si el fluido se fuerza a moverse sobre una superficie calentada o en el interior de un tubo calentado.

La *ebullición en flujo externo* sobre una placa o cilindro es semejante a la ebullición en estanque, pero el movimiento agregado incrementa de manera considerable tanto el flujo de calor en la ebullición nucleada como el flujo crítico de calor, como se muestra en la figura 10-18. Note que entre más alta es la velocidad, más alto es el flujo de calor en la ebullición nucleada y el flujo crítico de calor. En los experimentos con agua se han obtenido valores tan altos del flujo crítico de calor como de 35 MW/m^2 (compare esto con el valor de la ebullición en estanque de 1.02 MW/m^2 a la presión de 1 atm) al incrementar la velocidad del fluido.

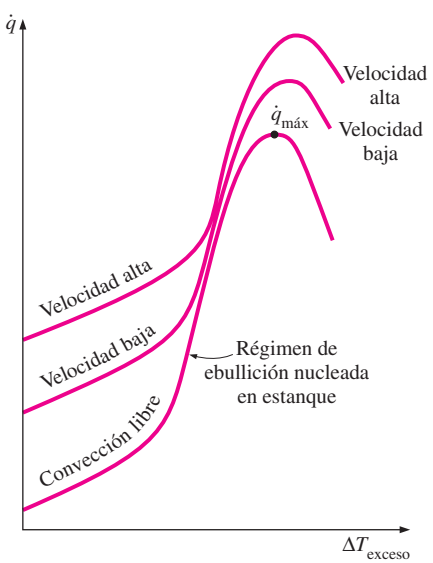


FIGURA 10-18
Efecto de la convección forzada sobre la ebullición en flujo externo, para diferentes velocidades de flujo.

La naturaleza de la *ebullición en flujo interno* es mucho más complicada, debido a que no existe superficie libre donde el vapor se escape y, por ende, tanto el líquido como el vapor son forzados a fluir juntos. El flujo en dos fases en un tubo exhibe regímenes diferentes de ebullición, dependiendo de las

cantidades relativas de las fases de líquido y de vapor. Esto complica el análisis todavía más.

En la figura 10-19 se ilustran las diferentes etapas que se encuentran en la ebullición en flujo en un tubo calentado, junto con la variación del coeficiente de transferencia de calor a lo largo del tubo. Inicialmente el líquido está subenfriado y la transferencia de calor hacia él es por *convección forzada*. Entonces se empiezan a formar burbujas sobre las superficies interiores del tubo y las que se separan son arrastradas hacia la corriente principal. Esto da al flujo una apariencia burbujeante y, de ahí, el nombre de *régimen de flujo en burbujas*. A medida que el fluido se calienta todavía más, las burbujas crecen y llega el momento en que se unen formando masas de vapor. En este *régimen de flujo tapón*, hasta la mitad del volumen del tubo es ocupado por el vapor. Después de un tiempo el núcleo del flujo consta sólo de vapor y el líquido se confina en el espacio anular entre el núcleo de vapor y las paredes del tubo. Éste es el *régimen de flujo anular*, y en él se presentan coeficientes muy altos de transferencia de calor. Conforme el calentamiento continúa, la capa anular de líquido se adelgaza cada vez más y llega el momento en que empiezan a aparecer manchas secas sobre las superficies interiores del tubo. La aparición de las manchas secas viene acompañada por una brusca disminución en el coeficiente de transferencia de calor. Este *régimen de transición* continúa hasta que la superficie interior del tubo queda seca por completo. En este momento cualquier líquido se encuentra en la forma de gotitas suspendidas en el núcleo de vapor, lo cual asemeja a una neblina y se tiene un *régimen de flujo en neblina* hasta que se vaporizan todas las gotitas. Al final de este último régimen se ha saturado el vapor, el cual se vuelve sobrecalentado con cualquier transferencia adicional de calor.

Note que el tubo contiene un líquido antes del régimen de flujo en burbujas y un vapor después del régimen de flujo en neblina. En ambos casos se puede determinar la transferencia de calor mediante las relaciones apropiadas para la transferencia de calor por convección en una sola fase. Se proponen muchas correlaciones para determinar la transferencia de calor en los casos de flujo en dos fases (en burbujas, tapón, anular y en neblina), pero se encuentran más allá del alcance de este texto introductorio. Se puede obtener una estimación burda del flujo de calor en la ebullición en flujo al sumar simplemente los flujos de calor por convección forzada y de ebullición en estanque.

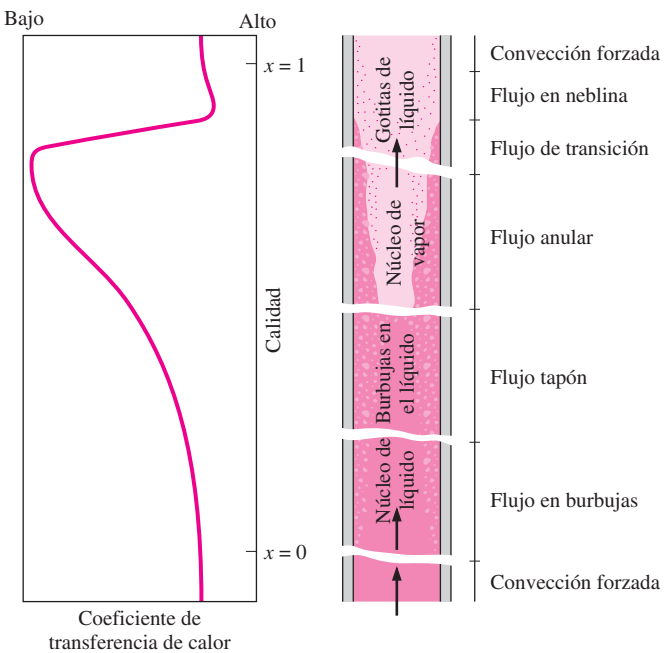
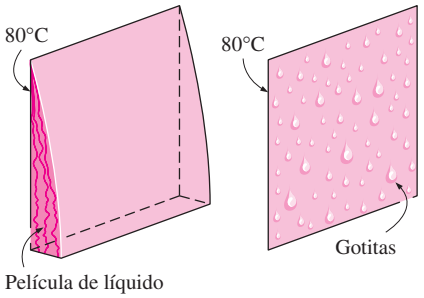


FIGURA 10-19
Regímenes diferentes de flujo que se encuentran en la ebullición en flujo en un tubo con convección forzada.



a) Condensación en película

b) Condensación por gotas

FIGURA 10-20
Cuando un vapor se expone a una superficie a una temperatura por debajo de T_{sat}, se tiene condensación en la forma de una película líquida o gotitas separadas sobre esa superficie.

10-4 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA CONDENSACIÓN

Se presenta la condensación cuando la temperatura de un vapor se reduce *por debajo* de su temperatura de saturación, T_{sat}. Esto suele llevarse a cabo cuando el vapor entra en contacto con una superficie sólida cuya temperatura T_s esté *por debajo* de la temperatura de saturación T_{sat} de ese vapor. Pero la condensación también puede ocurrir sobre la superficie libre de un líquido o incluso en un gas, cuando la temperatura de éstos a la cual se expone el vapor está por debajo de T_{sat}. En este último caso las gotitas de líquido suspendidas en el gas forman una niebla. En este capítulo sólo se considerará la condensación sobre superficies sólidas.

Se observan dos formas distintas de condensación: *en película* y *por gotas*. En la **condensación en película** el condensado moja la superficie y forma una película de líquido sobre la superficie, la cual resbala hacia abajo debido a la influencia de la gravedad. El espesor de la película aumenta en la dirección del flujo a medida que se condensa más vapor sobre ella. Ésta es la forma en la que por lo general ocurre la condensación en la práctica. En la **condensación por gotas** el vapor condensado forma gotitas sobre la superficie, en lugar de una película continua, y esa superficie se cubre de un número incontable de gotitas de diámetros variables (figura 10-20).

En la condensación en película la superficie se cubre por una película de líquido de espesor creciente y esta "pared líquida" entre la superficie sólida y el vapor sirve como una *resistencia* a la transferencia de calor. El calor de vaporización h_{fg} liberado a medida que el vapor se condensa, debe pasar a través de esta resistencia antes de que pueda llegar a la superficie sólida y ser transferido al medio que está al otro lado. Sin embargo, en la condensación por gotas éstas resbalan hacia abajo cuando llegan a tener cierto tamaño, despejando la superficie y exponiéndola al vapor. En este caso no se tiene película de líquido que oponga resistencia a la transferencia de calor. Como resultado, en la condensación por gotas se pueden lograr razones de transferencia que son más de 10 veces mayores que las asociadas con la condensación en película. Por lo tanto, la condensación por gotas es el modo preferido de condensación en las aplicaciones de transferencia de calor y durante mucho tiempo se ha tratado de lograr una condensación por gotas sostenida usando varios aditivos para el vapor y recubrimientos de la superficie. Sin embargo, estos intentos no han tenido mucho éxito, ya que la condensación por gotas lograda no fue de larga duración y se convirtió en condensación en película después de algún tiempo. Por lo tanto, es una práctica común ser conservador y suponer condensación en película en el diseño del equipo de transferencia de calor. Para una mejor transferencia de calor, es deseable utilizar superficies cortas, debido a la menor resistencia térmica.

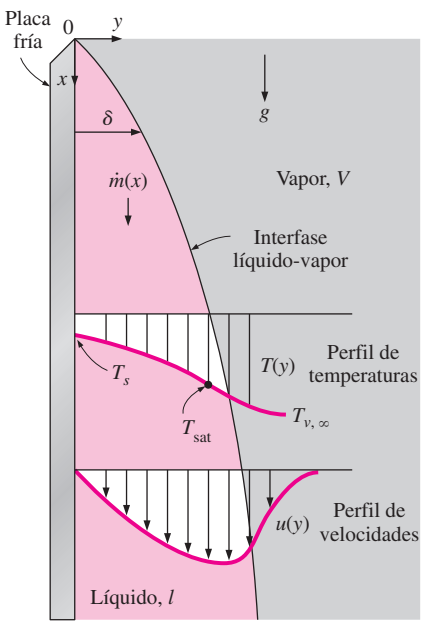


FIGURA 10-21
Condensación en película sobre una placa vertical.

10-5 ▪ CONDENSACIÓN EN PELÍCULA

Considérese ahora la condensación en película sobre una placa vertical, como se muestra en la figura 10-21. La película de líquido se empieza a formar en la parte superior de la placa y fluye hacia abajo por la influencia de la gravedad. El espesor δ de la película *se incrementa* en la dirección x del flujo debido a la condensación continuada en la interfase líquido-vapor. Durante la condensación se libera calor en la cantidad h_{fg} (el calor latente de vaporización) y es *transferido* a través de la película hasta la superficie de la placa que se encuentra a la temperatura T_s. Note que T_s debe estar por debajo de la temperatura de saturación T_{sat} del vapor para que ocurra la condensación.

En la figura 10-21 también se dan perfiles típicos de las velocidades y las temperaturas. Note que la *velocidad* del condensado en la pared es cero, por la condición de "no deslizamiento" y alcanza un *máximo* en la interfase líquido-vapor. La *temperatura* del condensado es T_{sat} en la interfase y disminuye gradualmente hasta T_s en la pared.

Como fue el caso en la convección forzada que comprende una sola fase, la transferencia de calor en la condensación también depende de si el flujo del condensado es *laminar* o *turbulento*. Una vez más, el número de Reynolds proporciona el criterio para el régimen de flujo el cual se define como

$$\mathrm{Re} = \frac{D_h \rho_l V_l}{\mu_l} = \frac{4 A_c \rho_l V_l}{p\mu_l} = \frac{4 \rho_l V_l \delta}{\mu_l} = \frac{4\dot{m}}{p\mu_l} \tag{10-8}$$

en donde

$D_h = 4A_c/p = 4\delta$ = diámetro hidráulico del flujo de condensado, m
p = perímetro mojado del condensado, m
$A_c = -p\delta$ = perímetro mojado × espesor de la película, m^2, área de la sección transversal del flujo de condensado en su parte más baja.
ρ_l = densidad del líquido, kg/m^3
μ_l = viscosidad del líquido, kg/m · s
V = velocidad promedio del condensado en la parte más baja del flujo, m/s
$\dot{m} = \rho_l V_l A_c$ = gasto de masa del condensado en la parte más baja, kg/s

En la figura 10-22 se ilustra la evaluación del diámetro hidráulico D_h para algunas configuraciones geométricas comunes. Note que una vez más el diámetro hidráulico se define en tal forma que se reduce al diámetro común para el flujo en un tubo circular, como se hizo en el capítulo 8 para el flujo interno, y es equivalente a 4 veces el espesor de la película de condensado en el lugar en donde se evalúa ese diámetro hidráulico; es decir, $D_h = 4\delta$.

El calor latente de vaporización h_{fg} es el liberado cuando se condensa una unidad de masa de vapor y normalmente representa la transferencia de calor por unidad de masa de condensado. Sin embargo, en un proceso real el condensado se enfría todavía más hasta alguna temperatura promedio entre T_{sat} y T_s, liberando *más calor*. Por lo tanto, la transferencia real de calor será mayor. En 1956 Rohsenow demostró que se puede tomar en cuenta el enfriamiento del líquido al reemplazar h_{fg} por el **calor latente de vaporización modificado** h^*_{fg}, definido como

$$h^*_{fg} = h_{fg} + 0.68c_{pl}(T_{sat} - T_s) \tag{10-9a}$$

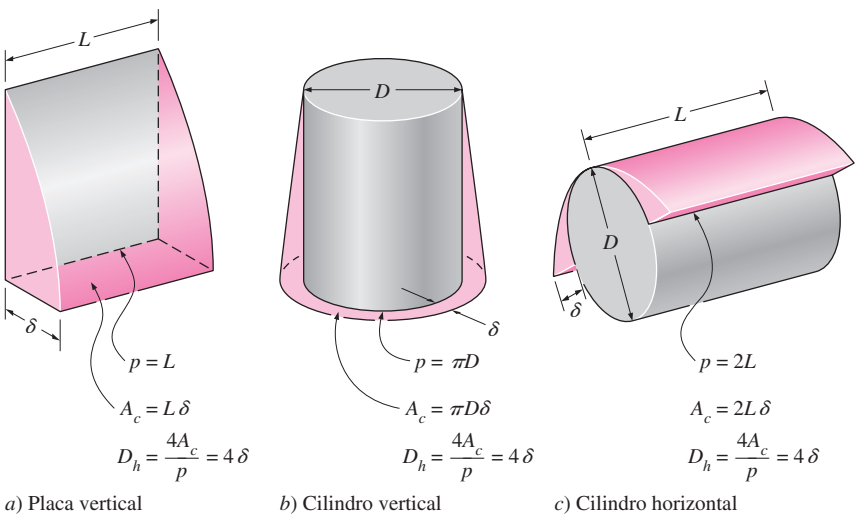


FIGURA 10-22
Perímetro mojado p, área de la sección transversal del condensado A_c, y diámetro hidráulico D_h para algunas configuraciones geométricas comunes.

en donde c_{pl} es el calor específico del líquido a la temperatura promedio de película.

Se puede tener un argumento semejante para el vapor que entra en el condensador como **vapor sobrecalentado** a una temperatura T_v, en lugar de como vapor saturado. En este caso, el vapor primero debe enfriarse hasta T_{sat} antes de que pueda condensarse, y el calor debe transferirse a la pared. La cantidad de calor liberado cuando una unidad de masa de vapor sobrecalentado a una temperatura T_v se enfría hasta T_{sat} es simplemente $c_{pv}(T_v - T_{sat})$, en donde c_{pv} es el calor específico del vapor a la temperatura promedio $(T_v + T_{sat})/2$. En este caso, el calor latente modificado de vaporización queda

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68c_{pl}\,(T_{sat} - T_s) + c_{pv}\,(T_v - T_{sat}) \qquad \textbf{(10-9b)}$$

Con estas consideraciones, la razón de la transferencia de calor se puede expresar como

$$\dot{Q}_{conden} = hA_s(T_{sat} - T_s) = mh_{fg}^* \qquad \textbf{(10-10)}$$

en donde A_s es el área de transferencia de calor (sobre la cual ocurre la condensación). Al despejar $\dot{m}$ de las ecuaciones anteriores y sustituyéndolo en la 10-8 da otra relación para el número de Reynolds,

$$\mathrm{Re} = \frac{4\dot{Q}_{conden}}{p\mu_l\, h_{fg}^*} = \frac{4A_s\, h(T_{sat} - T_s)}{p\mu_l\, h_{fg}^*} \qquad \textbf{(10-11)}$$

Esta relación resulta conveniente para determinar el número de Reynolds cuando se conoce el coeficiente de transferencia de calor o la razón de la transferencia de calor en la condensación.

La temperatura del líquido varía desde T_{sat}, sobre la interfase líquido-vapor, hasta T_s, en la superficie de la pared. Por lo tanto, las propiedades del líquido deben evaluarse a la *temperatura de película* $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$, la cual es aproximadamente la temperatura *promedio* del líquido. Sin embargo, el h_{fg} debe evaluarse a T_{sat}, puesto que no es afectado por el subenfriamiento del líquido.

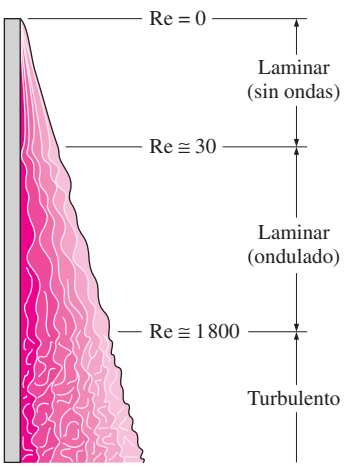


FIGURA 10-23
Regímenes de flujo durante la condensación en película sobre una placa vertical.

Regímenes de flujo

El número de Reynolds para la condensación sobre las superficies exteriores de los tubos o las placas verticales se incrementa en la dirección del flujo debido al aumento del espesor δ de la película de líquido. El flujo de esta película exhibe *regímenes diferentes*, dependiendo del valor del número de Reynolds. Se observa que la superficie exterior de la película de líquido permanece *lisa* y *sin ondas* para alrededor de $\mathrm{Re} \leq 30$, como se muestra en la figura 10-23 y, por consiguiente, resulta evidente que el flujo es *laminar*. Conforme el número de Reynolds aumenta, aparecen rizos u ondas sobre la superficie libre del flujo de condensado y éste se vuelve completamente *turbulento* a alrededor de $\mathrm{Re} \approx 1\,800$. En el rango de $450 < \mathrm{Re} < 1\,800$, se dice que el flujo es *laminar ondulado* y que es *turbulento* para $\mathrm{Re} > 1\,800$. Sin embargo, existe cierto desacuerdo acerca del valor de Re en el cual el flujo se vuelve laminar ondulado o turbulento.

Correlaciones de la transferencia de calor para la condensación en película

En seguida se discutirán las relaciones para el coeficiente de transferencia de calor promedio h para el caso de condensación *laminar* en película para varias configuraciones geométricas.

1 Placas verticales

Considere una placa vertical de altura L y ancho b mantenida a una temperatura constante T_s que se expone a vapor a la temperatura de saturación T_{sat}. La dirección hacia abajo se toma como la x positiva, con el origen colocado en la parte superior de la placa, en donde se inicia la condensación, como se muestra en la figura 10-24. La temperatura superficial está por debajo de la de saturación ($T_s < T_{sat}$) y, por consiguiente, el vapor se condensa sobre la superficie. La película de líquido fluye hacia abajo por la influencia de la gravedad. El espesor δ de la película y, por lo tanto, el gasto de masa del condensado aumentan con x como resultado de la condensación continuada sobre la película existente. Entonces la transferencia de calor del vapor a la placa debe ocurrir a través de la película, la cual ofrece resistencia a esa transferencia. Es obvio que entre más gruesa sea la película, más grande es su resistencia térmica y, por consiguiente, menor la razón de la transferencia de calor.

En 1916 Nusselt fue el primero en desarrollar la relación analítica para el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en película sobre una placa vertical, antes descrita, bajo las siguientes hipótesis simplificadoras:

1. Tanto la placa como el vapor se mantienen a las *temperaturas constantes* de T_s y T_{sat}, respectivamente, y la temperatura de uno a otro lados de la película de líquido varía *en forma lineal*.
2. La transferencia de calor de uno a otro lados de la película de líquido es por *conducción* pura (no existen corrientes de convección en la película de líquido).
3. La velocidad del vapor es baja (o cero), de modo que *no* ejerce *arrastre* sobre el condensado (no existe fuerza cortante viscosa sobre la interfase líquido-vapor).
4. El flujo del condensado es *laminar* y las propiedades del líquido son constantes.
5. La aceleración de la capa de condensado es despreciable.

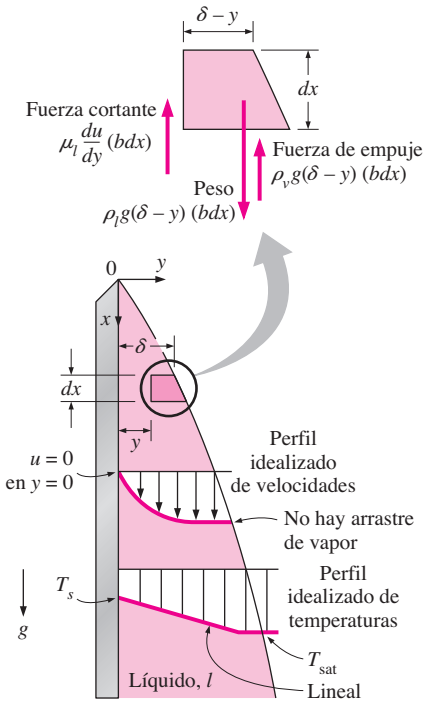


FIGURA 10-24
Elemento de volumen del condensado sobre una placa vertical, considerado en el análisis de Nusselt.

Entonces, la segunda ley de Newton del movimiento para el elemento de volumen mostrado en la figura 10-24, en la dirección x vertical, se puede escribir como

$$\sum F_x = ma_x = 0$$

dado que la aceleración del fluido es cero. Puesto que la única fuerza que actúa hacia abajo es el peso del elemento de líquido y las fuerzas que actúan hacia arriba son la cortante viscosa (o fricción del fluido) a la izquierda y la de empuje, el equilibrio de fuerzas sobre el elemento de volumen queda

$$F_{\text{hacia abajo}\downarrow} = F_{\text{hacia arriba}\uparrow}$$

$$\text{Peso} = \text{Fuerza cortante viscosa} + \text{Fuerza de empuje}$$

$$\rho_l g(\delta - y)(bdx) = \mu_l \frac{du}{dy}(bdx) + \rho_v g(\delta - y)(bdx)$$

Al cancelar el ancho de la placa b y despejar du/dy da

$$\frac{du}{dy} = \frac{g(\rho_l - \rho_v)g(\delta - y)}{\mu_l}$$

Al integrar desde $y = 0$, donde $u = 0$ (en virtud de la condición de frontera de no resbalamiento) hasta $y = y$, en donde $u = u(y)$, da

$$u(y) = \frac{g(\rho_l - \rho_v)g}{\mu_l}\left(y\delta - \frac{y^2}{2}\right) \qquad \textbf{(10-12)}$$

El gasto de masa del condensado en un lugar x, en donde el espesor de la capa frontera es δ, se determina a partir de

$$\dot{m}(x) = \int_A \rho_l u(y) dA = \int_{y=0}^{\delta} \rho_l u(y) b dy \tag{10-13}$$

Al sustituir la relación para $u(y)$, tomada de la ecuación 10-12, en la 10-13 da

$$\dot{m}(x) = \frac{g b \rho_l (\rho_l - \rho_v) \delta^3}{3\mu_l} \tag{10-14}$$

cuya derivada con respecto a x es

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{g b \rho_l (\rho_l - \rho_v) \delta^2}{\mu_l} \frac{d\delta}{dx} \tag{10-15}$$

lo cual representa la rapidez de la condensación de vapor sobre una distancia vertical dx. La razón de la transferencia de calor del vapor hacia la placa, a través de la película de líquido, es simplemente igual al calor liberado conforme el vapor se condensa y se expresa como

$$d\dot{Q} = h_{fg} d\dot{m} = k_l (b dx) \frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \quad \rightarrow \quad \frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{k_l b}{h_{fg}} \frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \tag{10-16}$$

Al igualar las ecuaciones 10-15 y 10-16 entre sí, después de expresar esta última en términos de $d\dot{m}/dx$, y separar las variables da

$$\delta^3 d\delta = \frac{\mu_l k_l (T_{\text{sat}} - T_s)}{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) h_{fg}} dx \tag{10-17}$$

Si se integra desde $x = 0$, en donde $\delta = 0$ (el extremo superior de la placa), hasta $x = x$, en donde $\delta = \delta(x)$, se determina que el espesor del líquido en cualquier ubicación es

$$\delta(x) = \left[\frac{4\mu_l k_l (T_{\text{sat}} - T_s) x}{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) h_{fg}} \right]^{1/4} \tag{10-18}$$

La razón de la transferencia de calor del vapor hacia la placa, en una ubicación x, se puede expresar como

$$\dot{q}_x = h_x (T_{\text{sat}} - T_s) = k_l \frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \quad \rightarrow \quad h_x = \frac{k_l}{\delta(x)} \tag{10-19}$$

Al sustituir la expresión para $\delta(x)$, tomada de la ecuación 10-18, se determina que el coeficiente local de transferencia de calor h_x es

$$h_x = \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) h_{fg} k_l^3}{4\mu_l (T_{\text{sat}} - T_s) x} \right]^{1/4} \tag{10-20}$$

El coeficiente promedio de transferencia de calor sobre la placa completa se determina a partir de su definición al sustituir la relación para h_x y llevando a cabo la integración. Esto da

$$h = h_{\text{vert}} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x \, dx = \frac{4}{3} h_{x=L} = 0.943 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) h_{fg} k_l^3}{\mu_l (T_{\text{sat}} - T_s) L} \right]^{1/4} \tag{10-21}$$

La ecuación 10-21, la cual se obtiene con las suposiciones simplificadoras enunciadas al principio, da lugar a una buena percepción sobre la dependencia funcional del coeficiente de transferencia de calor en la condensación. Sin embargo, se observa que predice de manera imperfecta ese coeficiente porque no toma en consideración los efectos del perfil no lineal de temperaturas en la

película de líquido y el enfriamiento de este último por debajo de la temperatura de saturación. Se pueden tomar en cuenta estos dos efectos si se reemplaza h_{fg} por h^*_{fg}, dado por la ecuación 10-9. Con esta modificación se determina que el *coeficiente de transferencia de calor promedio* para la condensación en película laminar sobre una placa plana vertical de altura L es

$$h_{\text{vert}} = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l-\rho_v)h^*_{fg}\,k_l^3}{\mu_l\,(T_{\text{sat}}-T_s)L}\right]^{1/4} \qquad (\text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}),\ 0<\text{Re}<30 \qquad \textbf{(10-22)}$$

en donde

g = aceleración gravitacional, m/s^2
ρ_l, ρ_v = densidades del líquido y del vapor, respectivamente, kg/m^3
μ_l = viscosidad del líquido, kg/m · s
$h^*_{fg} = h_{fg} + 0.68c_{pl}\,(T_{\text{sat}} - T_s)$ = calor latente modificado de vaporización, J/kg
k_l = conductividad térmica del líquido, W/m · °C
L = altura de la placa vertical, m
T_s = temperatura superficial de la placa, °C
T_{sat} = temperatura de saturación del fluido condensándose, °C

A una temperatura dada, $\rho_v \ll \rho_l$, donde $\rho_l - \rho_v \approx \rho_l$, excepto cerca del punto crítico de la sustancia. Si se usa esta aproximación y se sustituyen las ecuaciones 10-14 y 10-18, en $x = L$, en la 10-18, al observar que $\delta_{x=L} = kl/h_{x=L}$ y $h_{\text{vert}} = \frac{4}{3}h_{x=L}$ (ecuaciones 10-19 y 10-21), da

$$\text{Re} \cong \frac{4g\rho_l(\rho_l-\rho_v)\delta^3}{3\mu_l^2} = \frac{4g\rho_l^2}{3\mu_l^2}\left(\frac{k_l}{h_{x=L}}\right)^3 = \frac{4g}{3\nu_l^2}\left(\frac{k_l}{3h_{\text{vert}}/4}\right)^3 \qquad \textbf{(10-23)}$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor h_{vert} en términos de Re queda

$$h_{\text{vert}} \cong 1.47k_l\,\text{Re}^{-1/3}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \qquad \begin{array}{l}0<\text{Re}<30\\ \rho_v \ll \rho_l\end{array} \qquad \textbf{(10-24)}$$

Los resultados obtenidos con base en las relaciones teóricas antes dadas concuerdan de manera excelente con los conseguidos experimentalmente. Se puede demostrar con facilidad que si se usan los valores de forma apropiada en las ecuaciones 10-22 y 10-24, en las *unidades especificadas*, da el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en W/m^2 · °C, ahorrando de este modo el paso por tediosas manipulaciones de unidades en cada ocasión (figura 10-25). Esto también se cumple para las ecuaciones que siguen. Todas las propiedades del *líquido* se deben evaluar a la temperatura de película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$. El h_{fg} y la ρ_v se deben evaluar a la temperatura de saturación T_{sat}.

$$h_{\text{vert}} = \left(\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\frac{\text{J}}{\text{kg}}\left(\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot{}^\circ\text{C}}\right)^3}{\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}\cdot{}^\circ\text{C}\cdot\text{m}}\right)^{1/4}$$
$$= \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\frac{1}{\text{m}^6}\frac{\text{W}^3}{\text{m}^3\cdot{}^\circ\text{C}^3}\frac{\text{J}}{{}^\circ\text{C}}\right]$$
$$= \left(\frac{\text{W}^4}{\text{m}^8\cdot{}^\circ\text{C}^4}\right)^{1/4}$$
$$= \text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$$

FIGURA 10-25
La ecuación 10-22 da el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en W/m^2 · °C, cuando las cantidades se expresan en las unidades especificadas en sus descripciones.

Flujo laminar ondulado sobre placas verticales

Con números de Reynolds mayores que 30 se observa que se forman ondas en la interfase líquido-vapor, aun cuando el flujo en la película de líquido es todavía laminar. En este caso se dice que es *laminar ondulado*. Las ondas en la interfase líquido-vapor tienden a incrementar la transferencia de calor. Pero las ondas también complican el análisis y resulta muy difícil obtener soluciones analíticas. Por lo tanto, se debe recurrir a estudios experimentales. En promedio, el incremento en la transferencia de calor debido al efecto de las ondas es de alrededor de 20%, pero puede sobrepasar 50%. El monto exacto de la mejora depende del número de Reynolds. Con base en sus estudios experimentales, Kutateladze (1963) recomendó la siguiente relación para el coefi-

ciente de transferencia de calor promedio en el flujo laminar ondulado del condensado, para $\rho_v \ll \rho_l$ y $30 < \text{Re} < 1\,800$,

$$h_{\text{vert, ondulado}} = \frac{\text{Re}\, k_l}{1.08\,\text{Re}^{1.22} - 5.2}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \qquad \begin{array}{l} 30 < \text{Re} < 1\,800 \\ \rho_v \ll \rho_l \end{array} \tag{10-25}$$

Una alternativa más sencilla para la relación antes dada, propuesta por Kutateladze (1963), es

$$h_{\text{vert, ondulado}} = 0.8\,\text{Re}^{0.11}\, h_{\text{vert (calmado)}} \tag{10-26}$$

la cual relaciona el coeficiente de transferencia de calor en el flujo laminar ondulado con el correspondiente al laminar sin ondas. McAdams (1954) incluso fue más allá y sugirió tomar en cuenta la transferencia de calor en la región ondulada simplemente al incrementar en 20% el coeficiente determinado a partir de la ecuación 10-22 para el caso laminar. También se sugirió usar esta última ecuación también para la región ondulada, en el entendido de que se trata de un procedimiento conservador que proporciona un margen de seguridad en el diseño térmico. En este libro se usará la ecuación 10-25.

Se puede determinar una relación para el número de Reynolds en la región laminar ondulada al sustituir la relación para h dada en la ecuación 10-25 en la ecuación 10-11 y simplificar. Esto da

$$\text{Re}_{\text{vert, ondulado}} = \left[4.81 + \frac{3.70\, Lk_l (T_{\text{sat}} - T_s)}{\mu_l\, h_{fg}^*}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}\right]^{0.820}, \qquad \rho_v \ll \rho_l \tag{10-27}$$

Flujo turbulento sobre placas verticales

Con números de Reynolds de alrededor de 1 800 el flujo de condensado se vuelve turbulento. Se han propuesto varias relaciones empíricas, con grados variables de complejidad, para el coeficiente de transferencia de calor para el flujo turbulento. Una vez más, si se supone en beneficio de la sencillez que $\rho_v \ll \rho_l$, Labuntsov (1957) propuso la relación que sigue para el flujo turbulento del condensado sobre *placas verticales*:

$$h_{\text{vert, turbulento}} = \frac{\text{Re}\, k_l}{8\,750 + 58\,\text{Pr}^{-0.5}(\text{Re}^{0.75} - 253)}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \begin{array}{l} \text{Re} > 1\,800 \\ \rho_v \ll \rho_l \end{array} \tag{10-28}$$

Una vez más, las propiedades físicas del condensado se deben evaluar a la temperatura de película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$. En este caso la relación para Re se obtiene al sustituir la relación para h, antes obtenida, en la relación para Re, expresada en la ecuación 10-11, lo cual da

$$\text{Re}_{\text{vert, turbulento}} = \left[\frac{0.0690\, Lk_l\, \text{Pr}^{0.5}\,(T_{\text{sat}} - T_s)}{\mu_l\, h_{fg}^*}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3} - 151\,\text{Pr}^{0.5} + 253\right]^{4/3} \tag{10-29}$$

En la figura 10-26 se observan las gráficas de los coeficientes de transferencia de calor adimensionales para el flujo laminar sin ondas, el laminar ondulado y el turbulento del condensado sobre placas verticales.

2 Placas inclinadas

La ecuación 10-12 se desarrolló para placas verticales, pero también se puede usar para la condensación en película laminar sobre las superficies superiores de placas que están *inclinadas* formando un ángulo θ con respecto a la *vertical*, al reemplazar g en esa ecuación por $g \cos\theta$ (figura 10-27). Esta aproximación da

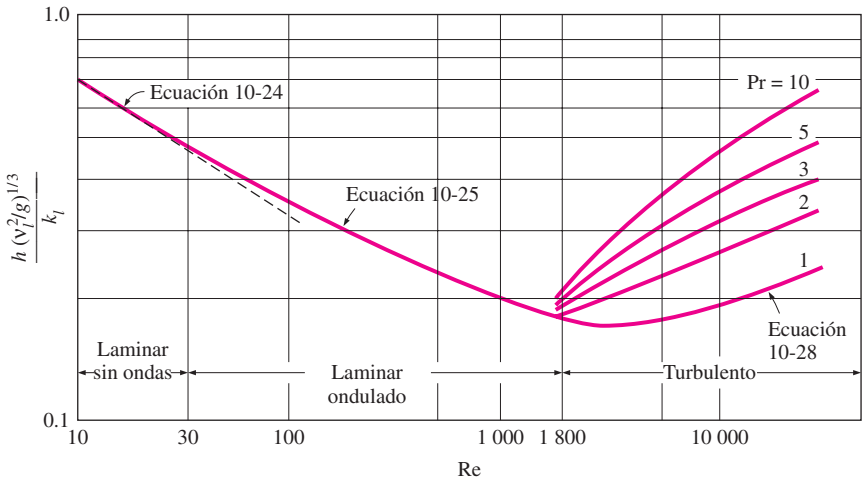


FIGURA 10-26
Coeficientes adimensionales de transferencia de calor del condensado sobre placas verticales para el flujo laminar sin ondas, el laminar ondulado y el turbulento.

resultados satisfactorios en especial para $\theta \leq 60°$. Note que los coeficientes de transferencia de calor en la condensación sobre placas verticales e inclinadas están relacionados entre sí por

$$h_{\text{inclinada}} = h_{\text{vert}} (\cos \theta)^{1/4} \qquad \text{(laminar)} \qquad \textbf{(10-30)}$$

La ecuación 10-30 está desarrollada para flujo laminar del condensado, pero se puede usar también para flujos laminares ondulados como una aproximación.

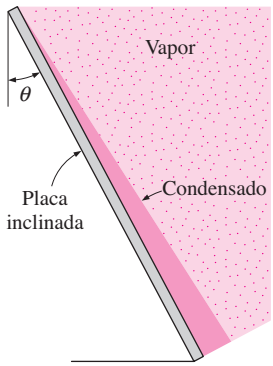


FIGURA 10-27
Condensación en película sobre una placa inclinada.

3 Tubos verticales

También se puede usar la ecuación 10-22 para placas verticales con el fin de calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película laminar sobre las superficies exteriores de tubos verticales, siempre que el diámetro del tubo sea grande en relación con el espesor de la película de líquido.

4 Tubos horizontales y esferas

También se puede extender el análisis de Nusselt de la condensación en película sobre placas verticales hacia tubos horizontales y esferas. Se determina que el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película sobre las superficies exteriores de un *tubo horizontal* es

$$h_{\text{horiz}} = 0.729 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\, h_{fg}^{*} k_l^3}{\mu_l (T_{\text{sat}} - T_s) D} \right]^{1/4} \qquad (\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}) \qquad \textbf{(10-31)}$$

en donde D es el diámetro del tubo horizontal. La ecuación 10-31 se puede modificar con facilidad para una *esfera* al reemplazar la constante 0.729 por 0.815.

Si se comparan las relaciones del coeficiente de transferencia de calor para un tubo vertical de altura L y para un tubo horizontal de diámetro D se llega a

$$\frac{h_{\text{vert}}}{h_{\text{horiz}}} = 1.29 \left(\frac{D}{L} \right)^{1/4} \qquad \textbf{(10-32)}$$

Al igualar h_{vertical} con $h_{\text{horizontal}}$ da $L = 1.29^4\, D = 2.77D$, lo cual implica que para un tubo cuya longitud es 2.77 veces su diámetro, el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película laminar es el *mismo*, sin importar que el tubo esté colocado horizontal o verticalmente. Para $L > 2.77D$, el coeficiente de transferencia de calor será mayor en la posición horizontal. Al

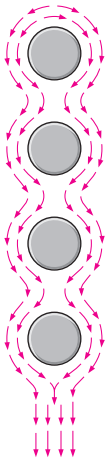


FIGURA 10-28
Condensación en película sobre una hilera de tubos horizontales.

considerar que la longitud de un tubo en cualquier aplicación práctica es varias veces su diámetro, es una práctica común colocar *horizontalmente* los tubos en un condensador para *maximizar* el coeficiente de transferencia de calor en la condensación sobre las superficies exteriores de esos tubos.

5 Bancos de tubos horizontales

En el diseño de condensadores los tubos horizontales apilados uno sobre del otro, como se muestra en la figura 10-28, son de uso común. El espesor promedio de la película de líquido en los tubos inferiores es mucho mayor, como resultado del condensado que cae sobre la parte superior de ellos desde los tubos que se encuentran directamente arriba. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor promedio en los tubos inferiores de ese tipo de arreglos es más pequeño. Si el condensado proveniente de los tubos de arriba hacia los de abajo drena con suavidad, el coeficiente de transferencia de calor promedio en la condensación en película para todos los tubos en una hilera vertical se puede expresar como

$$h_{\text{horiz, } N \text{ tubos}} = 0.729 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\, h_{fg}^{*} k_l^3}{\mu_l (T_{\text{sat}} - T_s)\, ND} \right]^{1/4} = \frac{1}{N^{1/4}} h_{\text{horiz, 1 tubo}} \qquad \textbf{(10-33)}$$

Note que se puede obtener la ecuación 10-33 a partir de la relación para el coeficiente de transferencia de calor para un tubo horizontal al reemplazar D por ND, donde N es el número de la hilera de tubos horizontales. Esta relación no toma en cuenta el incremento en la transferencia de calor debido a la formación de rizos y turbulencia causadas durante el drenaje y, como consecuencia, en general proporciona resultados conservadores.

Efecto de la velocidad del vapor

En el análisis antes dado se consideró que la velocidad del vapor era pequeña y, por consiguiente, el arrastre del vapor ejercido sobre la película de líquido es despreciable, lo cual suele ser el caso. Sin embargo, cuando la velocidad del vapor es alta, éste "tira" del fluido a lo largo de la interfase, puesto que en ella la velocidad de ese vapor debe caer hasta el valor de la del líquido. Si el vapor fluye hacia abajo (es decir, en la misma dirección que el líquido), la fuerza adicional hará que se incremente la velocidad promedio del líquido y, como consecuencia, disminuye el espesor de la película. Esto, a su vez, disminuirá la resistencia térmica de la película de líquido y, de este modo, aumentará la transferencia de calor. El flujo de vapor hacia arriba tiene los efectos opuestos: el vapor ejerce una fuerza sobre el líquido en la dirección opuesta al flujo, incrementa el espesor de la película de líquido y, por consiguiente, disminuye la transferencia de calor. La condensación en presencia de flujo de vapor de velocidad elevada se estudia [por ejemplo, Shekriladze y Gomelauri (1966)] y se obtienen relaciones para la transferencia de calor, pero un análisis detallado de este tema se encuentra más allá del alcance de este texto introductorio.

Presencia de gases no condensables en los condensadores

La mayor parte de los condensadores en las plantas de poder que trabajan con vapor operan a presiones muy por debajo de la atmosférica (por lo común, por debajo de 0.1 atm) con el fin de maximizar la eficiencia térmica del ciclo y, como consecuencia, se eleva la posibilidad de infiltración de aire (un gas no condensable) en ellos. Los estudios experimentales demuestran que la presencia de gases no condensables en el vapor tiene un efecto perjudicial sobre la transferencia de calor en la condensación. Incluso pequeñas cantidades de un gas no condensable en el vapor causan caídas significativas en el coeficiente de transferencia de calor durante la condensación. Por ejemplo, la presencia de menos de 1% (en masa) de

aire en el vapor de agua puede reducir el coeficiente de transferencia de calor en la condensación a más de la mitad. Por lo tanto, es práctica común desfogar periódicamente los gases no condensables que se acumulan en los condensadores para garantizar una operación apropiada.

La drástica reducción en el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en presencia de un gas no condensable se puede explicar de la manera siguiente: cuando se condensa el vapor mezclado con un gas no condensable, sólo este último permanece en la vecindad de la superficie (figura 10-29). Esta capa de gas actúa como una *barrera* entre el vapor y la superficie y dificulta que aquél llegue a ésta. El vapor ahora debe difundirse primero a través del gas no condensable antes de llegar a la superficie y esto reduce la efectividad del proceso de condensación.

Los estudios experimentales demuestran que la transferencia de calor en presencia de un gas no condensable depende fuertemente de la naturaleza de flujo de vapor y de su velocidad. Como el lector podría esperar, es más probable que una *velocidad alta de flujo* remueva el gas no condensable estancado de la vecindad de la superficie y, de este modo, *mejore* la transferencia de calor.

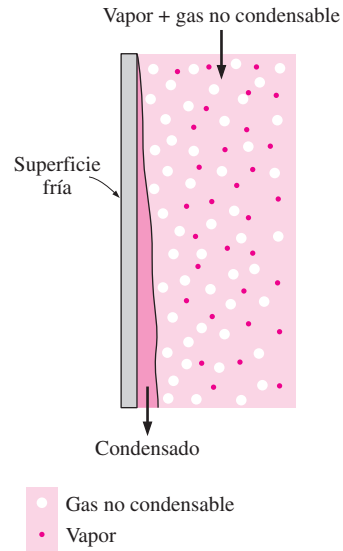


FIGURA 10-29
La presencia de un gas no condensable en un vapor impide que las moléculas de éste lleguen con facilidad hasta la superficie fría y, por ende, la transferencia de calor en la condensación.

EJEMPLO 10-4 Condensación de vapor de agua sobre una placa vertical

Vapor saturado de agua a la presión atmosférica se condensa sobre una placa vertical de 2 m de alto y 3 m de ancho que se mantiene a 80°C, haciendo circular agua fría por el otro lado (figura 10-30). Determine *a*) la razón de la transferencia de calor por condensación hacia la placa y *b*) la razón a la cual el condensado gotea de la placa por el extremo inferior de ésta.

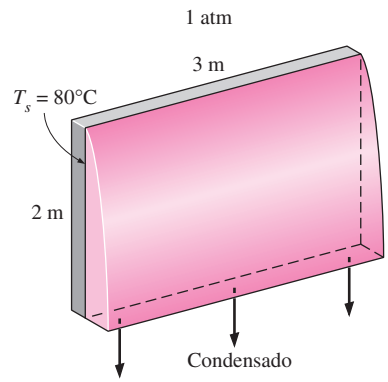


FIGURA 10-30
Esquema para el ejemplo 10-4.

SOLUCIÓN Vapor saturado de agua a 1 atm se condensa sobre una placa vertical. Deben determinarse las razones de transferencia de calor y de condensación.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La placa es isotérmica. **3** El flujo del condensado es laminar ondulado sobre toda la placa (se verificará). **4** La densidad del vapor es mucho menor que la del líquido, $\rho_v \ll \rho_l$.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100°C son $h_{fg} = 2\,257 \times 10^3$ J/kg y $\rho_v = 0.60$ kg/m³. Las propiedades del agua líquida a la temperatura de película de $T_f = (T_{sat} + T_s)/2 = (100 + 80)/2 = 90$°C son (tabla A-9)

$$\rho_l = 965.3 \text{ kg/m}^3 \qquad c_{pl} = 4\,206 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$$
$$\mu_l = 0.315 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s} \qquad k_l = 0.675 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}$$
$$\nu_l = \mu_l/\rho_l = 0.326 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Análisis *a*) El calor latente modificado de vaporización es

$$\begin{aligned} h_{fg}^* &= h_{fg} + 0.68 c_{pl}(T_{sat} - T_s) \\ &= 2\,257 \times 10^3 \text{ J/kg} + 0.68 \times (4\,206 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(100 - 80){}^\circ\text{C} \\ &= 2\,314 \times 10^3 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Para el flujo laminar ondulado, con base en la ecuación 10-27 se determina que el número de Reynolds es

$$\text{Re} = \text{Re}_{\text{vertical, ondulado}} = \left[4.81 + \frac{3.70\, L k_l (T_{sat} - T_s)}{\mu_l\, h_{fg}^*}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}\right]^{0.820}$$

$$= \left[4.81 + \frac{3.70(2\text{ m})(0.675\text{ W/m}\cdot{}^\circ\text{C})(100-80)^\circ\text{C}}{(0.315\times10^{-3}\text{ kg/m}\cdot\text{s})(2\,314\times10^3\text{ J/kg})} \times \left(\frac{9.81\text{ m/s}^2}{(0.326\times10^{-6}\text{ m}^2/\text{s})^2}\right)^{1/3}\right]^{0.82}$$

$$= 1\,287$$

el cual se encuentra entre 30 y 1 800 y, por lo tanto, se verifica nuestra suposición de que se trata de flujo laminar ondulado. Entonces, a partir de la ecuación 10-25, se determina que el coeficiente de transferencia de calor en la condensación es

$$h = h_{\text{vertical, ondulado}} = \frac{\text{Re}\,k_l}{1.08\,\text{Re}^{1.22} - 5.2}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}$$

$$= \frac{1\,287\times(0.675\text{ W/m}\cdot{}^\circ\text{C})}{1.08(1287)^{1.22}-5.2}\left(\frac{9.81\text{ m/s}^2}{(0.326\times10^{-6}\text{ m}^2/\text{s})^2}\right)^{1/3} = 5\,850\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$$

El área superficial de transferencia de calor de la placa es $A_s = \text{W}\times\text{L} = (3\text{ m})(2\text{ m}) = 6\text{ m}^2$. Entonces, la razón de la transferencia de calor durante este proceso de condensación queda

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (5\,850\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(6\text{ m}^2)(100-80)^\circ\text{C} = \mathbf{7.02\times10^5\text{ W}}$$

b) La razón de la condensación del vapor se determina a partir de

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{7.02\times10^5\text{ J/s}}{2\,314\times10^3\text{ J/kg}} = \mathbf{0.303\text{ kg/s}}$$

Es decir, el vapor se condensará sobre la superficie a razón de 303 gramos por segundo.

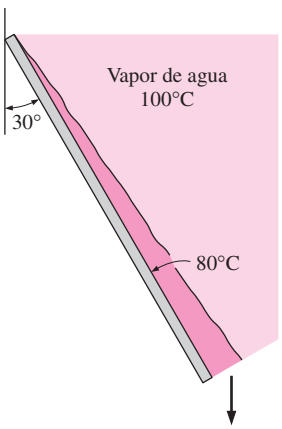


FIGURA 10-31
Esquema para el ejemplo 10-5.

EJEMPLO 10-5 Condensación de vapor de agua sobre una placa inclinada

¿Cuál sería la respuesta del lector al problema del ejemplo anterior si la placa estuviera inclinada 30° con respecto a la vertical, como se muestra en la figura 10-31?

SOLUCIÓN *a)* En este caso, se puede determinar el coeficiente de transferencia de calor a partir de la relación correspondiente a la placa vertical, al reemplazar g por $g\cos\theta$. Pero en lugar de ello se usará la ecuación 10-30, puesto que ya se conoce el valor para la placa vertical a partir de lo calculado en el ejemplo anterior:

$$h = h_{\text{inclinada}} = h_{\text{vert}}(\cos\theta)^{1/4} = (5\,850\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(\cos 30^\circ)^{1/4} = 5\,643\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$$

El área superficial de transferencia de calor de la placa todavía es de 6 m^2. Así, la razón de la transferencia de calor en la condensación en el caso de la placa inclinada queda

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (5\,643\text{ W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C})(6\text{ m}^2)(100-80)^\circ\text{C} = \mathbf{6.77\times10^5\text{ W}}$$

b) De nuevo, la razón de la condensación del vapor se determina a partir de

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{6.77\times10^5\text{ J/s}}{2\,314\times10^3\text{ J/kg}} = \mathbf{0.293\text{ kg/s}}$$

Discusión Note que la razón de la condensación disminuyó en alrededor de 3.3% al inclinar la placa.

EJEMPLO 10-6 **Condensación de vapor de agua sobre tubos horizontales**

El condensador de una planta termoeléctrica opera a una presión de 7.38 kPa. A esta presión, el vapor de agua se condensa sobre las superficies exteriores de tubos horizontales por los cuales circula agua de enfriamiento. El diámetro exterior de los tubos es de 3 cm y las superficies exteriores de los mismos se mantienen a 30°C (figura 10-32). Determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua de enfriamiento que está circulando en los tubos y *b*) la razón de la condensación del vapor de agua por unidad de longitud de un tubo horizontal.

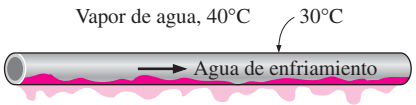


FIGURA 10-32
Esquema para el ejemplo 10-6.

SOLUCIÓN Vapor saturado de agua a una presión de 7.38 kPa se condensa sobre un tubo horizontal a 30°C. Deben determinarse las razones de transferencia de calor y de condensación.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El tubo es isotérmico.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 40°C, correspondiente a 7.38 kPa, son $h_{fg} = 2\,407 \times 10^3$ J/kg y $\rho_v = 0.05$ kg/m^3. Las propiedades del agua líquida a la temperatura de película de $T_f = (T_{sat} + T_s)/2 = (40 + 30)/2 = 35$°C son (tabla A-9)

$$\rho_l = 994 \text{ kg/m}^3 \qquad c_{pl} = 4\,178 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$$
$$\mu_l = 0.720 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s} \qquad k_l = 0.623 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$$

Análisis *a*) El calor latente modificado de vaporización es

$$\begin{aligned} h_{fg}^* &= h_{fg} + 0.68 c_{pl}(T_{sat} - T_s) \\ &= 2\,407 \times 10^3 \text{ J/kg} + 0.68 \times (4\,178 \text{ J/kg} \cdot \text{°C})(40 - 30)\text{°C} \\ &= 2\,435 \times 10^3 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Dado que $\rho_v \ll \rho_l$ (puesto que $0.05 \ll 994$), basándose en la ecuación 10-31 se determina que el coeficiente de transferencia de calor para la condensación sobre un solo tubo horizontal es

$$h = h_{\text{horizontal}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\, h_{fg}^* k_l^3}{\mu(T_{sat} - T_s)\, D}\right]^{1/4} \cong 0.729\left[\frac{g\rho_l^2\, h_{fg}^* k_l^3}{\mu_1\,(T_{sat} - T_s)\, D}\right]^{1/4}$$

$$= 0.729\left[\frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(994 \text{ kg/m}^3)^2\,(2\,435 \times 10^3 \text{ J/kg})(0.623 \text{ W/m} \cdot \text{°C})^3}{(0.720 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s})(40 - 30)\text{°C}(0.03 \text{ m})}\right]^{1/4}$$

$$= 9\,294 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

El área superficial de transferencia de calor del tubo por unidad de longitud es $A_s = \pi DL = \pi(0.03 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.09425$ m^2. Entonces, la razón de la transferencia de calor durante este proceso de condensación queda

$$\dot{Q} = hA_s(T_{sat} - T_s) = (9\,292 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(0.09425 \text{ m}^2)(40 - 30)\text{°C} = \mathbf{8\,760\ W}$$

b) La razón de la condensación del vapor es

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{8\,760 \text{ J/s}}{2\,435 \times 10^3 \text{ J/kg}} = \mathbf{0.00360\ kg/s}$$

Por lo tanto, el vapor se condensará sobre el tubo horizontal a razón de 3.6 g/s, o sea, 13.0 kg/h por metro de su longitud.

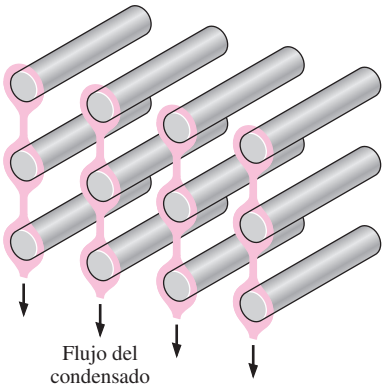


FIGURA 10-33
Esquema para el ejemplo 10-7.

EJEMPLO 10-7 **Condensación del vapor de agua sobre bancos de tubos horizontales**

Repita el problema de ejemplo anterior para el caso de 12 tubos horizontales dispuestos en un arreglo rectangular de 3 tubos de alto y 4 tubos de ancho, como se muestra en la figura 10-33.

SOLUCIÓN *a*) La presencia de otros tubos en su vecindad no influye sobre la transferencia de calor en la condensación sobre un tubo, a menos que el condensado de otros tubos gotee sobre él. En nuestro caso los tubos horizontales están dispuestos en cuatro hileras verticales, consistiendo cada una de ellas en tres tubos. El coeficiente de transferencia de calor promedio para una hilera vertical de N tubos horizontales está relacionado con el de un solo tubo horizontal por la ecuación 10-33 y se determina que es

$$h_{\text{horiz, } N \text{ tubos}} = \frac{1}{N^{1/4}} h_{\text{horiz, 1 tubo}} = \frac{1}{3^{1/4}} (9\,294 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}) = 7\,062 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

Cada hilera vertical consta de tres tubos y, por consiguiente, el coeficiente de transferencia de calor que acaba de determinarse es válido para cada una de las cuatro hileras. En otras palabras, se puede tomar este valor como el coeficiente promedio de transferencia de calor para los 12 tubos.

El área superficial para los 12 tubos por unidad de longitud de los mismos es

$$A_s = N_{\text{total}}\, \pi D L = 12\pi(0.03 \text{ m})(1 \text{ m}) = 1.1310 \text{ m}^2$$

Entonces, la razón de la transferencia de calor durante este proceso de condensación queda

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (7\,062 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(1.131 \text{ m}^2)(40 - 30)^\circ\text{C} = \mathbf{79\,870 \text{ W}}$$

b) De nuevo, la razón de la condensación del vapor se determina a partir de

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{79\,870 \text{ J/s}}{2\,435 \times 10^3 \text{ J/kg}} = \mathbf{0.0328 \text{ kg/s}}$$

Por lo tanto, el vapor se condensará en los tubos horizontales a razón de 32.8 g/s por metro de longitud de los tubos

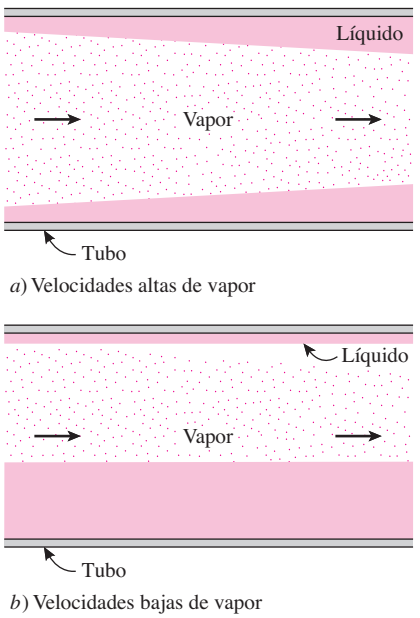


FIGURA 10-34
Flujo condensado en un tubo horizontal con velocidades altas y bajas de vapor.

10-6 ▪ CONDENSACIÓN EN PELÍCULA DENTRO DE TUBOS HORIZONTALES

Hasta ahora se ha discutido la condensación en película sobre las *superficies exteriores* de tubos y otras configuraciones geométricas, la cual se caracteriza por una velocidad despreciable del vapor y el flujo no restringido del condensado. Sin embargo, la mayor parte de los procesos de condensación que se encuentran en las aplicaciones de refrigeración y acondicionamiento de aire están relacionados con la condensación sobre las *superficies interiores* de tubos horizontales o verticales. El análisis de la transferencia de calor de la condensación en el interior de tubos se complica por el hecho de que la velocidad del vapor y la rapidez de la acumulación de líquido sobre las paredes de los tubos influyen fuertemente sobre ella (figura 10-34).

Para *velocidades bajas del vapor*, Chato (1962) recomienda esta expresión para la condensación

$$h_{\text{interno}} = 0.555\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D}\left(h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)\right)\right]^{1/4} \qquad \textbf{(10-34)}$$

para

$$\mathrm{Re}_{\text{vapor}} = \left(\frac{\rho_v V_v D}{\mu_v}\right)_{\text{admisión}} < 35\,000 \qquad \textbf{(10-35)}$$

en donde el número de Reynolds del vapor se debe evaluar en las condiciones de *admisión* del tubo, mediante su diámetro interno como la longitud característica. Rohsenow da las correlaciones del coeficiente de transferencia de calor para velocidades más altas del vapor.

10-7 ▪ CONDENSACIÓN POR GOTAS

La condensación caracterizada por gotitas de diámetros variables sobre la superficie de condensación en lugar de una película continua de líquido, es uno de los mecanismos más eficaces de la transferencia de calor y con él se pueden lograr coeficientes de transferencia extremadamente grandes (figura 10-35).

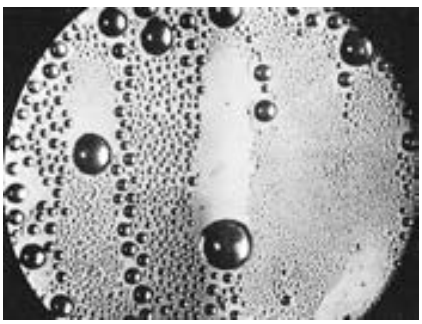


FIGURA 10-35
Condensación por gotas de vapor de agua sobre una superficie vertical.
(Tomada de Hampson y Özişik.)

En la condensación por gotas éstas se forman en los sitios de nucleación sobre la superficie y crecen como resultado de la condensación continuada, se juntan formando otras más grandes y resbalan hacia abajo cuando alcanzan cierto tamaño, despejando la superficie y exponiéndola al vapor. En este caso no existe película de líquido que oponga resistencia a la transferencia de calor. Como resultado, con la condensación por gotas se pueden logran coeficientes de transferencia que son más de 10 veces más grandes que los asociados con la condensación en película. Los coeficientes de transferencia grandes permiten a los diseñadores lograr una velocidad específica de transferencia de calor con un área superficial más pequeña y, por consiguiente, un condensador más pequeño (y menos caro). Por lo tanto, la condensación por gotas es el modo preferido en las aplicaciones de transferencia de calor.

El reto en este tipo de condensación no es lograrla sino *sostenerla* durante largos periodos. La condensación por gotas se logra *al agregar* una sustancia química promotora en el vapor, *tratando* con ésta la superficie o *recubriéndola* con un polímero, como el teflón, o con un metal noble, como oro, plata, rodio, paladio o platino. Los *promotores* usados incluyen diversas ceras y ácidos grasos, como los ácidos oleico, esteárico y linoico, No obstante, pierden su efectividad después de un tiempo, debido a la incrustación, la oxidación y la remoción del promotor de la superficie. Es posible sostener la condensación por gotas durante un año mediante los efectos combinados de recubrimiento de la superficie e inyección periódica del promotor en el vapor. Sin embargo, cualquier ganancia en la transferencia de calor debe tasarse contra el costo asociado con el sostenimiento de este tipo de condensación.

La condensación por gotas se ha estudiado en forma experimental para varias combinaciones superficie-fluido. De ellas, los estudios sobre la condensación de vapor de agua sobre superficies de cobre ha atraído la mayor parte de la atención debido a su extendida aplicación en plantas generadoras que funcionan con vapor. P. Griffith (1983) recomienda estas sencillas correlaciones para la condensación por gotas del *vapor de agua* sobre *superficies de cobre*:

$$h_{\text{por gotas}} = \begin{cases} 51\,104 + 2\,044 T_{\text{sat}}, & 22°\text{C} < T_{\text{sat}} < 100°\text{C} \quad \textbf{(10-36)} \\ 255\,310 & T_{\text{sat}} > 100°\text{C} \quad \textbf{(10-37)} \end{cases}$$

en donde T_{sat} se da en °C y el coeficiente de transferencia de calor, $h_{\text{por gotas}}$ se obtiene en $\text{W/m}^2 \cdot °\text{C}$.

Los coeficientes de transferencia de calor que se pueden lograr con la condensación por gotas tienen poco significado si el material de la superficie de condensación no es un buen conductor, como el cobre, o si la resistencia térmica del otro lado de la superficie es demasiado grande. En operación estacionaria la transferencia de calor de uno de los medios hacia el otro depende de la suma de las resistencias térmicas en la trayectoria del flujo del calor, y una resistencia térmica

grande puede eclipsar todo lo demás y dominar el proceso de transferencia. En esos casos la mejora de la exactitud de una resistencia pequeña (como una debida a la condensación o a la ebullición) difícilmente produce alguna diferencia en los cálculos del coeficiente de transferencia de calor total.

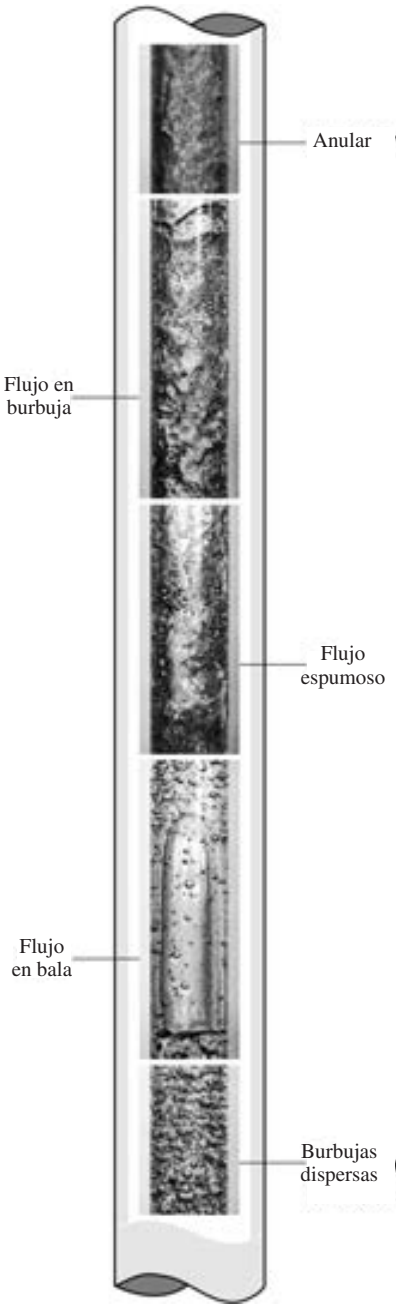


FIGURA 10-36
Patrones de flujo en flujo vertical bifásico.
(Tomada de Ghajar y Tang, 2009.)

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor en flujo bifásico no hirviente

Los diferentes patrones (regímenes) de flujo encontrados en la ebullición de flujo (véase figura 10-19) también se pueden observar en el flujo bifásico no hirviente en tubos verticales y horizontales (figuras 10-36 y 10-37). El flujo bifásico no hirviente tiene muchas aplicaciones industriales, como el flujo de petróleo y gas natural en redes de flujo y pozos abiertos, para lo que es necesario el conocimiento de la transferencia de calor bifásica y no hirviente de dos componentes (líquido y gas permanente). Durante la extracción de hidrocarburos bifásicos de un yacimiento petrolero a la superficie, la temperatura de los fluidos de hidrocarburo cambia debido a la diferencia en las temperaturas del yacimiento y la superficie. El cambio en la temperatura genera transferencia de calor entre los fluidos del hidrocarburo y la tierra que rodea al pozo petrolero, y la capacidad para estimar el perfil de temperaturas del flujo es necesaria para abordar varios problemas de diseño en la ingeniería de producción petrolera.

En la producción submarina de petróleo y gas natural, los fluidos de hidrocarburos pueden salir del yacimiento a una temperatura de 75ºC y fluir en el entorno submarino a 4ºC. Como resultado del gradiente de temperatura entre el yacimiento y el entorno, conocer la transferencia de calor es crucial para impedir la hidratación del gas y bloqueos por depósitos de cera. Los depósitos de cera pueden ocasionar problemas como la reducción del diámetro interno del tubo lo que a su vez causará bloqueos, incrementará la aspereza de la superficie del tubo, restringirá la presión de la línea de flujo, disminuirá la producción y otros problemas relacionados.

En situaciones en las que sea necesario un flujo a baja velocidad y sean deseables altas velocidades de transferencia, se utilizan dispositivos para mejorar la transferencia de calor como la inserción de cables embobinados, de cintas enroscadas y espigas helicoidales para promover la turbulencia, lo que aumenta la transferencia de calor. Aunque estos esquemas para mejorar la transferencia de calor han demostrado su eficacia, tienen sus desventajas, como la contaminación, el incremento en la caída de presión y algunas veces hasta las taponaduras o bloqueos. Un método alternativo para mejorar la transferencia de calor en el flujo tubular es inyectar gas dentro del líquido para promover la turbulencia.

En la evaluación de la transferencia de calor no hirviente (el volumen del espacio ocupado por el gas en el sistema) y el patrón de flujo son dos parámetros críticos que deben tomarse en cuenta. En cualquier sistema gas-líquido, la fracción nula tiene grandes repercusiones sobre la transferencia de calor, puesto que la fase líquida en general tiene una conductividad térmica mucho mayor que la fase gaseosa. El conocimiento de los patrones de flujo en un sistema gas-líquido también es crucial para evaluar la transferencia de calor no hirviente; por ejemplo, la transferencia de calor en el flujo de bala (burbujas se combinan para asumir la forma de balas de vapor) tiende a ser diferente de la transferencia de calor en flujo anular (el centro del flujo consiste tan sólo de vapor y el líquido está confinado únicamente

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

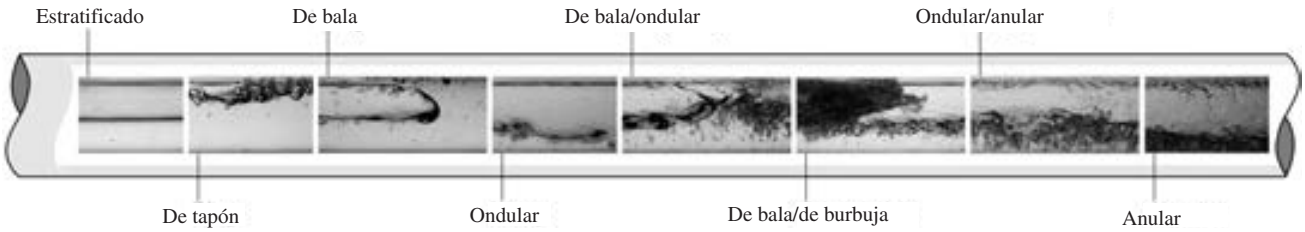


FIGURA 10-37
Patrones de flujo en un flujo bifásico horizontal.
(Tomada de Ghajar y Tang, 2009.)

en el espacio anular entre el centro de vapor y las paredes del tubo). La inclinación del tubo también afecta a la fracción nula, al patrón de flujo y a la transferencia de calor. En los tubos inclinados, la fuerza gravitacional también ejerce su influencia sobre la hidrodinámica del flujo bifásico. La influencia de la fuerza gravitacional afecta la conversión entre las fases gaseosa y líquida, lo que a su vez repercute en la fracción nula. La inclinación del tubo también afecta los patrones de flujo, razón que explica la diferencia de los patrones de flujo entre los flujos vertical y horizontal (véanse figuras 10-36 y 10-37). La influencia de la inclinación del tubo sobre la hidrodinámica del flujo bifásico también repercute en la transferencia de calor. Debido a la complejidad y a la falta de comprensión de la fracción nula, de los patrones de flujo y de la transferencia de calor no hirviente en flujo bifásico, la mayoría de las investigaciones documentadas, sin importar si se tratan de mapas de patrones de flujo o de correlaciones para la fracción nula y la transferencia de calor, sólo son aplicables a ciertas condiciones. Se ha estudiado a detalle el flujo bifásico no hirviente en los tubos con diferentes inclinaciones y se han desarrollado correlaciones de transferencia de calor en flujo bifásico para una variedad de patrones de flujo gas-líquido, así como combinaciones fluidas e inclinaciones de tubos. A partir de una base de datos de 986 puntos, Ghajar y Tang (2009) recomendaron la siguiente correlación general para el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico h_{tp}, que captura 90% de los datos medidos dentro de una banda de error de ± 25% y 94% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±30%,

$$h_{tp} = F_p h_l \left[1 + 0.55\left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.1}\left(\frac{1-F_p}{F_p}\right)^{0.4}\left(\frac{\mathrm{Pr}_g}{\mathrm{Pr}_l}\right)^{0.25}\left(\frac{\mu_l}{\mu_g}\right)^{0.25}(I^*)^{0.25}\right], \ \mathrm{W/m^2 \cdot K} \tag{10-38}$$

donde los subíndices l y g se refieren a la fase líquida y la fase gaseosa, y

$h_l =$ coeficiente de transferencia de calor de fase líquida
$= 0.027\ \mathrm{Re}_l^{4/5}\mathrm{Pr}_1^{1/3}(k_l/D)\ (\mu_l/\mu_s)^{0.14}$, W/m²·K

$Re_l =$ número Reynolds de líquido *in situ* $= 4\dot{m}_l/(\pi\sqrt{1-\alpha}\mu_1 D)$

$x =$ calidad del flujo $= \dot{m}_g/(\dot{m}_g\ 1\ \dot{m}_l)$

$I^* =$ factor de inclinación $= 1 + \dfrac{(\rho_l - \rho_g)gD^2}{\sigma}\,|\mathrm{sen}\ \theta|$

$F_p =$ factor del patrón de flujo $= (1-\alpha) + \alpha\left[\dfrac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{\rho_g(V_g - V_l)^2}{gD(\rho_l - \rho_g)}}\right)\right]^2$

Aquí ρ es la densidad en kg/m³, V es la velocidad en m/s, g es la aceleración gravitatoria en m/s², D es el diámetro del tubo en m, $\dot{m}$ es la razón de flujo de masa en kg/s, μ es la viscosidad en kg/m·s, Pr es el número de Prandtl, k es la conductividad térmica en W/m·K, σ es la tensión superficial en N/m y θ es el ángulo de inclinación en radianes.

Se debe determinar la fracción nula α en la ecuación 10-38 [(Woldesenmayat y Ghajar (2007)], a partir de

$$\alpha = \frac{V_{sg}}{C_o(V_{sg} + V_{sl}) + u_{gm}} \tag{10-39}$$

donde C_o = coeficiente de distribución bifásica

$$= \frac{V_{sg}}{V_{sg} + V_{sl}}\left[1 + (V_{sl}/V_{sg})^{(\rho_s/\rho_l)^{0.1}}\right]$$

y u_{gm} = velocidad de deriva del gas

$$= 2.9(1.22 + 1.22\text{sen}\theta)^{P_{atm}/P_{sys}}\left[\frac{gD\sigma(1 + \cos\theta)(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2}\right]^{0.25}, \text{m/s}$$

Aquí P_{sys} y P_{atm} son presiones de sistema y atmosféricas en N/m^2, y V_{sl} y V_{sg} son las velocidades superficiales de líquido y gas en m/s, respectivamente. En las ecuaciones anteriores, se evalúan todas las propiedades físicas a la *temperatura media de la masa* $T_b = (T_i + T_e)/2$, salvo μ_s, que se evalúa a la temperatura superficial.

La correlación de la transferencia de calor en flujo bifásico (ecuación 10-38) está basada en 986 puntos de datos experimentales (176 para el flujo horizontal, 555 para el flujo inclinado y 255 para el flujo vertical ascendente) y es aplicable al siguiente rango de parámetros

$$750 \le \text{Re}_{sl} \le 127\,000, \quad 14 \le \text{Re}_{sg} \le 209\,000,$$
$$9.99 \times 10^{-3} \le \text{Pr}_g/\text{Pr}_l \le 148 \times 10^{-3},$$
y
$$3.64 \times 10^{-3} \le \mu_g/\mu_l \le 26.3 \times 10^{-3}$$

donde Re_{sl} y Re_{sg} son los números de Reynolds para líquido y gas superficiales.

La aplicación de la correlación de transferencia de calor no hirviente en flujo general bifásico dada antes se ilustra a continuación con un ejemplo práctico que tiene que ver con una mezcla de aire y silicio líquido.

EJEMPLO 10-8 Aire y silicón (Flujo de Down Corning 200® Fluid, 5 cs), dentro de un tubo vertical

El silicón líquido como el de Dow Corning 200® Fluid, 5 cs, se utiliza principalmente como ingrediente en productos cosméticos y de cuidado personal, debido a su textura untuosa, baja tensión superficial (σ = 19.7 × 10^{-3} N/m) características no grasosas, suavidad al tacto y ligera humectación de la piel. Un flujo bifásico de aire y silicón (Dow Corning 200® Fluid, 5 cs) se transporta en un tubo vertical de 11.7 mm de diámetro interno. La fase líquida consiste en silicón líquido con una viscosidad dinámica de 45.7 × 10^{-4} kg/m·s, densidad de 913 kg/m^3, conductividad térmica de 0.117 W/m · K y número de Prandtl de 64. La fase gaseosa consiste en aire con viscosidad dinámica de 18.4 × 10^{-6} kg/m · s, densidad de 1.19 kg/m^3 y número de Prandtl de 0.71. Si el flujo bifásico tiene una calidad de flujo de x = 2.08 × 10^{-5}, fracción nula de α = 0.011 y razón de flujo de masa líquida de $\dot{m}_l$ = 0.907 kg/s, estime el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}. Asuma que la viscosidad dinámica del silicón líquido evaluada a la temperatura superficial del tubo es de 39.8 × 10^{-4} kg/m · s.

SOLUCIÓN Un flujo de aire y silicón bifásico (Dow Corning 200® Fluid, 5 cs) se está transportando en un tubo vertical de 11.7 de diámetro. Mediante la correlación de transferencia de calor en flujo bifásico no hirviente, se debe determinar el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico h_{tp}.

Suposiciones **1** Existe una condición operativa estacionaria. **2** El flujo bifásico es no hirviente y no implica cambios de fase. **3** Las propiedades del fluido son constantes.

Propiedades Las propiedades del silicón líquido son las siguientes: $\mu_l = 45.7 \times 10^{-4}$ kg/m · s, $\mu_s = 39.8 \times 10^{-4}$ kg/m · s, $\rho_l = 913$ kg/m^3, $k_l = 0.117$ W/m · K, $\sigma = 19.7 \times 10^{-3}$ N/m, y $\mathrm{Pr}_l = 64$. Las propiedades del aire (gas) son las siguientes: $\mu_g = 18.4 \times 10^{-6}$ kg/m · s, $\rho_g = 1.19$ kg/m^3, y $\mathrm{Pr}_g = 0.71$.

Análisis Con la razón conocida de flujo de masa líquida, $\dot{m}_l$ y la calidad x, se debe determinar la razón de flujo de masa gaseosa, $\dot{m}_g$, mediante

$$\dot{m}_g = \frac{x}{1-x}\dot{m}_1 = \frac{2.08 \times 10^{-5}}{1 - 2.08 \times 10^{-5}}(0.907\ \text{kg/s}) = 1.89 \times 10^{-5}\ \text{kg/s}$$

A partir de las razones de flujo de masa gaseosa y líquida, se pueden calcular las velocidades superficiales del gas y el líquido:

$$V_{sg} = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g A} = \frac{4\dot{m}_g}{\rho_g \pi D^2} = \frac{4(1.89 \times 10^{-5}\ \text{kg/s})}{(1.19\ \text{kg/m}^3)\pi(0.0117\ \text{m})^2} = 0.148\ \text{m/s}$$

$$V_{sl} = \frac{\dot{m}_l}{\rho_l A} = \frac{4\dot{m}_l}{\rho_l \pi D^2} = \frac{4(0.907\ \text{kg/s})}{(913\ \text{kg/m}^3)\pi(0.0117\ \text{m})^2} = 9.24\ \text{m/s}$$

Mediante las velocidades superficiales y la fracción nula, se sabe que las velocidades del líquido y el gas son

$$V_g = \frac{V_{sg}}{\alpha} = \frac{0.148\ \text{m/s}}{0.011} = 13.5\ \text{m/s}$$

$$V_l = \frac{V_{sl}}{1-\alpha} = \frac{9.24\ \text{m/s}}{1 - 0.011} = 9.34\ \text{m/s}$$

El factor de patrón de flujo (F_p) puede calcularse mediante

$$F_p = (1-\alpha) + \alpha\left[\frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{\rho_g(V_g - V_l)^2}{gD(\rho_l - \rho_g)}}\right)\right]^2 = (1 - 0.011)$$
$$+ (0.011)\left[\frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{(1.19\ \text{kg/m}^3)(13.5\ \text{m/s} - 9.34\ \text{m/s})^2}{(9.81\ \text{m/s}^2)(0.0177\ \text{m})(913\ \text{kg/m}^3 - 1.19\ \text{kg/m}^3)}}\right)\right]^2$$
$$= 0.9898$$

El factor de inclinación (I^*) para el tubo vertical ($\theta = 90°$) se calcula como

$$I^* = 1 + \frac{(\rho_l - \rho_g)gD^2}{\sigma}|\text{sen}\,\theta|$$
$$= 1 + \frac{(913\ \text{kg/m}^3 - 1.19\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(0.0117\ \text{m})^2}{19.7 \times 10^{-3}\ \text{N/m}}|\text{sen}\,90°|$$
$$= 63.16$$

El coeficiente de transferencia de calor en fase líquida se calcula mediante:

$$h_l = 0.027\mathrm{Re}_l^{4/5}\mathrm{Pr}_l^{1/3}\left(\frac{k_l}{D}\right)\left(\frac{\mu_l}{\mu_s}\right)^{0.14}$$
$$= 0.027(21\,718)^{4/5}(64)^{1/3}\left(\frac{0.117\ \mathrm{W/m\cdot K}}{0.0117\ \mathrm{m}}\right)\left(\frac{45.7\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m\cdot s}}{39.8\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m\cdot s}}\right)^{0.14}$$
$$= 3\,246\ \mathrm{W/m^2\cdot K}$$

donde el número de Reynolds del líquido *in situ* es

$$\mathrm{Re}_l = \frac{4\dot{m}_l}{\pi\sqrt{1-\alpha}\mu_1 D} = \frac{4(0.907\ \mathrm{kg/s})}{\pi\sqrt{1-0.011}(45.7\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m\cdot s})(0.0117\ \mathrm{m})}$$
$$= 21\,718$$

Mediante la correlación general de la transferencia de calor en flujo bifásico, ecuación 10-38, se estima que el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico es

$$\frac{h_{tp}}{h_l} = F_p\left[1 + 0.55\left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.1}\left(\frac{1-F_p}{F_p}\right)^{0.4}\left(\frac{\mathrm{Pr}_g}{\mathrm{Pr}_l}\right)^{0.25}\left(\frac{\mu_l}{\mu_g}\right)^{0.25}(I^*)^{0.25}\right]$$
$$= (0.9898)\left[1 + 0.55\left(\frac{2.08\times10^{-5}}{1-2.08\times10^{-5}}\right)^{0.1}\left(\frac{1-0.9898}{0.9898}\right)^{0.4}\left(\frac{0.71}{64}\right)^{0.25}\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{45.7\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m\cdot s}}{18.4\times10^{-6}\ \mathrm{kg/m\cdot s}}\right)^{0.25}(63.16)^{0.25}\right]$$
$$= 1.098$$

o

$$h_{tp} = 1.098h_l = 1.098(3\,246\ \mathrm{W/m^2\cdot K}) = \mathbf{3\,560\ W/m^2\cdot K}$$

Discusión Cuando se compara con el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico de 3 480 W/m² · K de Rezkallah (1987) en condiciones similares de flujo, la correlación general de transferencia de calor en flujo bifásico, ecuación 10-38, excedió por 2.3% el valor medido.

REFERENCIAS

1. A. J. Ghajar y C. C. Tang, "Advances in Void Fraction, Flow Pattern Maps and Non-Boiling Heat Transfer Two-Phase Flow in Pipes with Various Inclinations", en *Advances in Multiphase Flow and Heat Transfer*, vol. 1, pp. 1-52 editado por L. Cheng y D. Mewes, Bentham Sciences Publisher, Reino Unido, 2009.

2. K. S. Rezkallah, "Heath Transfer and Hydrodynamics in Two-Phase Two-Component Flow in a Vertical Tube". Tesis doctoral, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canadá, 1987.

3. M.A. Woldesemayat y A. J. Ghajar, "Comparison of Void Fraction Correlations for Different Flow Patterns in Horizontal and Upward Inclined Pipes". *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 33 (2007), pp. 347-370.

RESUMEN

Se presenta la ebullición cuando un líquido se encuentra en contacto con una superficie mantenida a una temperatura T_s suficiente por encima de la de saturación T_{sat} del líquido. Se clasifica como *ebullición en estanque* o *ebullición en flujo*, dependiendo de la presencia de movimiento masivo del fluido. Se dice que la ebullición es *en estanque* si no se tiene movimiento masivo del fluido y ebullición *en flujo* (o *ebullición en convección forzada*) si se tiene. La ebullición en flujo y en estanque se clasifica además como *ebullición subenfriada* y *ebullición saturada*, dependiendo de la temperatura de la masa de líquido. Se dice que la ebullición es *subenfriada* (o *local*) cuando la temperatura de la masa principal del líquido está por debajo de la de saturación T_{sat}, y *saturada* (o *masiva*) cuando la temperatura del líquido es igual a T_{sat}. La ebullición exhibe regímenes diferentes, dependiendo de la temperatura en exceso, ΔT_{exceso}. Se observan cuatro regímenes diferentes de ebullición: ebullición en convección natural, ebullición nucleada, ebullición de transición y ebullición en película. Estos regímenes se ilustran sobre la *curva de ebullición*. La razón de evaporación y la de transferencia de calor en la ebullición nucleada aumentan al incrementarse ΔT_{exceso} y alcanzan un máximo en algún punto. El flujo de calor en este punto recibe el nombre de *flujo crítico* (o *máximo*) *de calor*, $\dot{q}_{máx}$. La razón de la transferencia de calor en la ebullición nucleada en estanque se determina a partir de

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l\, h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{c_{pl}\,(T_s - T_{sat})}{C_{sf}\,h_{fg}\,\mathrm{Pr}_l^{\,n}}\right]^3$$

El *flujo crítico* (o *máximo*) *de calor* en la ebullición nucleada en estanque se determina a partir de

$$\dot{q}_{máx} = C_{cr}\, h_{fg}[\sigma g \rho_v^2\,(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

en donde el valor de la constante C_{cr} es alrededor de 0.15. El flujo mínimo de calor se expresa por

$$\dot{q}_{mín} = 0.09\rho_v\, h_{fg}\left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4}$$

El flujo de calor para la *ebullición* estable *en película* sobre el exterior de un *cilindro horizontal* o de una *esfera* de diámetro D se expresa por

$$\dot{q}_{\text{película}} = C_{\text{película}}\left[\frac{g k_v^3\,\rho_v(\rho_l - \rho_v)[h_{fg} + 0.4c_{pv}\,(T_s - T_{sat})}{\mu_v\, D(T_s - T_{sat})}\right]^{1/4} \times (T_s - T_{sat})$$

en donde la constante $C_{\text{película}} = 0.62$ para los cilindros horizontales y 0.67 para las esferas. Las propiedades del *vapor* deben evaluarse a la *temperatura de película* $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$, la cual es la *temperatura promedio* de la película de vapor. Las propiedades del líquido y h_{fg} deben evaluarse a la temperatura de saturación a la presión especificada.

En la naturaleza se observan dos formas distintas de condensación: en película y por gotas. En la *condensación en película* el condensado moja la superficie y forma una película de líquido sobre la superficie que resbala hacia abajo por la influencia de la gravedad. En la *condensación por gotas* el vapor condensado forma incontables gotitas de diámetros variables sobre la superficie, en lugar de una película continua.

El número de Reynolds para el flujo de condensado se define como

$$\mathrm{Re} = \frac{D_h\,\rho_l\,V_l}{\mu_l} = \frac{4\,A_c\rho_l\,V_l}{p\mu_l} = \frac{4\dot{m}}{p\mu_l}$$

y

$$\mathrm{Re} = \frac{4\dot{Q}_{\text{conden}}}{p\mu_l\,h_{fg}^*} = \frac{4\,A_s\,h(T_{sat} - T_s)}{p\mu_l\,h_{fg}^*}$$

en donde h_{fg}^* es el *calor latente modificado de vaporización*, definido como

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68C_{pl}\,(T_{sat} - T_s)$$

y representa la transferencia de calor durante la condensación por unidad de masa del condensado.

Al aplicar algunas suposiciones simplificadoras se determina que el *coeficiente de transferencia de calor promedio* para la condensación en película sobre una placa vertical de altura L es

$$h_{\text{vert}} = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\,h_{fg}^*\,k_l^3}{\mu_l\,(T_s - T_{sat})L}\right]^{1/4}$$

Todas las propiedades del *líquido* deben evaluarse a la temperatura de película $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$. El h_{fg} y ρ_v deben evaluarse a T_{sat}. El flujo de condensado es *suave* y *laminar sin ondas* para alrededor de $\mathrm{Re} \leq 30$, *laminar ondulado* en el rango de $30 < \mathrm{Re} < 1\,800$ y *turbulento* para $\mathrm{Re} > 1\,800$. Los coeficientes de transferencia de calor en las regiones de flujo laminar ondulado y turbulento se determinan a partir de

$$h_{\text{vert, ondulado}} = \frac{\mathrm{Re}\,k_l}{1.08\,\mathrm{Re}^{1.22} - 5.2}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \qquad 30 < \mathrm{Re} < 1800, \quad \rho_v \ll \rho_l$$

$$h_{\text{vert, turbulento}} = \frac{\mathrm{Re}\,k_l}{8\,750 + 58\,\mathrm{Pr}^{\pm 0.5}\,(\mathrm{Re}^{0.75} - 253)}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \qquad \mathrm{Re} > 1800, \quad \rho_v \ll \rho_l$$

También se pueden usar las ecuaciones de las placas verticales para la condensación en película laminar sobre las superficies superiores de las placas que están inclinadas en un ángulo θ con respecto a la vertical, al reemplazar g en esa ecuación por $g \cos \theta$. También se pueden usar las ecuaciones de las placas verticales con el fin de calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película laminar sobre las superficies superiores de los tubos verticales siempre que el diámetro del tubo sea grande en relación con el espesor de la película de líquido.

El coeficiente promedio de transferencia de calor para la condensación en película sobre las superficies exteriores de un *tubo horizontal* se determina que es

$$h_{\text{horiz}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\, h_{fg}^{*} k_l^3}{\mu_l\,(T_s - T_{\text{sat}})D}\right]^{1/4}$$

en donde D es el diámetro del tubo horizontal. Esta relación se puede modificar con facilidad para una *esfera*, al reemplazar la constante 0.729 por 0.815. También se puede usar para N *tubos horizontales* apilados uno sobre el otro, si se reemplaza D en el denominador por ND.

Para velocidades bajas del vapor se puede determinar el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en película *dentro de tubos horizontales* a partir de

$$h_{\text{interno}} = 0.555\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\, k_l^3}{\mu_l\,(T_{\text{sat}} - T_s)}\left(h_{fg} + \frac{3}{8}\, c_{pl}\,(T_{\text{sat}} - T_s)\right)\right]^{1/4}$$

y

$$\text{Re}_{\text{vapor}} = \left(\frac{\rho_v V_v D}{\mu_v}\right)_{\text{interno}} < 35\,000$$

en donde debe evaluarse el número de Reynolds del vapor en las condiciones de admisión del tubo, mediante el diámetro interior de éste como la longitud característica. Por último, el coeficiente de transferencia de calor para la *condensación por gotas* de vapor de agua sobre superficies de cobre se expresa por

$$h_{\text{por gotas}} = \begin{cases} 51\,104 + 2\,044T_{\text{sat}}, & 22°\text{C} < T_{\text{sat}} < 100°\text{C} \\ 255\,310 & T_{\text{sat}} > 100°\text{C} \end{cases}$$

en donde T_{sat} se da en °C y el coeficiente de transferencia de calor, $h_{\text{por gotas}}$, se obtiene en W/m^2 · °C.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. N. Arai, T. Fukushima, A. Arai, T. Nakajima, K. Fujie y Y. Nakayama. "Heat Transfer Tubes Enhancing Boiling and Condensation in Heat Exchangers of a Refrigeration Machine", *ASHRAE Journal* 83 (1977), p. 58.
2. P. J. Berensen. "Film Boiling Heat Transfer for a Horizontal Surface", *Journal of Heat Transfer* 83 (1961), pp. 351-358.
3. ——. "Experiments in Pool Boiling Heat Transfer", *International Journal of Heat Mass Transfer* 5 (1962), pp. 985-999.
4. L. A. Bromley. "Heat Transfer in Stable Film Boiling", *Chemical Engineering Prog.* 46 (1950), pp. 221-227.
5. J. C. Chato. "Laminar Condensation inside Horizontal and Inclined Tubes", *ASHRAE Journal* 4 (1962), p. 52.
6. S. W. Chi. *Heat Theory and Practice*, Washington, D. C.: Hemisphere, 1976.
7. M. T. Cichelli y C. F. Bonilla. "Heat Transfer to Liquids Boiling under Pressure", *Transactions of AIChE* 41 (1945), pp. 755-787.
8. R. A. Colclaser, D. A. Neaman y C. F. Hawkins. *Electronic Circuit Analiysis*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1984.
9. P. Griffith. "Dropwise Condensation", en *Heat Exchanger Design Handbook*, E. U. Schlunder (ed.), vol. 2, cap. 2.6.5., Nueva York: Hemisphere, 1983.
10. H. Hampson y N. Özişik. "An Investigation into the Condensation of Steam", en *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers*, Londres 1B (1952), pp. 282-294.
11. J. J. Jasper. "The Surface Tension of Pure Liquid Compounds", *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 1, núm. 4 (1972), pp. 841-1009.
12. S. S. Kutateladze. *Fundamentals of Heat Transfer*, Nueva York: Academic Press, 1963.
13. ——. "On the Transition to Film Boiling under Natural Convection", *Kotloturbostroenie* 3 (1948), p. 48.
14. D. A. Labuntsov. "Heat Transfer in Film Condensation of Pure Steam on Vertical Surfaces and Horizontal Tubes", *Teploenergetika* 4 (1957), pp. 72-80.
15. J. H. Lienhard y V. K. Dhir. "Extended Hydrodynamic Theory of the Peak and Minimum Pool Boiling Heat Fluxes", NASA Report, NASA-CR-2270, julio de 1973.
16. ——. "Hydrodynamic Prediction of Peak Pool Boiling Heat Fluxes from Finite Bodies", *Journal of Heat Transfer* 95 (1973), pp. 152-158.
17. W. H. McAdams. *Heat Transmission*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
18. W. M. Rohsenow. "A Method of Correlating Heat Transfer Data for Surface Boiling of Liquids", *ASME Transactions* 74 (1952), pp. 969-975.
19. ——. "Film Condensation", en *Handbook of Heat Transfer*, W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett (eds.), cap. 12A, Nueva York: McGraw-Hill, 1973.
20. I. G. Shekriladze, I. G. Gomelauri y V. I Gomelauri. "Theoretical Study of Laminar Film Condensation of Flowing Vapor", *International Journal of Heat Mass Transfer* 9 (1966), pp. 591-592.
21. N. V. Suryanarayana, *Engineering Heat Transfer*, St. Paul, MN: West Publishing, 1995.
22. J. W. Westwater y J. G. Santangelo, *Industrial Engineering Chemistry* 47 (1995), p. 1605.
23. N. Zuber. "On the Stability of Boiling Heat Transfer", *ASME Transactions* 80 (1958), pp. 711-720.

PROBLEMAS*

Transferencia de calor en la ebullición

10-1C ¿Qué es ebullición? ¿Qué mecanismos son responsables de los muy elevados coeficientes de transferencia de calor en la ebullición nucleada?

10-2C Nombre los diferentes regímenes de ebullición en el orden en que ocurren dentro de un tubo vertical durante la ebullición de flujo.

10-3C ¿Cuál es la diferencia entre evaporación y ebullición?

10-4C ¿Cuál es la diferencia entre ebullición en estanque y ebullición en flujo?

10-5C Dibuje la curva de ebullición e identifique los diferentes regímenes de esta última. Asimismo, explique las características de cada régimen.

10-6C ¿En qué difiere la ebullición en película de la nucleada? ¿El flujo de calor en la ebullición es necesariamente más alto en el régimen de ebullición estable en película de lo que lo es en el régimen de ebullición nucleada?

10-7C Dibuje la curva de ebullición e identifique el punto de fusión sobre la curva. Explique cómo se causa la extinción. ¿Por qué se evita el punto de fusión en el diseño de las calderas?

10-8C Discuta algunos métodos para mejorar de manera permanente la transferencia de calor en la ebullición en estanque.

10-9 ¿La cantidad de calor absorbida cuando 1 kg de agua líquida saturada hierve a 100°C debe ser igual a la cantidad de calor liberada cuando 1 kg de vapor saturado de agua se condensa a 100°C?

10-10 Una barra cilíndrica de 2 mm de diámetro con una emisividad de 0.5 se sumerge en posición horizontal en agua bajo presión atmosférica. Cuando se hace pasar corriente eléctrica por la barra metálica, la temperatura superficial alcanza 500°C. Determine la disipación de energía por unidad de longitud de la barra metálica. *Respuesta:* 769 W/m

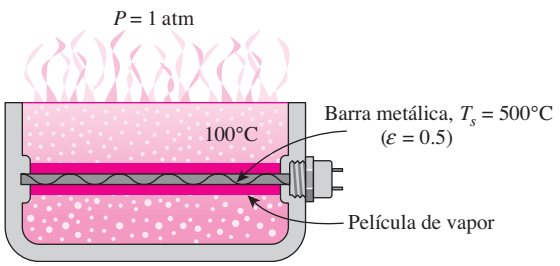


FIGURA P10-10

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de EES-CD, , se resuelven mediante el EES y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende resolver con una computadora, de preferencia mediante el software EES que acompaña a este texto.

10-11 Una barra recubierta de platino con un diámetro de 10 mm se sumerge en posición horizontal en agua a presión atmosférica. Si la superficie de la barra se mantiene a 10ºC por encima de la temperatura de saturación, determine la razón de transferencia de calor por ebullición nucleada en estanque por unidad de longitud y la razón de evaporación por unidad de longitud (en kg/s · m).

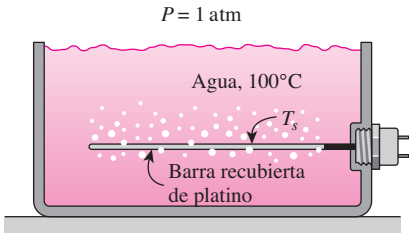


FIGURA P10-11

10-12 Se hierve agua a 120°C en una olla de presión de acero inoxidable mecánicamente pulido, colocada sobre la parte superior de una unidad de calentamiento. La superficie interior del fondo de la olla se mantiene a 130°C. Determine el flujo de calor sobre la superficie.

Respuesta: 228.4 kW/m^2

10-13 Se hierve agua a 90°C por medio de un elemento de calentamiento, de 8 mm de diámetro, fabricado de latón y que se encuentra en posición horizontal. Determine el flujo máximo de calor que se puede alcanzar en el régimen de ebullición nucleada.

10-14 Se va a usar un elemento de calentamiento de latón, de 65 cm de largo y 2 cm de diámetro para hervir agua a 120°C. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento no debe ser mayor de 125°C, determine la razón más alta de producción de vapor de agua en la caldera, en kg/h.

Respuesta: 19.4 kg/h

10-15 Se va a hervir agua a la presión atmosférica en una cacerola de acero pulido mecánicamente colocada sobre la parte superior de una unidad de calentamiento. La superficie interior del fondo de la caldera se mantiene a 110°C. Si el diámetro de ese fondo es de 30 cm, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua y *b*) la razón de la evaporación.

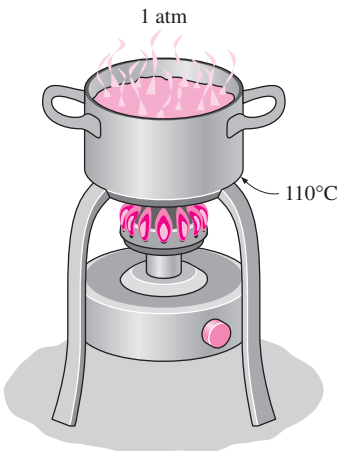


FIGURA P10-15

10-16 Se va a hervir agua a la presión atmosférica sobre un calentador de acero de 2 cm de diámetro pulido mecánicamente. Determine el flujo máximo de calor alcanzado en el régimen de ebullición nucleada y la temperatura superficial del calentador en ese caso.

10-17 Vuelva a considerar el problema 10-16. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la presión atmosférica local sobre el flujo máximo de calor y sobre la diferencia de temperatura $T_s - T_{sat}$. Suponga que la presión atmosférica varía de 70 kPa hasta 101.3 kPa. Trace las gráficas del flujo máximo de calor y de la diferencia de temperatura en función de la presión atmosférica, y discuta los resultados.

10-18I Se va a hervir agua a la presión atmosférica por medio de un elemento calentador horizontal de cobre pulido que tiene un diámetro $D = 0.5$ in y una emisividad $\varepsilon = 0.2$, y que está sumergido en esa agua. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento es de 788°F, determine la razón de la transferencia de calor hacia el agua por unidad de longitud de ese elemento. *Respuesta:* 2 509 Btu/h

10-19I Repita el problema 10-18I para una temperatura del elemento de calentamiento de 988°F.

10-20 Agua hierve a presión atmosférica por la acción de una barra recubierta de platino de 10 mm de diámetro. Si la temperatura superficial de la barra se mantiene en 110ºC, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición nucleada en estanque.

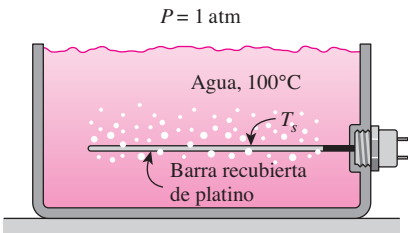


FIGURA P10-20

10-21 Un cable eléctrico de 1 mm de diámetro sumergido en agua a presión atmosférica está disipando 4 100 W/m de calor y la temperatura superficial alcanza 128°C. Si la constante experimental que depende del fluido es $n = 1$, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición nucleada en estanque y el valor de la constante experimental C_{sf}.

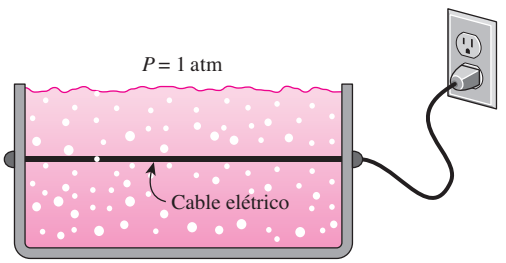


FIGURA P10-21

10-22 Se hierve agua al nivel del mar en una cafetera equipada con un elemento de calentamiento del tipo de inmersión, de 30 cm de largo y 0.4 cm de diámetro, hecho de acero inoxidable pulido mecánicamente. Al principio la cafetera contiene 1 L de agua a 14°C. Una vez que se inicia la ebullición, se observa que la mitad del agua que está en la cafetera se evapora en 32 min. Determine la potencia nominal del elemento eléctrico de calentamiento sumergido en el agua y la temperatura superficial del mismo. Asimismo, determine cuánto tiempo tardará este calentador en elevar la temperatura de 1 L de agua fría, de 14°C hasta la temperatura de ebullición.

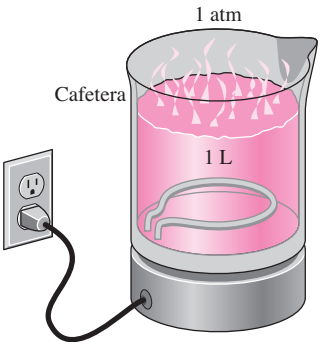


FIGURA P10-22

10-23 Repita el problema 10-22 para un elemento de calentamiento de cobre.

10-24 Agua hierve a 90°C por la acción de un elemento calefactor de latón en posición horizontal de 7 mm de diámetro. Determine la temperatura superficial del calentador para el caso de flujo de calor mínimo.

10-25 Con el fin de comprender el fenómeno de extinción se conducen experimentos sobre la ebullición en agua a la presión atmosférica, usando un alambre horizontal niquelado de 30 cm de largo y 4 mm de diámetro, calentado eléctricamente. Determine *a*) el flujo crítico de calor, y *b*) el incremento en la temperatura del alambre a medida que el punto de operación salta de la ebullición nucleada al régimen de ebullición en película en el flujo crítico de calor. Tome la emisividad del alambre como 0.3.

10-26 Vuelva a considerar el problema 10-25. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la presión atmosférica local y de la emisividad del alambre sobre el flujo crítico de calor y sobre la elevación de temperatura del alambre. Suponga que la presión atmosférica varía de 70 kPa hasta 101.3 kPa y la emisividad de 0.1 hasta 1.0. Trace las gráficas del flujo crítico de calor y de la elevación de temperatura como funciones de la presión atmosférica y de la emisividad, discuta los resultados.

10-27 Se hierve agua a la presión de 1 atm en una cacerola de 20 cm de diámetro interno de acero inoxidable recubierto con teflón picado sobre una estufa eléctrica. Si se observa que el nivel del agua en la cacerola baja 10 cm en 15 min, determine la temperatura de la superficie interior de esa cacerola.
Respuesta: 105.3°C

10-28 Repita el problema 10-27 para una cacerola de cobre pulido.

10-29 Se usa un alambre de resistencia eléctrica de 50 cm de largo y 2 mm de diámetro, sumergido en agua, para determinar en forma experimental el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición en agua a 1 atm. Se mide que la temperatura del alambre es de 130°C cuando un wattímetro indica que la potencia eléctrica consumida es de 3.8 kW. Aplicando la ley de

Newton del enfriamiento determine el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición.

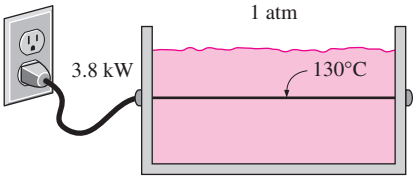


FIGURA P10-29

10-30 Se hierve agua a 120°C en una olla de presión de acero inoxidable mecánicamente pulido, colocada sobre la parte superior de una unidad de calentamiento. Si la superficie interior del fondo de la olla se mantiene a 128°C, determine el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición.

Respuesta: 14.6 kW/m^2 · °C

10-31 Se hierve agua a 100°C por medio de un elemento esférico de calentamiento fabricado de platino, de 20 mm de diámetro y con una emisividad de 0.75, sumergido en el agua. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento es de 700°C, determine la razón de la transferencia de calor desde el elemento de calentamiento hacia el agua.

10-32I Se hierve agua a 250°F por medio de un elemento eléctrico niquelado de calentamiento, de 2 ft de longitud y 0.25 in de diámetro, que se mantiene a 280°F. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición, *b*) la potencia eléctrica consumida por el elemento de calentamiento, y *c*) la velocidad de evaporación del agua.

10-33I Repita el problema 10-32I para un elemento de calentamiento recubierto de platino.

10-34I Vuelva a considerar el problema 10-32I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura superficial del elemento de calentamiento sobre el coeficiente de transferencia de calor en la ebullición, sobre la potencia eléctrica y sobre la rapidez de evaporación del agua. Suponga que la temperatura superficial varía de 260°F hasta 300°F. Trace las gráficas del coeficiente de transferencia de calor en la ebullición, el consumo de potencia eléctrica y la rapidez de evaporación del agua en función de la temperatura superficial y discuta los resultados.

10-35 Entra agua fría, a 15°C, a un generador de vapor y sale como vapor saturado a 200°C. Determine la fracción de calor usada para precalentar el agua líquida desde 15°C hasta la temperatura de saturación de 200°C en el generador de vapor.

Respuesta: 28.7%

10-36 Entra agua fría, a 40°C, a un generador de vapor y sale como vapor saturado a la presión de la caldera. ¿A qué presión la cantidad de calor necesaria para precalentar el agua hasta la temperatura de saturación será igual al calor necesario para vaporizar el líquido a la presión de la caldera?

10-37 Vuelva a considerar el problema 10-36. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante) trace la gráfica de la presión de la caldera en función de la temperatura del agua fría, cuando la temperatura varía de 0°C hasta 30°C y discuta los resultados.

10-38 En una caldera en la que se quema gas se hierve a agua a 150°C por medio de los gases calientes que fluyen por tubos de acero inoxidable pulido mecánicamente, de 25 m de largo y 5 cm de diámetro exterior que se encuentran sumergidos en el agua. Si la temperatura de la superficie exterior de los tubos es de 160°C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor de los gases calientes al agua, *b*) la velocidad de la evaporación, *c*) la relación del flujo crítico de calor al flujo actual de calor, y *d*) la temperatura superficial del tubo al cual se presenta el flujo crítico de calor.

Respuestas: a) 1 610 kW, *b*) 0.762 kg/s, *c*) 4.52, *d*) 166.5°C

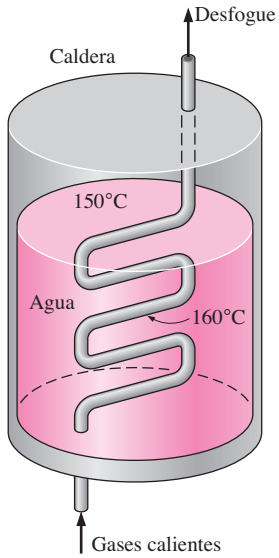


FIGURA P10-38

10-39 Repita el problema 10-38 para una temperatura de ebullición de 155°C.

10-40 Un alambre de níquel de 1 mm de diámetro con una resistencia eléctrica de 0.129 Ω/m se sumerge en posición horizontal en agua a presión atmosférica. Determine la corriente eléctrica a la cual el alambre estaría en peligro de extinción en la ebullición nucleada. *Respuesta:* 192 A

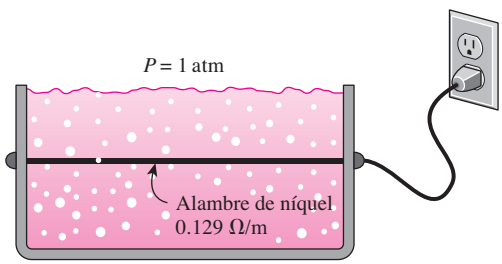


FIGURA P10-40

10-41 Una barra de acero cilíndrica de 20 mm de diámetro y longitud de 200 mm tiene una emisividad de 0.9. La barra de acero se retiró de un horno tras alcanzar una temperatura uniforme de 500°C y de pronto se sumergió en posición horizontal en un recipiente con agua a presión atmosférica. Estime la razón inicial de transferencia de calor de la barra de acero sumergida.

10-42 Agua hierve a 100ºC por la acción de un elemento calefactor esférico de platino con un diámetro de 15 cm y una emisividad de 0.10 inmerso en agua. Si la temperatura superficial del elemento calefactor es de 350°C, determine la razón de transferencia de calor del elemento calefactor al agua.

Transferencia de calor en la condensación

10-43C ¿Qué es la condensación? ¿Cómo ocurre?

10-44C ¿Cuál es la diferencia entre condensación en película y por gotas? ¿Cuál es el mecanismo más eficaz de transferencia de calor?

10-45C ¿De qué manera la presencia de un gas no condensable en un vapor influye sobre el coeficiente de transferencia de calor?

10-46C ¿Qué es el calor latente modificado de vaporización? ¿Para qué se usa? ¿Cuál es su diferencia con respecto al calor latente común de vaporización?

10-47C Considere la condensación en película sobre una placa vertical. ¿El flujo de calor será más alto en la parte superior o en la inferior de la placa? ¿Por qué?

10-48C Considere la condensación en película sobre las superficies exteriores de cuatro tubos largos. ¿Para cuál orientación de los tubos el coeficiente de transferencia de calor en la condensación será más alto: *a*) la vertical, *b*) la horizontal uno al lado del otro, *c*) la horizontal pero en hilera vertical (directamente uno arriba del otro) o *d*) una pila horizontal de dos tubos de alto y dos tubos de ancho?

10-49C En el flujo del condensado, ¿cómo se define el perímetro mojado? ¿De qué manera difieren el perímetro mojado y el perímetro común?

10-50 Una placa cuadrada vertical de 0.5 m × 0.5 m se utiliza en proceso para condensar vapor saturado de agua. Si la razón de condensación deseada es de 0.016 kg/s, determine la temperatura superficial necesaria de la placa a presión atmosférica. Para este problema, como primera aproximación, asuma una temperatura en película de 90°C para la evaluación de las propiedades del líquido.

10-51 Una placa cuadrada vertical de 0.2 m × 0.2 m se expone a vapor saturado de agua a presión atmosférica. Si la temperatura superficial es de 80°C y el flujo es laminar, estime los coeficientes locales de transferencia de calor en la parte media e inferior de la placa.

Respuestas: 7 130 W/m² · K, 5 990 W/m² · K

10-52 El número de Reynolds para el flujo de condensado se define como $\mathrm{Re} = 4\dot{m}/p\mu_l$, en donde p es el perímetro mojado. Obtenga relaciones simplificadas para el número de Reynolds, expresando p y $\dot{m}$ por su equivalencia para las configuraciones geométricas siguientes: *a*) una placa vertical de altura L y ancho w, *b*) una placa inclinada de altura L y ancho W inclinada formando un ángulo u con respecto a la vertical, *c*) un cilindro vertical de longitud L y diámetro D, *d*) un cilindro horizontal de longitud L y diámetro D y *e*) una esfera de diámetro D.

10-53 Vapor saturado de agua a 30°C se condensa sobre el exterior de un tubo vertical de 4 cm de diámetro exterior y 2 m de largo. La temperatura del tubo se mantiene a 20°C mediante el agua de enfriamiento. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor del vapor al agua de enfriamiento, *b*) la razón de la condensación del vapor y *c*) el espesor aproximado de la película de líquido en la parte inferior del tubo.

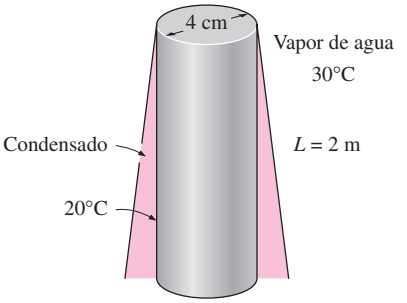


FIGURA P10-53

10-54 Vapor saturado de agua se condensa a 1 atm sobre una placa vertical de 2 m de alto y 10 m de ancho que se mantiene a 90°C mediante la circulación de agua de enfriamiento por el otro lado. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor por la condensación hacia la placa y *b*) la razón a la cual el condensado gotea de la placa por la parte de abajo.

Respuestas: a) 1 352 kW, *b*) 0.591 kg/s

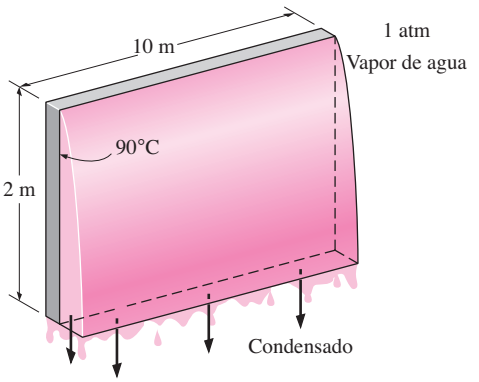


FIGURA P10-54

10-55 Repita el problema 10-54 para el caso de la placa inclinada 60° con respecto a la vertical.

10-56 Considere la condensación en película sobre las superficies exteriores de N tubos horizontales dispuestos en una hilera vertical. ¿Para cuál valor de N el coeficiente promedio de transferencia de calor para la pila completa de tubos será igual a la mitad del que es para un solo tubo horizontal?

10-57 Un intercambiador de calor grande tiene varias columnas de tubos, con 33 tubos en cada una de ellas. El diámetro exterior de los tubos es de 1.5 cm. Vapor saturado de agua a 50°C se condensa sobre las superficies exteriores de los tubos, las cuales se mantienen a 20°C. Determine *a*) el coeficiente promedio de transferencia de calor y *b*) la razón de la condensación del vapor por metro de longitud de una columna.

10-58 Vapor saturado de agua a 55°C se condensa a razón de 10 kg/h sobre el exterior de un tubo vertical de 3 cm de diámetro exterior cuya superficie se mantiene a 45°C por el agua de enfriamiento. Determine la longitud requerida del tubo.

10-59 Repita el problema 10-58 para un tubo horizontal.

Respuesta: 0.70 m

10-60 Vapor saturado de agua a 100°C se condensa sobre una placa de 2 m × 2 m que está inclinada 30° con respecto a la vertical. La placa se mantiene a 80°C enfriándola desde el otro lado. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio sobre la placa completa, y *b*) la razón a la cual el condensado gotea de la placa por la parte de abajo.

10-61 Vuelva a considerar el problema 10-60. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura de la placa y del ángulo que forma ésta con respecto a la vertical sobre el coeficiente de transferencia de calor promedio y sobre la razón a la cual el condensado gotea. Suponga que la temperatura de la placa varía de 40°C hasta 90°C y el ángulo que forma de 0° hasta 60°. Trace las gráficas del coeficiente de transferencia de calor promedio y de la razón a la cual el condensado gotea como funciones de la temperatura de la placa y del ángulo de inclinación, y discuta los resultados.

10-62 Vapor saturado de amoniaco, a 10°C, se condensa sobre el exterior de un tubo horizontal de 4 cm de diámetro exterior y 15 m de largo, cuya superficie exterior se mantiene a –10°C. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor desde el amoniaco y *b*) la razón de condensación de éste.

10-63 Vapor saturado de agua a presión atmosférica se condensa en la superficie externa de un tubo vertical de 0.1m de diámetro. El tubo mide 1 m de largo y tiene una temperatura superficial uniforme de 80°C. Determine la razón de condensación y la razón de transferencia de calor por condensación. Discuta si el tubo puede tratarse como una placa vertical.

10-64 El condensador de una planta generadora que funciona con vapor opera a una presión de 4.25 kPa. Este condensador consta de 144 tubos horizontales dispuestos en un arreglo cuadrado de 12 × 12. Los tubos tienen 8 m de largo y un diámetro exterior de 3 cm. Si las superficies de los tubos están a 20°C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor del vapor de agua al agua de enfriamiento y *b*) la razón de la condensación de ese vapor en el condensador.

Respuestas: a) 5 060 kW, *b*) 2.06 kg/s

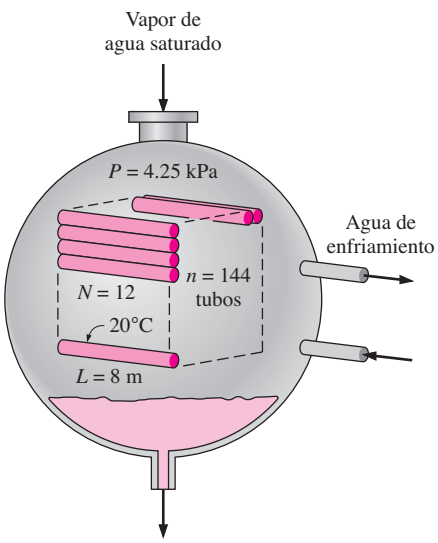


FIGURA P10-64

10-65 Vuelva a considerar el problema 10-64. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la presión del condensador sobre las razones de la transferencia de calor y de la condensación del vapor. Suponga que la presión en el condensador varía de 3 kPa hasta 15 kPa. Trace las gráficas de las razones de transferencia de calor y de condensación del vapor en función de la presión en el condensador, y discuta los resultados.

10-66I Vapor saturado de agua a 95°F se condensa sobre las superficies exteriores de un arreglo de tubos horizontales por los cuales circula agua de enfriamiento. El diámetro exterior de los tubos es de 0.8 in y las superficies exteriores de los mismos se mantienen a 65°F. Determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua de enfriamiento que circula en los tubos y *b*) la razón de la condensación del vapor por unidad de longitud de un solo tubo horizontal.

10-67I Repita el problema 10-66I para el caso de 32 tubos horizontales dispuestos en un arreglo rectangular de 4 tubos de alto y 8 tubos de ancho.

10-68 Se va a condensar vapor saturado de refrigerante R-134a a 30°C en un tubo horizontal de 5 m de largo y 0.6 cm de diámetro que se mantiene a una temperatura de 20°C. Si el refrigerante entra en el tubo a razón de 2.5 kg/min, determine la fracción de dicho refrigerante que se habrá condensado al final del tubo.

10-69 Repita el problema 10-68 para una longitud de tubo de 10 m. *Respuesta:* 12.9%

10-70 Vuelva a considerar el problema 10-68. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la fracción del refrigerante condensado al final del tubo en función de la temperatura del vapor saturado de R-134a, cuando esta temperatura varía de 25°C hasta 50°C, y discuta los resultados.

10-71 En un condensador horizontal, se usa un arreglo de 4 × 4 tubos que tienen un diámetro exterior de 5.0 cm y una longitud de 2.0 m. Vapor saturado de agua a 101.3 kPa se condensa sobre la superficie exterior de los tubos, que se mantiene a una temperatura de 80°C. Calcule la razón de condensación del vapor de agua en el estado estacionario, en kg/h.

10-72 Se hace pasar vapor saturado de amoniaco, a 30°C, sobre 30 placas planas verticales, cada una de las cuales tiene 10 cm de alto y 25 cm de ancho. La temperatura superficial promedio de las placas es de 10°C. Estime el coeficiente promedio de transferencia de calor y la razón de condensación del amoniaco.

10-73 Vapor saturado de agua a una presión de 12.4 kPa se condensa sobre 100 tubos horizontales en un arreglo rectangular de 5 tubos a lo alto y 20 tubos a lo ancho, cada uno con un diámetro de 8 mm. Si las superficies de los tubos se mantienen a una temperatura uniforme de 30°C, determine la razón de condensación por unidad de longitud (en kg/s · m) de los tubos.

10-74 Vapor saturado de agua a una presión de 12.4 kPa se condensa sobre un arreglo de 100 tubos horizontales, cada uno con un diámetro de 8 mm y una longitud de 1 m. Las superficies de los tubos se mantienen a la temperatura uniforme de 30°C. Determine las razones de condensación de los tubos para *a*) un arreglo rectangular de 5 tubos a lo largo y 20 tubos a lo ancho y

b) un arreglo cuadrado de 10 tubos a lo largo y 10 tubos a lo ancho. Compare y discuta los resultados de *a*) y *b*).

Respuestas: a) 0.155 kg/s, *b*) 0.130 kg/s.

Tema especial: Tubos de calor

10-75 Considere un flujo bifásico no hirviente de gas-líquido en un tubo, donde la relación de la razón de flujo de masa es $\dot{m}_l/\dot{m}_g = 300$. Determine la calidad del flujo (x) de este flujo bifásico no hirviente. *Respuesta:* 0.00332

10-76 Considere un flujo bifásico gas-líquido no hirviente en un tubo de 102 mm de diámetro, donde la velocidad superficial del gas es una tercera parte de la del líquido. Si las densidades del gas y el líquido son $\rho_g = 8.5$ kg/m^3 y $\rho_l = 855$ kg/m^3, respectivamente, determine la calidad del flujo y las razones del flujo de masa del gas y el líquido cuando la velocidad superficial del gas es 0.8 m/s.

10-77 Un flujo bifásico no hirviente de aire y aceite de motor en un tubo de 25 mm de diámetro tiene una temperatura media de masa de 140°C. Si la calidad del flujo es 2.1×10^{-3} y la razón de flujo de masa del aceite de motor es 0.9 kg/s, determine la razón del flujo de masa del aire y las velocidades superficiales del aire y el aceite de moto.

10-78 Considere una mezcla de flujo de aire-agua en un tubo. De pronto el flujo de aire se detiene, de manera que sólo hay agua fluyendo en el tubo. Comenzando con la correlación de transferencia de calor en flujo bifásico no hirviente, desarrolle la expresión adecuada para esta situación.

10-79 Un tapón de aire y agua fluye por un tubo horizontal de 25.4 mm de diámetro en una condición de microgravedad (menos de 1% de la gravedad normal de la Tierra). La fase líquida consiste en agua con una viscosidad dinámica de $\mu_l = 85.5 \times 10^{-5}$ kg/m · s, una densidad de $\rho_l = 997$ kg/m^3, conductividad térmica de $k_l = 0.613$ W/m · K y número de Prandtl de $\mathrm{Pr}_l = 5.0$. La fase gaseosa consiste en aire con una viscosidad dinámica de $\mu_g = 18.5 \times 10^{-6}$ kg/m · s, densidad de $\rho_g = 1.16$ kg/m^3 y número de Prandtl de $\mathrm{Pr}_g = 0.71$. A la velocidad de gas superficial de $V_{sg} = 0.3$ m/s la velocidad superficial del líquido $V_{sl} = 0.544$ m/s y fracción nula de $\alpha = 0.27$, estime el coeficiente de transferencia en flujo bifásico h_{tp}. Asuma que la viscosidad dinámica del agua evaluada a la temperatura superficial del tubo es 73.9×10^{-5} kg/m · s. *Respuesta:* 2 810 W/m^2·K

10-80 Una mezcla de aire y agua fluye en un tubo inclinado a 5°C que tiene un diámetro de 25.4 mm. La mezcla bifásica ingresa al tubo a 25°C y sale a 65°C, mientras que la temperatura superficial del tubo se mantiene a 80°C. Si las velocidades superficiales del gas y líquido son 1 m/s y 2 m/s, respectivamente, determine el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico h_{tp}. Asuma que la tensión superficial es $\sigma = 0.068$ N/m y la fracción nula es $\alpha = 0.33$.

10-81 Una mezcla entre petróleo y gas natural se transporta en una tubería con un diámetro de 102 mm. La tubería se ubica en un terreno que ocasiona que tenga un ángulo de inclinación promedio de $\theta = 10°$. La fase líquida consiste en petróleo con una viscosidad dinámica de $\mu_l = 297.5 \times 10^{-4}$ kg/m · s, densidad de $\rho_l = 853$ kg/m^3, conductividad térmica de $k_l = 0.163$ W/m · K, tensión superficial de $\sigma = 0.020$ N/m y número de Prandtl de $\mathrm{Pr}_l = 405$. La fase gaseosa consiste en gas natural con viscosidad dinámica de $\mu_g = 9.225 \times 10^{-6}$ kg/m · s, densidad de $\rho_g = 9.0$ kg/m^3 y número de Prandtl de $\mathrm{Pr}_g = 0.80$. El líquido fluye a una razón de flujo de 16 kg/s, mientras el gas fluye a 0.055 kg/s. Si la fracción nula es $\alpha = 0.22$, determine el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico h_{tp}. Asuma la viscosidad dinámica del petróleo líquido evaluada a la temperatura superficial del tubo como de 238×10^{-4} kg/m · s.

10-82 Una mezcla de agua y aire fluye en un tubo con un diámetro de 25.4 mm. La mezcla bifásica ingresa al tubo a 15°C y sale a 75°C, mientras que la temperatura superficial del tubo se mantiene a 80°C. Si las velocidades superficiales del gas y el líquido son 1 m/s y 2 m/s, respectivamente, determine el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico h_{tp} para *a*) el tubo horizontal ($\theta = 0°$) y *b*) el tubo vertical ($\theta = 90°$) y compare los resultados. Asuma que la tensión superficial es $\sigma = 0.068$ N/m y la fracción nula es $\alpha = 0.33$

Respuestas: a) 10.3 kW/m^2 · K, *b*) 15.3 kW/m^2 · K

Problemas de repaso

10-83 Durante un proceso de tratamiento de calor, una barra de acero cilíndrica de 20 mm de diámetro y una longitud de 200 mm fue retirada de un horno cuando alcanzó una temperatura uniforme de 500°C y de pronto fue sumergida en posición horizontal en un recipiente de agua a presión atmosférica. Si la barra de acero tiene una emisividad de 0.9, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición y el coeficiente de transferencia de calor total cuando se sumergió al inicio en el recipiente de agua. *Respuestas:* 162 W/m^2 · K, 194 W/m^2 · K

10-84 Por una barra metálica cilíndrica de 2 mm de diámetro y 0.5 de emisividad se hace pasar una corriente eléctrica. La barra se sumerge en posición horizontal en el agua a presión atmosférica y su temperatura superficial alcanza los 500°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición y el coeficiente de transferencia de calor total.

Respuestas: 288 W/m^2 · K, 306 W/m^2 · K

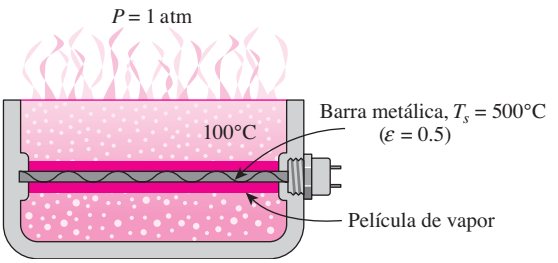


FIGURA P10-84

10-85 Vapor de amoniaco saturado a una presión de 1 003 kPa se condensa a medida que pasa por un tubo de 25 mm. La longitud del tubo es de 0.5 m y la temperatura del muro se mantiene uniforme a 5°C. Si el vapor sale del tubo a una velocidad de flujo de 0.002 kg/s, determine la velocidad de flujo del vapor en la entrada.

10-86 Vapor saturado de amoniaco a 25°C se condensa sobre la superficie exterior de un tubo vertical de 2 m de longitud y 3.2 de diámetro externo a 15°C. Determine *a*) el coeficiente promedio de transferencia de calor, *b*) la razón de transferencia de calor y *c*) la razón de condensación del amoniaco.

10-87 Se hierve agua a 120°C en una olla de presión de acero inoxidable mecánicamente pulido, colocada sobre la parte superior de una unidad de calentamiento. La superficie interior del

fondo de la olla se mantiene a 130°C. La olla, que tiene un diámetro de 20 cm y una altura de 30 cm, está llena de agua hasta la mitad. Determine el tiempo que tardará el tanque en quedar vacío.

Respuesta: 22.8 min

10-88 Vapor saturado de amoniaco, a 25°C, se condensa sobre la superficie exterior de 16 tubos de pared delgada, de 2.5 cm de diámetro, dispuestos horizontalmente en un arreglo cuadrado de 4 × 4. A los tubos entra agua de enfriamiento a 14°C, con una velocidad promedio de 2 m/s, y sale a 17°C. Calcule *a*) la razón de condensación del NH_3, *b*) el coeficiente total de transferencia de calor y *c*) la longitud de los tubos.

10-89 Vapor de agua a 40°C se condensa sobre el exterior de un tubo horizontal delgado de cobre con diámetro de 3 cm, mediante agua de enfriamiento que entra en el tubo a 10°C, a una velocidad promedio de 2 m/s, y sale a 30°C. Determine la razón de la condensación del vapor, el coeficiente de transferencia de calor total promedio entre el vapor y el agua de enfriamiento, y la longitud del tubo.

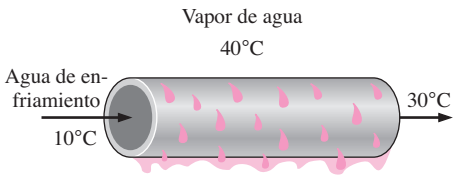


FIGURA P10-89

10-90 Se hierve agua a 100°C por medio de un elemento esférico de calentamiento fabricado de platino, de 8 cm de diámetro y con una emisividad de 0.10, sumergido en el agua. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento es de 350°C, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección en la ebullición.

10-91 Se va a condensar vapor saturado de isobutano en una planta generadora geotérmica binaria, en el exterior de un arreglo de ocho tubos horizontales. Determine la razón entre las razones de condensación para los casos en que los tubos se encuentran dispuestos en una hilera horizontal y en una hilera vertical de tubos horizontales.

10-92I El condensador de una planta generadora que funciona con vapor opera a una presión de 0.95 psia. Este condensador consta de 100 tubos horizontales dispuestos en un arreglo cuadrado de 10 × 10. Los tubos tienen 15 ft de largo y un diámetro exterior de 1.2 in. Si las superficies de los tubos se mantienen a 80°F, determine *a*) la razón de la transferencia de calor del vapor de agua al agua de enfriamiento y *b*) la razón de la condensación de ese vapor en el condensador.

10-93I Repita el problema 10-92I para un diámetro de tubo de 2 in.

10-94 Se hierve agua a 100°C por medio de un alambre horizontal de resistencia, de 80 cm de largo y 2 mm de diámetro, hecho de acero inoxidable corroído químicamente. Determine *a*) las razones de la transferencia de calor hacia el agua y de la evaporación de ésta, si la temperatura del alambre es de 115°C, y *b*) la razón máxima de la evaporación en el régimen de ebullición nucleada.

Respuestas: a) 2 387 W, 3.81 kg/h, *b*) 1 280 kW/m²

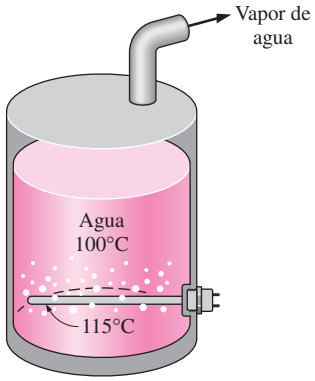


FIGURA P10-94

10-95I Vapor saturado de agua a 100°F se condensa sobre una placa vertical de 4 ft de alto que se mantiene a 80°F. Determine las razones de la transferencia de calor del vapor hacia la placa y de la condensación por pie de ancho de esa placa.

10-96 Se va a condensar vapor saturado de refrigerante R-134a a 35°C sobre la superficie exterior de un tubo horizontal de 8 m de largo y 1.2 cm de diámetro que se mantiene a una temperatura de 25°C. Determine la razón a la cual se condensará dicho refrigerante, en kg/min.

10-97 Repita el problema 10-96 para un diámetro de tubo de 3 cm.

10-98 Vapor saturado de agua a 270.1 kPa se condensa dentro de un tubo horizontal de 10 m de largo y 2.5 cm de diámetro interno cuya superficie se mantiene a 110°C. Si se supone una velocidad baja del vapor determine el coeficiente de transferencia de calor promedio y la razón de la condensación de ese vapor dentro del tubo.

Respuestas: 3 345 W/m² · °C, 0.0242 kg/s

10-99 Una barra de calentamiento eléctrico, de 1.0 cm de diámetro y 25.0 cm de longitud, tiene una capacidad nominal de 1.5 kW. Ésta se encuentra sumergida en posición horizontal en un recipiente lleno con agua a 101.3 kPa. El coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie del calentador se puede expresar, en W/m² · K, como $h = 5.56(T_s - T_{sat})^3$, donde T_s es la temperatura de la superficie del calentador y T_{sat} es la temperatura de ebullición. Calcule la temperatura de la superficie del calentador y la razón de generación del vapor, después de que el agua empieza a hervir.

10-100 Se va a generar vapor a presión atmosférica en la parte de la envoltura de un intercambiador horizontal de calor. Hay 100 tubos, cada uno con un diámetro externo de 5.0 cm y 2.0 m de longitud. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie del tubo se puede expresar como $h = 5.56\ (T_s - T_{sat})^3$ en W/m² · K, donde T_s es la temperatura superficial del tubo y T_{sat} es la temperatura de ebullición. Estime la temperatura superficial del tubo para producir 50 kg/min de vapor.

10-101 Una esfera de plata tiene un diámetro de 1.2 cm, una temperatura de 25°C y está suspendida en una habitación repleta de vapor saturado a 100°C. Mediante el análisis del sistema concentrado, determine cuánto tiempo necesitará la esfera para elevar su temperatura a 50°C. También determine la cantidad de calor que se condensa durante este

proceso y verifique que el análisis del sistema concentrado sea aplicable.

10-102 Repita el problema 10-101 para una esfera de cobre de 3 cm de diámetro.

10-103 En la figura P10-103 se muestra la disposición de los tubos para un condensador horizontal que se usa para licuar 900 kg/h de vapor saturado de amoniaco a 37°C. Los 14 tubos son de cobre y cada uno tiene un diámetro interior $D_i = 3.0$ cm y un diámetro exterior $D_o = 3.8$ cm. Un refrigerante fluye por los tubos a una temperatura promedio de 20°C, en tal forma que da lugar a un coeficiente de transferencia de calor de 4.0 kW/m^2 · K. Para este condensador, estime *a*) el valor promedio del coeficiente total de transferencia de calor y *b*) la longitud de los tubos.

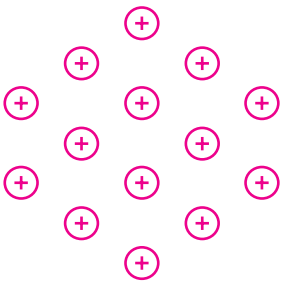


FIGURA P10-103

10-104 En un proceso de tratamiento, balines de acero de 20 mm de diámetro se calientan a una temperatura uniforme de 700°C. Después, los balines se retiran y se sumergen inmediatamente en un recipiente de agua a presión atmosférica. Si los balines tienen una emisividad de 0.75, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición cuando se sumergieron en un principio en el recipiente con agua.

10-105 Vapor de refrigerante saturado R-134a, a una presión de 888 kPa se condensa como si fluyera por un tubo de 0.25 m de largo y un diámetro de 12 mm. La temperatura de la pared del tubo se mantiene uniforme a 15°C. Si el vapor ingresa al tubo a una razón de flujo de 0.003 kg/s, determine la razón de flujo del vapor a la salida.

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

10-106 Se puede incrementar el coeficiente de transferencia de calor para un vapor en condensación sobre una superficie al promover

a) la condensación en película
b) la condensación por goteo
c) la acción de rodadura
d) ninguna de ellas

10-107 A una distancia x medida desde el borde superior hacia abajo a lo largo de una placa plana isotérmica en posición vertical, sobre la cual se está condensando un vapor saturado en una película continua, el espesor de la capa de líquido condensado es δ. El coeficiente de transferencia de calor en este lugar de la placa se expresa por

a) k_l/δ *b*) δh_f
c) δh_{fg} *d*) δh_g
e) ninguna de ellas

10-108 Se condensa vapor de agua a 50°C sobre un banco de tubos que consta de 20 tubos dispuestos en un arreglo rectangular de 4 filas de 5 tubos cada una. Cada tubo tiene un diámetro de 3 cm y una longitud de 5 m, y la superficie exterior de los mismos se mantiene a 30°C. La razón de condensación del vapor es

a) 0.12 kg/s *b*) 0.28 kg/s
c) 0.31 kg/s *d*) 0.45 kg/s
e) 0.62 kg/s

(Para el agua, use $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m · s, $k_l = 0.631$ W/m · °C, $c_{pl} = 4\,179$ J/kg · °C, $h_{fg@T_{sat}} = 2\,383$ kJ/kg).

10-109 Vapor saturado de agua se está condensando sobre una placa plana vertical de 0.5 m^2, en una película continua, con un coeficiente promedio de transferencia de calor de 5 kW/m^2 · K. La temperatura del agua es de 80°C ($h_{fg} = 2\,309$ kJ/kg) y la de la placa es de 60°C. La razón a la cual se está formando el condensado es

a) 0.022 kg/s *b*) 0.048 kg/s *c*) 0.077 kg/s
d) 0.16 kg/s *e*) 0.32 kg/s

10-110 El condensador del acondicionador de aire en un automóvil consta de un área de 2 m^2 de superficie tubular a través de la cual se intercambia el calor y cuya temperatura es de 30°C. Sobre estos tubos, se condensa vapor saturado de refrigerante 134a, a 50°C ($h_{fg} = 152$ kJ/kg). ¿Qué coeficiente de transferencia de calor debe existir entre la superficie tubular y el vapor en condensación para producir 1.5 kg/min de condensado?

a) 95 W/m^2 · K *b*) 640 W/m^2 · K
c) 727 W/m^2 · K *d*) 799 W/m^2 · K
e) 960 W/m^2 · K

10-111 Cuando se hierve un líquido saturado, se debe tener cuidado al incrementar el flujo de calor para evitar que se presente el fenómeno de extinción. Se presenta la extinción cuando la ebullición pasa por una transición _____.

a) de por convección a nucleada
b) de por convección a en película
c) de en película a nucleada *d*) de nucleada a en película
e) ninguna de ellas

10-112 Se condensa vapor de agua a 50°C sobre una placa vertical de 1.2 m de alto y 2.4 m de ancho que se mantiene a 30°C. El coeficiente de transferencia de calor en la condensación es

a) 4 260 W/m^2 · °C *b*) 4 780 W/m^2 · °C
c) 5 510 W/m^2 · °C *d*) 6 260 W/m^2 · °C
e) 6 940 W/m^2 · °C

(Para el agua, use $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m · s, $k_l = 0.631$ W/m · °C, $c_{pl} = 4\,179$ J/kg · °C, $h_{fg@T_{sat}} = 2\,383$ kJ/kg)

10-113 Se condensa vapor de agua a 50°C sobre la superficie exterior de un tubo horizontal que tiene un diámetro exterior de 6 cm. La superficie exterior del tubo se mantiene a 30°C. El coeficiente de transferencia de calor en la condensación es

a) 5 493 W/m^2 · °C *b*) 5 921 W/m^2 · °C
c) 6 796 W/m^2 · °C *d*) 7 040 W/m^2 · °C
e) 7 350 W/m^2 · °C

(Para el agua, use $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m · s, $k_l = 0.631$ W/m · °C, $c_{pl} = 4\,179$ J/kg · °C, $h_{fg@T_{sat}} = 2\,383$ kJ/kg).

10-114 Cuando un vapor saturado se condensa sobre una placa plana isotérmica en posición vertical, en una película continua, la razón de la transferencia de calor es proporcional a

a) $(T_s - T_{sat})^{1/4}$ *b*) $(T_s - T_{sat})^{1/2}$ *c*) $(T_s - T_{sat})^{3/4}$
d) $(T_s - T_{sat})$ *e*) $(T_s - T_{sat})^{2/3}$

Problemas de diseño y ensayo

10-115 Diseñe el condensador de una planta generadora que funciona con vapor que tiene una eficiencia térmica de 40% y genera 10 MW de energía eléctrica neta. El vapor de agua entra en el condensador como vapor saturado a 10 kPa y se va a condensar afuera de tubos horizontales por los cuales fluye agua de enfriamiento de un río cercano. La elevación de temperatura del agua de enfriamiento está limitada a 8°C y su velocidad en los tubos se limita a 6 m/s para mantener la caída de presión en un nivel aceptable. Especifique el diámetro del tubo, su longitud y la disposición de los tubos para minimizar el volumen del condensador.

10-116 El refrigerante en un refrigerador doméstico se condensa a medida que fluye por el serpentín que, por lo general, se coloca detrás del aparato. La transferencia de calor desde la superficie exterior del serpentín hacia los alrededores es por convección natural y radiación. Obtenga información acerca de las condiciones de operación del refrigerador, incluyendo las presiones y temperaturas del refrigerante en la admisión y la salida del serpentín, y cerciórese de que éste se seleccione de manera apropiada, determine además el margen de seguridad en la selección.

10-117 En las plantas generadoras que funcionen con vapor son de uso común los condensadores de vapor enfriados por agua. Obtenga información acerca de este tipo de condensadores realizando una investigación en la literatura sobre el tema y también poniéndose en contacto con algunos fabricantes de condensadores. En un informe describa los diversos tipos, la manera en que están diseñados, la limitación referente a cada tipo y los criterios de selección.

10-118 Una instalación de fabricación requiere vapor saturado de agua a 120°C, a razón de 1.2 kg/min. Diseñe una caldera eléctrica de vapor para este fin, con las restricciones siguientes:

- Tendrá forma cilíndrica con razón entre la altura y el diámetro de 1.5. La caldera puede estar horizontal o vertical.
- Operará en el régimen de ebullición nucleada y el flujo de diseño de calor no debe ser mayor de 60% del flujo crítico para proporcionar un margen adecuado de seguridad.
- Se usará un elemento de calentamiento eléctrico, del tipo de enchufe y que se encuentre en el comercio, hecho de acero inoxidable pulido mecánicamente. El diámetro del calentador no puede estar entre 0.5 cm y 3 cm.
- La mitad del volumen de la caldera debe estar ocupada por vapor y ésta debe de ser suficientemente grande como para contener agua suficiente para 2 h de alimentación de vapor. Asimismo, la caldera estará bien aislada.

El lector debe especificar lo siguiente: *a*) la altura y el diámetro interior del tanque, *b*) la longitud, el diámetro, la potencia nominal y la temperatura superficial del elemento eléctrico de calentamiento, *c*) la razón máxima de producción de vapor durante periodos cortos en condiciones de sobrecarga y cómo se puede realizar.

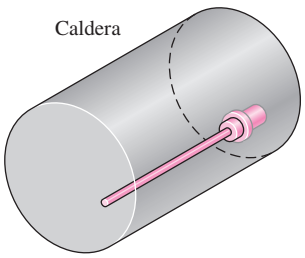


FIGURA P10-118

10-119 Repita el problema 10-118 para una caldera que produzca vapor de agua a 150°C, a razón de 2.5 kg/min.

10-120 Conduzca este experimento para determinar el coeficiente de transferencia en la ebullición. El lector necesitará un elemento eléctrico portátil de calentamiento del tipo de inmersión, un termómetro para interiores y exteriores, y pegamento para metales (todo lo cual puede comprarse por más o menos 15 dólares en una ferretería). El lector también necesitará un trozo de cuerda y una regla para calcular el área superficial del calentador. En primer lugar hierva agua en una cacerola usando el elemento de calentamiento y mida la temperatura del agua hirviente lejos de dicho elemento. Con base en su lectura estime la elevación de su ubicación y compárela con el valor real. Entonces pegue la punta del alambre del termopar del termómetro a la sección de en medio de la superficie del calentador. En este caso, la lectura dará la temperatura superficial del calentador. Suponiendo que la potencia nominal del calentador sea el consumo real de potencia durante el calentamiento (el lector puede comprobar esto midiendo la corriente eléctrica y la tensión), calcule el coeficiente de transferencia de calor con base en la ley de Newton del enfriamiento.

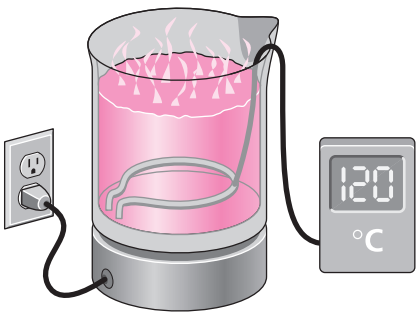


FIGURA P10-120

CAPÍTULO 11

INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son aparatos que facilitan el *intercambio de calor* entre dos fluidos que se encuentran a temperaturas diferentes y evitan al mismo tiempo que se mezclen entre sí. En la práctica, los intercambiadores de calor son de uso común en una amplia variedad de aplicaciones, desde los sistemas domésticos de calefacción y acondicionamiento del aire hasta los procesos químicos y la producción de energía en las plantas grandes. Los intercambiadores de calor difieren de las cámaras de mezclado en el sentido de que no permiten que se combinen los dos fluidos que intervienen.

En un intercambiador la transferencia de calor suele comprender *convección* en cada fluido y *conducción* a través de la pared que los separa. En el análisis de los intercambiadores de calor resulta conveniente trabajar con un *coeficiente total de transferencia de calor U* que toma en cuenta la contribución de todos estos efectos sobre dicha transferencia. La razón de la transferencia de calor entre los dos fluidos en un punto dado a un intercambiador depende de la magnitud de la diferencia de temperatura local, la cual varía a lo largo de dicho intercambiador.

Los intercambiadores de calor se fabrican en diversos tipos y, como consecuencia, se inicia este capítulo con su *clasificación*. A continuación, se discute la determinación del coeficiente total de transferencia de calor en los intercambiadores y de la *diferencia media logarítmica de temperatura* (LMTD, *logarithmic mean temperature difference*) para algunas configuraciones. En seguida, se introduce el *factor de corrección F* para tomar en cuenta la desviación de la diferencia media de temperatura respecto de la LMTD, en configuraciones complejas. Después, se discute el método de efectividad-NTU, el cual permite analizar los intercambiadores de calor cuando no se conocen las temperaturas de salida de los fluidos. Por último, se analiza la selección de los intercambiadores de calor.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Reconocer numerosos tipos de intercambiadores de calor y clasificarlos;
- Desarrollar un conocimiento de la incrustación (los sedimentos) sobre las superficies y determinar el coeficiente total de transferencia de calor para un intercambiador de calor;
- Realizar un análisis general acerca de la energía en los intercambiadores de calor;
- Obtener una relación para la diferencia de temperatura media logarítmica con el fin de usarse en el método de la LMTD y modificarla para los diferentes tipos de intercambiadores de calor con el uso del factor de corrección;
- Desarrollar relaciones para la efectividad y analizar los intercambiadores de calor cuando no se conocen las temperaturas de salida, aplicando el método de efectividad-NTU, y
- Conocer las consideraciones básicas en la selección de los intercambiadores de calor.

11-1 ▪ TIPOS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

Las distintas aplicaciones de la transferencia de calor requieren diferentes tipos de componentes y configuraciones del equipo para dicha transferencia. El intento de acoplar los accesorios para la transferencia de calor a cada tipo de necesidades, dentro de las restricciones específicas, ha conducido a numerosos tipos de diseños innovadores de intercambiadores de calor.

El tipo más simple de intercambiador de calor consta de dos tubos concéntricos de diámetros diferentes, como se muestra en la figura 11-1, llamado intercambiador de calor **de doble tubo** o tubos concéntricos. En un intercambiador de este tipo uno de los fluidos pasa por el tubo más pequeño, en tanto que el otro lo hace por el espacio anular entre los dos tubos. En un intercambiador de calor de doble tubo son posibles dos tipos de disposición del flujo: en el **flujo paralelo** los dos fluidos, el frío y el caliente, entran en el intercambiador por el mismo extremo y se mueven en la *misma* dirección. Por otra parte, en el **contraflujo** los fluidos entran en el intercambiador por los extremos opuestos y fluyen en direcciones *opuestas*.

Otro tipo de intercambiador de calor, diseñado específicamente para lograr una gran área superficial de transferencia de calor por unidad de volumen, es el **compacto**. La razón entre el área superficial de transferencia de calor de un intercambiador y su volumen se llama *densidad de área* β. Un intercambiador de calor con $\beta > 700\ m^2/m^3$ (o $200\ ft^2/ft^3$) se clasifica como compacto. Ejemplos de intercambiadores de calor compactos son los radiadores de automóviles ($\beta \approx 1\,000\ m^2/m^3$), los intercambiadores de calor de cerámica de vidrio de las turbinas de gas ($\beta \approx 6\,000\ m^2/m^3$), el regenerador del motor Stirling ($\beta \approx 15\,000\ m^2/m^3$) y el pulmón humano ($\beta \approx 20\,000\ m^2/m^3$). Los pasajes a través de los cuales pasa el flujo en estos intercambiadores de calor compactos suelen ser pequeños, por lo que se puede considerar el flujo como laminar. Los intercambiadores compactos permiten lograr razones elevadas de transferencia de calor entre dos fluidos en un volumen pequeño y son de uso común en aplicaciones con limitaciones estrictas con respecto al peso y el volumen de esos aparatos (figura 11-2).

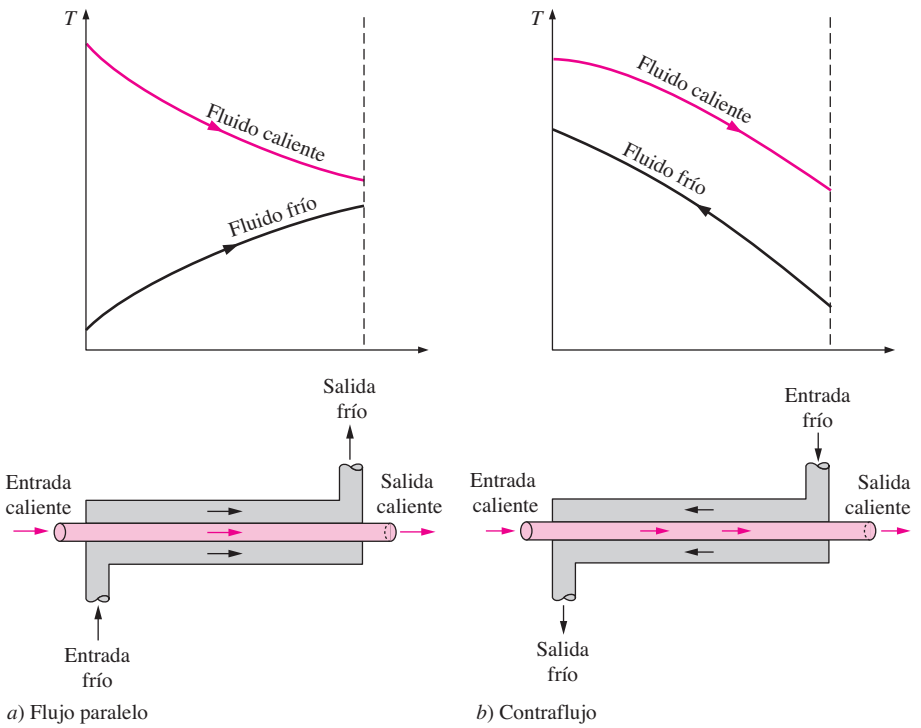


FIGURA 11-1
Diferentes regímenes de flujo y perfiles asociados de temperaturas en un intercambiador de calor de doble tubo.

La gran área superficial en los intercambiadores compactos se obtiene sujetando *placas delgadas* o *aletas corrugadas* con poco espacio entre sí a las paredes que separan los dos fluidos. Los intercambiadores compactos son de uso común en la transferencia de calor de gas hacia gas y de gas hacia líquido (o líquido hacia gas), para contrarrestar el bajo coeficiente de transferencia de calor asociado con el flujo de gases mediante una mayor área superficial. Por ejemplo, en el radiador de un automóvil, del tipo compacto de agua hacia aire, no causa sorpresa que las aletas se encuentren sujetas en el lado del aire de la superficie del tubo.

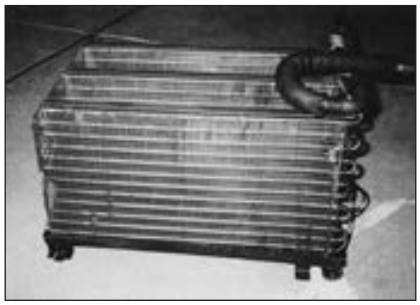


FIGURA 11-2
Intercambiador de calor compacto, gas hacia líquido, para un sistema residencial de acondicionamiento del aire.

En los intercambiadores compactos los dos fluidos suelen moverse de manera *perpendicular* entre sí y a esa configuración de flujo se le conoce como **flujo cruzado**, el cual todavía se clasifica más como *flujo no mezclado* o *mezclado*, dependiendo de su configuración, como se muestra en la figura 11-3. En *a*) se dice que el flujo cruzado es *no mezclado* en virtud de que las aletas de placa fuerzan al fluido a moverse por un espaciamiento particular entre ellas e impiden su movimiento en la dirección transversal (es decir, paralelo a los tubos). Se dice que el flujo cruzado que se ilustra en *b*) es *mezclado*, dado que el fluido ahora tiene libertad para moverse en la dirección transversal. En un radiador de automóvil los dos fluidos son no mezclados. La presencia de la mezcla en el fluido puede tener un efecto significativo sobre las características de transferencia de calor del intercambiador.

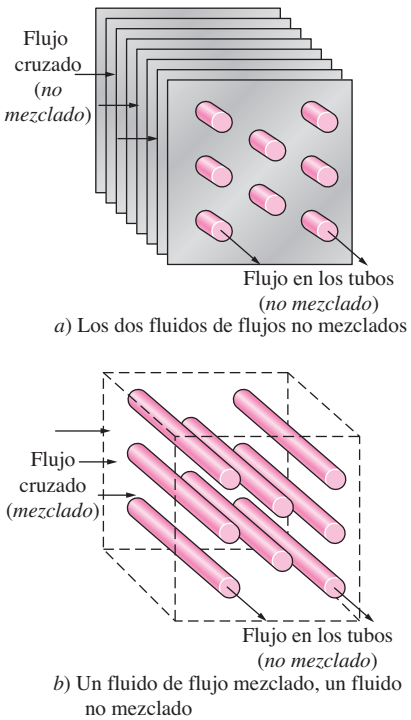


FIGURA 11-3
Diferentes configuraciones de flujo en intercambiadores de calor de flujo cruzado.

Quizás el tipo más común de intercambiador de calor en las aplicaciones industriales sea el de **tubos y coraza**, mostrado en la figura 11-4. Estos intercambiadores de calor contienen un gran número de tubos (a veces varios cientos) empacados en una carcaza con sus ejes paralelos al de éste. La transferencia de calor tiene lugar a medida que uno de los fluidos se mueve por dentro de los tubos, en tanto que el otro se mueve por fuera de éstos, pasando por la coraza. Es común la colocación de *desviadores* en la coraza para forzar al fluido a moverse en dirección transversal a dicha coraza con el fin de mejorar la transferencia de calor, y también para mantener un espaciamiento uniforme entre los tubos. A pesar de su extendido uso no son adecuados para utilizarse en automóviles y aviones debido a su peso y tamaño relativamente grandes. Nótese que en un intercambiador de este tipo los tubos se abren hacia ciertas zonas grandes de flujo, llamadas *cabezales*, que se encuentran en ambos extremos de la carcaza o envolvente, en donde el fluido del lado de los tubos se acumula antes de entrar y salir de ellos.

Los intercambiadores de tubos y coraza se clasifican todavía más según el número de pasos que se realizan por la coraza y por los tubos. Por ejemplo, los intercambiadores en los que todos los tubos forman una U en la coraza se dice que son de *un paso por la coraza y dos pasos por los tubos*. De modo semejante, a un intercambiador que comprende dos pasos en la coraza y cuatro

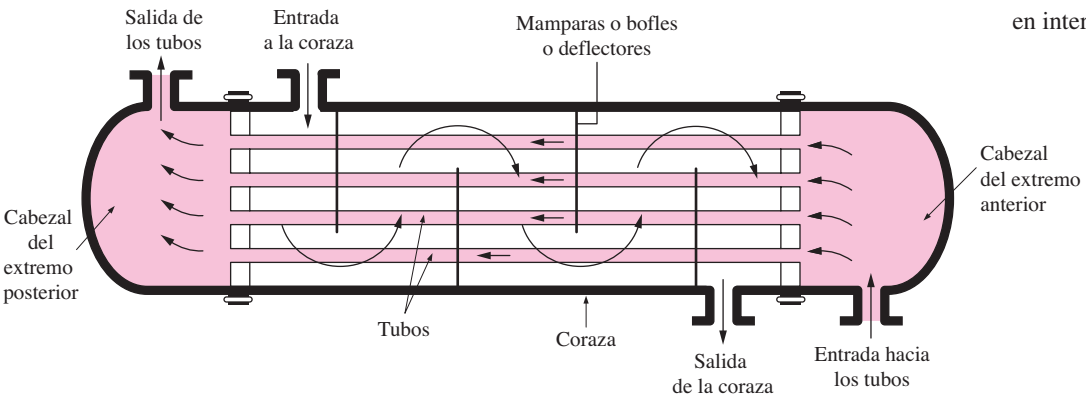
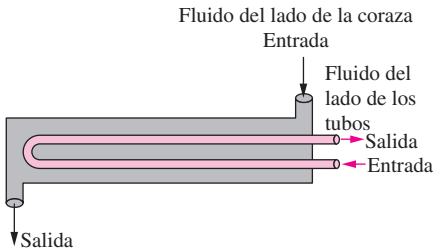
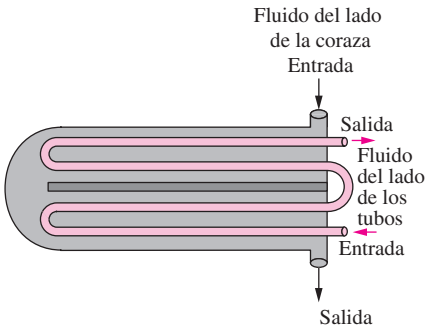


FIGURA 11-4
Esquema de un intercambiador de calor de coraza y tubos (un paso por la coraza y un paso por los tubos).



a) Un paso por la coraza y dos pasos por los tubos



b) Dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos

FIGURA 11-5
Disposiciones del flujo en pasos múltiples en los intercambiadores de calor de coraza y tubos.

pasos en los tubos se le llama de *dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos* (figura 11-5).

Un tipo innovador de intercambiador de calor que ha encontrado un amplio uso es el de **placas y armazón** (o sólo de placas), el cual consta de una serie de placas con pasos corrugados y aplastados para el flujo (figura 11-6). Los fluidos caliente y frío fluyen en pasos alternados, de este modo cada corriente de fluido frío queda rodeada por dos corrientes de fluido caliente, lo que da por resultado una transferencia muy eficaz de calor. Asimismo, este tipo de intercambiadores pueden crecer al aumentar la demanda de transferencia de calor sencillamente montando más placas. Resultan muy apropiados para aplicaciones de intercambio de calor de líquido hacia líquido, siempre que las corrientes de los fluidos caliente y frío se encuentren más o menos a la misma presión.

Otro tipo de intercambiador de calor que se relaciona con el paso alternado de las corrientes de los fluidos caliente y frío a través de la misma área de flujo es el **regenerativo**. El intercambiador regenerativo del tipo *estático* básicamente es una masa porosa que tiene una gran capacidad de almacenamiento de calor, como la malla de alambre de cerámica. Los fluidos caliente y frío fluyen a través de esta masa porosa de manera alternada. El calor se transfiere del fluido caliente hacia la matriz del regenerador durante el flujo del mismo, y de la matriz hacia el fluido frío durante el paso de éste. Por lo tanto, la matriz sirve como un medio de almacenamiento temporal de calor.

El regenerador del tipo *dinámico* consta de un tambor giratorio y se establece un flujo continuo del fluido caliente y del frío a través de partes diferentes de ese tambor, de modo que diversas partes de este último pasan periódicamente a través de la corriente caliente, almacenando calor, y después a través de la corriente fría, rechazando este calor almacenado. Una vez más, el tambor sirve como el medio de transporte del calor de la corriente del fluido caliente hacia la del frío.

A menudo a los intercambiadores se les da nombres específicos que reflejen la aplicación para la cual se usan. Por ejemplo, un *condensador* es un intercambiador de calor en el cual uno de los fluidos se enfría y se condensa

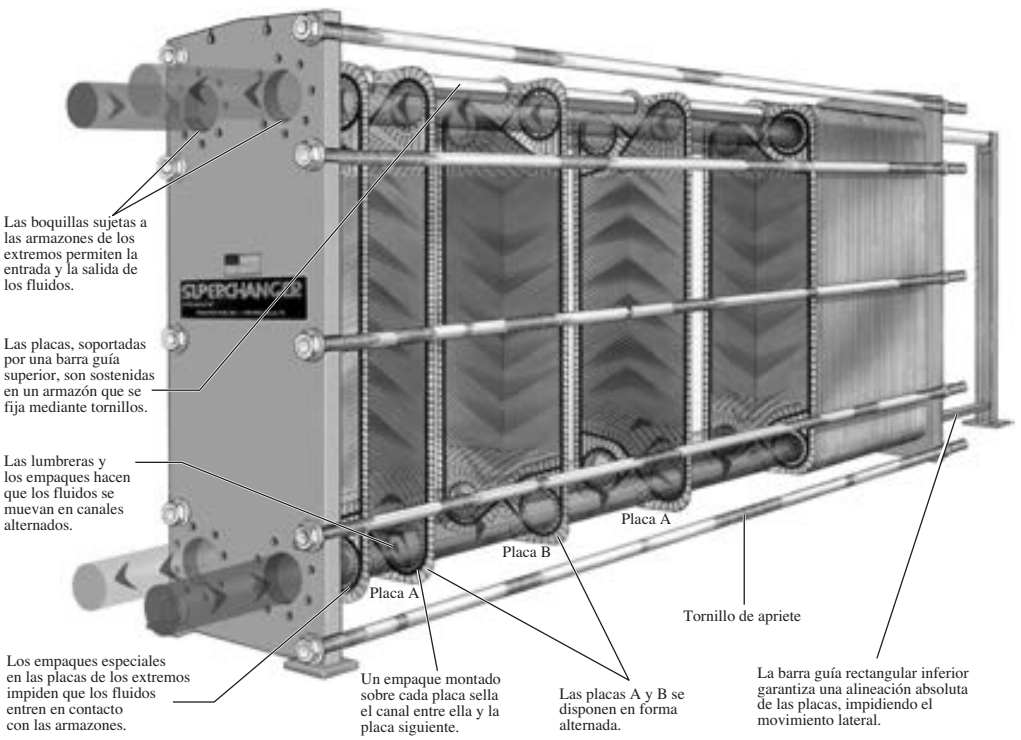


FIGURA 11-6
Intercambiador de calor de placas y armazón, de líquido hacia líquido.
(Cortesía de Tranter PHE, Inc.)

conforme fluye a través de ese intercambiador. Una *caldera* es otro intercambiador en el cual uno de los fluidos absorbe calor y se vaporiza. Un *radiador de espacio* es un intercambiador que transfiere calor del fluido caliente hacia el espacio circundante por radiación.

11-2 ▪ EL COEFICIENTE TOTAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Por lo común un intercambiador de calor está relacionado con dos fluidos que fluyen separados por una pared sólida. En primer lugar, el calor se transfiere del fluido caliente hacia la pared por *convección*, después a través de la pared por *conducción* y, por último, de la pared hacia el fluido frío de nuevo por *convección*. Cualesquiera efectos de la radiación suelen incluirse en los coeficientes de transferencia de calor por convección.

La red de resistencias térmicas asociada con este proceso de transferencia de calor comprende dos resistencias por convección y una por conducción, como se muestra en la figura 11-7. En este caso, los subíndices i y o representan las superficies interior y exterior del tubo interior. Para un intercambiador de calor de doble tubo, la *resistencia térmica* de la pared del tubo es

$$R_{\text{pared}} = \frac{\ln (D_o/D_i)}{2\pi kL} \tag{11-1}$$

en donde k es la conductividad térmica del material de la pared y L es la longitud del tubo. Entonces la *resistencia térmica total* queda (vea ec. 3-43)

$$R = R_{\text{total}} = R_i + R_{\text{pared}} + R_o = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln (D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_o A_o} \tag{11-2}$$

A_i es el área de la *superficie interior* de la pared que separa los dos fluidos y A_o es el área de la superficie exterior de esa misma pared. En otras palabras, A_i y A_o son las áreas superficiales de la pared de separación mojada por los fluidos interior y exterior, respectivamente. Cuando uno de los fluidos fluye adentro de un tubo circular y el otro afuera de éste, se tiene $A_i = \pi D_i L$ y $A_o = \pi D_o L$ (figura 11-8).

En el análisis de los intercambiadores de calor resulta conveniente combinar todas las resistencias térmicas que se encuentran en la trayectoria del flujo de calor del fluido caliente hacia el frío en una sola resistencia R y expresar la razón de la transferencia de calor entre los dos fluidos como

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = UA_s\,\Delta T = U_i A_i\,\Delta T = U_o A_o\,\Delta T \tag{11-3}$$

en donde U es el **coeficiente total de transferencia de calor**, cuya unidad es $\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$, la cual es idéntica a la unidad del coeficiente de convección común, h. Cancelando ΔT, la ecuación 11-3 se convierte en

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = R = \frac{1}{h_i A_i} + R_{\text{pared}} + \frac{1}{h_o A_o} \tag{11-4}$$

Quizás el lector se está preguntando por qué se tienen dos coeficientes de transferencia de calor totales, U_i y U_o, para un intercambiador de calor. La razón es que todo intercambiador de calor tiene dos áreas superficiales para la transferencia de calor, A_i y A_o, las cuales, en general, no son iguales entre sí.

Nótese que $U_i A_i = U_o A_o$, pero $U_i \neq U_o$ a menos que $A_i = A_o$. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor total U de un intercambiador de calor no tiene significado a menos que se especifique el área sobre la cual se basa. En especial, éste es el caso cuando uno de los lados de la pared del tubo tiene aletas y la otra no, ya que el área superficial del lado con aletas es varias veces mayor que la que no las tiene.

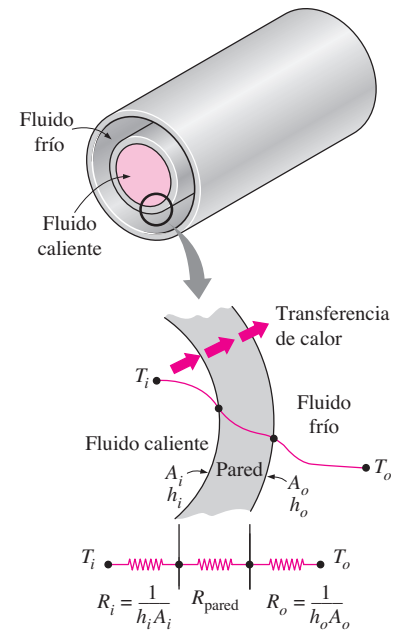


FIGURA 11-7
Red de resistencias térmicas asociada con la transferencia de calor en un intercambiador de calor de doble tubo.

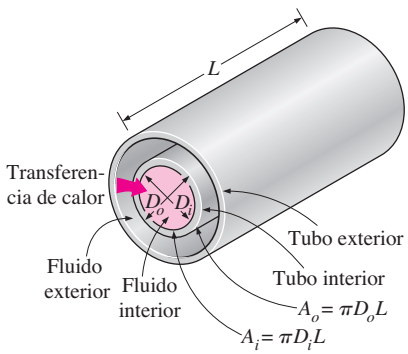


FIGURA 11-8
Las dos áreas superficiales de transferencia de calor asociadas con un intercambiador de calor de doble tubo (para tubos delgados, $D_i \approx D_o$ y, como consecuencia, $A_i \approx A_o$).

Cuando la pared del tubo es pequeña y la conductividad térmica del material del mismo es alta, como suele ser el caso, la resistencia térmica de dicho tubo es despreciable ($R_{\text{pared}} \approx 0$) y las superficies interior y exterior del mismo son semejantes ($A_i \approx A_o \approx A_s$). Entonces la ecuación 11-4 para el coeficiente de transferencia de calor total se simplifica para quedar

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} \tag{11-5}$$

donde $U \approx U_i \approx U_o$. Los coeficientes de transferencia de calor por separado, de adentro y de afuera del tubo, h_i y h_o, se determinan aplicando las relaciones de la convección discutidas en los primeros capítulos.

El coeficiente de transferencia de calor total U de la ecuación 11-5 es dominado por el coeficiente de convección *más pequeño*, puesto que el inverso de un número grande es pequeño. Cuando uno de los coeficientes de convección es *mucho más pequeño* que el otro (digamos, $h_i \ll h_o$), se tiene $1/h_i^* \gg 1/h_o$ y, por consiguiente, $U \approx h_i$. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor más pequeño crea un *cuello de botella* sobre la trayectoria de la transferencia de calor e impide gravemente la transferencia de este último. Esta situación se presenta con frecuencia cuando uno de los fluidos es un gas y el otro es un líquido. En esos casos, es práctica común el uso de aletas del lado del gas para mejorar el producto UA_s y, en consecuencia, la transferencia de calor en ese lado.

En la tabla 11-1 se dan valores representativos del coeficiente de transferencia de calor total U. Nótese que este coeficiente varía desde alrededor de 10 W/m^2 · °C, para los intercambiadores de calor de gas hacia gas, hasta alrededor de 10 000 W/m^2 · °C, para los intercambiadores que comprenden cambios de fase. Esto no debe ser sorprendente, dado que los gases tienen conductividades térmicas muy bajas y los procesos de cambio de fase están relacionados con coeficientes de transferencia de calor muy altos.

TABLA 11-1

Valores representativos de los coeficientes totales de transferencia de calor en los intercambiadores de calor

Tipo de intercambiador de calor	U, W/m^2 · °C*
Agua hacia agua	850-1 700
Agua hacia aceite	100-350
Agua hacia gasolina o queroseno	300-1 000
Calentadores de agua de alimentación	1 000-8 500
Vapor de agua hacia combustóleo ligero	200-400
Vapor de agua hacia combustóleo pesado	50-200
Condensador de vapor de agua	1 000-6 000
Condensador de freón (agua enfriada)	300-1 000
Condensador de amoniaco (agua enfriada)	800-1 400
Condensadores de alcohol (agua enfriada)	250-700
Gas hacia gas	10-40
Agua hacia aire en tubos con aletas (agua en los tubos)	30-60†
	400-850†
Vapor de agua hacia aire en tubos con aletas (vapor de agua en los tubos)	30-300†
	400-4 000‡

* Multiplíquense los valores de la lista por 0.176 para convertirlos en Btu/h · ft^2 · °F.
† Con base en el área superficial del lado del agua.
‡ Con base en el área superficial del lado del agua o del vapor de agua.

*Nota del RT: La inversa h_i representaría R, la que controla la transferencia de calor, donde a h_i se le conoce, para este ejemplo, como coeficiente de película controlante.

Cuando el tubo *tiene aletas* en uno de los lados para mejorar la transferencia de calor, el área superficial para la transferencia de calor total en ese lado queda

$$A_s = A_{\text{total}} = A_{\text{fin}} + A_{\text{sin aletas}} \tag{11-6}$$

en donde A_{aleta} es el área superficial de las aletas y $A_{\text{sin aletas}}$ es el área de la parte sin aletas de la superficie del tubo. Para aletas cortas de alta conductividad térmica se puede usar esta área total en la relación de la resistencia a la convección $R_{\text{conv}} = 1/hA_s$ ya que, en este caso, las aletas serán con mucha aproximación isotérmicas. De lo contrario, debemos determinar el área superficial efectiva A, a partir de

$$A_s = A_{\text{sin aletas}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}} \tag{11-7}$$

donde η_{aleta} es la eficiencia de la aleta que puede obtenerse a partir de las relaciones analizadas en el capítulo 3. De esta forma, se puede explicar la caída de temperatura a lo largo de las aletas. Observe que $\eta_{\text{aleta}} = 1$ para las aletas isotérmicas, por lo que la ecuación 11-7 se reduce a la ecuación 11-6 en ese caso. Observe que para la superficie aletada, el área relevante (A_i o A_o) en la ecuación 11-4 debe calcularse a partir de la ecuación 11-7.

Factor de incrustación

El rendimiento de los intercambiadores de calor suele deteriorarse con el paso del tiempo como resultado de la acumulación de *depósitos* sobre las superficies de transferencia de calor. La capa de depósitos representa una *resistencia adicional* para esta transferencia y hace que disminuya la razón de la misma en un intercambiador. El efecto neto de estas acumulaciones sobre la transferencia de calor se representa por un **factor de incrustación** R_f el cual es una medida de la *resistencia térmica* introducida por la incrustación.

El tipo más común de incrustación es la *precipitación* de depósitos sólidos que se encuentran en un fluido sobre las superficies de transferencia de calor. El lector puede observar este tipo de incrustación incluso en su casa. Si revisa las superficies interiores de su tetera después de un uso prolongado, es probable que advierta una capa de depósitos de calcio sobre las superficies en las cuales ocurre la ebullición. Esto se presenta en especial en zonas en donde el agua es dura. Al raspar se desprenden las escamas de ese tipo de depósitos y las superficies se pueden limpiar de ellos por medio de un tratamiento químico. Imagine ahora el lector esos depósitos minerales formándose sobre las superficies interiores de los finos tubos de un intercambiador de calor (figura 11-9) y el efecto perjudicial que pueden tener sobre el área de paso del flujo y sobre la transferencia de calor. Con el fin de evitar este problema potencial, el agua en las plantas generadoras y de procesos se trata en forma extensa y se elimina su contenido sólido antes de permitir que circule por el sistema. Las partículas de ceniza sólida que se encuentran en los gases de combustión y que se acumulan sobre las superficies de los precalentadores de aire crean problemas semejantes.

FIGURA 11-9
Incrustación por precipitación de partículas de ceniza sobre los tubos de un sobrecalentador.
(Tomada de Steam, Its Generation, and Use, Babcock and Wilcox Co., 1978. Impreso con autorización.)

Otra forma de incrustación, la cual es común en la industria de procesos químicos, es la *corrosión* y otra la *incrustación química*. En este caso las superficies se incrustan por la acumulación de los productos de las reacciones químicas sobre ellas. Esta forma de incrustación se puede evitar recubriendo los tubos metálicos con vidrio o usando tubos de plástico en lugar de los metálicos. Los intercambiadores también pueden incrustarse por el crecimiento de algas en los fluidos calientes. Este tipo de incrustación se conoce como *incrustación biológica* y se puede impedir mediante el tratamiento químico.

En las aplicaciones donde es probable que ocurra, la incrustación debe considerarse en el diseño y selección de los intercambiadores de calor. En esas aplicaciones puede ser necesario seleccionar un intercambiador más grande y, por ende, más caro, para garantizar que satisfaga los requisitos de diseño de

transferencia de calor incluso después de que ocurra la incrustación. La limpieza periódica de los intercambiadores y el tiempo de suspensión de actividades resultante son inconvenientes adicionales asociados con la incrustación.

Es obvio que el factor de incrustación es cero para un nuevo intercambiador, y aumenta con el tiempo a medida que se acumulan los depósitos sólidos sobre la superficie del mismo. El factor de incrustación depende de la *temperatura de operación* y de la *velocidad* de los fluidos, así como de la duración del servicio. La incrustación se incrementa al *aumentar la temperatura* y *disminuir la velocidad*.

La relación del coeficiente total de transferencia de calor dada con anterioridad es válida para superficies limpias y es necesario modificarla para tomar en cuenta los efectos de la incrustación sobre las superficies interior y exterior del tubo. Para un intercambiador de calor de casco y tubos, sin aletas, se puede expresar como

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = R = \frac{1}{h_iA_i} + \frac{R_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_oA_o} \qquad \textbf{(11-8)}$$

en donde $R_{f,i}$ y $R_{f,o}$ son los factores de incrustación en esas superficies.

En la tabla 11-2 se dan valores representativos de factores de incrustación. En los manuales se encuentran tablas más completas de ellos. Como el lector esperaría, existe una incertidumbre en estos valores y deben ser usados como una guía en la selección y evaluación de los intercambiadores, con el fin de tomar en cuenta los efectos de la incrustación anticipada sobre la transferencia de calor. Nótese que la mayor parte de los factores de incrustación que se encuentran en la tabla son del orden de 10^{-4} m$^2 \cdot$ °C/W, lo cual es equivalente a la resistencia térmica de una capa de caliza de 0.2 mm de espesor (k = 2.9 W/m$^2 \cdot$ °C) por unidad de área superficial. Por lo tanto, a falta de datos específicos se puede suponer, como punto de partida, que las superficies están recubiertas con 0.2 mm de caliza para considerar los efectos de la incrustación.

TABLA 11-2

Factores de incrustación representativos (resistencia térmica debida a la incrustación para una unidad de área superficial)

Fluido	R_f, m$^2 \cdot$ °C/W
Agua destilada, agua de mar, agua de río, agua de alimentación para calderas:	
Por debajo de 50°C	0.0001
Arriba de 50°C	0.0002
Combustóleo	0.0009
Vapor de agua (libre de aceite)	0.0001
Refrigerantes (líquido)	0.0002
Refrigerantes (vapor)	0.0004
Vapores de alcohol	0.0001
Aire	0.0004

(*Fuente:* Tubular Exchange Manufacturers Association.)

EJEMPLO 11-1 Coeficiente de transferencia de calor total de un intercambiador de calor

Se va a enfriar aceite caliente en un intercambiador de calor de doble tubo, a contraflujo. El tubo interior de cobre tiene un diámetro de 2 cm y un espesor despreciable. El diámetro interior del tubo exterior (la coraza) es de 3 cm. Por el tubo fluye agua a razón de 0.5 kg/s y el aceite por espacio anular a razón de 0.8 kg/s. Tomando las temperaturas promedio del agua y del aceite como 45°C y 80°C, respectivamente, determine el coeficiente total de transferencia de calor de este intercambiador.

SOLUCIÓN Se va a enfriar aceite caliente por medio de agua en un intercambiador de calor de doble tubo, a contraflujo. Se debe determinar el coeficiente de transferencia de calor total.

Suposiciones **1** La resistencia térmica del tubo interior es despreciable, puesto que el material del mismo es intensamente conductor y su espesor es despreciable. **2** El flujo del agua así como el del aceite están completamente desarrollados. **3** Las propiedades del aceite y del agua son constantes.

Propiedades Las propiedades del agua a 45°C son (tabla A-9)

$$\rho = 990.1 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{Pr} = 3.91$$

$$k = 0.637 \text{ W/m} \cdot \text{°C} \qquad \nu = \mu/\rho = 0.602 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}$$

Las propiedades del aceite a 80°C son (tabla A-13)

$$\rho = 852 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{Pr} = 499.3$$
$$k = 0.138 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C} \qquad \nu = 3.794 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}$$

Análisis En la figura 11-10 se da el esquema del intercambiador de calor. El coeficiente total de transferencia de calor U se puede determinar a partir de la ecuación 11-5:

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

en donde h_i y h_o son los coeficientes de transferencia de calor por convección interior y exterior del tubo, respectivamente, los cuales se deben determinar usando las relaciones de la convección forzada.

El diámetro hidráulico para un tubo circular es el diámetro del propio tubo, $D_h = D = 0.02$ m. La velocidad media del agua en el tubo y el número de Reynolds son

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{\dot{m}}{\rho(\frac{1}{4}\pi D^2)} = \frac{0.5 \text{ kg/s}}{(990.1 \text{ kg/m}^3)[\frac{1}{4}\pi(0.02 \text{ m})^2]} = 1.61 \text{ m/s}$$

y

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(1.61 \text{ m/s})(0.02 \text{ m})}{0.602 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}} = 53\,490$$

el cual es mayor que 10 000. Por lo tanto, el flujo del agua es turbulento. Suponiendo que el flujo está completamente desarrollado, el número de Nusselt se puede determinar a partir de

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8}\text{Pr}^{0.4} = 0.023(53\,490)^{0.8}(3.91)^{0.4} = 240.6$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.637 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C}}{0.02 \text{ m}}(240.6) = 7\,663 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

Ahora se repite el análisis que se acaba de realizar para el aceite. Las propiedades del aceite a 80°C son

$$\rho = 852 \text{ kg/m}^3 \qquad \nu = 37.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}$$
$$k = 0.138 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C} \qquad \text{Pr} = 490$$

El diámetro hidráulico para el espacio anular es

$$D_h = D_o - D_i = 0.03 - 0.02 = 0.01 \text{ m}$$

En este caso, la velocidad media y el número de Reynolds son

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{\dot{m}}{\rho[\frac{1}{4}\pi(D_o^2 - D_i^2)]} = \frac{0.8 \text{ kg/s}}{(852 \text{ kg/m}^3)[\frac{1}{4}\pi(0.03^2 - 0.02^2)]\text{m}^2} = 2.39 \text{ m/s}$$

y

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(2.39 \text{ m/s})(0.01 \text{ m})}{3.794 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}} = 630$$

el cual es menor que 2 300. Por lo tanto, el flujo del aceite es laminar. Si se supone un flujo completamente desarrollado, con base en la tabla 11-3, se pue-

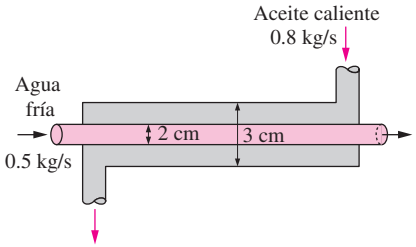


FIGURA 11-10
Esquema para el ejemplo 11-1.

TABLA 11-3

Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en una corona circular con una de las superficies aislada y la otra isotérmica (Kays y Perkins, 1972).

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0.00	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

de determinar por interpolación que el número de Nusselt del lado del tubo del espacio anular Nu_i correspondiente a $D_i/D_o = 0.02/0.03 = 0.667$ es

$$Nu = 5.45$$

y

$$h_o = \frac{k}{D_h} Nu = \frac{0.138 \text{ W/m} \cdot °\text{C}}{0.01 \text{ m}} (5.45) = 75.2 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor total para este intercambiador queda

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{1}{7\,663 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}} + \frac{1}{75.2 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}}} = \mathbf{74.5 \text{ W/m}^2 \cdot °\text{C}}$$

Discusión Nótese que, en este caso, $U \approx h_o$ ya que $h_i \gg h_o$. Esto confirma la afirmación hecha en párrafos iniciales de que el coeficiente de transferencia de calor total en un intercambiador es dominado por el coeficiente de transferencia de calor más pequeño, cuando la diferencia entre los dos valores es grande.

Para mejorar el coeficiente de transferencia de calor total y, de este modo, la transferencia de calor en este intercambiador, se deben aplicar del lado del aceite algunas técnicas dirigidas a la mejora, como una superficie con aletas.

EJEMPLO 11-2 **Efecto de la incrustación sobre el coeficiente de transferencia de calor total**

Se construye un intercambiador de calor de doble tubo (casco y tubo) con un tubo interior de acero inoxidable (k = 15.1 W/m · °C), de diámetro interior D_i = 1.5 cm y diámetro exterior D_o = 1.9 cm, y un casco exterior cuyo diámetro interior es de 3.2 cm. El coeficiente de transferencia de calor por convección es h_i = 800 W/m² · °C, sobre la superficie interior del tubo, y h_o = 1 200 W/m² · °C, sobre la superficie exterior. Para un factor de incrustación de $R_{f,i}$ = 0.0004 m² · °C/W, del lado del tubo, y $R_{f,o}$ = 0.0001 m² · °C/W, del lado del casco, determine *a*) la resistencia térmica del intercambiador de calor por unidad de longitud, y *b*) los coeficientes de transferencia de calor totales U_i y U_o con base en las áreas superficiales interior y exterior del tubo, respectivamente.

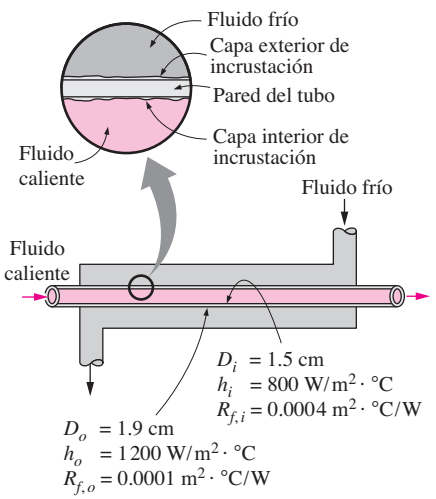


FIGURA 11-11
Esquema para el ejemplo 11-12.

SOLUCIÓN Se proporcionan los coeficientes de transferencia de calor y los factores de incrustación en los lados del tubo y el casco del intercambiador de calor. Se deben determinar la resistencia térmica y los coeficientes totales de transferencia de calor con base en las áreas interna y externa.

Suposición Los coeficientes de transferencia de calor y los factores de incrustación son constantes y uniformes.

Análisis *a*) En la figura 11-11 se ve el esquema del intercambiador. La resistencia térmica para un intercambiador de casco y tubos, sin aletas, con incrustación sobre las dos superficies de transferencia de calor se da por la ecuación 11-8 como

$$R = \frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = \frac{1}{h_iA_i} + \frac{R_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_oA_o}$$

en donde

$$A_i = \pi D_i L = \pi(0.015\ \text{m})(1\ \text{m}) = 0.0471\ \text{m}^2$$
$$A_o = \pi D_o L = \pi(0.019\ \text{m})(1\ \text{m}) = 0.0597\ \text{m}^2$$

Al sustituir valores se determina que la resistencia térmica total es

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{(800\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.0471\ \text{m}^2)} + \frac{0.0004\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}}{0.0471\ \text{m}^2} \\ &\quad + \frac{\ln(0.019/0.015)}{2\pi(15.1\ \text{W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(1\ \text{m})} \\ &\quad + \frac{0.0001\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}}{0.0597\ \text{m}^2} + \frac{1}{(1\,200\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(0.0597\ \text{m}^2)} \\ &= (0.02654 + 0.00849 + 0.0025 + 0.00168 + 0.01396)^\circ\text{C/W} \\ &= \mathbf{0.0532^\circ C/W} \end{aligned}$$

Nótese que, en este caso, alrededor de 19% de la resistencia térmica total se debe a la incrustación y 5% de ella se debe al tubo de acero que separa a los dos fluidos. El resto (76%) se debe a las resistencias a la convección sobre los dos lados del tubo interior.

b) Una vez que se conocen la resistencia térmica total y las áreas superficiales de transferencia de calor, una vez más se determinan los coeficientes de transferencia de calor totales con base en las superficies interior y exterior del tubo, a partir de la ecuación 11-8, como

$$U_i = \frac{1}{RA_i} = \frac{1}{(0.0532^\circ\text{C/W})(0.0471\ \text{m}^2)} = \mathbf{399\ W/m^2 \cdot {}^\circ C}$$

y

$$U_o = \frac{1}{RA_o} = \frac{1}{(0.0532^\circ\text{C/W})(0.0597\ \text{m}^2)} = \mathbf{315\ W/m^2 \cdot {}^\circ C}$$

Discusión Nótese que, en este caso, los dos coeficientes de transferencia de calor totales difieren de manera significativa (en 27%) debido a la diferencia considerable entre las áreas superficiales de transferencia de calor en los lados interior y exterior del tubo. Para tubos de espesor despreciable, la diferencia entre los dos coeficientes de transferencia de calor totales sería mínima.

11-3 ▪ ANÁLISIS DE LOS INTERCAMBIADORES DE CALOR

En la práctica los intercambiadores de calor son de uso común y un ingeniero se encuentra a menudo en la posición de *seleccionar un intercambiador de calor* que logre un *cambio de temperatura específica* de una corriente de fluido de gasto de masa conocido, o bien, de *predecir las temperaturas de salida* de las corrientes de fluido caliente y del frío en un *intercambiador de calor específico*.

En las secciones que vienen se discutirán los dos métodos usados en el análisis de los intercambiadores de calor. De éstos, el de la *diferencia media logarítmica de temperatura* (o LMTD) es el más apropiado para la primera tarea y el método de la *efectividad-NTU*, para la segunda, como se acaban de describir. Pero, en primer lugar, se presentan algunas consideraciones generales.

Los intercambiadores de calor suelen operar durante largos periodos sin cambios en sus condiciones de operación. Por lo tanto, se pueden considerar como aparatos de *flujo estacionario*. Como tales, el gasto de masa de cada fluido permanece constante y las propiedades de los fluidos, como la temperatura y la velocidad, en cualquier entrada o salida, siguen siendo las mismas. Asimismo, las corrientes de fluido experimentan poco o ningún cambio en sus velocidades y elevaciones y, como consecuencia, los cambios en la energía cinética y en la potencial son despreciables. En general, el *calor específico* de un fluido cambia con la temperatura; pero, en un intervalo específico de temperaturas, se puede considerar como una constante en algún valor promedio, con poca pérdida en la exactitud. La conducción axial de calor a lo largo del tubo suele ser insignificante y se puede considerar despreciable. Por último, se supone que la superficie exterior del intercambiador de calor está *perfectamente aislada*, de modo que no se tiene pérdida de calor hacia el medio circundante y cualquier transferencia de calor sólo ocurre entre los dos fluidos.

Las idealizaciones que acaban de describirse se logran muy cerca en la práctica y simplifican mucho el análisis de un intercambiador de calor con poca desviación en la exactitud. Por lo tanto son de uso común. Con estas suposiciones, la *primera ley de la termodinámica* requiere que la velocidad de la transferencia de calor desde el fluido caliente sea igual a la transferencia de calor hacia el frío; es decir,

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) \tag{11-9}$$

y

$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) \tag{11-10}$$

en donde los subíndices c y h se refieren a los fluidos *frío* y *caliente*, respectivamente, y

$$\begin{aligned} \dot{m}_c, \dot{m}_h &= \text{gastos de masa} \\ c_{pc}, c_{ph} &= \text{calores específicos} \\ T_{c,\,\text{sal}}, T_{h,\,\text{sal}} &= \text{temperaturas de salida} \\ T_{c,\,\text{ent}}, T_{h,\,\text{ent}} &= \text{temperaturas de entrada} \end{aligned}$$

Nótese que la razón de la transferencia de calor $\dot{Q}$ se toma como una cantidad positiva y se sobreentiende que su dirección va del fluido caliente hacia el frío, de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica.

En el análisis de los intercambiadores de calor a menudo resulta conveniente combinar el producto del gasto de masa y el calor específico de un fluido en una sola cantidad. Ésta se llama **razón de capacidad calorífica** y se define para las corrientes de los fluidos caliente y frío como

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} \qquad \text{y} \qquad C_c = \dot{m}_c c_{pc} \tag{11-11}$$

La razón de capacidad calorífica de una corriente de fluido representa la velocidad de la transferencia de calor necesaria para cambiar la temperatura de esa corriente en 1°C conforme fluye por el intercambiador de calor. Nótese que en un intercambiador el fluido con una razón de capacidad calorífica *grande* experimenta un cambio *pequeño* en la temperatura y aquel con una razón de capacidad calorífica *pequeña* experimentará un cambio *grande* en la temperatura. Por lo tanto, si se *duplica* el gasto de masa de un fluido mientras al mismo tiempo se deja todo lo demás inalterado, se *reducirá a la mitad* el cambio de temperatura en ese fluido.

Con la definición ya descrita de razón de capacidad calorífica, las ecuaciones 11-9 y 11-10 también pueden expresarse como

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) \tag{11-12}$$

y

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) \tag{11-13}$$

Es decir, la razón de la transferencia de calor en un intercambiador es igual a la razón de capacidad calorífica de cualquiera de los dos fluidos multiplicada por el cambio de temperatura en ese fluido. Advierta que *la única ocasión en que la elevación de la temperatura de un fluido frío es igual a la caída de temperatura del fluido caliente es cuando las razones de capacidad calorífica de los dos fluidos son iguales* (figura 11-12).

Dos tipos especiales de intercambiadores de calor de uso común en la práctica son los *condensadores* y las *calderas*. En ellos uno de los fluidos pasa por un proceso de cambio de fase y la razón de la transferencia de calor se expresa como

$$\dot{Q} = \dot{m}h_{fg} \tag{11-14}$$

en donde $\dot{m}$ es la rapidez de la evaporación o de la condensación del fluido y h_{fg} es su entalpía de vaporización a la temperatura o presión especificada.

Un fluido común absorbe o libera una gran cantidad de calor a temperatura constante durante un proceso de cambio de fase, como se muestra en la figura 11-13. La razón de capacidad calorífica de un fluido durante un proceso de este tipo debe tender al infinito, puesto que el cambio en la temperatura es prácticamente cero; es decir, $C = \dot{m}c_p \to \infty$ cuando $\Delta T \to 0$, de modo que la razón de la transferencia de calor $\dot{Q} = \dot{m}c_p\,\Delta T$ es una cantidad finita. Por lo tanto, en el análisis de los intercambiadores de calor un fluido en condensación o en ebullición se considera de manera conveniente como un fluido cuya razón de capacidad calorífica es *infinita*.

La razón de la transferencia de calor en un intercambiador también se puede expresar de una manera análoga a la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_m \tag{11-15}$$

donde U es el coeficiente total de transferencia de calor, A_s es el área de transferencia del calor y ΔT_m es una apropiada diferencia promedio de temperatura entre los dos fluidos. En este caso, el área superficial A_s se puede determinar en forma precisa aplicando las dimensiones del intercambiador de calor. No obstante, en general, el coeficiente total de transferencia de calor, U, y la diferencia de temperatura ΔT entre los fluidos caliente y frío pueden variar a lo largo del intercambiador.

El valor promedio del coeficiente de transferencia de calor total se puede determinar, como se describió en la sección anterior, utilizando los coeficientes de convección promedio para cada fluido. Resulta que la forma apropiada de la diferencia media de temperatura entre los dos fluidos tiene naturaleza *logarítmica* y su determinación se presenta en la sección 11-4. Se debe observar que la diferencia de temperatura promedio ΔT_m depende de la distribución de flujo del intercambiador de calor y su tipo de construcción.

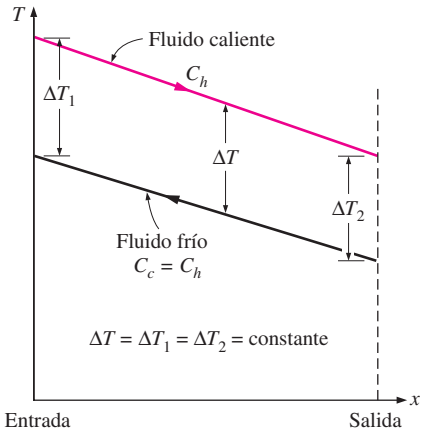
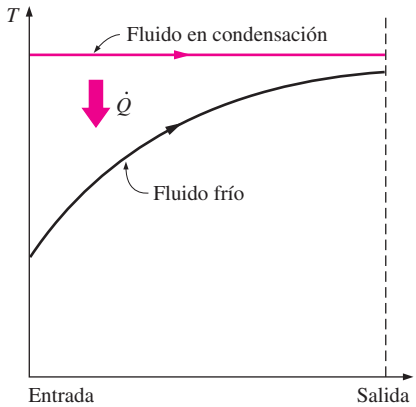
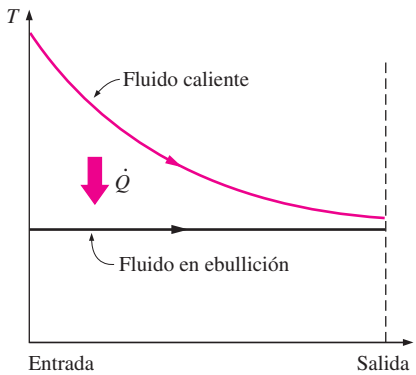


FIGURA 11-12
Dos flujos de fluidos que tienen las mismas razones de capacidad calorífica experimentan el mismo cambio de temperatura en un intercambiador de calor bien aislado.



a) Condensador ($C_h \to \infty$)



b) Caldera ($C_c \to \infty$)

FIGURA 11-13
Variación de las temperaturas de los fluidos en un intercambiador de calor cuando uno de los fluidos se condensa o hierve.

11-4 ▪ MÉTODO DE LA DIFERENCIA MEDIA LOGARÍTMICA DE TEMPERATURA

Al principio se mencionó que la diferencia de temperatura entre los fluidos caliente y frío varía a lo largo del intercambiador de calor y resulta conveniente tener una *diferencia de temperatura media* ΔT_m para usarse en la relación $\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_m$.

Con el fin de desarrollar una relación para la diferencia de temperatura promedio equivalente entre los dos fluidos considérese el intercambiador de ca-

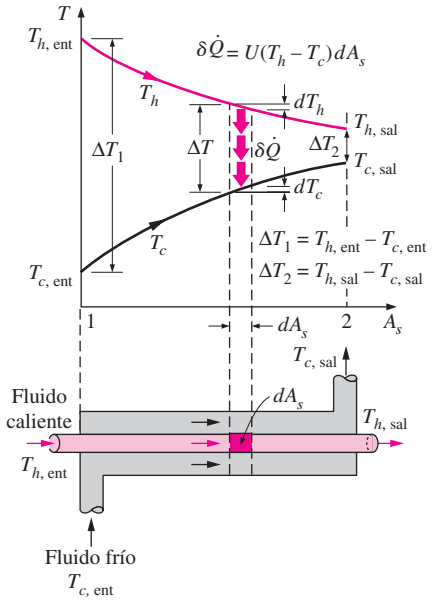


FIGURA 11-14
Variación de las temperaturas de los fluidos en un intercambiador de calor de doble tubo y flujo paralelo.

lor *de doble tubo y flujo paralelo* que se muestra en la figura 11-14. Nótese que la diferencia de temperatura ΔT entre los fluidos caliente y frío es grande en la entrada del intercambiador, pero disminuye en forma exponencial hacia la salida. Como el lector esperaría, la temperatura del fluido caliente decrece y la del frío aumenta a lo largo de dicho intercambiador, pero la temperatura del fluido frío nunca puede sobrepasar la del caliente, sin importar cuán largo sea dicho intercambiador.

Si se supone que la superficie exterior del intercambiador está bien aislada, de modo que cualquier transferencia de calor ocurre entre los dos fluidos y se descartan cualesquiera cambios en la energía potencial y cinética, un balance de energía en cada fluido, en una sección diferencial del intercambiador, se puede expresar como

$$\delta\dot{Q} = -\dot{m}_h c_{ph}\, dT_h \tag{11-16}$$

y

$$\delta\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}\, dT_c \tag{11-17}$$

Es decir, la razón de la pérdida de calor desde el fluido caliente, en cualquier sección del intercambiador, es igual a la razón de la ganancia de calor por el fluido frío en esa sección. El cambio en la temperatura del fluido caliente es una cantidad *negativa* y, por consiguiente, se añade un *signo negativo* a la ecuación 11-16 para hacer que la razón de la transferencia de calor $\dot{Q}$ sea una cantidad positiva. Si se despejan de las ecuaciones antes dadas dT_h y dT_c da

$$dT_h = -\frac{\delta\dot{Q}}{\dot{m}_h c_{ph}} \tag{11-18}$$

y

$$dT_c = \frac{\delta\dot{Q}}{\dot{m}_c c_{pc}} \tag{11-19}$$

Al restar la segunda de la primera se obtiene

$$dT_h - dT_c = d(T_h - T_c) = -\delta\dot{Q}\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{pc}}\right) \tag{11-20}$$

La razón de la transferencia de calor en la sección diferencial del intercambiador también se puede expresar como

$$\delta\dot{Q} = U(T_h - T_c)\, dA_s \tag{11-21}$$

Al sustituir esta ecuación en la 11-20 y reacomodar los términos da

$$\frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = -U\, dA_s\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{pc}}\right) \tag{11-22}$$

Al hacer la integración desde la entrada del intercambiador hasta su salida, se obtiene

$$\ln\frac{T_{h,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{sal}}}{T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}}} = -UA_s\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{pc}}\right) \tag{11-23}$$

Por último, se despejan de las ecuaciones 11-19 y 11-20 $\dot{m}_c c_{pc}$ y $\dot{m}_h c_{ph}$ y se sustituyen en la ecuación 11-23, que después de un poco de reacomodo produce

$$\dot{Q} = UA_s\, \Delta T_{\text{ml}} \tag{11-24}$$

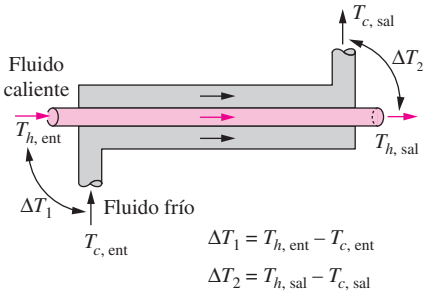
en donde

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \tag{11-25}$$

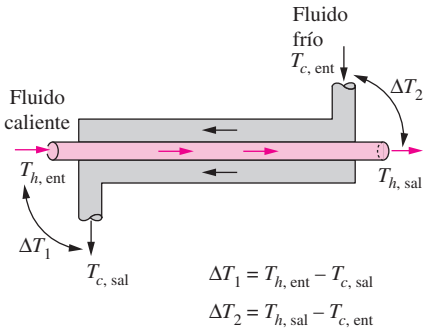
es la **diferencia media logarítmica de temperatura**, que es la forma apropiada de la diferencia de temperatura promedio que debe usarse en el análisis de los intercambiadores de calor. En este caso, ΔT_1 y ΔT_2 representan la diferencia de temperatura entre los dos fluidos en ambos extremos (de entrada y de salida) del intercambiador. No existe diferencia con respecto a cuál de los extremos de éste se designe como la *entrada* o la *salida* (figura 11-15). Se debe hacer notar que las ecuaciones 11-24 y 11-25 son útiles para cualquier intercambiador de calor, siempre que las diferencias de temperatura de punto final se definan de manera adecuada. Para los intercambiadores de calor multipaso y de flujo cruzado, como se mostrará más adelante, la diferencia de temperatura media logarítmica debe corregirse mediante un factor de corrección.

La diferencia de temperatura entre los dos fluidos disminuye desde ΔT_1 a la entrada hasta ΔT_2 a la salida. Por lo tanto, resulta tentador usar la diferencia de temperatura media aritmética $\Delta T_{ma} = \frac{1}{2}(\Delta T_1 + \Delta T_2)$ como la diferencia de temperatura promedio. La diferencia media logarítmica de temperatura ΔT_{ml} se obtiene siguiendo el perfil real de temperaturas de los fluidos a lo largo del intercambiador y es una representación *exacta* de la *diferencia de temperatura promedio* entre los fluidos caliente y frío. En verdad refleja el decaimiento exponencial de la diferencia de temperatura local.

Nótese que ΔT_{ml} siempre es menor que ΔT_{ma}. Por lo tanto, si se usa ΔT_{ma} en los cálculos, en lugar de ΔT_{ml}, se sobreestimará la razón de la transferencia de calor entre los dos fluidos en un intercambiador. Cuando ΔT_1 difiere de ΔT_2 en no más de 40%, el error al usar la diferencia de temperatura media aritmética es menor que 1%. Pero el error se incrementa hasta niveles indeseables cuando ΔT_1 difiere de ΔT_2 en cantidades mayores. Por lo tanto, al determinar la razón de la transferencia de calor en un intercambiador, siempre se debe usar la *diferencia media logarítmica de temperatura*.



a) Intercambiadores de calor de flujo paralelo



b) Intercambiadores de calor a contraflujo

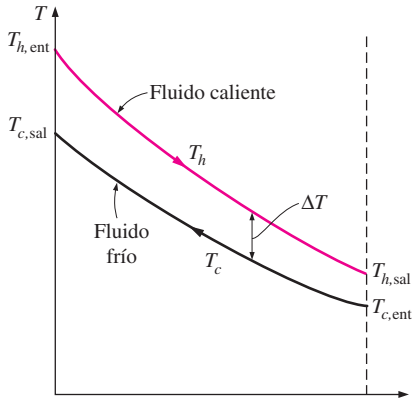
FIGURA 11-15
Expresiones de ΔT_1 y ΔT_2 en los intercambiadores de calor de flujo paralelo y a contraflujo.

Intercambiadores de calor a contraflujo

En la figura 11-16 se da la variación de las temperaturas de los fluidos caliente y frío en un intercambiador de calor a contraflujo. Nótese que los fluidos caliente y frío entran en el intercambiador por los extremos opuestos y, en este caso, la temperatura de salida del *fluido frío* es posible que sobrepase la de salida del *fluido caliente*. En el caso límite, el fluido frío se calentará hasta la temperatura de entrada del fluido caliente. Sin embargo, la temperatura de salida del fluido frío *nunca* puede ser mayor que la de entrada del fluido caliente, ya que esto sería una violación de la segunda ley de la termodinámica.

La relación antes dada para la diferencia media logarítmica de temperatura se desarrolla usando un intercambiador de flujo paralelo, pero si se repite el análisis antes dado para uno a contraflujo, se puede demostrar que también es aplicable a los intercambiadores a contraflujo; aunque, en esta ocasión, ΔT_1 y ΔT_2 se expresen como se muestra en la figura 11-15.

Para temperaturas de entrada y de salida específicas, la diferencia media logarítmica de temperatura para un intercambiador a *contraflujo* siempre es *mayor* que la correspondiente a uno de flujo paralelo. Es decir, $\Delta T_{ml,\,CF} > \Delta T_{ml,\,FP}$, y, por ende, se necesita un área superficial más pequeña (y, por consiguiente, un intercambiador más pequeño) para lograr una razón específica de la transferencia de calor en un intercambiador de este tipo. Por lo tanto, en los intercambiadores de calor es una práctica común usar disposiciones a contraflujo.



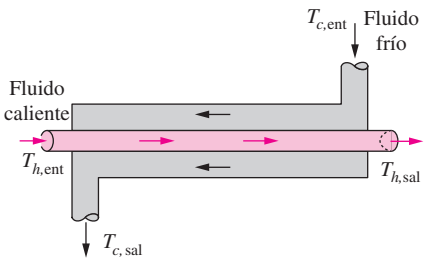
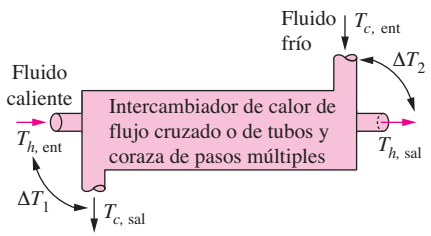


FIGURA 11-16
Variación de las temperaturas de los fluidos en un intercambiador de calor de doble tubo, a contraflujo.



Razón de la transferencia de calor:

$$\dot{Q} = UA_sF\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

donde $$\Delta T_{\text{ml,CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}$$

$$\Delta T_1 = T_{h,\text{ent}} - T_{c,\text{sal}}$$

$$\Delta T_2 = T_{h,\text{sal}} - T_{c,\text{ent}}$$

y $F = \ldots$ (figura 11-18)

FIGURA 11-17
Determinación de la razón de la transferencia de calor para intercambiadores de calor de flujo cruzado y de tubos y coraza de pasos múltiples, mediante el uso del factor de corrección.

En un intercambiador a contraflujo la diferencia de temperatura entre los fluidos caliente y frío permanecerá constante a lo largo del mismo cuando las *razones de capacidad calorífica* de los dos fluidos sean *iguales* (es decir, ΔT = constante cuando $C_h = C_c$, o bien, $\dot{m}_h c_{ph} = \dot{m}_c c_{pc}$). Entonces, se tiene $\Delta T_1 = \Delta T_2$ y la última relación para la diferencia de temperatura media logarítmica da $\Delta T_{\text{ml}} = \frac{0}{0}$ la cual es una forma indeterminada. Mediante la aplicación de la regla de l'Hôpital, se puede demostrar que, en este caso, se tiene $\Delta T_{\text{ml}} = \Delta T_1 = \Delta T_2$, como era de esperarse.

Se puede considerar que un *condensador* o una *caldera* son intercambiadores de calor de flujo paralelo o a contraflujo, ya que los dos enfoques conducen al mismo resultado.

Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado: uso de un factor de corrección

La relación para la diferencia media logarítmica de temperatura ΔT_{ml} desarrollada con anterioridad sólo se limita a los intercambiadores de flujo paralelo o a contraflujo. También se desarrollan relaciones similares para los intercambiadores de *flujo cruzado* y de *tubos y coraza de pasos múltiples*, pero las expresiones resultantes son demasiado complicadas debido a las complejas condiciones de flujo.

En esos casos resulta conveniente relacionar la diferencia equivalente de temperatura con la relación de la diferencia media logarítmica para el caso de contraflujo, como

$$\Delta T_{\text{ml}} = F\,\Delta T_{\text{ml, CF}} \tag{11-26}$$

en donde F es el **factor de corrección**, el cual depende de la *configuración geométrica* del intercambiador y de las temperaturas de entrada y de salida de las corrientes de fluido caliente y frío. La $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia media logarítmica de temperatura para el caso del intercambiador a *contraflujo*, con las mismas temperaturas de entrada y de salida, y se determina con base en la ecuación 11-25, tomando $\Delta T_1 = T_{h,\text{ent}} - T_{c,\text{sal}}$ y $\Delta T_2 = T_{h,\text{sal}} - T_{c,\text{ent}}$ (figura 11-17).

Para un intercambiador de flujo cruzado y uno de casco y tubos de pasos múltiples, el factor de corrección es menor que la unidad; es decir, $F \leq 1$. El valor límite de $F = 1$ corresponde al intercambiador a contraflujo. Por lo tanto, el factor de corrección F para un intercambiador de calor es *una medida de la desviación de la* ΔT_{ml} con *respecto a los valores correspondientes para el caso de contraflujo*.

En la figura 11-18* se da el factor de corrección F para las configuraciones comunes de los intercambiadores de flujo cruzado y de coraza y tubos en función de las razones P y R entre dos temperaturas, definidas como

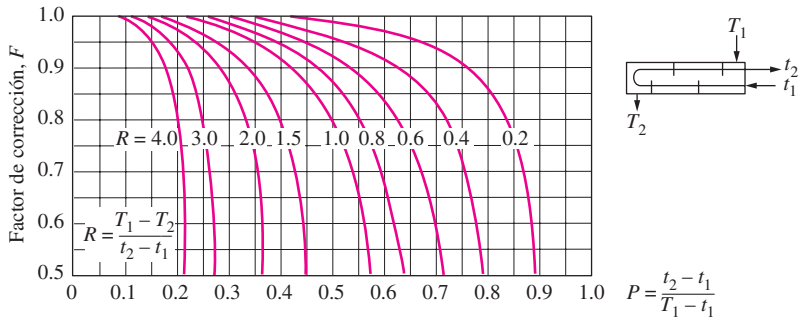
$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \tag{11-27}$$

y

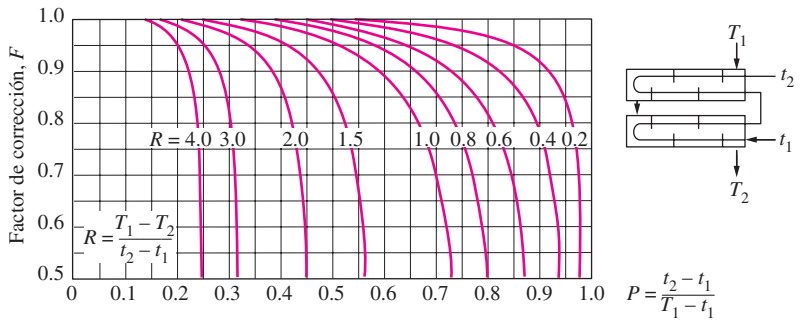
$$R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{(\dot{m}c_p)_{\text{lado del tubo}}}{(\dot{m}c_p)_{\text{lado de la coraza}}} \tag{11-28}$$

en donde los subíndices 1 y 2 se refieren a la *entrada* y la *salida*, respectivamente. Nótese que para un intercambiador de tubos y coraza, T y t representan las temperaturas del *lado de la coraza* y del *lado del tubo*, respectivamente, como se muestra en los diagramas del factor de corrección. No existe diferencia

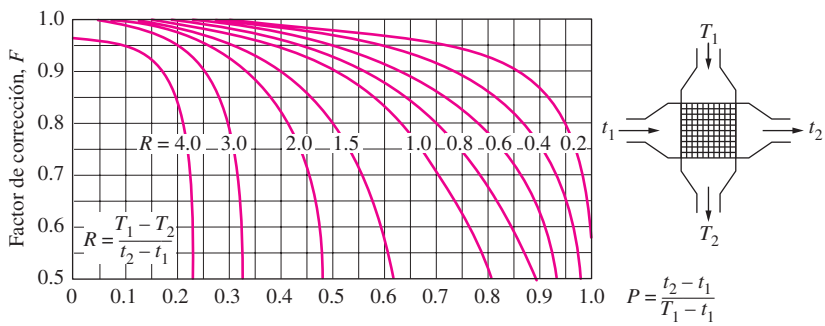
*Nota del RT: Se toma como ejemplo fluido caliente dentro de tubos y fluido frío por coraza.



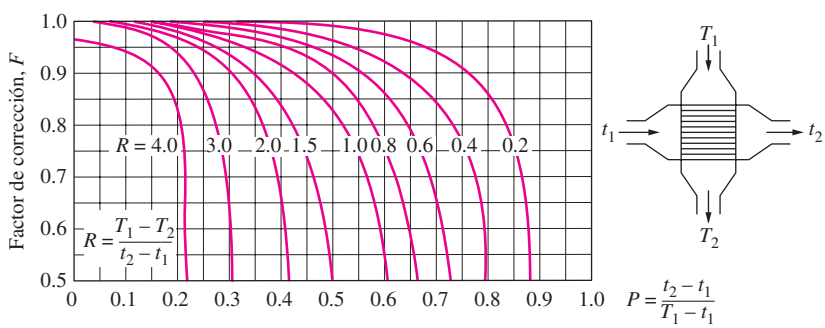
a) Un paso por la coraza y 2, 4, 6, etc. (cualquier múltiplo de 2) pasos por los tubos



b) Dos pasos por la coraza y 4, 8, 12, etc. (cualquier múltiplo de 4) pasos por los tubos



c) Flujo cruzado de un solo paso con los dos fluidos de flujo no *mezclado*



d) Flujo cruzado de un solo paso con uno de los fluidos de flujo mezclado y el otro no *mezclado*

FIGURA 11-18
Diagramas del factor de corrección F para intercambiadores de calor comunes de tubos y coraza de flujo cruzado.
(Tomada de Bowman, Mueller y Nagle, 1940.)

en que el fluido caliente o el frío fluyan por la coraza o el tubo. La determinación del factor de corrección F requiere que se disponga de las temperaturas de *entrada* y de *salida*, tanto para el fluido frío como para el caliente.

Advierta también que el valor de P va desde 0 hasta 1. Por otra parte, el de R va desde 0 hasta infinito, $R = 0$ corresponde al cambio de fase (condensación o ebullición) del lado del casco y $R \to \infty$ al cambio de fase del lado del tubo. El factor de corrección es $F = 1$ para estos dos casos límites. Por lo tanto, el factor de corrección para un *condensador* o una *caldera* es $F = 1$, sin importar la configuración del intercambiador de calor.

EJEMPLO 11-3 La condensación de vapor de agua en un condensador

Se va a condensar vapor de agua de una planta generadora a una temperatura de 30°C, con agua de enfriamiento de un lago cercano, la cual entra en los tubos del condensador a 14°C y sale a 22°C. El área superficial de los tubos es de 45 m^2 y el coeficiente de transferencia de calor total es de 2 100 W/m^2 · °C. Determine el gasto de masa necesario de agua de enfriamiento y la razón de la condensación del vapor en el condensador.

SOLUCIÓN Se condensa vapor de agua mediante agua de enfriamiento en el condensador de una planta generadora. Se deben determinar el gasto de masa del agua de enfriamiento y la razón de la condensación.

Suposiciones **1** Existen condiciones estables de operación. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, de modo que la pérdida de calor hacia los alrededores es despreciable. **3** Los cambios en las energías cinéticas y potenciales de las corrientes de los fluidos son despreciables. **4** No se tiene incrustación. **5** Las propiedades de los fluidos son constantes.

Propiedades El calor de vaporización del agua a 30°C es h_{fg} = 2 431 kJ/kg y el calor específico del agua fría a la temperatura promedio de 18°C es C_p = 4 184 J/kg · °C (tabla A-9).

Análisis En la figura 11-19 se da el esquema del condensador, que se puede tratar como un intercambiador de calor a contraflujo, ya que la temperatura de uno de los fluidos (el vapor de agua) permanece constante.

La diferencia de temperatura entre el vapor de agua y el agua de enfriamiento en los dos extremos del condensador es

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{sal}} = (30 - 22)°\text{C} = 8°\text{C}$$

$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}} = (30 - 14)°\text{C} = 16°\text{C}$$

Es decir, la diferencia de temperatura entre los dos fluidos varía de 8°C en uno de los extremos hasta 16°C en el otro. La diferencia promedio apropiada de temperatura entre los dos fluidos es la *diferencia media logarítmica de temperatura* (no la aritmética), la cual se determina a partir de

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{8 - 16}{\ln(8/16)} = 11.5°\text{C}$$

Ésta es un poco menor que la diferencia media aritmética de temperatura de $\frac{1}{2}(8 + 16) = 12°$C. Entonces la razón de la transferencia de calor en el condensador se determina a partir de

$$\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_{\text{ml}} = (2\,100\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C})(45\ \text{m}^2)(11.5°\text{C}) = 1.087 \times 10^6\ \text{W} = 1\,087\ \text{kW}$$

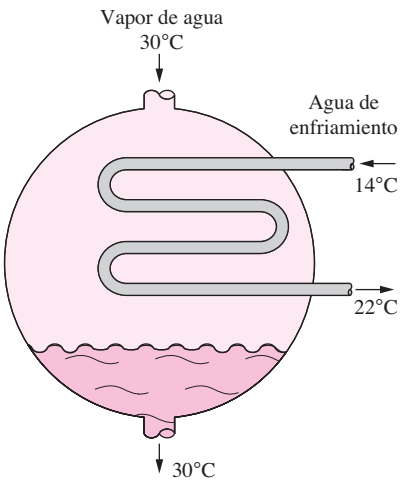


FIGURA 11-19
Esquema para el ejemplo 11-3.

Por lo tanto, el vapor de agua perderá calor a razón de 1 087 kW a medida que fluye a través del condensador, y el agua de enfriamiento ganará prácticamente todo ese calor, puesto que el condensador está bien aislado.

A partir de $\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{sal} - T_{ent})]_{\text{agua de enfriamiento}} = (\dot{m}h_{fg})_{\text{vapor de agua}}$ se determina que el gasto masa del agua de enfriamiento y la razón de la condensación del vapor de agua son

$$\dot{m}_{\text{agua de enfriamiento}} = \frac{\dot{Q}}{c_p(T_{sal} - T_{ent})} = \frac{1\,087 \text{ kJ/s}}{(4.184 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(22 - 14)°\text{C}} = \mathbf{32.5 \text{ kg/s}}$$

y

$$\dot{m}_{\text{vapor de agua}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{1\,087 \text{ kJ/s}}{2\,431 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.45 \text{ kg/s}}$$

Por lo tanto, se necesitará circular alrededor de 72 kg de agua de enfriamiento por cada 1 kg de vapor de agua en condensación para eliminar el calor liberado durante ese proceso.

EJEMPLO 11-4 Calentamiento de agua en un intercambiador de calor a contraflujo

Se va a calentar agua en un intercambiador de tubo doble a contraflujo, desde 20°C hasta 80°C, a razón de 1.2 kg/s. El calentamiento se va a realizar por medio de agua geotérmica de la que se dispone a 160°C con un gasto de masa de 2 kg/s. El tubo interior es de pared delgada y tiene un diámetro de 1.5 cm. Si el coeficiente de transferencia de calor total del intercambiador es de 640 W/m^2 · °C, determine la longitud requerida de ese intercambiador para lograr el calentamiento deseado.

SOLUCIÓN Se va a calentar agua en un intercambiador de doble tubo a contraflujo por medio de agua geotérmica. Se debe determinar la longitud requerida de ese intercambiador de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones estables de operación. **2** El intercambiador de calor está bien aislado de modo que la pérdida de calor hacia los alrededores es despreciable. **3** Los cambios en las energías cinéticas y potenciales de las corrientes de los fluidos son despreciables. **4** No se tiene incrustación. **5** Las propiedades de los fluidos son constantes.

Propiedades Tomamos los calores específicos del agua y del fluido geotérmico como 4.18 y 4.31 kJ/kg · °C, respectivamente.

Análisis En la figura 11-20 se da el esquema del intercambiador de calor. La velocidad de la transferencia de calor en este intercambiador se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{sal} - T_{ent})]_{agua} = (1.2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(80 - 20)°\text{C} = 301 \text{ kW}$$

Dado que todo este calor es suministrado por el agua geotérmica, se determina que la temperatura de salida de esta agua es

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{ent} - T_{sal})]_{\text{geotérmica}} \longrightarrow T_{sal} = T_{ent} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c_p}$$

$$= 160°\text{C} - \frac{301 \text{ kW}}{(2 \text{ kg/s})(4.31 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})}$$

$$= 125°\text{C}$$

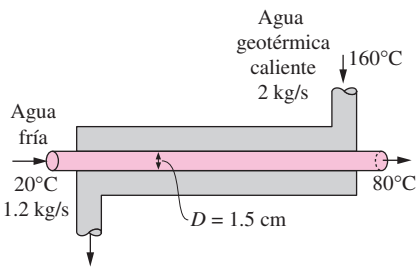


FIGURA 11-20
Esquema para el ejemplo 11-4.

Conociendo las temperaturas de entrada y de salida de los dos fluidos, la diferencia media logarítmica de temperatura para este intercambiador a contraflujo queda

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{sal}} = (160 - 80)°\text{C} = 80°\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}} = (125 - 20)°\text{C} = 105°\text{C}$$

y

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{80 - 105}{\ln(80/105)} = 91.9°\text{C}$$

Entonces se determina que el área superficial del intercambiador es

$$\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_{\text{ml}} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{U\,\Delta T_{\text{ml}}} = \frac{301\,000\ \text{W}}{(640\ \text{W/m}^2\cdot°\text{C})(91.9°\text{C})} = 5.12\ \text{m}^2$$

Para proporcionar esta gran área superficial de transferencia de calor, la longitud del tubo debe ser

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{5.12\ \text{m}^2}{\pi(0.015\ \text{m})} = \mathbf{109\ m}$$

Discusión Con el fin de lograr la transferencia de calor deseada, el tubo interior de este intercambiador a contraflujo (y, por consiguiente, el propio intercambiador) necesita tener más de 100 m de largo, lo cual no es práctico. En casos como éste se necesita usar un intercambiador de placas o de coraza y tubos de pasos múltiples, con pasos múltiples en el haz de tubos.

EJEMPLO 11-5 Calentamiento de glicerina en un intercambiador de calor de pasos múltiples

Se usa un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos para calentar glicerina desde 20°C hasta 50°C por medio de agua caliente, la cual entra en los tubos de pared delgada de 2 cm de diámetro a 80°C y sale a 40°C (figura 11-21). La longitud total de los tubos en el intercambiador es de 60 m. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m^2 · °C del lado de la glicerina (coraza) y de 160 W/m^2 · °C del lado del agua (haz de tubos). Determine la velocidad de la transferencia de calor en el intercambiador *a*) antes de que se tenga incrustación, y *b*) después de que se presenta ésta sobre las superficies exteriores de los tubos, con un factor de incrustación de 0.0006 m^2 · °C/W.

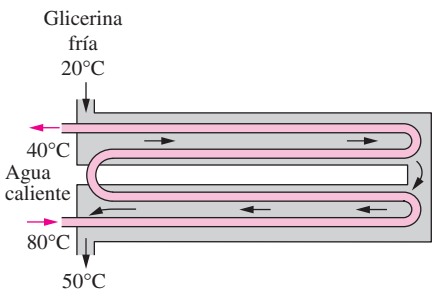


FIGURA 11-21
Esquema para el ejemplo 11-5.

SOLUCIÓN Se calienta glicerina en un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos por medio de agua caliente. Se debe determinar la velocidad de la transferencia de calor sin y con incrustación.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El intercambiador de calor está bien aislado de modo que la pérdida de calor hacia los alrededores es despreciable. **3** Los cambios en las energías cinéticas y potenciales de las corrientes de los fluidos son despreciables. **4** Los coeficientes de transferencia de calor y los factores de incrustación son constantes y uniformes. **5** La resistencia térmica del tubo interior es despreciable, puesto que dicho tubo es de pared delgada e intensamente conductor.

Análisis Se dice que los tubos son de pared delgada y, como consecuencia, resulta razonable suponer que sus áreas superficiales interior y exterior son iguales. Entonces el área superficial de transferencia de calor queda

$$A_s = \pi DL = \pi(0.02\text{ m})(60\text{ m}) = 3.77\text{ m}^2$$

Se puede determinar la razón de la transferencia de calor en este intercambiador a partir de

$$\dot{Q} = UA_s F\,\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

en donde F es el factor de corrección y $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia media logarítmica de temperatura para la disposición a contraflujo. Estas dos cantidades se determinan a partir de

$$\Delta T_1 = T_{h,\text{ ent}} - T_{c,\text{ sal}} = (80 - 50)°\text{C} = 30°\text{C}$$

$$\Delta T_2 = T_{h,\text{ sal}} - T_{c,\text{ ent}} = (40 - 20)°\text{C} = 20°\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{30 - 20}{\ln(30/20)} = 24.7°\text{C}$$

y

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{40 - 80}{20 - 80} = 0.67 \\ R &= \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 50}{40 - 80} = 0.75 \end{aligned}\right\} F = 0.91 \qquad \text{(figura 11-18}b\text{)}$$

a) En el caso de que no se tenga incrustación, el coeficiente de transferencia de calor total U es

$$U = \frac{1}{\dfrac{1}{h_i} + \dfrac{1}{h_o}} = \frac{1}{\dfrac{1}{160\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}} + \dfrac{1}{25\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}}} = 21.6\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor queda

$$\dot{Q} = UA_s F\,\Delta T_{\text{ml, CF}} = (21.6\text{ W/m}^2\cdot°\text{C})(3.77\text{ m}^2)(0.91)(24.7°\text{C}) = \mathbf{1\,830\text{ W}}$$

b) Cuando se tiene incrustación sobre una de las superficies, tenemos

$$U = \frac{1}{\dfrac{1}{h_i} + \dfrac{1}{h_o} + R_f} = \frac{1}{\dfrac{1}{160\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}} + \dfrac{1}{25\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}} + 0.0006\text{ m}^2\cdot°\text{C/W}}$$
$$= 21.3\text{ W/m}^2\cdot°\text{C}$$

y

$$\dot{Q} = UA_s F\,\Delta T_{\text{ml, CF}} = (21.3\text{ W/m}^2\cdot°\text{C})(3.77\text{ m}^2)(0.91)(24.7°\text{C}) = \mathbf{1\,805\text{ W}}$$

Discusión Nótese que la razón de la transferencia de calor decrece como resultado de la incrustación, como era de esperarse. Sin embargo, la disminución no es aplastante debido a los más o menos bajos coeficientes de transferencia de calor por convección que intervienen.

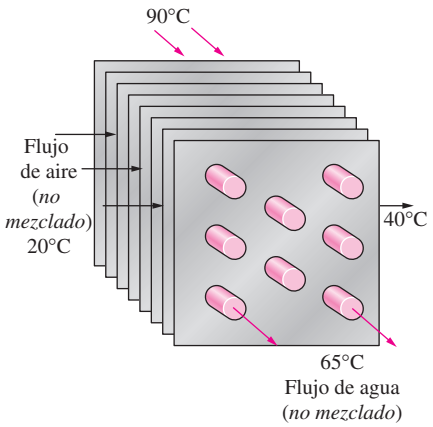


FIGURA 11-22
Esquema para el ejemplo 11-6.

EJEMPLO 11-6 Enfriamiento de un radiador automotor

Se conduce una prueba para determinar el coeficiente total de transferencia de calor en un radiador automotor, el cual es un intercambiador compacto de agua hacia aire y de flujo cruzado, en donde los dos fluidos (el aire y el agua) no se mezclan (figura 11-22). El radiador tiene 40 tubos con diámetro interno de 0.5 cm y longitud de 65 cm, en una matriz de aletas de placa con muy poco espacio entre sí. El agua caliente entra en los tubos a 90°C, a razón de 0.6 kg/s, y sale a 65°C. El aire fluye a través del radiador por los espacios entre las aletas y se calienta desde 20°C hasta 40°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor total U_i de este radiador con base en el área de la superficie interior de los tubos.

SOLUCIÓN Durante un experimento relacionado con un radiador automotor se miden las temperaturas de entrada y de salida del agua y del aire, así como el gasto de masa del agua. Debe determinarse el coeficiente total de transferencia de calor con base en el área de la superficie interior.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Los cambios en las energías cinéticas y potenciales de las corrientes de los fluidos son despreciables. **3** Las propiedades de los fluidos son constantes.

Propiedades El calor específico del agua a la temperatura promedio de (90 + 65)/2 = 77.5°C es 4.195 kJ/kg · °C (tabla A-9).

Análisis La razón de la transferencia de calor del agua caliente hacia el aire se determina con base en un balance de energía sobre el flujo de agua,

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}})]_{\text{agua}} = (0.6\ \text{kg/s})(4.195\ \text{kJ/kg}\cdot°\text{C})(90 - 65)°\text{C} = 62.93\ \text{kW}$$

El área de transferencia de calor del lado de los tubos es el área superficial total de éstos y se determina a partir de

$$A_i = n\pi D_i L = (40)\pi(0.005\ \text{m})(0.65\ \text{m}) = 0.408\ \text{m}^2$$

Conociendo la razón de la transferencia de calor y el área superficial, el coeficiente de transferencia de calor total se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = U_i A_i F\,\Delta T_{\text{ml, CF}} \longrightarrow U_i = \frac{\dot{Q}}{A_i F\,\Delta T_{\text{ml, CF}}}$$

en donde F es el factor de corrección y $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia media logarítmica de temperatura para la disposición a contraflujo. Se encuentra que estas dos cantidades son

$$\Delta T_1 = T_{h,\text{ ent}} - T_{c,\text{ sal}} = (90 - 40)°\text{C} = 50°\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\text{ sal}} - T_{c,\text{ ent}} = (65 - 20)°\text{C} = 45°\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{50 - 45}{\ln(50/45)} = 47.5°\text{C}$$

y

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{65 - 90}{20 - 90} = 0.36 \\ R &= \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 40}{65 - 90} = 0.80 \end{aligned}\right\} F = 0.97 \qquad \text{(figura 11-18}c\text{)}$$

Sustituyendo valores se determina que el coeficiente de transferencia de calor total U_i es

$$U_i = \frac{\dot{Q}}{A_i F\, \Delta T_{\text{ml, }CF}} = \frac{62\,930 \text{ W}}{(0.408 \text{ m}^2)(0.97)(47.5°\text{C})} = \mathbf{3\,347\ W/m^2 \cdot °C}$$

Discusión Nótese que el coeficiente total de transferencia de calor del lado del aire será mucho más bajo debido al área superficial más grande que interviene en ese lado.

11-5 ▪ MÉTODO DE LA EFECTIVIDAD-NTU

El método de la diferencia media logarítmica de temperatura (LMTD por sus siglas en inglés) discutido en la sección 11-4 es fácil de aplicar en el análisis de los intercambiadores de calor cuando se conocen, o se pueden determinar, las temperaturas a la entrada y a la salida de los fluidos caliente y frío a partir de un balance de energía. Una vez que se dispone de la ΔT_{ml}, los gastos de masa y el coeficiente total de transferencia de calor se puede determinar el área superficial de transferencia de calor a partir de

$$\dot{Q} = UA_s\, \Delta T_{\text{ml}}$$

Por lo tanto, el método de la LMTD resulta muy adecuado para la determinación del *tamaño* de un intercambiador de calor con el fin de dar lugar a las temperaturas prescritas de salida cuando se especifican los gastos de masa y las temperaturas de entrada y de salida de los fluidos caliente y frío.

Con el método de la LMTD, la tarea es *seleccionar* un intercambiador que satisfaga los requisitos prescritos de transferencia de calor. El método que debe seguirse en el proceso de selección es:

1. Seleccionar el tipo de intercambiador de calor apropiado para la aplicación.
2. Determinar cualquier temperatura desconocida de entrada o de salida y la razón de la transferencia de calor mediante un balance de energía.
3. Calcular la diferencia de temperatura media logarítmica ΔT_{ml} y el factor de corrección F si es necesario.
4. Obtener (seleccionar o calcular) el valor del coeficiente total de transferencia de calor U.
5. Calcular el área superficial A_s de transferencia de calor.

La tarea se completa al seleccionar un intercambiador de calor que tenga un área superficial de transferencia de calor igual a A_s o mayor que ésta.

Una segunda clase de problema que se encuentra en el análisis de los intercambiadores de calor es la determinación de la *razón de la transferencia de calor* y las *temperaturas de salida* de los fluidos caliente y frío para valores prescritos de gastos de masa y temperaturas de entrada de los fluidos, cuando se especifican el *tipo* y el *tamaño* del intercambiador. En este caso se conoce el área superficial para la transferencia de calor del intercambiador, pero se ignoran las *temperaturas de salida*. En este caso, la tarea es determinar el rendimiento con respecto a la transferencia de calor de un intercambiador específico, o bien, determinar si un intercambiador del que se dispone en el almacén realizará el trabajo.

Todavía se podría aplicar el método de la LMTD para este problema alternativo, pero el procedimiento requeriría tediosas iteraciones y, como consecuencia, no sería práctico. En un intento por eliminar las iteraciones de la resolución de esos problemas, Kays y London presentaron en 1955 un proce-

dimiento llamado **método de la efectividad-NTU**, el cual simplificó mucho el análisis de los intercambiadores de calor.

Este método se basa en un parámetro adimensional llamado **efectividad de la transferencia de calor** ε definido como

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{\text{Razón de la transferencia de calor real}}{\text{Razón máxima posible de la transferencia de calor}} \tag{11-29}$$

La razón de la transferencia de calor *real* de un intercambiador de calor se puede determinar con base en un balance de energía en los fluidos caliente y frío y se puede expresar como

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) = C_h(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) \tag{11-30}$$

en donde $C_c = \dot{m}_c c_{pc}$ y $C_h = \dot{m}_c c_{ph}$ son las razones de capacidad calorífica de los fluidos frío y caliente, respectivamente.

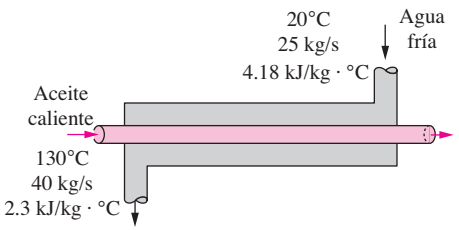
Para determinar la razón máxima posible de la transferencia de calor de un intercambiador, en primer lugar se reconoce que la *diferencia de temperatura máxima* que se produce en él es la diferencia entre las temperaturas de *entrada* de los fluidos caliente y frío; es decir

$$\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}} \tag{11-31}$$

La transferencia de calor en un intercambiador alcanzará su valor máximo cuando 1) el fluido frío se caliente hasta la temperatura de entrada del caliente o 2) el fluido caliente se enfríe hasta la temperatura de entrada del frío. Estas dos condiciones límites no se alcanzarán en forma simultánea a menos que las razones de capacidad calorífica de los fluidos caliente y frío sean idénticas (es decir, $C_c = C_h$). Cuando $C_c \neq C_h$, el cual suele ser el caso, el fluido con la razón de capacidad calorífica *menor* experimentará un cambio más grande en la temperatura y, de este modo, será el primero en experimentar la diferencia máxima de temperatura, en cuyo punto se suspenderá la transferencia de calor. Por lo tanto la razón máxima posible de transferencia de calor en un intercambiador es (figura 11-23)

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}}) \tag{11-32}$$

en donde $C_{\text{mín}}$ es el menor entre C_h y C_c. Esto queda todavía más claro por medio del ejemplo siguiente.



$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = 104.5$ kW/°C

$C_h = \dot{m}_c c_{ph} = 92$ kW/°C

$C_{\text{mín}} = 92$ kW/°C

$\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}} = 110$°C

$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}\,\Delta T_{\text{máx}} = 10\,120$ kW

FIGURA 11-23
Determinación de la razón máxima de transferencia de calor en un intercambiador.

EJEMPLO 11-7 **Límite superior para la transferencia de calor en un intercambiador de calor**

Entra agua fría en un intercambiador de calor a contraflujo a 10°C, a razón de 8 kg/s, en donde se calienta por medio de una corriente de agua caliente que entra en el intercambiador a 70°C, a razón de 2 kg/s. Suponiendo que el calor específico del agua permanece constante a $c_p = 4.18$ kJ/kg · °C, determine la razón de la transferencia de calor máxima y las temperaturas de salida de las corrientes de agua fría y caliente para este caso límite.

SOLUCIÓN Entran corrientes de agua fría y caliente en un intercambiador de calor, a temperaturas y gastos conocidos. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor máxima en el intercambiador.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, de modo que la pérdida de calor hacia los al-

rededores es despreciable. **3** Los cambios en las energías cinética y potencial de los flujos de fluidos son despreciables. **4** Las propiedades de los fluidos son constantes.

Propiedades Se da el calor específico del agua: $c_p = 4.18$ kJ/kg · °C.

Análisis En la figura 11-24 se da un esquema del intercambiador de calor. Las razones de capacidad calorífica de los fluidos caliente y frío se determinan a partir de

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C}) = 8.36 \text{ kW/°C}$$

y

$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (8 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C}) = 33.4 \text{ kW/°C}$$

Por lo tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_h = 8.36 \text{ kW/°C}$$

la cual es la menor de las dos razones de capacidad calorífica. Entonces, con base en la ecuación 11-32 se determina que la razón máxima de la transferencia de calor es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}}) \\ &= (8.36 \text{ kW/°C})(70 - 10)°\text{C} \\ &= \mathbf{502 \text{ kW}}\end{aligned}$$

Es decir, la razón máxima posible de la transferencia de calor en este intercambiador es de 502 kW. En un intercambiador a contraflujo se tendería a este valor con un área superficial de transferencia de calor *muy grande*.

En este intercambiador la diferencia de temperatura máxima es $\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}} = (70 - 10)°\text{C} = 60°\text{C}$. Por lo tanto, en este intercambiador, el agua caliente no se puede enfriar más de 60°C (hasta 10°C) y el agua fría no se puede calentar más de 60°C (hasta 70°C), sin importar qué se haga. En este caso límite se determina que las temperaturas de salida de las corrientes fría y caliente son

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) \longrightarrow T_{c,\,\text{sal}} = T_{c,\,\text{ent}} + \frac{\dot{Q}}{C_c} = 10°\text{C} + \frac{502 \text{ kW}}{33.4 \text{ kW/°C}} = \mathbf{25°C}$$

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) \longrightarrow T_{h,\,\text{sal}} = T_{h,\,\text{ent}} - \frac{\dot{Q}}{C_h} = 70°\text{C} - \frac{502 \text{ kW}}{8.38 \text{ kW/°C}} = \mathbf{10°C}$$

Discusión Nótese que el agua caliente se enfría hasta el límite de 10°C (la temperatura de entrada de la corriente de agua fría), pero la fría se calienta sólo hasta 25°C, cuando se tiene la transferencia de calor máxima en el intercambiador. Esto no resulta sorprendente, ya que el gasto de masa del agua caliente sólo es una cuarta parte del de la fría y, como resultado, la temperatura de esta última se incrementa en 0.25°C por cada caída de 1°C en la temperatura de la caliente.

El lector puede sentirse tentado a pensar que el agua fría debe calentarse hasta 70°C en el caso límite de la transferencia de calor máxima; pero esto requerirá que la temperatura del agua caliente caiga hasta –170°C (debajo de 10°C), lo cual es imposible. Por lo tanto, la transferencia de calor en un intercambiador alcanza su valor máximo cuando el fluido con la menor razón de capacidad calorífica (o el menor gasto de masa, cuando los dos fluidos tienen el mismo valor del calor específico) experimenta el cambio máximo de temperatu-

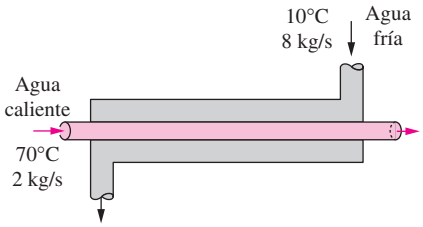
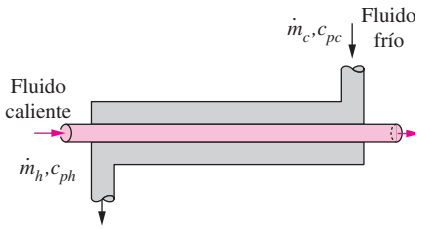


FIGURA 11-24
Esquema para el ejemplo 11-7.



$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph}\, \Delta T_h$$
$$= \dot{m}_c c_{pc}\, \Delta T_c$$

Si $\dot{m}_c c_{pc} = \dot{m}_h c_{ph}$

entonces $\Delta T_h = \Delta T_c$

FIGURA 11-25
El aumento en la temperatura del fluido frío en un intercambiador de calor será igual a la caída de temperatura del fluido caliente cuando los gastos de masa y los calores específicos de los fluidos caliente y frío sean idénticos.

ra. Con este ejemplo, se explica por qué en la evaluación de $\dot{Q}_{máx}$ se usa $C_{mín}$, en lugar de $C_{máx}$.

Se puede demostrar que en el caso límite de la transferencia de calor máxima, el agua caliente saldrá a la temperatura de entrada del agua fría, y viceversa, cuando los gastos de masa de ambas corrientes sean idénticos (figura 11-25). También se puede demostrar que la temperatura de salida del agua fría alcanzará el límite de 70°C cuando el gasto de masa del agua caliente sea mayor que el de la fría.

La determinación de $\dot{Q}_{máx}$ requiere que se disponga de la *temperatura de entrada* de los fluidos caliente y frío y de sus *gastos de masa*, los cuales suelen especificarse. Entonces, una vez que se conoce la efectividad del intercambiador, se puede determinar la razón de la transferencia de calor real, $\dot{Q}$ a partir de

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{máx} = \varepsilon C_{mín}(T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent}) \tag{11-33}$$

donde

$$\text{si } C_c = C_{mín}: \qquad \varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{máx}} = \frac{C_c(T_{c,\,sal} - T_{c,\,ent})}{C_c(T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent})} = \frac{T_{c,\,sal} - T_{c,\,ent}}{T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent}}$$

$$\text{si } C_h = C_{mín}: \qquad \varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{máx}} = \frac{C_h(T_{h,\,ent} - T_{h,\,sal})}{C_h(T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent})} = \frac{T_{h,\,sal} - T_{h,\,sal}}{T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent}}$$

Por lo tanto, la efectividad de un intercambiador de calor permite determinar la razón de la transferencia de calor sin conocer las *temperaturas de salida* de los fluidos.

La efectividad de un intercambiador de calor depende de su *configuración geométrica* así como de la *configuración del flujo*. Por lo tanto, los diferentes tipos de intercambiadores tienen relaciones diferentes para la efectividad. A continuación se ilustra el desarrollo de la relación de la efectividad ε para un intercambiador de doble tubo y *flujo paralelo*.

La ecuación 11-23, desarrollada en la sección 11-4 para un intercambiador de flujo paralelo, se puede reacomodar para quedar

$$\ln \frac{T_{h,\,sal} - T_{c,\,sal}}{T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent}} = -\frac{UA_s}{C_c}\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right) \tag{11-34}$$

Asimismo, si se despeja $T_{h,\,sal}$ de la ecuación 11-30, da

$$T_{h,\,sal} = T_{h,\,ent} - \frac{C_c}{C_h}(T_{c,\,sal} - T_{c,\,ent}) \tag{11-35}$$

Al sustituir esta relación en la ecuación 11-34 después de sumar y restar $T_{c,\,ent}$ da

$$\ln \frac{T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent} + T_{c,\,ent} - T_{c,\,sal} - \dfrac{C_c}{C_h}(T_{c,\,sal} - T_{c,\,ent})}{T_{h,\,ent} - T_{c,\,ent}} = -\frac{UA_s}{C_c}\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right)$$

la cual se simplifica a

$$\ln\left[1-\left(1+\frac{C_c}{C_h}\right)\frac{T_{c,\,\text{sal}}-T_{c,\,\text{ent}}}{T_{h,\,\text{ent}}-T_{c,\,\text{ent}}}\right]=-\frac{UA_s}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_h}\right) \tag{11-36}$$

Ahora se manipula la definición de efectividad para obtener

$$\varepsilon=\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}}=\frac{C_c(T_{c,\,\text{sal}}-T_{c,\,\text{ent}})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}}-T_{c,\,\text{ent}})}\quad\longrightarrow\quad\frac{T_{c,\,\text{sal}}-T_{c,\,\text{ent}}}{T_{h,\,\text{ent}}-T_{c,\,\text{ent}}}=\varepsilon\frac{C_{\text{mín}}}{C_c}$$

Si se sustituye este resultado en la ecuación 11-36 y se despeja ε se obtiene la siguiente relación para la efectividad de un intercambiador de calor de *flujo paralelo*:

$$\varepsilon_{\text{flujo paralelo}}=\frac{1-\exp\left[-\dfrac{UA_s}{C_c}\left(1+\dfrac{C_c}{C_h}\right)\right]}{\left(1+\dfrac{C_c}{C_h}\right)\dfrac{C_{\text{mín}}}{C_c}} \tag{11-37}$$

Al tomar C_c o C_h para que sea $C_{\text{mín}}$ (los dos procedimientos conducen al mismo resultado), la relación que acaba de obtenerse se puede expresar de manera más conveniente como

$$\varepsilon_{\text{flujo paralelo}}=\frac{1-\exp\left[-\dfrac{UA_s}{C_{\text{mín}}}\left(1+\dfrac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)\right]}{1+\dfrac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}} \tag{11-38}$$

Una vez más $C_{\text{mín}}$ es la razón de capacidad calorífica *menor* y $C_{\text{máx}}$ es la mayor, y no existe diferencia en si $C_{\text{mín}}$ pertenece al fluido caliente o al frío.

Por lo común las relaciones de la efectividad de los intercambiadores de calor incluyen el grupo *adimensional* $UA_s/C_{\text{mín}}$. Esta cantidad se llama **número de unidades de transferencia**, **NTU** (por sus siglas en inglés), y se expresa como

$$\text{NTU}=\frac{UA_s}{C_{\text{mín}}}=\frac{UA_s}{(\dot{m}c_p)_{\text{mín}}} \tag{11-39}$$

en donde U es el coeficiente total de transferencia de calor y A_s es el área superficial de transferencia del intercambiador. Nótese que el NTU es proporcional a A_s. Por lo tanto, para valores específicos de U y $C_{\text{mín}}$, el valor del NTU *es una medida del área superficial de transferencia de calor*, A_s. Por ende, entre mayor sea el NTU, más grande es el intercambiador de calor.

En el análisis de los intercambiadores de calor también resulta conveniente definir otra cantidad adimensional llamada **relación de capacidades *c*** como

$$c=\frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} \tag{11-40}$$

Se puede demostrar que la efectividad de un intercambiador de calor es una función del número de unidades de transferencia NTU y de la relación de capacidades c; es decir,

$$\varepsilon=\text{función}\,(UA_s/C_{\text{mín}},\,C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}})=\text{función}\,(\text{NTU},\,c)$$

Se han desarrollado relaciones de la efectividad para un gran número de intercambiadores, y en la tabla 11-4 se dan los resultados. En la figura 11-26 tam-

TABLA 11-4

Relaciones de la efectividad para los intercambiadores de calor: $\text{NTU} = UA_s/C_{\text{mín}}$ y $c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = (\dot{m}c_p)_{\text{mín}}/(\dot{m}c_p)_{\text{máx}}$

Tipo de intercambiador de calor	Relación de la efectividad
1 *Doble tubo:*	
Flujo paralelo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\text{NTU}(1 + c)]}{1 + c}$
Contraflujo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp[-\text{NTU}(1 - c)]}{1 - c\exp[-\text{NTU}(1 - c)]}$
2 *Tubos y coraza:*	
Un paso por la coraza y 2, 4, . . . pasos por los tubos	$\varepsilon = 2\left\{1 + c + \sqrt{1 + c^2}\,\dfrac{1 + \exp[-\text{NTU}\sqrt{1 + c^2}]}{1 - \exp[-\text{NTU}\sqrt{1 + c^2}]}\right\}^{-1}$
3 *Flujo cruzado (un solo paso):*	
Los dos fluidos en flujo no mezclado	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{\dfrac{\text{NTU}^{0.22}}{c}[\exp(-c\ \text{NTU}^{0.78}) - 1]\right\}$
$C_{\text{máx}}$ mezclado, $C_{\text{mín}}$ no mezclado	$\varepsilon = \dfrac{1}{c}(1 - \exp\{1 - c[1 - \exp(-\text{NTU})]\})$
$C_{\text{mín}}$ mezclado, $C_{\text{máx}}$ no mezclado	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{-\dfrac{1}{c}[1 - \exp(-c\ \text{NTU})]\right\}$
4 *Todos los intercambiadores con $c = 0$*	$\varepsilon = 1 - \exp(-\text{NTU})$

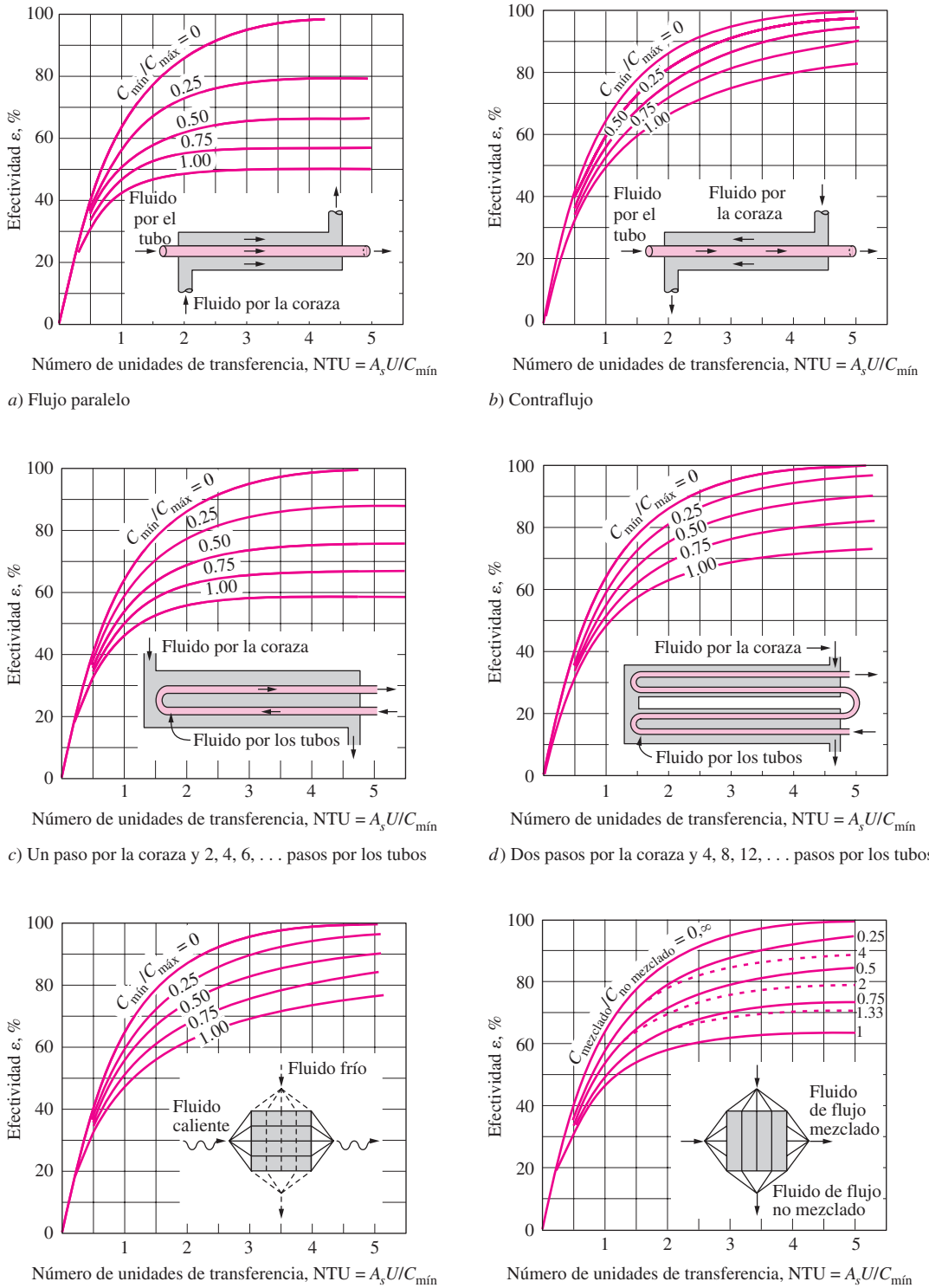
Tomada de W. M. Kays y A. L. London. *Compact Heat Exchangers*, 3a. ed. McGraw-Hill, 1984. Reimpreso con autorización de William M. Kays.

bién se tienen las gráficas de las efectividades de algunos tipos comunes de intercambiadores.

En la literatura se encuentran diagramas y relaciones más extensos de la efectividad. Las líneas punteadas en la figura 11-26*f*) corresponden al caso de $C_{\text{mín}}$ para el flujo no mezclado y $C_{\text{máx}}$ para el mezclado, y las líneas continuas corresponden al caso opuesto. Las relaciones analíticas para la efectividad conducen a resultados más exactos que los diagramas, ya que los errores en la lectura de estos últimos son inevitables, y son muy adecuadas para el análisis mediante computadora de los intercambiadores.

Se hacen las observaciones siguientes con base en las relaciones y diagramas de la efectividad que ya se dieron:

1. El valor de la efectividad varía desde 0 hasta 1. Aumenta con rapidez para los valores pequeños de NTU (hasta alrededor de NTU = 1.5), pero más bien con lentitud para valores más grandes. Por lo tanto, no es posible justificar económicamente el uso de un intercambiador de calor con un NTU grande (por lo común mayor que 3) y, por consiguiente, un tamaño también grande, ya que un gran incremento en el NTU corresponde a un incremento pequeño en la efectividad. Por lo tanto, desde el punto de vista de la transferencia de calor puede ser muy deseable contar un intercambiador con una efectividad elevada pero resultd0más bien indeseable desde el punto de vista económico.
2. Para un NTU y una relación de capacidades $c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}}$ dados, el intercambiador a *contraflujo* tiene la efectividad *más elevada*, seguido muy de cerca por los de flujo cruzado con los dos fluidos en flujo no mezclado. Como el lector podría esperar, los valores más bajos de la



a) Flujo paralelo

b) Contraflujo

c) Un paso por la coraza y 2, 4, 6, . . . pasos por los tubos

d) Dos pasos por la coraza y 4, 8, 12, . . . pasos por los tubos

e) Flujo cruzado con los dos fluidos de flujo no mezclado

f) Flujo cruzado con uno de los fluidos de flujo mezclado y el otro no mezclado

FIGURA 11-26

Efectividad para los intercambiadores de calor.

(Tomada de Kays y London, 1984.)

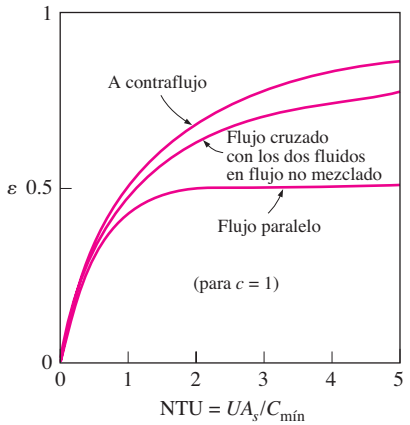


FIGURA 11-27
Para un NTU y una relación de capacidades c dados, el intercambiador de calor a contraflujo tiene la efectividad más alta y el de flujo paralelo, la más baja.

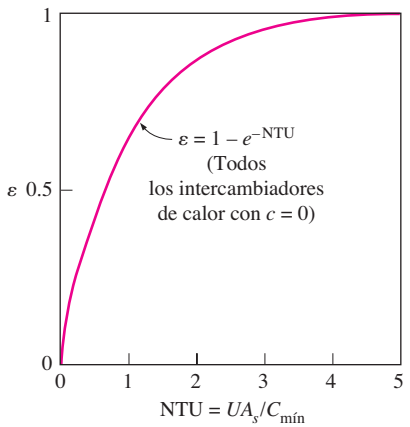


FIGURA 11-28
La relación para la efectividad se reduce a $\varepsilon = \varepsilon_{máx} = 1 - \exp(-\text{NTU})$ para todos los intercambiadores de calor, cuando la relación de capacidades $c = 0$.

efectividad se encuentran en los intercambiadores de flujo paralelo (figura 11-27).

3. La efectividad de un intercambiador de calor es independiente de la relación de capacidades c para valores de NTU menores que 0.3.
4. El valor de la relación de capacidades c va desde 0 hasta 1. Para un NTU dado, la efectividad se convierte en un *máximo* para $c = 0$ y en un *mínimo*, para $c = 1$. El caso $c = C_{mín}/C_{máx} \to 0$ corresponde a $C_{máx} \to \infty$, lo cual se logra durante un proceso de cambio de fase en un *condensador* o una *caldera*. En este caso todas las relaciones de la efectividad se reducen a

$$\varepsilon = \varepsilon_{máx} = 1 - \exp(-\text{NTU}) \tag{11-41}$$

sin importar el tipo del intercambiador (figura 11-28). Nótese que, en este caso, la temperatura del fluido en condensación o en ebullición permanece constante. En el otro caso límite de $c = C_{mín}/C_{máx} = 1$, el cual se logra cuando las relaciones de las capacidades caloríficas de los dos fluidos son iguales, la efectividad es la *más baja*.

Una vez que se han evaluado las cantidades $c = C_{mín}/C_{máx}$ y NTU $= UA_s/C_{mín}$, se puede determinar la efectividad ε basándose en cualquiera de los diagramas o en la relación de la efectividad para el tipo específico de intercambiador. Entonces, a partir de las ecuaciones 11-33 y 11-30, respectivamente, se pueden determinar la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, y las temperaturas de salida, $T_{h,\,sal}$ y $T_{c,\,sal}$. Nótese que el análisis de los intercambiadores de calor con temperaturas desconocidas a la salida es un procedimiento directo con el método de la efectividad-NTU pero con el método de la LMTD se requieren iteraciones un tanto tediosas.

Al principio se mencionó que cuando se especifican todas las temperaturas de entrada y de salida, el *tamaño* del intercambiador se puede determinar con facilidad aplicando el método de la LMTD. De modo alternativo, también se puede determinar con base en el método de la efectividad-NTU, al evaluar en primer lugar la efectividad ε a partir de su definición (ecuación 11-29) y, a continuación, el NTU a partir de la relación apropiada para él dada en la tabla 11-5.

TABLA 11-5

Relaciones del NTU para los intercambiadores de calor, NTU $= UA_s/C_{mín}$ y $c = C_{mín}/C_{máx} = (\dot{m}c_p)_{mín}/(\dot{m}c_p)_{máx}$

Tipo de intercambiador de calor	Relación del NTU
1 *Doble tubo:* Flujo paralelo	$\text{NTU} = -\dfrac{\ln[1 - \varepsilon(1 + c)]}{1 + c}$
Contraflujo	$\text{NTU} = \dfrac{1}{c - 1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon c - 1}\right)$
2 *Tubos y coraza:* Un paso por la coraza y 2, 4, . . . pasos por los tubos	$\text{NTU} = -\dfrac{1}{\sqrt{1 + c^2}}\ln\left(\dfrac{2/\varepsilon - 1 - c - \sqrt{1 + c^2}}{2/\varepsilon - 1 - c + \sqrt{1 + c^2}}\right)$
3 *Flujo cruzado* (*un solo paso*): $C_{máx}$ mezclado, $C_{mín}$ no mezclado	$\text{NTU} = -\ln\left[1 + \dfrac{\ln(1 - \varepsilon c)}{c}\right]$
$C_{mín}$ mezclado, $C_{máx}$ no mezclado	$\text{NTU} = -\dfrac{\ln[c\ln(1 - \varepsilon) + 1]}{c}$
4 *Todos los intercambiadores con* $c = 0$	$\text{NTU} = -\ln(1 - \varepsilon)$

Tomada de W. M. Kays y A. L. London. *Compact Heat Exchangers, 3a. ed.* McGraw-Hill, 1984. Reimpreso con autorización de William M. Kays.

Nótese que las relaciones de la tabla 11-5 son equivalentes a las de la tabla 11-4. Se dan los dos juegos por conveniencia. Las relaciones de la tabla 11-4 dan la efectividad directamente cuando se conoce el NTU, y las de la tabla 11-5 dan el NTU directamente cuando se conoce la efectividad ε.

EJEMPLO 11-8 Efectividad del método de las unidades de transferencia (NTU)

Un intercambiador de calor de doble tubo a contra flujo va a calentar agua de 20°C a 80°C a una velocidad de 1.2 kg/s (figura 11-29). El calentamiento se llevará a cabo mediante agua geotérmica disponible a 160°C a una razón de flujo de masa de 2 kg/s. El tubo interno tiene paredes delgadas y un diámetro de 1.5 cm. El coeficiente de transferencia de calor general del intercambiador de calor es de 640 W/m^2 · K. Mediante la eficiencia del método NTU determine la longitud del intercambiador de calor necesaria para lograr el calentamiento deseado.

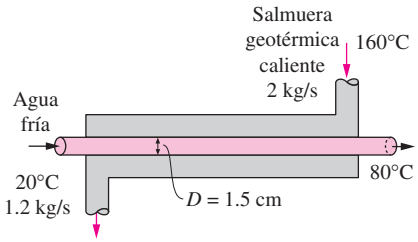


FIGURA 11-29
Esquema para el ejemplo 11-8.

SOLUCIÓN El agua se calienta en un intercambiador de calor de doble tubo a contra flujo mediante agua geotérmica. Mediante el método ε -NTU, se debe determinar la longitud necesaria del intercambiador de calor.

Análisis En el método de la efectividad-NTU en primer lugar se determinan las razones de capacidad calorífica de los fluidos caliente y frío y se identifica la menor:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (2\ \text{kg/s})(4.31\ \text{kJ/kg} \cdot °\text{C}) = 8.62\ \text{kW/°C}$$
$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (1.2\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg} \cdot °\text{C}) = 5.02\ \text{kW/°C}$$

Por lo tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_c = 5.02\ \text{kW/°C}$$

y

$$c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = 5.02/8.62 = 0.582$$

Entonces, con la ecuación 11-32 se determina que la razón máxima de la transferencia de calor es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}}) \\ &= (5.02\ \text{kW/°C})(160 - 20)°\text{C} \\ &= 702.8\ \text{kW}\end{aligned}$$

Es decir, la razón máxima posible de la transferencia de calor en este intercambiador es de 702.8 kW. La razón real de la transferencia de calor en el intercambiador es

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= [\dot{m}c_p(T_{\text{sal}} - T_{\text{ent}})]_{\text{agua}} = (1.2\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg} \cdot °\text{C})(80 - 20)°\text{C} \\ &= 301.0\ \text{kW}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la efectividad del intercambiador es

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{301.0\text{kW}}{702.8\ \text{kW}} = 0.428$$

Conociendo la efectividad, con base en la figura 11-26*b*) o la relación apropiada de la tabla 11-5, se puede determinar el NTU de este intercambiador a contraflujo. Para obtener una mayor exactitud, se elige el último procedimiento:

$$\text{NTU} = \frac{1}{c-1}\ln\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon c - 1}\right) = \frac{1}{0.582 - 1}\ln\left(\frac{0.428 - 1}{0.428 \times 0.582 - 1}\right) = 0.651$$

Entonces el área superficial para la transferencia de calor queda

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} \longrightarrow A_s = \frac{\text{NTU}\, C_{\text{mín}}}{U} = \frac{(0.651)(5\,020\ \text{W/°C})}{640\ \text{W/m}^2 \cdot \text{°C}} = 5.11\ \text{m}^2$$

Para proporcionar tanta área superficial, la longitud del tubo debe ser

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{5.11\ \text{m}^2}{\pi(0.015\ \text{m})} = \mathbf{1.08\ m}$$

Discusión Este problema fue resuelto en el ejemplo 11-4 mediante el método LMTD. Advierta que se obtuvo prácticamente el mismo resultado con el método de la efectividad-NTU de manera sistemática y directa.

EJEMPLO 11-9 Enfriamiento de aceite caliente por agua en un intercambiador de calor de pasos múltiples

Se va a enfriar aceite caliente por medio de agua en un intercambiador de calor de un paso por el casco y 8 pasos por los tubos. Los tubos son de pared delgada y están hechos de cobre con un diámetro interno de 1.4 cm. La longitud de cada paso por los tubos en el intercambiador es de 5 m y el coeficiente de transferencia de calor total es de 310 W/m^2 · °C. Por los tubos fluye agua a razón de 0.2 kg/s y por el casco el aceite a razón de 0.3 kg/s. El agua y el aceite entran a las temperaturas de 20°C y 150°C, respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor en el intercambiador y las temperaturas de salida del agua y del aceite.

SOLUCIÓN Se va a enfriar aceite caliente por medio de agua en un intercambiador de calor. Se dan los gastos de masa y las temperaturas de entrada. Debe determinarse la razón de la transferencia de calor y las temperaturas de salida.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado de modo que la pérdida de calor hacia los alrededores es despreciable. **3** El espesor del tubo es despreciable, puesto que es de pared delgada. **4** Los cambios en las energías cinéticas y potenciales de las corrientes de los fluidos son despreciables. **5** El coeficiente de transferencia de calor total es constante y uniforme.

Propiedades Se toman los calores específicos del agua y del aceite como 4.18 y 2.13 kJ/kg · °C, respectivamente.

Análisis En la figura 11-30 se da el esquema del intercambiador de calor. No se especifican las temperaturas de salida y no se pueden determinar con base en un balance de energía. En este caso, la aplicación del método de la LMTD comprenderá tediosas iteraciones y, por lo tanto, el indicado es el método de la ε-NTU. El primer paso en este último método es determinar las razones de capacidad calorífica de los fluidos caliente y frío e identificar la menor:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (0.3\ \text{kg/s})(2.13\ \text{kJ/kg} \cdot \text{°C}) = 0.639\ \text{kW/°C}$$
$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (0.2\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg} \cdot \text{°C}) = 0.836\ \text{kW/°C}$$

Por lo tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_h = 0.639\ \text{kW/°C y } c = \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{0.639}{0.836} = 0.764$$

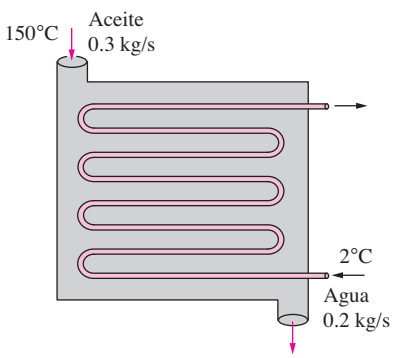


FIGURA 11-30
Esquema para el ejemplo 11-9.

Entonces, por la ecuación 11-32 se determina que la razón máxima de transferencia de calor es

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}}) = (0.639\ \text{kW/°C})(150 - 20)\text{°C} = 83.1\ \text{kW}$$

Es decir, la razón máxima posible de transferencia de calor en este intercambiador es de 83.1 kW. El área superficial de transferencia de calor es

$$A_s = n(\pi DL) = 8\pi(0.014\ \text{m})(5\ \text{m}) = 1.76\ \text{m}^2$$

Entonces el NTU de este intercambiador queda

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} = \frac{(310\ \text{W/m}^2 \cdot \text{°C})(1.76\ \text{m}^2)}{639\ \text{W/°C}} = 0.854$$

A partir de la figura 11-26*c*) se determina que la efectividad de este intercambiador correspondiente a $c = 0.764$ y un NTU = 0.854 es

$$\varepsilon = 0.47$$

También se pudo determinar la efectividad basándose en la tercera relación de la tabla 11-4, con más exactitud pero con más trabajo. Entonces la razón de transferencia de calor real queda

$$\dot{Q} = \varepsilon\dot{Q}_{\text{máx}} = (0.47)(83.1\ \text{kW}) = \mathbf{39.1\ kW}$$

Por último, se determina que las temperaturas de salida de las corrientes de los fluidos frío y caliente son

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) \longrightarrow T_{c,\,\text{sal}} = T_{c,\,\text{ent}} + \frac{\dot{Q}}{C_c}$$

$$= 20\text{°C} + \frac{39.1\ \text{kW}}{0.836\ \text{kW/°C}} = \mathbf{66.8\text{°C}}$$

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) \longrightarrow T_{h,\,\text{sal}} = T_{h,\,\text{ent}} - \frac{\dot{Q}}{C_h}$$

$$= 150\text{°C} - \frac{39.1\ \text{kW}}{0.639\ \text{kW/°C}} = \mathbf{88.8\text{°C}}$$

Por lo tanto, la temperatura del agua de enfriamiento se elevará de 20°C hasta 66.8°C, a medida que el aceite caliente se enfríe desde 150°C hasta 88.8°C en este intercambiador de calor.

11-6 ▪ SELECCIÓN DE LOS INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son aparatos complicados y los resultados que se obtuvieron con los procedimientos simplificados que se presentaron en los párrafos anteriores deben usarse con cuidado. Por ejemplo, se supuso que el coeficiente total de transferencia de calor U es constante a lo largo de todo el intercambiador y que los coeficientes de transferencia de calor por convección se pueden predecir aplicando las correlaciones de esta última. Sin embargo, debe tenerse presente que la incertidumbre en el valor predicho de U puede incluso sobrepasar 30%. Por lo tanto, resulta natural diseñar los intercambiadores en exceso para evitar sorpresas desagradables.

La mejora en la transferencia de calor en los intercambiadores suele venir acompañada de un *aumento en la caída de presión* y, como consecuencia, de una *potencia más alta de bombeo*. Por lo tanto, cualquier ganancia proveniente de la mejora en la transferencia de calor debe valorarse con el costo de la

caída de presión que la acompaña. Asimismo, debe pensarse en cuál de los fluidos debe pasar por el lado de los tubos y cuál por el lado de la coraza. Por lo común el *fluido más viscoso es el más apropiado para el lado de la coraza* (un área más grande de paso y, como consecuencia, menor caída de presión) y el *fluido con la presión más elevada por el lado de los tubos*.

Los ingenieros en la industria a menudo se encuentran en una posición en la que tienen que seleccionar los intercambiadores para realizar ciertas tareas de transferencia de calor. En general, el objetivo es calentar o enfriar cierto fluido con un gasto masa y una temperatura conocidos hasta una temperatura deseada. Por lo tanto, la *razón de la transferencia de calor* del intercambiador en proyecto es

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}})$$

lo cual determina el requisito de transferencia de calor antes de tener una idea del propio intercambiador.

Un ingeniero que revisa los catálogos de los fabricantes de intercambiadores quedará abrumado por el tipo y número disponible de éstos. La selección apropiada depende de varios factores.

Razón de transferencia del calor

Es la cantidad más importante en la selección de un intercambiador. Un intercambiador debe ser capaz de transferir el calor a una razón específica para lograr el cambio deseado en la temperatura del fluido con el gasto masa determinado.

Costo

Las limitaciones en el presupuesto suelen desempeñar un papel importante en la selección de los intercambiadores, excepto en algunos casos especiales en donde "el dinero no es lo más importante". Un intercambiador que existe en catálogo tiene una ventaja definida en el costo sobre los que se mandan a hacer sobre pedido. Sin embargo, en algunos casos ninguno de los intercambiadores en existencia realizará lo que se desea y puede ser necesario tener que emprender la tarea costosa y tardada de diseñar y fabricar un intercambiador a partir de la nada que se adecue a las necesidades. Con frecuencia éste es el caso cuando el intercambiador es parte integral de todo un dispositivo que se va a fabricar.

Los costos de operación y mantenimiento del intercambiador también son consideraciones importantes en la valoración del costo total.

Potencia para el bombeo

En un intercambiador los dos fluidos suelen forzarse para que fluyan por medio de bombas o ventiladores que consumen energía eléctrica. El costo anual de la electricidad asociada con la operación de las bombas y ventiladores se puede determinar a partir de

$$\text{Costo de operación} = (\text{Potencia de bombeo, kW}) \times (\text{Horas de operación, h}) \times (\text{Precio de la electricidad, dólares/kWh})$$

en donde la potencia de bombeo es la potencia eléctrica total consumida por los motores de las bombas y los ventiladores. Por ejemplo, un intercambiador que cuenta con una bomba de 1 hp y un ventilador de $\frac{1}{3}$ hp (1 hp = 0.746 kW) que funciona 8 horas diarias durante 5 días a la semana consumirá 2 069 kWh

de electricidad por año, lo cual costará 166 dólares si el costo de la electricidad es de 8 centavos de dólar/kWh.

La minimización de la caída de presión y del gasto masa de los fluidos abatirá el costo de operación del intercambiador, pero maximizará su tamaño y, por consiguiente, el costo inicial. Como regla empírica, si se duplica el gasto de masa se reducirá el costo inicial a *la mitad*, pero se incrementarán las necesidades de potencia de bombeo en un factor de aproximadamente *ocho*.

Por lo común, las velocidades de los fluidos que se encuentran en los intercambiadores varían entre 0.7 y 7 m/s para los líquidos y entre 3 y 30 m/s para los gases. Las velocidades bajas son útiles para evitar la erosión, las vibraciones de los tubos y el ruido, así como la caída de presión.

Tamaño y peso

Normalmente, entre *más pequeño* y *más ligero* es el intercambiador, mejor es. En especial, éste es el caso en las industrias *automotriz* y *aeroespacial*, en donde los requisitos con respecto al tamaño y al peso son más rigurosos. Asimismo, lo normal es que a un intercambiador más grande se le etiquete con un precio más alto. El espacio del que se dispone para el intercambiador en algunos casos limita la longitud de los tubos que se pueden usar.

Tipo

El tipo de intercambiador que se debe seleccionar depende principalmente del tipo de *fluidos* que intervienen, de las limitaciones de *tamaño* y *peso* y de la presencia de cualesquiera procesos de *cambio de fase*. Por ejemplo, un intercambiador resulta adecuado para enfriar un líquido por medio de un gas, si el área superficial del lado del gas es muchas veces más grande de la que se tiene del lado del líquido. Por otra parte, un intercambiador de placas o de tubos y coraza es muy apropiado para enfriar un líquido por medio de otro líquido.

Materiales

Los materiales que se usen en la construcción del intercambiador pueden constituir una consideración importante en la selección de los intercambiadores. Por ejemplo, no es necesario considerar los *efectos de los esfuerzos* térmicos y estructurales a presiones por debajo de 15 atm o temperaturas inferiores a 150°C. Pero estos efectos constituyen consideraciones importantes por arriba de 70 atm y 550°C y limitan mucho los materiales aceptables para el intercambiador.

Una diferencia de temperatura de 50°C o más entre los tubos y la coraza es posible que plantee problemas de *expansión térmica diferencial* que necesitan considerarse. En el caso de fluidos corrosivos puede ser que tengan que seleccionarse materiales costosos *resistentes a la corrosión*, como el acero inoxidable o incluso el titanio, si no se desea reemplazar con frecuencia los intercambiadores de bajo costo.

Otras consideraciones

Existen otras consideraciones en la selección de los intercambiadores de calor que pueden ser importantes o no, dependiendo de la aplicación. Por ejemplo, ser *herméticos* es una consideración importante cuando se trata con fluidos *tóxicos* o *costosos*. En el proceso de selección algunas otras consideraciones importantes son la facilidad para darles servicio, un bajo costo de mantenimiento y la seguridad y la confiabilidad. El silencio es una de las consideraciones importantes en la selección de los intercambiadores de líquido hacia aire que se usan en las instalaciones de calefacción y acondicionamiento del aire.

EJEMPLO 11-10 Instalación de un intercambiador de calor para ahorrar energía y dinero

En una planta de lácteos se pasteuriza leche por medio de agua caliente alimentada por una caldera en la que se quema gas natural. A continuación el agua se descarga hacia un drenaje abierto en el piso a 80°C, a razón de 15 kg/min. La planta opera 24 h al día durante los 365 días del año. La caldera tiene una eficiencia de 80% y el costo del gas natural es de 1.10 dólar por therm (1 therm = 105 500 kJ). La temperatura promedio del agua fría que entra en la caldera en todo el año es de 15°C. El agua caliente drenada no se puede regresar a la caldera y recircularse, porque se contamina durante el proceso.

Con el fin de ahorrar energía, se propone la instalación de un intercambiador de calor de agua hacia agua para precalentar el agua fría que entra por medio del agua caliente que va al drenaje. Si se supone que el intercambiador recuperará 75% del calor disponible en el agua caliente, determine la capacidad nominal de transferencia de calor del intercambiador que se necesita comprar y sugiera un tipo adecuado. Asimismo, determine la cantidad de dinero que ahorrará este intercambiador a la compañía por año debido a los ahorros de gas natural.

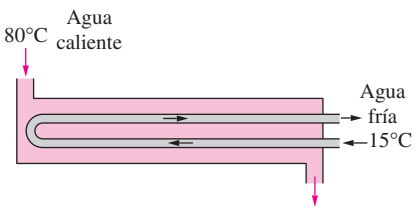


FIGURA 11-31
Esquema para el ejemplo 11-10.

SOLUCIÓN Se va a instalar un intercambiador de calor de agua hacia agua para transferir energía del agua caliente drenada hacia el agua fría que entra con el fin de precalentar esta última. Se deben determinar la razón de la transferencia de calor en el intercambiador y la cantidad de energía y de dinero que se ahorra por año.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La efectividad del intercambiador de calor permanece constante.

Propiedades Se usa el calor específico del agua a la temperatura ambiente, c_p = 4.18 kJ/kg · °C (tabla A-9) y se le trata como constante.

Análisis En la figura 11-31 se da un esquema del intercambiador de calor en proyecto. La recuperación de calor del agua caliente será máxima cuando salga del intercambiador a la temperatura de entrada del agua fría; por lo tanto,

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = \dot{m}_h c_p (T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}})$$

$$= \left(\frac{15}{60}\ \text{kg/s}\right)(4.18\ \text{kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(80 - 15)^\circ\text{C}$$

$$= 67.9\ \text{kJ/s}$$

Es decir, la corriente existente de agua caliente tiene el potencial de suministrar calor a razón de 67.9 kJ/s hacia el agua fría entrante. Se tendería a este valor en un intercambiador a contraflujo con un área superficial de transferencia de calor *muy grande*. Un intercambiador de tamaño y costo razonables puede capturar 75% de este potencial de transferencia de calor. Por lo tanto, la capacidad nominal de transferencia de calor del intercambiador en proyecto debe ser

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{\text{máx}} = (0.75)(67.9\ \text{kJ/s}) = \mathbf{50.9\ kJ/s}$$

Es decir, el intercambiador debe ser capaz de entregar calor a razón de 50.9 kJ/s del agua caliente hacia la fría. Para este fin debe resultar adecuado un intercambiador común de calor de placas o de *tubos y coraza*, puesto que sus dos lados están relacionados con el mismo fluido a gastos similares y, como consecuencia, a coeficientes de transferencia de calor parecidos. (Nótese que si se fuera a calentar aire con agua caliente, se tendría que especificar un intercambiador con un área superficial grande del lado del aire.)

El intercambiador operará 24 h al día durante los 365 días del año; por lo tanto, las horas anuales de operación son

$$\text{Horas de operación} = (24\ \text{h/día})(365\ \text{días/año}) = 8\,760\ \text{h/año}$$

Dado que este intercambiador ahorra 50.9 kJ de energía por segundo, la energía ahorrada durante todo un año será

$$\begin{aligned}\text{Energía ahorrada} &= (\text{Razón de la transferencia de calor})(\text{Tiempo de operación})\\ &= (50.9\ \text{kJ/s})(8\,760\ \text{h/año})(3\,600\ \text{s/h})\\ &= 1.605 \times 10^9\ \text{kJ/año}\end{aligned}$$

Se dice que la caldera tiene una eficiencia de 80%. Es decir, por cada 80 unidades de calor suministradas por la caldera, debe alimentarse gas natural con un contenido de energía de 100 unidades. Por lo tanto, los ahorros de energía que acaban de determinarse dan por resultado ahorros de combustible en la cantidad de

$$\begin{aligned}\text{Combustible ahorrado} &= \frac{\text{Energía ahorrada}}{\text{Eficiencia de la caldera}} = \frac{1.605 \times 10^9\ \text{kJ/año}}{0.80}\left(\frac{1\ \text{therm}}{105\,500\ \text{kJ}}\right)\\ &= 19\,020\ \text{therms/año}\end{aligned}$$

Puesto que el precio del gas natural es de 1.10 dólar por therm, la cantidad de dinero ahorrado queda

$$\begin{aligned}\text{Dinero ahorrado} &= (\text{Combustible ahorrado}) \times (\text{Precio del combustible})\\ &= (19\,020\ \text{therms/año})(1.10\ \text{dólar/therm})\\ &= \mathbf{20\,920\ \text{dólares/año}}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la instalación del intercambiador propuesto ahorrará a la compañía 20 920 dólares al año y es probable que el costo de esa instalación se pague en corto tiempo a partir de los ahorros de combustible.

RESUMEN

Los intercambiadores de calor son aparatos que permiten el intercambio de calor entre dos fluidos, sin permitir que se mezclen entre sí. Los intercambiadores se fabrican en diversos tipos, siendo el más simple el de *doble tubo*. En uno del tipo de *flujo paralelo*, tanto el fluido caliente como el frío entran en el intercambiador por el mismo extremo y se mueven en la misma dirección, en tanto que en uno del tipo a *contraflujo* los fluidos caliente y frío entran en el intercambiador por los extremos opuestos y fluyen en direcciones opuestas. En los intercambiadores *compactos* los dos fluidos se mueven perpendiculares entre sí y a esa configuración de los flujos se le llama de *flujo cruzado*. Otros tipos comunes de intercambiadores que se encuentran en las aplicaciones industriales son los de *placas* y los de *tubos y coraza*.

En un intercambiador la transferencia de calor suele comprender convección en cada uno de los fluidos y conducción a través de la pared que los separa. En el análisis de los intercambiadores de calor resulta conveniente trabajar con un *coeficiente total de transferencia de calor U* o una *resistencia térmica total R* expresada como

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = R = \frac{1}{h_iA_i} + R_{\text{pared}} + \frac{1}{h_oA_o}$$

en donde los subíndices *i* y *o* se refieren a las superficies interior y exterior de la pared que separa los dos fluidos, respectivamente. Cuando el espesor de la pared del tubo es pequeño y la con-

ductividad del material de tubo es elevada, la última relación se simplifica para quedar

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

en donde $U \approx U_i \approx U_o$. Los efectos de la incrustación tanto sobre la superficie interior como sobre la exterior de los tubos de un intercambiador de calor se pueden tomar en cuenta por medio de

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = R$$

$$= \frac{1}{h_i A_i} + \frac{R_{f,\,i}}{A_i} + \frac{\ln (D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R_{f,\,o}}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o}$$

en donde $A_i = \pi D_i L$ y $A_o = \pi D_o L$ son las áreas de las superficies interior y exterior y $R_{f,\,i}$ y $R_{f,\,o}$ son los factores de incrustación en esas superficies.

En un intercambiador bien aislado la razón de la transferencia de calor desde el fluido caliente es igual a la razón de la transferencia de calor hacia el fluido frío; es decir,

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}}) = C_c(T_{c,\,\text{sal}} - T_{c,\,\text{ent}})$$

y

$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}}) = C_h(T_{h,\,\text{ent}} - T_{h,\,\text{sal}})$$

en donde los subíndices c y h se refieren a los fluidos frío y caliente, respectivamente, y el producto del gasto de masa y del calor específico del fluido, $\dot{m}c_p$ se llama *razón de capacidad calorífica*.

De los dos métodos usados en el análisis de los intercambiadores de calor, el de la *diferencia media logarítmica de temperatura* (LMTD) es el más adecuado para determinar el tamaño de un intercambiador cuando se conocen todas las temperaturas de entrada y salida. El método de la *efectividad*-NTU es el más adecuado para predecir las temperaturas de salida de las corrientes de los fluidos caliente y frío en un intercambiador específico. En el método de la LMTD, la razón de la transferencia de calor se determina a partir de

$$\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_{\text{ml}}$$

en donde

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln (\Delta T_1/\Delta T_2)}$$

es la *diferencia media logarítmica de temperatura*, la cual es la forma apropiada de la diferencia de temperatura promedio para usarse en el análisis de los intercambiadores. En este caso, ΔT_1 y ΔT_2 representan las diferencias de temperatura entre los dos fluidos en los dos extremos (de entrada y de salida) del intercambiador. Para los intercambiadores de flujo cruzado y de tubos y coraza de pasos múltiples la diferencia de temperatura media logarítmica está relacionada con la correspondiente al contraflujo $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ como

$$\Delta T_{\text{ml}} = F\,\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

en donde F es el *factor de corrección*, que depende de la configuración geométrica del intercambiador y de las temperaturas de entrada y salida de las corrientes de los fluidos caliente y frío.

La *efectividad* de un intercambiador de calor se define como

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}}$$

$$= \frac{\text{Razón de la transferencia de calor real}}{\text{Razón máxima posible de la transferencia de calor}}$$

en donde

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{ent}} - T_{c,\,\text{ent}})$$

y $C_{\text{mín}}$ es la menor de $C_h = \dot{m}_h c_{ph}$ y $C_c = \dot{m}_c c_{pc}$. La efectividad de los intercambiadores se puede determinar a partir de diversas relaciones y diagramas.

La selección o diseño de un intercambiador de calor depende de varios factores, como la razón de la transferencia de calor, el costo, la caída de presión, el tamaño, el peso, el tipo de construcción, los materiales y el medio de operación.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. N. Afgan y E. U. Schlunder. *Heat Exchanger: Design and Theory Sourcebook*, Washington D. C.: McGraw-Hill/Scripta, 1974.

2. R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Tagle. "Mean Temperature Difference in Design". *Trans. ASME* 62, 1940, p. 283. Reimpreso con autorización de ASME International.

3. A. P. Fraas. *Heat Exchanger Design*, 2a. ed., Nueva York: John Wiley & Sons, 1989.

4. K. A. Gardner. "Variable Heat Transfer Rate Correction in Multipass Exchangers, Shell Side Film Controlling", *Transactions of the ASME* 67 (1945), pp. 31-38.

5. W. M. Kays y A. L. London. *Compact Heat Exchangers*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1984. Reimpreso con autorización de William M. Kays.

6. —— y H. C. Perkins. *Handbook of Heat Transfer*, cap. 7, en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett (eds.), Nueva York: McGraw-Hill, 1972.

7. A. C. Mueller. "Heat Exchangers", *Handbook of Heat Transfer*, cap. 18, en W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett (eds.), Nueva York: McGraw-Hill, 1972.

8. M. N. Özişik. *Heat Transfer–A Basic Approach*, Nueva York: McGraw-Hill, 1985.

9. E. U. Schlunder. *Heat Exchanger Design Handbook*, Washington, D. C.: Hemisphere, 1982.

10. *Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association*, Nueva York, Tubular Exchanger Manufacturers Association, edición más reciente.

11. R. A. Stevens, J. Fernandes y J. R. Woolf. "Mean Temperature Difference in One, Two, and Three Pass Crossflow Heat Exchangers", *Transactions of the ASME* 79 (1957), pp. 287-297.

12. J. Taborek, G. F. Hewitt y N. Afgan. *Heat Exchangers: Theory and Practice*, Nueva York: Hemisphere, 1983.

13. G. Walker, *Industrial Heat Exchangers,* Washington, D. C.: Hemisphere, 1982.

PROBLEMAS*

Tipos de intercambiadores de calor

11-1C Clasifique los intercambiadores de calor según el tipo de flujo y explique las características de cada tipo.

11-2C ¿Cuándo un intercambiador de calor se clasifica como compacto? ¿Piensa el lector que un intercambiador de tubo doble se puede clasificar como compacto?

11-3C ¿Qué es un intercambiador regenerativo de calor? ¿En qué se diferencia un intercambiador del tipo estático de uno del tipo dinámico?

11-4C ¿Cuál es el papel de los desviadores en un intercambiador de tubos y coraza? ¿De qué manera la presencia de los desviadores afecta la transferencia de calor y las necesidades de potencia de bombeo? Explique.

11-5C Dibuje un intercambiador de calor de tubos y coraza de 1 por la coraza y 6 pasos por los tubos. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de usar seis pasos por los tubos en lugar de sólo 2 del mismo diámetro?

11-6C Dibuje un intercambiador de calor de tubos y coraza de 2 pasos por la coraza y 8 pasos por los tubos. ¿Cuál es la razón primaria para usar tantos pasos por los tubos?

11-7C ¿En qué se diferencia un intercambiador de calor de flujo cruzado de uno a contraflujo? ¿Cuál es la diferencia entre los fluidos de flujo mezclado y no mezclado en el flujo cruzado?

El coeficiente de transferencia de calor total

11-8C ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de calor que intervienen durante esa transferencia del fluido caliente hacia el frío?

11-9C ¿En qué condiciones la resistencia térmica del tubo de un intercambiador de calor es despreciable?

11-10C Considere un intercambiador de calor de tubo doble y flujo paralelo de longitud L. Los diámetros interior y exterior del tubo interior son D_1 y D_2, respectivamente, y el diámetro interior del tubo exterior es D_3. Explique cómo determinaría las dos áreas superficiales de transferencia de calor, A_i y A_o. ¿Cuándo resulta razonable suponer que $A_i \approx A_o \approx A_s$?

11-11C ¿Cómo se toma en cuenta la resistencia térmica debida a la incrustación en un intercambiador? ¿De qué manera la velocidad del fluido y la temperatura influyen sobre la incrustación?

11-12C ¿Cuáles son las restricciones con respecto a la relación $UA_s = U_iA_i = U_oA_o$ para un intercambiador de calor? En este caso, A_s es el área superficial de transferencia de calor y U es el coeficiente de transferencia de calor total.

11-13C En un intercambiador de tubo doble y de pared delgada, ¿cuándo resulta razonable la aproximación $U = h_i$? En este caso, U es el coeficiente de transferencia de calor total y h_i es el coeficiente de transferencia de calor por convección adentro del tubo.

11-14C ¿Cuáles son las causas comunes de incrustación en un intercambiador de calor? ¿Cómo afecta la incrustación a la transferencia de calor y a la caída de presión?

11-15C ¿En qué condiciones se puede determinar el coeficiente de transferencia de calor total de un intercambiador a partir de $U = (1/h_i + 1/h_o)^{-1}$?

11-16 Se construye un intercambiador de calor de tubo doble de un tubo interior de cobre (k = 380 W/m · °C) cuyo diámetro interno es D_i = 1.2 cm y el externo es D_o = 1.6 cm, y un tubo exterior de 3 cm de diámetro. Se informa que los coeficientes de transferencia de calor por convección son h_i = 800 W/m² · °C, sobre la superficie interior del tubo, y h_o = 240 W/m² · °C, sobre la superficie exterior. Para un factor de incrustación $R_{f,i}$ = 0.0005 m² · °C/W, del lado del tubo, y $R_{f,o}$ = 0.0002 m² · °C/W. del lado del casco, determine *a*) la resistencia térmica del intercambiador por unidad de longitud, y *b*) los coeficientes totales de transferencia de calor, U_i y U_o, con base en las áreas superficiales interior y exterior del tubo, respectivamente.

11-17 Vuelva a considerar el problema 11-16. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la conductividad del tubo y de los coeficientes de transferencia de calor sobre la resistencia térmica del intercambiador. Suponga que la conductividad varía de 10 W/m · °C hasta 400 W/m · °C; el coeficiente de transferencia de calor por convección de 500 W/m² · °C hasta 1 500 W/m² · °C, sobre la superficie interior, y de 1 000 W/m² · °C hasta 2 000 W/m² · °C, sobre la exterior. Trace gráficas de la resistencia térmica como función de la conductividad térmica y de los coeficientes de transferencia de calor, discuta los resultados.

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES se resuelven usando el EES, y las soluciones completas junto con los estudios paramétricos, se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software EES que acompaña a este texto.

11-18E Agua a una temperatura promedio de 180°F y una velocidad promedio de 4 ft/s fluye a través de un conducto de $\frac{3}{4}$ pulgadas de diámetro. El aire que fluye por el conducto a una velocidad de 12 ft/s y a una temperatura promedio de 80°F, enfría el agua. Determine el coeficiente de transferencia de calor general.

11-19 Fluye agua a una temperatura promedio de 110°C y una velocidad promedio de 3.5 m/s por un tubo de 7 m de longitud de acero inoxidable (k = 14.2 W/m · °C) en una caldera. Los diámetros interior y exterior del tubo son D_i = 1.0 cm y D_o = 1.4 cm, respectivamente. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior del tubo, en donde se está llevando a efecto la ebullición, es h_o = 7 200 W/m² · °C, determine el coeficiente de transferencia de calor total U_i de esta caldera, con base en el área superficial interior de ese tubo.

11-20 Repita el problema 11-19 suponiendo un factor de incrustación $R_{f,i}$ = 0.0005 m² · °C/W sobre la superficie interior del tubo.

11-21 Vuelva a considerar el problema 11-20. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del coeficiente de transferencia de calor total con base en la superficie interior como función del factor de incrustación F_i, conforme éste varía de 0.0001 m² · °C/W hasta 0.0008 m² · °C/W, y discuta los resultados.

11-22I Se dice que un intercambiador de calor en contraflujo tiene un coeficiente total de transferencia de calor, con base en el área externa del tubo de 50 Btu/h · ft² · ºF cuando opera en condiciones de diseño y limpieza. Después de un periodo de uso, se acumularon depósitos en el intercambiador de calor lo que da un factor de incrustación de 0.002 h · ft² · ºF/Btu. Determine *a*) el coeficiente total de transferencia de calor del intercambiador con depósitos y *b*) el cambio porcentual en el coeficiente total de transferencia de calor debido a la acumulación de depósitos.

11-23I El tubo en un intercambiador de calor tiene 2 in. de diámetro interno y 3 in. de diámetro externo. La conductividad térmica del material del tubo es 0.5 Btu/h · ft² · ºF, mientras que el coeficiente de transferencia de calor de la superficie interna es 50 Btu/h · ft² · ºF y el coeficiente de transferencia de calor de la superficie externa es 10 Btu/h · ft² · ºF. Determine los coeficientes totales de transferencia de calor con base en las superficies interna y externa.

Respuestas. 4.32 Btu/h · ft² · °F, 6.48 Btu/h · ft² · °F

11-24 Se usa un intercambiador de calor largo, de tubo doble y pared delgada, con diámetros del tubo y del casco de 1.0 cm y 2.5 cm, respectivamente, para condensar refrigerante 134a por medio de agua a 20°C. El refrigerante fluye por el tubo, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h_i = 4 100 W/m² · °C. Por el casco fluye agua a razón de 0.3 kg/s. Determine el coeficiente de transferencia de calor total de este intercambiador. *Respuesta:* 1 856 W/m² · °C

11-25 Repita el problema 11-24 suponiendo que sobre la superficie exterior del tubo interior se forma una capa de 2 mm de espesor de caliza (k = 1.3 W/m · °C).

11-26 Vuelva a considerar el problema 11-25. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del coeficiente de transferencia de calor total como función del espesor de la caliza, conforme éste varía de 1 mm hasta 3 mm y discuta los resultados.

11-27 Se usa un recipiente con camisa dentro del cual está colocado un agitador de flujo de tipo turbina, para calentar un flujo de agua, desde 10°C hasta 54°C. Se puede estimar el coeficiente promedio de transferencia de calor al agua, en la pared interior del recipiente, a partir de $\mathrm{Nu} = 0.76\mathrm{Re}^{2/3}\mathrm{Pr}^{1/3}$. Vapor de agua saturado, a 100°C, se condensa en la camisa, para la cual el coeficiente promedio de transferencia de calor, en kW/m² · K, es $h_o = 13.1(T_g - T_w)^{-0.25}$. Las dimensiones del recipiente son D_i = 0.6 m, H = 0.6 m y D_o = 0.2 m. La velocidad del agitador es de 60 rpm. Calcule el gasto de masa de agua que se puede calentar de manera estacionaria en este recipiente.

Análisis de los intercambiadores de calor

11-28C ¿Cuáles son las aproximaciones comunes que se hacen en el análisis de los intercambiadores de calor?

11-29C ¿En qué condiciones el aumento de temperatura del fluido frío en un intercambiador será igual a la caída de temperatura del fluido caliente?

11-30C ¿Qué es la razón de capacidades caloríficas? ¿Qué puede decir el lector acerca de los cambios de temperatura de los fluidos caliente y frío en un intercambiador de calor si los dos fluidos tienen la misma razón de capacidades? ¿Qué quiere decir una capacidad calorífica de infinito para un fluido en un intercambiador?

11-31C Considere un dispositivo en el cual se condensa vapor de agua a una temperatura específica rechazando calor hacia el agua de enfriamiento. Si se conocen la razón de la transferencia de calor en el condensador y la elevación de temperatura del agua de enfriamiento, explique cómo se pueden determinar la razón de condensación del vapor y el gasto de masa del agua de enfriamiento. Asimismo, explique cómo se puede evaluar en este caso la resistencia térmica total R de este condensador.

11-32C ¿En qué condiciones la relación de la transferencia de calor

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\,\mathrm{sal}} - T_{c,\,\mathrm{ent}}) = \dot{m}_h c_{ph}\,(T_{h,\,\mathrm{ent}} - T_{h,\,\mathrm{sal}})$$

es válida para un intercambiador?

Método de la diferencia media logarítmica de temperatura

11-33C En la relación de la transferencia de calor $\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_{\mathrm{ml}}$ para un intercambiador, ¿cómo se llama ΔT_{ml}? ¿Cómo se calcula ésta para un intercambiador de calor de flujo paralelo y para uno a contraflujo?

11-34C ¿Cuál es la diferencia entre la diferencia de temperatura media logarítmica para un intercambiador y la diferencia de temperatura media aritmética (AMTD)? Para temperaturas de entrada y de salida específicas, ¿cuál de estas dos cantidades es la más grande?

11-35C Se dice que la diferencia de temperatura entre los fluidos caliente y frío en un intercambiador es ΔT_1 en uno de los extremos y ΔT_2 en el otro. ¿La diferencia media logarítmica de temperatura ΔT_{ml} de este intercambiador de calor puede ser mayor que ΔT_1 y ΔT_2? Explique.

11-36C En un intercambiador de calor de flujo paralelo ¿la temperatura de salida del fluido frío puede ser más alta que la temperatura de salida del fluido caliente? ¿Qué se puede decir acerca de un intercambiador a contraflujo? Explique.

11-37C Explique cómo se puede usar el método de la LMTD para determinar el área superficial de transferencia de calor de un intercambiador de tubos y coraza de pasos múltiples cuando se da toda la información necesaria, incluyendo las temperaturas de salida.

11-38C En la relación de transferencia de calor $\dot{Q} = UA_s F \Delta T_{ml}$ para un intercambiador, ¿cómo se llama la cantidad F? ¿Qué representa? ¿Puede ser F mayor que uno?

11-39C Cuando no se conocen las temperaturas de salida de los fluidos en un intercambiador, ¿todavía resulta práctico usar el método de la LMTD? Explique.

11-40C Para temperaturas de entrada y de salida específicas, ¿para qué clase de intercambiador de calor la ΔT_{ml} tendrá el valor más grande: el de doble tubo y flujo paralelo, el de doble tubo y a contraflujo, el de flujo cruzado o el de tubos y coraza de pasos múltiples?

11-41 Se dice que un intercambiador de calor en contraflujo tiene un coeficiente total de transferencia de calor de 284 W/m^2 · K cuando opera en condiciones de limpieza y diseño. Un fluido caliente ingresa al tubo a 93ºC y sale a 71ºC, mientras que un fluido frío ingresa a la coraza a 27ºC y sale a 38ºC. Después de un periodo de uso, se acumulan depósitos en el intercambiador de calor, lo que produce un factor de incrustación de 0.0004 m^2 · K/W. Si el área de transferencia es de 93 m^2, determine *a*) la razón de transferencia de calor en el intercambiador de calor y *b*) la razón de flujo de masa para los fluidos caliente y frío. Asuma que los fluidos caliente y frío tienen un calor específico de 4.2 kJ/kg · K.

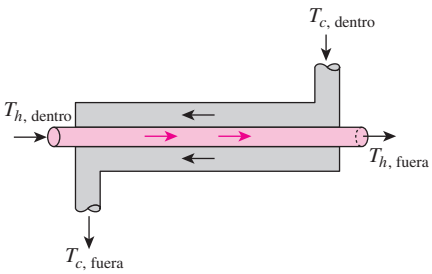


FIGURA P11-41

11-42I Un intercambiador de calor de flujo cruzado y de un solo paso se utiliza para enfriar agua refrigerante (c_p = 1.0 Btu/lbm · ºF) de un motor diesel de 190ºF a 140ºF., mediante aire (c_p = 0.245 Btu/lbm · ºF) con una temperatura de entrada de 90ºF. No se mezclan ni el flujo de aire ni el flujo de agua. Si la razón de flujo de masa del agua y el aire es 92 000 lbm/h y 400 000 lbm/h, respectivamente, determine la diferencia media logarítmica de temperatura para este intercambiador de calor.

Respuesta: 47.4ºF

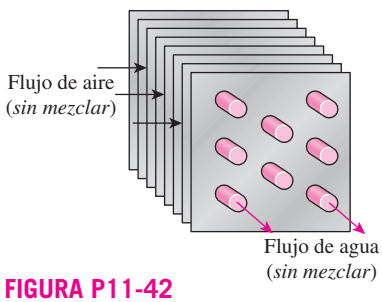


FIGURA P11-42

11-43 Se calienta etilenglicol desde 25°C hasta 40°C a razón de 1.5 kg/s, en un tubo horizontal de cobre (k = 386 W/m · K) que tiene un diámetro interior de 2.0 cm y uno exterior de 2.5 cm. Un vapor saturado (T_g = 110°C) se condensa sobre la superficie del tubo exterior, con el coeficiente de transferencia de calor (en kW/m^2 · K) dado por $9.2/(T_g - T_w)^{0.25}$, donde T_w es la temperatura promedio de la pared del tubo exterior. ¿Qué longitud de tubo se debe usar? Tome las propiedades del etilenglicol como ρ = 1 109 kg/m^3, c_p = 2 428 kJ/kg · K, k = 0.253 W/m · °C, μ = 0.01545 kg/m · s y Pr = 148.5.

11-44 Se conduce una prueba para determinar el coeficiente de transferencia de calor total en un intercambiador de tubos y coraza, de agua hacia aceite, que tiene 24 tubos con un diámetro interno de 1.2 cm y longitud de 2 m en un solo casco. Agua fría (c_p = 4 180 J/kg · °C) entra en los tubos a 20°C, a razón de 3 kg/s, y sale a 55°C. El aceite (c_p = 2 150 J/kg · °C) fluye por el casco y se enfría desde 120°C hasta 45°C. Determine el coeficiente de transferencia de calor total U_i de este intercambiador, con base en el área superficial interior de los tubos.

Respuesta: 8.31 kW/m^2 · °C

11-45 Un flujo de hidrocarbono (c_p = 2.2 kJ/kg · K) se enfría a razón de 720 kg/h, desde 150°C hasta 40°C, al pasar por el tubo interior de un intercambiador de calor de tubo doble a contraflujo. Entra agua (c_p = 4.18 kJ/kg · K) al intercambiador a 10°C, a razón de 540 kg/h. El diámetro exterior del tubo interior es de 2.5 cm y su longitud es de 6.0 m. Calcule el coeficiente total de transferencia de calor.

11-46 Se usa un intercambiador de calor de casco y tubo para calentar 10 kg/s de aceite (c_p = 2.0 kJ/kg · K), desde 25°C hasta 46°C. El intercambiador es de un paso por el casco y de 6 pasos por el tubo. Entra agua por el lado del casco a 80°C y sale a 60°C. Se estima que el coeficiente total de transferencia de calor es 1 000 W/m^2 · K. Calcule la razón de la transferencia de calor y el área de transferencia de este último.

11-47 Se va a calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) en un intercambiador de tubo doble y flujo paralelo, desde 25°C hasta 60°C, a razón de 0.2 kg/s. El calentamiento se va a realizar por medio de agua geotérmica (c_p = 4 310 J/kg · °C) de la que se dispone a 140°C con un gasto de masa de 0.3 kg/s. El tubo interior es de pared delgada y tiene un diámetro de 0.8 cm. Si el coeficiente de transferencia de calor total del intercambiador es de 550 W/m^2 · °C, determine la longitud del intercambiador requerido para lograr el calentamiento deseado.

11-48 Vuelva a considerar el problema 11-47. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura y del gasto de masa del agua geotérmica sobre la longitud del intercambiador de calor. Suponga que la temperatura varía de 100°C hasta 200°C y el gasto de masa de 0.1 kg/s hasta 0.5 kg/s. Trace gráficas de la longitud del intercambiador como función de la temperatura y del gasto de masa, discuta los resultados.

11-49I Se usa un intercambiador de un paso por el casco y 8 pasos por los tubos para calentar glicerina (c_p = 0.60 Btu/lbm · °F) desde 80°F hasta 140°F por medio de agua caliente (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) que entra en los tubos de pared delgada y de 0.5 in de diámetro a 175°F y sale a 120°F. La longitud total de los tubos en el intercambiador es de 400 ft. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 4 Btu/h · ft^2 · °F en el lado

de la glicerina (el casco) y de 50 Btu/h · ft^2 · °F en el lado del agua (el tubo). Determine la razón de la transferencia de calor en el intercambiador *a*) antes de que se tenga incrustación, y *b*) después de que se forma incrustación, con un factor de 0.002 h · ft^2 · °F/Btu, sobre las superficies exteriores de los tubos.

11-50 Se usa un intercambiador de calor de doble tubo y de flujo paralelo para calentar agua fría de la llave con agua caliente. El agua caliente (c_p = 4.25 kJ/kg · °C) entra al tubo a 85°C, a razón de 1.4 kg/s, y sale a 50°C. El intercambiador de calor no está bien aislado y se estima que se pierde 3% del calor liberado por el fluido caliente. Si el coeficiente total de transferencia de calor y el área superficial del intercambiador son 1 150 W/m^2 · °C y 4 m^2, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor hacia el agua fría y la diferencia media logarítmica de temperatura para este intercambiador.

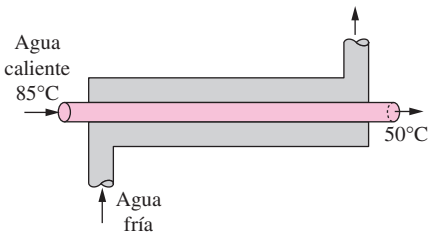


FIGURA P11-50

11-51 Se va a usar un intercambiador de calor de tubo doble, de pared delgada y a contraflujo para enfriar aceite (c_p = 2 200 J/kg · °C), de 150°C hasta 50°C, que fluye a razón de 2.5 kg/s, por medio de agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) que entra a 22°C a razón de 1.5 kg/s. El diámetro del tubo es de 2.5 cm y su longitud es de 6 m. Determine el coeficiente de transferencia de calor total de este intercambiador.

11-52 Vuelva a considerar el problema 11-51. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura de salida del aceite y de la entrada del agua sobre el coeficiente de transferencia de calor total del intercambiador. Suponga que la temperatura de salida del aceite varía de 30°C hasta 70°C y la de entrada del agua desde 5°C hasta 25°C. Trace gráficas del coeficiente de transferencia de calor total en función de las dos temperaturas, y discuta los resultados.

11-53 Se utiliza un intercambiador de calor de coraza y tubos de 2 pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · K) con glicol de etilenglicol (c_p = 2 680 J/kg · K). El agua a 22°C ingresa a los tubos a una razón de 0.8 kg/s y sale de ellos con una temperatura de 70°C. El etilenglicol ingresa a la coraza a 110°C y sale de ella a 60°C. Si el coeficiente general de transferencia de calor en el lado del tubo es de 280 W/m^2 · K, determine la razón de la transferencia de calor y el área superficial de transferencia de calor del lado del tubo.

11-54 Reconsidere el problema 11-53. Con ayuda del software EES (u otro), investigue el efecto de la razón del flujo de masa del agua sobre la razón de transferencia de calor y el área superficial en el lado del tubo. Deje que la razón de flujo de masa varíe de 0.4 kg/s a 2.2 kg/s. Grafique la relación entre transferencia de calor y el área superficial en función de la razón del flujo de masa y analice los resultados.

11-55 Un intercambiador de calor de flujo cruzado y un solo paso con fluidos sin mezclar, tiene agua que entra a 16ºC y sale a 33ºC, mientras que el aceite (c_p = 1.93 kJ/kg · K y ρ = 870 kg/m^3) que fluye a 0.19 m^3/min entra a 38ºC y sale a 29ºC. Si el área superficial del intercambiador de calor es de 20 m^2, determine el valor del coeficiente total de transferencia de calor.

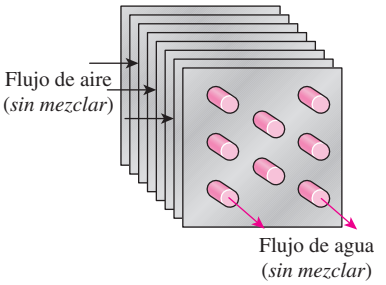


FIGURA P11-55

11-56I Aceite se está enfriando de 180ºF a 120ºF en un intercambiador de 1 paso por la coraza y 2 pasos por los tubos, con un coeficiente total de transferencia de calor de 40 Btu/h ft^2 · ºF. Agua (c_{pc} = 1.0 Btu/lbm · ºF) ingresa a 80ºF y sale a 100ºF con una razón de flujo de masa de 20 000 lbm/h, determine *a*) la diferencia media logarítmica de temperatura y *b*) el área superficial del intercambiador de calor.

Respuestas: a) 54.2ºF, *b*) 184 ft^2

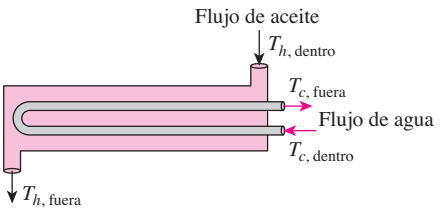


FIGURA P11-56I

11-57 Se va a calentar aceite de motor (c_p = 2 100 J/kg · °C) de 20°C hasta 60°C, a razón de 0.3 kg/s, en un tubo de cobre de pared delgada y de 2 cm de diámetro, por medio de vapor de agua en condensación que se encuentra afuera a una temperatura de 130°C (h_{fg} = 2 174 kJ/kg). Para un coeficiente de transferencia de calor total de 650 W/m^2 · °C, determine la razón de la transferencia de calor y la longitud requerida del tubo para lograrlo. *Respuestas:* 25.2 kW, 7.0 m

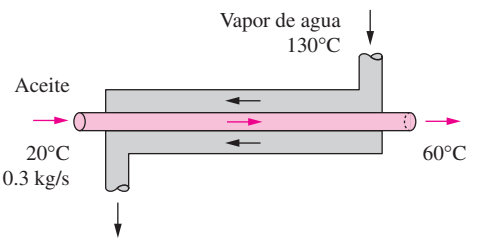


FIGURA P11-57

11-58I Se va a usar agua geotérmica (c_p = 1.03 Btu/lbm · °F) como la fuente de calor para suministrarlo al sistema hidrónico de calefacción de una casa, a razón de 40 Btu/s, en un intercambiador de doble tubo y a contraflujo. Se calienta agua (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) en el intercambiador, de 140°F hasta 200°F, conforme el agua geotérmica se enfría de 270°F hasta 180°F. Determine el gasto de masa de cada fluido y la resistencia térmica total de este intercambiador.

11-59 Se va a calentar glicerina (c_p = 2 400 J/kg · °C) a 20°C y a razón de 0.5 kg/s por medio de etilenglicol (c_p = 2 500 J/kg · °C) que está a 70°C, en un intercambiador de calor de tubo doble, pared delgada y flujo paralelo. La diferencia de temperatura entre los dos fluidos es de 15°C a la salida del intercambiador. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 240 W/m^2 · °C y el área superficial de esta transferencia es de 3.2 m^2, determine *a*) la razón de la transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida de la glicerina y *c*) el gasto de masa del etilenglicol.

11-60 Se va a precalentar aire (c_p = 1 005 J/kg · °C) por medio de gases de escape, en un intercambiador de calor de flujo cruzado, antes de que entre en la caldera. El aire entra en el intercambiador a 95 kPa y 20°C, a razón de 0.8 m^3/s. Los gases de combustión (c_p = 1 100 J/kg · °C) entran a 180°C, a razón de 1.1 kg/s, y salen a 95°C. El producto del coeficiente de transferencia de calor total y del área superficial de esta transferencia es AU = 1 200 W/°C. Suponiendo que el flujo de los dos fluidos es no mezclado, determine la razón de la transferencia de calor y la temperatura de salida del aire.

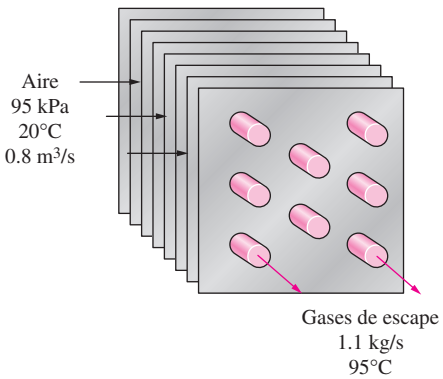


FIGURA P11-60

11-61 Se usa un intercambiador de calor de tubos y coraza con 2 pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) en los tubos, de 20°C hasta 70°C, a razón de 4.5 kg/s. El calor se suministra por medio de aceite caliente (c_p = 2 300 J/kg · °C) que entra por el lado de la coraza a 170°C, a razón de 10 kg/s. Para un coeficiente de transferencia de calor total del lado de los tubos de 350 W/m^2 · °C, determine el área superficial de esta transferencia de ese lado.

Respuesta: 25.7 m^2

11-62 Repita el problema 11-61 para un gasto de masa de 3 kg/s para el agua.

11-63 Se usa un intercambiador de calor de tubos y coraza con 2 pasos por la coraza y 8 pasos por los tubos para calentar alcohol etílico (c_p = 2 670 J/kg · °C) en los tubos, de 25°C hasta 70°C, a razón de 2.1 kg/s. El calentamiento se va a realizar por medio de agua (c_p = 4 190 J/kg · °C) que entra por el lado del casco a 95°C y sale a 45°C. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 950 W/m^2 · °C, determine el área superficial de transferencia del intercambiador.

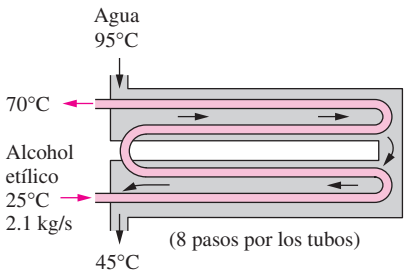


FIGURA P11-63

11-64 Considere un intercambiador de doble tubo y de agua a agua cuyo arreglo de flujo se desconoce. Las medidas de temperatura indican que el agua fría entra a 20ºC y sale a 50ºC, mientras que el agua caliente entra a 80ºC y sale a 45ºC. ¿Considera que se trata de un intercambiador de calor de flujo paralelo o de contraflujo? Determine cómo se deben colocar los flujo y calcule la diferencia media logarítmica.

11-65 Agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) que sale por una regadera entra a un intercambiador de calor de doble tubo en contraflujo a 15ºC y a razón de 1.25 kg/s y se calienta hasta 60ºC, con agua caliente (c_p = 4 190 J/kg · K) que ingresa a 100ºC a razón de 4 kg/s. Si el coeficiente total de transferencia de calor es 880 W/m^2 · K, determine la razón de transferencia de calor y el área superficial de transferencia de calor del intercambiador de calor.

11-66I Se va a condensar vapor de agua del lado de la coraza de un condensador de un paso por la coraza y 8 pasos por los tubos, con 50 tubos en cada paso, a 90°F (h_{fg} = 1 043 Btu/lbm). En los tubos entra agua de enfriamiento (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) a 55°F y sale a 70°F. Los tubos son de pared delgada, tienen un diámetro de 3/4 in y una longitud de 5 ft por paso. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 600 Btu/h · ft^2 · °F, determine *a*) la razón de la transferencia de calor, *b*) la razón de la condensación del vapor, y *c*) el gasto de masa del agua fría.

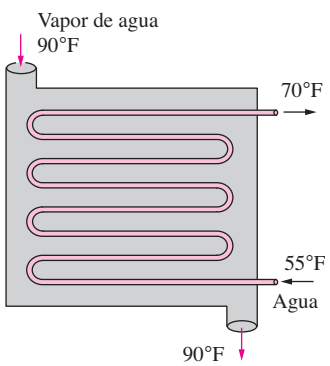


FIGURA P11-66I

11-67I Vuelva a considerar el problema 11-66I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura del vapor de agua en condensación sobre las velocidades de la transferencia de calor y de la condensación del vapor y el gasto de masa del agua fría. Suponga que la temperatura del vapor varía de 80°F hasta 120°F. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor, de la razón de la condensación del vapor y del gasto de masa del agua fría en función de la temperatura del vapor agua y discuta los resultados.

11-68 Se van a usar los gases de escape calientes de un motor diesel estacionario para generar vapor en un evaporador. Los gases de escape (c_p = 1 051 J/kg · °C) entran en el intercambiador a 550°C, a razón de 0.25 kg/s, en tanto que el agua entra como líquido saturado y se evapora a 200°C (h_{fg} = 1 941 kJ/kg). El área superficial de transferencia de calor, con base en el lado del agua, es de 0.5 m^2 y el coeficiente de transferencia de calor total es de 1 780 W/m^2 · °C. Determine la razón de la transferencia de calor, la temperatura de salida de los gases de escape y la rapidez de evaporación del agua.

11-69 Vuelva a considerar el problema 11-68. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura de entrada de los gases de escape sobre la velocidad de la transferencia de calor, la temperatura de salida de esos mismos gases y la velocidad de la evaporación del agua. Suponga que la temperatura de entrada de los gases de escape varía de 300°C hasta 600°C. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor, la temperatura de salida de los gases de escape y la razón de evaporación del agua en función de la temperatura de entrada de esos gases y discuta los resultados.

11-70 En una planta textil se va a usar el agua de desecho del teñido (c_p = 4 295 J/kg · °C) que está a 80°C para precalentar agua fresca (c_p = 4 180 J/kg · °C) a 10°C, con el mismo gasto de masa, en un intercambiador de calor de tubo doble y a contraflujo. El área superficial de transferencia de calor del intercambiador es de 1.65 m^2 y el coeficiente de transferencia de calor total es de 625 W/m^2 · °C. Si la razón de la transferencia de calor en el intercambiador es de 35 kW, determine la temperatura de salida y el gasto de masa de cada flujo de fluido.

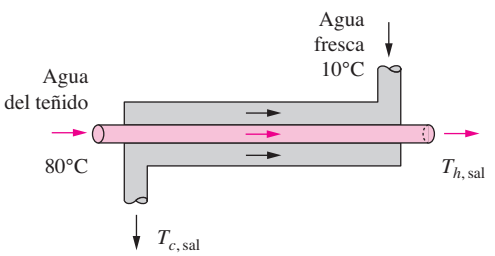


FIGURA P11-70

11-71 Un intercambiador de calor contiene 400 tubos con diámetro interno de 23 mm y diámetros externos de 25 mm. La longitud de cada tubo es de 3.7 m. La diferencia media logarítmica corregida de la temperatura es 23ºC, mientras que el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie interna es 3 410 W/m^2 · K y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie externa es 6 820 W/m^2 · K. Si la resistencia térmica de los tubos es despreciable, determine la razón de transferencia de calor.

Respuesta: 5 750 kW

11-72I Se va a diseñar un intercambiador de calor de un solo paso para calentar 100 000 lbm de agua en una hora de 60ºF a 100ºF mediante la condensación de vapor de agua a 230ºF el cual circula por la coraza. Cada tubo tiene un diámetro de 1.2 in y espesor de pared de 0.12 in. El coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie interna es 480 Btu/h ft^2 · ºF y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie externa es 2 000 Btu/h ft^2 · ºF. Si la velocidad de entrada del agua (c_{pc} = 1 Btu/lbm · ºF y ρ = 6.23 lbm/ft^3) del lado del tubo es 4 ft/s, determine el número necesario de tubos y su longitud. Suponga que la resistencia térmica de los tubos es despreciable.

Método de la efectividad-NTU

11-73C ¿Qué representa la efectividad de un intercambiador de calor? ¿Puede ser la efectividad mayor que uno? ¿De qué factores depende la efectividad de un intercambiador?

11-74C Para una pareja de fluidos, temperaturas de entrada y gastos de masa específicos, ¿qué clase de intercambiador de calor tendrá la efectividad más alta: el de doble tubo y flujo paralelo, el de doble tubo y a contraflujo, el de flujo cruzado o el de casco y tubos de pasos múltiples?

11-75C Explique de qué manera puede evaluar las temperaturas de salida de los fluidos frío y caliente en un intercambiador después de que se determina su efectividad.

11-76C ¿Puede caer la temperatura del fluido caliente por debajo de la de entrada del fluido frío en algún lugar en un intercambiador de calor? Explique.

11-77C ¿Puede elevarse la temperatura del fluido frío por encima de la de entrada del fluido caliente en algún lugar en un intercambiador de calor? Explique.

11-78C Considere un intercambiador de calor en el cual los dos fluidos tienen los mismos calores específicos pero gastos de masa diferentes. ¿Cuál de los dos fluidos experimentará un cambio más grande de temperatura: aquél con el gasto de masa más bajo o el de gasto de masa más alto?

11-79C Explique de qué manera se puede determinar la velocidad máxima posible de transferencia de calor $\dot{Q}_{\text{máx}}$ en un intercambiador, cuando se especifican los gastos de masa, los calores específicos y las temperaturas de entrada de los dos fluidos. ¿Depende el valor de $\dot{Q}_{\text{máx}}$ del tipo de intercambiador?

11-80C ¿En qué condiciones un intercambiador de calor a contraflujo puede tener una efectividad de uno? ¿Cuál sería la respuesta del lector para un intercambiador de flujo paralelo?

11-81C Considere un intercambiador de calor de doble tubo y a contraflujo. Con el fin de mejorar la transferencia de calor se duplica la longitud del intercambiador. ¿Piensa el lector que también se duplicará su efectividad?

11-82C Considere un intercambiador de calor de casco y tubos, agua hacia agua, con gastos idénticos de masa para las corrientes de agua caliente y de fría. Ahora el gasto del agua fría se reduce a la mitad. ¿La efectividad de este intercambiador aumentará, disminuirá o seguirá siendo la misma como resultado de esta modificación? Explique. Suponga que el coeficiente de transferencia de calor total y las temperaturas de entrada siguen siendo los mismos.

11-83C Considere dos intercambiadores de calor de tubo doble y a contraflujo que son idénticos, excepto en que uno tiene el doble del largo del otro. ¿Cuál de los dos es más probable que tenga una efectividad más alta?

11-84C ¿Cómo se define el NTU de un intercambiador de calor? ¿Qué representa? ¿Un intercambiador con un NTU muy grande (digamos, 10) es lo suficientemente bueno como para comprarlo?

11-85C Considere un intercambiador de calor que tiene un NTU de 4. Alguien propone que se duplique el tamaño del intercambiador para, de este modo, duplicar el NTU hasta 8 con el fin de incrementar la efectividad del mismo y, por ende, ahorrar energía. ¿Apoyaría el lector esta propuesta?

11-86C Considere un intercambiador de calor que tiene un NTU de 0.1. Alguien propone que se triplique el tamaño del intercambiador para triplicar el NTU hasta 0.3 con el fin de incrementar la efectividad del mismo y, por ende, ahorrar energía. ¿Apoyaría el lector esta propuesta?

11-87I Un intercambiador de calor de una coraza y 2 tubos tiene un coeficiente total de transferencia de calor de 300 Btu/h · ft^2 · ºF. El fluido del lado de la coraza tiene una razón de capacidad de calor de 20 000 Btu/h · ºF, mientras que el fluido del lado de los tubos tiene una razón de capacidad de calor de 40 000 Btu/h · ºF. Las temperaturas de entrada del lado de la coraza y del lado de los tubos son 200ºF y 90ºF, respectivamente. Si el área de trasferencia total de calor es 100 ft^2, determine *a*) la efectividad de la transferencia de calor y *b*) la razón real de transferencia de calor en el intercambiador de calor.

11-88 Un intercambiado de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclarse, tiene un coeficiente total de transferencia de calor de 200 W/m^2 · K y el fluido caliente tiene una capacidad calorífica de 40 000 W/K, mientras que el fluido frío tiene una capacidad calorífica de 80 000 W/K. Si las temperaturas de entrada de los fluidos caliente y frío son 80ºC y 20ºC, respectivamente, determine la temperatura de salida del fluido frío.

Respuesta: 42.2ºC

11-89 En un intercambiador de calor de una coraza y 2 tubos, entra agua fría a una temperatura de 20ºC, se calienta mediante agua caliente que entra a 80ºC. Las razones de flujo del agua fría y caliente son 5 000 kg/h y 10 000 kg/h, respectivamente. Si el intercambiador de coraza y tubo tiene un valor UA_s de 11 600 W/K, determine las temperaturas de salida del agua fría y caliente. Suponga que c_{pc} = 4 178 J/kg · K y c_{ph} = 4 188 J/kg · K.

11-90 El radiador de un automóvil es un intercambiador de calor de flujo cruzado (UA_s = 10 kW/K) en el que se usa aire (c_p = 1.00 kJ/kg · K) para enfriar el fluido refrigerante del motor (c_p = 4.00 kJ/kg · K). El ventilador del motor hace pasar aire a 22°C a través de este radiador, a razón de 10 kg/s, en tanto que la bomba del refrigerante del motor hace circular éste a razón de 5 kg/s. El refrigerante entra al radiador a 80°C. En estas condiciones, la efectividad del radiador es de 0.4. Determine *a*) la temperatura de salida del aire y *b*) la razón de la transferencia de calor entre los dos fluidos.

11-91 Agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) entra en el tubo con diámetro interno de 2.5 cm de un intercambiador de tubo doble y a contraflujo, a 20°C, a razón de 2.2 kg/s. El agua se calienta por medio de vapor de agua en condensación a 120°C (h_{fg} = 2 203 kJ/kg) en el casco. Si el coeficiente de transferencia de calor total del intercambiador es de 700 W/m^2 · °C, determine la longitud requerida del tubo para calentar el agua hasta 80°C, aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de la ε-NTU.

11-92 Se vaporiza etanol a 78°C (h_{fg} = 846 kJ/kg) en un intercambiador de tubo doble y flujo paralelo, a razón de 0.04 kg/s, por medio de aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg · °C) que entra a 115°C. Si el área superficial de transferencia de calor y el coeficiente de transferencia de calor total son de 6.2 m^2 y 320 W/m^2 · °C, respectivamente, determine la temperatura de salida y el gasto de masa del aceite aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de la ε-NTU.

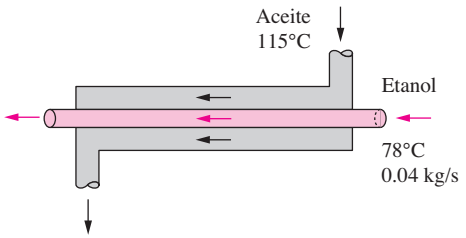


FIGURA P11-92

11-93 Entra aire (c_p = 1 005 J/kg · °C) a un intercambiador de calor de flujo cruzado a 20°C, a razón de 3 kg/s, en donde se calienta por medio de un flujo de agua caliente (c_p = 4 190 J/kg · °C) que entra al intercambiador a 70°C, a razón de 1 kg/s. Determine para ese caso la razón máxima de la transferencia de calor y las temperaturas de salida de los dos fluidos.

11-94 Aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg · °C) se va a enfriar por medio de agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) en un intercambiador de calor de 2 pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos. Éstos son de pared delgada y están hechos de cobre con un diámetro de 1.8 cm. La longitud de cada paso de los tubos en el intercambiador es de 3 m y el coeficiente de transferencia de calor total es de 340 W/m^2 · °C. Por los tubos fluye agua a una razón total de 0.1 kg/s y por la coraza fluye el aceite a razón de 0.2 kg/s. El agua y el aceite entran a las temperaturas de 18°C y 160°C, respectivamente. Determine la razón de transferencia de calor en el intercambiador y las temperaturas de salida de las corrientes del agua y del aceite.

Respuestas: 36.2 kw, 104.6°C, 77.7°C

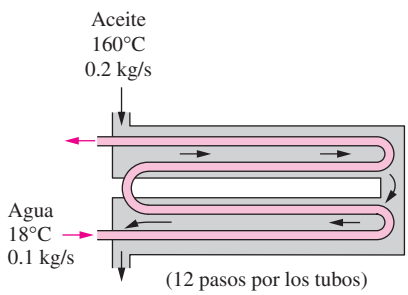


FIGURA P11-94

11-95 Considere un intercambiador de calor de doble tubo, aceite hacia aceite, cuya disposición del flujo no se conoce. Las mediciones de temperatura indican que el aceite frío entra a 15°C y sale a 55°C, en tanto que el caliente entra a 80°C y sale a 40°C. ¿Piensa el lector que éste es un intercambiador de flujo paralelo o a contraflujo? ¿Por qué? Suponiendo que los gastos de masa de los dos fluidos son idénticos, determine la efectividad de este intercambiador.

11-96I Entra agua caliente a un intercambiador de doble tubo, agua hacia aceite, a contraflujo a 190°F y sale a 100°F. El aceite entra a 70°F y sale a 130°F. Determine cuál de los dos fluidos tiene la razón de capacidades caloríficas más pequeña y calcule la efectividad de este intercambiador.

11-97 Vapor saturado de agua a 100ºC se condensa en un intercambiador de calor de una coraza y 2 tubos con un área superficial de 0.5 m^2 y un coeficiente total de transferencia de calor de 2 000 W/m^2 · K. El agua fría (c_{pc} = 4 179 J/kg · K) que fluye a 0.5 kg/s entra por el lado de los tubos a 15ºC, determine *a*) la efectividad de la transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida del agua fría y *c*) la razón de transferencia de calor del intercambiador de calor.

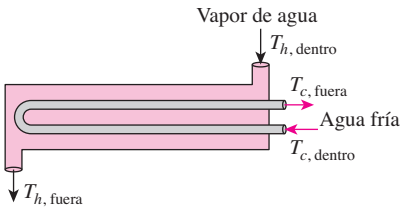


FIGURA P11-97

11-98 Agua caliente (c_{ph} = 4 188 J/kg · K) con una razón de flujo de masa de 2.5 kg/s a 100ºC ingresa a un intercambiador de calor en contraflujo con un área superficial de 23 m^2 y un coeficiente total de transferencia de calor de 1 000 W/m^2 · K. Agua fría (c_{pc} = 4 178 J/kg · K) con una razón de flujo de masa de 5 kg/s ingresa al intercambiador a 20ºC, determine *a*) la razón de transferencia de calor para el intercambiador de calor y *b*) las temperaturas de salida de los fluidos frío y caliente. Después de un periodo de operación, el coeficiente total de transferencia de calor se redujo a 500 W/m^2 · K, determine *c*) el factor de incrustación que ocasionó la reducción del coeficiente total de transferencia de calor.

11-99 Se usa un intercambiador de calor de flujo cruzado, aire a agua, con una efectividad de 0.65 para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) con aire caliente (c_p = 1 010 J/kg · °C). El agua entra en el intercambiador a 20°C, a razón de 4 kg/s, en tanto que el aire entra a 100°C, a razón de 9 kg/s. Si el coeficiente de transferencia de calor total, con base en el lado del agua, es de 260 W/m^2 · °C, determine el área superficial de transferencia de calor del intercambiador de ese lado. Suponga que los dos fluidos no se mezclan. *Respuesta:* 52.4 m^2

11-100 Entra agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) a un intercambiador de calor de flujo cruzado a 14°C, a razón de 0.35 kg/s, en donde se calienta por medio de aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · °C) que entra al intercambiador a 65°C, a razón de 0.8 kg/s, y sale a 25°C. Determine la temperatura máxima de salida del agua fría y la efectividad de este intercambiador.

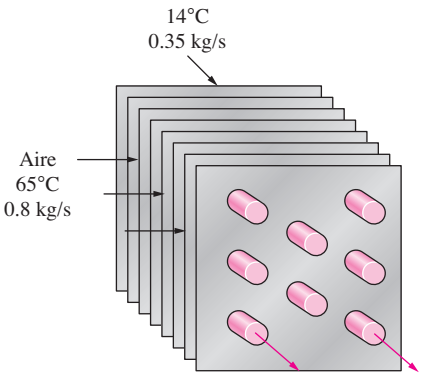


FIGURA P11-100

11-101 Se usa agua de un lago como el medio de enfriamiento en una planta termoeléctrica. Para lograr la condensación de 3.2 kg/s de vapor de agua que sale de la turbina, se usa un intercambiador de tubos y coraza que tiene una coraza y 220 tubos de pared delgada, de 25 mm de diámetro; cada tubo es de dos pasos. El vapor fluye por la coraza, en tanto que el agua de enfriamiento lo hace por los tubos. El vapor entra como vapor saturado a 60°C y sale como líquido saturado. Se cuenta con agua de enfriamiento a 20°C, a razón de 200 kg/s. El coeficiente de convección en la superficie exterior de los tubos es 8 500 W/m^2 · K. Determine *a*) la temperatura del agua de enfriamiento que sale del condensador y *b*) la longitud requerida del tubo por paso. (Use las siguientes propiedades promedio para el agua como c_p = 4 180 J/kg · K, $\mu = 8 \times 10^{-4}$ N · s /m^2, k = 0.6 W/m · K, Pr = 6.)

11-102 Se va a calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) por medio de aire calentado (c_p = 1 010 J/kg · °C) mediante energía solar, en un intercambiador de doble tubo y a contraflujo. El aire entra en el intercambiador a 90°C, a razón de 0.3 kg/s, en tanto que el agua entra a 22°C, a razón de 0.1 kg/s. Se dice que el coeficiente de transferencia de calor total, con base en el lado interior del tubo, es de 80 W/m^2 · °C. La longitud del tubo es de 12 m y el diámetro interno del mismo de 1.2 cm. Determine las temperaturas de salida del agua y del aire.

11-103 Vuelva a considerar el problema 11-102. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos del gasto de masa del agua y de la longitud del tubo sobre las temperaturas de salida del agua y del aire. Suponga que el gasto de masa varía de 0.05 kg/s hasta 1.0 kg/s y la longitud del tubo de 5 m hasta 25 m. Trace las gráficas de las temperaturas del agua y del aire como funciones del gasto de masa y de la longitud del tubo, discuta los resultados.

11-104I Se va a usar un intercambiador de calor de tubo doble de pared delgada para enfriar aceite (c_p = 0.525 Btu/lbm · °F), desde 300°F hasta 105°F, a razón de 5 lbm/s, por medio de agua (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) que entra a 70°F, a razón de 3 lbm/s. El diámetro del tubo es de 5 in y su longitud de 200 ft. Determine el coeficiente de transferencia de calor total de este intercambiador aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de la ε-NTU.

11-105 Agua fría (c_p = 4 180 J/kg · °C) entra en los tubos de un intercambiador de calor con 2 pasos por el casco y 23 pasos por los tubos, a 14°C y a razón de 3 kg/s, en tanto que aceite ca-

liente (c_p = 2 200 J/kg · °C) entra en el casco a 200°C con el mismo gasto de masa. El coeficiente de transferencia de calor total, con base en la superficie exterior del tubo, es de 300 W/m^2 · °C y el área superficial de transferencia en ese lado es de 20 m^2. Determine la razón de la transferencia de calor, aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de la ε-NTU.

11-106 Se va a calentar glicerina (c_p = 2 400 J/kg · °C) a 20°C y a razón de 0.5 kg/s, por medio de etilenglicol (c_p = 2 500 J/kg · °C) a 60°C y con el mismo gasto de masa, en un intercambiador de calor de tubo doble, pared delgada y flujo paralelo. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 380 W/m^2 · °C y el área superficial de esta transferencia es de 6.5 m^2, determine *a*) la razón de la transferencia de calor y *b*) las temperaturas de salida de la glicerina y del etilenglicol.

11-107 Un intercambiador de flujo cruzado consta de 40 tubos de pared delgada de 1 cm de diámetro ubicados en un ducto con sección transversal de 1 m × 1 m. No se tienen aletas sujetas a los tubos Entra agua fría (c_p = 4 180 J/kg · °C) a los tubos a 18°C con una velocidad promedio de 3 m/s, en tanto que al canal entra aire caliente (c_p = 1 010 J/kg · °C) a 130°C y 105 kPa, a una velocidad promedio de 12 m/s. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 130 W/m^2 · °C, determine las temperaturas de salida de los dos fluidos y la razón de la transferencia de calor.

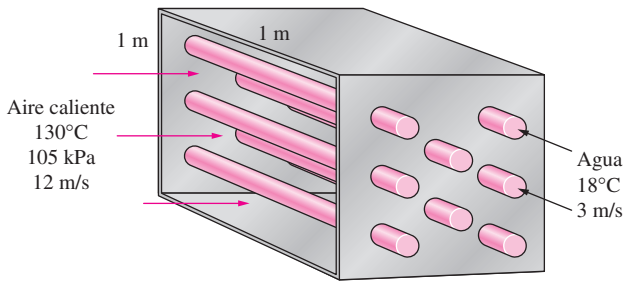


FIGURA P11-107

11-108 Se usa un intercambiador de calor de casco y tubos con 2 pasos por el casco y 8 pasos por los tubos para calentar alcohol etílico (c_p = 2 670 J/kg · °C) en los tubos, de 25°C hasta 70°C, a razón de 2.1 kg/s. El calentamiento se va a realizar por medio de agua (c_p = 4 190 J/kg · °C) que entra en el casco a 95°C y sale a 60°C. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 800 W/m^2 · °C, determine el área superficial de transferencia del intercambiador, aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de la ε-NTU.

Respuesta a): 11.4 m^2

11-109 Se va a condensar vapor de agua del lado de la coraza de un condensador de un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos, con 50 tubos en cada paso, a 30°C (h_{fg} = 2 431 kJ/kg). En los tubos entra agua de enfriamiento (c_p = 4 180 J/kg · °C) a 18°C a razón de 2 200 kg/h. Los tubos son de pared delgada y tienen un diámetro de 1.5 cm y una longitud de 2 m por paso. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 3 000 W/m^2 · °C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor y *b*) la razón de la condensación del vapor.

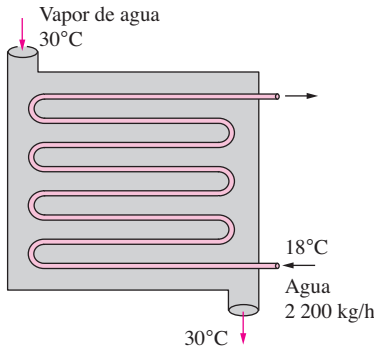


FIGURA P11-109

11-110 Vuelva a considerar el problema 11-109. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura del vapor de agua en condensación y de los diámetros de los tubos sobre las razones de la transferencia de calor y de condensación de ese vapor. Suponga que la temperatura del vapor de agua varía de 20°C hasta 70°C y el diámetro de los tubos de 1.0 cm hasta 2.0 cm. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor y de la de condensación como funciones de la temperatura del vapor de agua y del diámetro de los tubos, discuta los resultados.

11-111 Agua fría (c_p = 4 180 J/kg · °C) que se dirige a una regadera entra en un intercambiador de tubo doble, de pared delgada y a contraflujo a 15°C, a razón de 0.25 kg/s, y se calienta hasta 45°C por medio de agua caliente (c_p = 4 190 J/kg · °C) que entra a 100°C a razón de 3 kg/s. Si el coeficiente de transferencia de calor total es de 950 W/m^2 · °C, determine la razón de la transferencia de calor y el área superficial de transferencia del intercambiador aplicando el método de la ε-NTU.

Respuestas: 31.35 kW, 0.482 m^2

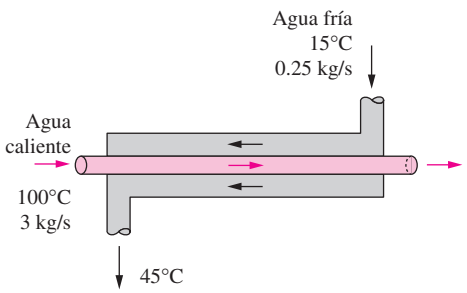


FIGURA P11-111

11-112 Vuelva a considerar el problema 11-111. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura de entrada del agua caliente y del coeficiente de transferencia de calor sobre la razón de la transferencia de calor y el área superficial. Suponga que la temperatura de entrada varía de 60°C hasta 120°C y el coeficiente de transferencia de calor total de 750 W/m^2 · °C hasta 1 250 W/m^2 · °C. Trace las gráficas de la razón de la transferencia de calor y del área superficial como funciones de la temperatura de entrada y del coeficiente de transferencia de calor, discuta los resultados.

11-113I Aceite se enfría de 180ºF a 120ºF en un intercambiador de calor de una coraza y 2 tubos con un coeficiente total de transferencia de calor de 40 Btu/h · ft^2 · ºF. Agua (c_{pc} = 1.0 Btu/lbm · °F) ingresa a 80ºF y sale a 100ºF con una razón de flujo de masa de 20 000 lbm/h, determine *a*) el valor NTU y *b*) el área superficial del intercambiador de calor.

Respuestas: a) 1.11, *b*) 185 ft^2

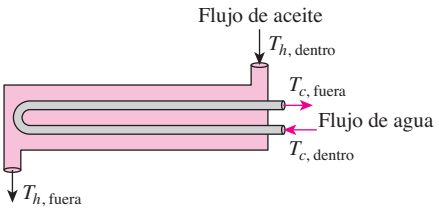


FIGURA P11-113I

11-114 Aceite en un motor se enfría mediante aire en un intercambiador de calor de flujo cruzado, donde ambos fluidos no se mezclan. El aceite (c_{ph} = 2 047 J/kg · K) que fluye a una razón de flujo de 0.026 kg/s, ingresa al intercambiador de calor a 75ºC, mientras que el aire (c_{pc} = 1 007 J/kg · K) ingresa a 30ºC con una razón de flujo de 0.21 kg/s. El coeficiente total de transferencia de calor del intercambiador de calor es 53 W/m^2 · K y el área superficial total es 1 m^2. Determine *a*) la eficacia de la transferencia de calor y *b*) la temperatura de salida del aceite

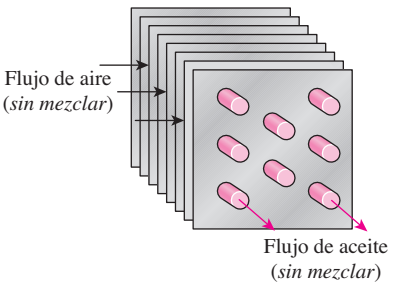


FIGURA P11-114

Selección de los intercambiadores de calor

11-115C Se tienen dos intercambiadores de calor que pueden satisfacer las necesidades de transferencia de calor de una instalación. Los dos tienen las mismas necesidades de potencia de bombeo, la misma vida útil y están etiquetados con el mismo precio; pero uno de ellos es más pesado y de tamaño más grande. ¿Con qué condiciones elegiría el más pequeño?

11-116C Se tienen dos intercambiadores de calor que pueden satisfacer las necesidades de transferencia de calor de una instalación. Uno es más pequeño y más económico pero requiere una bomba más grande, en tanto que el otro es más grande y más costoso pero tiene una caída de presión menor y, por consiguiente, requiere una bomba más pequeña. Los dos intercambiadores tienen la misma esperanza de vida y cumplen con todos los demás requisitos. Explique cuál intercambiador elegiría y con qué condiciones.

11-117C Se debe seleccionar un intercambiador de calor para enfriar un producto químico líquido, a una razón específica, hasta una temperatura dada. Explique los pasos que intervienen en el proceso de selección.

11-118 Se va a enfriar aceite (c_p = 2 200 J/kg · °C) con un intercambiador, a razón de 13 kg/s, de 120°C hasta 40°C, por medio de aire. Determine la capacidad nominal de transferencia de calor del intercambiador y proponga un tipo adecuado.

11-119 Para un proceso se debe seleccionar un calentador de tubos y coraza para que caliente agua (c_p = 4 190 J/kg · °C) de 20°C hasta 90°C por medio de vapor de agua que fluye del lado de la coraza. La carga de transferencia de calor del calentador es de 600 kW. Si el diámetro interior de los tubos es de 1 cm y la velocidad del agua no debe ser mayor a 3 m/s, determine cuántos tubos es necesario usar en el intercambiador.

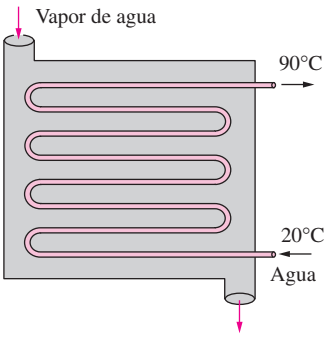


FIGURA P11-119

11-120 Vuelva a considerar el problema 11-119. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica del número de pasos en los tubos como función de la velocidad del agua, a medida que ésta varía de 1 m/s hasta 8 m/s, y discuta los resultados.

11-121 El condensador de una planta generadora grande debe eliminar 125 MW de calor de un vapor en condensación a 30°C (h_{fg} = 2 431 kJ/kg). El enfriamiento se va a llevar a cabo por medio de agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) de un río cercano, la cual entra en los tubos a 18°C y sale a 26°C. Los tubos del intercambiador tienen un diámetro interno de 2 cm y el coeficiente de transferencia de calor total es de 3 500 W/m^2 · °C. Determine la longitud total requerida para los tubos en el condensador. ¿Qué tipo de de intercambiador de calor es adecuado para esta tarea?

Respuesta: 78.1 km

11-122 Repita el problema 11-121 para una carga de transferencia de calor de 50 MW.

Problemas de repaso

11-123 Un intercambiador de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar, tiene un coeficiente total de transferencia de calor de 200 W/m^2 · K y un área superficial de 400 m^2. El fluido caliente tiene una capacidad calorífica de 40 000 W/K, mientras que el fluido frío tiene una capacidad calorífica de 80 000 W/K. Si las temperaturas de entrada de los fluidos caliente y frío son 80ºC y 20ºC, respectivamente, determine *a*) la temperatura de salida del fluido caliente y *b*) la razón de transferencia de calor en el intercambiador de calor.

11-124 Un intercambiador de calor de flujo cruzado y paso único utiliza aire caliente (mezclado) para calentar agua (sin mezclar), que fluye a una razón de flujo de masa de 3 kg/s, de 30ºC a 80ºC. El aire caliente entra y sale por el intercambiador de calor a 220ºC y 100ºC, respectivamente. Si el coeficiente total de transferencia de calor es 200 W/m^2 · K, determine el área superficial de transferencia de calor requerida.

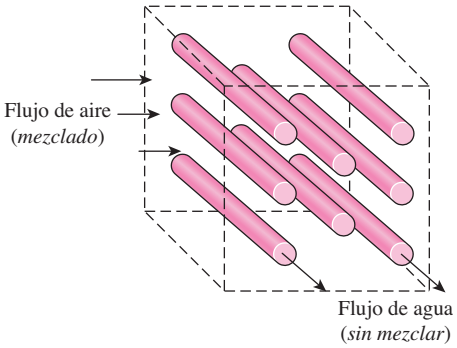


FIGURA P11-124

11-125 El gasto de masa, el calor específico y la temperatura de entrada del flujo del tubo interior en un intercambiador de calor de tubo doble y de flujos en paralelo son 3 200 kg/h, 2.0 kJ/kg · K y 120°C, respectivamente. El gasto de masa, el calor específico y la temperatura de entrada del otro flujo son 2 000 kg/h, 4.2 kJ/kg · K y 20°C, respectivamente. El área de transferencia de calor y el coeficiente total de transferencia de calor son 0.50 m^2 y 2.0 kW/m^2 · K, respectivamente. Encuentre las temperaturas de salida de los dos flujos en caso de operación estacionaria, aplicando *a*) el método de la LMTD y *b*) el método de efectividad-NTU.

11-126 Se usa un intercambiador de calor de tubos y coraza con 1 por la coraza y 14 pasos por los tubos para calentar agua en los tubos con vapor de agua geotérmico en condensación a 120°C (h_{fg} = 2 203 kJ/kg) en el lado de la coraza. Los tubos son de pared delgada y tienen un diámetro de 2.4 cm y una longitud de 3.2 m por paso. El agua (c_p = 4 180 J/kg · °C) entra en los tubos a 18°C, a razón de 6.2 kg/s. Si la diferencia de temperatura entre los dos fluidos a la salida es de 46°C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor, *b*) la razón de la condensación del vapor de agua, y *c*) el coeficiente de transferencia de calor total.

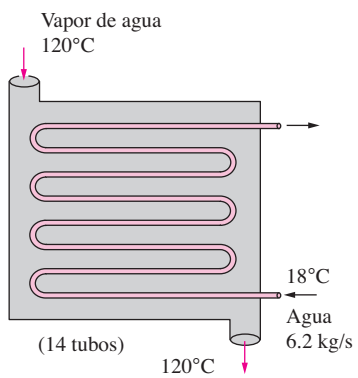


FIGURA P11-126

11-127 Se va a usar agua geotérmica (c_p = 4 250 J/kg · °C) a 75°C para calentar agua fresca (c_p = 4 180 J/kg · °C), a 17°C a razón de 1.2 kg/s, en un intercambiador de tubo doble a contraflujo. El área superficial de transferencia de calor es de 25 m^2, el coeficiente de transferencia de calor total es de 480 W/m^2 · °C y el gasto de masa del agua geotérmica es mayor que el del agua dulce. Si se desea que la efectividad del intercambiador sea 0.823, determine el gasto de masa del agua geotérmica y las temperaturas de salida de los dos fluidos.

11-128 Se enfría agua caliente desde 60°C hasta 36°C al fluir por el tubo de un intercambiador de calor de un paso por la coraza y de 2 pasos por el tubo. El flujo refrigerante también es un flujo de agua, para el cual las temperaturas de entrada y de salida son 7°C y 31°C, respectivamente. El coeficiente total de transferencia de calor y el área de transferencia de este último son 950 W/m^2 · K y 15 m^2, respectivamente. Calcule los gastos de masa de los flujos de agua caliente y fría en caso de operación estacionaria.

11-129 Agua fría (c_p = 4 180 J/kg · °C) entra en los tubos de un intercambiador de calor con 2 pasos por la coraza y 20 pasos por los tubos, a 15°C y a razón de 4 kg/s, en tanto que aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg · °C) entra en la coraza a 130°C, con el mismo gasto de masa, y sale a 60°C. Si el coeficiente de transferencia de calor total, con base en la superficie exterior del tubo, es de 220 W/m^2 · °C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor y *b*) el área superficial de esa transferencia en el lado exterior del tubo.

Respuestas: a) 616 kW, *b*) 48.0 m^2

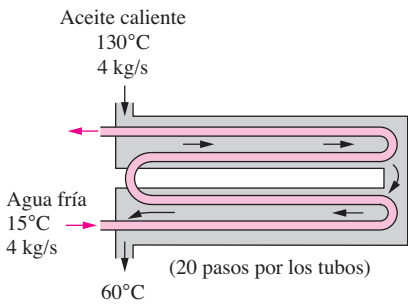


FIGURA P11-129

11-130I Se va a calentar agua (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) por medio de aire (c_p = 0.24 Btu/lbm · °F), calentado con energía solar, en un intercambiador de calor de tubo doble y a contraflujo. El aire entra en el intercambiador a 190°F, a razón de 0.7 lbm/s, y sale a 135°F. El agua entra a 70°F, a razón de 0.35 lbm/s. Se dice que el coeficiente de transferencia de calor total, con base en el lado interior del tubo, es de 20 Btu/h · ft^2 · °F. Determine la longitud requerida del tubo para un diámetro interno de 0.5 in.

11-131 Si se toma el límite como $\Delta T_2 \rightarrow \Delta T_1$, demuestre que cuando $\Delta T_1 = \Delta T_2$ para un intercambiador de calor, la relación de la ΔT_{ml} se reduce a $\Delta T_{ml} = \Delta T_1 = \Delta T_2$.

11-132 Se diseña el condensador del acondicionador del aire de un cuarto para que rechace calor a razón de 22 500 kJ/h del refrigerante-134a, a medida que éste se condensa a una temperatura de 40°C. De uno a otro lado del condensador con aletas fluye aire (c_p = 1 005 J/kg · °C), que entra a 25°C y sale a 32°C. Si el coeficiente de transferencia de calor total, con base

en el lado del refrigerante, es de 150 W/m^2 · °C, determine el área de transferencia del lado del refrigerante.

Respuesta: 3.74 m^2

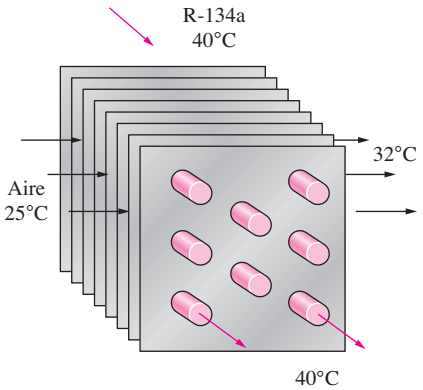


FIGURA P11-132

11-133 Se va a precalentar aire (c_p = 1 005 J/kg · °C) por medio de gases de escape, en un intercambiador de calor de flujo cruzado, antes de que entre en la caldera. El aire entra en el intercambiador a 95 kPa y 20°C, a razón de 0.4 m^3/s. Los gases de combustión (c_p = 1 100 J/kg · °C) entran a 180°C a razón de 0.65 kg/s, y salen a 95°C. El producto del coeficiente de transferencia de calor total y del área superficial de esta transferencia es UA_s = 1 620 W/°C. Suponiendo que el flujo de los dos fluidos es no mezclado, determine la razón de la transferencia de calor.

11-134 En una planta química se calienta cierto producto químico por medio de agua caliente suministrada por una caldera en la que se quema gas natural. El agua caliente (c_p = 4 180 J/kg · °C) entonces se descarga a 60°C, a razón de 8 kg/min. La planta opera 8 h al día, 5 días a la semana, 52 semanas al año. La caldera tiene una eficiencia de 78% y el costo del gas natural es de 1.00 dólar por therm (1 therm = 105 500 kJ). La temperatura promedio del agua fría que entra en la caldera en todo el año es de 14°C. Con el fin de ahorrar energía, se propone instalar un intercambiador de calor de agua hacia agua para precalentar el agua fría que entra por medio del agua caliente drenada. Si se supone que el intercambiador recuperará 72% del calor disponible en el agua caliente, determine la capacidad nominal de transferencia de calor del intercambiador que se necesita comprar y sugiera un tipo adecuado. Asimismo, determine la cantidad de gas, y como consecuencia de dinero que ahorrará este intercambiador a la compañía por año.

11-135 Se usa un intercambiador de calor de tubos y coraza para enfriar 47 kg/s de un flujo que se forma en un proceso industrial y que fluye por los tubos, desde 160°C hasta 100°C. Este intercambiador tiene un total de 100 tubos idénticos, de 2.5 cm de diámetro interior y espesor de pared despreciable. Las propiedades promedio del flujo de este proceso industrial son ρ = 950 kg/m^3, k = 0.5 W/m · K, c_p = 3.5 kJ/kg · K y μ = 2.0 mPa · s. El medio refrigerante es agua (c_p = 4.18 kJ/kg · K) con un gasto de 66 kg/s y una temperatura de entrada de 10°C, lo cual da lugar a un coeficiente promedio de transferencia de calor del lado de la coraza de 4.0 kW/m^2 · K. Calcule la longitud de los tubos si el intercambiador es de *a*) un paso por la coraza y un paso por los tubos y *b*) un paso por la coraza y cuatro pasos por los tubos.

11-136 Se usa un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos para calentar un flujo de hidrocarbono (c_p = 2.0 kJ/kg · K) de manera continua, desde 20°C hasta 50°C. Un flujo de agua entra por el lado del casco a 80°C y sale a 40°C. Se tienen 160 tubos de pared delgada, cada uno con un diámetro de 2.0 cm y una longitud de 1.5 m. Los coeficientes de transferencia de calor del lado del tubo y del lado de la coraza son 1.6 y 2.5 kW/m^2 · K, respectivamente. *a*) Calcule la razón de la transferencia de calor y los gastos de masa de los flujos de agua y de hidrocarbono. *b*) Con el tiempo de uso, se encuentra que la temperatura de salida del flujo de hidrocarbono decrece en 5°C debido al depósito de sólidos sobre la superficie del tubo. Estime la magnitud del factor de incrustación.

11-137 Se va a calentar aire desde 18°C (c_p = 1 006 J/kg · °C) hasta 58°C, por medio de aceite caliente a 80°C (c_p = 2 150 J/kg · °C), en un intercambiador de calor de flujo cruzado con el flujo de aire mezclado y el flujo de aceite no mezclado. El producto de la superficie de transferencia de calor y del coeficiente total de transferencia de calor es 750 W/°C; asimismo, el gasto de masa del aire es el doble del gasto de masa del aceite. Determine *a*) la efectividad del intercambiador, *b*) el gasto de masa del aire y *c*) la razón de la transferencia de calor.

11-138 En el curso de un experimento, se prueba un intercambiador de calor de placas que se usa para transferir calor desde un flujo de agua caliente hacia uno de agua fría, y se toman las mediciones siguientes:

	Flujo de agua caliente	Flujo de agua fría
Temperatura de entrada, °C	38.9	14.3
Temperatura de salida, °C	27.0	19.8
Gasto volumétrico, L/min	2.5	4.5

Se calcula que el área de transferencia de calor es 0.056 m^2.

a) Calcule la razón de la transferencia de calor hacia el agua fría.
b) Calcule el coeficiente total de transferencia de calor.
c) Determine si el intercambiador de calor en verdad es adiabático. Si no lo es, determine la fracción de pérdida de calor y calcule la eficiencia de la transferencia de calor en este intercambiador.
d) Determine los valores de la efectividad y del NTU del intercambiador.

Asimismo, discuta si los valores medidos son razonables.

11-139 Se usa un intercambiador de calor con 2 pasos por el casco y 4 pasos por los tubos para enfriar aceite (c_p = 2.0 kJ/kg · K), desde 125°C hasta 55°C. El medio refrigerante es agua que entra por el lado del casco a 25°C y sale a 46°C. El coeficiente total de transferencia de calor es 900 W/m^2 · K. Para un gasto de aceite de 10 kg/s, calcule el gasto de agua de enfriamiento y el área de transferencia de calor.

11-140 Considere un intercambiador de calor agua hacia agua y a contraflujo con las especificaciones que se dan en seguida. El agua caliente entra a 90°C y la fría a 20°C. La temperatura de salida del agua caliente es 15°C mayor que la del agua fría y el gasto de masa de la caliente es 50% mayor que el de la fría. El producto del área superficial de transferencia de calor por el coeficiente de transferencia de calor total es de 2 200 W/m^2 · °C. Si

toma el calor específico tanto del agua caliente como el de la fría como $c_p = 4\,180$ J/kg · °C, determine *a*) la temperatura de salida del agua fría, *b*) la efectividad del intercambiador, *c*) el gasto de masa del agua fría y *d*) la razón de la transferencia de calor.

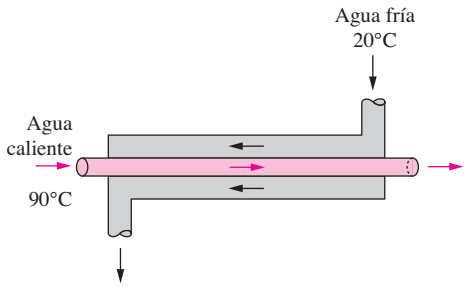


FIGURA P11-140

11-141 Un intercambiador de calor de flujo cruzado y un solo paso y con fluidos sin mezclar, tiene agua que entra a 16ºC y sale a 33ºC, mientras que el aceite ($c_p = 1.93$ kJ/kg · K y $\rho = 870$ kg/m^3) que fluye a 0.19 m^3/min entra a 38ºC y sale a 29ºC. Si el área superficial del intercambiador de calor es de 20 m^2, determine *a*) el valor NTU y *b*) el valor del coeficiente total de transferencia de calor.

Respuestas: a) 2.39, *b*) 336 W/m^2 · K

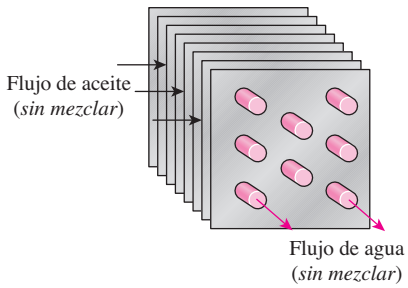


FIGURA P11-141

11-142 Vapor saturado de agua a 100ºC se condensa en el lado de la coraza de un intercambiador de calor de 1 paso por la coraza y 2 pasos por los tubos con un área superficial de transferencia de calor de 0.5 m^2 y un coeficiente total de transferencia de calor de 2 000 W/m^2 · K. El agua fría ($c_{pc} = 4\,179$ J/kg · K) que fluye a razón de 0.5 kg/s, entra por el lado del tubo a 15ºC. Determine la temperatura de salida del agua fría y la razón de transferencia de calor para el intercambiador de calor.

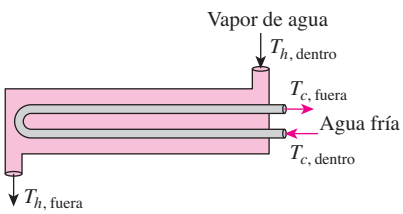


FIGURA P11-142

11-143 El aceite en un motor se enfría por aire dentro de un intercambiador de calor de flujo cruzado, donde ambos fluidos no están mezclados. El aceite ($c_{ph} = 2\,047$ J/kg · K) que fluye a una razón de 0.026 kg/s ingresa del lado de los tubos a 75ºC, mientras que el aire ($c_{pc} = 1\,007$ J/kg · K) ingresa del lado de la coraza a 30ºC con una razón de flujo de 0.21 kg/s. El coeficiente total de transferencia de calor del intercambiador de calor es 53 W/m^2 · K y el área superficial de transferencia de calor es de 1 m^2. Si el factor de corrección es $F = 0.96$, determine las temperaturas de salida del aceite y el aire.

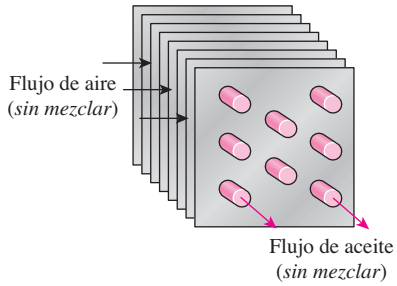


FIGURA P11-143

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

11-144 El radiador de un automóvil es un intercambiador de calor de flujo cruzado ($UA_s = 10$ kW/K) en el que se usa aire ($c_p = 1.00$ kJ/kg · K) para enfriar el fluido refrigerante del motor ($c_p = 4.00$ kJ/kg · K). El ventilador del motor hace pasar aire a 30°C a través de este radiador, a razón de 12 kg/s, en tanto que la bomba del refrigerante del motor hace circular éste a razón de 5 kg/s. El refrigerante entra a este radiador a 80°C. En estas condiciones, ¿cuál es el número de unidades de transferencia (NTU) del radiador?

a) 2.0 *b*) 2.5 *c*) 3.0 *d*) 3.5 *e*) 4.5

11-145 Considere un intercambiador de calor de doble tubo con un diámetro de tubo de 10 cm y espesor despreciable. Se calculó que la resistencia térmica total del intercambiador, en el momento de su construcción, era 0.025°C/W. Después de un uso prolongado, se presenta incrustación tanto en la superficie interior como en la exterior con los factores de incrustación de 0.00045 m^2 · °C/W y 0.00015 m^2 · °C/W, respectivamente. El porcentaje de disminución de la razón de la transferencia de calor en este intercambiador, debido a la incrustación, es

a) 2.3% *b*) 6.8% *c*) 7.1%
d) 7.6% *e*) 8.5%

11-146 Se va a condensar vapor de agua saturado a 40°C a medida que fluye por los tubos de un condensador enfriado mediante aire, a razón de 0.2 kg/s. El condensado sale de los tubos como líquido saturado a 40°C. La razón de la transferencia de calor hacia el aire es

a) 34 kJ/s *b*) 268 kJ/s *c*) 453 kJ/s
d) 481 kJ/s *e*) 515 kJ/s

11-147 En un intercambiador de calor que transfiere el calor del agua al agua, de flujos paralelos, el agua caliente entra a 75°C, a razón de 1.2 kg/s, y el agua fría entra a 20°C, a razón de 0.9 kg/s. El coeficiente total de transferencia de calor y el área superficial para este intercambiador son 750 W/m^2 · °C y 6.4

m^2, respectivamente. El calor específico tanto para el fluido caliente como para el frío se puede tomar como 4.18 kJ/kg · °C. Para el mismo coeficiente total de transferencia de calor y la misma área de transferencia de calor, el aumento en la efectividad de este intercambiador, si se usa la disposición a contraflujo, es

a) 0.09 *b*) 0.11 *c*) 0.14 *d*) 0.17 *e*) 0.19

11-148 En un intercambiador de calor de flujos paralelos, se calcula que el NTU es 2.5. La efectividad más baja posible para este intercambiador es

a) 10% *b*) 27% *c*) 41% *d*) 50% *e*) 92%

11-149 En un intercambiador de calor de flujos paralelos que transfiere el calor del líquido a líquido, las temperaturas de entrada y salida del fluido caliente son 150°C y 90°C, en tanto que las del fluido frío son 30°C y 70°C, respectivamente. Para el mismo coeficiente total de transferencia de calor, el porcentaje de disminución en el área superficial del intercambiador, si se usa la disposición a contraflujo, es

a) 3.9% *b*) 9.7% *c*) 14.5%
d) 19.7% *e*) 24.6%

11-150 Se usa un intercambiador de calor para calentar agua fría que entra a 12°C, a razón de 1.2 kg/s, por medio de aire caliente que entra a 90°C, a razón de 2.5 kg/s. La razón más alta de transferencia de calor en el intercambiador es

a) 82 kW *b*) 156 kW *c*) 195 kW
d) 224 kW *e*) 391 kW

11-151 Entra agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) a un intercambiador de calor, a 15°C y a razón de 0.5 kg/s; ahí se calienta por medio de aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · °C) que entra al intercambiador a 50°C, a razón de 1.8 kg/s. La razón máxima posible de transferencia de calor en este intercambiador es

a) 51.1 kW *b*) 63.0 kW *c*) 66.8 kW
d) 73.2 kW *e*) 80.0 kW

11-152 Entra agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) a un intercambiador de calor a contraflujo, a 10°C y a razón de 0.35 kg/s, en donde se calienta por medio de aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · °C) que entra al intercambiador a 50°C, a razón de 1.9 kg/s, y sale a 25°C. La efectividad de este intercambiador es

a) 0.50 *b*) 0.63 *c*) 0.72 *d*) 0.81 *e*) 0.89

11-153 Se va a enfriar aceite caliente (c_p = 2.1 kJ/kg · °C), a 110°C y a razón de 12 kg/s, en un intercambiador de calor, por medio de agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) que entra a 10°C y a razón de 2 kg/s. La temperatura más baja a la cual se puede enfriar el aceite en este intercambiador es

a) 10.0°C *b*) 24°C *c*) 47°C
d) 61°C *e*) 77°C

11-154 Entra agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) a un intercambiador de calor a contraflujo, a 18°C y a razón de 0.7 kg/s; ahí se calienta por medio de aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · °C) que entra al intercambiador a 50°C, a razón de 1.6 kg/s, y sale a 25°C. La temperatura de salida máxima posible del agua fría es

a) 25.0°C *b*) 32.0°C *c*) 35.5°C
d) 39.7°C *e*) 50.0°C

11-155 Se va a condensar vapor de agua en el lado del casco de un condensador de 2 pasos por el casco y 8 pasos por los tubos, con 20 tubos en cada paso. Entra agua de enfriamiento a los tubos a razón de 2 kg/s. Si el área de transferencia de calor es de 14 m^2 y el coeficiente total de transferencia de calor es 1 800 W/m^2 · °C, la efectividad de este condensador es

a) 0.70 *b*) 0.80 *c*) 0.90 *d*) 0.95 *e*) 1.0

11-156 Se hierve agua a 150°C en una caldera, por medio de gases de combustión calientes (c_p = 1.05 kJ/kg · °C) que entran a ésta a 540°C, a razón de 0.4 kg/s, y salen a 200°C. El área superficial del intercambiador de calor es de 0.64 m^2. El coeficiente total de transferencia de calor de este intercambiador es

a) 880 W/m^2 · °C *b*) 1 120 W/m^2 · °C
c) 1 350 W/m^2 · °C *d*) 2 120 W/m^2 · °C
e) 1 840 W/m^2 · °C

11-157 Se usa un intercambiador de calor para condensar, por medio de agua fría de un lago cercano, vapor de agua que sale de la turbina de una planta termoeléctrica. El agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) entra al condensador a 16°C, a razón de 42 kg/s, y sale a 25°C, en tanto que el vapor de agua se condensa a 45°C. El condensador no está aislado y se estima que, de éste, se pierde calor a razón de 8 kW hacia el aire circundante. La razón a la cual se condensa el vapor de agua es

a) 0.228 kg/s *b*) 0.318 kg/s *c*) 0.426 kg/s
d) 0.525 kg/s *e*) 0.663 kg/s

11-158 Se usa un intercambiador de calor a contraflujo para enfriar aceite (c_p = 2.20 kJ/kg · °C), desde 110°C hasta 85°C, a razón de 0.75 kg/s, por medio de agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · °C) que entra al intercambiador a 20°C, a razón de 0.6 kg/s. Si el coeficiente total de transferencia de calor es 800 W/m^2 · °C, el área de transferencia de calor en el intercambiador es

a) 0.745 m^2 *b*) 0.760 m^2 *c*) 0.775 m^2
d) 0.790 m^2 *e*) 0.805 m^2

11-159 Se usa un condensador enfriado por aire para condensar isobutano en una planta geotérmica binaria. El isobutano se condensa a 85°C por medio de aire (c_p = 1.0 kJ/kg · °C) que entra a 22°C, a razón de 18 kg/s. El coeficiente total de transferencia de calor y el área de transferencia de calor para este intercambiador son 2.4 kW/m^2 · °C y 2.6 m^2, respectivamente. La temperatura de salida del aire es

a) 35.6°C *b*) 40.5°C *c*) 52.1°C
d) 58.5°C *e*) 62.8°C

11-160 Un dispositivo de suministro de aire que se usa para controlar los parámetros del confort humano en edificios grandes es un intercambiador grande de calor de flujos no mezclados. En una aplicación de ese tipo, agua de enfriamiento (c_p = 4.2 kJ/kg · K) entra a un dispositivo de suministro de aire a 5°C y sale a 12°C, con un gasto de 1 000 kg/h. Esta agua a baja temperatura enfría 5 000 kg/h de aire (c_p = 1.0 kJ/kg · K), el cual entra al dispositivo de suministro a 25°C. Si la disposición de flujos en el intercambiador es a contraflujo y las condiciones del flujo de agua permanecen fijas, la temperatura mínima del aire a la salida es

a) 5°C *b*) 12°C *c*) 19°C *d*) 22°C *e*) 25°C

11-161 Un dispositivo de suministro de aire que se usa para controlar los parámetros del confort humano en edificios grandes es un intercambiador grande de calor de flujos no mezclados. En una aplicación de ese tipo, agua de enfriamiento (c_p = 4.2 kJ/kg · K) entra a un dispositivo de suministro de aire a 5°C y sale a 12°C, con un gasto de 1 000 kg/h. Esta agua a baja temperatura enfría aire (c_p = 1.0 kJ/kg · K) desde 25°C hasta 15°C. La razón de la transferencia de calor entre los dos flujos es

a) 8.2 kW *b*) 23.7 kW *c*) 33.8 kW
d) 44.8 kW *e*) 52.8 kW

11-162 En el radiador de un automóvil, por medio de aire ambiente se va a enfriar agua caliente proveniente del motor. Los tubos de aluminio en los cuales el agua fluye tienen un diámetro de 4 cm y espesor despreciable. Se fijan aletas a la superficie exterior de los tubos para aumentar la superficie de transferencia de calor en el lado del aire. Los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior son 2 000 y 150 W/m^2 · °C, respectivamente. Si el área superficial efectiva en el lado con aletas es 12 veces el área de la superficie interior, el coeficiente total de transferencia de calor, basado en el área de la superficie interior, es

a) 760 W/m^2 · °C *b*) 832 W/m^2 · °C
c) 947 W/m^2 · °C *d*) 1 075 W/m^2 · °C
e) 1 210 W/m^2 · °C

Problemas de diseño y ensayo

11-163 Escriba un programa interactivo para computadora que dé la efectividad de un intercambiador de calor y la temperatura de salida tanto del fluido caliente como del frío cuando se especifica la naturaleza de ambos fluidos, las temperaturas de entrada, los gastos de masa, el área superficial de transferencia de calor, el coeficiente de transferencia de calor total y el tipo de intercambiador. El programa debe permitir al usuario seleccionar entre los fluidos agua, aceite de motor, glicerina, alcohol etílico y amoniaco. Suponga calores específicos constantes más o menos a la temperatura ambiente.

11-164 Fluye agua por la cabeza de una regadera de manera estacionaria, a razón de 8 kg/min. El agua se calienta en un calentador eléctrico de 15°C a 45°C. En un intento para conservar energía, se propone pasar el agua caliente drenada, a una temperatura de 38°C, por un intercambiador de calor para calentar el agua fría entrante. Diseñe un intercambiador que sea adecuado para la tarea y discuta los ahorros potenciales de energía y de dinero para el área en donde vive.

11-165 Abra el compartimiento del motor de su automóvil y busque los intercambiadores de calor. ¿Cuántos tiene? ¿De qué tipo son? ¿Por qué piensa el lector que se seleccionan esos tipos específicos? Si el lector volviera a diseñar el automóvil, ¿usaría tipos diferentes? Explique.

11-166 Escriba un ensayo sobre los tipos estático y dinámico de intercambiadores regenerativos de calor y reúna información acerca de los fabricantes de esos intercambiadores. Elija unos cuantos modelos de diferentes fabricantes y compare sus costos y rendimiento.

11-167 Diseñe una unidad de hidroenfriamiento que pueda enfriar frutas y vegetales desde 30°C hasta 5°C, a razón de 20 000 kg/h, con las condiciones siguientes:

La unidad será del tipo inundado que enfríe los productos conforme se transporten hacia el canal lleno con agua. Los productos se dejarán caer en el canal lleno con agua en uno de los extremos y se sacarán por el otro. El canal puede tener 3 m de ancho y 90 cm de alto. El agua se va a circular y a enfriar por medio de la sección del evaporador de un sistema de refrigeración. La temperatura del refrigerante en el interior de los serpentines debe ser de −2°C y la temperatura del agua no debe caer por debajo de 1°C y no debe sobrepasar 6°C.

Si se suponen valores razonables para la densidad promedio del producto, el calor específico y la porosidad (la fracción de volumen de aire en una caja), recomiende valores para las cantidades relacionadas con los aspectos térmicos del hidroenfriador, incluyendo *a*) cuánto tiempo necesitan permanecer las frutas y vegetales en el canal, *b*) la longitud del canal, *c*) la velocidad del agua por el canal, *d*) la velocidad del transportador y, por consiguiente, de las frutas y los vegetales por el canal, *e*) la capacidad del sistema de refrigeración y *f*) el tipo de intercambiador de calor para el evaporador y el área superficial del lado del agua.

11-168 Una compañía posee un sistema de refrigeración cuya capacidad es de 200 toneladas (1 tonelada de refrigeración = 211 kJ/min) y el lector debe diseñar un sistema de enfriamiento por aire forzado para frutas cuyos diámetros no deben ser mayores de 7 cm, con las condiciones que se dan a continuación:

Las frutas se van a enfriar desde 28°C hasta una temperatura promedio de 8°C. La temperatura del aire debe permanecer por arriba de −2°C y por debajo de 10°C en todo momento, y la velocidad del aire que se aproxima a las frutas debe mantenerse por debajo de 2 m/s. La sección de enfriamiento puede tener un ancho de 3.5 m y una altura de 2 m.

Si se suponen valores razonables para la densidad promedio de la fruta, el calor específico y la porosidad (la fracción de volumen de aire en una caja), recomiende valores razonables para las cantidades relacionadas con los aspectos térmicos del enfriamiento por aire forzado, incluyendo *a*) cuánto tiempo tienen que permanecer las frutas en la sección de enfriamiento; *b*) la longitud de esta sección; c) la velocidad del aire que se aproxima a dicha sección; *d*) la capacidad de enfriamiento del producto del sistema, en kg · fruta/h; *e*) el gasto volumétrico de aire, y *f*) el tipo de intercambiador de calor para el evaporador y el área superficial del lado del aire.

11-169 Se usa un intercambiador de calor de tubo doble a contraflujo, con A_s = 9.0 m^2, para enfriar un flujo de líquido (c_p = 3.15 kJ/kg · K) a razón de 10.0 kg/s, con una temperatura de líquido a la entrada de 90°C. El refrigerante (c_p = 4.2 kJ/kg · K) entra al intercambiador a razón de 8.0 kg/s, con una temperatura de entrada de 10°C. Los datos de la planta dieron la ecuación siguiente para el coeficiente total de transferencia de calor, en W/m^2 · K: $U = 600/(1/\dot{m}_c^{0.8} + 2/\dot{m}_h^{0.8})$, donde $\dot{m}_c$ y $\dot{m}_h$ son gastos del flujo frío y del caliente, en kg/s, respectivamente. *a*) Calcule la razón de transferencia de calor y las temperaturas de los flujos a su salida para este intercambiador. *b*) Se van a reemplazar unidades del intercambiador existente. Un vendedor está ofre-

ciendo un descuento muy atractivo sobre dos intercambiadores idénticos que, en la actualidad, se encuentran en existencia en su almacén, cada uno con $A_s = 5\ m^2$. Debido a que los diámetros de los tubos en el intercambiador existente y en los nuevos son los mismos, se espera que la ecuación antes dada para el coeficiente de transferencia de calor también sea válida para los nuevos intercambiadores. El vendedor está proponiendo que los dos intercambiadores nuevos se puedan operar en paralelo, en tal forma que cada uno de ellos procese exactamente la mitad del gasto de cada uno de los flujos caliente y frío, a contraflujo; así, juntos satisfarían (o sobrepasarían) la necesidad actual de la planta con respecto a la transferencia de calor. Dé su recomendación, con los cálculos que la apoyen, sobre esta propuesta de reemplazo.

CAPÍTULO 12

FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA

Hasta ahora, han sido considerados los modos de conducción y convección de transferencia de calor, los cuales están relacionados con la naturaleza de los medios que intervienen y con la presencia de movimiento del fluido, entre otras cosas. Ahora se centrará la atención en el tercer mecanismo de transferencia de calor: la *radiación*, el cual es característicamente diferente a los otros dos.

Este capítulo se inicia con una discusión de las *ondas electromagnéticas* y el *espectro electromagnético*, haciendo hincapié en particular sobre la *radiación térmica*. A continuación, se presenta el *cuerpo negro*, la *radiación de cuerpo negro* y la *función de radiación de cuerpo negro* idealizados, junto con la *ley de Stefan-Boltzmann*, la *ley de Planck* y la *ley del desplazamiento de Wien*.

La radiación es emitida por cada punto sobre una superficie plana, en todas direcciones hacia el hemisferio que está arriba de ella. La cantidad que describe la magnitud de la radiación emitida o incidente en una dirección especificada en el espacio es la *intensidad de radiación*. Varios flujos de radiación, como el *poder de emisión*, *irradiación* y *radiosidad*, se expresan en términos de la intensidad. Esto viene seguido por una discusión de las propiedades de radiación de los materiales, como la *emisividad*, la *absortividad*, la *reflectividad* y la *transmisividad*, y su dependencia con respecto a la longitud de onda, la dirección y la temperatura.

Se presenta el *efecto de invernadero* como un ejemplo de las consecuencias de la dependencia de las propiedades de la radiación respecto de la longitud de onda. Finaliza este capítulo con una discusión acerca de la *radiación atmosférica* y de la *radiación solar*.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Clasificar la radiación electromagnética e identificar la radiación térmica;
- Entender el cuerpo negro idealizado y calcular la potencia de emisión del cuerpo negro, total y espectral;
- Calcular la fracción de radiación emitida en una banda especificada de longitud de onda, aplicando las funciones de la radiación del cuerpo negro;
- Entender el concepto de intensidad de la radiación y definir las cantidades direccionales espectrales, aplicando la intensidad;
- Desarrollar una comprensión clara de las propiedades de emisividad, absortividad, reflectividad y transmisividad sobre una base espectral, direccional y total;
- Aplicar la ley de Kirchhoff para determinar la absortividad de una superficie cuando se conoce su emisividad, y
- Modelar la radiación atmosférica mediante el uso de una temperatura efectiva del cielo y apreciar la importancia del efecto de invernadero.

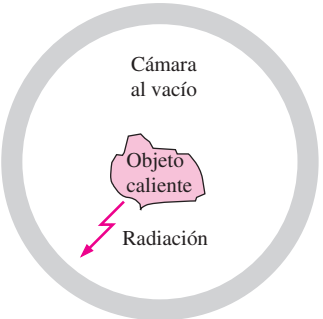


FIGURA 12-1
Un objeto caliente en una cámara al vacío pierde calor sólo por radiación.

12-1 ▪ INTRODUCCIÓN

Considere un objeto caliente que está suspendido en una cámara en la que se ha hecho el vacío y cuyas paredes se encuentran a la temperatura ambiente (figura 12-1). Llegará un momento en que el objeto caliente se enfriará y alcanzará el equilibrio térmico con sus alrededores. Es decir, perderá calor hasta que su temperatura alcance las de las paredes de la cámara. La transferencia de calor entre el objeto y la cámara no pudo haber tenido lugar por conducción o convección, porque estos dos mecanismos no pueden desarrollarse en el vacío. Por lo tanto, la transferencia de calor debe haber ocurrido a través de otro mecanismo que comprenda la emisión de la energía interna del objeto. Este mecanismo es la *radiación.*

La radiación difiere con respecto a los otros dos mecanismos de transferencia de calor en que no requiere la presencia de un medio material para llevarse a efecto. De hecho, la transferencia de energía por radiación es la más rápida (a la velocidad de la luz) y no sufre atenuación en el *vacío*. Asimismo, la transferencia por radiación ocurre en los sólidos así como en los líquidos y los gases. En la mayor parte de las aplicaciones prácticas los tres modos de transferencia de calor ocurren de manera simultánea en grados variables. Pero la transferencia a través de un espacio en el que se ha hecho el vacío sólo puede ocurrir por radiación. Por ejemplo, la energía del Sol llega a la Tierra por radiación.

El lector recordará que la transferencia de calor por conducción o convección tiene lugar en la dirección de la temperatura decreciente; es decir, de un medio a una temperatura alta hacia otro a una temperatura más baja. Resulta interesante que la transferencia de calor por radiación puede ocurrir entre dos cuerpos separados por un medio más frío que ambos (figura 12-2). Por ejemplo, la radiación solar llega a la superficie de la Tierra después de pasar a través de capas de aire frías a grandes altitudes. Asimismo, las superficies que absorben radiación dentro de un invernadero alcanzan temperaturas elevadas incluso cuando sus cubiertas de plástico o de vidrio permanecen más o menos frías.

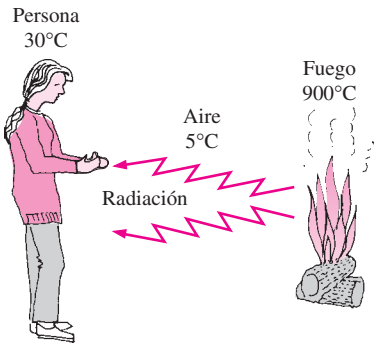


FIGURA 12-2
A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación puede ocurrir entre dos cuerpos incluso aunque estén separados por un medio más frío que ellos dos.

El fundamento teórico de la radiación fue establecido en 1864 por el físico James Clerk Maxwell, quien postuló que las cargas aceleradas o las corrientes eléctricas cambiantes dan lugar a campos eléctricos y magnéticos. Estos campos que se mueven con rapidez se llaman **ondas electromagnéticas** o **radiación electromagnética** y representan la energía emitida por la materia como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. En 1887 Heinrich Hertz demostró en forma experimental su existencia. Las ondas electromagnéticas transportan energía del mismo modo que las otras ondas y viajan a la *velocidad de la luz* en el vacío, la cual es $c_0 = 2.9979 \times 10^8$ m/s. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su *frecuencia* ν o su *longitud de onda* λ. Estas dos propiedades en un medio están relacionadas por

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{12-1}$$

en donde c es la velocidad de propagación de una onda en ese medio. La velocidad de propagación en un medio está relacionada con la velocidad de la luz en el vacío por $c = c_0/n$, en donde n es el *índice de refracción* de ese medio. El índice de refracción es en esencia igual a la unidad para el aire y la mayor parte de los gases, alrededor de 1.5 para el vidrio y más o menos 1.33 para el agua. La unidad de uso común para la longitud de onda es el *micrómetro* (μm) o micra, en donde 1 μm $= 10^{-6}$ m. A diferencia de la longitud de onda y de la velocidad de propagación, la frecuencia de una onda electromagnética sólo depende de la fuente y es independiente del medio a través del cual viaja. La *frecuencia* (el número de oscilaciones por segundo) de una onda electromagnética puede variar desde un millón de Hz hasta un cuatrillón de Hz o

más, dependiendo de la fuente. Note, con base en la ecuación 12-1, que la longitud de onda y la frecuencia de la radiación electromagnética son inversamente proporcionales.

Ha probado ser útil concebir la radiación electromagnética como la propagación de una colección de paquetes discretos de energía llamados **fotones** o **cuantos**, como propuso Max Planck en 1900, en conjunción con su *teoría cuántica*. En esta concepción, cada fotón de frecuencia ν se considera que tiene una energía de

$$e = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{12-2}$$

en donde $h = 6.626069 \times 10^{-34}$ J · s es la *constante de Planck*. Note, basándose en la segunda parte de la ecuación 12-2, que la energía de un fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda. Por lo tanto, la radiación de longitud de onda más corta posee energías más grandes del fotón. No es sorprendente que tratemos de evitar la radiación de longitud de onda muy corta, como los rayos gamma y los rayos X, ya que son intensamente destructivos.

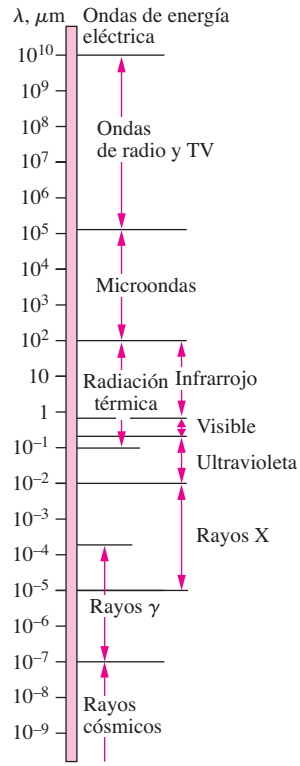


FIGURA 12-3
Espectro de ondas electromagnéticas.

12-2 ▪ RADIACIÓN TÉRMICA

Aun cuando todas las ondas electromagnéticas tienen las mismas características generales, las ondas de distinta longitud difieren de manera significativa en su comportamiento. La radiación electromagnética que se encuentra en la práctica abarca una amplia gama de longitudes de onda, que varían desde menos de 10^{-10} μm, para los rayos cósmicos, hasta más de 10^{10} μm, para las ondas de energía eléctrica. El **espectro electromagnético** también incluye los rayos gamma, los rayos X, la radiación ultravioleta, la luz visible, la radiación infrarroja, la radiación térmica, las microondas y las ondas de radio, como se muestra en la figura 12-3.

Los diferentes tipos de radiación electromagnética se producen a través de varios mecanismos. Por ejemplo, los *rayos gamma* son producidos por las reacciones nucleares, los *rayos X* por el bombardeo de metales con electrones de alta energía, las *microondas* por tipos especiales de tubos electrónicos, como los klistrones y los magnetrones, y las *ondas de radio* por la excitación de algunos cristales o por el flujo de corriente alterna por conductores eléctricos.

Los rayos gamma y los rayos X de longitud de onda corta son principalmente de interés para los ingenieros nucleares, en tanto que las microondas y las ondas de radio de longitud de onda larga interesan a los ingenieros electricistas. El tipo de radiación electromagnética que resulta pertinente para la transferencia de calor es la **radiación térmica** emitida como resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia. La temperatura es una medida de la intensidad de estas actividades en el nivel microscópico y la rapidez de la emisión de radiación térmica se incrementa al aumentar la temperatura. La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura está por arriba del cero absoluto. Es decir, todo lo que nos rodea, como las paredes, los muebles y nuestros amigos, constantemente emite (y absorbe) radiación (figura 12-4). La radiación térmica también se define como la parte del espectro electromagnético que se extiende desde alrededor de 0.1 hasta 100 μm, dado que la emitida por los cuerpos debida a su temperatura cae casi por completo en este rango de longitudes de onda. Por lo tanto, la radiación térmica incluye toda la radiación visible y la infrarroja (IR), así como parte de la radiación ultravioleta (UV).

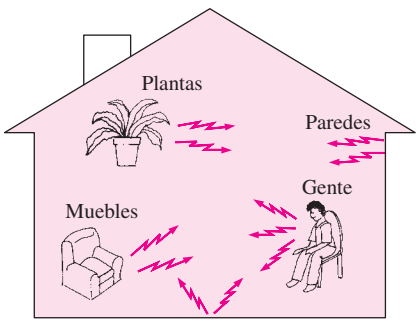


FIGURA 12-4
Todo lo que nos rodea emite constantemente radiación térmica.

Lo que llamamos **luz** es sencillamente la parte *visible* del espectro electromagnético que se encuentra entre 0.40 y 0.76 μm. Desde el punto de vista de sus características, la luz no es diferente a la demás radiación electromagnética, excepto en que dispara la sensación de visión en el ojo humano. La luz,

TABLA 12-1

Rangos de longitudes de onda de los diferentes colores

Color	Banda de longitudes de onda
Violeta	0.40-0.44 μm
Azul	0.44-0.49 μm
Verde	0.49-0.54 μm
Amarillo	0.54-0.60 μm
Naranja	0.60-0.67 μm
Rojo	0.63-0.76 μm

o el espectro visible, consta de bandas angostas de color, desde el violeta (0.40-0.44 μm) hasta el rojo (0.63-0.76 μm), como se muestra en la tabla 12-1.

Un cuerpo que emite alguna radiación en el rango visible recibe el nombre de fuente luminosa. Es obvio que el Sol es nuestra principal fuente luminosa. La radiación electromagnética emitida por el Sol se conoce como **radiación solar** y gran parte de ella cae en la banda de longitudes de onda de 0.3-3 μm. Aproximadamente la *mitad* de la radiación solar es luz (es decir, cae en el rango visible). La restante es ultravioleta o infrarroja.

La radiación emitida por los cuerpos a la temperatura ambiente cae en la región **infrarroja** del espectro, la cual se extiende de 0.76 hasta 100 μm. Los cuerpos empiezan a emitir radiación visible que puede notarse a temperaturas por encima de 800 K. El filamento de tungsteno de un foco eléctrico debe calentarse a temperaturas por arriba de 2 000 K antes de que pueda emitir alguna cantidad significativa de radiación en el rango visible.

La radiación **ultravioleta** incluye el extremo de baja longitud de onda del espectro de radiación térmica y se encuentra entre las longitudes de onda de 0.01 y 0.40 μm. Los rayos ultravioleta deben evitarse ya que pueden matar microorganismos y causan serios daños a los humanos y otros organismos vivientes. Alrededor de 12% de la radiación solar se encuentra en el intervalo ultravioleta y sería devastador si llegara a alcanzar la superficie de la Tierra. Por fortuna, la capa de ozono (O_3) de la atmósfera actúa como una cubierta protectora y absorbe la mayor parte de esta radiación. Los rayos ultravioleta que permanecen en la luz solar son suficientes como para causar serias quemaduras a los adoradores del Sol y la exposición prolongada a la luz solar directa es la causa principal del cáncer de piel, el cual puede ser mortal. Los recientes descubrimientos de "agujeros" en la capa de ozono han impulsado a la comunidad internacional a prohibir el uso de productos químicos que destruyen el ozono, como el refrigerante Freón 12, para salvar la Tierra. La radiación ultravioleta también se produce en forma artificial en lámparas fluorescentes que se usan en medicina como destructores de bacterias y en salas para bronceado artificial. La conexión entre el cáncer de piel y los rayos ultravioleta ha hecho que los dermatólogos emitan fuertes advertencias contra su uso para broncear.

En los hornos de microondas se utiliza radiación electromagnética en la región de **microondas** del espectro generadas por tubos a propósito llamados *magnetrones*. Las microondas en el rango de 10^2-10^5 μm resultan muy adecuadas para su uso en la cocción ya que son *reflejadas* por los metales, *transmitidas* por el vidrio y los plásticos y *absorbidas* por las moléculas de los alimentos (en especial, las de agua). De este modo, la energía eléctrica convertida en radiación en un horno de microondas llega a convertirse en parte de la energía interna de los alimentos. La cocción rápida y eficiente en los hornos de microondas los ha convertido en uno de los aparatos domésticos esenciales en las cocinas modernas (figura 12-5).

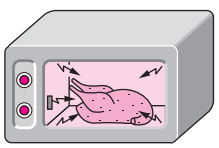


FIGURA 12-5
El alimento se calienta o cuece en un horno de microondas por la absorción de la energía de la radiación electromagnética generada por el magnetrón del horno.

En los radares y los teléfonos inalámbricos también se usa la radiación electromagnética en la región de microondas. La longitud de las ondas electromagnéticas usadas en las emisiones de radio y TV suele variar entre 1 y 1 000 m, en la región de **ondas de radio** del espectro.

En los estudios de transferencia de calor estamos interesados en la energía emitida por los cuerpos debido sólo a su temperatura. Por lo tanto, limitaremos nuestra consideración a la *radiación térmica*, a la cual llamaremos sencillamente *radiación*. Las relaciones que se desarrollan más adelante se restringen sólo a la radiación térmica y puede ser que no sean aplicables a otras formas de radiación electromagnética.

Los electrones, los átomos y las moléculas de todos los sólidos, líquidos y gases cuya temperatura está por encima del cero absoluto se encuentran en constante movimiento y, como consecuencia, constantemente emiten radia-

ción, la cual está siendo absorbida o transmitida en toda la extensión del volumen de la materia. Es decir, la radiación es un **fenómeno volumétrico**. Sin embargo, para los sólidos opacos (no transparentes), como los metales, la madera y las rocas, se considera que la radiación es un **fenómeno superficial**, ya que la emitida por las regiones interiores nunca puede llegar hasta la superficie y la que incide sobre esos cuerpos suele ser absorbida dentro de unas cuantas micras de la superficie (figura 12-6). Note que las características relativas a la radiación de las superficies se pueden cambiar por completo mediante la aplicación de capas delgadas de recubrimiento sobre ellas.

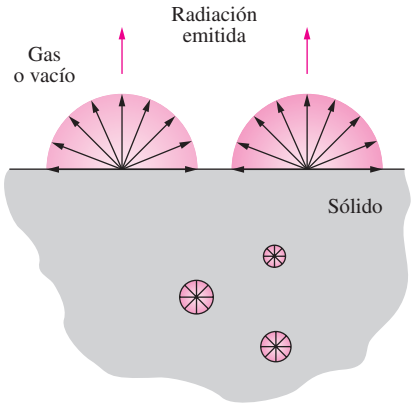


FIGURA 12-6
La radiación en los sólidos opacos se considera un fenómeno superficial, ya que sólo la radiación emitida por las moléculas que se hallan en la superficie puede escapar del sólido.

12-3 ▪ RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO

A una temperatura termodinámica (o absoluta) por encima de cero, un cuerpo emite radiación en todas direcciones en un amplio rango de longitudes de onda. La cantidad de energía de radiación emitida desde una superficie, a una longitud de onda dada, depende del material del cuerpo y de la condición de su superficie, así como de la temperatura de esta última. Por lo tanto, cuerpos diferentes pueden emitir cantidades diferentes de radiación por unidad de área de superficie, incluso cuando se encuentran a la misma temperatura. Por lo mismo, resulta natural sentir curiosidad acerca de la cantidad *máxima* de radiación que puede ser emitida por una superficie a una temperatura dada. La satisfacción de esta curiosidad requiere la definición de un cuerpo idealizado, conocido como *cuerpo negro*, que sirva como estándar con el cual se puedan comparar las propiedades de radiación de las superficies reales.

Un **cuerpo negro** se define como *un emisor y absorbedor perfecto de la radiación*. A una temperatura y una longitud de onda específica, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro. Un cuerpo negro absorbe *toda* la radiación incidente, sin importar la longitud de onda ni la radiación. Asimismo, emite energía de radiación de manera uniforme en todas direcciones, por unidad de área normal a la dirección de emisión (figura 12-7). Es decir, un cuerpo negro es un emisor *difuso*, lo que significa que es "independiente de la dirección".

La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de área superficial fue determinada de manera experimental por Joseph Stefan, en 1879, y la expresó como

$$E_b(T) = \sigma T^4 \qquad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-3}$$

en donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$ es la *constante de Stefan-Boltzmann* y T es la temperatura absoluta de la superficie en K. Esta relación fue verificada teóricamente, en 1884, por Ludwig Boltzmann. La ecuación 12-3 se conoce como **ley de Stefan-Boltzmann** y E_b se llama **poder de emisión de cuerpo negro**. Note que la emisión de la radiación térmica es proporcional a la *cuarta potencia* de la temperatura absoluta.

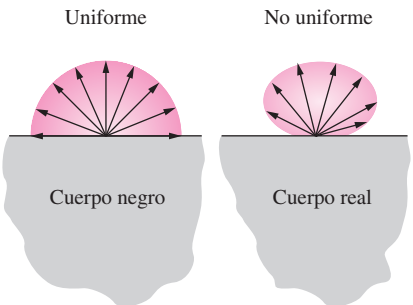


FIGURA 12-7
Se dice que un cuerpo negro es un emisor *difuso* ya que difunde energía de radiación de manera uniforme en todas direcciones.

Aun cuando el ojo vería un cuerpo negro como *negro*, se debe establecer una distinción entre el cuerpo negro idealizado y una superficie negra común. Cualquier superficie que absorbe luz (la parte visible de la radiación), el ojo la ve negra, y una superficie que la refleja por completo la ve blanca. Considerando que la radiación visible ocupa una banda muy angosta del espectro, de 0.4 a 0.76 μm, no podemos expresar algún juicio acerca de la negrura de una superficie con base en observaciones visuales. Por ejemplo, la nieve y la pintura blanca reflejan la luz y, como consecuencia, se ven blancas. Pero, en esencia, son negras para la radiación infrarroja, ya que absorben con intensidad la radiación de longitud de onda larga. Las superficies recubiertas con pintura de negro de humo tienden al comportamiento del cuerpo negro idealizado.

FIGURA 12-8
Una gran cavidad isotérmica a la temperatura T con una pequeña abertura de área A tiene una gran semejanza con un cuerpo negro de área superficial A a la misma temperatura.

Otro tipo de cuerpo que se asemeja mucho a un cuerpo negro es una *gran cavidad con una pequeña abertura*, como se muestra en la figura 12-8. La radiación que entra a través de la abertura de área A pasa por múltiples reflexiones y, de este modo, tendrá varias posibilidades de ser absorbida por las superficies interiores de la cavidad antes de que alguna parte de ella tenga la posibilidad de escapar. También, si la superficie de la cavidad es isotérmica a la temperatura T, la radiación emitida por las superficies interiores brotará por la abertura después de pasar por múltiples reflexiones y, por consiguiente, su naturaleza es difusa. Por lo tanto, la cavidad actuará como un absorbedor y emisor perfecto, y la abertura tendrá la apariencia de un cuerpo negro de área superficial A, a la temperatura T, sin importar sus propiedades reales relativas a la radiación.

La ley de Stefan-Boltzmann de la ecuación 12-3 da el poder *total* de emisión de cuerpo negro E_b, el cual es la suma de la radiación emitida sobre todas las longitudes de onda. A veces necesitamos conocer el **poder de emisión espectral de cuerpo negro**, el cual es *la cantidad de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura absoluta T por unidad de tiempo, por unidad de área superficial y por unidad de longitud de onda en torno a la longitud de onda* λ. Por ejemplo, estamos más interesados en la cantidad de radiación que emite un foco incandescente en el espectro visible de longitudes de onda que en la cantidad total emitida.

La relación para el poder de emisión espectral de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ fue desarrollada por Max Planck en 1901, en conjunción con su famosa teoría cuántica. Esta relación se conoce como **ley de Planck** y se expresa como

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5[\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \qquad (\mathrm{W/m^2 \cdot \mu m}) \qquad \textbf{(12-4)}$$

en donde

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.74177 \times 10^8\ \mathrm{W \cdot \mu m^4/m^2}$$
$$C_2 = hc_0/k = 1.43878 \times 10^4\ \mu\mathrm{m \cdot K}$$

Asimismo, T es la temperatura absoluta de la superficie, λ es la longitud de onda de la radiación emitida y $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K es la *constante de Boltzmann*. Esta radiación es válida para una superficie en el *vacío* o un *gas*. Para otros medios es necesario modificarla reemplazando C_1 por C_1/n^2, en donde n es el índice de refracción del medio. Note que el término *espectral* indica la dependencia con respecto a la longitud de onda.

En la figura 12-9 se representa la variación del poder de emisión espectral de cuerpo negro con la longitud de onda para temperaturas seleccionadas. Con base en esta figura, se pueden hacer varias observaciones:

1. La radiación emitida es una función continua de la *longitud de onda*. A cualquier temperatura específica se incrementa con la longitud de onda, llega a un pico y, a continuación, decrece al crecer la longitud de onda.
2. A cualquier longitud de onda la cantidad de radiación emitida *se incrementa* al aumentar la temperatura.
3. Conforme aumenta la temperatura las curvas se desplazan a la izquierda, hacia la región de las longitudes de onda más cortas. Como consecuencia, una fracción más grande de la radiación se emite a las *longitudes de onda más cortas,* a las temperaturas más elevadas.
4. La radiación emitida por el Sol, el cual se considera un cuerpo negro a 5 780 K (o, en números redondos, a 5 800 K), alcanza su pico en la región visible del espectro. Por lo tanto, el Sol se encuentra en sintonía con nuestros ojos. Por otra parte, las superficies a $T \leq 800$ K emiten casi por completo en la región infrarroja y, por lo tanto, no son visibles al ojo, a menos que reflejen luz que provenga de otras fuentes.

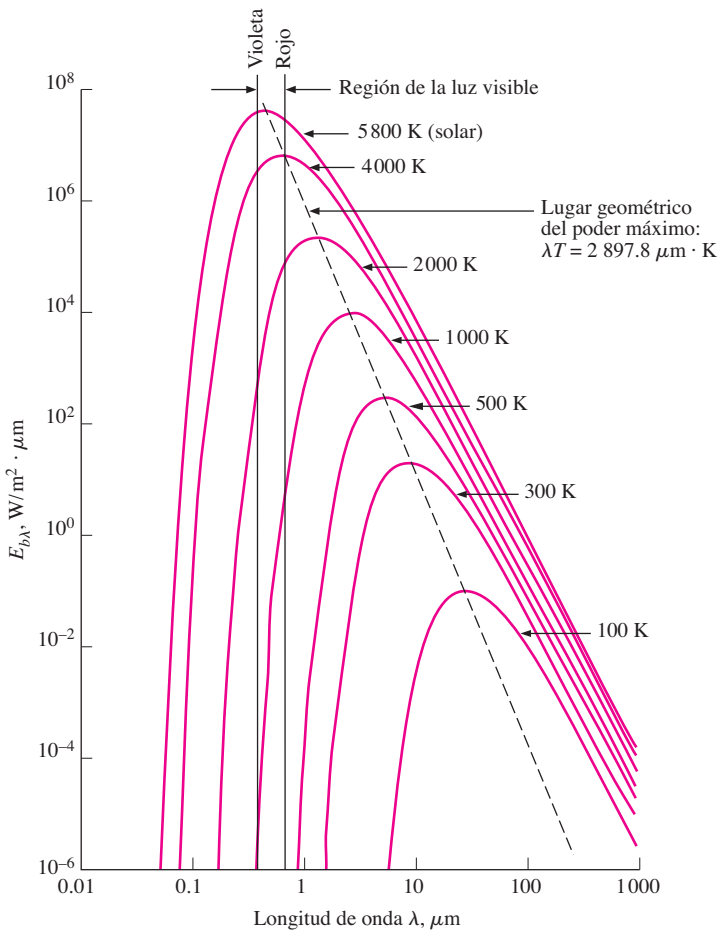


FIGURA 12-9
Variación del poder de emisión de cuerpo negro con la longitud de onda para varias temperaturas.

A medida que la temperatura aumenta, el pico de la curva de la figura 12-9 se desplaza hacia las longitudes de onda más cortas. La longitud de onda a la cual se presenta el pico para una temperatura específica se expresa por la **ley del desplazamiento de Wien** como

$$(\lambda T)_{\text{poder máx}} = 2\,897.8\ \mu\text{m} \cdot \text{K} \tag{12-5}$$

Willy Wien desarrolló originalmente esta relación en 1894 aplicando la termodinámica clásica, pero también se puede obtener derivando la ecuación 12-4 con respecto a λ, manteniendo T constante e igualando el resultado a cero. En la figura 12-9 también se da una gráfica de la ley del desplazamiento de Wien, la cual es el lugar geométrico de los picos de las curvas de emisión de radiación.

Por ejemplo, el pico de la radiación solar se tiene en $\lambda = 2\,897.8/5\,780 = 0.50\ \mu$m, el cual se encuentra cerca de la mitad del rango visible. El pico de la radiación emitida por una superficie a la temperatura ambiente ($T = 298$ K) se tiene en 9.72 μm, que se encuentra bien dentro de la región infrarroja del espectro.

Un calentador de resistencia eléctrica empieza a irradiar calor poco después de que se conecta y podemos sentir la radiación emitida al poner nuestras manos contra el mismo. Pero esta radiación se halla por completo en la región infrarroja y, por consiguiente, no puede ser detectada por nuestros ojos. El calentador se ve rojo opaco cuando su temperatura alcanza alrededor de 1 000 K ya que empieza a emitir una cantidad detectable (alrededor de

1 W/m$^2 \cdot \mu$m) de radiación roja visible a esa temperatura. A medida que la temperatura se incrementa más, el calentador se ve rojo brillante y se dice que está *caliente al rojo*. Cuando la temperatura llega hasta alrededor de 1 500 K, el calentador emite suficiente radiación en el rango visible completo del espectro como para que el ojo lo vea casi *blanco* y se dice que está *caliente al blanco*.

Aun cuando no puede ser detectada directamente por el ojo humano la radiación infrarroja suele detectarse por las cámaras infrarrojas, las cuales transmiten la información a microprocesadores para presentar imágenes de los objetos en la noche. Las *serpientes de cascabel* pueden detectar la radiación infrarroja o el "calor del cuerpo" que emiten los animales de sangre caliente y, de este modo, pueden ver en la noche sin usar instrumentos. De manera análoga las abejas son sensibles a la radiación ultravioleta. Una superficie que refleja toda la luz se ve *blanca*, en tanto que una que absorbe toda la luz incidente sobre ella se ve negra. (¿Entonces cómo es que vemos una superficie negra?)

Con base en esta discusión debe quedar claro que el color de un objeto no se debe a la emisión, la cual se encuentra principalmente en la región infrarroja, a menos que la temperatura superficial del objeto sobrepase los 1 000 K. En lugar de ello el color de una superficie depende de sus características de absorción y de reflexión selectivas de la radiación visible incidente que provenga de una fuente luminosa, como el Sol o un foco incandescente. Una pieza de ropa que contenga un pigmento que refleje el rojo, al mismo tiempo que absorbe las partes restantes de la luz incidente, el ojo la ve "roja" (figura 12-10). Las hojas de las plantas se ven "verdes" porque sus celdas contienen el pigmento clorofila, el cual refleja con intensidad el verde mientras absorbe los demás colores.

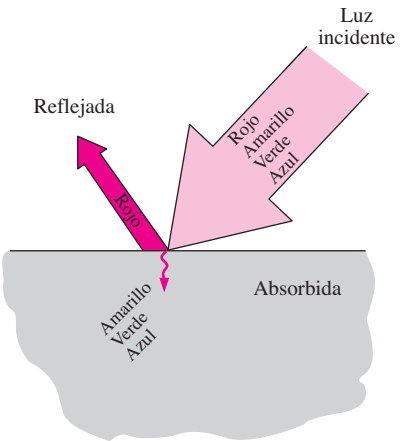


FIGURA 12-10
Una superficie que refleja el rojo mientras absorbe las partes restantes de la luz incidente el ojo la verá roja.

Se deja como un ejercicio demostrar que la integración del poder de emisión *espectral* de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ sobre todo el espectro de longitudes de onda da el poder *total* de emisión de cuerpo negro E_b:

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda = \sigma T^4 \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-6)}$$

Por lo tanto, obtuvimos la ley de Stefan-Boltzmann (ecuación 12-3) mediante la integración de la ley de Planck (ecuación 12-4) sobre todas las longitudes de onda. Nótese que en un diagrama $E_{b\lambda}$-λ, $E_{b\lambda}$ corresponde al área bajo toda la curva para una temperatura específica (figura 12-11). Asimismo, el término *total* significa "integrado sobre todas las longitudes de onda".

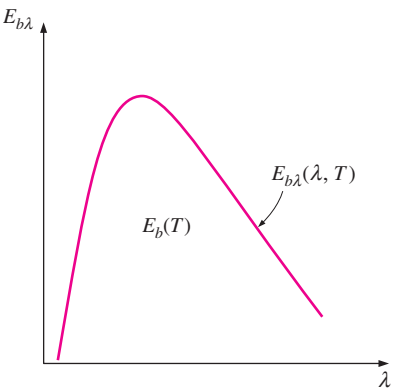


FIGURA 12-11
En un diagrama $E_{b\lambda}$-λ, el área bajo la curva para una temperatura dada representa la energía total de radiación emitida por un cuerpo negro a esa temperatura.

EJEMPLO 12-1 **Emisión de radiación de una esfera negra**

Considere una pieza esférica de 20 cm de diámetro a 800 K, suspendida en el aire como se muestra en la figura 12-12. Suponiendo que la esfera se aproxima mucho a un cuerpo negro, determine *a*) el poder total de emisión de cuerpo negro, *b*) la cantidad total de radiación emitida por la bola en 5 min y *c*) el poder de emisión espectral de cuerpo negro a la longitud de onda de 3 μm.

SOLUCIÓN Una esfera isotérmica está suspendida en el aire. Se deben determinar el poder total de emisión de cuerpo negro, la radiación total emitida en 5 min y el poder de emisión espectral de cuerpo negro a 3 μm.

Suposición La esfera se comporta como un cuerpo negro.

Análisis *a*) El poder total de emisión de cuerpo negro se determina a partir de la ley de Stefan-Boltzmann como

$$E_b = \sigma T^4 = (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(800\ \text{K})^4 = \mathbf{23.2\ kW/m^2}$$

Es decir, la esfera emite 23.2 kJ de energía en la forma de radiación electromagnética por segundo por m^2 de área superficial de la esfera.

b) La cantidad total de energía de radiación emitida desde toda la bola en 5 min se determina al multiplicar el poder de emisión de cuerpo negro que acaba de obtenerse por el área superficial total de la esfera y el intervalo de tiempo dado:

$$A_s = \pi D^2 = \pi(0.2\ \text{m})^2 = 0.1257\ \text{m}^2$$

$$\Delta t = (5\ \text{min})\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = 300\ \text{s}$$

$$Q_{\text{rad}} = E_b A_s\, \Delta t = (23.2\ \text{kW/m}^2)(0.1257\ \text{m}^2)(300\ \text{s})\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kW} \cdot \text{s}}\right)$$

$$= \mathbf{875\ kJ}$$

Es decir, la esfera pierde, en 5 min, 875 kJ de su energía interna, en la forma de ondas electromagnéticas, hacia los alrededores, lo cual es energía suficiente como para calentar 20 kg de agua desde 0°C hasta 100°C. Nótese que la temperatura de la superficie de la esfera no puede permanecer constante a 800 K, a menos que haya una cantidad igual de flujo de energía hacia la superficie proveniente de los alrededores o de las regiones interiores de la propia esfera a través de algunos mecanismos como reacciones químicas o nucleares.

c) El poder de emisión espectral de cuerpo negro a una longitud de onda de 3 μm se determina basándose en la ley de distribución de Planck como

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5\left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1\right]} = \frac{3.74177 \times 10^8\ \text{W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2}{(\mu\text{m})^5\left[\exp\left(\frac{1.43878 \times 10^4\ \mu\text{m} \cdot \text{K}}{(3\ \mu\text{m})(800\ \text{K})}\right) - 1\right]}$$

$$= \mathbf{3\,846\ W/m^2 \cdot \mu m}$$

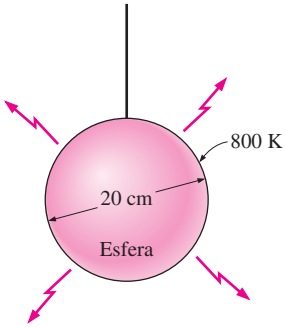


FIGURA 12-12
Esfera considerada en el ejemplo 12-1.

La ley de Stefan-Boltzmann $E_b(T) = \sigma T^4$ da la radiación *total* emitida por un cuerpo negro en todas las longitudes de onda, desde $\lambda = 0$ hasta $\lambda = \infty$. Pero a menudo estamos interesados en la cantidad de radiación emitida sobre *alguna banda de longitudes de onda*. Por ejemplo, un foco incandescente se juzga con base en la radiación que emite en el rango visible, más que en la radiación que emite en todas las longitudes de onda.

La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de área sobre una banda de longitudes de onda, desde $\lambda = 0$ hasta λ se determina con base en (figura 12-13)

$$E_{b,\,0-\lambda}(T) = \int_0^{\lambda} E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-7)}$$

Parece como que podemos determinar $E_{b,\,0-\lambda}$ sustituyendo la relación para $E_{b\lambda}$ dada en la ecuación 12-4 y resolviendo la integral. Pero resulta que ésta no tiene una solución sencilla de forma cerrada y efectuar una integración numérica cada vez que necesitamos un valor de $E_{b,\,0-\lambda}$ no resulta práctico. Por lo

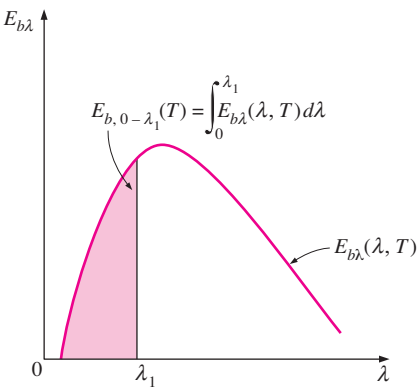


FIGURA 12-13
En un diagrama $E_{b\lambda}$-λ, el área bajo la curva a la izquierda de la recta $\lambda = \lambda_1$ representa la energía de radiación emitida por un cuerpo negro en el rango de longitudes de onda 0-λ_1 para la temperatura dada.

tanto, definimos una cantidad adimensional f_λ, llamada **función de radiación de cuerpo negro**, como

$$f_\lambda(T) = \frac{\int_0^\lambda E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda}{\sigma T^4} \tag{12-8}$$

La función f_λ representa *la fracción de radiación emitida desde un cuerpo negro a la temperatura T, en la banda de longitudes de onda de* $\lambda = 0$ *hasta* λ. En referencia a la figura 12-13, f_λ, puede interpretarse como la razón de la región sombreada (radiación emitida por el cuerpo negro en el rango de longitud de onda $0 - \lambda_1$) sobre el área total bajo la curva (radiación total emitida por el cuerpo negro en el rango de longitud de onda $0 - \infty$). Los valores de f_λ se mencionan en la tabla 12-2 como una función de λT, se da en μm y T está en K.

TABLA 12-2

Funciones f_λ de radiación de cuerpo negro

λT, μm · K	f_λ	λT, μm · K	f_λ
200	0.000000	6 200	0.754140
400	0.000000	6 400	0.769234
600	0.000000	6 600	0.783199
800	0.000016	6 800	0.796129
1 000	0.000321	7 000	0.808109
1 200	0.002134	7 200	0.819217
1 400	0.007790	7 400	0.829527
1 600	0.019718	7 600	0.839102
1 800	0.039341	7 800	0.848005
2 000	0.066728	8 000	0.856288
2 200	0.100888	8 500	0.874608
2 400	0.140256	9 000	0.890029
2 600	0.183120	9 500	0.903085
2 800	0.227897	10 000	0.914199
3 000	0.273232	10 500	0.923710
3 200	0.318102	11 000	0.931890
3 400	0.361735	11 500	0.939959
3 600	0.403607	12 000	0.945098
3 800	0.443382	13 000	0.955139
4 000	0.480877	14 000	0.962898
4 200	0.516014	15 000	0.969981
4 400	0.548796	16 000	0.973814
4 600	0.579280	18 000	0.980860
4 800	0.607559	20 000	0.985602
5 000	0.633747	25 000	0.992215
5 200	0.658970	30 000	0.995340
5 400	0.680360	40 000	0.997967
5 600	0.701046	50 000	0.998953
5 800	0.720158	75 000	0.999713
6 000	0.737818	100 000	0.999905

La fracción de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a la temperatura T sobre una banda finita de longitudes de onda, desde $\lambda = \lambda_1$ hasta $\lambda = \lambda_2$, se determina a partir de (figura 12-14)

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = \frac{\displaystyle\int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda}{\sigma T^4} = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) \qquad \textbf{(12-9)}$$

en donde $f_{\lambda_1}(T)$ y $f_{\lambda_2}(T)$ son las funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$, respectivamente.

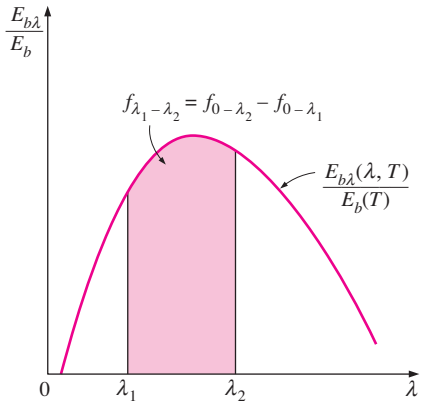


FIGURA 12-14
Representación gráfica de la fracción de radiación emitida en la banda de longitudes de onda de λ_1 hasta λ_2.

EJEMPLO 12-2 Luz emitida por el sol y una bombilla

Los sensores de imágenes con dispositivos de cargas interconectadas (CCD), son comunes en las cámaras digitales modernas y tienen distintas respuestas a las fuentes lumínicas con diferentes distribuciones espectrales. La luz de día y la luz incandescente pueden aproximarse como un cuerpo negro a las temperaturas superficiales efectivas de 5 800 K y 2 800 K, respectivamente. Determine la fracción de radiación emitida dentro de la longitud de onda de espectro visible de 0.40 μm (violeta) a 0.76 μm (rojo), para cada una de las fuentes lumínicas.

SOLUCIÓN Se debe determinar la fracción de radiación visible emitida por el sol y el filamento de un foco incandescente a las temperaturas de cuerpo negro especificadas.

Suposición El sol y el filamento de luz incandescente se comportan como cuerpos negros.

Análisis El rango visible del espectro electromagnético se extiende de $\lambda_1 = 0.40\ \mu$m a $\lambda_2 = 0.76\ \mu$m. De la tabla 12-2 y la figura 12-15, se determinan las funciones del radiación de cuerpo negro que corresponden a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$, para el sol a $T = 5\ 800$ K.

$$\lambda_1 T = (0.40\ \mu\text{m})(5\ 800\ \text{K}) = 2\ 320\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_1,\ \text{luz de día}} = 0.124509$$

$$\lambda_2 T = (0.76\ \mu\text{m})(5\ 800\ \text{K}) = 4\ 408\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_2,\ \text{luz de día}} = 0.550015$$

Entonces la fracción de radiación visible emitida por el sol se convierte en

$$f_{\lambda_1-\lambda_2,\ \text{luz de día}} = 0.550015 - 0.124509 = \mathbf{0.426} \text{ o } \mathbf{42.6 \text{ por ciento}}$$

Para un foco incandescente a $T = 2\,800$ K, las funciones de radiación de cuerpo negro corresponden a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$ y a partir de la tabla 12-2 se determinan como

$$\lambda_1 T = (0.40\ \mu\text{m})(2\ 800\ \text{K}) = 1\ 120\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_1,\ \text{incandescente}} = 0.001409$$

$$\lambda_2 T = (0.76\ \mu\text{m})(5\ 800\ \text{K}) = 2\ 128\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_2,\ \text{incandescente}} = 0.088590$$

Entonces, la fracción de radiación del foco que emite en rango visible se vuelve

$$f_{\lambda_1-\lambda_2,\ \text{incandescente}} = 0.088590 - 0.001409 = \mathbf{0.087} \text{ u } \mathbf{8.7 \text{ por ciento}}$$

Discusión Observe que aproximadamente la mitad de la radiación emitida por el sol se encuentra dentro del rango visible, por lo tanto, el sol es una fuente de luz muy eficiente. Pero menos de 10% de la radiación emitida por un foco incandescente está dentro del rango de luz visible; por lo tanto, los focos incandescentes son fuentes lumínicas ineficientes. En consecuencia, se reemplazan por fuentes lumínicas LED y fluorescentes más eficientes.

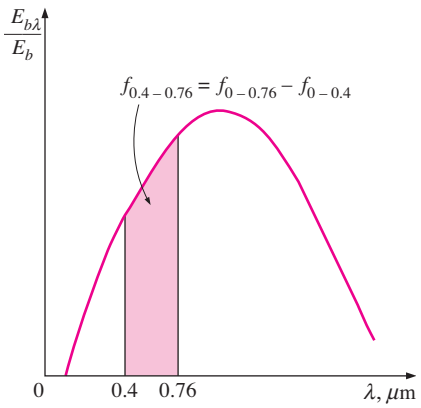


FIGURA 12-15
Representación gráfica de la fracción de radiación emitida en el rango visible en el ejemplo 12-2.

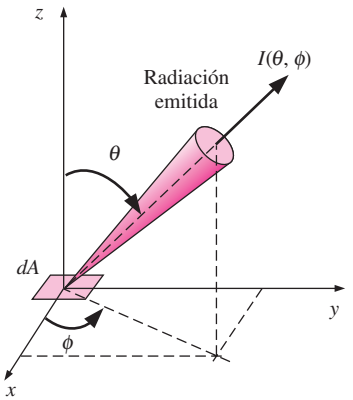


FIGURA 12-16
Se usa la intensidad de radiación para describir la variación de la energía de radiación con respecto a la dirección.

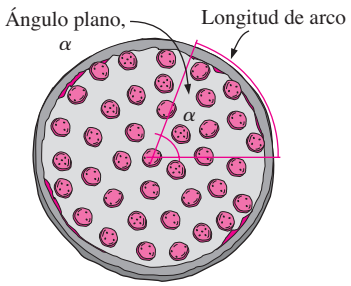
12-4 ▪ INTENSIDAD DE RADIACIÓN

La radiación es emitida por todas las partes de una superficie plana en todas direcciones hacia el hemisferio que está arriba de ésta, y la distribución direccional de la radiación emitida (o incidente) suele no ser uniforme. Por lo tanto, necesitamos una cantidad que describa la magnitud de la radiación emitida (o incidente) en una dirección específica en el espacio. Esta cantidad es la *intensidad de radiación*, denotada por I. Antes de que podamos describir una cantidad direccional necesitamos especificar la dirección en el espacio. La mejor manera de describir la dirección de la radiación que pasa por un punto es en coordenadas esféricas, en términos del ángulo cenital θ y el ángulo azimutal ϕ, como se muestra en la figura 12-16. Se usa la intensidad de radiación para describir de qué manera la radiación emitida varía con los ángulos cenital y azimutal.

Si todas las superficies emitieran radiación de manera uniforme en todas direcciones, el *poder de emisión* sería suficiente para cuantificar la radiación y no sería necesario tratar con la intensidad. La radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de área normal es la misma en todas direcciones y, por consiguiente, no existe dependencia direccional. Pero éste no es el caso para las superficies reales. Antes de que definamos intensidad necesitamos cuantificar el tamaño de una abertura en el espacio.

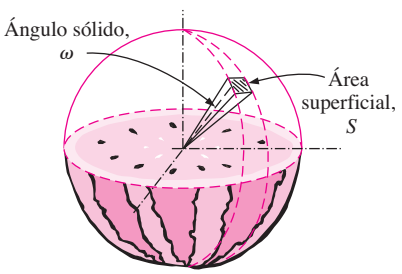
Ángulo sólido

Tratemos de cuantificar el tamaño de una rebanada de pizza. Una manera de hacerlo es especificar la longitud de arco del borde exterior de la rebanada y formarla conectando los puntos extremos del arco con el centro. Un procedimiento más general es especificar el ángulo de la rebanada en el centro, como se muestra en la figura 12-17. Por ejemplo, un ángulo de 90° (o $\pi/2$ radianes) siempre representa una cuarta parte de la pizza, sin importar cuál sea el radio. Para un círculo de radio unitario, la longitud de un arco es equivalente en magnitud al *ángulo plano* que subtiende (ambos son 2π para un círculo completo de radio $r = 1$).



Una rebanada de pizza de ángulo plano α

Considere ahora una sandía e intentemos cuantificar el tamaño de una rebanada. Una vez más podemos hacerlo especificando el área superficial exterior de la rebanada (la parte verde), o bien, trabajando con ángulos en beneficio de la generalidad. En este caso, si se conectan todos los puntos en los bordes de la rebanada con el centro formarán un cuerpo tridimensional (como un cono cuya punta está en el centro) y, como consecuencia, el ángulo en el centro se le llama con propiedad **ángulo sólido**. El ángulo sólido se denota por ω y su unidad es el estereorradián (sr). En analogía con el ángulo plano, podemos decir que *el área de una superficie sobre una esfera de radio unitario es equivalente en magnitud al ángulo sólido que subtiende* (ambos son 4π para una esfera de radio $r = 1$).



Una rebanada de sandía de ángulo sólido ω

FIGURA 12-17
Descripción del tamaño de una rebanada de pizza por medio de un ángulo plano y del tamaño de una rebanada de sandía por medio de un ángulo sólido.

Esto se puede demostrar con facilidad al considerar un área superficial diferencial sobre una esfera, $dS = r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi$, como se muestra en la figura 12-18, e integrándola desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \pi$, y desde $\phi = 0$ hasta $\phi = 2\pi$; obtenemos

$$S = \int_{\text{esfera}} dS = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\phi = 2\pi r^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = 4\pi r^2 \quad \textbf{(12-10)}$$

la cual es la fórmula para el área de una esfera. Para $r = 1$ se reduce a $S = 4\pi$ y, por consiguiente, el ángulo sólido asociado con una esfera es $\omega = 4\pi$ sr. Para un hemisferio, el cual es más pertinente para la radiación emitida o recibida por una superficie, es $\omega = 2\pi$ sr.

El ángulo sólido diferencial $d\omega$ subtendido por un área diferencial dS sobre una esfera de radio r se puede expresar como

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} = \text{sen}\,\theta\, d\theta\, d\phi \tag{12-11}$$

Note que el área dS es perpendicular o normal a la dirección de la visión, puesto que dS se ve desde el centro de la esfera. En general, el ángulo sólido diferencial $d\omega$ subtendido por un área superficial diferencial dA cuando se ve desde un punto a una distancia r de dA se expresa como

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{dA\cos\alpha}{r^2} \tag{12-12}$$

en donde α es el ángulo entre la normal de la superficie y la dirección de visión y, por lo tanto, $dA_n = dA\cos\alpha$ es el área normal (o proyectada) a la dirección de visión.

Las superficies pequeñas vistas desde distancias más o menos grandes se pueden tratar aproximadamente como áreas diferenciales en los cálculos de ángulos sólidos. Por ejemplo, el ángulo sólido subtendido por una superficie plana de 5 cm^2 cuando se ve desde un punto O a una distancia de 80 cm a lo largo de la normal a esa superficie es

$$\omega \cong \frac{A_n}{r^2} = \frac{5\text{ cm}^2}{(80\text{ cm})^2} = 7.81 \times 10^{-4}\text{ sr}$$

Si se inclina la superficie de modo que la normal a ella forme un ángulo de $\alpha = 60°$ con la recta que conecta el punto de visión y el centro de la superficie, el área proyectada sería $dA_n = dA\cos\alpha = (5\text{ cm}^2)\cos 60° = 2.5\text{ cm}^2$ y, en este caso, el ángulo sólido representaría la mitad del valor que acaba de determinarse.

Intensidad de la radiación emitida

Considere la emisión de radiación por un elemento diferencial de área dA de una superficie, como se muestra en la figura 12-18. La radiación es emitida en todas direcciones hacia el espacio hemisférico y la que emana a través del área superficial dS es proporcional al ángulo sólido $d\omega$ subtendido por dS. También es proporcional al área radiante dA según la ve un observador sobre dS, la cual varía desde un máximo de dA, cuando dS está directamente arriba de dA

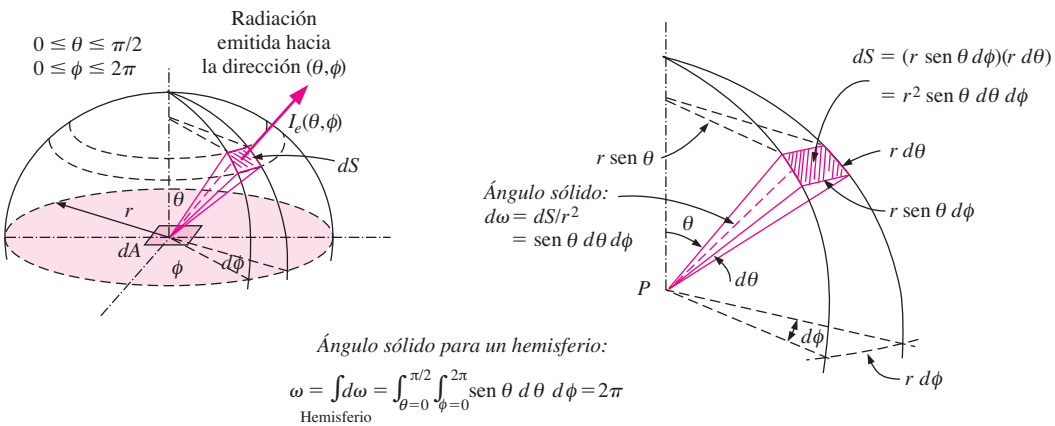


FIGURA 12-18
Emisión de radiación desde un elemento diferencial de superficie hacia el espacio hemisférico circundante a través de un ángulo sólido diferencial.

($\theta = 0°$), hasta un mínimo de cero, cuando dS está en el fondo ($\theta = 90°$). Por lo tanto, el área efectiva de dA para la emisión en la dirección de θ es la proyección de dA sobre un plano normal a θ, la cual es $dA \cos\theta$. La intensidad de radiación en una dirección dada se basa en un área unitaria *normal* a dicha dirección, con el fin de proporcionar una base común para la comparación de la radiación emitida en diferentes direcciones.

La **intensidad de radiación** $I_e(\theta, \phi)$ se define como *la razón a la cual la energía de radiación* $d\dot{Q}_e$ *se emite en la dirección* (θ, ϕ) *por unidad de área normal a dicha dirección y por unidad de ángulo sólido en torno a esta misma dirección*; es decir,

$$I_e(\theta, \phi) = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \cdot d\omega} = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} \qquad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr}) \qquad \textbf{(12-13)}$$

El *flujo de radiación* es el **poder de emisión** E (la razón a la cual se emite la energía de radiación por unidad de área de la superficie emisora), el cual se puede expresar en la forma diferencial como

$$dE = \frac{d\dot{Q}_e}{dA} = I_e(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad \textbf{(12-14)}$$

Dado que el hemisferio que está arriba de la superficie intercepta todos los rayos de radiación emitidos por ésta, el poder de emisión hacia el hemisferio que la rodea se puede determinar por integración como

$$E = \int_{\text{hemisferio}} dE = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_e(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\mathrm{W/m^2}) \qquad \textbf{(12-15)}$$

En general, la intensidad de radiación emitida por una superficie varía con la dirección (en especial con el ángulo cenital θ). Pero en la práctica muchas superficies se pueden considerar como si fueran difusas. Para una superficie *difusamente emisora*, la intensidad de la radiación emitida es independiente de la dirección y, por consiguiente, I_e = constante. Puesto que $\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi = \pi$, en este caso la relación del poder de emisión de la ecuación 12-15 se reduce a

Superficie difusamente emisora: $$E = \pi I_e \qquad (\mathrm{W/m^2}) \qquad \textbf{(12-16)}$$

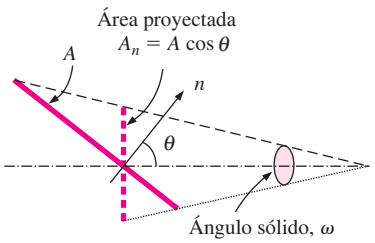


FIGURA 12-19
La intensidad de radiación se basa en el área proyectada y, por lo tanto, el cálculo de la emisión de radiación desde una superficie comprende la proyección de esta última.

Note que el factor en la ecuación 12-16 es π. El lector podría haber esperado que fuera 2π, ya que la intensidad es la energía de radiación por unidad de ángulo sólido, y el ángulo sólido asociado con un hemisferio es 2π. La razón para que el factor sea π es que el poder de emisión se basa en el área superficial *real*, en tanto que la intensidad se basa en el área *proyectada* (y, por consiguiente, en el factor $\cos\theta$ que la acompaña), como se muestra en la figura 12-19.

Para un *cuerpo negro*, el cual es un emisor difuso, la ecuación 12-16 se puede expresar como

Cuerpo negro: $$E_b = \pi I_b \qquad \textbf{(12-17)}$$

en donde $E_b = \sigma T^4$ es el poder de emisión de cuerpo negro. Por lo tanto, la intensidad de la radiación emitida por un cuerpo negro a la temperatura absoluta T es

Cuerpo negro: $$I_b(T) = \frac{E_b(T)}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \qquad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr}) \qquad \textbf{(12-18)}$$

Radiación incidente

Todas las superficies emiten radiación, pero también reciben la emitida o reflejada por otras superficies. La intensidad de la radiación incidente, $I_i(\theta, \phi)$ se define como *la razón a la cual la energía de radiación dG incide desde la dirección* (θ, ϕ) *por unidad de área de la superficie receptora normal a esta dirección y por unidad de ángulo sólido alrededor de esta última* (figura 12-20). Aquí, θ es el ángulo entre la dirección de la radiación incidente y la normal a la superficie.

El flujo de radiación incidente sobre una superficie desde *todas direcciones* se llama **irradiación** G y se expresa como

$$G = \int_{\text{hemisferio}} dG = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_i(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-19)}$$

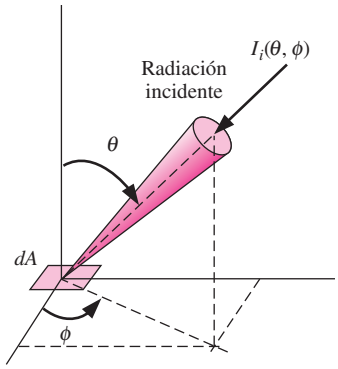


FIGURA 12-20
Radiación incidente sobre una superficie en la dirección (θ, ϕ).

Por lo tanto, la irradiación representa la razón a la cual la energía de radiación incide sobre una superficie por unidad de área de esta última. Cuando la radiación incidente es difusa y, por lo tanto, I_i = constante, la ecuación 12-19 se reduce a

Radiación difusamente incidente: $$G = \pi I_i \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-20)}$$

Una vez más, note que la irradiación se basa en el área superficial *real* (y, como consecuencia, en el factor $\cos\theta$), en tanto que la intensidad de la radiación incidente se basa en el área *proyectada*.

Radiosidad

Las superficies emiten radiación y la reflejan; por lo tanto, la radiación que sale de una superficie consta de componentes emitidas y reflejadas, como se muestra en la figura 12-21. El cálculo de la transferencia de calor por radiación entre superficies comprende la energía *total* de radiación que emana de una superficie, sin importar su origen. Por lo tanto, necesitamos definir una cantidad que represente *la razón a la cual la energía de radiación sale de una unidad de área de una superficie en todas direcciones*. Esta cantidad se llama la **radiosidad** J y se expresa como

$$J = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{e+r}(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-21)}$$

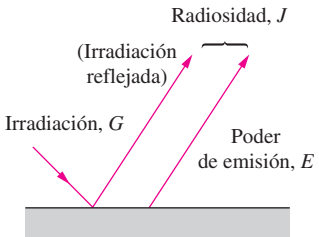


FIGURA 12-21
Las tres clases de flujo de radiación (en W/m^2): poder de emisión, irradiación y radiosidad.

en donde I_{e+r} es la suma de las intensidades emitida y reflejada. Para una superficie que es tanto un emisor difuso como un reflector difuso, I_{e+r} = constante y la relación de radiosidad se reduce a

Emisor y reflector difuso: $$J = \pi I_{e+r} \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-22)}$$

Para un cuerpo negro la radiosidad J es equivalente al poder de emisión E_b, ya que un cuerpo de este tipo absorbe toda la radiación incidente sobre él y no hay componente reflejada en la radiosidad.

Cantidades espectrales

Hasta ahora consideramos cantidades *totales* de radiación (cantidades integradas sobre todas las longitudes de onda) y no hicimos referencia a la dependencia con respecto a la longitud de onda. Este enfoque concentrado resulta adecuado para muchos problemas de radiación que se encuentran en la práctica. Pero a veces es necesario considerar la variación de la radiación con la lon-

gitud de onda así como con la dirección y expresar las cantidades en una cierta longitud de onda λ o por intervalo unitario de longitud de onda con respecto a λ. Esas cantidades se mencionan como cantidades *espectrales* para atraer la atención hacia su dependencia con respecto a la longitud de onda. Se usa el modificador "espectral" para indicar "a una longitud de onda dada".

Por ejemplo, la *intensidad espectral de radiación*, $I_\lambda(\lambda, \theta, \phi)$, es sencillamente la intensidad total de radiación $I(\theta, \phi)$ por intervalo unitario de longitud de onda en torno a λ. La **intensidad espectral** para la radiación emitida $I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi)$ se puede definir como *la razón a la cual la energía de radiación $d\dot{Q}_e$ es emitida a la longitud de onda λ en la dirección (θ, ϕ) por unidad de área normal a esta dirección, por unidad de ángulo sólido en torno a esta última*, y se puede expresar como

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \qquad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr \cdot \mu m}) \qquad \textbf{(12-23)}$$

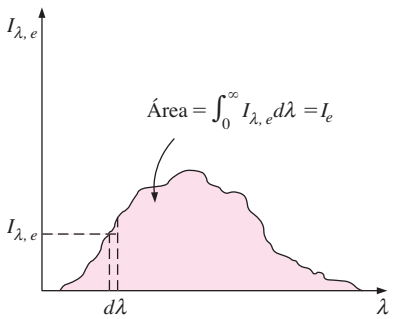


FIGURA 12-22
La integración de una cantidad "espectral" para todas las longitudes de onda da la cantidad "total".

Entonces el *poder de emisión espectral* queda

$$E_\lambda = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\mathrm{W/m^2}) \qquad \textbf{(12-24)}$$

Se pueden obtener relaciones similares para la irradiación espectral G_λ y la radiosidad espectral J_λ, reemplazando $I_{\lambda,e}$ en esta ecuación por $I_{\lambda,i}$ e $I_{\lambda,e+r}$, respectivamente

Cuando se conoce la variación de la intensidad de radiación espectral I_λ y la longitud de onda λ se puede determinar la intensidad total de radiación I para la radiación emitida, la incidente y la incidente más la reflejada, por integración sobre todo el espectro de longitudes de onda como (figura 12-22)

$$I_e = \int_0^\infty I_{\lambda,e} \, d\lambda, \qquad I_i = \int_0^\infty I_{\lambda,i} \, d\lambda \qquad \text{e} \qquad I_{e+r} = \int_0^\infty I_{\lambda,e+r} \, d\lambda \qquad \textbf{(12-25)}$$

Entonces se pueden usar estas intensidades en las ecuaciones 12-15, 12-19 y 12-21, con el fin de determinar el poder de emisión, E, la irradiación G y la radiosidad J, respectivamente.

De manera análoga, cuando se conocen las variaciones de los flujos de radiación espectral, E_λ, G_λ y J_λ con la longitud de onda λ se pueden determinar los flujos totales de radiación por integración sobre todo el espectro de longitudes de onda mediante

$$E = \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda, \qquad G = \int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda, \qquad \text{y} \qquad J = \int_0^\infty J_\lambda \, d\lambda \qquad \textbf{(12-26)}$$

Cuando las superficies y la radiación incidente son *difusas*, los flujos de radiación espectrales están relacionados con las intensidades espectrales por

$$E_\lambda = \pi I_{\lambda,e}, \qquad G_\lambda = \pi I_{\lambda,i} \qquad \text{y} \qquad J_\lambda = \pi I_{\lambda,e+r} \qquad \textbf{(12-27)}$$

Note que las relaciones para las cantidades de radiación espectrales y totales tienen la misma forma.

La intensidad espectral de la radiación emitida por un cuerpo negro que está a una temperatura absoluta T, a una longitud de onda λ ha sido determinada por Max Planck y se expresa como

$$I_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5[\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} \qquad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr \cdot \mu m}) \qquad \textbf{(12-28)}$$

en donde $h = 6.626069 \times 10^{-34}$ J · s es la constante de Planck, $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y $c_0 = 2.9979 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío. Entonces, con base en la ecuación 12-27, el poder de emisión espectral de cuerpo negro es

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{b\lambda}(\lambda, T) \tag{12-29}$$

Por medio de la ecuación 12-4 se da una relación simplificada para $E_{b\lambda}$.

EJEMPLO 12-3 Radiación incidente sobre una superficie pequeña

Una superficie pequeña de área A_1 = 3 cm² emite radiación como un cuerpo negro a T_1 = 600 K. La parte de la radiación emitida por A_1 choca contra otra superficie pequeña de área A_2 = 5 cm², orientada como se muestra en la figura 12-23. Determine el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando se ve desde A_1 y la razón con la cual la radiación emitida por esta última choca contra A_2.

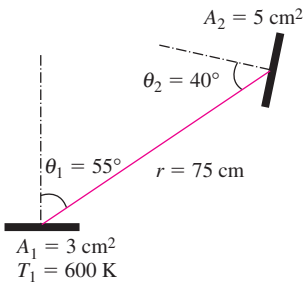


FIGURA 12-23
Esquema para el ejemplo 12-3.

SOLUCIÓN Una superficie está sujeta a radiación emitida por otra superficie. Se deben determinar el ángulo sólido subtendido y la razón a la cual se recibe la radiación emitida.

Suposiciones **1** La superficie A_1 emite difusamente como un cuerpo negro. **2** Tanto A_1 como A_2 se pueden considerar superficies diferenciales, ya que son muy pequeñas en comparación con el cuadrado de la distancia entre ellas.

Análisis Haciendo la aproximación de A_1 y A_2 como superficies diferenciales, se puede determinar el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando se ve desde A_1, a partir de la ecuación 12-12, como

$$\omega_{2-1} \cong \frac{A_{n,2}}{r^2} = \frac{A_2 \cos\theta_2}{r^2} = \frac{(5\text{ cm}^2)\cos 40°}{(75\text{ cm})^2} = \mathbf{6.81 \times 10^{-4}\ sr}$$

puesto que la normal de A_2 forma un ángulo de 40° con la dirección de visión. Note que el ángulo sólido subtendido por A_2 sería el máximo si la posición de ésta fuera normal a la dirección de visión. Asimismo, el punto de visión sobre A_1 se toma como un punto medio, pero puede ser cualquier otro ya que se supone que A_1 es muy pequeña.

La radiación emitida por A_1 que choca contra A_2 es equivalente a la radiación emitida por aquélla a través del ángulo sólido ω_{2-1}. La intensidad de la radiación emitida por A_1 es

$$I_1 = \frac{E_b(T_1)}{\pi} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} = \frac{(5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(600\text{ K})^4}{\pi} = 2\,339\text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$$

Este valor de la intensidad es el mismo en todas direcciones, puesto que un cuerpo negro es un emisor difuso. La intensidad representa la razón de la emisión de radiación por unidad de área normal a la dirección de emisión, por unidad de ángulo sólido. Por lo tanto, la razón de la energía de radiación emitida por A_1 en la dirección de θ_1 a través del ángulo sólido $\omega_{2\text{-}1}$, se determina al multiplicar I_1 por el área de A_1 normal a θ_1 y por el ángulo sólido $\omega_{2\text{-}1}$; es decir,

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{1-2} &= I_1(A_1 \cos\theta_1)\omega_{2-1}\\ &= (2\,339\text{ W/m}^2 \cdot \text{sr})(3 \times 10^{-4}\cos 55°\text{ m}^2)(6.81 \times 10^{-4}\text{ sr})\\ &= \mathbf{2.74 \times 10^{-4}\ W}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la radiación emitida desde la superficie A_1 chocará contra la superficie A_2 a razón de 2.74×10^{-4} W.

Discusión La razón total de emisión de radiación desde la superficie A_1 es $\dot{Q}_e = A_1\sigma T_1^4 = 2.204$ W. Por lo tanto, la fracción de la radiación emitida que choca

contra A_2 es $2.74 \times 10^{-4}/2.204 = 0.00012$ (o sea, 0.012%). Puesto que el ángulo sólido asociado con un hemisferio es 2π, la fracción del ángulo sólido subtendido por A_2 es $6.81 \times 10^{-4}/(2\pi) = 0.000108$ (o sea, 0.0108%), lo cual es 0.9 veces la fracción de radiación emitida. Por lo tanto, la fracción del ángulo sólido que una superficie ocupa no representa la fracción de la energía de radiación que dicha superficie recibirá, incluso cuando la intensidad de la radiación emitida es constante. Esto se debe a que la energía de radiación emitida por una superficie en una dirección dada es proporcional al *área proyectada* de ella en esa dirección y se reduce desde un máximo en $\theta = 0°$ (la dirección normal a la superficie) hasta cero en $\theta = 90°$ (la dirección paralela a la superficie).

12-5 ▪ PROPIEDADES DE RADIACIÓN

La mayor parte de los materiales que se encuentran en la práctica, como los metales, la madera y los ladrillos, son *opacos* a la radiación térmica, y se considera que la radiación es un *fenómeno superficial* para ese tipo de materiales. Es decir, la radiación térmica es emitida o absorbida a menos de unas cuantas de las primeras micras de la superficie y, como consecuencia, hablamos de propiedades relativas a la radiación de las *superficies* para los materiales opacos.

Algunos otros materiales, como el vidrio y el agua, permiten que la radiación visible penetre hasta profundidades considerables, antes de que tenga lugar alguna absorción significativa. Es obvio que la radiación a través de ese tipo de materiales *semitransparentes* no puede considerarse un fenómeno superficial, puesto que todo el volumen del material interactúa con la radiación. Por otra parte, tanto el vidrio como el agua son prácticamente opacos a la radiación infrarroja. Por lo tanto, los materiales pueden exhibir un comportamiento distinto a longitudes de onda diferentes y la dependencia con respecto a la longitud de onda es una consideración importante en el estudio de las propiedades relativas a la radiación, como la emisividad, la absortividad, la reflectividad y la transmisividad de esos materiales.

En la sección anterior definimos un *cuerpo negro* como un emisor y absorbedor perfecto de la radiación y se dice que ningún cuerpo puede emitir más radiación que un cuerpo negro a la misma temperatura. Por lo tanto, un cuerpo negro puede servir como una *referencia* conveniente en la descripción de las características de emisión y absorción de las superficies reales.

Emisividad

La **emisividad** de una superficie representa *la razón entre la radiación emitida por la superficie a una temperatura dada y la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura*. La emisividad de una superficie se denota por ε y varía entre 0 y 1, $0 \leq \varepsilon \leq 1$. La emisividad es una medida de cuán cerca se aproxima una superficie a un cuerpo negro, para el cual $\varepsilon = 1$.

La emisividad de una superficie real no es constante. Más bien, varía con la *temperatura* de la superficie, así como con la *longitud de onda* y la *dirección* de la radiación emitida. Por lo tanto, se pueden definir diferentes emisividades para una superficie dependiendo de los efectos considerados. La emisividad más elemental de una superficie a una temperatura dada es la **emisividad direccional espectral**, la cual se define como la razón entre la intensidad de la radiación emitida por la superficie a una longitud de onda específica, en una dirección específica, y la intensidad de la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura, a la misma longitud de onda; esto es,

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{b\lambda}(\lambda, T)} \tag{12-30}$$

en donde se usan los subíndices λ y θ para designar las cantidades *espectrales* y *direccionales*, respectivamente. Note que la intensidad de radiación de cuerpo negro es independiente de la dirección y, por lo tanto, no tiene dependencia funcional con respecto a θ ni a ϕ.

La **emisividad direccional total** se define de manera semejante, usando intensidades totales (intensidades integradas sobre todas las longitudes de onda) como

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)} \tag{12-31}$$

En la práctica suele ser más conveniente trabajar con propiedades relativas a la radiación promediadas sobre todas las direcciones, llamadas *propiedades hemisféricas*. Puesto que el *poder de emisión espectral* es la integral de la velocidad de la energía de radiación emitida a una longitud de onda específica, por unidad de área superficial sobre todo el hemisferio, la **emisividad hemisférica espectral** se puede expresar como

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{b\lambda}(\lambda, T)} \tag{12-32}$$

Note que la emisividad de una superficie a una longitud de onda dada puede ser distinta a temperaturas diferentes, ya que la distribución espectral de la radiación emitida (y, por consiguiente, la cantidad de radiación emitida a una longitud de onda dada) cambia con la temperatura.

Por último, la **emisividad hemisférica total** se define en términos de la energía de radiación emitida sobre todas las longitudes de onda en todas las direcciones, como

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} \tag{12-33}$$

Por lo tanto, la emisividad hemisférica total (o, sencillamente, la "emisividad promedio") de una superficie a una temperatura dada representa la razón entre la energía total de radiación emitida por la superficie y la radiación emitida por un cuerpo negro de la misma área superficial a la misma temperatura.

Nótese, con base en las ecuaciones 12-26 y 12-32, que $E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda$ y $E_\lambda(\lambda, T) = \varepsilon_\lambda(\lambda, T)E_{b\lambda}(\lambda, T)$, la emisividad hemisférica total también se puede expresar como

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T)E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda}{\sigma T^4} \tag{12-34}$$

dado que $E_b(T) = \sigma T^4$. Para realizar esta integración necesitamos conocer la variación de la emisividad espectral con la longitud de onda a la temperatura especificada. El integrando suele ser una función complicada y la solución tiene que hallarse numéricamente. Sin embargo, se puede llevar a cabo con bastante facilidad si se divide el espectro en un número suficiente de *bandas de longitudes de onda* suponiendo que la emisividad permanece constante sobre cada banda; es decir, expresando la función $\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$ como si fuese escalonada. Esta simplificación resulta muy conveniente a cambio de un poco de sacrificio de la exactitud, ya que nos permite transformar la integración en una suma en términos de funciones de emisión de cuerpo negro.

Como ejemplo, considere la función de emisividad cuya gráfica se da en la figura 12-24. Da la apariencia de que se puede aproximar razonablemente bien por medio de una función escalonada de la forma

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = \text{constante}, & 0 \le \lambda < \lambda_1 \\ \varepsilon_2 = \text{constante}, & \lambda_1 \le \lambda < \lambda_2 \\ \varepsilon_3 = \text{constante}, & \lambda_2 \le \lambda < \infty \end{cases} \tag{12-35}$$

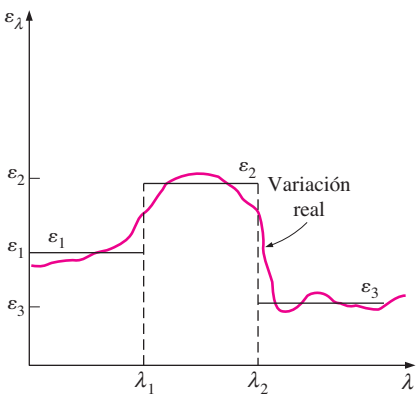


FIGURA 12-24
Aproximación de la variación real de la emisividad con la longitud de onda por medio de una función escalonada.

Superficie real:
$\varepsilon_\theta \neq$ constante
$\varepsilon_\lambda \neq$ constante

Superficie difusa:
$\varepsilon_\theta =$ constante

Superficie gris:
$\varepsilon_\lambda =$ constante

Superficie gris, difusa:
$\varepsilon = \varepsilon_\lambda = \varepsilon_\theta =$ constante

FIGURA 12-25
Efecto de las aproximaciones difusa y gris sobre la emisividad de una superficie.

Entonces, basándose en la ecuación 12-34, la emisividad promedio se puede determinar descomponiendo la integral en tres partes y utilizando la definición de la función de radiación de cuerpo negro, como

$$\varepsilon(T) = \frac{\varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}\, d\lambda}{E_b} + \frac{\varepsilon_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda}\, d\lambda}{E_b} + \frac{\varepsilon_3 \int_{\lambda_2}^{\infty} E_{b\lambda}\, d\lambda}{E_b}$$

$$= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T) \qquad \textbf{(12-36)}$$

La radiación es un fenómeno complejo por sí mismo y la consideración de la dependencia de las propiedades con respecto a la longitud de onda y la dirección, suponiendo que existan datos suficientes, la hacen todavía más complicada. Por lo tanto, a menudo se utilizan las aproximaciones *gris* y *difusa* en los cálculos de la radiación. Se dice que una superficie es *difusa* si sus propiedades son *independientes de la dirección* y *gris* si sus propiedades son independientes de la longitud de onda. Por lo tanto, la emisividad de una superficie gris y difusa es sencillamente su emisividad hemisférica total debido a que no depende de la dirección ni de la longitud de onda (figura 12-25).

Resultan pertinentes unos cuantos comentarios acerca de la validez de la aproximación difusa. Aun cuando las superficies reales no emiten radiación de una manera perfectamente difusa, como lo hace un cuerpo negro, a menudo se aproximan a ello. En la figura 12-26 se da la variación de la emisividad con la dirección tanto para conductores eléctricos como para no conductores. En este caso θ es el ángulo medido desde la normal a la superficie y, por consiguiente, $\theta = 0$ para la radiación emitida en una dirección normal a esta última. Note que ε_θ permanece casi constante para más o menos $\theta < 40°$, para los conductores, como los metales, y para $\theta < 70°$, para los no conductores, como los plásticos. Por lo tanto, la emisividad direccional de una superficie en la dirección normal es representativa de su emisividad hemisférica. En el análisis de la radiación es práctica común suponer que las superficies son emisores difusos, con una emisividad igual al valor en la dirección normal ($\theta = 0$).

En la figura 12-27 se ilustra el efecto de la aproximación gris sobre la emisividad y el poder de emisión de una superficie real. Note que en general la emisión de radiación desde una superficie real difiere de la distribución de Planck y la curva de emisión puede tener varios picos y valles. Una superficie gris debe emitir tanta radiación como la superficie real que representa a la

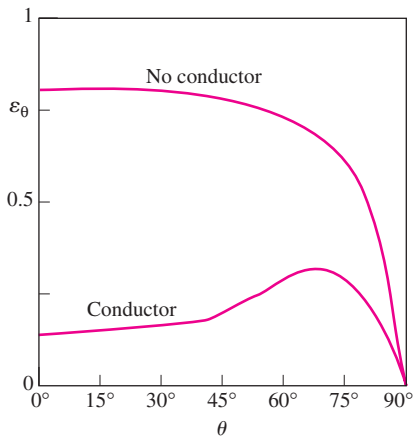


FIGURA 12-26
Variaciones típicas de la emisividad con la dirección para conductores y no conductores eléctricos.

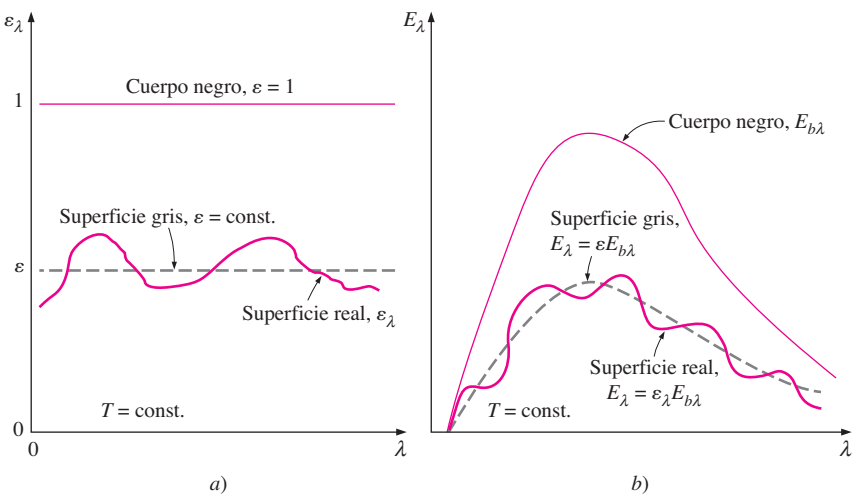


FIGURA 12-27
Comparación de la emisividad *a*) y el poder de emisión *b*) de una superficie real con los de una superficie gris y un cuerpo negro a la misma temperatura.

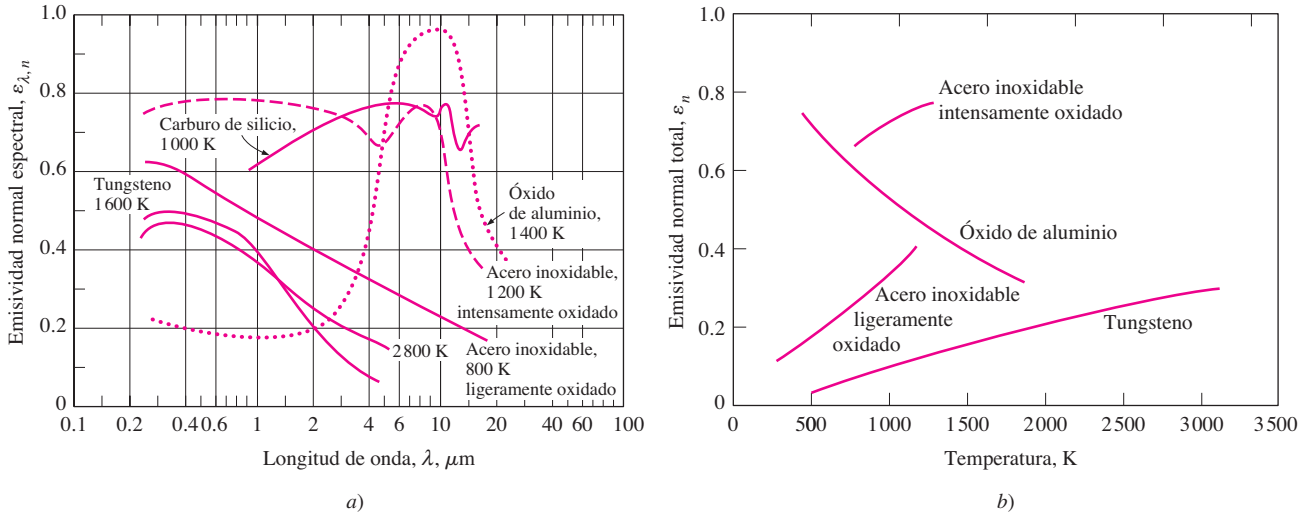


FIGURA 12-28
Variación de la emisividad normal con *a*) la longitud de onda y *b*) la temperatura para varios materiales.

misma temperatura. Por lo tanto, las áreas debajo de las curvas de emisión de las superficies real y gris deben ser iguales.

En las tablas A-18 y A-19 del apéndice se da una lista de las emisividades de materiales comunes, y en la figura 12-28 se ilustra la variación de la emisividad con la longitud de onda y la temperatura. En la figura 12-29 se dan rangos típicos de la emisividad de varios materiales. Note que, por lo general, los metales tienen emisividades bajas, tanto como 0.02 para las superficies pulidas, y los no metales, como la cerámica y los materiales orgánicos, las tienen altas. La emisividad de los metales se incrementa con la temperatura. Asimismo, la oxidación causa un aumento significativo en la emisividad de los metales. Los metales intensamente oxidados pueden tener emisividades comparables a las de los no metales.

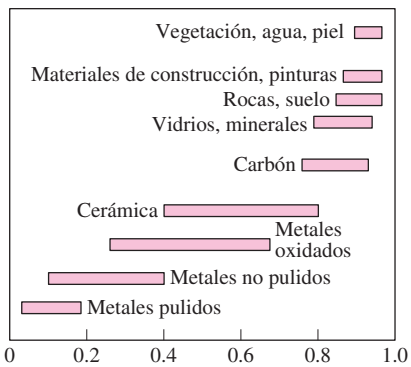


FIGURA 12-29
Rangos típicos de la emisividad para varios materiales.

Se debe tener cuidado en el uso e interpretación de los datos acerca de propiedades relacionadas con la radiación que aparecen en la literatura, ya que dependen fuertemente de las condiciones de la superficie, como la oxidación, la aspereza, el tipo de acabado y la limpieza. Como consecuencia, se tienen una discrepancia e incertidumbre considerables en los valores de los que se informa. La incertidumbre se debe en gran parte a la dificultad para caracterizar y describir con precisión las condiciones de la superficie.

EJEMPLO 12-4 Emisividad de una superficie y el poder de emisión

La función de emisividad espectral de una superficie opaca a 800 K se aproxima como (figura 12-30)

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.3, & 0 \le \lambda < 3\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.8, & 3\ \mu\text{m} \le \lambda < 7\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.1, & 7\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Determine la emisividad promedio de la superficie y su poder de emisión.

SOLUCIÓN Se da la variación con la longitud de onda de la emisividad de una superficie a una temperatura específica. Deben determinarse la emisividad promedio de la superficie y su poder de emisión.

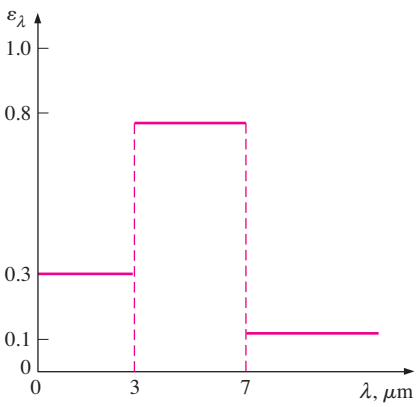


FIGURA 12-30
Emisividad espectral de la superficie considerada en el ejemplo 12-4.

Análisis La variación de la emisividad de la superficie con la longitud de onda se da como una función escalonada. Por lo tanto, se puede determinar la emisividad promedio de esa superficie basándose en la ecuación 12-34 y descomponiendo la integral en tres partes,

$$\begin{aligned}\varepsilon(T) &= \frac{\varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_3 \int_{\lambda_2}^{\infty} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} \\ &= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T) \\ &= \varepsilon_1 f_{\lambda_1} + \varepsilon_2(f_{\lambda_2} - f_{\lambda_1}) + \varepsilon_3(1 - f_{\lambda_2})\end{aligned}$$

en donde f_{λ_1} y f_{λ_2} son las funciones de radiación de cuerpo negro y se determinan a partir de la tabla 12-2 como

$$\begin{aligned}\lambda_1 T &= (3\ \mu\text{m})(800\ \text{K}) = 2\,400\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_1} = 0.140256 \\ \lambda_2 T &= (7\ \mu\text{m})(800\ \text{K}) = 5\,600\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \quad \rightarrow \quad f_{\lambda_2} = 0.701046\end{aligned}$$

Note que $f_{0-\lambda_1} = f_{\lambda_1} - f_0 = f_{\lambda_1}$, puesto que $f_0 = 0$, y $f_{\lambda_2-\infty} = f_\infty - f_{\lambda_2} = 1 - f_{\lambda_2}$, dado que $f_\infty = 1$. Sustituyendo

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 0.3 \times 0.140256 + 0.8(0.701046 - 0.140256) + 0.1(1 - 0.701046) \\ &= \mathbf{0.521}\end{aligned}$$

Es decir, la superficie emitirá tanta energía de radiación a 800 K como una superficie gris que tenga una emisividad constante de $\varepsilon = 0.521$. El poder de emisión de la superficie es

$$E = \varepsilon\sigma T^4 = 0.521(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(800\ \text{K})^4 = \mathbf{12\,100\ W/m^2}$$

Discusión Note que la superficie emite 12.1 kJ de energía de radiación por segundo por m^2 de área.

Absortividad, reflectividad y transmisividad

Todo lo que nos rodea emite radiación en forma constante y la emisividad representa las características de emisión de esos cuerpos. Esto significa que todo cuerpo, incluyendo el nuestro, es constantemente bombardeado por radiación proveniente de todas direcciones, en un intervalo de longitudes de onda. Recuerde que el flujo de radiación *que incide sobre una superficie* se llama **irradiación** y se denota por G.

Cuando la radiación choca contra una superficie, parte de ella es absorbida, parte de ella es reflejada y la parte restante, si la hay, es transmitida, como se ilustra en la figura 12-31. *La fracción de irradiación absorbida por la superficie* se llama **absortividad** α, *la fracción reflejada por la superficie* recibe el nombre de **reflectividad** ρ, y *la fracción transmitida* es la **transmisividad** τ; es decir,

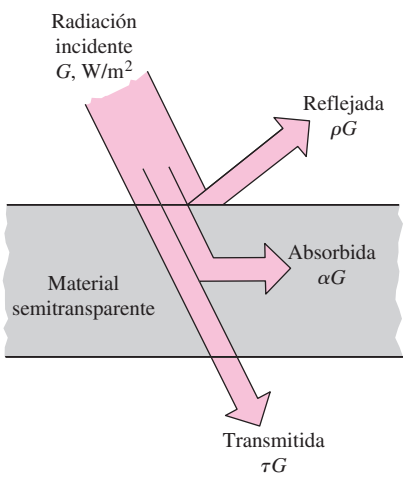


FIGURA 12-31
Absorción, reflexión y transmisión de la radiación incidente por un material semitransparente.

Absortividad: $$\alpha = \frac{\text{Radiación absorbida}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{\text{abs}}}{G}, \qquad 0 \le \alpha \le 1 \qquad \textbf{(12-37)}$$

Reflectividad: $$\rho = \frac{\text{Radiación reflejada}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{\text{ref}}}{G}, \qquad 0 \le \rho \le 1 \qquad \textbf{(12-38)}$$

Transmisividad: $$\tau = \frac{\text{Radiación transmitida}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{\text{tr}}}{G}, \qquad 0 \le \tau \le 1 \qquad \textbf{(12-39)}$$

en donde G es la energía de radiación que incide sobre la superficie y G_{abs}, G_{ref} y G_{tr} son las porciones absorbida, reflejada y transmitida de ella, respectivamente. La primera ley de la termodinámica requiere que la suma de energía de

radiación absorbida, reflejada y transmitida sea igual a la radiación incidente; esto es,

$$G_{\text{abs}} + G_{\text{ref}} + G_{\text{tr}} = G$$

Dividiendo cada término de esta relación entre G se obtiene

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \tag{12-40}$$

Para cuerpos negros idealizados que son absorbedores perfectos, $\rho = 0$ y $\tau = 0$ y la ecuación 12-40 se reduce a $\alpha = 1$. Para las superficies opacas, $\tau = 0$ y, por lo tanto,

$$\alpha + \rho = 1 \tag{12-41}$$

En la mayoría de los gases la reflectancia está ausente, $\rho = 0$, y la ecuación 12-40 se reduce en este caso a

$$\alpha + \tau = 1 \tag{12-42}$$

Las dos ecuaciones anteriores expresan relaciones de propiedad importantes, dado que el conocimiento de una propiedad (α ó ρ en la ecuación 12-41 y α ó τ en la ecuación 12-42) implica el conocimiento de la otra.

Estas definiciones son para propiedades *hemisféricas totales*, dado que G representa el flujo de radiación que incide sobre la superficie desde todas direcciones sobre el espacio hemisférico y sobre todas las longitudes de onda. Por consiguiente, α, ρ y τ son las propiedades *promedio* para todas las direcciones y todas las longitudes de onda. Sin embargo, como la emisividad, estas propiedades también se pueden definir para una longitud de onda y una dirección específica o para ambas. Por ejemplo, la **absortividad direccional espectral** y la **reflectividad direccional espectral** de una superficie se definen, respectivamente, como las fracciones absorbida y reflejada de la intensidad de la radiación incidente en una longitud de onda y una dirección específicas, como

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \quad \text{y} \quad \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \tag{12-43}$$

De modo semejante, la **absortividad hemisférica espectral** y la **reflectividad hemisférica espectral** de una superficie se definen como

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \quad \text{y} \quad \rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12-44}$$

en donde G_λ es la irradiación espectral (en $\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$) que incide sobre la superficie, y $G_{\lambda,\text{abs}}$ y $G_{\lambda,\text{ref}}$ son las porciones absorbida y reflejada de ella, respectivamente.

Se pueden definir cantidades similares para la transmisividad de materiales semitransparentes. Por ejemplo, la **transmisividad hemisférica espectral** de un medio se puede expresar como

$$\tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \tag{12-45}$$

La absortividad, reflectividad y transmisividad promedios de una superficie también se pueden definir en términos de sus contrapartes espectrales como

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}, \quad \rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}, \quad \tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda} \tag{12-46}$$

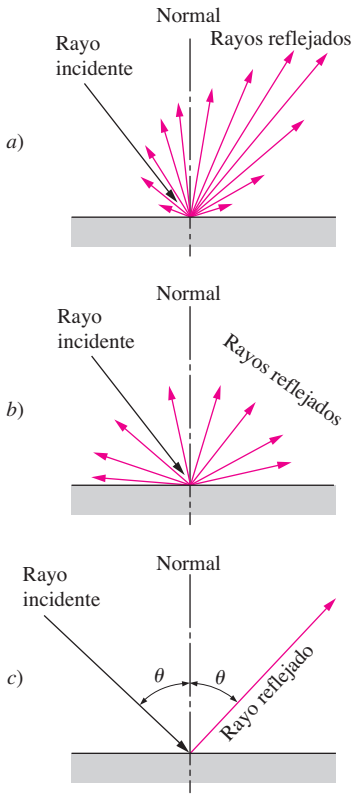


FIGURA 12-32
Diferentes tipos de reflexión desde una superficie: *a*) real o irregular, *b*) difusa y *c*) especular.

La reflectividad difiere un tanto de las otras propiedades en el sentido de que tiene naturaleza *bidireccional*. Es decir, el valor de la reflectividad de una superficie no depende sólo de la dirección de la radiación incidente sino también de la dirección de la reflexión. Por lo tanto, los rayos reflejados de un haz de radiación que incide sobre una superficie real en una dirección específica formarán una configuración geométrica irregular, como se muestra en la figura 12-32. Ese tipo de datos detallados con respecto a la reflectividad no existen para la mayor parte de las superficies e incluso, si los hubiera, tendrían muy poco valor en los cálculos referentes a la radiación, ya que esto por lo común agregaría más complicación al análisis.

En la práctica, en beneficio de la sencillez, se supone que las superficies reflejan de una manera perfectamente *especular* o *difusa*. En la **reflexión especular** *el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia del haz de radiación*. En la **reflexión difusa** *la radiación se refleja de igual manera en todas direcciones*, como se muestra en la figura 12-32. La reflexión de las superficies lisas y pulidas se aproxima a la especular, en tanto que la de las superficies ásperas se aproxima a la difusa. En el análisis de la radiación lo liso se define con relación a la longitud de onda. Se dice que una superficie es *lisa* si la altura de la aspereza superficial es mucho menor que la longitud de onda de la radiación incidente.

A diferencia de la emisividad, la absortividad de un material es prácticamente independiente de la temperatura de la superficie. Sin embargo, sí depende con intensidad de la temperatura de la fuente en la cual se está originando la radiación incidente. Esto también resulta evidente en la figura 12-33, en la cual se muestran las absortividades de diversos materiales a la temperatura ambiente como función de la temperatura de la fuente de radiación. Por ejemplo, la absortividad del techo de concreto de una casa es alrededor de 0.6 para la radiación solar (temperatura de la fuente: 5 780 K) y 0.9 para la radiación que se origina en los árboles y edificios de los alrededores (temperatura de la fuente: 300 K), como se ilustra en la figura 12-34.

Advierta que la absortividad del aluminio aumenta con la temperatura de la fuente, una característica de los metales y, en general, la de los no conduc-

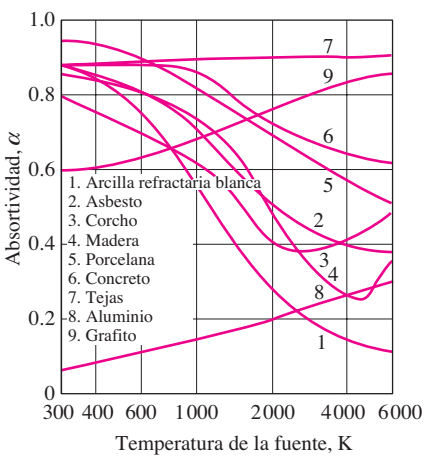


FIGURA 12-33
Variación de la absortividad con la temperatura de la fuente de irradiación para varios materiales comunes a la temperatura ambiente.

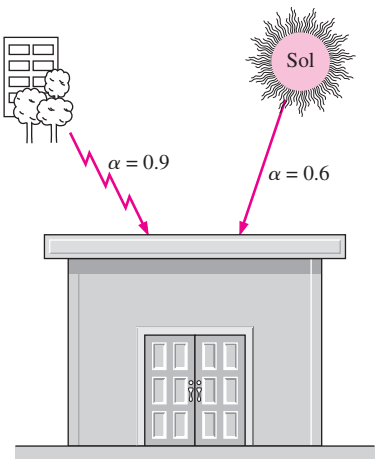


FIGURA 12-34
La absortividad de un material puede ser bastante diferente para la radiación que se origina desde varias fuentes a temperaturas diferentes.

tores eléctricos disminuye con la temperatura. Esta disminución es la más pronunciada para las superficies que el ojo ve blancas. Por ejemplo, la absortividad de una superficie pintada de blanco es baja para la radiación solar, pero es más bien elevada para la radiación infrarroja.

Ley de Kirchhoff

Considere un pequeño cuerpo de área superficial A_s, emisividad ε y absortividad α a la temperatura T, contenido en un recinto cerrado isotérmico a la misma temperatura, como se muestra en la figura 12-35. Recuerde que un recinto cerrado isotérmico grande forma una cavidad de cuerpo negro, sin importar las propiedades relativas a la radiación de la superficie del recinto, y el cuerpo que se halla en él es demasiado pequeño como para interferir con la naturaleza de cuerpo negro de la cavidad. Por lo tanto, la radiación que incide sobre cualquier parte de la superficie del cuerpo pequeño es igual a la emitida por un cuerpo negro a la temperatura T; esto es, $G = E_b(T) = \sigma T^4$ y la radiación absorbida por el cuerpo pequeño por unidad de área de su superficie es

$$G_{\text{abs}} = \alpha G = \alpha \sigma T^4$$

La radiación emitida por el pequeño cuerpo es

$$E_{\text{emitida}} = \varepsilon \sigma T^4$$

Considerando que el pequeño cuerpo se encuentra en equilibrio térmico con el recinto, la tasa neta de la transferencia de calor hacia dicho cuerpo debe ser cero. Por lo tanto, la radiación emitida por el cuerpo debe ser igual a la absorbida por él:

$$A_s \varepsilon \sigma T^4 = A_s \alpha \sigma T^4$$

Por lo tanto, concluimos que

$$\varepsilon(T) = \alpha(T) \tag{12-47}$$

Es decir, *la emisividad hemisférica total de una superficie a la temperatura T es igual a su absortividad hemisférica total para la radiación que proviene de un cuerpo negro a la misma temperatura*. Esta relación, que simplifica mucho los análisis relativos a la radiación, fue desarrollada por primera vez por Gustav Kirchhoff en 1860 y ahora se le conoce como **ley de Kirchhoff**. Note que esta relación se obtiene con la condición de que la temperatura superficial sea igual a la temperatura de la fuente de irradiación y el lector debe tener cuidado en no usarla cuando existe una diferencia considerable (más de unos cuantos cientos de grados) entre las temperaturas de la superficie y de la fuente de irradiación.

También se puede repetir la deducción antes dada para la radiación a una longitud de onda específica, para obtener la forma *espectral* de la ley de Kirchhoff:

$$\varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T) \tag{12-48}$$

Esta relación es válida cuando la irradiación o la radiación emitida son independientes de la dirección. La forma de la ley de Kirchhoff que no contiene restricciones es la *direccional espectral*, expresada como $\varepsilon_{\lambda,\theta}(T) = \alpha_{\lambda,\theta}(T)$. Es decir, la emisividad de una superficie a una longitud de onda, una dirección y una temperatura específicas siempre es igual a su absortividad a las mismas longitud de onda, dirección y temperatura.

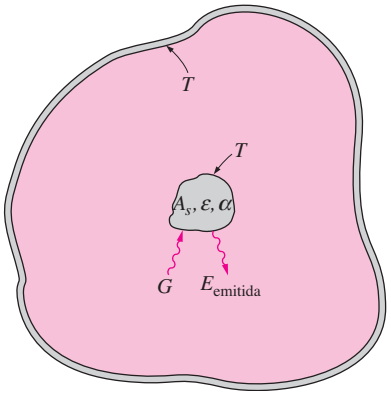


FIGURA 12-35
El pequeño cuerpo contenido en un recinto cerrado isotérmico grande usado en el desarrollo de la ley de Kirchhoff.

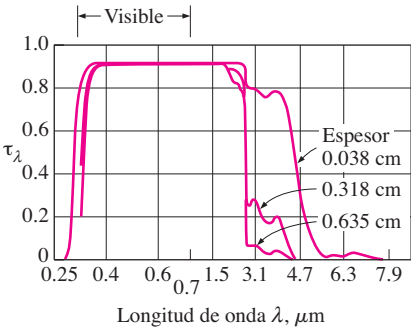


FIGURA 12-36
Transmisividad espectral del vidrio al bajo hierro a la temperatura ambiente para diferentes espesores.

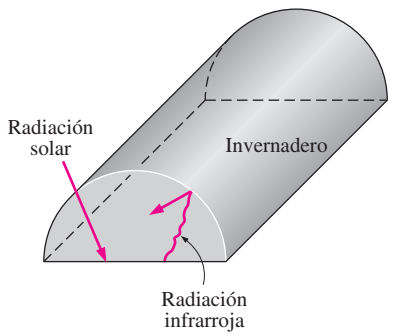


FIGURA 12-37
Un invernadero atrapa la energía permitiendo que entre la radiación solar, pero no dejando salir la radiación infrarroja.

Resulta muy tentador usar la ley de Kirchhoff en el análisis de la radiación, puesto que la relación $\varepsilon = \alpha$ junto con $\rho = 1 - \alpha$ nos permite determinar las tres propiedades de una superficie opaca a partir del conocimiento de *sólo* una de ellas. Aun cuando en la mayor parte de los casos la ecuación 12-47 da resultados aceptables, en la práctica se debe tener cuidado cuando existe una diferencia considerable entre la temperatura de la superficie y la de la fuente de la radiación incidente.

El efecto de invernadero

Es probable que el lector haya advertido que cuando deja su automóvil bajo la luz del Sol en un día soleado el interior se calienta mucho más que el aire del exterior y puede ser que se haya preguntado por qué el automóvil actúa como una *trampa de calor*. La respuesta se encuentra en la curva de transmisividad espectral del *vidrio*, la cual se semeja a una U invertida, como se muestra en la figura 12-36. En esta figura observamos que el vidrio, con los espesores que se encuentran en la práctica, transmite más de 90% de la radiación en el rango visible y es prácticamente opaco (no transparente) a la radiación en las regiones infrarrojas de longitudes de onda más largas del espectro electromagnético (muy aproximadamente $\lambda > 3\ \mu$m). Por lo tanto, el vidrio tiene una ventana transparente en el intervalo de longitudes de onda de $0.3\ \mu\text{m} < \lambda < 3\ \mu\text{m}$, en el cual se emite más de 90% de la radiación solar. Por otra parte, toda la radiación emitida por las superficies a la temperatura ambiente cae en la región infrarroja. Como consecuencia, el vidrio permite que entre la radiación solar pero no deja que escape la radiación infrarroja proveniente de las superficies interiores. Esto causa una elevación en la temperatura interior como resultado de la energía que se acumula en el automóvil. Este efecto de calentamiento, el cual se debe a la característica no gris del vidrio (o plásticos transparentes), se conoce como **efecto de invernadero**, en virtud de que se utiliza principalmente en los invernaderos (figura 12-37).

En una escala más grande, también se experimenta el efecto de invernadero sobre la Tierra. La superficie de ésta se calienta durante el día como resultado de la absorción de la energía solar y se enfría en la noche al irradiar su energía hacia el espacio profundo como radiación infrarroja. Los gases de la combustión, como el CO_2 y el vapor de agua, que se encuentran en la atmósfera transmiten la gran cantidad de radiación solar, pero absorben la infrarroja emitida por la superficie de la Tierra. Como consecuencia, existe preocupación de que llegue el momento en que la energía atrapada sobre la Tierra cause un calentamiento global y, por ello, drásticos cambios en los patrones atmosféricos.

En los lugares *húmedos*, como las zonas costeras, no se tiene un cambio grande entre las temperaturas diurna y nocturna porque la humedad actúa como una barrera en la trayectoria de la radiación infrarroja que proviene de la Tierra y, como consecuencia, retarda el proceso de enfriamiento en la noche. En zonas con cielos claros, como los desiertos, se tiene una gran oscilación entre las temperaturas diurna y nocturna debido a la ausencia de ese tipo de barreras para la radiación infrarroja.

12-6 ▪ RADIACIÓN ATMOSFÉRICA Y SOLAR

El Sol es nuestra principal fuente de energía. La energía que proviene de él, llamada *energía solar*, llega a nosotros en la forma de ondas electromagnéticas después de experimentar considerables interacciones con la atmósfera. La energía de radiación emitida o reflejada por los constituyentes de la atmósfera forma la *radiación atmosférica*. Aquí se da un panorama general de la radiación solar y atmosférica por su importancia y relevancia para la vida cotidiana. Asimismo, nuestra familiaridad con la energía solar la convierte en

una herramienta eficaz en el desarrollo de un mejor entendimiento para algunos de los conceptos que se presentaron al principio. En los numerosos libros dedicados a este tema se puede hallar un tratamiento detallado sobre esta excitante materia.

El *Sol* es un cuerpo casi esférico que tiene un diámetro $D \approx 1.39 \times 10^9$ m y una masa $m \approx 2 \times 10^{30}$, y se encuentra ubicado a una distancia media $L = 1.50 \times 10^{11}$ m de la Tierra. Emite radiación en forma continua a razón de $E_{\text{Sol}} \approx 3.8 \times 10^{26}$ W. Menos de una mil millonésima parte de esta energía (alrededor de 1.7×10^{17} W) choca contra la Tierra, lo cual es suficiente para mantenerla caliente y sostener la vida a través del proceso de fotosíntesis. La energía del Sol se debe a la reacción continua de *fusión* durante la cual dos átomos de hidrógeno se funden para formar uno de helio. Por lo tanto, en esencia, el Sol es un *reactor nuclear*, con temperaturas tan elevadas como 40 000 000 K en la región de su núcleo. La temperatura cae hasta alrededor de 5 800 K en la región exterior del Sol, llamada la zona de convección, como resultado de la disipación de dicha energía como radiación.

La energía solar que llega a la atmósfera terrestre se llama **irradiancia solar total** G_s, cuyo valor es

$$G_s = 1\,373 \text{ W/m}^2 \tag{12-49}$$

La irradiancia solar total (también llamada **constante solar**) representa *la tasa a la cual la energía solar incide sobre una superficie perpendicular a los rayos del Sol en el borde exterior de la atmósfera, cuando la Tierra se encuentra a su distancia media del Sol* (figura 12-38).

Se puede usar el valor de la irradiancia solar total para estimar la temperatura superficial efectiva del Sol, a partir del requisito de que

$$(4\pi L^2)G_s = (4\pi r^2)\,\sigma T_{\text{Sol}}^4 \tag{12-50}$$

en donde L es la distancia media entre el centro del Sol y la Tierra y r es el radio del mismo. El primer miembro de esta ecuación representa la energía solar total que pasa a través de una superficie esférica cuyo radio es la distancia media Tierra-Sol y el segundo representa la energía total que sale de la superficie exterior del Sol. El principio de conservación de la energía requiere que estas dos cantidades sean iguales entre sí, ya que la energía solar no experimenta atenuación (o acrecentamiento) en su camino a través del vacío (figura 12-39). La **temperatura superficial efectiva** del Sol se determina, basándose en la ecuación 12-50, como $T_{\text{Sol}} = 5\,780$ K. Es decir, el Sol se puede tratar como un cuerpo negro a una temperatura de 5 780 K. Esto también lo confirman las mediciones de la distribución espectral de la radiación solar apenas afuera de la atmósfera, cuya gráfica se da en la figura 12-40, en la cual sólo se muestran pequeñas desviaciones con respecto al comportamiento idealizado del cuerpo negro.

La distribución espectral de la radiación solar sobre el suelo, cuya gráfica se ilustra en la figura 12-40, muestra que esa radiación sufre una *atenuación* considerable cuando pasa a través de la atmósfera, como resultado de la absorción y la dispersión. Cerca de 99% de la atmósfera está contenida a menos de una distancia de 30 km de la superficie terrestre. Las varias caídas en la distribución espectral de la radiación sobre la superficie de la Tierra se deben a la *absorción* por los gases O_2, O_3 (ozono), H_2O y CO_2. La absorción por parte del oxígeno ocurre en una banda angosta alrededor de $\lambda = 0.76\ \mu$m. El *ozono* absorbe casi por completo la radiación *ultravioleta* en las longitudes de onda por debajo de 0.3 μm y, de manera considerable, la radiación en el rango de 0.3-0.4 μm. Por lo tanto, la capa de ozono en las regiones superiores de la atmósfera protege los sistemas biológicos sobre la Tierra contra la peligrosa radiación ultravioleta. A su vez, debemos proteger la capa de ozono de las sus-

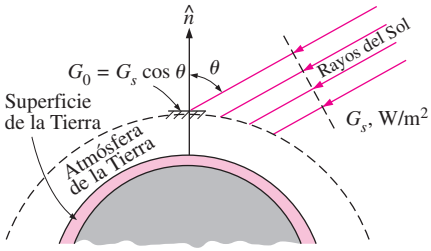


FIGURA 12-38
La radiación solar que llega a la atmósfera terrestre y la irradiancia solar total.

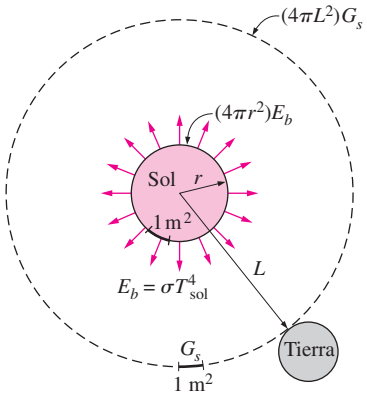


FIGURA 12-39
La energía solar total que pasa a través de esferas concéntricas permanece constante, pero la energía que cae por unidad de área disminuye al aumentar el radio.

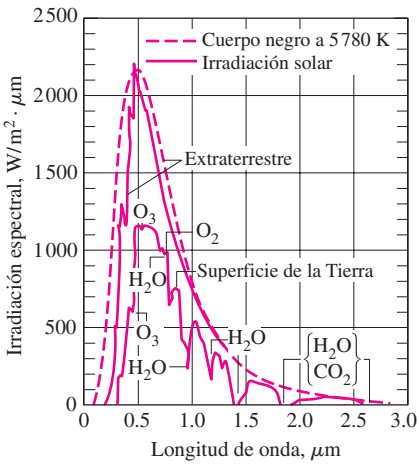


FIGURA 12-40
Distribución espectral de la radiación solar apenas afuera de la atmósfera, en la superficie de la Tierra en un día típico y la comparación con la radiación de cuerpo negro a 5 780 K.

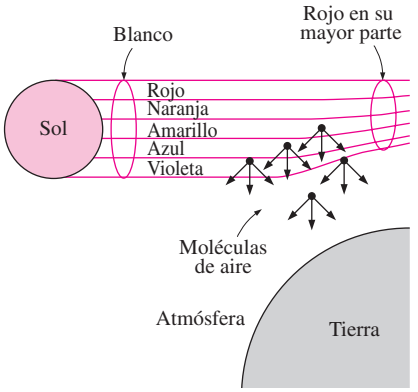


FIGURA 12-41
Las moléculas del aire dispersan mucho más la luz azul que la roja. En la puesta del Sol la luz viaja a través de una capa más gruesa de atmósfera, lo cual elimina gran parte del azul de la luz natural, permitiendo que domine el rojo.

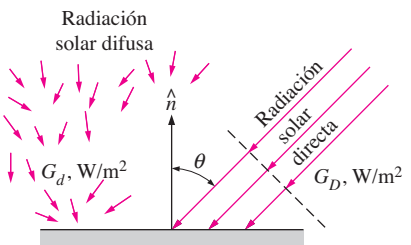


FIGURA 12-42
Radiación directa y difusa que inciden sobre una superficie horizontal en la superficie terrestre.

tancias químicas destructivas de uso común como refrigerantes, agentes limpiadores y propulsores en las latas de aerosol. En la actualidad, se ha prohibido el uso de estos productos químicos. El gas ozono también absorbe algo de la radiación en el rango visible. La absorción en la región infrarroja está dominada por el *vapor de agua* y por el *bióxido de carbono*. Las partículas de polvo y otros contaminantes que se encuentran en la atmósfera también absorben radiación en diversas longitudes de onda.

Como resultado de estas absorciones la energía solar que llega a la superficie terrestre está considerablemente debilitada, hasta alrededor de 950 W/m^2 en un día claro y mucho menos en los días nublados o con *smog*. Asimismo, prácticamente toda la radiación solar que llega a la superficie terrestre cae en la banda de longitudes de onda de 0.3 a 2.5 μm.

Otro mecanismo que atenúa la radiación solar a medida que pasa a través de la atmósfera es la *dispersión* o *reflexión* por las moléculas del aire y las muchas otras clases de partículas, como el polvo, el *smog* y las gotitas de agua suspendidas en la atmósfera. La dispersión la rige de manera preponderante el tamaño de la partícula en relación con la longitud de onda de la radiación. Las moléculas de oxígeno y de nitrógeno dispersan principalmente la radiación a longitudes de onda muy cortas, comparables al tamaño de las propias moléculas. Por lo tanto, la más dispersada es la radiación en las longitudes de onda correspondientes a los colores violeta y azul. Esta dispersión molecular en todas direcciones es la que da al cielo su color característico. El mismo fenómeno es el responsable de los amaneceres y atardeceres rojos. Temprano, en la mañana, y al caer la tarde los rayos del Sol pasan a través de una capa más gruesa de la atmósfera de aquella por la que pasan al mediodía, cuando el Sol se encuentra en la parte más alta. Por lo tanto, los colores violeta y azul de la luz encuentran un mayor número de moléculas en el momento en que llegan a la superficie terrestre y, por consiguiente, una fracción más grande de ellos es dispersada (figura 12-41). Como consecuencia, la luz que llega a la superficie terrestre consta en su mayor parte de colores correspondientes a las longitudes de onda más largas, como el rojo, el naranja y el amarillo. Las nubes se ven de color naranja rojizo durante el amanecer y el atardecer porque en esos momentos la luz que reflejan es naranja rojiza. Por lo misma razón, la luz roja de los semáforos es visible desde una distancia mayor que la luz verde en las mismas circunstancias.

La energía solar que incide sobre una superficie de la Tierra se considera que consta de partes *directa* y *difusa*. La parte de la radiación solar que llega a la superficie terrestre sin ser dispersada ni absorbida por la atmósfera se llama **radiación solar directa** G_D. Se supone que la radiación dispersada llega a la superficie terrestre de manera uniforme desde todas direcciones y se llama **radiación solar difusa** G_d. Entonces, la energía solar *total* que incide sobre la unidad de área de una *superficie horizontal* sobre el piso es (figura 12-42)

$$G_{\text{solar}} = G_D \cos\theta + G_d \qquad (\text{W/m}^2) \tag{12-51}$$

en donde θ es el ángulo de incidencia de la radiación solar directa (el ángulo que forma el rayo de sol con la perpendicular a la superficie). La radiación difusa varía desde alrededor de 10% de la radiación total, en un día claro, hasta cerca de 100% en un día totalmente nublado.

Las moléculas de gas y las partículas suspendidas en la atmósfera emiten radiación y la absorben. La emisión atmosférica se debe de manera principal a las moléculas de CO_2 y H_2O, y se concentra en las regiones de 5 a 8 μm y por encima de 13 μm. Aun cuando esta emisión está lejos de semejarse a la distribución de la radiación de un cuerpo negro, se encuentra conveniente, en los cálculos referentes a la radiación, tratar a la atmósfera como un cuerpo de este tipo a alguna temperatura ficticia más baja que emite una cantidad equivalente de energía de radiación. Esta temperatura ficticia se llama **temperatu-**

ra efectiva del cielo, T_{cielo}. Entonces la emisión de radiación de la atmósfera hacia la superficie terrestre se expresa como

$$G_{cielo} = \sigma T_{cielo}^4 \qquad (W/m^2) \qquad \textbf{(12-52)}$$

El valor de T_{cielo} depende de las condiciones atmosféricas. Varía desde alrededor de 230 K, para las condiciones de cielo frío y claro, hasta cerca de 285 K, para las condiciones de cielo cálido y con nubes.

Note que la temperatura efectiva del cielo no se desvía mucho de la ambiente. Por lo tanto, a la luz de la ley de Kirchhoff podemos tomar la absortividad de una superficie como igual a su emisividad a la temperatura ambiente $\alpha = \varepsilon$. Entonces la radiación del cielo absorbida por una superficie se puede expresar como

$$E_{cielo,\ absorbida} = \alpha G_{cielo} = \alpha\sigma T_{cielo}^4 = \varepsilon\sigma T_{cielo}^4 \qquad (W/m^2) \qquad \textbf{(12-53)}$$

La velocidad neta de transferencia de calor por radiación a una superficie expuesta a las radiaciones solar y atmosférica se determina con base en un balance de energía (figura 12-43):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{neta,\ rad} &= \Sigma\, E_{absorbida} - \Sigma\, E_{emitida} \\ &= E_{solar,\ absorbida} + E_{cielo,\ absorbida} - E_{emitida} \\ &= \alpha_s\, G_{solar} + \varepsilon\sigma T_{cielo}^4 - \varepsilon\sigma T_s^4 \\ &= \alpha_s\, G_{solar} + \varepsilon\sigma(T_{cielo}^4 - T_s^4) \qquad (W/m^2) \qquad \textbf{(12-54)} \end{aligned}$$

en donde T_s es la superficie en K y ε es su emisividad a la temperatura ambiente. Un resultado positivo para $\dot{q}_{neta,\ rad}$ indica una ganancia de calor por radiación por parte de la superficie y uno negativo indica una pérdida de calor.

La absorción y emisión de radiación por los *gases elementales*, como el H_2, el O_2 y el N_2, a temperaturas moderadas son despreciables, y en los análisis de la radiación, un medio lleno con estos gases se puede considerar como *vacío*. Sin embargo, la absorción y emisión de los gases con *moléculas más grandes*, como el H_2O y el CO_2, pueden ser *significativas* y es posible que sea necesario considerarlas cuando en un medio se encuentran presentes cantidades grandes de esos gases. Por ejemplo, una capa de vapor de agua a una presión de 1 atm y 100°C emite más de 50% de la energía que un cuerpo negro emitiría a la misma temperatura.

En las aplicaciones relativas a la energía solar, la distribución espectral de la radiación solar que incide es muy diferente de la distribución de la radiación emitida por las superficies, ya que la primera se concentra en la región de las longitudes de onda cortas y la última en la región infrarroja. Por lo tanto, las propiedades relativas a la radiación de las superficies serán bastante diferentes para la radiación incidente y la emitida, y no se puede suponer que esas superficies sean grises. En lugar de ello, se supone que las superficies tienen dos conjuntos de propiedades: uno para la radiación solar y otro para la radiación infrarroja a la temperatura ambiente. En la tabla 12-3 se da la lista de la *emisividad* ε y la *absortividad solar* α_s de algunos materiales comunes. Las superficies que se pretende *capten energía solar*, como las áreas de absorción de los colectores solares, se desea que tengan valores altos de α_s, pero bajos de ε, con el fin de maximizar la absorción de la radiación solar y minimizar la emisión de radiación. Las superficies que se pretende *se mantengan frías* bajo el Sol, como las exteriores de los tanques de combustible y de los camiones refrigeradores se desea que tengan precisamente las propiedades opuestas. A menudo se les da a las superficies las propiedades deseadas recubriéndolas con capas delgadas de materiales *selectivos*. Por ejemplo, una superficie se puede mantener fría sencillamente con pintarla de blanco. En la práctica, los ingenieros ponen mucha

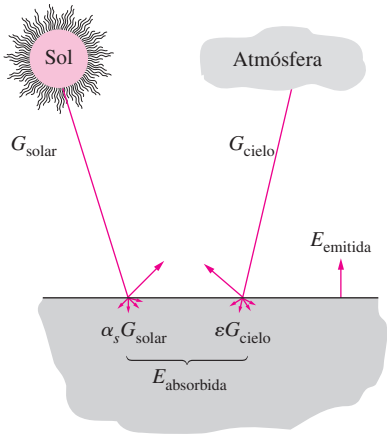


FIGURA 12-43
Interacciones de radiación de una superficie expuesta a la radiación solar y atmosférica.

TABLA 12-3

Comparación de la absortividad solar α_s de algunas superficies con su emisividad ε a la temperatura ambiente

Superficie	α_s	ε
Aluminio		
Pulido	0.09	0.03
Anodizado	0.14	0.84
Hoja	0.15	0.05
Cobre		
Pulido	0.18	0.03
Deslustrado	0.65	0.75
Acero inoxidable		
Pulido	0.37	0.60
Opaco	0.50	0.21
Metales plateados		
Óxido negro de níquel	0.92	0.08
Cromo negro	0.87	0.09
Concreto	0.60	0.88
Mármol blanco	0.46	0.95
Ladrillo rojo	0.63	0.93
Asfalto	0.90	0.90
Pintura negra	0.97	0.97
Pintura blanca	0.14	0.93
Nieve	0.28	0.97
Piel humana (caucásica)	0.62	0.97

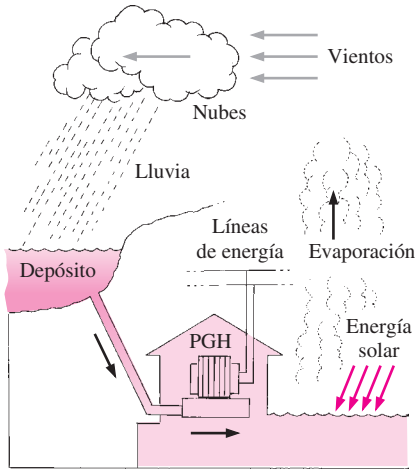


FIGURA 12-44
Ciclo por el que pasa el agua en una planta de generación hidroeléctrica.

atención a la razón α_s/ε cuando seleccionan materiales adecuados para la recolección o rechazo de calor. Para la recolección de calor se requieren materiales con valores altos de α_s/ε (como hojas metálicas galvanizadas limpias con α_s/ε = 5.0). Por otro lado, para el rechazo de calor, se necesitan materiales con valores pequeños de α_s/ε (como aluminio anodizado con $\alpha_s/\varepsilon = 0.17$). Los valores de α_s/ε junto con la absortividad solar para materiales seleccionados se listan en la tabla A-19.

Cerramos esta sección señalando que lo que llamamos *energía renovable* suele ser nada más que la manifestación de la energía solar en formas diferentes. Ese tipo de fuentes de energía incluyen la energía del viento, la potencia hidroeléctrica, la energía térmica del océano, la de las olas marinas y la madera. Por ejemplo, ninguna planta hidroeléctrica puede generar electricidad año tras año a menos que el agua se evapore por la absorción de energía solar y regrese como lluvia para rellenar la fuente de agua (figura 12-44). Aunque la energía solar es suficiente para satisfacer todas las necesidades energéticas del mundo, en la actualidad no es económico atenerse a ella debido a su baja concentración sobre la Tierra y el elevado costo de capital para aprovecharla.

EJEMPLO 12-5 Superficies absorbentes y reflectoras selectivas

Considere una superficie expuesta a radiación solar. En un momento dado las componentes directa y difusa de la radiación solar son $G_D = 400$ y $G_d = 300$ W/m^2, y la radiación directa forma un ángulo de 20° con la perpendicular a la superficie. Se observa que la temperatura de la superficie es de 320 K en ese momento. Suponiendo una temperatura efectiva del cielo de 260 K, determine la razón neta de transferencia de calor por radiación para estos casos (figura 12-45):

a) $\alpha_s = 0.9$ y $\varepsilon = 0.9$ (superficie absorbente gris)
b) $\alpha_s = 0.1$ y $\varepsilon = 0.1$ (superficie reflectora gris)
c) $\alpha_s = 0.9$ y $\varepsilon = 0.1$ (superficie absorbente selectiva)
d) $\alpha_s = 0.1$ y $\varepsilon = 0.9$ (superficie reflectora selectiva)

SOLUCIÓN Se expone una superficie a la radiación solar y del cielo. Debe determinarse la razón neta de la transferencia de calor por radiación para cuatro combinaciones diferentes de emisividades y absortividades solares.

Análisis La energía solar total que incide sobre la superficie es

$$\begin{aligned} G_{\text{solar}} &= G_D \cos\theta + G_d \\ &= (400\ \text{W/m}^2)\cos 20° + (300\ \text{W/m}^2) \\ &= 676\ \text{W/m}^2 \end{aligned}$$

Entonces, la razón neta de la transferencia de calor por radiación para cada uno de los cuatro casos se determina a partir de:

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma(T_{\text{cielo}}^4 - T_s^4)$$

a) $\alpha_s = 0.9$ y $\varepsilon = 0.9$ (superficie absorbente gris):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{neta, rad}} &= 0.9(676\ \text{W/m}^2) + 0.9(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4] \\ &= \mathbf{307\ W/m^2} \end{aligned}$$

b) $\alpha_s = 0.1$ y $\varepsilon = 0.1$ (superficie reflectora gris):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{neta, rad}} &= 0.1(676\ \text{W/m}^2) + 0.1(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4] \\ &= \mathbf{34\ W/m^2} \end{aligned}$$

c) $\alpha_s = 0.9$ y $\varepsilon = 0.1$ (superficie absorbente selectiva):

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = 0.9(676\ \text{W/m}^2) + 0.1(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{575\ W/m^2}$$

d) $\alpha_s = 0.1$ y $\varepsilon = 0.9$ (superficie reflectora selectiva):

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = 0.1(676\ \text{W/m}^2) + 0.9(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{-234\ W/m^2}$$

Discusión Note que la superficie de un material gris común de alta absortividad gana calor a razón de 307 W/m². La cantidad de ganancia de calor aumenta hasta 575 W/m² cuando la superficie se recubre con un material selectivo que tenga la misma absortividad para la radiación solar, pero una baja emisividad para la radiación infrarroja. Asimismo, note que la superficie de un material gris común de alta reflectividad todavía gana calor a razón de 34 W/m². Cuando la superficie se recubre con un material selectivo que tenga la misma reflectividad para la radiación solar, pero una alta emisividad para la radiación infrarroja, la superficie, por el contrario, pierde 234 W/m². Por lo tanto, la temperatura de la superficie disminuirá cuando se use una superficie reflectora selectiva.

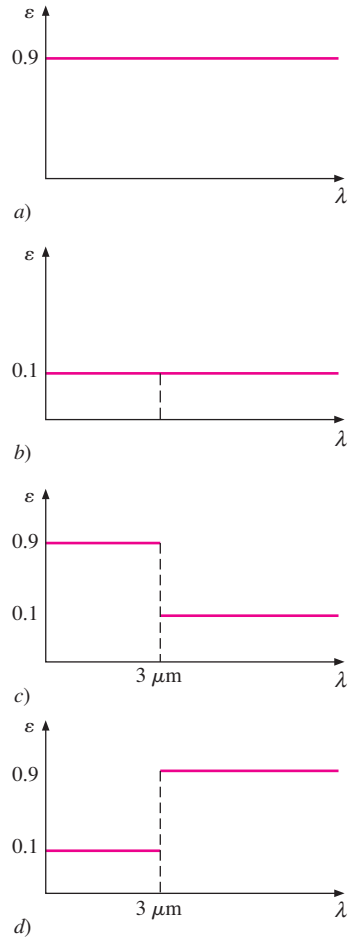


FIGURA 12-45
Representación gráfica de las emisividades espectrales de las cuatro superficies consideradas en el ejemplo 12-5.

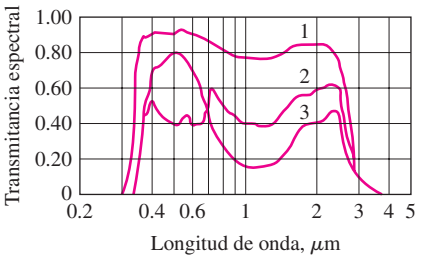
TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Ganancia de calor solar a través de las ventanas

El Sol es la fuente primaria de calor de la Tierra y la irradiancia solar sobre una superficie perpendicular a los rayos solares más allá de la atmósfera terrestre, a la distancia media Tierra-Sol de 149.5 millones de km, se llama irradiancia solar total o constante solar. El valor aceptado de la constante solar es de 1 373 W/m² (435.4 Btu/h · ft²), pero su valor cambia en 3.5% desde un máximo de 1 418 W/m², el 3 de enero, cuando la Tierra está más cercana al Sol, hasta un mínimo de 1 325 W/m², el 4 de julio, cuando la Tierra se encuentra más alejada del Sol. La distribución espectral de la radiación solar más allá de la atmósfera terrestre se asemeja a la energía emitida por un cuerpo negro a 5 780°C, con alrededor de 9% de la energía contenida en la región ultravioleta (a las longitudes de onda entre 0.29 hasta 0.4 μm), 39% en la región visible (0.4 hasta 0.7 μm) y 52% restante en la región del infrarrojo cercano (0.7 hasta 3.5 μm). La radiación pico se presenta a una longitud de onda de alrededor de 0.48 μm, lo cual corresponde a la porción de color verde del espectro visible. Es obvio que un material de encristalado que transmita la parte visible del espectro, al mismo tiempo que absorbe la porción infrarroja, es el idealmente apropiado para una aplicación que requiere una ganancia máxima de luz diurna y una mínima de calor solar. De manera sorprendente, el vidrio común para ventanas se aproxima a este comportamiento notablemente bien (figura 12-46).

Parte de la radiación solar que entra en la atmósfera terrestre es dispersada y absorbida por las moléculas del aire y de vapor de agua, las partículas de polvo y las gotitas de agua que se encuentran en las nubes y, como consecuencia, la radiación solar que incide sobre la superficie terrestre es menor que la constante solar. La extensión de la atenuación de la radiación solar depende de la longitud de la trayectoria de los rayos a través de la atmósfera, así como de la composición de esta última (las nubes, el polvo, la humedad y el *smog*) a lo largo de esa trayectoria. La mayor parte de la ra-

*Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.



1. Lámina regular de 3 mm
2. Placa/flotador gris absorbente del calor de 6 mm
3. Placa/flotador verde absorbente del calor de 6 mm

FIGURA 12-46
Variación de la transmitancia del vidrio arquitectónico típico con la longitud de onda.

(Tomada del Handbook of Fundamentals de la ASHRAE, cap. 27, fig. 11.)

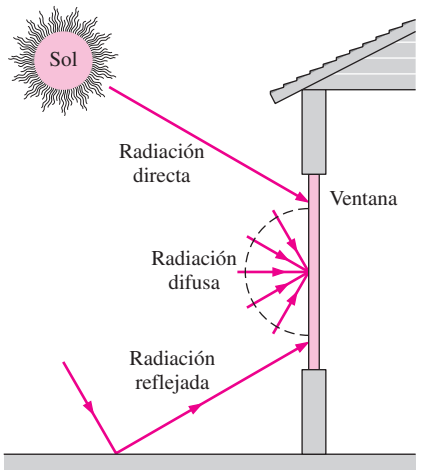


FIGURA 12-47
Componentes directa, difusa y reflejada de la radiación solar que incide sobre una ventana.

diación ultravioleta es absorbida por el ozono en la atmósfera superior. A una altitud solar de 41.8°, la energía total de la radiación solar directa que incide a nivel del mar en un día claro consta de alrededor de 3% radiación ultravioleta, 38% de visible y 59% de infrarroja.

La parte de la radiación solar que llega a la superficie de la Tierra sin ser dispersada o absorbida se llama *radiación directa.* La radiación solar que es dispersada o vuelta a emitir por los constituyentes de la atmósfera se llama *radiación difusa.* La radiación directa proviene en forma directa del Sol, siguiendo una trayectoria recta, en tanto que la difusa viene desde todas las direcciones del cielo. La radiación completa que llega al suelo en un día nublado es difusa. En general, la radiación que llega a una superficie consta de tres componentes: radiación directa, radiación difusa y radiación reflejada sobre la superficie desde las superficies circundantes (figura 12-47). Las superficies comunes, como la hierba, los árboles, las rocas y el concreto reflejan alrededor de 20% de la radiación absorbiendo al mismo tiempo el resto. Sin embargo, las superficies cubiertas de nieve reflejan 70% de la radiación incidente. La radiación que incide sobre una superficie que no está expuesta directamente al Sol consta de radiación difusa y reflejada. Por lo tanto, al mediodía solar las radiaciones solares que inciden sobre las superficies al este, el oeste y el norte de una casa que da el frente hacia el sur son idénticas, ya que todas constan de las componentes difusa y reflejada. En este caso, la diferencia entre la radiación que incide sobre las paredes sur y norte dan la magnitud de la radiación directa que incide sobre la pared sur.

Cuando la radiación solar choca contra una superficie de vidrio, parte de ella (alrededor de 8% para un vidrio transparente sin recubrimiento) es reflejada de regreso al exterior, parte de ella (de 5 a 50%, dependiendo de la composición y espesor) es absorbida dentro del vidrio y el resto es transmitida hacia el interior, como se muestra en la figura 12-48. El principio de conservación de la energía requiere que la suma de las radiaciones solares transmitida, reflejada y absorbida sea igual a la radiación solar incidente; es decir,

$$\tau_s + \rho_s + \alpha_s = 1$$

en donde τ_s es la transmisividad, ρ_s es la reflectividad y α_s es la absortividad del vidrio para la energía solar, las cuales son las fracciones transmitida, reflejada y absorbida de la radiación solar incidente, respectivamente. El vidrio transparente estándar para ventana de doble resistencia, una sola hoja y 3 mm ($\frac{1}{8}$ in) de espesor, transmite 86%, refleja 8% y absorbe 6% de la radiación que incide sobre él. Las propiedades relativas a la radiación de los materiales suele darse para la incidencia perpendicular, pero también se puede usar para la radiación que incide en otros ángulos, dado que la transmisividad, reflectividad y absortividad de los materiales para encristalado permanecen en esencia constantes para ángulos de incidencia de hasta más o menos 60° con respecto a la normal.

En la tabla 12-4 se da la variación por horas de la radiación que incide sobre las paredes y ventanas de una casa. La radiación que se transmite hacia el interior es absorbida y reflejada en forma parcial cada vez que choca contra una superficie, pero llega el momento en que toda ella es absorbida como calor sensible por los muebles, las paredes, la gente, etc. Por lo tanto, la energía solar transmitida hacia el interior de un edificio representa una ganancia de calor para éste. Asimismo, la radiación solar absorbida por el vidrio es transferida hacia el interior y hacia el exterior por convección y radiación. La suma de la radiación solar *transmitida* y la porción de la radiación *absorbida* que fluye hacia el interior constituye la **ganancia de calor solar** del edificio.

La fracción de la radiación solar incidente que entra a través del encristalado se llama **coeficiente de ganancia de calor solar** (SHGC por sus siglas en inglés) y se expresa como

$$\text{SHGC} = \frac{\text{Ganancia de calor solar a través de la ventana}}{\text{Radiación solar que incide sobre la ventana}} = \frac{\dot{q}_{\text{solar, ganancia}}}{\dot{q}_{\text{solar, incidente}}} = \tau_s + f_i\alpha_s \qquad \textbf{(12–55)}$$

en donde α_s es la absortividad solar del vidrio y f_i es la fracción de la radiación solar absorbida que fluye hacia adentro por ese vidrio. Por lo tanto, la cantidad adimensional SHGC es la suma de la fracción transmitida directamente (τ_s) y de la absorbida y vuelta a emitir ($f_i\alpha_s$) de la radiación solar que incide sobre la ventana. El valor de SHGC va desde 0 hasta 1, correspondiendo 1 a la abertura en la pared (o el techo), sin encristalado. Cuando se conoce el SHGC de una ventana, la ganancia total de calor solar a través de ella se determina a partir de

$$\dot{Q}_{\text{solar, ganancia}} = \text{SHGC} \times A_{\text{encristalado}} \times \dot{q}_{\text{solar, incidente}} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(12–56)}$$

en donde $A_{\text{encristalado}}$ es el área del encristalado de la ventana y $\dot{q}_{\text{solar, incidente}}$ es el flujo de calor solar que incide sobre la superficie exterior de esta última, en W/m^2.

Otra manera de expresar las características relativas a la transmisión solar de diferentes clases de encristalado y dispositivos de producción de sombra es compararlos con un material para encristalado bien conocido que pueda servir como un caso base. Esto se hace tomando la hoja de vidrio transparente estándar de doble resistencia y 3 mm ($\frac{1}{8}$ in) de espesor, cuyo SHGC es 0.87, como el *encristalado de referencia* y definiendo un **coeficiente de sombra**, SC, como

$$\text{SC} = \frac{\text{Ganancia de calor solar del producto}}{\text{Ganancia de calor solar del encristalado de referencia}} = \frac{\text{SHGC}}{\text{SHGC}_{\text{ref}}} = \frac{\text{SHGC}}{0.87} = 1.15 \times \text{SHGC} \qquad \textbf{(12–57)}$$

Por lo tanto, el coeficiente de sombra de una ventana de vidrio transparente de una sola hoja es SC = 1.0. En la tabla 12-5 se dan los coeficientes de sombra de otros productos de uso común en el ventanaje, para condiciones de diseño de verano. Los valores para las condiciones de diseño de invierno pueden ser ligeramente más bajos en virtud de los coeficientes más altos de transferencia de calor sobre la superficie exterior, debido a los vientos intensos y, como consecuencia, a la mayor rapidez del flujo hacia afuera del calor solar absorbido por el encristalado, pero la diferencia es pequeña.

Note que entre mayor es el coeficiente de sombra, menor es el efecto de producción de sombra y, como consecuencia, mayor es la ganancia de calor solar. Un material de encristalado con un coeficiente grande de sombra dejará entrar una fracción grande de radiación solar.

Los dispositivos para producir sombra se clasifican como *de sombreado interno* y *de sombreado externo*, dependiendo de si tal dispositivo se coloca *adentro* o *afuera*. Los dispositivos externos para producir sombra son más eficaces en la reducción de la ganancia de calor solar, dado que interceptan los rayos del Sol antes de que lleguen al encristalado. Se puede reducir la ganancia de calor solar a través de una ventana en tanto como un 80% por medio de la producción de sombra exterior. Los voladizos del techo se han usado durante mucho tiempo para la producción de sombra afuera de las ventanas. El Sol está alto en el horizonte en el verano y bajo en el invierno. Un voladizo del techo de tamaño apropiado o una proyec-

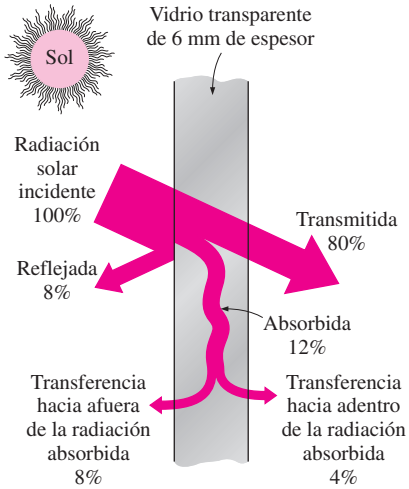


FIGURA 12-48
Distribución de la radiación solar que incide sobre un vidrio transparente.

TABLA 12-4

Variación por horas de la radiación solar que incide sobre varias superficies y los totales diarios durante todo el año, a 40° de latitud (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, cap. 27, tabla 15)

		Radiación solar incidente sobre la superficie, W/m²*														
		Tiempo solar														
Fecha	Dirección de la superficie	5	6	7	8	9	10	11	12 mediodía	13	14	15	16	17	18	19	Total diario
Ene.	N	0	0	0	20	43	66	68	71	68	66	43	20	0	0	0	446
	NE	0	0	0	63	47	66	68	71	68	59	43	20	0	0	0	489
	E	0	0	0	402	557	448	222	76	68	59	43	20	0	0	0	1 863
	SE	0	0	0	483	811	875	803	647	428	185	48	20	0	0	0	4 266
	S	0	0	0	271	579	771	884	922	884	771	579	271	0	0	0	5 897
	SO	0	0	0	20	48	185	428	647	803	875	811	483	0	0	0	4 266
	O	0	0	0	20	43	59	68	76	222	448	557	402	0	0	0	1 863
	NO	0	0	0	20	43	59	68	71	68	66	47	63	0	0	0	489
	Horizontal	0	0	0	51	198	348	448	482	448	348	198	51	0	0	0	2 568
	Directa	0	0	0	446	753	865	912	926	912	865	753	446	0	0	0	—
Abr.	N	0	41	57	79	97	110	120	122	120	110	97	79	57	41	0	1 117
	NE	0	262	508	462	291	134	123	122	120	110	97	77	52	17	0	2 347
	E	0	321	728	810	732	552	293	131	120	110	97	77	52	17	0	4 006
	SE	0	189	518	682	736	699	582	392	187	116	97	77	52	17	0	4 323
	S	0	18	59	149	333	437	528	559	528	437	333	149	59	18	0	3 536
	SO	0	17	52	77	97	116	187	392	582	699	736	682	518	189	0	4 323
	O	0	17	52	77	97	110	120	392	293	552	732	810	728	321	0	4 006
	NO	0	17	52	77	97	110	120	122	123	134	291	462	508	262	0	2 347
	Horizontal	0	39	222	447	640	786	880	911	880	786	640	447	222	39	0	6 938
	Directa	0	282	651	794	864	901	919	925	919	901	864	794	651	282	0	—
Julio	N	3	133	109	103	117	126	134	138	134	126	117	103	109	133	3	1 621
	NE	8	454	590	540	383	203	144	138	134	126	114	95	71	39	0	3 068
	E	7	498	739	782	701	531	294	149	134	126	114	95	71	39	0	4 313
	SE	2	248	460	580	617	576	460	291	155	131	114	95	71	39	0	3 849
	S	0	39	76	108	190	292	369	395	369	292	190	108	76	39	0	2 552
	SO	0	39	71	95	114	131	155	291	460	576	617	580	460	248	2	3 849
	O	0	39	71	95	114	126	134	149	294	531	701	782	739	498	7	4 313
	NO	0	39	71	95	114	126	134	138	144	203	383	540	590	454	8	3 068
	Horizontal	1	115	320	528	702	838	922	949	922	838	702	528	320	115	1	3 902
	Directa	7	434	656	762	818	850	866	871	866	850	818	762	656	434	7	—
Oct.	N	0	0	7	40	62	77	87	90	87	77	62	40	7	0	0	453
	NE	0	0	74	178	84	80	87	90	87	87	62	40	7	0	0	869
	E	0	0	163	626	652	505	256	97	87	87	62	40	7	0	0	2 578
	SE	0	0	152	680	853	864	770	599	364	137	66	40	7	0	0	4 543
	S	0	0	44	321	547	711	813	847	813	711	547	321	44	0	0	5 731
	SO	0	0	7	40	66	137	364	599	770	864	853	680	152	0	0	4 543
	O	0	0	7	40	62	87	87	97	256	505	652	626	163	0	0	2 578
	NO	0	0	7	40	62	87	87	90	87	80	84	178	74	0	0	869
	Horizontal	0	0	14	156	351	509	608	640	608	509	351	156	14	0	0	3 917
	Directa	0	0	152	643	811	884	917	927	917	884	811	643	152	0	0	—

*Multiplíquese por 0.3171 para convertir en Btu/h · ft².

Los valores dados son para el día 21 del mes, para días promedios sin nubes. Los valores pueden ser hasta 15% más altos a grandes elevaciones con cielos muy claros y hasta 30% más bajos en lugares muy húmedos con atmósferas industriales muy sucias. Los totales diarios se obtuvieron aplicando la regla de Simpson para la integración, con intervalos de tiempo de 10 min. Se supuso que la reflectancia solar del suelo es 0.2, lo cual es válido para el concreto viejo, la roca triturada y la hierba verde brillante. Para un lugar específico, utilícense los datos sobre la radiación solar obtenidos para ese lugar. La dirección de una superficie indica la orientación de una superficie vertical. Por ejemplo, O representa la radiación solar que incide sobre una pared que da el frente al oeste por unidad de área de la misma.

El tiempo solar puede estar desviado del local. El mediodía solar en un lugar es el tiempo en el que el Sol se encuentra en la parte más alta (y, por consiguiente, cuando las sombras son más cortas). Los datos sobre la radiación solar son simétricos con respecto al mediodía solar: el valor sobre una pared occidental antes del mediodía solar es igual al valor sobre una pared oriental dos horas después de ese mediodía.

ción horizontal bloquean por completo los rayos solares en el verano, en tanto que dejan entrar la mayor parte de ellos en el invierno, como se muestra en la figura 12-49. Estas estructuras para la producción de sombra pueden reducir en forma considerable la ganancia de calor solar en las ventanas que dan hacia el sur, hacia el sureste y hacia el suroeste, en el hemisferio norte. También se le puede dar sombra a una ventana desde el exterior por medio de proyecciones arquitectónicas verticales u horizontales, mallas contra insectos, pantallas para la producción de sombra y pantallas solares. Para que sean eficaces, el aire debe tener libertad de moverse alrededor del dispositivo exterior para llevarse el calor absorbido por los materiales de producción de sombra y el encristalado.

En la mayor parte de las ventanas se usa algún tipo de sombreado interno para proporcionar intimidad y efectos estéticos, así como para tener algún control sobre la ganancia de calor solar. Los dispositivos internos para producir sombra reducen esta ganancia mediante la reflexión de la radiación solar transmitida a través del encristalado antes de que pueda ser absorbida y convertida en calor en el edificio.

Los *cortinajes* reducen las cargas anuales de calefacción y enfriamiento de un edificio de un 5 a un 20%, dependiendo de qué tipo sean y de los hábitos del usuario. En verano reducen la ganancia de calor principalmente al reflejar la radiación solar directa (figura 12-50). El espacio semicerrado de aire que forman los cortinajes sirve como una barrera adicional contra la transferencia de calor, dando por resultado un factor U más bajo para la ventana y, de este modo, una menor velocidad de transferencia de calor en el verano y el invierno. Las propiedades ópticas solares de los cortinajes se pueden medir con exactitud u obtenerse directamente de los fabricantes. El coeficiente de sombra de los cortinajes depende del factor de apertura, el cual es la razón entre el área abierta a través de las fibras que permite que los rayos solares pasen con libertad y el área total de la tela. Las telas de tejido apretado permiten el paso de poca radiación directa y, como consecuencia, tienen un factor de apertura pequeño. La *reflectancia* de la superficie del cortinaje que queda enfrente del encristalado tiene un efecto importante sobre la cantidad de ganancia de calor solar. Los cortinajes de *color claro* hechos de telas con tejido cerrado o apretado maximizan la reflexión y, por ende, minimizan la ganancia solar. Por otra parte, los cortinajes de *color oscuro* hechos con telas de tejido abierto o semiabierto minimizan la reflexión y, como consecuencia, maximizan la ganancia solar.

Los coeficientes de sombra de las cortinas también dependen de la manera en que se cuelgan. Por lo común, el ancho del cortinaje usado duplica el ancho del área cubierta con el fin de permitir que las cortinas se doblen y darles su apariencia "amplia" u "ondulada". Una cortina plana se comporta como una persiana común para ventana. Una cortina de este tipo tiene una reflectancia más alta y, por lo tanto, un coeficiente inferior de sombra que una amplia.

Los *dispositivos externos pasivos para producir sombra*, como los voladizos y los encristalados teñidos, no requieren operación y suministran un servicio confiable durante mucho tiempo, sin degradación significativa durante su vida en servicio. Su operación no depende de una persona o de un sistema automatizado y se consideran plenamente eficaces cuando se determinan la carga pico de enfriamiento y el uso anual de energía. Por otra parte, la eficacia de los dispositivos de operación manual varía mucho, dependiendo de los hábitos del usuario y debe considerarse esta variación al evaluar el rendimiento.

La función primaria de un dispositivo interior para producir sombra es suministrar *comodidad térmica* para los ocupantes. Un vidrio de ventana

TABLA 12-5

Coeficiente de sombra SC y transmisividad solar τ_{solar} para algunos tipos comunes de vidrio, para condiciones de diseño de verano (tomada del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, cap. 27, tabla 11)

Tipo de encristalado	*Espesor nominal* mm	in	τ_{solar}	SC*
a) Encristalado sencillo				
Transparente	3	$\frac{1}{8}$	0.86	1.0
	6	$\frac{1}{4}$	0.78	0.95
	10	$\frac{3}{8}$	0.72	0.92
	13	$\frac{1}{2}$	0.67	0.88
Absorbente de calor	3	$\frac{1}{8}$	0.64	0.85
	6	$\frac{1}{4}$	0.46	0.73
	10	$\frac{3}{8}$	0.33	0.64
	13	$\frac{1}{2}$	0.24	0.58
b) Encristalado doble				
Transparente dentro, transparente afuera	3[a]	$\frac{1}{8}$	0.71[b]	0.88
	6	$\frac{1}{4}$	0.61	0.82
Transparente dentro, absorbente del calor afuera[c]	6	$\frac{1}{4}$	0.36	0.58

*Multiplíquese por 0.87 para obtener el SHGC.

[a] Espesor de cada hoja de vidrio.

[b] Transmitancia combinada para la unidad armada.

[c] Se refiere al vidrio flotado absorbente del calor teñido de gris, bronce y verde.

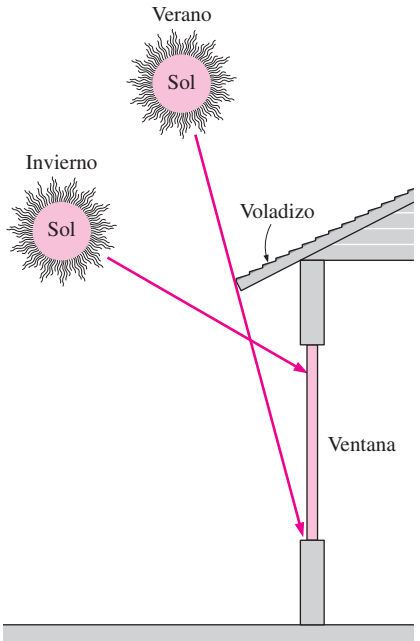


FIGURA 12-49
Un voladizo de tamaño apropiado bloquea por completo los rayos del Sol en verano, en tanto que los deja entrar en invierno.

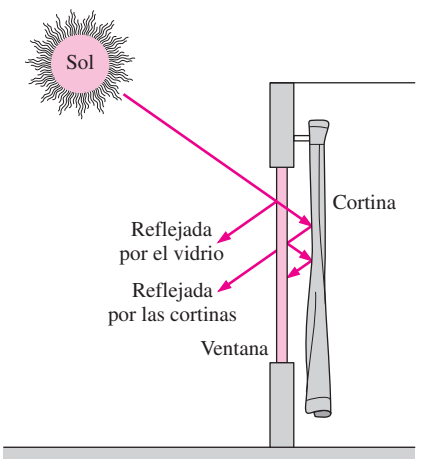


FIGURA 12-50
Los cortinajes reducen la ganancia de calor en el verano al reflejar la radiación solar, y reducen la pérdida de calor en invierno al formar un espacio de aire antes de la ventana.

no sombreado dejará entrar la mayor parte de la radiación solar incidente y, asimismo, disipa parte de la energía solar que absorbe por la emisión de radiación infrarroja hacia el cuarto. La radiación emitida y la luz solar directa transmitida pueden incomodar a los ocupantes cercanos a la ventana. En invierno la temperatura del vidrio es más baja que la del aire del cuarto, causando una pérdida excesiva de calor por radiación de parte de los ocupantes. Un dispositivo para producir sombra permite el control de la radiación solar directa y de la infrarroja, suministrando al mismo tiempo varios grados de intimidad y de visión hacia afuera. El dispositivo también está a una temperatura más alta que el vidrio en invierno y, de este modo, reduce las pérdidas por radiación de los ocupantes. El *resplandor* de los cortinajes se puede minimizar usando colores distintos al blanco. Los dispositivos para interiores, en especial los cortinajes hechos de tela de tejido cerrado, son eficaces en la reducción de los *sonidos* que se originan en el cuarto, pero no lo son tanto contra los sonidos que provienen del exterior.

El tipo de clima en una zona suele regir el tipo de ventanas que deben usarse en los edificios. En los *climas fríos*, en donde la carga de calefacción es mucho mayor que la de enfriamiento, las ventanas deben tener la transmisividad más alta para todo el espectro solar y una alta reflectividad (o baja emisividad) para la radiación infrarroja lejana emitida por las paredes y muebles del cuarto. Las ventanas de baja emisividad resultan muy adecuadas para ese tipo de edificios dominados por la calefacción. Las ventanas diseñadas y operadas en forma adecuada permiten que entre más calor en el edificio durante una temporada de calefacción que el que se pierde, convirtiéndolas en aportadoras de energía, en lugar de perdedoras de ésta. En los *climas cálidos*, en donde la carga de enfriamiento es mucho más grande que la de calefacción, las ventanas deben permitir que entre la radiación solar visible (la luz), pero deben bloquear la radiación solar infrarroja. Ese tipo de ventanas pueden reducir la ganancia de calor solar en un 60%, sin pérdida apreciable en la luz diurna. Se obtiene una aproximación de este comportamiento por medio de encristalados de ventanas recubiertos con una película absorbente del calor por la parte de afuera y una película de baja emisividad por dentro (figura 12-51). Las ventanas seleccionadas en forma apropiada pueden reducir la carga de enfriamiento de un 15 a un 30%, en comparación con las equipadas con vidrio transparente.

Note que la transferencia de calor por radiación entre un cuarto y su ventana es proporcional a la emisividad de la superficie del vidrio que da frente al cuarto, $\varepsilon_{\text{vidrio}}$, y se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{rad, cuarto-ventana}} = \varepsilon_{\text{vidrio}} A_{\text{vidrio}} \sigma (T_{\text{cuarto}}^4 - T_{\text{ventana}}^4) \qquad \textbf{(12-58)}$$

Por lo tanto, un vidrio interior de baja emisividad reducirá la pérdida de calor por radiación en el verano ($T_{\text{vidrio}} < T_{\text{cuarto}}$) y la ganancia de calor por el mismo medio en el verano ($T_{\text{vidrio}} > T_{\text{cuarto}}$).

El vidrio teñido y el recubierto con películas reflectoras reducen la ganancia del calor solar en el verano y la pérdida del calor en el invierno. Las ganancias o pérdidas de calor por conducción se pueden minimizar usando ventanas de hojas múltiples. Las ventanas de hoja doble suelen requerirse en climas en los que la temperatura de diseño en invierno es menor a 7°C (45°F). Las ventanas de hoja doble con películas teñidas o reflectoras son de uso común en los edificios con ventanas de áreas grandes. Para los cuartos de exhibición se prefiere el vidrio transparente, ya que permite una visibilidad máxima desde el exterior, pero en los edificios de oficinas se prefieren los vidrios coloreados de bronce, gris y verde, dado que proporcionan una intimidad considerable reduciendo al mismo tiempo el resplandor.

EJEMPLO 12-6 **Instalación de películas reflectoras sobre las ventanas**

Una fábrica ubicada a 40° de latitud N tiene un área de encristalado de 40 m^2 que consta de ventanas de hoja doble hechas de vidrio transparente (SHGC = 0.766). Con el fin de reducir la ganancia de calor solar en verano, se considera una película reflectora que reducirá el SHGC hasta 0.261. La temporada de enfriamiento abarca los meses de junio, julio, agosto y septiembre, y la de calefacción de octubre hasta abril. Los flujos de calor solar diarios promedio que inciden sobre el lado oeste en esta latitud son 1.86, 2.66, 3.43, 4.00, 4.36, 5.13, 4.31, 3.93, 3.28, 2.80, 1.84 y 1.54 kWh/día · m^2, para enero hasta diciembre, respectivamente. Asimismo, los costos unitarios de la electricidad y el gas natural son de 0.08 dólar/kWh y 0.50 dólar/therm, respectivamente. Si el coeficiente de rendimiento (COP, por sus siglas en inglés) del sistema de enfriamiento es 2.5 y la eficiencia del hogar es 0.8, determine los ahorros netos en los costos anuales debidos a la instalación del recubrimiento reflector sobre las ventanas. También determine el periodo simple de recuperación de la inversión si el costo de instalación de la película reflectora es de 20 dólares/m^2 (figura 12-52).

SOLUCIÓN Deben determinarse los ahorros netos en los costos anuales debidos a la instalación de película reflectora sobre las ventanas que dan al oeste de un edificio y el periodo simple de recuperación de la inversión.

Suposiciones **1** Los cálculos que se dan a continuación son para un año promedio. **2** Los costos unitarios de la electricidad y del gas natural permanecen constantes.

Análisis Utilizando los promedios diarios para cada mes y observando el número de días de cada uno de éstos, se determina que los flujos totales de calor solar que inciden sobre el encristalado durante los meses de verano y de invierno son

$$Q_{\text{solar, verano}} = 5.13 \times 30 + 4.31 \times 31 + 3.93 \times 31 + 3.28 \times 30 = 508 \text{ kWh/año}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{solar, invierno}} &= 2.80 \times 31 + 1.84 \times 30 + 1.54 \times 31 + 1.86 \times 31 \\ &\quad + 2.66 \times 28 + 3.43 \times 31 + 4.00 \times 30 \\ &= 548 \text{ kWh/año} \end{aligned}$$

Entonces la disminución en la carga anual de enfriamiento y el aumento en la carga anual de calefacción debido a la película reflectora quedan

$$\begin{aligned} \text{Disminución en la carga de enfriamiento} &= Q_{\text{solar, verano}} A_{\text{encristalado}} (\text{SHGC}_{\text{sin película}} - \text{SHGC}_{\text{con película}}) \\ &= (508 \text{ kWh/año})(40 \text{ m}^2)(0.766 - 0.261) \\ &= 10\,262 \text{ kWh/año} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aumento en la carga de calefacción} &= Q_{\text{solar, invierno}} A_{\text{encristalado}} (\text{SHGC}_{\text{sin película}} - \text{SHGC}_{\text{con película}}) \\ &= (548 \text{ kWh/año})(40 \text{ m}^2)(0.766 - 0.261) \\ &= 11\,070 \text{ kWh/año} = 377.7 \text{ therms/año} \end{aligned}$$

ya que 1 therm = 29.31 kWh. La disminución correspondiente en los costos de enfriamiento y el aumento en los de calefacción son

$$\begin{aligned} \text{Disminución en los costos de enfriamiento} &= (\text{Disminución en la carga de enfriamiento})(\text{Costo unitario de la electricidad})/\text{COP} \\ &= (10\,262 \text{ kWh/año})(0.08 \text{ dólar/kWh})/2.5 = 328 \text{ dólares/año} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aumento en los costos de calefacción} &= (\text{Aumento en la carga de calefacción})(\text{Costo unitario del combustible})/\text{Eficiencia} \\ &= (377.7 \text{ therms/año})(0.50 \text{ dólar/therm})/0.80 = 236 \text{ dólares/año} \end{aligned}$$

Entonces, los ahorros netos en los costos anuales debidos a la película reflectora quedan

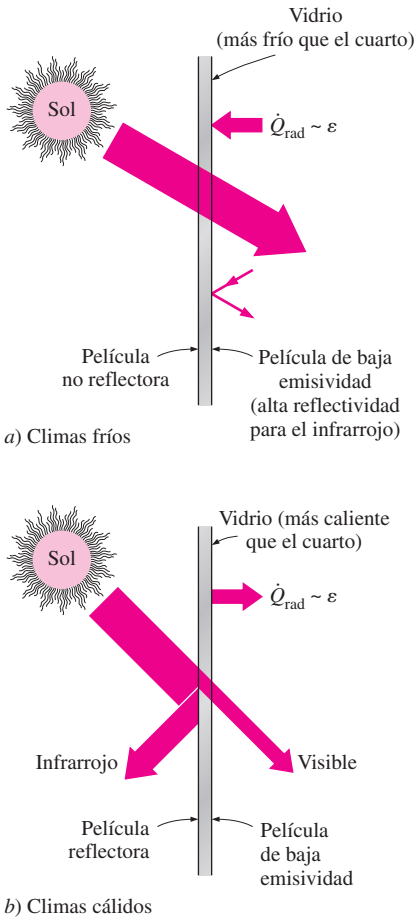


FIGURA 12-51
La transferencia de calor por radiación entre un cuarto y sus ventanas es proporcional a la emisividad de la superficie de vidrio, y los recubrimientos de baja emisividad sobre la superficie interior de las ventanas reducen la pérdida de calor en el invierno y la ganancia de calor en el verano.

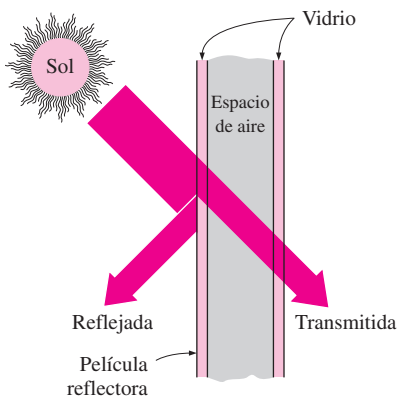


FIGURA 12-52
Esquema para el ejemplo 12-6.

$$\text{Ahorros en los costos} = \text{Disminución en los costos de enfriamiento} - \text{Aumento en los costos de calefacción}$$
$$= 328 \text{ dólares} - 236 \text{ dólares} = \mathbf{92 \text{ dólares/año}}$$

El costo de implantación referente a la instalación de las películas es

$$\text{Costo de implantación} = (20 \text{ dólares/m}^2)(40 \text{ m}^2) = 800 \text{ dólares}$$

Esto da un periodo simple de recuperación de la inversión de

$$\text{Periodo simple de recuperación} = \frac{\text{Costo de implantación}}{\text{Ahorros en los costos anuales}} = \frac{800 \text{ dólares}}{92 \text{ dólares/año}} = \mathbf{8.7 \text{ años}}$$

Discusión En este caso la película reflectora se pagará por sí misma en alrededor de nueve años. Esto es inaceptable para la mayor parte de los fabricantes, ya que no suelen interesarse en medidas para la conservación de la energía que se paguen por sí mismas en más de tres años. Pero la mejora en la comodidad térmica y, en consecuencia, el aumento resultante en la productividad con frecuencia hace que valga la pena instalar la película reflectora.

RESUMEN

La radiación se propaga en forma de ondas electromagnéticas. La *frecuencia* ν y la *longitud de onda* λ de las ondas electromagnéticas en un medio están relacionadas por $\lambda = c/\nu$, donde c es la velocidad de propagación en ese medio. Toda la materia emite de manera continua *radiación térmica*, como resultado de los movimientos de vibración y de rotación de las moléculas, átomos y electrones de una sustancia.

Un *cuerpo negro* se define como un emisor y absorbente perfecto de la radiación. A una temperatura y longitud de onda específicas, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro. Un cuerpo negro absorbe *toda* la radiación incidente, sin importar la longitud de onda y la dirección. La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de área superficial se llama *poder de emisión de cuerpo negro* E_b y se expresa por la *ley de Stefan-Boltzmann* como

$$E_b(T) = \sigma T^4$$

en donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$ K^4 es la *constante de Stefan-Boltzmann* y T es la temperatura absoluta de la superficie en K. A cualquier temperatura específica, el poder de emisión espectral de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ se incrementa con la longitud de onda, alcanza un pico y, a continuación, disminuye al incrementarse la longitud de onda. La longitud de onda a la cual se presenta el pico para una temperatura especificada se expresa por la *ley del desplazamiento de Wien* como

$$(\lambda T)_{\text{poder máx}} = 2\,897.8 \ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

La *función de radiación* f_λ *de cuerpo negro* representa la fracción de la radiación emitida por un cuerpo negro a la temperatura T en la banda de longitudes de onda de $\lambda = 0$ hasta λ. La fracción de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a la temperatura T sobre una banda finita de longitudes de onda desde $\lambda = \lambda_1$ hasta $\lambda = \lambda_2$ se determina a partir de

$$f_{\lambda_1 - \lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T)$$

en donde $f_{\lambda_1}(T)$ y $f_{\lambda_2}(T)$ son las funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$, respectivamente.

La magnitud de un ángulo de visión en el espacio se describe por el ángulo sólido expresado como $d\omega = dA_n/r^2$. La *intensidad de radiación* $I_e(\theta, \phi)$, se define como la razón a la cual la energía de radiación se emite en la dirección (θ, ϕ) por unidad de área normal a esta dirección y por unidad de ángulo sólido alrededor de esta última. El *flujo de radiación* es el *poder de emisión* E y se expresa como

$$E = \int_{\text{hemisferio}} dE = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_e(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi$$

Para una superficie *difusamente emisora*, la intensidad es independiente de la dirección, por lo tanto,

$$E = \pi I_e$$

Para un cuerpo negro, tenemos

$$E_b = \pi I_b \qquad \text{e} \qquad I_b(T) = \frac{E_b(T)}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

El flujo incidente de radiación sobre una superficie desde todas direcciones es la *irradiación* G y para la radiación difusamente incidente de intensidad I_i se expresa como

$$G = \pi I_i$$

La razón a la cual la energía de radiación sale de una unidad de área en todas direcciones es la *radiosidad* J y para una superficie que es tanto emisora difusa como reflectora difusa se expresa como

$$J = \pi I_{e+r}$$

en donde I_{e+r} es la suma de las intensidades emitida y reflejada. Las cantidades emitidas espectrales están relacionadas con las cantidades totales como

$$I_e = \int_0^\infty I_{\lambda,e} \, d\lambda \qquad \text{y} \qquad E = \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda$$

Para una superficie emisora en forma difusiva y para un cuerpo negro, éstas se reducen a

$$E_\lambda = \pi I_{\lambda,e} \qquad \text{y} \qquad E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{b\lambda}(\lambda, T)$$

La *emisividad* de una superficie representa la razón entre la radiación emitida por la superficie a una temperatura dada y la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura. Las diferentes emisividades se definen como

Emisividad direccional espectral:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{b\lambda}(\lambda, T)}$$

Emisividad direccional total:

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)}$$

Emisividad hemisférica espectral:

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{b\lambda}(\lambda, T)}$$

Emisividad hemisférica total:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda}{\sigma T^4}$$

La emisividad también se puede expresar como una función escalonada, dividiendo el espectro en un número suficiente de *bandas de longitudes de onda* de emisividad constante como

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T)$$

La *emisividad hemisférica total* ε de una superficie es la emisividad promedio en todas las direcciones y longitudes de onda.

Cuando la radiación choca contra una superficie, parte de ella es absorbida, otra es reflejada y la restante, si la hay, es transmitida. La fracción de la radiación incidente (intensidad I_i o irradiación G) absorbida por la superficie se llama *absortividad*, la reflejada por esa superficie se conoce como *reflectividad* y a la transmitida se le denomina *transmisividad*. Las diversas absortividades, reflectividades y transmisividades para un medio se expresan como

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \text{ y } \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}, \quad \rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \quad \text{y} \quad \tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

$$\alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G}, \quad \rho = \frac{G_{\text{ref}}}{G} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G}$$

La consideración de la dependencia de las propiedades con respecto a la longitud de onda y la dirección hace que los cálculos acerca de la radiación sean muy complicados. Por lo tanto, las aproximaciones *gris* y *difusa* se utilizan en forma común en los cálculos relativos a la radiación. Se dice que una superficie es *difusa* si sus propiedades son independientes de la dirección y *gris* si sus propiedades son independientes de la longitud de onda.

La suma de las fracciones de energía de radiación absorbida, reflejada y transmitida debe ser igual a la unidad,

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Para las superficies *opacas* ($\tau = 0$): $\alpha + \rho = 1$

Para superficies *sin reflectancia* ($\rho = 0$): $\alpha + \tau = 1$

Por sencillez suele suponerse que las superficies reflejan de una manera perfectamente *especular* o *difusa*. En la *reflexión especular* el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia del haz de radiación. En la *reflexión difusa*, la radiación se refleja por igual en todas direcciones. La reflexión desde las superficies lisas y pulidas se aproxima a la especular, en tanto que aquella que se produce desde las superficies ásperas se aproxima a la difusa. La *ley de Kirchhoff* de la radiación se expresa como

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(T) = \alpha_{\lambda,\theta}(T), \qquad \varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T) \qquad \text{y} \qquad \varepsilon(T) = \alpha(T)$$

Las moléculas de gas así como las partículas suspendidas en la atmósfera emiten radiación y la absorben. La atmósfera se puede considerar como un cuerpo negro a alguna temperatura ficticia más baja, llamada *temperatura efectiva del cielo* T_{cielo} que emite una cantidad equivalente de energía de radiación,

$$G_{\text{cielo}} = \sigma T_{\text{cielo}}^4$$

La razón neta de transferencia de calor por radiación hacia una superficie expuesta a la radiación solar y atmosférica se determina basándose en un balance de energía expresado como

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma(T_{\text{cielo}}^4 - T_s^4)$$

en donde T_s es la temperatura superficial en K y ε es la emisividad de la superficie a la temperatura ambiente.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals*, Atlanta, ASHRAE, 1993.
2. A. G. Dietz. "Diathermanous Materials and Properties of Surfaces", *Space Heating with Solar Energy*, en R. W. Hamilton (ed.), Cambridge, MA: MIT Press, 1954.
3. J. A. Duffy y W. A. Beckman. *Solar Energy Thermal Process*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
4. H. C. Hottel. "Radiant Heat Transmission", *Heat Transmission*, 3a. ed., en W. H. McAdams (ed.), Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
5. M. F. Modest. *Radiative Heat Transfer*, Nueva York: McGraw-Hill, 1993.

6. M. Planck. *The Theory of Heat Radiation*, Nueva York: Dover, 1959.

7. W. Sieber. *Zeitschrift für Technische Physics* 22 (1941), pp. 130-135.

8. R. Siegel y J. R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3a. ed., Washington, D. C.: Hemisphere, 1992.

9. Y. S. Touloukain y D. P. DeWitt. "Nonmetallic Solids", *Thermal Radiative Properties*, vol. 8, Nueva York: IFI/Plenum, 1970.

10. ————. "Metallic Elements and Alloys", *Thermal Radiative Properties*, vol. 7, Nueva York: IFI/Plenum, 1970.

PROBLEMAS*

Radiación electromagnética y térmica

12-1C ¿Por cuáles propiedades se caracteriza una onda electromagnética? ¿Cómo se relacionan estas propiedades entre sí?

12-2C ¿Qué es luz visible? ¿En qué se diferencia con respecto a las otras formas de radiación electromagnética?

12-3C ¿En qué se diferencia la cocción con microondas de la cocción convencional?

12-4C ¿Qué es radiación térmica? ¿En qué se diferencia con respecto a las otras formas de radiación electromagnética?

12-5C ¿Cuál es la causa del color? ¿Por qué el ojo ve azules algunos objetos en tanto que otros los ve rojos? ¿Está relacionado el color de una superficie a la temperatura ambiente con la radiación que emite?

12-6C ¿Por qué por lo común la radiación se trata como un fenómeno superficial?

12-7C ¿Por qué los esquiadores resultan quemados por el Sol con tanta facilidad?

12-8C ¿En qué difieren la radiación ultravioleta y la infrarroja? ¿Piensa el lector que su cuerpo emite alguna radiación en el rango ultravioleta? Explique.

12-9 Se diseña un teléfono inalámbrico para operar a una frecuencia de 8.5×10^8 Hz. Determine la longitud de onda de estas ondas telefónicas.

12-10 Se genera electricidad y se transmite en las líneas de transmisión a una frecuencia de 50 Hz (1 Hz = 1 ciclo por segundo). Determine la longitud de las ondas electromagnéticas generadas por el paso de la electricidad en las líneas de transmisión.

12-11 Se diseña un horno de microondas para operar a una frecuencia de 2.2×10^9 Hz. Determine la longitud de onda de las microondas y su energía.

12-12 Una estación de radio está emitiendo ondas de radio a una longitud de onda de 150 m. Determine la frecuencia de las ondas. *Respuesta:* 2×10^6 Hz

12-13 La velocidad de la luz en el vacío se expresa como 3.0×10^8 m/s. Determine la velocidad de la luz en el aire ($n = 1$), en el agua ($n = 1.33$) y en el vidrio ($n = 1.5$).

Radiación de cuerpo negro

12-14C ¿Qué es un cuerpo negro? ¿En realidad existe un cuerpo negro?

12-15C ¿Por qué definimos la función de radiación de cuerpo negro? ¿Qué representa? ¿Para qué se usa?

12-16C Defina los poderes de emisión total y espectral de un cuerpo negro. ¿Cómo están relacionados entre sí? ¿En qué difieren?

12-17C Considere dos cuerpos idénticos, uno a 1 000 K y el otro a 1 500 K. ¿Cuál de los dos cuerpos emite más radiación en la región de las longitudes de onda más cortas? ¿Cuál de los dos cuerpos emite más radiación a una longitud de onda de 20 μm?

12-18 La temperatura del filamento de un foco incandescente es de 2 500 K. Considerando el filamento como un cuerpo negro, determine la fracción de la energía radiante emitida por él que cae en el rango visible. Asimismo, determine la longitud de onda a la cual la emisión de radiación desde el filamento alcanza el valor pico.

12-19I Considere una superficie negra a 2 060°F. Determine la radiación de energía emitida por la superficie negra por unidad de área (en Btu/h · ft^2) para $\lambda \geq 4$ μm.

12-20 Considere una superficie a una temperatura uniforme de 1 000 K. Determine la razón máxima de radiación térmica que puede ser emitida por esta superficie, en W/m^2.

12-21 Se desea que un foco incandescente emita por lo menos 15% de su energía a longitudes de onda más cortas que 0.8 μm. Determine la temperatura mínima a la cual debe calentarse su filamento.

12-22I El Sol se puede considerar como un cuerpo negro a una temperatura superficial efectiva de 10 400 R. Determine la razón a la cual el Sol emite radiación de energía de radiación infrarroja (λ = 0.76-100 μm), en Btu/h · ft^2.

12-23 El Sol se puede considerar como un cuerpo negro a 5 780 K. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), calcule y trace la gráfica del poder de

* Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de CD-EES se resuelven usando el EES, y las soluciones completas junto con los estudios paramétricos se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software de EES que acompaña a este texto.

emisión espectral de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ del Sol contra la longitud de onda, en el rango de 0.01 μm hasta 1 000 μm. Discuta los resultados.

12-24 La temperatura del filamento de un foco incandescente es de 2 800 K. Considerando el filamento como un cuerpo negro, determine la fracción de la energía radiante emitida por él que cae en el rango visible. Asimismo, determine la longitud de onda a la cual la emisión de radiación desde el filamento alcanza el valor pico.

12-25 Vuelva a considerar el problema 12-24. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la temperatura sobre la fracción de radiación emitida en el rango visible. Suponga que la temperatura de la superficie varía de 1 000 K hasta 4 000 K y trace la gráfica de la fracción de la radiación emitida en el rango visible contra la temperatura superficial.

12-26 Considere un cuerpo cúbico de 20 cm × 20 cm × 20 cm a 900 K suspendido en el aire. Si se asume que el cuerpo es muy parecido a un cuerpo negro, determine *a*) la razón a la que el cubo emite energía de radiación, en W y *b*) la potencia emisiva del cuerpo negro espectral a una longitud de onda de 4 μm.

12-27 Se desea que la energía de radiación emitida por una fuente lumínica alcance un máximo en el rango azul (λ = 0.47 μm). Determine la temperatura de esta fuente lumínica y la fracción de radiación que emite en el rango visible (λ = 0.40-0.76 μm).

12-28 Una ventana de cristal de 3 mm de espesor transmite 90% de la radiación entre λ = 0.3 y 3.0 μm y es en esencia opaca para la radiación a otras longitudes de onda. Determine la razón de radiación transmitida a través de una ventana de vidrio de 3 m × 3 m de fuentes de cuerpo negro a *a*) 5 800 K y *b*) 1 000 K.

Respuestas: a) 491 300 kW, *b*) 125.5 kW

12-29 La luz de día y la luz de una bombilla puede aproximarse como un cuerpo negro a las temperaturas superficiales efectivas de 5 800 K y 1 800 K, respectivamente. Determine la energía de radiación (en W/m^2) emitida por ambas fuentes lumínicas (luz de día y luz de bombilla) dentro de la región visible de luz (0.40 a 0.76 μm).

Respuestas: 2.73×10^7 W/m^2, 4 090 W/m^2

12-30 La flama de un cerillo puede aproximarse como un cuerpo negro a la temperatura superficial efectiva de 1 700 K, mientras la luz de la luna puede aproximarse a un cuerpo negro a la temperatura superficial efectiva de 4 000 K, respectivamente. Determine el pico de potencia de emisión espectral de cuerpo negro para ambas fuentes lumínicas (la flama de un cerillo y la luz de la luna).

Intensidad de radiación

12-31C ¿Qué representa un ángulo sólido y en qué se diferencia de un ángulo plano? ¿Cuál es el valor de un ángulo sólido asociado con una esfera?

12-32C Cuando se conoce la variación de la cantidad de radiación espectral con la longitud de onda, ¿cómo se determina la cantidad total correspondiente?

12-33C Para una superficie, ¿cómo se define radiosidad? Para superficies difusamente emisoras y reflectoras, ¿cómo se relaciona la radiosidad con las intensidades de la radiación emitida y reflejada?

12-34C ¿Cómo se define la intensidad de la radiación emitida? Para una superficie difusamente emisora, ¿de qué manera se relaciona el poder de emisión con la intensidad de la radiación emitida?

12-35 Una pequeña superficie de área A_1 = 3 cm^2 emite radiación como un cuerpo negro con una potencia emisiva total de $E_b = 5.67 \times 10^4$ W/m^2. Parte de la radiación emitida por A_1 llega a otra superficie pequeña de área A_2 = 8 cm^2 orientada según se muestra en la figura. Determine la radiación a la que la radiación emitida por A_1 alcanza a A_2 y la irradiación en A_2.

Respuestas: 7.61×10^{-3} W, 9.51 W/m^2

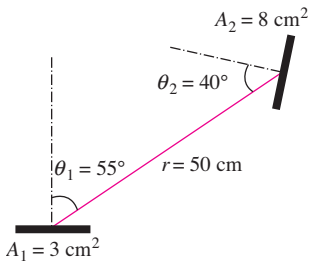


FIGURA P12-35

12-36 Una superficie pequeña de área A_1 = 3 cm^2 emite radiación como un cuerpo negro y parte de la radiación emitida por A_1 alcanza a otra pequeña superficie de área A_2 = 8 cm^2 orientada como se muestra en la figura. Si se determina que la razón a la que la radiación emitida por A_1 alcanza a A_2 es 274×10^{-6} W, determine la intensidad de la radiación emitida por A_1 y la temperatura de A_1.

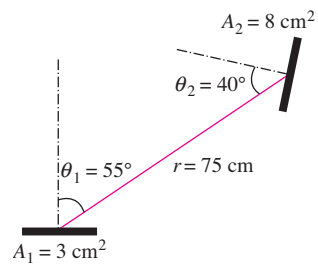


FIGURA P12-36

12-37 Una superficie pequeña de área A = 1 cm^2 emite radiación como un cuerpo negro a 2 100 K. Determine la razón a la cual se emite energía de radiación a través de una banda definida por $0 \le \phi \le 2\pi$ y $45° \le \theta \le 60°$, en donde θ es el ángulo que un haz de radiación forma con la perpendicular a la superficie y ϕ es el ángulo azimutal.

12-38 Una pequeña superficie circular de área A_1 = 2 cm^2 ubicada en el centro de una esfera de 2 m de diámetro emite radiación como un cuerpo negro a T_1 = 1 000 K. Determine la razón a la cual está emergiendo energía de radiación a través de un agujero con diámetro D_2 = 1 cm ubicado *a*) en la parte superior de la esfera directamente arriba de A_1 y *b*) hacia un lado de la esfera en tal forma que la recta que una los centros de A_1 y A_2 forme un ángulo de 45° con la superficie A_1.

12-39 Repita el problema 12-38 para una esfera de 4 m de diámetro.

12-40 Una superficie pequeña de área $A_1 = 7\ \text{cm}^2$ emite radiación como un cuerpo negro a $T_1 = 800$ K. Parte de la radiación emitida por A_1 choca contra otra superficie pequeña de área $A_2 = 7\ \text{cm}^2$ y que está orientada como se muestra en la figura. Determine el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando se ve desde A_1 y la razón a la cual la radiación emitida por A_1 choca contra A_2 directamente. ¿Cuál sería la respuesta del lector si A_2 estuviera directamente arriba de A_1 a una distancia de 80 cm?

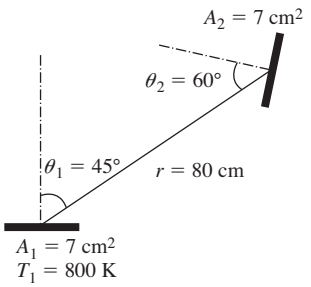


FIGURA P12-40

12-41 Una superficie pequeña de área $A = 1\ \text{cm}^2$ se sujeta a radiación incidente de intensidad constante $I_i = 2.2 \times 10^4\ \text{W/m}^2 \cdot \text{sr}$ sobre el hemisferio completo. Determine la razón a la cual la energía de radiación incide sobre la superficie a través de *a*) $0 \le \theta \le 45°$ y *b*) $45° \le \theta \le 90°$, en donde θ es el ángulo que un haz de radiación forma con la perpendicular a la superficie.

12-42 Considere que la intensidad de la radiación solar incidente en la superficie terrestre puede expresarse como $I_i = 100 \cos\theta$, donde I_i tiene las unidades de $\text{W/m}^2 \cdot \text{sr}$. Determine el valor máximo de la intensidad de la radiación solar incidente y la irradiación solar sobre la superficie de la tierra.

12-43 Una pequeña superficie de área $A_1 = 3\ \text{cm}^2$ emite radiación como un cuerpo negro a $T_1 = 1\ 000$ K. Un detector de radiación (A_2) se coloca normal hacia la dirección de visión de la superficie A_1 a una distancia L, como se muestra en la figura. Si el detector de radiación mide una irradiación de $100\ \text{W/m}^2$, determine la distancia entre el detector de radiación y la superficie A_1.

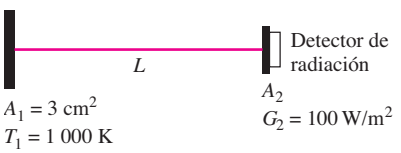


FIGURA P12-43

12-44 Considere una abertura de 10 mm de diámetro a la cual la radiación se emite en forma de un cuerpo negro con una potencia de emisividad de $2.87 \times 10^{-5}\ \text{W/m}^2$. Se coloca un sensor de radiación con una inclinación de 30° con respecto a la dirección normal de visión, como se muestra en la figura. Si el sensor percibe una irradiación de $50\ \text{W/m}^2$, determine la distancia entre la abertura y el sensor.

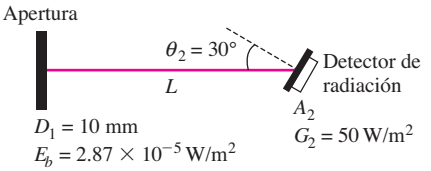


FIGURA P12-44

Propiedades de radiación

12-45C ¿Qué es un cuerpo gris? ¿Cuál es su diferencia con un cuerpo negro? ¿Qué es una superficie gris difusa?

12-46C Defina las propiedades de emisividad y absortividad. ¿Cuándo estas dos propiedades son iguales entre sí?

12-47C ¿Qué es el efecto de invernadero? ¿Por qué es un asunto que preocupa mucho a los científicos especializados en la atmósfera?

12-48C Podemos ver el interior de un horno de microondas durante su operación a través de su puerta de vidrio, lo cual indica que radiación visible está escapando de dicho horno. ¿Piensa el lector que también podría estar escapando la peligrosa radiación de microondas?

12-49 Una pequeña superficie de área $A_1 = 5\ \text{cm}^2$ emite radiación como un cuerpo negro a $T_1 = 1\ 000$ K. Un sensor de radiación de área $A_2 = 3\ \text{cm}^2$ se coloca en posición normal a la dirección de visión de la superficie A_1 a una distancia L, como se muestra en la figura. Un filtro óptico con la siguiente transmisividad espectral se coloca frente al sensor:

$$\tau_\lambda = \begin{cases} \tau_1 = 0, & 0 \le \lambda < 2\ \mu\text{m} \\ \tau_2 = 0.5, & 2\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Si la distancia entre el sensor de radiación y la superficie A_1 es $L = 0.5$ m, determine la irradiación medida por el sensor.

12-50 Considere una placa horizontal opaca bien aislada de los bordes y en la superficie inferior. La placa se mantiene a 500 K, tiene una absortividad hemisférica total de 0.51 y la siguiente función de emisividad espectral:

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.4, & 0 \le \lambda < 4\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.8, & 4\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Si la placa está sujeta a la irradiación de $5\ 600\ \text{W/m}^2$, determine *a*) la emisividad hemisférica total y *b*) la radiosidad de la superficie de la placa.

12-51 La función de emisividad espectral de una superficie opaca a 1 000 K se puede expresar aproximadamente como

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.4, & 0 \le \lambda < 3\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.7, & 3\ \mu\text{m} \le \lambda < 6\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.3, & 6\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Determine la emisividad promedio de la superficie y la razón de la emisión de radiación desde esta última, en W/m^2.

Respuestas: 0.513, 29.1 kW/m^2

12-52I Se sabe que una pieza esférica de 5 in de diámetro emite radiación a razón de 480 Btu/h, cuando su temperatura

superficial es de 950 R. Determine la emisividad promedio de la pieza a esta temperatura.

12-53 Un horno que tiene una ventana de vidrio de 40 cm × 40 cm se puede considerar como un cuerpo negro a 1 200 K. Si la transmisividad del vidrio es 0.7 para la radiación a longitudes de onda menores que 3 μm, y 0 para la radiación a longitudes de onda mayores que 3 μm, determine la fracción y la razón de la radiación que sale del horno y se transmite a través de la ventana.

12-54 Se puede decir que la emisividad de un filamento de tungsteno es aproximadamente 0.5, para la radiación a longitudes de onda menores que 1 μm, y 0.15, para la radiación a longitudes de onda mayores que 1 μm. Determine la emisividad promedio del filamento a *a*) 1 500 K y *b*) 2 500 K. Asimismo, determine la absortividad y la reflectividad del filamento a las dos temperaturas.

12-55 Las variaciones de la emisividad espectral de dos superficies son como se dan en la figura P12-55. Determine la emisividad promedio de cada una de las superficies a $T = 3\,000$ K. Asimismo, determine la absortividad y la reflectividad promedios de cada una de ellas para la radiación que viene de una fuente a 3 000 K. ¿Cuál de las dos superficies es más apropiada para que sirva como un absorbente solar?

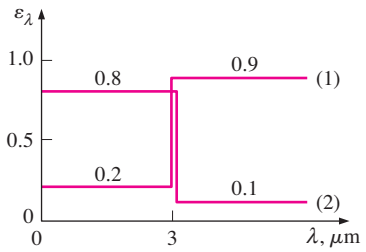


FIGURA P12-55

12-56 Se puede decir que la emisividad de una superficie recubierta con óxido de aluminio es aproximadamente 0.15 para la radiación a longitudes de onda menores que 5 μm, y 0.9 para la radiación a longitudes de onda mayores que 5 μm. Determine la emisividad promedio de esta superficie a *a*) 5 800 K y *b*) 300 K. ¿Qué puede decir el lector acerca de la absortividad de esta superficie para la radiación que proviene de fuentes a 5 800 K y 300 K? *Respuestas: a*) 0.154, *b*) 0.89

12-57 La variación de la absortividad espectral de una superficie es como se muestra en la figura P12-57. Determine la absortividad y la reflectividad promedios de la superficie para la radiación que se origina en una fuente a $T = 2\,500$ K. Asimismo, determine la emisividad promedio de esta superficie a 3 000 K.

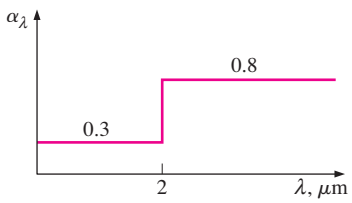


FIGURA P12-57

12-58 La reflectividad del aluminio recubierto con sulfato de plomo es 0.35 para la radiación a longitudes de onda menores que 3 μm y 0.95 para la radiación a longitudes de onda mayores que 3 μm. Determine la reflectividad promedio de esta superficie para la radiación solar ($T \approx 5\,800$ K) y para la radiación que proviene de superficies a la temperatura ambiente ($T \approx 300$ K). Asimismo, determine la emisividad y la absortividad de esta superficie a las dos temperaturas. ¿Piensa el lector que este material es adecuado para usarse en colectores solares?

12-59 La variación de la transmisividad espectral de una ventana de vidrio de 0.6 cm de espesor es la que se muestra en la figura P12-59. Determine la transmisividad promedio de esta ventana para la radiación solar ($T \approx 5\,800$ K) y para la radiación que proviene de superficies a la temperatura ambiente ($T \approx 300$ K). Asimismo determine la cantidad de radiación solar transmitida a través de la ventana para una radiación solar incidente de 650 W/m^2.

Respuestas: 0.870, 0.00016, 566 W/m^2

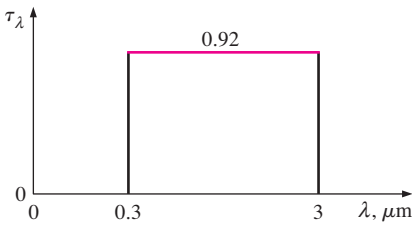


FIGURA P12-59

12-60 Considere una placa horizontal opaca bien aislada de los bordes y en la superficie inferior. La placa se irradia de manera uniforme desde arriba mientras fluye aire a $T_\infty = 300$ K sobre la superficie, lo que provee un coeficiente de transferencia uniforme de calor por convección de 40 W/m$^2 \cdot$ K. En condiciones estacionarias, la superficie tiene una radiosidad de 4 000 W/m^2 y la temperatura de la placa se mantiene uniforme en 350 K. Si la absortividad total de la placa es 0.40 determine *a*) la irradiación sobre la placa, *b*) la reflectividad total de la placa, *c*) la potencia emisiva de la placa y *d*) la emisividad total de la placa.

Respuestas: a) 6 000 W/m^2, *b*) 0.60, *c*) 400 W/m^2, *d*) 0.470

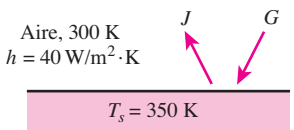


FIGURA P12-60

12-61 Una placa horizontal opaca está bien aislada de los bordes y en la superficie inferior. La irradiación sobre la placa es 3 000 W/m^2 de los cuales 500 W/m^2 se reflejan. La placa tiene una temperatura uniforme de 700 K y una potencia emisiva de 5 000 W/m^2. Determine la emisividad y absortividad total de la placa.

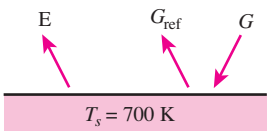


FIGURA P12-61

12-62 Una placa horizontal experimenta irradiación uniforme sobre las superficies superior e inferior. La temperatura ambiente que rodea a la placa es 290 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 30 W/m^2 · K. Tanto las superficies superior e inferior de la placa tienen una radiosidad de 4 000 W/m^2 y la temperatura de la placa se mantiene uniforme a 390 K. Si la placa no es opaca y tiene una absortividad de 0.527, determine su irradiación y emisividad.

Respuestas: 7 000 W/m^2, 0.525

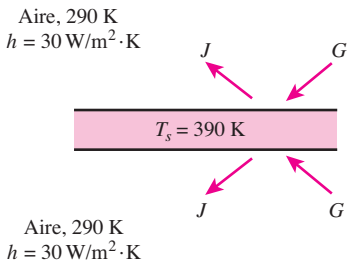


FIGURA P12-62

Radiación atmosférica y solar

12-63C ¿Qué es la constante solar? ¿Cómo se usa para determinar la temperatura superficial efectiva del Sol? ¿Cómo cambiaría el valor de la constante solar si se duplicara la distancia entre la Tierra y el Sol?

12-64C ¿Qué cambios advertiría el lector si el Sol emitiera radiación a una temperatura efectiva de 2 000 K, en lugar de 5 762 K?

12-65C Es probable que el lector haya observado las señales de advertencia en las carreteras expresando que los puentes pueden estar cubiertos de hielo cuando las carreteras no lo están. Explique cómo puede suceder esto.

12-66C Cuando la Tierra está lo más cercana al Sol tenemos el invierno en el hemisferio norte. Explique por qué. Asimismo, explique por qué tenemos el verano en el hemisferio norte cuando la Tierra está más alejada del Sol.

12-67C ¿Qué es la temperatura efectiva del cielo?

12-68C Explique por qué el cielo es azul y el atardecer es naranja amarillento.

12-69C Explique por qué las superficies suelen tener absortividades bastante diferentes para la radiación solar y para la que se origina desde los cuerpos circundantes.

12-70 Se observa que la temperatura del aire en una noche clara permanece a alrededor de 4°C. Sin embargo, se informa que el agua se ha congelado debido al efecto de la radiación. Tomando que el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 18 W/m^2 · °C, determine el valor de la temperatura máxima efectiva del cielo esa noche.

12-71I Incide radiación solar sobre la superficie exterior de una nave espacial a razón de 400 Btu/h · ft^2. La superficie tiene una absortividad de $\alpha_s = 0.10$ para la radiación solar, y una emisividad de $\varepsilon = 0.6$ a la temperatura ambiente. La superficie exterior irradia calor hacia el espacio que se encuentra a 0 R. Si no se tiene transferencia neta de calor hacia la nave espacial, determine la temperatura de equilibrio de la superficie.

Respuesta: 444 R

12-72 Una superficie tiene una absortividad de $\alpha_s = 0.72$ para la radiación solar, y una emisividad de $\varepsilon = 0.6$ a la temperatura ambiente. Se observa que la temperatura de la superficie es de 350 K cuando las componentes directa y difusa de la radiación solar son $G_D = 350$ y $G_d = 400$ W/m^2, respectivamente, y la radiación directa forma un ángulo de 30° con la perpendicular a la superficie. Considerando que la temperatura efectiva del cielo es de 280 K, determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie en ese momento.

12-73 La superficie de absorción de un colector solar está hecha de aluminio recubierto con cromo negro ($\alpha_s = 0.87$ y $\varepsilon = 0.09$). La radiación solar incide sobre la superficie a razón de 720 W/m^2. Las temperaturas del aire y la efectiva del cielo son 25°C y 15°C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 10 W/m^2 · °C. Para una temperatura de la superficie de absorción de 70°C, determine la razón neta de la energía solar entregada por la placa de absorción al agua que circula detrás de ella.

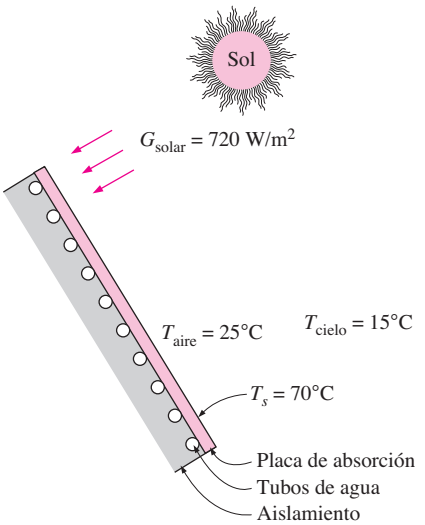


FIGURA P12-73

12-74 Vuelva a considerar el problema 12-73. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón neta de la energía solar transferida al agua en función de la absortividad de la placa. Suponga que la absortividad varía de 0.5 hasta 1.0 y discuta los resultados.

12-75 Determine la temperatura de equilibrio de la superficie de absorción del problema 12-73, si el lado posterior del absorbedor está aislado.

Tema especial: Ganancia de calor solar a través de las ventanas

12-76C ¿Qué fracción de la energía solar se encuentra en el rango visible *a*) afuera de la atmósfera terrestre y *b*) a nivel del mar sobre la Tierra? Responda la misma pregunta para la radiación infrarroja.

12-77C ¿Qué es un dispositivo para producir sombra? ¿Es más eficaz un dispositivo externo o uno interno en la reducción

de la ganancia de calor solar a través de una ventana? ¿De qué manera el color de la superficie de un dispositivo para producir sombra que da el frente hacia el exterior afecta la ganancia de calor solar?

12-78C Defina el SHGC (coeficiente de ganancia de calor solar) y explique cuál es su diferencia con respecto al SC (coeficiente de sombra). ¿Cuáles son los valores del SHGC y del SC de una ventana de vidrio transparente de una sola hoja?

12-79C ¿Qué representa el SC (coeficiente de sombra) de un dispositivo? ¿Cómo es el SC de un vidrio transparente en comparación con uno absorbente del calor?

12-80C Describa las propiedades relativas a la radiación solar de una ventana que es idealmente adecuada para minimizar la carga de acondicionamiento del aire.

12-81C ¿Cuál es el efecto de un recubrimiento de baja emisividad colocado sobre la superficie interior de un vidrio de ventana en relación con *a*) la pérdida de calor en invierno y *b*) la ganancia de calor en verano a través de la ventana?

12-82 Una fábrica ubicada a 32° de latitud N tiene un área de encristalado de 60 m^2 que da el frente hacia el oeste y que consta de ventanas de hoja doble hechas de vidrio transparente (SHGC = 0.766). Con el fin de reducir la ganancia de calor solar en verano se considera colocar una película reflectora que reducirá el SHGC hasta 0.35. La temporada de enfriamiento consta de junio, julio, agosto y septiembre, y la de calefacción de octubre hasta abril. Los flujos de calor solar diarios promedios que inciden sobre el lado oeste en esta latitud son 2.35, 3.03, 3.62, 4.00, 4.20, 4.24, 4.16, 3.93, 3.48, 2.94, 2.33 y 2.07 kWh/día · m^2, para enero a diciembre, respectivamente. Asimismo, los costos unitarios de la electricidad y el gas natural son de 0.15 dólar/kWh y 0.90 dólar/therm, respectivamente. Si el coeficiente de rendimiento del sistema de enfriamiento es 3.2 y la eficiencia del hogar es 0.90, determine los ahorros netos en los costos anuales debidos a la instalación del recubrimiento reflector sobre las ventanas. También determine el periodo simple de recuperación de la inversión, si el costo de instalación de la película reflectora es de 15 dólares/m^2.

Respuestas: 40 dólares, 23 años

12-83 Una casa ubicada en Boulder, Colorado (40° de latitud N), tiene ventanas comunes de hoja doble con vidrios de 6 mm de espesor y las áreas totales de las ventanas son 8, 6, 6 y 4 m^2 sobre las paredes sur, oeste, este y norte, respectivamente. Determine la ganancia total de calor solar de la casa en el tiempo solar de las 9:00, 12:00 y 15:00 en julio. Asimismo, determine la cantidad total de ganancia de calor solar diarias, para un día promedio en enero.

12-84 Repita el problema 12-83 para ventanas de hoja doble que están teñidas de gris.

12-85 Considere un edificio en Nueva York (40° de latitud N) que tiene 76 m^2 de área de ventanas sobre su pared sur. Las ventanas son del tipo de hoja doble y absorbentes del calor, y están equipadas con persianas venecianas con un coeficiente de sombra de SC = 0.30. Determine la ganancia total de calor solar del edificio a través de las ventanas que dan hacia el sur, al medio día solar en abril. ¿Cuál sería la respuesta del lector si no hubiera persianas en las ventanas?

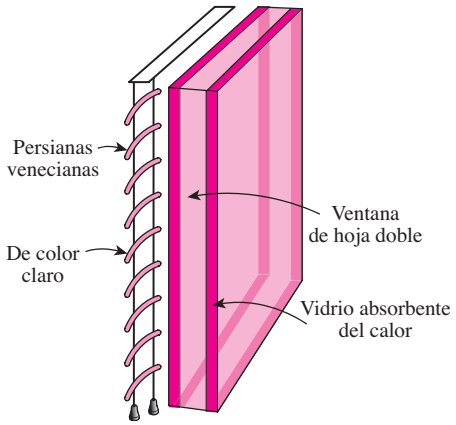


FIGURA P12-85

12-86 Un día típico de invierno en Reno, Nevada (39° de latitud N), podría ser soleado y, como consecuencia, la ganancia de calor solar a través de las ventanas puede ser mayor que la pérdida del mismo a través de ellas durante el transcurso del día. Considere una casa con ventanas del tipo de doble batiente que tienen hoja doble con vidrios de 3 mm de espesor y 6.4 mm de espacio de aire, así como marcos y espaciadores de aluminio. La casa se mantiene a 22°C en todo momento. Determine si la casa está perdiendo más o menos calor del que está ganando proveniente del Sol a través de una ventana que da al oeste, en un día típico de enero y para un periodo de 24 h, si la temperatura promedio en el exterior es de 10°C.

Respuesta: menos

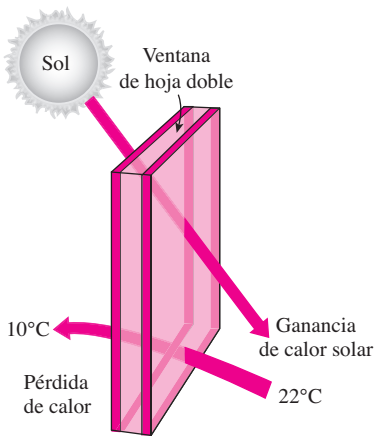


FIGURA P12-86

12-87 Repita el problema 12-86 para una ventana que da al sur.

12-88I Determine la razón de la ganancia (o pérdida) neta de calor a través de una ventana de un solo vidrio fijo de $\frac{1}{8}$ in, de 9 ft de alto y 15 ft de ancho con marco de aluminio ubicada en la pared oeste, en el tiempo solar de las 3 p.m. durante un día típico de enero en un lugar cercano a los 40° de latitud N, cuando las temperaturas en el interior y el exterior son de 78°F y 20°F, respectivamente. *Respuesta:* ganancia de 11 630 Btu/h

12-89 Considere un edificio ubicado cerca de los 40° de latitud N que tiene áreas iguales de ventanas por los cuatro lados. La propietaria del edificio está considerando recubrir con pe-

lícula reflectora las ventanas que dan hacia el sur con el fin de reducir la ganancia de calor solar y, de este modo, la carga de enfriamiento. Pero alguien sugiere que la propietaria reducirá incluso más la carga de enfriamiento si, por el contrario, recubre las ventanas que dan al oeste. ¿Qué piensa de ello el lector?

Problemas de repaso

12-90 La luz de día y la luz incandescente pueden aproximarse como un cuerpo negro a las temperaturas superficiales efectivas de 5 800 K y 2 800 K, respectivamente. Determine la longitud de onda a la emisión máxima de radiación para cada una de las fuentes lumínicas.

12-91 Un sensor de radiación y una pequeña superficie de área A_1 que emite radiación como un cuerpo negro se orientan como se muestra en la figura. Determine la distancia L a la cual el sensor mide dos terceras partes de la razón de radiación emitida de la superficie A_1 correspondiente a la posición directamente bajo el sensor a $L = 0$.

Respuesta: 0.237 m

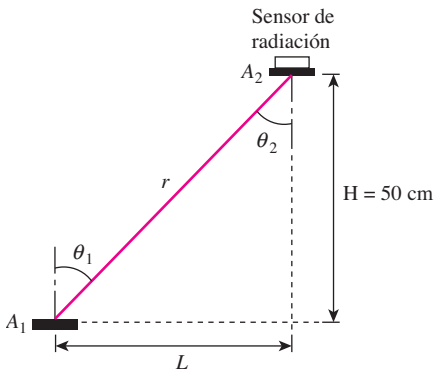


FIGURA P12-91

12-92 Una placa plana opaca horizontal está bien aislada de sus bordes y en la superficie inferior. La superficie superior tiene un área de 5 m^2 y experimenta radiación uniforme a una razón de 5 000 W. La placa absorbe 4 000 W de la irradiación y la superficie pierde calor a una razón de 500 W por convección. Si la placa mantiene una temperatura uniforme de 350 K, determine la absortividad, reflectividad y emisividad de la placa.

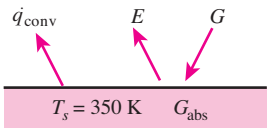


FIGURA P12-92

12-93 La emisividad espectral de una superficie opaca a 1 200 K se expresa aproximadamente como

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0 && \text{para} \quad \lambda < 2\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 &= 0.85 && \text{para} \quad 2 \le \lambda \le 6\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 &= 0 && \text{para} \quad \lambda > 6\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Determine la emisividad total y el flujo de emisión de la superficie.

12-94 La transmisividad espectral de una cubierta de vidrio usada en un colector solar se expresa como

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0 && \text{para} \quad \lambda < 0.3\ \mu\text{m} \\ \tau_2 &= 0.9 && \text{para} \quad 0.3 < \lambda < 3\ \mu\text{m} \\ \tau_3 &= 0 && \text{para} \quad \lambda > 3\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Incide radiación solar a razón de 950 W/m^2 y la placa de absorción, la cual se puede considerar como negra, se mantiene a 340 K por el agua de enfriamiento. Determine *a*) el flujo solar incidente sobre la placa de absorción, *b*) la transmisividad de la cubierta de vidrio para la radiación emitida por la placa de absorción y *c*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua de enfriamiento, si la temperatura de la cubierta de vidrio también es de 340 K.

12-95 Considere una pequeña superficie negra de área A = 3.5 cm^2 que se mantiene a 750 K. Determine la razón a la cual la energía de radiación es emitida por la superficie a través de una abertura con forma de anillo definida por $0 \le \phi \le 2\pi$ y $40° \le \theta \le 50°$, en donde ϕ es el ángulo azimutal y θ es el ángulo que el haz de radiación forma con la perpendicular a la superficie.

12-96 La absortividad espectral de una superficie opaca es como la que se muestra en la gráfica. Determine la absortividad de la superficie para la radiación emitida por una fuente a *a*) 1 000 K y *b*) 3 000 K.

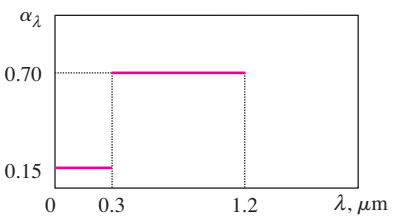


FIGURA P12-96

12-97 La superficie del problema 12-96 recibe radiación solar a razón de 470 W/m^2. Determine la absortividad solar de la superficie y la velocidad de absorción de la radiación solar.

12-98 La transmisividad espectral de un vidrio común de 3 mm de espesor se puede expresar como

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0 && \text{para} \quad \lambda < 0.35\ \mu\text{m} \\ \tau_2 &= 0.85 && \text{para} \quad 0.35 < \lambda < 2.5\ \mu\text{m} \\ \tau_3 &= 0 && \text{para} \quad \lambda > 2.5\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Determine la transmisividad de este vidrio para la radiación solar. ¿Cuál es la transmisividad de este vidrio para la luz?

12-99 Una cavidad esférica de 1 m de diámetro se mantiene a una temperatura uniforme de 600 K. Ahora, se perfora un agujero de 5 mm de diámetro. Determine la velocidad máxima de la emisión de energía de radiación a través del agujero. ¿Cuál sería la respuesta del lector si el diámetro de la cavidad fuera de 3 m?

12-100 Incide radiación solar sobre la superficie del frente de una placa delgada con las componentes directa y difusa de 300 y 250 W/m^2, respectivamente. La radiación directa forma un ángulo de 30° con la normal a la superficie. Las superficies de la placa tienen una absortividad solar de 0.63 y una emisividad de 0.93. La temperatura del aire es de 5°C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 20 W/m^2 · °C. La temperatura efectiva del cielo para la superficie del frente es −33°C, en tanto que las superficies circundantes están a 5°C para la superficie posterior. Determine la temperatura de equilibrio de la placa.

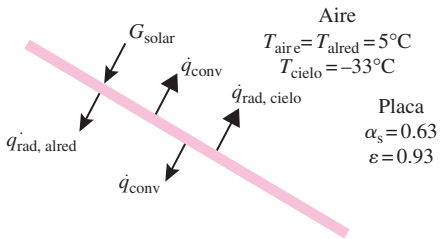


FIGURA P12-100

12-101 La piel humana es "selectiva" cuando se trata de la absorción de la radiación solar que hace contacto con ella perpendicularmente. La piel absorbe sólo 50% de la radiación incidente con longitudes de onda entre $\lambda_1 = 0.517\ \mu$m y $\lambda_2 = 1.552\ \mu$m. La radiación con longitudes de onda menores que λ_1 y mayores que λ_2 se absorbe por completo. La superficie solar puede modelarse como un cuerpo negro con temperatura superficial efectiva de 5 800 K. Calcule la fracción de la radiación solar incidente que se absorbe a través de la piel humana.

12-102 Una superficie pequeña de área $A = 3$ cm^2 emite radiación con una intensidad de radiación que se puede expresar como $I_e(\theta, \phi) = 100\ \phi \cos\theta$, donde I_e tiene las unidades de W/m^2 · sr. Determine la potencia emisiva de la superficie hacia el hemisferio circundante, y la razón de emisión de radiación de la superficie. *Respuestas:* 658 W/m^2, 0.197 W

12-103 Una superficie pequeña de área $A_1 = 3$ cm^2 y sensor de radiación de área $A_2 = 1$ cm^2 están orientados como se muestra en la figura. La superficie A_1 es opaca (emisor y reflector difusos) y mantiene una temperatura constante de $T_1 = 400$ K. La absortividad y emisividad de la superficie A_1 son 0.5 y 0.7, respectivamente. Si la superficie A_1 está experimentando 200 W/m^2 de irradiación, determine la razón a la cual la radiación emitida de A_1 es interceptada por el sensor.

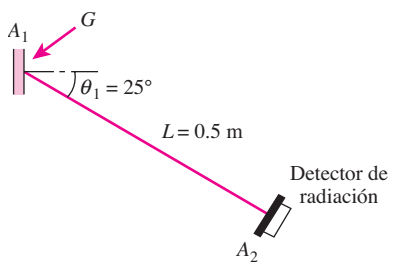


FIGURA P12-103

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

12-104 Considere una superficie a −10°C en un ambiente a 25°C. La razón máxima de calor que se puede emitir desde esta superficie por radiación es

a) 152 W/m^2 *b*) 176 W/m^2 *c*) 211 W/m^2
d) 271 W/m^2 *e*) 324 W/m^2

12-105 La longitud de onda a la cual la potencia de emisión del cuerpo negro alcanza su valor máximo a 300 K es

a) 5.1 μm *b*) 9.7 μm *c*) 15.5 μm
d) 38.0 μm *e*) 73.1 μm

12-106 Considere una superficie a 900 K. La potencia de emisión espectral del cuerpo negro a una longitud de onda de 50 μm es

a) 3.2 W/m^2 · μm *b*) 9.6 W/m^2 · μm
c) 24 W/m^2 · μm *d*) 76 W/m^2 · μm
e) 108 W/m^2 · μm

12-107 Una superficie absorbe 10% de radiación a longitudes de onda menores que 3 μm y 50% a longitudes de onda mayores que 3 μm. La absortividad promedio de esta superficie para la radiación emitida por una fuente a 3 000 K es

a) 0.14 *b*) 0.22 *c*) 0.30 *d*) 0.38 *e*) 0.42

12-108 Considere una barra cilíndrica de 4 cm de diámetro y 6 cm de largo a 1 200 K. Si la emisividad de la superficie de la barra es 0.75, la cantidad total de radiación emitida por todas las superficies de ella en 20 min es

a) 88 kJ *b*) 118 kJ *c*) 6 661 kJ
d) 1 064 kJ *e*) 1 418 kJ

12-109 Incide radiación solar sobre un cuerpo semitransparente a razón de 500 W/m^2. Si 150 W/m^2 de esta radiación incidente se refleja de regreso y 225 W/m^2 se transmite a través del cuerpo, la absortividad de éste es

a) 0 *b*) 0.25 *c*) 0.30 *d*) 0.45 *e*) 1

12-110 Incide radiación solar sobre una superficie opaca a razón de 400 W/m^2. La emisividad de la superficie es 0.65 y la absortividad a la radiación solar es 0.85. El coeficiente de convección entre la superficie y el medio ambiente a 25°C es 6 W/m^2 · °C. Si la superficie está expuesta a la atmósfera con una temperatura efectiva del cielo de 250 K, la temperatura de equilibrio de esa superficie es

a) 281 K *b*) 298 K *c*) 303 K
d) 317 K *e*) 339 K

12-111 Una superficie está expuesta a radiación solar. Las componentes directa y difusa de la radiación solar son 480 y 250 W/m^2, respectivamente, y la radiación directa forma un ángulo de 35° con la normal a la superficie. La absortividad solar y la emisividad de la superficie son 0.24 y 0.41, respectivamente. Si se observa que la superficie está a 315 K y la temperatura efectiva del cielo es de 256 K, la razón neta de la transferencia de calor por radiación a la superficie es

a) −79 W/m^2 *b*) −22 W/m^2 *c*) 25 W/m^2
d) 154 W/m^2 *e*) 643 W/m^2

12-112 Una superficie a 300°C tiene una emisividad de 0.7 en el rango de longitud de onda de 0-4.4 μm y de 0.3 sobre el resto del rango de la longitud de onda. A una temperatura de 300°C,

19% de la potencia de emisión del cuerpo negro se encuentra en el rango de longitud de onda hasta 4.4 μm. La emisividad total de esta superficie es

a) 0.300 *b*) 0.376 *c*) 0.624
d) 0.70 *e*) 0.50

Problemas de diseño y ensayo

12-113 Escriba un ensayo sobre las propiedades relativas a la radiación de las superficies selectivas que se usan en las placas de absorción de los colectores solares. Averigüe acerca de las diversas clases de esas superficies y discuta su rendimiento y su costo. Recomiende una superficie selectora que optimice el costo y el rendimiento.

12-114 Según un informe de la Atomic Energy Commission, una bomba de hidrógeno se puede considerar como una gran bola de fuego a una temperatura de 7 200 K. El lector debe valorar el impacto de la explosión de una bomba de ese tipo a 5 km por encima de una ciudad. Suponga que el diámetro de la bola de fuego es de 1 km y que la explosión dura 15 s. Investigue el nivel de radiación al que quedarían expuestas la gente, las plantas y las casas y de qué manera resultarían afectadas adversamente por la explosión.

CAPÍTULO 13

TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN

En el capítulo 12 se han considerado los aspectos fundamentales de la radiación y de las propiedades relativas a la radiación de las superficies. Ahora nos encontramos en posición de considerar el intercambio de radiación entre dos o más superficies, que es la cantidad que más interesa en la mayor parte de los problemas acerca de la radiación.

Se inicia este capítulo con una discusión de los factores de visión y de las reglas asociadas con ellos. Se dan expresiones para esos factores y los diagramas para algunas configuraciones comunes, y se presenta el método de las cuerdas cruzadas. A continuación se discute la transferencia de calor por radiación, en primer lugar entre superficies negras y, en seguida, entre superficies no negras, aplicando el enfoque de redes de radiación. Se continúa con los blindajes contra la radiación y se discute el efecto de ésta sobre las mediciones de temperatura y sobre la comodidad. Por último, se considera la radiación de los gases y se discuten las emisividades y absortividades de cuerpos gaseosos de varias formas. También se aborda el intercambio de radiación entre las paredes de las cámaras de combustión y los gases emisores y absorbentes a alta temperatura que se encuentran en el interior de esas cámaras.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Definir el factor de visión y entender su importancia en los cálculos de transferencia de calor por radiación;
- Desarrollar relaciones del factor de visión y calcular factores de visión desconocidos en un recinto, aplicando estas relaciones;
- Calcular la transferencia de calor por radiación entre superficies negras;
- Determinar la transferencia de calor por radiación entre superficies difusas y grises en un recinto, usando el concepto de radiosidad;
- Obtener relaciones para la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las superficies de un recinto de dos superficies, incluyendo dos placas grandes paralelas, dos cilindros concéntricos largos y dos esferas concéntricas;
- Cuantificar el efecto de los blindajes contra la radiación sobre la reducción de la transferencia de calor por radiación entre dos superficies, y adquirir conciencia de la importancia del efecto de la radiación en las mediciones de temperatura.

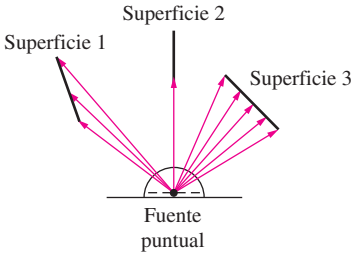


FIGURA 13-1
El intercambio de calor por radiación entre las superficies depende de la *orientación* de unas en relación con las otras, y esta dependencia con respecto a la orientación se toma en cuenta mediante el *factor de visión*.

13-1 ▪ EL FACTOR DE VISIÓN

La transferencia de calor por radiación entre las superficies depende de la *orientación* de unas en relación con las otras, así como de sus propiedades con respecto a la radiación y de las temperaturas, como se ilustra en la figura 13-1. Por ejemplo, una excursionista hará el mejor uso de una fogata en una noche fría colocándose tan cerca del fuego como le sea posible y bloqueando el máximo de radiación que provenga de éste poniéndose de frente hacia ésta y no de lado. Del mismo modo, una persona aprovechará la mayor cantidad de radiación solar que incide sobre ella y tomará un baño de sol tendiéndose sobre su espalda en lugar de permanecer de pie.

Para tomar en cuenta los efectos de la orientación sobre la transferencia de calor por radiación entre dos superficies, definimos un nuevo parámetro llamado *factor de visión*, el cual es una cantidad puramente geométrica independiente de las propiedades de la superficie y de la temperatura. También se llama *factor de forma*, *factor de configuración* y *factor de ángulo*. El factor de visión que se basa en la hipótesis de que las superficies son emisoras y reflectoras difusas se llama *factor de visión difusa*, y el que se basa en la hipótesis de que las superficies son emisoras difusas pero reflectoras especulares se llama *factor de visión especular*. En este libro se considera el intercambio de radiación sólo entre superficies difusas y, por lo tanto, el término *factor de visión* sencillamente significa *factor de visión difusa*.

El factor de visión de una superficie i hacia una superficie j se denota por $F_{i \to j}$, o sólo F_{ij}, y se define como

$$F_{ij} = \textit{la fracción de la radiación que sale de la superficie } i \textit{ y choca directamente contra la superficie } j$$

La notación $F_{i \to j}$ resulta instructiva para los principiantes, ya que hace resaltar que el factor de visión es para la radiación que viaja de la superficie i hacia la j. Sin embargo, esta notación se vuelve un tanto incómoda cuando tiene que usarse muchas veces en un problema. En esos casos, resulta conveniente reemplazarla por su versión *abreviada* F_{ij}.

El factor de visión F_{12} representa la fracción de radiación que sale de la superficie 1 y choca directamente contra la 2, y F_{21} representa la fracción de la radiación que sale de la superficie 2 y choca directamente contra la 1. Note que la radiación que choca contra una superficie no necesariamente es absorbida por esa superficie. Asimismo, en la evaluación de los factores de visión no se considera la radiación que choca contra una superficie después de ser reflejada por otras.

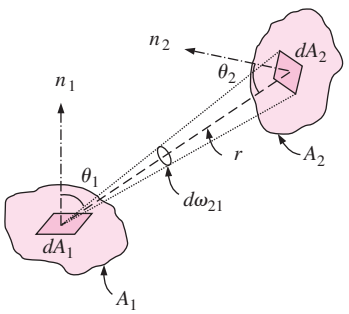


FIGURA 13-2
Configuración geométrica para la determinación del factor de visión entre dos superficies.

Con el fin de desarrollar una expresión general para el factor de visión, considere dos superficies diferenciales, dA_1 y dA_2, sobre dos superficies orientadas de manera arbitraria, A_1 y A_2, respectivamente, como se muestra en la figura 13-2. La distancia entre dA_1 y dA_2 es r y los ángulos entre las normales a las superficies y la recta que une a dA_1 con dA_2 son θ_1 y θ_2, respectivamente. La superficie 1 emite y refleja radiación de manera difusa en todas direcciones, con una intensidad constante de I_1, y el ángulo sólido subtendido por dA_2 cuando se ve desde dA_1 es $d\omega_{21}$.

La razón a la cual la radiación sale de dA_1 en la dirección de θ_1 es $I_1 \cos \theta_1 dA_1$. Dado que $d\omega_{21} = dA_2 \cos \theta_2 / r^2$, la porción de esta radiación que choca contra dA_2 es

$$\dot{Q}_{dA_1 \to dA_2} = I_1 \cos \theta_1 dA_1 d\omega_{21} = I_1 \cos \theta_1 dA_1 \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} \qquad \textbf{(13-1)}$$

La razón total a la cual la radiación sale de dA_1 (a través de la emisión y la reflexión) en todas direcciones es la radiosidad (la cual es $J_1 = \pi I_1$) multiplicada por el área superficial,

$$\dot{Q}_{dA_1} = J_1 dA_1 = \pi I_1 dA_1 \tag{13-2}$$

Entonces el *factor diferencial de visión*, $dF_{dA_1 \to dA_2}$, el cual es la fracción de radiación que sale de dA_1 y que choca directamente contra dA_2, queda

$$dF_{dA_1 \to dA_2} = \frac{\dot{Q}_{dA_1 \to dA_2}}{\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \tag{13-3}$$

Se puede determinar el factor diferencial de visión $dF_{dA_2 \to dA_1}$, a partir de la ecuación 13-3, intercambiando los subíndices 1 y 2.

Se puede determinar el factor de visión de un área diferencial dA_1 hacia un área finita A_2 basándose en el hecho de que la fracción de radiación que sale de dA_1 y que choca contra A_2 es la suma de las fracciones de radiación que chocan contra las áreas diferenciales dA_2. Por lo tanto, el factor de visión $F_{dA_1 \to A_2}$ se determina al integrar $dF_{dA_1 \to dA_2}$ sobre A_2,

$$F_{dA_1 \to A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \tag{13-4}$$

La razón total a la cual la radiación sale de A_1 (a través de la emisión y la reflexión) en todas direcciones es

$$\dot{Q}_{A_1} = J_1 A_1 = \pi I_1 A_1 \tag{13-5}$$

La porción de esta radiación que choca contra dA_2 se determina al considerar la radiación que sale de dA_1 y choca contra dA_2 (dada por la ecuación 13-1) e integrándola sobre A_1,

$$\dot{Q}_{A_1 \to dA_2} = \int_{A_1} \dot{Q}_{dA_1 \to dA_2} = \int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dA_2}{r^2} dA_1 \tag{13-6}$$

La integración de esta relación sobre A_2 da la radiación que choca contra A_2,

$$\dot{Q}_{A_1 \to A_2} = \int_{A_2} \dot{Q}_{A_1 \to dA_2} = \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} dA_1 \, dA_2 \tag{13-7}$$

Si se divide esto entre la radiación total que sale de A_1 (tomada de la ecuación 13-5) da la fracción de radiación que sale de A_1 y que choca contra A_2, la cual es el factor de visión $F_{A_1 \to A_2}$ (o, en forma abreviada, F_{12}),

$$F_{12} = F_{A_1 \to A_2} = \frac{\dot{Q}_{A_1 \to A_2}}{\dot{Q}_{A_1}} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 \, dA_2 \tag{13-8}$$

El factor de visión $F_{A_2 \to A_1}$ se determina con facilidad basándose en la ecuación 13-8, intercambiando los subíndices 1 y 2,

$$F_{21} = F_{A_2 \to A_1} = \frac{\dot{Q}_{A_2 \to A_1}}{\dot{Q}_{A_2}} = \frac{1}{A_2} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \tag{13-9}$$

Note que I_1 es constante pero r, θ_1 y θ_2 son variables. También las integraciones se pueden llevar a cabo en cualquier orden, puesto que los límites de integración son constantes. Estas relaciones confirman que el factor de visión entre dos superficies depende de su orientación mutua y de la distancia entre ellas.

Combinando las ecuaciones 13-8 y 13-9, después de multiplicar la primera por A_1 y la segunda por A_2, da

$$A_1F_{12} = A_2F_{21} \tag{13-10}$$

la cual se conoce como **relación de reciprocidad** para los factores de visión. Ésta permite el cálculo de uno de los factores de visión si se conoce el otro.

Las relaciones del factor de visión antes desarrolladas son aplicables a cualesquiera dos superficies i y j, siempre que ambas sean emisoras y reflectoras difusas (de modo que sea válida la hipótesis de intensidad constante). Para el caso especial de $j = i$, tenemos

$$F_{i \to i} = \textit{la fracción de radiación que sale de la superficie } i \textit{ y que choca directamente consigo misma}$$

Puesto que en ausencia de campos electromagnéticos fuertes los haces de radiación viajan en trayectorias rectas, el factor de visión de una superficie hacia sí misma será cero, a menos que la superficie "se vea" a sí misma. Por lo tanto, $F_{i \to i} = 0$ para las superficies *planas* o *convexas* y $F_{i \to i} \neq 0$ para las superficies cóncavas, como se ilustra en la figura 13-3.

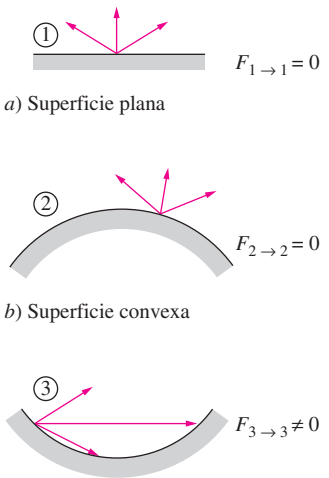


FIGURA 13-3
El factor de visión de una superficie hacia sí misma es *cero* para las superficies *planas* o *convexas*, y *diferente de cero* para las superficies *cóncavas*.

El valor del factor de visión va desde *cero* hasta *uno*. El caso límite $F_{i \to j} = 0$ indica que las superficies no tienen una visión directa entre sí y, por lo tanto, la radiación que sale de la superficie i no puede chocar en forma directa contra la superficie j. El otro caso límite $F_{i \to j} = 1$ indica que la superficie j rodea por completo a la i, de modo que toda la radiación que sale de esta última es interceptada por aquélla. Por ejemplo, en una configuración geométrica que consta de dos esferas concéntricas, toda la radiación que sale de la superficie de la esfera más pequeña (superficie 1) chocará contra la esfera más grande (superficie 2) y, como consecuencia, $F_{1 \to 2} = 1$, como se ilustra en la figura 13-4.

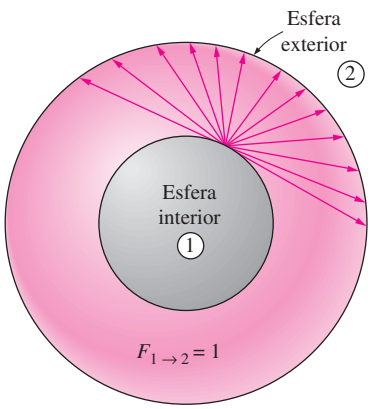


FIGURA 13-4
En una configuración geométrica que consta de dos esferas concéntricas, el factor de visión $F_{1 \to 2} = 1$, ya que toda la radiación que sale de la superficie de la esfera más pequeña será interceptada por la más grande.

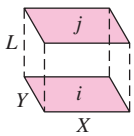
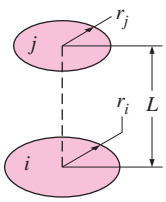
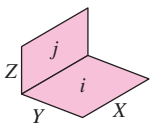
El factor de visión ha probado ser muy útil en el análisis de la radiación en virtud de que nos permite expresar la *fracción de radiación* que sale de una superficie y que choca contra otra en términos de la orientación de una en relación con la otra. La hipótesis subyacente en este proceso es que la radiación que una superficie recibe de una fuente es directamente proporcional al ángulo que abarca dicha superficie cuando ésta se ve desde la fuente. Éste sería el caso sólo si la radiación que sale de la fuente es *uniforme* en todas direcciones sobre toda su superficie y si el medio entre las superficies no *absorbe*, *emite* ni *dispersa* la radiación. Es decir, será el caso cuando las superficies sean *isotérmicas* así como emisoras y reflectoras *difusas*, y que estén separadas por un medio *no participante*, como el vacío o aire.

Se puede determinar el factor de visión $F_{1 \to 2}$ entre dos superficies A_1 y A_2 de manera sistemática expresando en primer lugar el factor de visión entre las dos áreas diferenciales dA_1 y dA_2 en términos de las variables espaciales y, a continuación, llevar a cabo las integraciones necesarias. Sin embargo, este procedimiento no resulta práctico, ya que, incluso para las configuraciones geométricas más sencillas, las integraciones resultantes suelen ser muy complejas y difíciles de realizar.

Se tienen evaluados los factores de visión de cientos de configuraciones geométricas comunes, en varias publicaciones se dan los resultados en forma analítica, gráfica o tabular. En las tablas 13-1 y 13-2 se dan los factores de visión para configuraciones geométricas seleccionadas, en forma *analítica*, y en las figuras 13-5 a 13-8, en forma *gráfica*. Los factores de visión de la tabla

TABLA 13-1

Expresiones del factor de visión para algunas configuraciones geométricas comunes de tamaño finito (3D)

Configuración geométrica	Relación
Rectángulos paralelos alineados 	$\overline{X} = X/L$ y $\overline{Y} = Y/L$ $F_{i\to j} = \frac{2}{\pi\overline{X}\overline{Y}}\left\{\ln\left[\frac{(1+\overline{X}^2)(1+\overline{Y}^2)}{1+\overline{X}^2+\overline{Y}^2}\right]^{1/2} + \overline{X}(1+\overline{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\overline{X}}{(1+\overline{Y}^2)^{1/2}} + \overline{Y}(1+\overline{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\overline{Y}}{(1+\overline{X}^2)^{1/2}} - \overline{X}\tan^{-1}\overline{X} - \overline{Y}\tan^{-1}\overline{Y}\right\}$
Discos paralelos coaxiales 	$R_i = r_i/L$ y $R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$ $F_{i\to j} = \frac{1}{2}\left\{S - \left[S^2 - 4\left(\frac{r_j}{r_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$ Para $r_i = r_j = r$ y $R = r/L$: $F_{i\to j} = F_{j\to i} = 1 + \frac{1-\sqrt{4R^2+1}}{2R^2}$
Rectángulos perpendiculares con una arista común 	$H = Z/X$ y $W = Y/X$ $F_{i\to j} = \frac{1}{\pi W}\left(W\tan^{-1}\frac{1}{W} + H\tan^{-1}\frac{1}{H} - (H^2+W^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4}\ln\left\{\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2}\left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)}\right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)}\right]^{H^2}\right\}\right)$

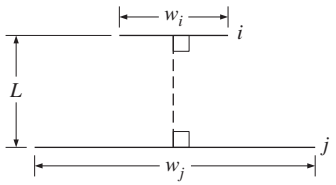
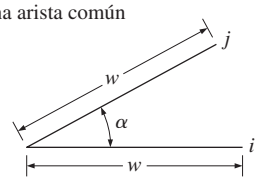
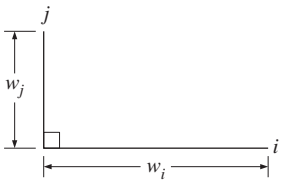
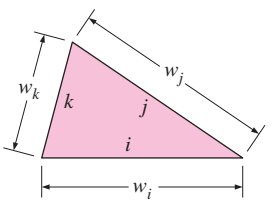
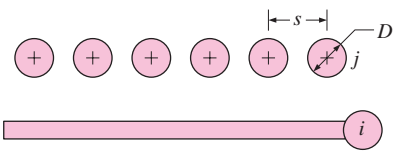
13-1 son para configuraciones geométricas tridimensionales. Por otra parte, los de la tabla 13-2 son para configuraciones geométricas que son *infinitamente largas* en la dirección perpendicular al plano del papel y, por lo tanto, son bidimensionales.

13-2 ▪ RELACIONES DEL FACTOR DE VISIÓN

El análisis de radiación sobre un recinto cerrado que consta de N superficies requiere la evaluación de N^2 factores de visión y este proceso de evaluación quizá sea la parte que requiere más tiempo en ese tipo de análisis. Sin embargo, no resulta práctico ni es necesario evaluar en forma directa todos los factores de visión. Una vez que se dispone de un número suficiente de ellos, el resto se puede determinar utilizando algunas relaciones fundamentales que existen entre los mismos, como se discutirá en seguida.

TABLA 13-2

Expresiones del factor de visión para algunas configuraciones geométricas infinitamente largas (2D)

Configuración geométrica	Relación
Placas paralelas con sus líneas medias conectadas mediante una recta perpendicular 	$W_i = w_i/L$ y $W_j = w_j/L$ $F_{i\to j} = \dfrac{[(W_i+W_j)^2+4]^{1/2} - (W_j-W_i)^2+4]^{1/2}}{2W_i}$
Placas inclinadas de anchos iguales y con una arista común 	$F_{i\to j} = 1 - \text{sen}\,\frac{1}{2}\alpha$
Placas perpendiculares con una arista común 	$F_{i\to j} = \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\frac{w_j}{w_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$
Recinto cerrado de tres lados 	$F_{i\to j} = \dfrac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$
Plano infinito y fila de cilindros 	$F_{i\to j} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \frac{D}{s}\tan^{-1}\left(\frac{s^2-D^2}{D^2}\right)^{1/2}$

1 La relación de reciprocidad

Los factores de visión $F_{i\to j}$ y $F_{j\to i}$ *no* son iguales entre sí, a menos que las áreas de las dos superficies lo sean; es decir,

$$F_{j\to i} = F_{i\to j} \quad \text{cuando} \quad A_i = A_j$$
$$F_{j\to i} \neq F_{i\to j} \quad \text{cuando} \quad A_i \neq A_j$$

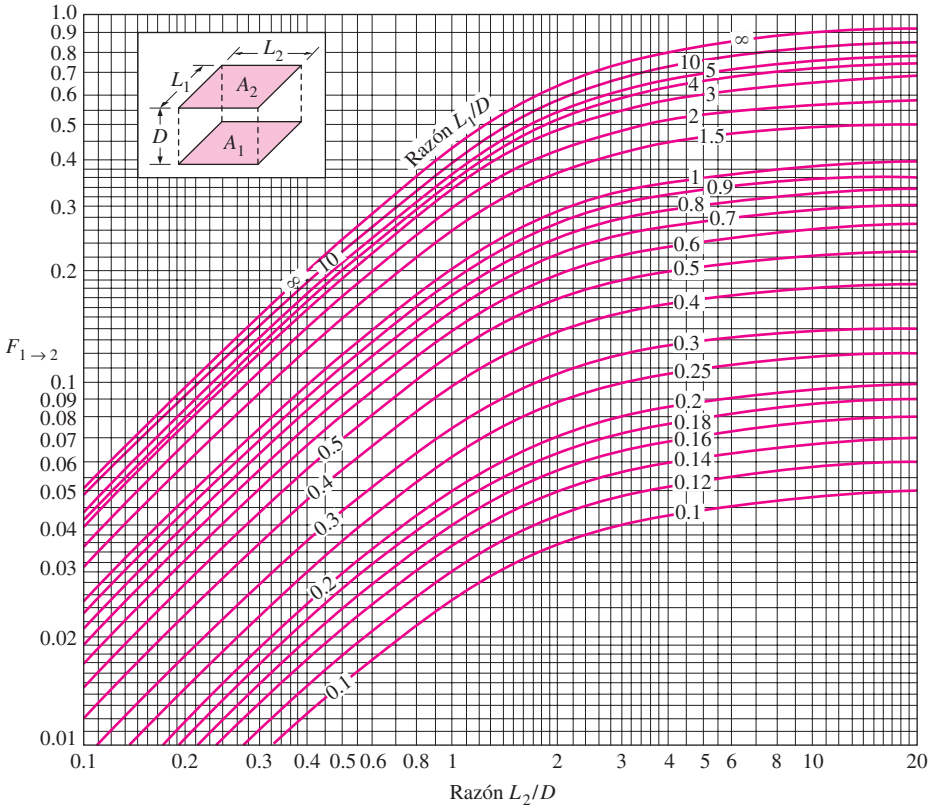


FIGURA 13-5
Factor de visión entre dos rectángulos paralelos alineados de igual tamaño.

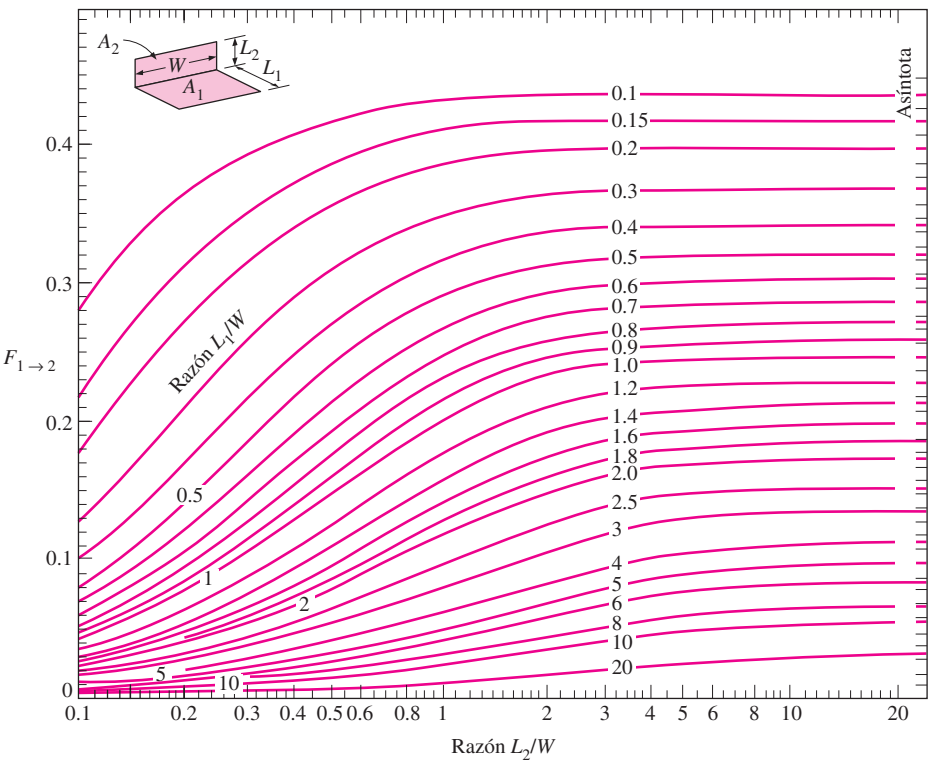


FIGURA 13-6
Factor de visión entre dos rectángulos perpendiculares con una arista común.

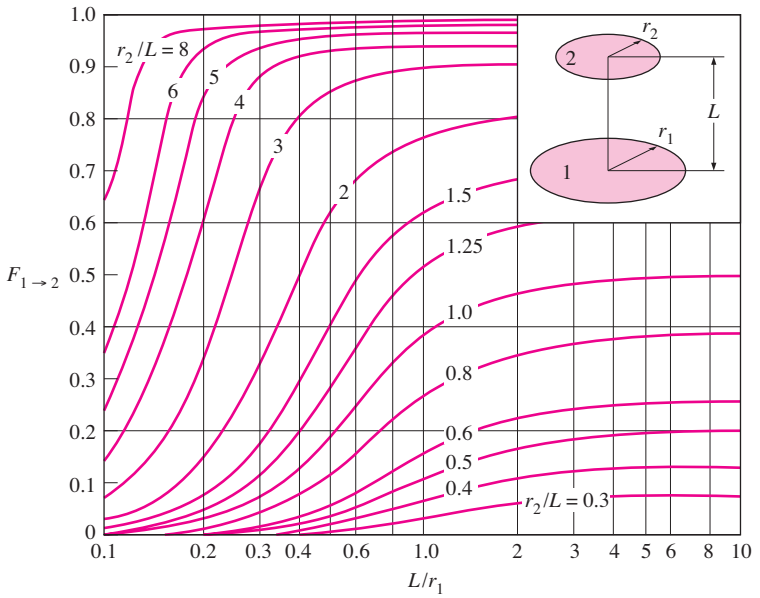


FIGURA 13-7
Factor de visión entre dos discos paralelos coaxiales.

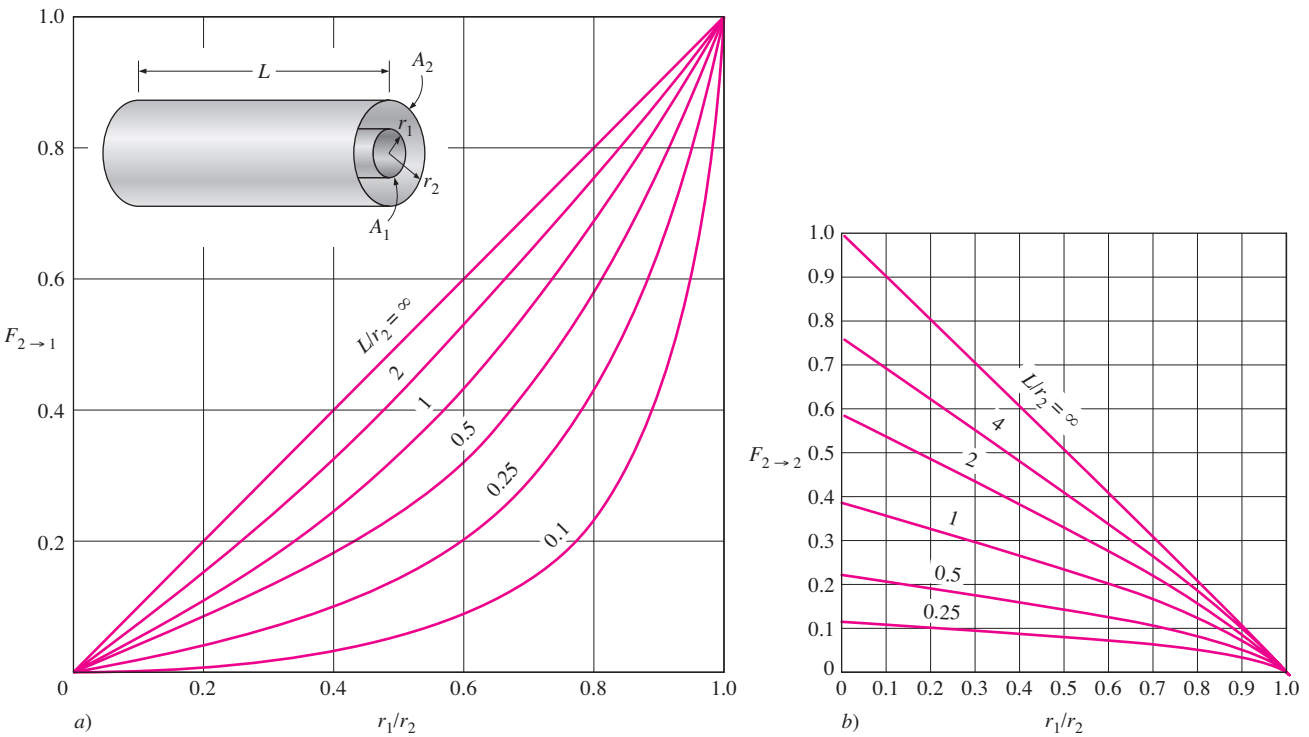


FIGURA 13-8
Factores de visión para dos cilindros concéntricos de longitud finita: *a*) del cilindro exterior hacia el interior; *b*) del cilindro exterior hacia sí mismo.

Al principio hemos demostrado que la pareja de factores de visión $F_{i \to j}$ y $F_{j \to i}$ están relacionados entre sí por

$$A_i F_{i \to j} = A_j F_{j \to i} \tag{13-11}$$

A esta relación se le menciona como **relación de reciprocidad** o **regla de reciprocidad**, y permite determinar la contraparte de un factor de visión a partir del conocimiento del propio factor y de las áreas de las dos superficies. Cuando se determina la pareja de factores de visión $F_{i \to j}$ y $F_{j \to i}$, tiene sentido evaluar en forma directa el más fácil de ellos y, en seguida, el más difícil mediante la aplicación de la relación de reciprocidad.

2 La regla de la suma

Normalmente, el análisis relativo a la radiación de una superficie requiere la consideración de la radiación que entra y sale en todas direcciones. Por lo tanto, la mayor parte de los problemas relativos a la radiación que se encuentran en la práctica comprenden espacios cerrados. Al formular un problema de radiación solemos formar un *recinto cerrado* que contenga las superficies que interactúan por radiación. Incluso las aberturas se tratan como superficies imaginarias con propiedades relativas a la radiación equivalentes a las de la abertura.

El principio de conservación de la energía requiere que toda la radiación que sale de cualquier superficie i de un recinto cerrado sea interceptada por las superficies del propio recinto. Por lo tanto, *la suma de los factores de visión desde la superficie i de un recinto cerrado hacia todas las superficies del propio recinto, incluso hacia sí misma, debe ser igual a la unidad*. Esto se conoce como **regla de la suma** para un recinto cerrado y se expresa como (figura 13-9)

$$\sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} = 1 \tag{13-12}$$

en donde N es el número de superficies del recinto. Por ejemplo, la aplicación de la regla de la suma a la superficie 1 de un recinto cerrado de tres superficies da

$$\sum_{j=1}^{3} F_{1 \to j} = F_{1 \to 1} + F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} = 1$$

Se puede aplicar la regla de la suma a cada superficie de un recinto al hacer variar i desde 1 hasta N. Por lo tanto, la regla de suma aplicada a cada una de las N superficies de un recinto conduce a N relaciones para la determinación de los factores de visión. Asimismo, la regla de reciprocidad produce $\frac{1}{2}N(N-1)$ relaciones adicionales. Entonces el número total de factores de visión que es necesario evaluar en forma directa para un recinto de N superficies queda

$$N^2 - [N + \tfrac{1}{2}N(N-1)] = \tfrac{1}{2}N(N-1)$$

Por ejemplo, para un recinto de seis superficies sólo es necesario determinar en forma directa $\frac{1}{2} \times 6(6-1) = 15$ factores de visión de los $6^2 = 36$. Los 21 factores de visión restantes se pueden determinar a partir de las 21 ecuaciones que se obtienen por la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la suma.

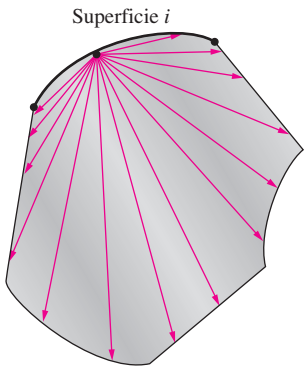


FIGURA 13-9
La radiación que sale de cualquier superficie i de un recinto cerrado debe ser interceptada por completo por las superficies del propio recinto. Por lo tanto, la suma de los factores de visión desde la superficie i hacia cada una de las superficies del recinto debe ser igual a la unidad.

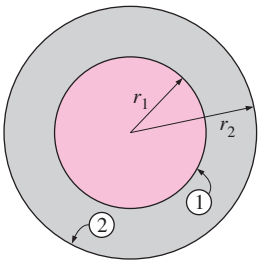


FIGURA 13-10
Configuración geométrica considerada en el ejemplo 13-1.

EJEMPLO 13-1 Factores de visión asociados con dos esferas concéntricas

Determine los factores de visión asociados con un recinto formado por dos esferas concéntricas, mostrado en la figura 13-10.

SOLUCIÓN Se deben determinar los factores de visión asociados con dos esferas concéntricas.

Suposición Las superficies son emisoras y reflectoras difusas.

Análisis La superficie exterior de la esfera más pequeña (superficie 1) y la interior de la esfera más grande (superficie 2) forman un recinto cerrado de dos superficies. Por lo tanto $N = 2$ y este recinto comprende $N^2 = 2^2 = 4$ factores de visión, los cuales son F_{11}, F_{12}, F_{21} y F_{22}. En este recinto de dos superficies, sólo es necesario determinar en forma directa

$$\tfrac{1}{2}N(N-1) = \tfrac{1}{2} \times 2(2-1) = 1$$

factor de visión. Los tres factores restantes se pueden determinar por la aplicación de las reglas de la suma y de reciprocidad. Pero resulta que en este caso no sólo se pueden determinar en forma directa uno sino *dos* factores de visión por simple *inspección*:

$F_{11} = 0$, puesto que nada de la radiación que sale de la superficie 1 choca contra ella misma

$F_{12} = 1$, puesto que toda la radiación que sale de la superficie 1 choca contra la superficie 2

En realidad sólo sería suficiente determinar uno de estos factores de visión por inspección, puesto que siempre se puede determinar el otro basándose en la regla de la suma aplicada a la superficie 1 como $F_{11} + F_{12} = 1$.

El factor de visión F_{21} se define por la aplicación de la relación de reciprocidad a las superficies 1 y 2:

$$A_1F_{12} = A_2F_{21}$$

lo cual da

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2}F_{12} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} \times 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Por último, el factor de visión F_{22} se determina aplicando la regla de la suma a la superficie 2:

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

y, por lo tanto,

$$F_{22} = 1 - F_{21} = 1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

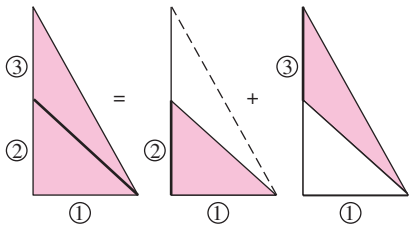
Discusión Note que cuando la esfera exterior es mucho más grande que la interior ($r_2 \gg r_1$), F_{22} tiende a uno. Esto es de esperarse, dado que en ese caso la fracción de radiación que sale de la esfera exterior y que es interceptada por la interior será despreciable. Asimismo, note que las dos esferas antes consideradas no necesitan ser concéntricas. Sin embargo, el análisis acerca de la radiación será más exacto por el caso de las que sí lo son, ya que en ese caso es más probable que la radiación sea uniforme sobre las superficies.

3 La regla de superposición

A veces en las tablas y diagramas estándar no se cuenta con el factor de visión asociado con una configuración geométrica dada. En esos casos, resulta conveniente expresar la configuración geométrica como la suma o diferencia de algunas configuraciones con factores de visión conocidos y, a continuación, aplicar la **regla de superposición**, la cual se expresa como: *el factor de visión desde una superficie i hacia una superficie j que es igual a la suma de los factores de visión desde la superficie i hacia las partes de la superficie j*. Note que la proposición inversa no es verdadera. Es decir, el factor de visión desde una superficie *j* hacia una superficie *i no* es igual a la suma de los factores de visión desde las partes de la superficie *j* hacia la superficie *i*.

Considere la configuración geométrica de la figura 13-11, la cual es infinitamente larga en la dirección perpendicular al plano del papel. La radiación que sale de la superficie 1 y choca contra las superficies combinadas 2 y 3 es igual a la suma de la radiación que choca contra las superficies 2 y 3. Por lo tanto, el factor de visión desde la superficie 1 hacia las superficies combinadas de 2 y 3 es

$$F_{1\to(2,3)} = F_{1\to 2} + F_{1\to 3} \tag{13-13}$$



$F_{1\to(2,3)} = F_{1\to 2} + F_{1\to 3}$

FIGURA 13-11
El factor de visión de una superficie hacia una superficie compuesta es igual a la suma de los factores de visión de aquélla hacia las partes de la superficie compuesta.

Suponga que se necesita hallar el factor de visión $F_{1\to 3}$. Una comprobación rápida de las expresiones y diagramas de los factores de visión que se dan en esta sección revelará que no se puede evaluar ese factor en forma directa. Sin embargo, se puede determinar con base en la ecuación 13-13 después de determinar tanto $F_{1\to 2}$ como $F_{1\to(2,3)}$ basándose en el diagrama de la figura 13-12. Por lo tanto, puede ser posible determinar algunos factores de visión complicados con relativa facilidad expresando una o las dos áreas como la suma o diferencia de otras y, a continuación, aplicando la regla de superposición.

Para obtener una relación para el factor $F_{(2,3)\to 1}$, multiplicamos la ecuación 13-13 por A_1,

$$A_1 F_{1\to(2,3)} = A_1 F_{1\to 2} + A_1 F_{1\to 3}$$

y aplicamos la relación de reciprocidad a cada término para obtener

$$(A_2 + A_3)F_{(2,3)\to 1} = A_2 F_{2\to 1} + A_3 F_{3\to 1}$$

o bien,

$$F_{(2,3)\to 1} = \frac{A_2 F_{2\to 1} + A_3 F_{3\to 1}}{A_2 + A_3} \tag{13-14}$$

Las áreas que se expresan como la suma de más de dos partes se pueden manejar de manera semejante.

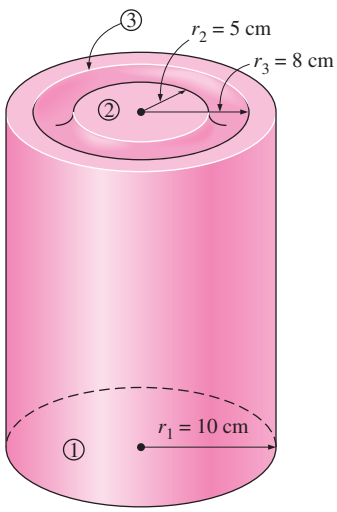


FIGURA 13-12
Recinto cilíndrico considerado en el ejemplo 13-2.

EJEMPLO 13-2 **Fracción de radiación que sale por una abertura**

Determine la fracción de la radiación que sale por la base del recinto cilíndrico mostrado en la figura 13-12 y que escapa a través de una abertura en forma de anillo coaxial en su superficie superior. El radio y la longitud del recinto son r_1 = 10 cm y L = 10 cm, en tanto que los radios interior y exterior del anillo son r_2 = 5 cm y r_3 = 8 cm, respectivamente.

SOLUCIÓN Se debe determinar la fracción de radiación que sale de la base de un recinto cilíndrico a través de una abertura en forma de anillo coaxial.

Suposición La superficie de la base es un emisor y reflector difuso.

Análisis Se pide determinar la fracción de radiación que sale de la base del recinto y escapa por una abertura en la superficie superior. En realidad lo que se pide es determinar el *factor de visión* $F_{1 \to \text{anillo}}$, desde la base del recinto hacia la superficie con forma de anillo que está en la parte superior.

No se tiene una expresión analítica o diagrama para los factores de visión entre un área circular y un anillo coaxial y, por lo tanto, no es posible determinar $F_{1 \to \text{anillo}}$ en forma directa. Sin embargo, sí contamos con un diagrama para los factores de visión entre dos discos paralelos coaxiales y siempre podemos expresar un anillo en términos de discos.

Suponga que la superficie de la base, de radio $r_1 = 10$ cm, sea la superficie 1, el área circular de $r_2 = 5$ cm que está en la parte de arriba es la superficie 2 y el área circular de $r_3 = 8$ cm es la superficie 3. Aplicando la regla de superposición, el factor de visión de la superficie 1 hacia la 3 se puede expresar como

$$F_{1 \to 3} = F_{1 \to 2} + F_{1 \to \text{anillo}}$$

puesto que la superficie 3 es la suma de la superficie 2 y el área anular. Los factores de visión $F_{1 \to 2}$ y $F_{1 \to 3}$ se determinan basándose en el diagrama de la figura 13-7.

$$\frac{L}{r_1} = \frac{10 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{r_2}{L} = \frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0.5 \xrightarrow{\text{(figura 13-7)}} = 0.11$$

$$\frac{L}{r_1} = \frac{10 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{r_3}{L} = \frac{8 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0.8 \xrightarrow{\text{(figura 13-7)}} = 0.28$$

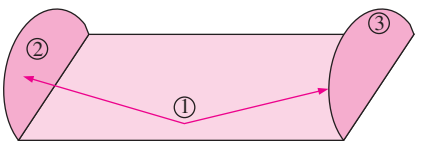
Por lo tanto,

$$F_{1 \to \text{anillo}} = F_{1 \to 3} - F_{1 \to 2} = 0.28 - 0.11 = \mathbf{0.17}$$

el cual es el resultado que se desea. Note que $F_{1 \to 2}$ y $F_{1 \to 3}$ representan las fracciones de radiación que salen de la base y que chocan contra las superficies circulares 2 y 3, respectivamente, y su diferencia da la fracción que choca contra el área anular.

4 La regla de simetría

Se puede simplificar todavía más la determinación de los factores de visión en un problema si la configuración geométrica con la que está relacionado posee algún tipo de simetría. Por lo tanto, es una buena práctica comprobar la presencia de cualquier *simetría* en un problema antes de intentar determinar los factores de visión en forma directa. La presencia de la simetría se puede determinar *por inspección*, teniendo presente la definición de factor de visión. Superficies idénticas que están orientadas de una manera idéntica con respecto a una tercera interceptarán cantidades idénticas de la radiación que salga de dicha superficie. Por lo tanto, la **regla de simetría** se puede expresar como: *dos (o más) superficies que poseen simetría con respecto a una tercera tendrán factores de visión idénticos desde esa superficie* (figura 13-13).



$F_{1 \to 2} = F_{1 \to 3}$

(Asimismo, $F_{2 \to 1} = F_{3 \to 1}$)

FIGURA 13-13
Dos superficies que son simétricas con respecto a una tercera tendrán el mismo factor de visión desde esta última.

La regla de simetría también se puede expresar como: *si las j y k son simétricas con respecto a la superficie* i *entonces* $F_{i \to j} = F_{i \to k}$. Aplicando la regla de reciprocidad podemos demostrar que, en este caso, la relación $F_{j \to i} = F_{k \to i}$ también es verdadera.

EJEMPLO 13-3 Factores de visión asociados con un tetrágono

Determine los factores de visión desde la base de la pirámide mostrada en la figura 13-14 hacia cada una de las cuatro superficies laterales. La base de la pirámide es un cuadrado y las superficies laterales son triángulos isósceles.

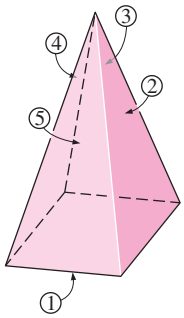


FIGURA 13-14
Pirámide considerada en el ejemplo 13-3.

SOLUCIÓN Se deben determinar los factores de visión desde la base de una pirámide hacia cada una de sus cuatro superficies laterales, para el caso de una base cuadrada.

Suposición Las superficies son emisoras y reflectoras difusas.

Análisis La base de la pirámide (superficie 1) y sus cuatro superficies laterales (superficies 2, 3, 4 y 5) forman un recinto cerrado de cinco superficies. Lo primero que advertimos acerca de este recinto es su simetría. Las cuatro superficies laterales son simétricas con respecto a la superficie base. Entonces, apoyándonos en la *regla de simetría*, se tiene

$$F_{12} = F_{13} = F_{14} = F_{15}$$

Asimismo, la *regla de la suma* aplicada a la superficie 1 da

$$\sum_{j=1}^{5} F_{1j} = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} = 1$$

Sin embargo, $F_{11} = 0$, puesto que la base es una superficie *plana*. Entonces las dos relaciones antes dadas conducen a

$$F_{12} = F_{13} = F_{14} = F_{15} = \mathbf{0.25}$$

Discusión Note que cada una de las cuatro superficies laterales de la pirámide reciben la cuarta parte de toda la radiación que sale de la superficie base, como era de esperarse. También note que la presencia de la simetría simplifica mucho la determinación de los factores de visión.

EJEMPLO 13-4 Factores de visión asociados con un ducto triangular

Determine el factor de visión desde uno de los lados hacia cualquier otro de los que forman el ducto triangular infinitamente largo, cuya sección transversal se da en la figura 13-15.

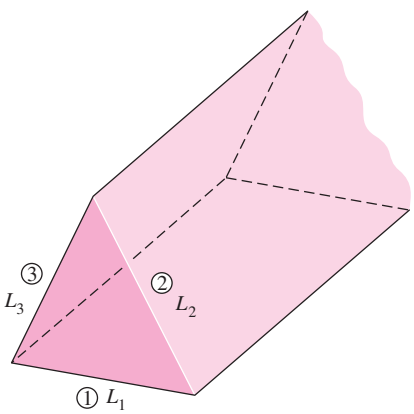


FIGURA 13-15
Ducto triangular infinitamente largo considerado en el ejemplo 13-4.

SOLUCIÓN Se deben determinar los factores de visión asociados con un ducto triangular infinitamente largo.

Suposición Las superficies son emisoras y reflectoras difusas.

Análisis Los anchos de los lados de la sección transversal triangular del ducto son L_1, L_2 y L_3, y las áreas superficiales correspondientes a ellos son A_1, A_2 y A_3, respectivamente. Puesto que el ducto es infinitamente largo, la fracción de radiación que sale de cualquiera de las superficies y que escapa por los extremos del mismo es despreciable. Por lo tanto, se puede considerar que el ducto infinitamente largo es un recinto cerrado de tres superficies, $N = 3$.

Este recinto comprende $N^2 = 3^2 = 9$ factores de visión y es necesario determinar en forma directa

$$\tfrac{1}{2}N(N-1) = \tfrac{1}{2} \times 3(3-1) = 3$$

de estos factores. Por fortuna, se puede determinar por inspección que tres de ellos son

$$F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$$

dado que las tres superficies son planas. Los seis factores restantes se pueden determinar por la aplicación de las reglas de la suma y de reciprocidad.

Aplicando la regla de la suma a cada una de las tres superficies da

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$
$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$$
$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1$$

Puesto que $F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$ y multiplicando la primera ecuación por A_1, la segunda por A_2 y la tercera por A_3 da

$$A_1F_{12} + A_1F_{13} = A_1$$
$$A_2F_{21} + A_2F_{23} = A_2$$
$$A_3F_{31} + A_3F_{32} = A_3$$

Por último, aplicando las tres relaciones de reciprocidad $A_1F_{12} = A_2F_{21}$, $A_1F_{13} = A_3F_{31}$ y $A_2F_{23} = A_3F_{32}$ da

$$A_1F_{12} + A_1F_{13} = A_1$$
$$A_1F_{12} + A_2F_{23} = A_2$$
$$A_1F_{13} + A_2F_{23} = A_3$$

El anterior es un conjunto de tres ecuaciones algebraicas con tres incógnitas, las cuales se pueden resolver para obtener

$$F_{12} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} = \frac{L_1 + L_2 - L_3}{2L_1}$$
$$F_{13} = \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} = \frac{L_1 + L_3 - L_2}{2L_1} \qquad \textbf{(13-15)}$$
$$F_{23} = \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} = \frac{L_2 + L_3 - L_1}{2L_2}$$

Discusión Note que por sencillez se han reemplazado las áreas de las superficies laterales por sus anchos correspondientes, dado que $A = Ls$ y la longitud s se puede extraer como factor común y cancelarse. Podemos generalizar este resultado como: *el factor de visión desde una de las superficies de un ducto triangular muy largo hacia otra de las superficies es igual a la suma de sus anchos menos el ancho de la tercera, divididas entre el doble del ancho de la primera superficie mencionada.*

Factores de visión entre superficies infinitamente largas: el método de las cuerdas cruzadas

Muchos problemas que se encuentran en la práctica se relacionan con configuraciones de sección transversal constante, como los canales y los ductos, que son *muy largas* en una dirección con respecto a las otras dimensiones. Se puede considerar de manera conveniente que ese tipo de configuraciones geométricas son *bidimensionales*, puesto que cualquier interacción por radiación a través de las superficies de los extremos es despreciable. Posteriormente, estas configuraciones geométricas se pueden considerar como si fueran *infinitamente largas* y el factor de visión entre sus superficies se puede determinar por el increíblemente sencillo *método de las cuerdas cruzadas* desarrollado por H. C. Hottel en la década de 1950. No es necesario que las superficies de la configuración sean planas; pueden ser convexas, cóncavas o tener cualquier forma irregular.

Con el fin de demostrar este método considere la configuración geométrica que se muestra en la figura 13-16 para intentar hallar el factor de visión $F_{1\to 2}$ entre las superficies 1 y 2. Lo primero que hacemos es identificar los puntos extremos de las superficies (los puntos A, B, C y D) y unirlos entre sí con cuerdas firmemente tensas, las cuales se encuentran indicadas por medio de

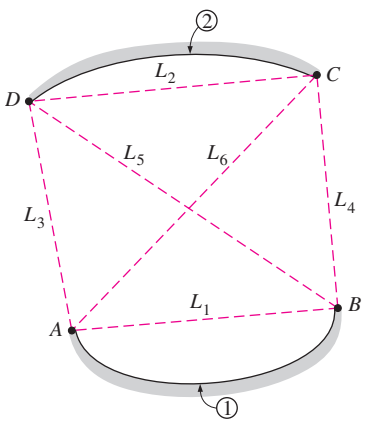


FIGURA 13-16
Determinación del factor de visión $F_{1\to 2}$ por la aplicación del método de las cuerdas cruzadas.

las rectas punteadas. Hottel ha demostrado que el factor de visión $F_{1\to 2}$ se puede expresar en términos de las longitudes de estas cuerdas, las cuales son rectas, como

$$F_{1\to 2} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1} \tag{13-16}$$

Note que $L_5 + L_6$ es la suma de las longitudes de las *cuerdas cruzadas* y $L_3 + L_4$ es la suma de las longitudes de las *cuerdas no cruzadas* sujetas a los puntos extremos. Por lo tanto, el método de las cuerdas cruzadas de Hottel se puede expresar de manera verbal como

$$F_{i\to j} = \frac{\Sigma\,(\text{Cuerdas cruzadas}) - \Sigma\,(\text{Cuerdas no cruzadas})}{2 \times (\text{Cuerda sobre la superficie } i)} \tag{13-17}$$

El método de las cuerdas cruzadas es aplicable incluso cuando las dos superficies consideradas comparten una arista común, como en un triángulo. En esos casos, la arista común se puede tratar como una cuerda imaginaria de longitud cero. El método también se puede aplicar a superficies que están parcialmente bloqueadas por otras, dejando que las cuerdas cambien de dirección alrededor de las superficies que bloquean.

EJEMPLO 13-5 El método de las cuerdas cruzadas para los factores de visión

Dos placas paralelas infinitamente largas de anchos $a = 12$ cm y $b = 5$ cm están ubicadas con una separación de $c = 6$ cm, como se muestra en la figura 13-17. *a*) Determine el factor de visión $F_{1\to 2}$ de la superficie 1 hacia la 2, aplicando el método de las cuerdas cruzadas. *b*) Deduzca la fórmula de las cuerdas cruzadas formando triángulos sobre la configuración geométrica dada y aplicando la ecuación 13-15 para los factores de visión entre los lados de los triángulos.

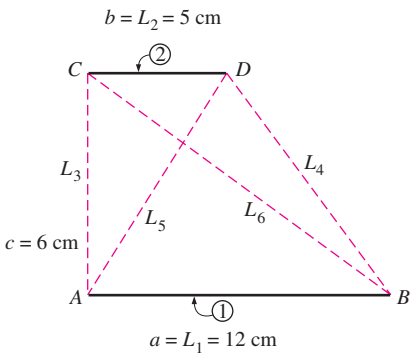


FIGURA 13-17
Las dos placas paralelas infinitamente largas consideradas en el ejemplo 13-5.

SOLUCIÓN Se deben determinar los factores de visión entre dos placas paralelas infinitamente largas aplicando el método de las cuerdas cruzadas y debe deducirse la fórmula para el factor de visión.

Suposición Las superficies son emisoras y reflectoras difusas.

Análisis *a*) En primer lugar asignamos una letra a los puntos extremos de las dos superficies y trazamos las rectas punteadas entre ellas, como se muestra en la figura 13-17. En seguida identificamos las cuerdas cruzadas y no cruzadas y aplicamos el método mencionado (ecuación 13-17) para determinar el factor de visión $F_{1\to 2}$:

$$F_{1\to 2} = \frac{\Sigma(\text{Cuerdas cruzadas}) - \Sigma\,(\text{Cuerdas no cruzadas})}{2 \times (\text{Cuerda sobre la superficie 1})} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

en donde

$$L_1 = a = 12 \text{ cm} \qquad L_4 = \sqrt{7^2 + 6^2} = 9.22 \text{ cm}$$
$$L_2 = b = 5 \text{ cm} \qquad L_5 = \sqrt{5^2 + 6^2} = 7.81 \text{ cm}$$
$$L_3 = c = 6 \text{ cm} \qquad L_6 = \sqrt{12^2 + 6^2} = 13.42 \text{ cm}$$

Sustituyendo,

$$F_{1\to 2} = \frac{[(7.81 + 13.42) - (6 + 922)]\text{ cm}}{2 \times 12 \text{ cm}} = \mathbf{0.250}$$

b) La configuración geométrica es infinitamente larga en la dirección perpendicular al plano del papel y, por consiguiente, las dos placas (superficies 1 y 2) y las dos aberturas (superficies imaginarias 3 y 4) forman un recinto cerrado de cuatro superficies. A continuación, al aplicar la regla de la suma a la superficie 1 da

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} = 1$$

Pero $F_{11} = 0$, dado que es una superficie plana. Por lo tanto,

$$F_{12} = 1 - F_{13} - F_{14}$$

en donde se pueden determinar los dos factores de visión F_{13} y F_{14} al considerar los triángulos *ABC* y *ABD*, respectivamente, y aplicando la ecuación 13-15 para los factores de visión entre los lados de triángulos. Obtenemos

$$F_{13} = \frac{L_1 + L_3 - L_6}{2L_1}, \qquad F_{14} = \frac{L_1 + L_4 - L_5}{2L_1}$$

Sustituyendo,

$$F_{12} = 1 - \frac{L_1 + L_3 - L_6}{2L_1} - \frac{L_1 + L_4 - L_5}{2L_1}$$

$$= \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

lo cual es el resultado deseado. Lo anterior también es una pequeña demostración del método de las cuerdas cruzadas para el caso de dos superficies paralelas planas infinitamente largas.

13-3 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN: SUPERFICIES NEGRAS

Hasta ahora hemos considerado la naturaleza de la radiación, las propiedades con respecto a ella de los materiales y los factores de visión, y ahora nos encontramos en posición de considerar la razón de la transferencia de calor entre superficies por radiación. En general, el análisis del intercambio por radiación entre superficies es complicado debido a la reflexión: un haz de radiación que sale de una superficie puede ser reflejado varias veces, teniéndose reflexión parcial en cada superficie, antes de que sea absorbido por completo. El análisis se simplifica mucho cuando se puede hacer una aproximación de las superficies que intervienen como cuerpos negros, en virtud de la no existencia de reflexión. En esta sección consideramos el intercambio por radiación sólo entre *superficies negras*; en la sección siguiente extendemos el análisis hacia superficies reflectoras.

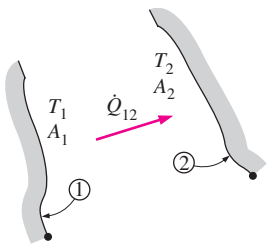


FIGURA 13-18
Dos superficies negras generales mantenidas a las temperaturas uniformes T_1 y T_2.

Considere dos superficies negras de forma arbitraria mantenidas a las temperaturas uniformes T_1 y T_2, como se muestra en la figura 13-18. Reconociendo que la radiación sale de una superficie negra a razón de $E_b = \sigma T^4$ por unidad de área superficial y que el factor de visión $F_{1\to 2}$ representa la fracción de la radiación que sale de la superficie 1 y que choca contra la 2, la razón *neta* de la transferencia de calor por radiación de la superficie 1 hacia la 2 se puede expresar como

$$\dot{Q}_{1\to 2} = \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale} \\ \text{de toda la superficie 1} \\ \text{y choca contra la superficie 2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale} \\ \text{de toda la superficie 2} \\ \text{y choca contra la superficie 1} \end{pmatrix}$$

$$= A_1 E_{b1} F_{1\to 2} - A_2 E_{b2} F_{2\to 1} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-18)}$$

Aplicando la relación de reciprocidad $A_1F_{1\to 2} = A_2F_{2\to 1}$ se obtiene

$$\dot{Q}_{1\to 2} = A_1 F_{1\to 2}\, \sigma(T_1^4 - T_2^4) \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-19)}$$

que es la relación deseada. Un valor negativo para $\dot{Q}_{1\to 2}$ indica que la transferencia neta de calor por radiación es de la superficie 2 hacia la 1.

Considere ahora un *recinto cerrado* que consta de N superficies *negras* mantenidas a temperaturas específicas. La transferencia *neta* de calor por radiación *desde* cualquier superficie i de este recinto se determina sumando las transferencias netas de calor por radiación desde la superficie i hacia cada una de las superficies del recinto:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i \to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i \to j} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-20)}$$

Una vez más, un valor negativo para $\dot{Q}$ indica que la transferencia neta de calor por radiación es *hacia* la superficie i (es decir, la superficie i *gana* energía por radiación en lugar de perderla). Asimismo, la transferencia neta de calor desde una superficie hacia sí misma es cero, sin importar su forma.

EJEMPLO 13-6 Transferencia de calor por radiación en un horno negro

Considere el horno cúbico de 5 m × 5 m × 5 m que se muestra en la figura 13-19, cuyas superficies se aproximan mucho a ser negras. La base, la parte superior y las superficies laterales del horno se mantienen a las temperaturas uniformes de 800 K, 1 500 K y 500 K, respectivamente. Determine *a*) la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre la base y las superficies laterales, *b*) la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre la base y la superficie superior y *c*) la razón neta de la transferencia de calor por radiación desde la base.

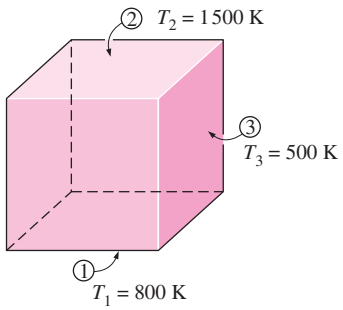


FIGURA 13-19
El horno cúbico de superficies negras considerado en el ejemplo 13-6.

SOLUCIÓN Las superficies de un horno cúbico son negras y se mantienen a temperaturas uniformes. Se deben determinar la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre la base y las superficies laterales, entre la base y la superficie superior y desde la base.

Suposición Las superficies son negras e isotérmicas.

Análisis *a*) La configuración geométrica comprende seis superficies y, por consiguiente, podemos intentar en un principio tratar el horno como un recinto de seis superficies. No obstante, las de los cuatro costados poseen las mismas propiedades, por lo que, en el análisis de la radiación, podemos tratarlas como una sola superficie lateral. Consideremos la superficie de la base como la 1, la superior como la 2 y la lateral como la superficie 3. Entonces el problema se reduce a determinar $\dot{Q}_{1 \to 3}$, $\dot{Q}_{1 \to 2}$ y $\dot{Q}_1$.

Se puede determinar la razón neta $\dot{Q}_{1 \to 3}$ de la transferencia de calor por radiación de la superficie 1 a la 3 basándose en la ecuación 13-19, puesto que las dos superficies que intervienen son negras, reemplazando el subíndice 2 por 3:

$$\dot{Q}_{1 \to 3} = A_1 F_{1 \to 3} \sigma (T_1^4 - T_3^4)$$

Pero primero es necesario evaluar el factor de visión $F_{1 \to 3}$. Después de revisar los diagramas y tablas de factores de visión nos damos cuenta de que no podemos determinar este factor en forma directa. Sin embargo, con base en la figura 13-5, podemos encontrar que el factor $F_{1 \to 2}$ es $F_{1 \to 2} = 0.2$ y sabemos que $F_{1 \to 1} = 0$, dado que la superficie 1 es un plano. Entonces, aplicando la regla de la suma a la superficie 1 da

$$F_{1 \to 1} + F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} = 1$$

o bien,

$$F_{1 \to 3} = 1 - F_{1 \to 1} - F_{1 \to 2} = 1 - 0 - 0.2 = 0.8$$

Sustituyendo,

$$\dot{Q}_{1 \to 3} = (25\ \text{m}^2)(0.8)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]$$

$$= \mathbf{394\ kW}$$

b) De manera semejante, a partir de la ecuación 13-19 se encuentra que la razón neta de la transferencia de calor por radiación $\dot{Q}_{1\to 2}$ de la superficie 1 hacia la 2 es

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{1\to 2} &= A_1F_{1\to 2}\sigma(T_1^4 - T_2^4)\\ &= (25\ \text{m}^2)(0.2)(5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (1\,500\ \text{K})^4]\\ &= \mathbf{-1\,319\ kW}\end{aligned}$$

El signo negativo indica que la transferencia neta de calor por radiación es de la superficie 2 hacia la 1.

c) La transferencia neta de calor por radiación desde la base $\dot{Q}_1$ se calcula con base en la ecuación 13-20, reemplazando el subíndice *i* por 1 y tomando $N = 3$:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= \sum_{j=1}^{3}\dot{Q}_{1\to j} = \dot{Q}_{1\to 1} + \dot{Q}_{1\to 2} + \dot{Q}_{1\to 3}\\ &= 0 + (-1\,319\ \text{kW}) + (394\ \text{kW})\\ &= \mathbf{-925\ kW}\end{aligned}$$

Una vez más, el signo negativo indica que la transferencia neta de calor por radiación es hacia la superficie 1. Es decir, la base del horno está ganando radiación a razón de alrededor de 925 kW.

13-4 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN: SUPERFICIES GRISES Y DIFUSAS

El análisis de la transferencia de calor por radiación en los recintos que constan de superficies negras es relativamente fácil, como hemos visto, pero la mayor parte de los recintos que se encuentran en la práctica están relacionados con superficies no negras, las cuales permiten que ocurran reflexiones múltiples. El análisis relativo a la radiación en ese tipo de recintos se vuelve muy complicado, a menos que se establezcan algunas hipótesis.

Para hacer posible un análisis sencillo con respecto a la radiación es común suponer que las superficies de un recinto son *opacas*, *difusas* o *grises*. Es decir, las superficies no son transparentes, son emisoras y reflectoras difusas y sus propiedades relativas a la radiación son independientes de la longitud de onda. Asimismo, cada superficie del recinto es *isotérmica* y tanto la radiación entrante como la saliente son *uniformes* sobre cada superficie. Pero, en primer lugar, repasaremos el concepto de radiosidad introducido en el capítulo 12.

Radiosidad

Las superficies emiten radiación y la reflejan y, por consiguiente, la radiación que sale de una superficie consta de las partes emitida y reflejada. El cálculo de la transferencia de calor entre superficies comprende la energía *total* de radiación que emana de una superficie, sin importar cuál sea su origen. La *energía total de radiación que sale de una superficie por unidad de tiempo y por unidad área* es la **radiosidad** y se denota por *J* (figura 13-20).

Para una superficie *i* que es *gris* y *opaca* ($\varepsilon_i = \alpha_i$ y $\alpha_i + \pi_i = 1$), la radiosidad se puede expresar como

$$\begin{aligned}J_i &= \begin{pmatrix}\text{Radiación emitida}\\ \text{por la superficie } i\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Radiación reflejada}\\ \text{por la superficie } i\end{pmatrix}\\ &= \varepsilon_iE_{bi} + \rho_iG_i\\ &= \varepsilon_iE_{bi} + (1-\varepsilon_i)G_i \qquad (\text{W/m}^2)\end{aligned} \tag{13-21}$$

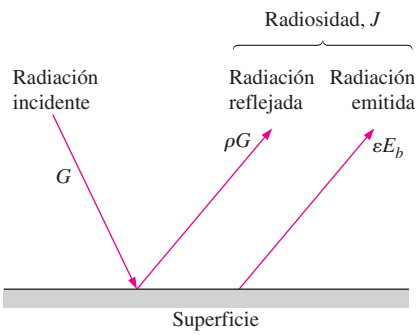


FIGURA 13-20
La radiosidad representa la suma de la energía de radiación emitida y reflejada por una superficie.

en donde $E_{bi} = \sigma T_i^4$ es el poder de emisión de cuerpo negro de la superficie i y G_i es la irradiación (es decir, la energía de radiación que incide sobre la superficie i por unidad de tiempo por unidad de área).

Para una superficie que se puede considerar como un *cuerpo negro* ($\varepsilon_i = 1$), la relación de la radiosidad se reduce a

$$J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4 \qquad \text{(cuerpo negro)} \tag{13-22}$$

Es decir, *la radiosidad de un cuerpo negro es igual a su poder de emisión*. Esto es de esperarse, ya que un cuerpo negro no refleja la radiación y, como consecuencia, la que proviene de un cuerpo de ese tipo sólo se debe a la emisión.

Transferencia neta de calor por radiación hacia una superficie o desde una superficie

Durante una interacción por radiación, una superficie *pierde* energía por emisión y *gana* energía al absorber la emitida por otras superficies. Una superficie experimenta una ganancia neta o una pérdida neta de energía, dependiendo de cuál de las dos cantidades es la mayor. La razón *neta* de transferencia de calor por radiación desde una superficie i de área A_i se denota por $\dot{Q}_i$ y se expresa como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_i &= \begin{pmatrix}\text{Radiación que sale}\\ \text{de toda la superficie } i\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Radiación que incide}\\ \text{sobre toda la superficie } i\end{pmatrix}\\ &= A_i(J_i - G_i) \qquad \text{(W)}\end{aligned} \tag{13-23}$$

Despejando G_i de la ecuación 13-21 y sustituyendo en la 13-23 da

$$\dot{Q}_i = A_i\left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1 - \varepsilon_i}\right) = \frac{A_i\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i}(E_{bi} - J_i) \qquad \text{(W)} \tag{13-24}$$

En una analogía eléctrica con la ley de Ohm, esta ecuación se puede volver a acomodar como

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \qquad \text{(W)} \tag{13-25}$$

en donde

$$R_i = \frac{1 - \varepsilon_i}{A_i\varepsilon_i} \tag{13-26}$$

es la **resistencia de la superficie** a la radiación. La cantidad $E_{bi} - J_i$ corresponde a una *diferencia de potencial* y la razón neta de transferencia de calor por radiación corresponde a la *corriente* en la analogía eléctrica, como se ilustra en la figura 13-21.

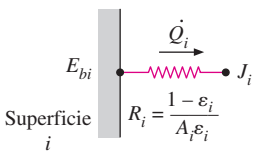


FIGURA 13-21
Analogía eléctrica de la resistencia superficial a la radiación.

La dirección de la transferencia neta de calor por radiación depende de las magnitudes relativas de J_i (la radiosidad) y E_{bi} (el poder de emisión de un cuerpo negro a la temperatura de la superficie). Es *desde* la superficie si $E_{bi} > J_i$ y *hacia* la superficie si $J_i > E_{bi}$. Un valor negativo para $\dot{Q}_i$ indica que la transferencia de calor es *hacia* la superficie. Toda esta energía de radiación ganada debe ser eliminada desde el otro lado de la superficie a través de algún mecanismo si la temperatura superficial debe permanecer constante.

La resistencia superficial a la radiación para un *cuerpo negro* es *cero*, puesto que $\varepsilon_i = 1$ y $J_i = E_{bi}$. En este caso, la razón neta de la transferencia de calor por radiación se determina en forma directa con base en la ecuación 13-23.

Algunas superficies que se encuentran en numerosas aplicaciones prácticas de la transferencia de calor se consideran *adiabáticas*, dado que sus lados traseros están bien aislados y la transferencia de calor a través de ellos es cero. Cuando los efectos de convección sobre el lado del frente (transferencia de

calor) de una superficie de ese tipo son despreciables y se alcanzan condiciones de estado estacionario, dicha superficie debe perder tanta energía de radiación como la que gana y, por consiguiente, $\dot{Q}_i = 0$. En esos casos, se dice que la superficie *vuelve a irradiar* toda la energía de radiación que recibe y se le conoce como **superficie reirradiante**. Haciendo $\dot{Q}_i = 0$ en la ecuación 13-25 se obtiene

$$J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4 \qquad (\text{W/m}^2) \tag{13-27}$$

Por lo tanto, en condiciones estacionarias se puede determinar con facilidad la *temperatura* de una superficie reirradiante, con base en la ecuación que se acaba de dar, una vez que se conoce la radiosidad. Note que la temperatura de una superficie reirradiante es *independiente de su emisividad*. En el análisis de la radiación se descarta la resistencia superficial de una que sea reirradiante, puesto que no se tiene transferencia neta de calor a través de ella. (Esto es semejante al hecho de que no es necesario considerar una resistencia en una red eléctrica si no está fluyendo corriente por ella.)

Transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies cualesquiera

Considere dos superficies difusas, grises y opacas de forma arbitraria que se mantienen a temperaturas uniformes, como se muestra en la figura 13-22. Reconociendo que la radiosidad J representa la razón a que la radiación sale de una superficie por unidad de área superficial y que el factor de visión $F_{i\to j}$ representa la fracción de radiación que sale de la superficie i y que choca contra la superficie j, la razón *neta* de transferencia de calor por radiación de la superficie i hacia la j se puede expresar como

$$\dot{Q}_{i\to j} = \begin{pmatrix}\text{Radiación que sale de toda}\\ \text{la superficie } i \text{ y que}\\ \text{choca contra la superficie } j\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Radiación que sale de toda}\\ \text{la superficie } j \text{ y que}\\ \text{choca contra la superficie } i\end{pmatrix} \tag{13-28}$$

$$= A_i J_i F_{i\to j} - A_j J_j F_{j\to i} \qquad (\text{W})$$

Aplicando la relación de reciprocidad $A_i F_{i\to j} = A_j F_{j\to i}$ se obtiene

$$\dot{Q}_{i\to j} = A_i F_{i\to j}(J_i - J_j) \qquad (\text{W}) \tag{13-29}$$

Una vez más, en analogía con la ley de Ohm, esta ecuación se puede reacomodar como

$$\dot{Q}_{i\to j} = \frac{J_i - J_j}{R_{i\to j}} \qquad (\text{W}) \tag{13-30}$$

en donde

$$R_{i\to j} = \frac{1}{A_i F_{i\to j}} \tag{13-31}$$

es la **resistencia del espacio** a la radiación. De nuevo, la cantidad $J_i - J_j$ corresponde a una *diferencia de potencial* y la razón neta de la transferencia de calor entre las dos superficies corresponde a la *corriente* en la analogía eléctrica, como se ilustra en la figura 13-22.

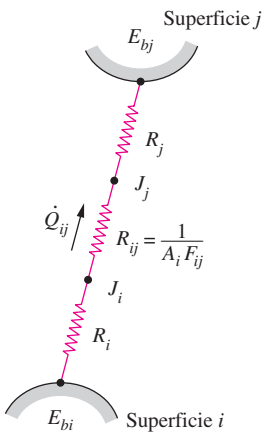


FIGURA 13-22
Analogía eléctrica para la resistencia del espacio a la radiación.

La dirección de la transferencia neta de calor por radiación entre las dos superficies depende de las magnitudes relativas de J_i y J_j. Un valor positivo para $\dot{Q}_{i\to j}$ indica que la transferencia neta de calor es *desde* la superficie i *hacia* la j. Un valor negativo indica lo opuesto.

En un recinto de N superficies el principio de conservación de la energía requiere que la transferencia neta de calor desde la superficie i sea igual a la suma de las transferencias netas de calor desde la superficie i hacia cada una de las N superficies del recinto; es decir,

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i \to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i \to j} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-32)}$$

En la figura 13-23 se da la representación de red de la transferencia neta de calor de la superficie i hacia las superficies restantes de un recinto de N superficies. Note que $\dot{Q}_{i \to i}$ (la razón neta de transferencia de calor de una superficie hacia sí misma) es cero, sin importar la forma de la superficie. Combinando las ecuaciones 13-25 y 13-32 da

$$\frac{E_{bi} - J_i}{R_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-33)}$$

la cual tiene la interpretación según la analogía eléctrica de que *el flujo neto de radiación desde una superficie a través de su resistencia superficial es igual a la suma de los flujos de radiación desde esa superficie hacia todas las demás a través de las resistencias del espacio correspondientes.*

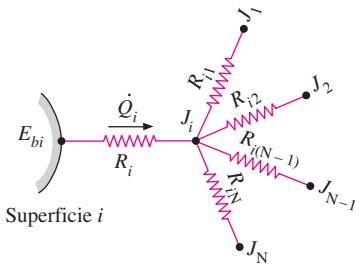


FIGURA 13-23
Representación de red de la transferencia neta de calor por radiación desde la superficie i hacia las superficies restantes de un recinto de N superficies.

Métodos de resolución de problemas sobre radiación

En el análisis de la radiación de un recinto debe darse la temperatura o la razón neta de transferencia de calor por radiación para cada una de las superficies con el fin de obtener una solución única para las temperaturas superficiales y las razones de transferencia de calor desconocidas. Existen dos métodos comunes para resolver problemas de radiación. En el primero de ellos las ecuaciones 13-32 (para superficies con razones específicas de la transferencia de calor) y la 13-33 (para superficies con temperaturas específicas) se simplifican y reacomodan como

Superficies con razón específica de transferencia neta de calor $\dot{Q}$

$$\dot{Q}_i = A_i \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} (J_i - J_j) \qquad \textbf{(13-34)}$$

Superficies con temperatura específica T_i

$$\sigma T_i^4 = J_i + \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} (J_i - J_j) \qquad \textbf{(13-35)}$$

Note que $\dot{Q}_i = 0$ para las superficies aisladas (o reirradiantes), y $\sigma T_i^4 = J_i$ para las superficies negras ya que, en ese caso, $\varepsilon_i = 1$. Asimismo, se cancela el término correspondiente a $j = i$ de cualquiera de las dos relaciones ya que, en ese caso, $J_i - J_j = J_i - J_i = 0$.

Las ecuaciones antes dadas conducen a N ecuaciones algebraicas para la determinación de las N radiosidades desconocidas para un recinto de N superficies. Una vez que se dispone de las radiosidades $J_1, J_2, \ldots, J_N$ se pueden determinar las razones desconocidas de la transferencia de calor con base en la ecuación 13-34, en tanto que las temperaturas superficiales desconocidas se pueden determinar a partir de la ecuación 13-35. Las temperaturas de las superficies aisladas o reirradiantes se pueden determinar a partir de $\sigma T_i^4 = J_i$. Un valor positivo para $\dot{Q}_i$ indica transferencia neta de calor por radiación *desde* la superficie i hacia las otras superficies del recinto, en tanto que un valor negativo indica transferencia neta de calor por radiación *hacia* la superficie.

El enfoque sistemático antes descrito para la resolución de problemas de transferencia de calor por radiación resulta muy adecuado para aplicarse con los populares programas para resolver ecuaciones existentes hoy en día, como EES, Mathcad y Mathlab, en especial cuando se tiene un gran número de superficies y se conoce como el **método directo** (antes conocido como *método matricial*, ya que conducía a matrices y la resolución requería conocimientos de álgebra lineal). El segundo método que se describe a continuación, llamado **método de redes**, se basa en la analogía con las redes eléctricas.

El método de redes fue presentado por primera vez por A. K. Oppenheim en la década de 1950 y encontró una amplia aceptación debido a su sencillez y a que

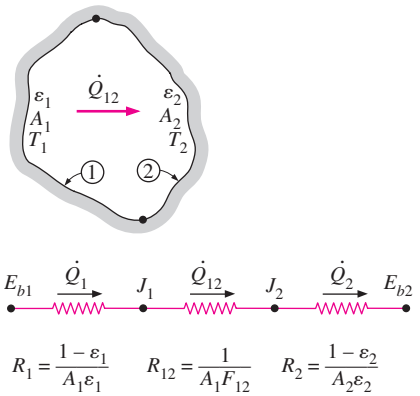


FIGURA 13-24
Esquema de un recinto cerrado de dos superficies y la red de radiación asociada con él.

hacía resaltar la física del problema. La aplicación del método es directa: dibuje una red de resistencias superficiales asociada con cada superficie de un recinto y únalas con las resistencias del espacio. A continuación, resuelva el problema de radiación tratándolo como de redes eléctricas, en donde la transferencia de calor por radiación reemplaza a la corriente y la radiosidad reemplaza al potencial.

Sin embargo, el método de redes no resulta práctico para recintos con más de tres o cuatro superficies, debido a la mayor complejidad de la red. A continuación aplicamos este método para resolver problemas sobre radiación en recintos de dos y tres superficies.

Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de dos superficies

Considere un recinto cerrado que consta de dos superficies opacas a las temperaturas específicas T_1 y T_2, como se muestra en la figura 13-24, e intente determinar la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies con el método de redes. Las superficies 1 y 2 tienen las emisividades ε_1 y ε_2 y las áreas superficiales A_1 y A_2, y se mantienen a las temperaturas uniformes T_1 y T_2, respectivamente. Sólo se tienen dos superficies en el recinto y, por lo tanto, podemos escribir

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

Es decir, la razón neta de transferencia de calor por radiación de la superficie 1 a la 2 debe ser igual a la razón neta de transferencia de calor por radiación *desde* la superficie 1 y la razón neta de transferencia de calor por radiación *hacia* la superficie 2.

La red de radiación de este recinto de dos superficies consta de dos resistencias superficiales y una del espacio, como se muestra en la figura 13-24. En una red eléctrica se determinaría la corriente que fluye por estas resistencias conectadas en serie dividiendo la diferencia de potencial existente entre los puntos A y B entre la resistencia total existente entre los mismos dos puntos. La razón neta de transferencia por radiación se determina de la misma manera y se expresa como

$$\dot{Q}_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + R_{12} + R_2} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

o bien,

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1\,F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2}} \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-36)}$$

Este importante resultado es aplicable a cualesquiera superficies grises, difusas y opacas que formen un recinto cerrado. El factor de visión F_{12} depende de la configuración geométrica y debe determinarse primero. En la tabla 13-3 se dan formas simplificadas de la ecuación 13-36 para algunas configuraciones conocidas que forman un recinto cerrado de dos superficies. Note que para todos estos casos especiales, $F_{12} = 1$.

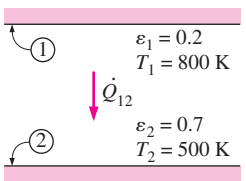


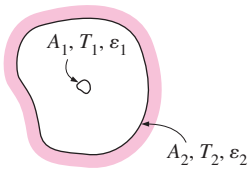
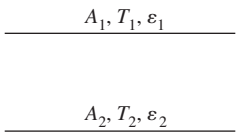
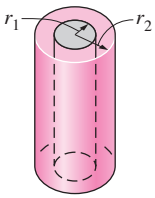
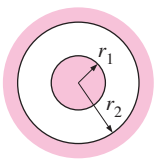
FIGURA 13-25
Las dos placas paralelas consideradas en el ejemplo 13-7.

EJEMPLO 13-7 **Transferencia de calor por radiación entre placas paralelas**

Dos placas paralelas muy grandes se mantienen a las temperaturas uniformes $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K, y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.2$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente, como se muestra en la figura 13-25. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por unidad de área superficial de las placas.

TABLA 13-3

Relaciones de transferencia de calor por radiación para algunas configuraciones familiares de dos superficies.

Objeto pequeño en una cavidad grande		$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = A_1 \sigma \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$ **(13-37)**
Placas paralelas infinitamente grandes		$A_1 = A_2 = A$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ **(13-38)**
Cilindros concéntricos infinitamente largos		$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$ **(13-39)**
Esferas concéntricas		$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$ **(13-40)**

SOLUCIÓN Dos placas paralelas grandes se mantienen a temperaturas uniformes. Debe determinarse la velocidad neta de la transferencia de calor por radiación entre las placas.

Suposición Las dos superficies son opacas, difusas y grises.

Análisis A partir de la ecuación 13-38 se determina con facilidad que la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de área es

$$\dot{q}_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]}{\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.7} - 1}$$

$$= \mathbf{3\,625\ W/m^2}$$

Discusión Note que se transfiere calor a una razón neta de 3 625 W de la placa 1 a la 2, por radiación por unidad de área superficial de cualquiera de las dos placas.

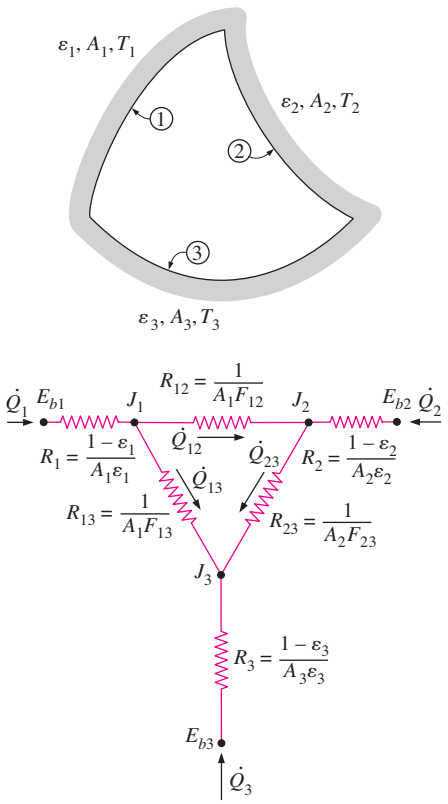


FIGURA 13-26
Esquema de un recinto cerrado de tres superficies y la red de radiación asociada con él.

Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de tres superficies

Considere ahora un recinto cerrado que consta de tres superficies opacas, difusas y grises, como se muestra en la figura 13-26. Las superficies 1, 2 y 3 tienen las áreas superficiales A_1, A_2 y A_3; emisividades ε_1, ε_2 y ε_3 y temperaturas uniformes T_1, T_2 y T_3, respectivamente. La red de radiación de esta configuración geométrica se construye siguiendo el procedimiento estándar: trace una resistencia superficial asociada con cada una de las tres superficies y conecte estas resistencias con las del espacio, como se muestra en la figura. Por medio de las ecuaciones 13-26 y 13-31, se dan las relaciones para las resistencias de las superficies y del espacio. Se considera que se conocen los tres potenciales en los puntos extremos, E_{b1}, E_{b2} y E_{b3}, puesto que se especifican las temperaturas superficiales. Entonces, todo lo que necesitamos hallar son las radiosidades J_1, J_2 y J_3. Las tres ecuaciones para la determinación de estas tres incógnitas se obtienen con base en el requisito de que *la suma algebraica de las corrientes (transferencia neta de calor por radiación) en cada nodo debe ser igual a cero*; es decir,

$$\begin{aligned}
&\frac{E_{b1}-J_1}{R_1}+\frac{J_2-J_1}{R_{12}}+\frac{J_3-J_1}{R_{13}}=0\\
&\frac{J_1-J_2}{R_{12}}+\frac{E_{b2}-J_2}{R_2}+\frac{J_3-J_2}{R_{23}}=0\\
&\frac{J_1-J_3}{R_{13}}+\frac{J_2-J_3}{R_{23}}+\frac{E_{b3}-J_3}{R_3}=0
\end{aligned} \tag{13-41}$$

Una vez que se dispone de las radiosidades J_1, J_2 y J_3, con base en la ecuación 13-32 se puede determinar la razón neta de las transferencias de calor por radiación en cada superficie.

El conjunto de ecuaciones que se acaba de dar se puede simplificar todavía más si una o más de las superficies son "especiales" de alguna manera. Por ejemplo, $J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4$ para una superficie *negra* o *reirradiante*. También, $\dot{Q}_i = 0$ para una superficie reirradiante. Por último, cuando se especifica la razón neta de la transferencia de calor por radiación $\dot{Q}_i$ en una superficie i en lugar de la temperatura, el término $(E_{bi} - J_i)/R_i$ debe reemplazarse por la $\dot{Q}_i$ especificada.

EJEMPLO 13-8 Transferencia de calor por radiación en un horno cilíndrico

Considere un horno cilíndrico con $r_o = H = 1$ m, como se muestra en la figura 13-27. La superficie superior (superficie 1) y la base (superficie 2) del horno tienen $\varepsilon_1 = 0.8$ y $\varepsilon_2 = 0.4$, respectivamente, y se mantienen a las temperaturas uniformes $T_1 = 700$ K y $T_2 = 500$ K. La superficie lateral se aproxima mucho a un cuerpo negro y se mantiene a una temperatura $T_3 = 400$ K. Determine la razón neta de transferencia de calor por radiación en cada superficie durante la operación estacionaria y explique de qué manera se pueden mantener estas superficies a las temperaturas especificadas.

SOLUCIÓN Las superficies de un horno cilíndrico se mantienen a temperaturas uniformes. Se debe determinar la razón neta de transferencia de calor por radiación en cada superficie durante la operación estacionaria.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las superficies son opacas, difusas y grises. **3** No se considera la transferencia de calor por convección.

Análisis Este problema se resolverá de manera sistemática aplicando el método directo con el fin de demostrar su uso. Se puede considerar que el horno cilíndrico es un recinto cerrado de tres superficies

$$A_1 = A_2 = \pi r_o^2 = \pi(1\text{ m})^2 = 3.14\text{ m}^2$$
$$A_3 = 2\pi r_o H = 2\pi(1\text{ m})(1\text{ m}) = 6.28\text{ m}^2$$

El factor de visión de la base hacia la superficie superior es, con base en la figura 13-7, $F_{12} = 0.38$. Entonces, aplicando la regla de la suma, se determina que el factor de visión de la base a la superficie lateral es

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \quad \rightarrow \quad F_{13} = 1 - F_{11} - F_{12} = 1 - 0 - 0.38 = 0.62$$

puesto que la superficie de base es plana y, por lo tanto, $F_{11} = 0$. Dado que las superficies superior e inferior son simétricas respecto a la superficie lateral, $F_{21} = F_{12} = 0.38$ y $F_{23} = F_{13} = 0.62$. El factor de visión F_{31} se determina a partir de la relación de reciprocidad,

$$A_1F_{13} = A_3F_{31} \quad \rightarrow \quad F_{31} = F_{13}(A_1/A_3) = (0.62)(0.314/0.628) = 0.31$$

Asimismo, $F_{32} = F_{31} = 0.31$, debido a la simetría. Ahora que se dispone de todos los factores de visión, aplicamos la ecuación 13-35 a cada una de las superficies para determinar las radiosidades:

Superficie superior ($i = 1$): $\sigma T_1^4 = J_1 + \dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}[F_{12}(J_1 - J_2) + F_{13}(J_1 - J_3)]$

Superficie inferior ($i = 2$): $\sigma T_2^4 = J_2 + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}[F_{21}(J_2 - J_1) + F_{23}(J_2 - J_3)]$

Superficie lateral ($i = 3$): $\sigma T_3^4 = J_3 + 0$ (dado que la superficie 3 es negra, por lo tanto $\varepsilon_3 = 1$)

Sustituyendo las cantidades conocidas,

$$(5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(700\text{ K})^4 = J_1 + \frac{1-0.8}{0.8}[0.38(J_1 - J_2) + 0.62(J_1 - J_3)]$$

$$(5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(500\text{ K})^4 = J_2 + \frac{1-0.4}{0.4}[0.38(J_2 - J_1) + 0.62(J_2 - J_3)]$$

$$(5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(400\text{ K})^4 = J_3$$

Resolviendo estas últimas ecuaciones para J_1, J_2 y J_3 da

$$J_1 = 11\,418\text{ W/m}^2, \quad J_2 = 4\,562\text{ W/m}^2 \quad \text{y} \quad J_3 = 1\,452\text{ W/m}^2$$

Entonces, a partir de la ecuación 13-34 se determina que las razones netas de transferencia de calor por radiación en las tres superficies son

$$\dot{Q}_1 = A_1[F_{1\to 2}(J_1 - J_2) + F_{1\to 3}(J_1 - J_3)]$$
$$= (3.14\text{ m}^2)[0.38(11\,418 - 4\,562) + 0.62(11\,418 - 1\,452)]\text{ W/m}^2$$
$$= \mathbf{27.6\text{ kW}}$$
$$\dot{Q}_2 = A_2[F_{2\to 1}(J_2 - J_1) + F_{2\to 3}(J_2 - J_3)]$$
$$= (3.14\text{ m}^2)[0.38(4\,562 - 11\,418) + 0.62(4\,562 - 1\,452)]\text{ W/m}^2$$
$$= \mathbf{-2.13\text{ kW}}$$

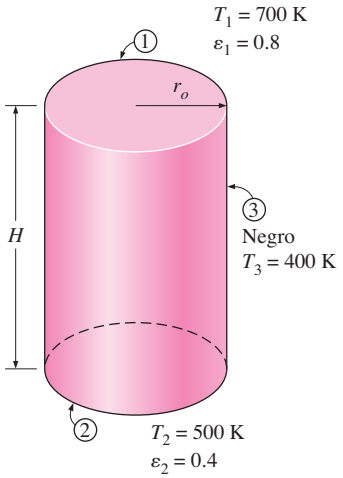


FIGURA 13-27
El horno cilíndrico considerado en el ejemplo 13-8.

$$\dot{Q}_3 = A_3[F_{3\to 1}(J_3 - J_1) + F_{3\to 2}(J_3 - J_2)]$$
$$= (6.28\ \text{m}^2)[0.31(1\,452 - 11\,418) + 0.31(1\,452 - 4\,562)]\ \text{W/m}^2$$
$$= -25.5\ \text{kW}$$

Note que la dirección de la transferencia neta de calor por radiación es *de* la superficie superior *hacia* las superficies base y lateral, y la suma algebraica de estas tres cantidades debe ser igual a cero; es decir,

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 27.6 + (-2.13) + (-25.5) \cong 0$$

Discusión Para mantener las superficies a las temperaturas especificadas, debemos suministrar calor a la superior en forma continua a razón de 27.6 kW, eliminando al mismo tiempo 2.13 kW de la superficie base y 25.5 kW de la superficie lateral.

El método directo presentado aquí se aplica tal y como es y no requiere la evaluación de resistencias a la radiación. Asimismo, se puede aplicar de la misma manera a recintos con cualquier número de superficies.

EJEMPLO 13-9 Transferencia de calor por radiación en un horno triangular

A un horno se le da la forma de un ducto largo con una sección transversal de triángulo equilátero, como se muestra en la figura 13-28. El ancho de cada lado es de 1 m. La superficie base tiene una emisividad de 0.7 y se mantiene a una temperatura uniforme de 600 K. La superficie lateral izquierda calentada se aproxima mucho a un cuerpo negro a 1 000 K. La superficie lateral derecha está bien aislada. Determine la razón a la cual debe suministrarse calor externamente al lado calentado, por unidad de longitud del ducto, con el fin de mantener estas condiciones de operación.

SOLUCIÓN Dos de las superficies de un horno largo de sección transversal de triángulo equilátero se mantienen a temperaturas uniformes, en tanto que la tercera está aislada. Se debe determinar la razón externa de transferencia de calor hacia el lado calentado, por unidad de longitud del ducto, durante la operación estacionaria.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las superficies son opacas, difusas y grises. **3** No se considera la transferencia de calor por convección.

Análisis Se puede considerar que el horno es un recinto cerrado de tres superficies con una red de radiación como la que se muestra en la figura, puesto que el ducto es muy largo y los efectos de los extremos son despreciables. Observamos que el factor de visión desde cualquiera de las superficies del recinto hacia cualquiera de las otras es 0.5, en virtud de la simetría. La superficie 3 es reirradiante, dado que la razón neta de la transferencia de calor en esa superficie es cero. Entonces, debemos tener $\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$, ya que todo el calor perdido por la superficie 1 debe ganarse por la 2. En este caso la red de radiación es una simple conexión en serie y en paralelo y podemos determinar $\dot{Q}_1$ de manera directa a partir de

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + \left(\dfrac{1}{R_{12}} + \dfrac{1}{R_{13} + R_{23}}\right)^{-1}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \left(A_1\,F_{12} + \dfrac{1}{1/A_1\,F_{13} + 1/A_2\,F_{23}}\right)^{-1}}$$

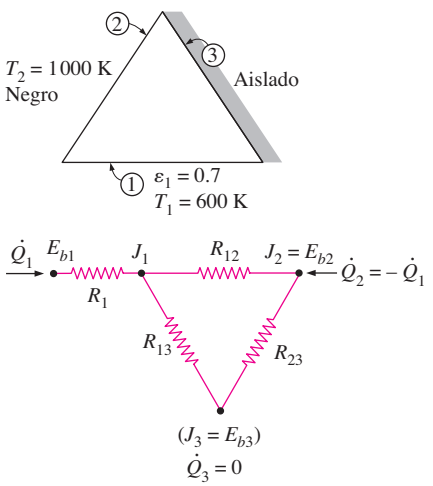


FIGURA 13-28
El horno triangular considerado en el ejemplo 13-9.

en donde

$A_1 = A_2 = A_3 = wL = 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$ (por unidad de longitud del ducto)

$F_{12} = F_{13} = F_{23} = 0.5$ (simetría)

$E_{b1} = \sigma T_1^4 = (5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(600\text{ K})^4 = 7\,348\text{ W/m}^2$

$E_{b2} = \sigma T_2^4 = (5.67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1\,000\text{ K})^4 = 56\,700\text{ W/m}^2$

Sustituyendo,

$$\dot{Q}_1 = \frac{(56\,700 - 7\,348)\text{ W/m}^2}{\dfrac{1-0.7}{0.7 \times 1\text{ m}^2} + \left[(0.5 \times 1\text{ m}^2) + \dfrac{1}{1/(0.5 \times 1\text{ m}^2) + 1/(0.5 \times 1\text{ m}^2)}\right]^{-1}}$$

$$= \mathbf{28.0\text{ kW}}$$

Por lo tanto, se debe suministrar calor a razón de 28 kW a la superficie calentada, por unidad de longitud del ducto, para mantener la operación estacionaria en el horno.

EJEMPLO 13-10 Transferencia de calor a través de un colector solar tubular

Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio que tiene un diámetro exterior de 2 in, encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 4 in de diámetro, como se muestra en la figura 13-29. Se calienta agua conforme fluye por el tubo, y el espacio entre los tubos de aluminio y de vidrio está lleno con aire a la presión de 1 atm. Durante un día claro la bomba que hace circular el agua falla y la temperatura del agua que se encuentra en el tubo empieza a elevarse. El tubo de aluminio absorbe radiación solar a razón de 30 Btu/h por pie de longitud y la temperatura del aire ambiente en el exterior es de 70°F. Las emisividades del tubo y de la cubierta de vidrio son 0.95 y 0.9, respectivamente. Tomando la temperatura efectiva del cielo como de 50°F, determine la temperatura del tubo de aluminio cuando se establecen condiciones estacionarias de operación (es decir, cuando la razón de la pérdida de calor del tubo es igual a la cantidad de energía solar ganada por el mismo).

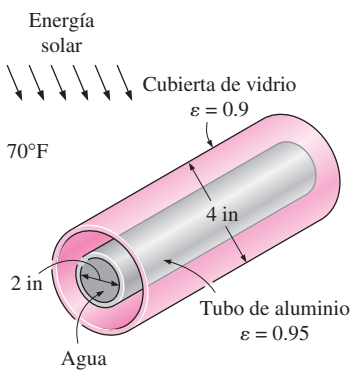


FIGURA 13-29
Esquema para el ejemplo 13-10.

SOLUCIÓN Falla la bomba de circulación de un colector solar que consta de un tubo horizontal y su cubierta de vidrio. Se debe determinar la temperatura de equilibrio del tubo.

Hipótesis **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El tubo y su cubierta son isotérmicos. **3** El aire es un gas ideal. **4** Las superficies son opacas, difusas y grises para la radiación infrarroja. **5** La cubierta de vidrio es transparente a la radiación solar.

Propiedades Las propiedades del aire deben evaluarse a la temperatura promedio. Pero no se conoce la temperatura de salida del aire que está en el ducto y, por consiguiente, en este punto no es posible determinar la temperatura de fluido promediada entre la entrada y la salida ni la temperatura de la cubierta de vidrio, por lo tanto, no se pueden evaluar las temperaturas promedio. Entonces,

suponga que la temperatura del vidrio es de 110°F y use las propiedades a una temperatura promedio anticipada de (70 + 110)/2 = 90°F (tabla A-15I),

$$k = 0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot {}^\circ\text{F} \qquad \text{Pr} = 0.7275$$

$$\nu = 1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{550 \text{ R}}$$

Análisis En el capítulo 9 se resolvió este problema descartando la transferencia de calor por radiación. Ahora se repite la resolución considerando la ocurrencia simultánea de la convección natural y de la radiación.

Tenemos un recinto cerrado cilíndrico horizontal lleno con aire a la presión de 1 atm. El problema comprende la transferencia de calor del tubo de aluminio hacia la cubierta de vidrio y de la superficie exterior de esta cubierta hacia el aire ambiente circundante. Cuando se alcanza la operación estacionaria, estas dos razones de transferencia de calor deben ser iguales a las de la ganancia de calor; esto es,

$$\dot{Q}_{\text{tubo-vidrio}} = \dot{Q}_{\text{vidrio-ambiente}} = \dot{Q}_{\text{ganancia solar}} = 30 \text{ Btu/h} \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

El área superficial para la transferencia de calor de la cubierta de vidrio es

$$A_o = A_{\text{vidrio}} = (\pi D_o L) = \pi(4/12 \text{ ft})(1 \text{ ft}) = 1.047 \text{ ft}^2 \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

Para determinar el número de Rayleigh es necesario conocer la temperatura superficial del vidrio, de la cual no se dispone. Por lo tanto, resulta evidente que la resolución requiere un procedimiento por tanteos. Suponiendo que la temperatura de la cubierta de vidrio sea de 110°F, se determina que el número de Rayleigh, el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección y la razón de la transferencia de calor por convección natural de la cubierta de vidrio hacia el aire ambiente son

$$\text{Ra}_{D_o} = \frac{g\beta(T_o - T_\infty)\, D_o^3}{\nu^2} \text{Pr}$$

$$= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/(550 \text{ R})](110 - 70 \text{ R})(4/12 \text{ ft})^3}{(1.753 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2}(0.7275) = 2.053 \times 10^6$$

$$\text{Nu} = \left\{0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_{D_o}^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = \left\{0.6 + \frac{0.387(2.053 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7275)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$

$$= 17.88$$

$$h_o = \frac{k}{D_o}\text{Nu} = \frac{0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F}}{4/12 \text{ ft}}(17.88) = 0.8073 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$$

$$\dot{Q}_{o,\,\text{conv}} = h_o A_o (T_o - T_\infty) = (0.8073 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(1.047 \text{ ft}^2)(110 - 70)^\circ\text{F}$$

$$= 33.8 \text{ Btu/h}$$

Asimismo,

$$\dot{Q}_{o,\,\text{rad}} = \varepsilon_o \sigma A_o (T_o^4 - T_{\text{cielo}}^4)$$

$$= (0.9)(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4)(1.047 \text{ ft}^2)[(570 \text{ R})^4 - (510 \text{ R})^4]$$

$$= 61.2 \text{ Btu/h}$$

Entonces la razón total de la pérdida de calor desde la cubierta de vidrio queda

$$\dot{Q}_{o,\,\text{total}} = \dot{Q}_{o,\,\text{conv}} + \dot{Q}_{o,\,\text{rad}} = 33.8 + 61.2 = 95.0 \text{ Btu/h}$$

lo cual es mucho mayor que 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 110°F para la cubierta de vidrio es alta. Repitiendo los cálculos con temperaturas más bajas (incluyendo la evaluación de las propiedades), se determina que la temperatura de dicha cubierta correspondiente a 30 Btu/h es de 78°F (sería de 106°F si se ignorara la radiación).

De manera semejante se determina la temperatura del tubo de aluminio usando las relaciones de la convección natural y de la radiación para dos cilindros concéntricos horizontales. En este caso la longitud característica es la distancia entre los dos cilindros, la cual es

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (4 - 2)/2 = 1 \text{ in} = 1/12 \text{ ft}$$

También,

$$A_i = A_{\text{tubo}} = (\pi D_i L) = \pi(2/12 \text{ ft})(1 \text{ ft}) = 0.5236 \text{ ft}^2 \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

Se inician los cálculos suponiendo que la temperatura del tubo es de 122°F y, en consecuencia, una temperatura promedio de (78 + 122)/2 = 100°F = 560 R. Usando las propiedades a 100°F,

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}$$

$$= \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)[1/(560 \text{ R})](122 - 78 \text{ R})(1/12 \text{ ft})^3}{(1.809 \times 10^{-4} \text{ ft}^2/\text{s})^2}(0.726) = 3.246 \times 10^4$$

La conductividad térmica efectiva es

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} = \frac{[\ln(4/2)]^4}{(1/12 \text{ ft})^3[(2/12 \text{ ft})^{-3/5} + (4/12 \text{ ft})^{-3/5}]^5} = 0.1466$$

$$k_{\text{ef}} = 0.386k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\text{Ra}_L)^{1/4}$$

$$= 0.386(0.01529 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot {}^\circ\text{F})\left(\frac{0.726}{0.861 + 0.726}\right)^{1/4}(0.1466 \times 3.248 \times 10^4)^{1/4}$$

$$= 0.04032 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot {}^\circ\text{F}$$

Entonces la razón de la transferencia de calor entre los cilindros por convección queda

$$\dot{Q}_{i,\,\text{conv}} = \frac{2\pi k_{\text{ef}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$

$$= \frac{2\pi(0.04032 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft } {}^\circ\text{F})}{\ln(4/2)}(122 - 78)^\circ\text{F} = 16.1 \text{ Btu/h}$$

También,

$$\dot{Q}_{i,\,\text{rad}} = \frac{\sigma A_i(T_i^4 - T_o^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_i} + \dfrac{1 - \varepsilon_o}{\varepsilon_o}\left(\dfrac{D_i}{D_o}\right)}$$

$$= \frac{(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4)(0.5236 \text{ ft}^2)[(582 \text{ R})^4 - (538 \text{ R})^4]}{\dfrac{1}{0.95} + \dfrac{1 - 0.9}{0.9}\left(\dfrac{2 \text{ in}}{4 \text{ in}}\right)}$$

$$= 25.1 \text{ Btu/h}$$

Entonces la razón total de la pérdida de calor desde la cubierta de vidrio queda

$$\dot{Q}_{i,\,\text{total}} = \dot{Q}_{i,\,\text{conv}} + \dot{Q}_{i,\,\text{rad}} = 16.1 + 25.1 = 41.2 \text{ Btu/h}$$

la cual es mayor que 30 Btu/h. Por lo tanto, la temperatura supuesta de 122°F para el tubo es alta. Probando otros valores se determina que la temperatura del tubo correspondiente a 30 Btu/h es de **112°F** (sería de 180°F si se ignorara la radiación). Por lo tanto, el tubo alcanzará una temperatura de equilibrio de 112°F cuando la bomba falla.

Discusión Basándose en los resultados obtenidos resulta evidente que siempre debe considerarse la radiación en los sistemas que se calientan o enfrían por convección natural, a menos que las superficies que intervengan estén pulidas y, por consiguiente, tengan emisividades muy bajas.

13-5 ▪ BLINDAJES CONTRA LA RADIACIÓN Y EL EFECTO DE LA RADIACIÓN

La transferencia de calor por radiación entre dos superficies se puede reducir mucho insertando una lámina delgada de material de alta reflectividad (baja emisividad) entre ellas. Esas placas o cascos delgados intensamente reflectores se llaman **blindajes contra la radiación**. En aplicaciones criogénicas y espaciales son de uso común los blindajes contra la radiación de capas múltiples construidos con alrededor de 20 láminas por cm de espesor, separadas por un espacio en donde se hace el vacío. Los blindajes contra la radiación también se usan en las mediciones de temperaturas de fluidos con el fin de reducir el error causado por el efecto de la radiación cuando el sensor de temperatura se expone a superficies que están mucho más calientes o más frías que el propio fluido. El papel del blindaje es reducir la razón de la transferencia de calor por radiación colocando resistencias adicionales en la trayectoria del flujo de calor por radiación. Entre más baja sea la emisividad del blindaje, más elevada es la resistencia.

La transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas grandes de emisividades ε_1 y ε_2, mantenidas a las temperaturas uniformes T_1 y T_2, se expresa por medio de la ecuación 13-38:

$$\dot{Q}_{12,\,\text{sin blindaje}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Considere ahora un blindaje contra la radiación entre estas dos placas, como se muestra en la figura 13-30. Suponga que las emisividades del blindaje de frente a las placas 1 y 2 son $\varepsilon_{3,\,1}$ y $\varepsilon_{3,\,2}$, respectivamente. Note que las emisividades de superficies diferentes del blindaje pueden ser distintas. La red de radiación de esta configuración geométrica se construye como es costumbre, trazando una resistencia superficial asociada con cada superficie y conectándolas con las resistencias del espacio, como se muestra en la figura. Las resistencias están conectadas en serie y, por lo tanto, la razón de la transferencia de calor por radiación es

$$\dot{Q}_{12,\,\text{un blindaje}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1\,F_{13}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,\,1}}{A_3\,\varepsilon_{3,\,1}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,\,2}}{A_3\,\varepsilon_{3,\,2}} + \dfrac{1}{A_3\,F_{32}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2}} \qquad \textbf{(13-42)}$$

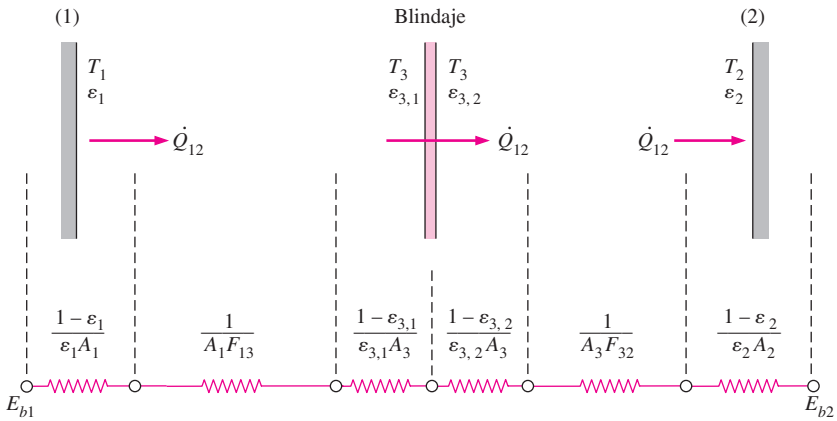


FIGURA 13-30
Blindaje contra la radiación colocado entre dos placas paralelas y la red de radiación asociada con él.

Dado que $F_{13} = F_{32} = 1$ y $A_1 = A_2 = A_3 = A$ para placas infinitas paralelas, la ecuación 13-42 se simplifica a

$$\dot{Q}_{12,\text{ un blindaje}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)} \tag{13-43}$$

en donde los términos que se encuentran en el segundo juego de paréntesis en el denominador representan la resistencia adicional a la radiación introducida por el blindaje. La estructura de esta última ecuación sugiere que las placas paralelas que comprenden blindajes múltiples contra la radiación se pueden manejar agregando al denominador un grupo de términos como ésos, en el segundo juego de paréntesis, por cada blindaje contra la radiación. Entonces la transferencia de calor por radiación a través de placas paralelas grandes separadas por N blindajes contra la radiación queda

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{ blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right) + \cdots + \left(\frac{1}{\varepsilon_{N,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{N,2}} - 1\right)} \tag{13-44}$$

Si las emisividades de todas las superficies son iguales, la ecuación 13-44 se reduce a

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{ blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(N+1)\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = \frac{1}{N+1}\dot{Q}_{12,\text{ sin blindaje}} \tag{13-45}$$

Por lo tanto, cuando todas las emisividades son iguales, un blindaje reduce la razón de la transferencia de calor por radiación a la mitad, 9 blindajes la reducen a un décimo y 19 blindajes la reducen a un vigésimo (o 5%) de la que era cuando no había blindajes.

Se puede determinar la temperatura de equilibrio T_3 del blindaje contra la radiación de la figura 13-30 expresando la ecuación 13-43 para $\dot{Q}_{13}$ o $\dot{Q}_{23}$ (la cual comprende T_3), evaluando después $\dot{Q}_{12}$ basándose en esa ecuación y notando que $\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{13} = \dot{Q}_{23}$ cuando se alcanzan las condiciones estacionarias.

De manera semejante se pueden manejar los blindajes contra la radiación usados para reducir la razón de la transferencia de calor por radiación entre cilindros y esferas concéntricos. En el caso de un blindaje, se puede usar la ecuación 13-42, tomando $F_{13} = F_{32} = 1$ para ambos casos y reemplazando las A por las relaciones apropiadas de área.

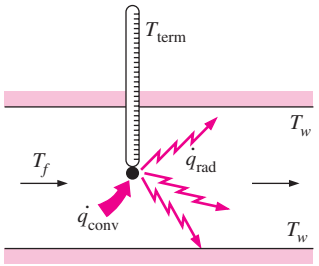


FIGURA 13-31
Un termómetro usado para medir la temperatura de un fluido en un canal.

Efecto de la radiación sobre las mediciones de temperatura

Un instrumento de medición de temperatura indica la temperatura de su *sensor*, la cual se supone que es, mas no necesariamente, la temperatura del medio con el que ese sensor se encuentra en contacto. Cuando un termómetro (o cualquier otro aparato para medir temperaturas, como un termopar) se coloca en un medio, tiene lugar una transferencia de calor por convección entre el sensor de ese termómetro y el medio, hasta que dicho sensor alcanza la temperatura del medio. Pero cuando el sensor está rodeado por superficies que se encuentran a temperaturas diferentes a la del fluido, asimismo tiene lugar a efecto un intercambio por radiación entre el sensor y las superficies circundantes. Cuando se equilibran entre sí las transferencias de calor por convección y radiación, el sensor indicará una temperatura que cae entre la del fluido y la de las superficies. En seguida se desarrolla un procedimiento para tomar en cuenta el efecto de la radiación y determinar la temperatura real del fluido.

Considere un termómetro que se usa para medir la temperatura de un fluido que fluye por un canal largo cuyas paredes se encuentran a temperaturas más bajas que las de dicho fluido (figura 13-31). El equilibrio se establecerá y la lectura del termómetro se estabilizará cuando la ganancia de calor por convección, según la mide el sensor, es igual a la pérdida de calor por radiación (o viceversa). Es decir, en términos de la unidad de área,

$$\dot{q}_{\text{conv, hacia el sensor}} = \dot{q}_{\text{rad, desde el sensor}}$$
$$h(T_f - T_{\text{term}}) = \varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)$$

o bien,

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h} \qquad \text{(K)} \qquad \textbf{(13-46)}$$

en donde

T_f = temperatura real del fluido, K
T_{term} = valor de temperatura medido por el termómetro, K
T_w = temperatura de las superficies circundantes, K*
h = coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot K$
ε = emisividad del sensor del termómetro

El último término de la ecuación 13-46 se debe al *efecto de la radiación* y representa la *corrección por radiación*. Note que el término de corrección por radiación es más significativo cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección es pequeño y la emisividad de la superficie del sensor es grande. Por lo tanto, el sensor debe recubrirse con un material de alta reflectividad (o baja emisividad) para reducir el efecto de la radiación.

Colocar el sensor en un blindaje contra la radiación, sin interferir con el movimiento del fluido, también reduce el efecto de la radiación. Los sensores de los instrumentos para medición de la temperatura que se usan en el exterior deben protegerse contra la luz solar directa, ya que en ese caso el efecto de la radiación es seguro que alcance niveles inaceptables.

El efecto de la radiación también es significativo en la *comodidad humana* en lo referente a los sistemas de calefacción y acondicionamiento del aire. Una persona que se siente bien en un cuarto puede sentir frío en otro a la misma temperatura como resultado del efecto de la radiación, en el caso de que las paredes del segundo cuarto se encuentren a una temperatura considerablemente más baja. Por ejemplo, la mayoría de las personas se sentirán confortables en un cuarto a 22°C si las paredes se encuentran aproximadamente a esa temperatura. Cuando por alguna razón la temperatura de las paredes cae has-

*Nota del RT: El subíndice *w* viene de la palabra *wall* que en inglés significa pared.

ta 5°C, la temperatura interior del cuarto debe elevarse hasta por lo menos 27°C para mantener el mismo nivel de comodidad. Por lo tanto, los edificios bien aislados no sólo conservan la energía al reducir la pérdida o ganancia de calor, sino también al permitir que los termostatos se ajusten a una temperatura más baja en invierno y a una más elevada en verano, sin comprometer el nivel de comodidad.

EJEMPLO 13-11 Blindajes contra la radiación

Se coloca una hoja delgada de aluminio con una emisividad de 0.1 en ambos lados, entre dos placas paralelas muy grandes que se mantienen a las temperaturas uniformes $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.2$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente, como se muestra en la figura 13-32. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, por unidad de área superficial de las mismas y compare el resultado con el correspondiente si no existiera el blindaje.

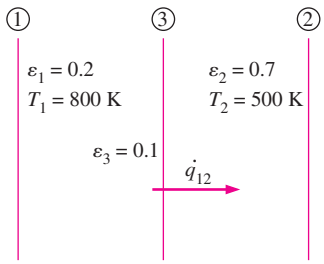


FIGURA 13-32
Esquema para el ejemplo 13-11.

SOLUCIÓN Se coloca una hoja delgada de aluminio entre dos placas paralelas grandes mantenidas a temperaturas uniformes. Se deben determinar las razones netas de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, con y sin el blindaje.

Suposición Las superficies son opacas, difusas y grises.

Análisis En el ejemplo 13-7 se determinó que la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos placas, sin el blindaje, era de 3 625 W/m². A partir de la ecuación 13-43 se determina que la transferencia de calor en presencia de un blindaje es

$$\dot{q}_{12,\text{ un blindaje}} = \frac{\dot{Q}_{12,\text{ un blindaje}}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)}$$

$$= \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]}{\left(\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.7} - 1\right) + \left(\frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.1} - 1\right)}$$

$$= \mathbf{806\ W/m^2}$$

Discusión Note que la razón de transferencia de calor por radiación se reduce a alrededor de la cuarta parte de la que fue, como resultado de la colocación de un blindaje contra la radiación entre las dos placas paralelas.

EJEMPLO 13-12 Efecto de la radiación sobre las mediciones de temperatura

Un termómetro que se usa para medir la temperatura del aire caliente que fluye en un ducto cuyas paredes se mantienen a $T_w = 400$ K muestra una lectura de $T_{\text{term}} = 650$ K (figura 13-33). Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es $\varepsilon = 0.6$ y el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 80$ W/m² · °C, determine la temperatura real del aire.

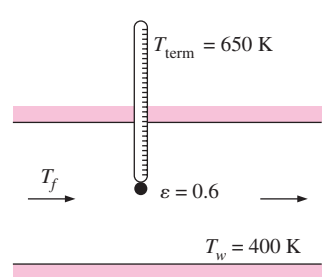


FIGURA 13-33
Esquema para el ejemplo 13-12.

SOLUCIÓN Se mide la temperatura del aire en un ducto. Se debe determinar la temperatura real del aire, tomando en cuenta el efecto de la radiación.

Suposición Las superficies son opacas, difusas y grises.

Análisis Las paredes del ducto se encuentran a una temperatura considerablemente más baja que la del aire en su interior y, por consiguiente, esperamos que el termopar muestre una lectura más baja que la temperatura real del aire

como resultado del efecto de la radiación. Basándose en la ecuación 13-46 se determina que la temperatura real del aire es

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h}$$

$$= (650\ \text{K}) + \frac{0.6 \times (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(650\ \text{K})^4 - (400\ \text{K})^4]}{80\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$$

$$= \mathbf{715\ K}$$

Note que en este caso el efecto de la radiación causa una diferencia de 65°C (o 65 K, puesto que °C ≡ K para las diferencias de temperatura) en la lectura de la temperatura.

13-6 ▪ INTERCAMBIO DE RADIACIÓN CON GASES EMISORES Y ABSORBENTES

Hasta ahora se ha considerado la transferencia de calor por radiación entre superficies separadas por un medio que no emite, absorbe o dispersa la radiación; un medio no participante que es por completo transparente a la radiación térmica. Un vacío satisface esta condición a la perfección y el aire a temperaturas y presiones comunes se aproxima mucho. Los gases que constan de moléculas monoatómicas, como el Ar y el He, y de moléculas biatómicas simétricas, como el N_2 y el O_2, son bastante transparentes a la radiación, excepto a temperaturas extremadamente elevadas en las cuales ocurre la ionización. Por lo tanto, el aire atmosférico se puede considerar como un medio no participante en los cálculos relativos a la radiación.

Los gases con moléculas asimétricas, como el H_2O, CO_2, CO, SO_2 y los hidrocarburos H_mC_n, puede ser que participen en el proceso de radiación por absorción, a temperaturas moderadas y por absorción y emisión a temperaturas elevadas como las que se encuentran en las cámaras de combustión. Por lo tanto, el aire o cualquier otro medio que contenga ese tipo de gases con moléculas asimétricas en concentraciones suficientes debe tratarse como un medio participante en los cálculos relativos a la radiación. Por ejemplo, los gases de la combustión en un horno o una cámara de combustión contienen cantidades suficientes de H_2O y CO_2 y, por consiguiente, debe tomarse en consideración la emisión y la absorción de los gases en los hornos.

La presencia de un medio participante complica de manera considerable el análisis relativo a la radiación por varias razones:

- Un medio participante emite y absorbe radiación en todo su volumen. Es decir, la radiación gaseosa es un *fenómeno volumétrico* y, por lo tanto, depende del tamaño y de la forma del cuerpo. Éste es el caso incluso si la temperatura es uniforme en todo el medio.
- Los gases emiten y absorben radiación en varias bandas angostas de longitudes de onda. Esto contrasta con los sólidos, los cuales emiten y absorben radiación sobre todo el espectro. Por lo tanto, la hipótesis de ser gris no siempre puede ser apropiada para un gas, incluso cuando las superficies circundantes sean grises.
- Las características de emisión y absorción de los constituyentes de una mezcla de gases también dependen de la temperatura, presión y composición de esa mezcla. Por lo tanto, la presencia de otros gases participantes afecta las características de radiación de un gas en particular.

La propagación de la radiación a través de un medio se puede complicar todavía más por la presencia de *aerosoles*, como el polvo, las partículas de hielo, las gotitas de líquido y las partículas de hollín (carbón no quemado) que *dispersan* la radiación. La dispersión se refiere al cambio de dirección de la radiación debido a la reflexión, refracción y difracción. La dispersión causada por las propias moléculas de gas se conoce como *dispersión de Rayleigh* y tiene un efecto despreciable sobre la transferencia de calor. La transferencia por radiación en medios dispersantes se considera en libros avanzados como los de Modest (1993) y de Siegel y Howell (1992).

Los medios participantes también pueden ser líquidos o sólidos semitransparentes, como el agua, el vidrio y los plásticos. Para mantener los aspectos complejos en un nivel manejable, limitemos nuestra consideración a los gases que emiten y absorben radiación. En particular consideremos la emisión y absorción de radiación sólo por el H_2O y el CO_2, dado que son los gases participantes que se encuentran con mayor frecuencia en la práctica (los productos de la combustión en los hornos y las cámaras de combustión en los que se queman hidrocarburos contienen los dos gases en concentraciones elevadas) y bastan para demostrar los principios básicos que intervienen.

Propiedades relativas a la radiación de un medio participante

Considere un medio participante de espesor L. Sobre el medio incide un haz de radiación espectral de intensidad $I_{\lambda,0}$, el cual es atenuado conforme se propaga debido a la absorción. La disminución en la intensidad de la radiación a medida que pasa a través de una capa de espesor dx es proporcional a la propia intensidad y al espesor dx. Esto se conoce como **ley de Beer** y se expresa como (figura 13-34)

$$dI_\lambda(x) = -\kappa_\lambda I_\lambda(x)dx \tag{13-47}$$

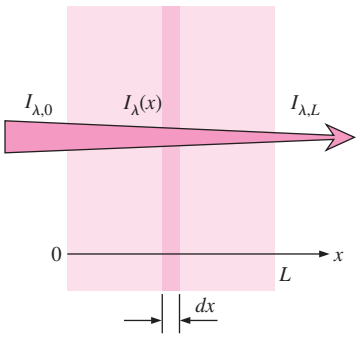


FIGURA 13-34
Atenuación de un haz de radiación mientras pasa a través de un medio absorbente de espesor L.

en donde la constante de proporcionalidad κ_λ es el **coeficiente de absorción espectral** del medio y cuya unidad es m^{-1} (a partir del requisito de homogeneidad dimensional). Esto es precisamente como el monto del interés ganado por una cuenta bancaria durante un intervalo de tiempo, siendo proporcional a la cantidad de dinero en la cuenta y al intervalo de tiempo, siendo la tasa de interés la constante de proporcionalidad.

Separando las variables e integrando desde $x = 0$ hasta $x = L$ da

$$\frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-48}$$

en donde hemos supuesto que la absortividad del medio es independiente de x. Note que la intensidad de la radiación decae en forma exponencial según la ley de Beer.

La **transmisividad espectral** de un medio se puede definir como la razón entre la intensidad de la radiación que sale del medio y la que entra en éste; es decir,

$$\tau_\lambda = \frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-49}$$

Note que $\tau_\lambda = 1$ cuando no se absorbe radiación y, como consecuencia, su intensidad permanece constante. También la transmisividad espectral de un medio representa la fracción de la radiación transmitida por ese medio a cierta longitud de onda.

La radiación que pasa a través de un medio no dispersante (y, por consiguiente, no reflector) es absorbida o transmitida. Por lo tanto, $\alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$, y la **absortividad espectral** de un medio de espesor L es

$$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-50}$$

Con base en la ley de Kirchoff, la **emisividad espectral** del medio es

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-51}$$

Note que la absortividad, transmisividad y emisividad espectrales de un medio son cantidades adimensionales, con valores menores o iguales a 1. En general, el coeficiente de absorción espectral de un medio (y, por lo tanto, ε_λ, α_λ y τ_λ) varía con la longitud de onda, la temperatura, la presión y la composición.

Para un medio *ópticamente grueso* (un medio con un valor grande de $\kappa_\lambda L$), la ecuación 13-51 da $\varepsilon_\lambda \approx \alpha_\lambda \approx 1$. Por ejemplo, para $\kappa_\lambda L = 5$, $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 0.993$. Por lo tanto, un medio ópticamente grueso emite como un cuerpo negro a una longitud de onda dada. Como resultado, un medio absorbente-emisor ópticamente grueso con dispersión no significativa a una temperatura dada T_g se puede concebir como una "superficie negra" a T_g, ya que absorberá gran parte de la radiación que pase a través de él y emitirá la máxima radiación que pueda ser emitida por una superficie a T_g, la cual es $E_{b\lambda}(T_g)$.

Emisividad y absortividad de gases y mezclas de ellos

En la figura 13-35 se da la absortividad espectral del CO_2 en función de la longitud de onda. Los diversos picos y valles en la figura, junto con las discontinuidades, muestran con claridad la naturaleza de las bandas de absorción y las fuertes características de no gris. La forma y ancho de las bandas de absorción varían con la temperatura y la presión, pero la magnitud de la absortividad también varía con el espesor de la capa de gas. Por lo tanto, los valores de la absortividad sin espesor y presión especificados no tienen significado.

Para tener una gran exactitud debe considerarse la naturaleza de no gris de las propiedades en los cálculos relativos a la radiación. Esto se puede realizar usando un modelo de bandas y, de este modo, realizando los cálculos para cada banda de absorción. Sin embargo, se pueden obtener resultados satisfactorios suponiendo que el gas es gris y usando una absortividad y una emisividad totales efectivas determinadas por algún proceso en el que se establezca un promedio. Hottel (1954) presentó por primera vez diagramas para las emisivi-

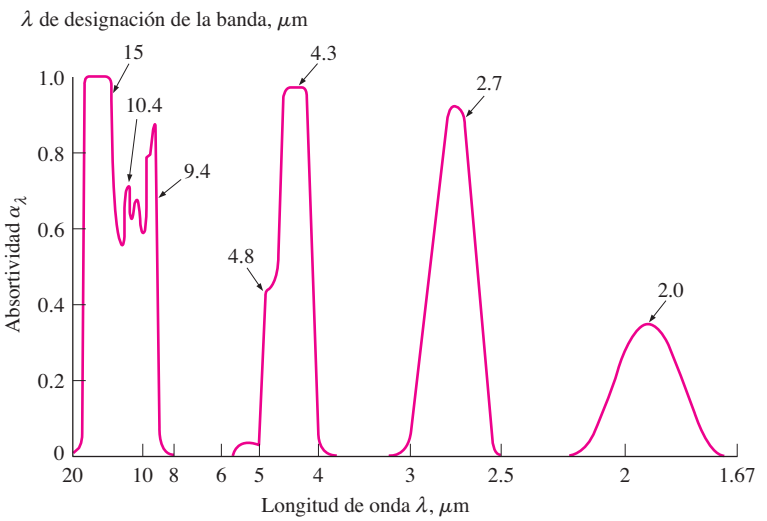


FIGURA 13-35
Absortividad espectral del CO_2 a 830 K y 10 atm para una longitud de trayectoria de 38.8 cm.
(Tomada de Siegel y Howell, 1992.)

dades totales de gases y se han usado con amplitud en los cálculos referentes a la radiación, con exactitud razonable. En fecha más reciente Edwards y Matavosian (1984) han desarrollado diagramas y procedimientos de cálculo alternativos para las emisividades. Por su sencillez, en este texto presentamos el enfoque de Hottel.

Incluso con la hipótesis de ser gris, la emisividad y absortividad totales de un gas dependen de la configuración geométrica de su masa, así como de la temperatura, presión y composición. Los gases que participan en el intercambio de radiación, como el CO_2 y el H_2O, típicamente coexisten con gases no participantes, como el N_2 y el O_2, y por consiguiente suelen darse los datos de las propiedades relativas a la radiación para una mezcla en lugar de para el gas puro. La emisividad y la absortividad de un componente gaseoso en una mezcla dependen principalmente de su densidad, la cual es función de la temperatura y de la presión parcial de ese gas.

En la figura 13-36*a*) se tiene la gráfica de la emisividad del vapor de H_2O en una mezcla de gases no participantes, para una presión total de $P = 1$ atm, como función de la temperatura T_g del gas para un rango de valores de P_wL, en donde P_w es la presión parcial del vapor de agua y L es la distancia media recorrida por el haz de radiación. La emisividad a una presión total P distinta a 1 atm se determina al multiplicar el valor de la emisividad a 1 atm por un **factor de corrección por la presión** C_w obtenido a partir de la figura 13-37*a*) para el vapor de agua; es decir

$$\varepsilon_w = C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} \tag{13-52}$$

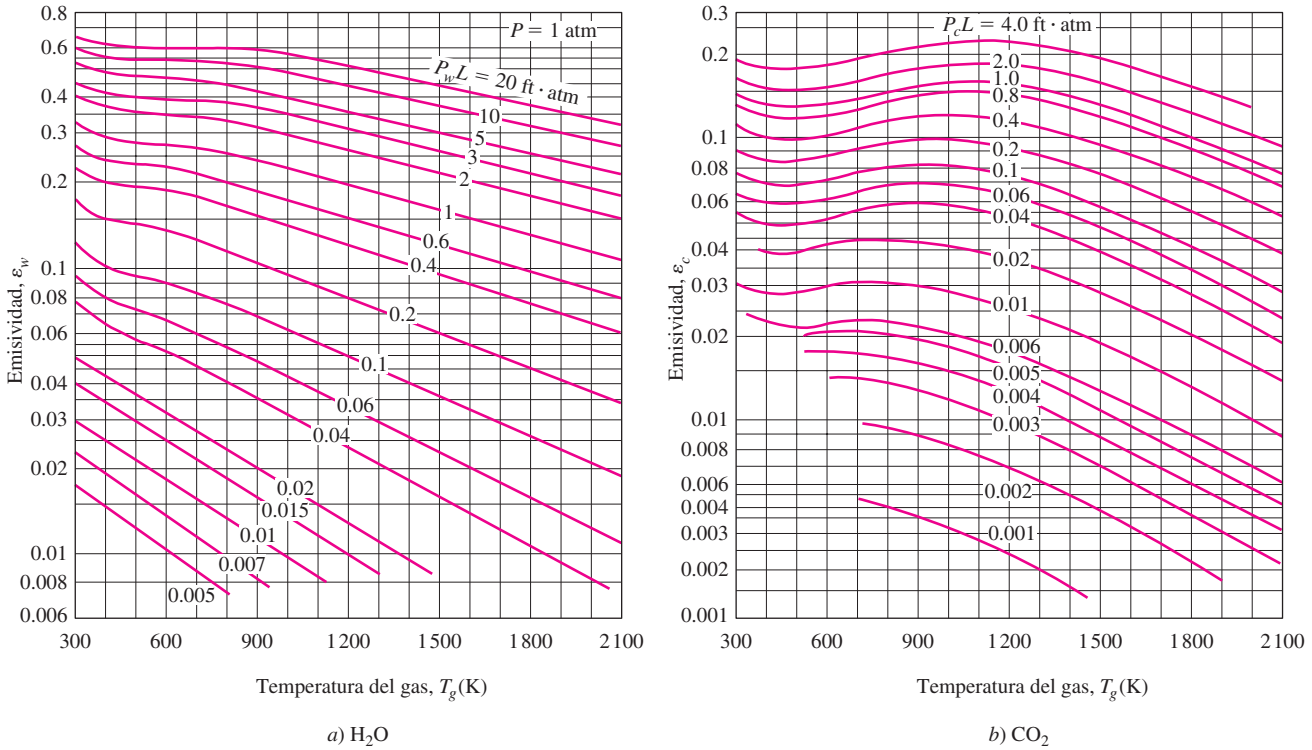
Note que $C_w = 1$ para $P = 1$ atm y, por lo tanto $(P_w + P)/2 \cong 0.5$ [se usa una concentración muy baja de vapor de agua en la preparación del diagrama de emisividad de la figura 13-36*a*) y, por lo tanto, P_w es muy baja]. En las figuras 13-36*b*) y 13-37*b*) se presentan valores de la emisividad de manera semejante para una mezcla de CO_2 y gases no participantes.

Ahora la pregunta que viene a la mente es qué sucederá si los gases CO_2 y H_2O existen *juntos* en una mezcla con gases no participantes. Se puede determinar la emisividad de cada gas participante, como se explicó con anterioridad, usando su presión parcial, pero no es posible calcular la emisividad efectiva de la mezcla sumando sencillamente las emisividades de cada uno de los gases (sin embargo, éste sería el caso si los diferentes gases emitieran a longitudes de onda diferentes). En lugar de ello, se debe determinar a partir de

$$\begin{aligned}\varepsilon_g &= \varepsilon_c + \varepsilon_w - \Delta\varepsilon \\ &= C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon\end{aligned} \tag{13-53}$$

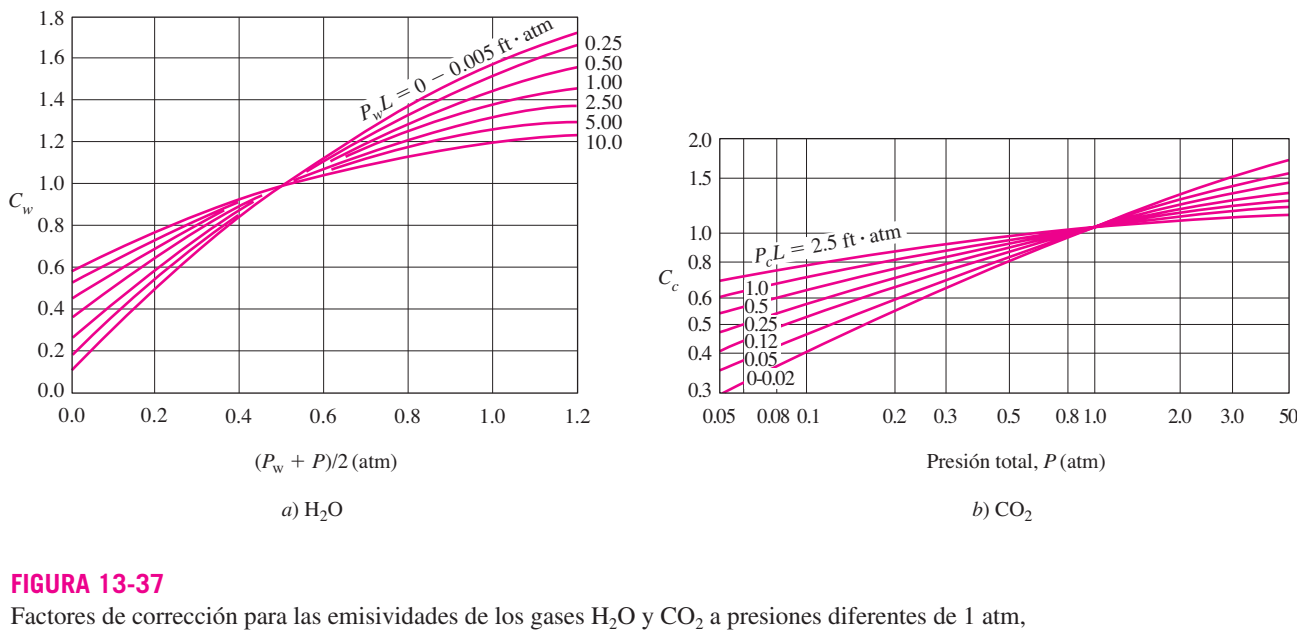
en donde $\Delta\varepsilon$ es el **factor de corrección de la emisividad**, el cual toma en cuenta el traslape de las bandas de emisión. En la figura 13-38 se tiene la gráfica de $\Delta\varepsilon$ para una mezcla que contiene tanto CO_2 como H_2O gaseosos.

La emisividad de un gas también depende de la *longitud media* que un haz de radiación emitida recorre en el gas antes de alcanzar una superficie límite y, de este modo, de la forma y de las dimensiones del volumen de gas que interviene. Durante sus experimentos en la década de 1930 Hottel y sus colaboradores consideraron la emisión de radiación desde un volumen de gas hemisférico hacia un pequeño elemento de superficie ubicado en el centro de la base del hemisferio. Es evidente que resulta conveniente extender los datos de la emisividad de los que se informó hacia volúmenes de gases de otras configuraciones geométricas y esto se lleva a cabo mediante la introducción del concepto de **longitud media del haz** L, la cual representa al radio de un hemisferio equivalente. En la tabla 13-4 se da una lista de longitudes medias del haz para varias configuraciones geométricas del gas. En la literatura [como Hottel (1954) y Siegel y Howell (1992)], se encuentran listas más extensas.



a) H_2O *b*) CO_2

FIGURA 13-36
Emisividades de los gases H_2O y CO_2 en una mezcla de gases no participantes a una presión total de 1 atm, para una longitud media del haz de L (1 m · atm = 3.28 ft · atm).
(Tomada de Hottel, 1954.)



a) H_2O *b*) CO_2

FIGURA 13-37
Factores de corrección para las emisividades de los gases H_2O y CO_2 a presiones diferentes de 1 atm, para usarse en las relaciones $\varepsilon_w = C_w\varepsilon_{w,\,1\text{ atm}}$ y $\varepsilon_c = C_c\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}}$ (1 m · atm = 3.28 ft · atm).
(Tomada de Hottel, 1954.)

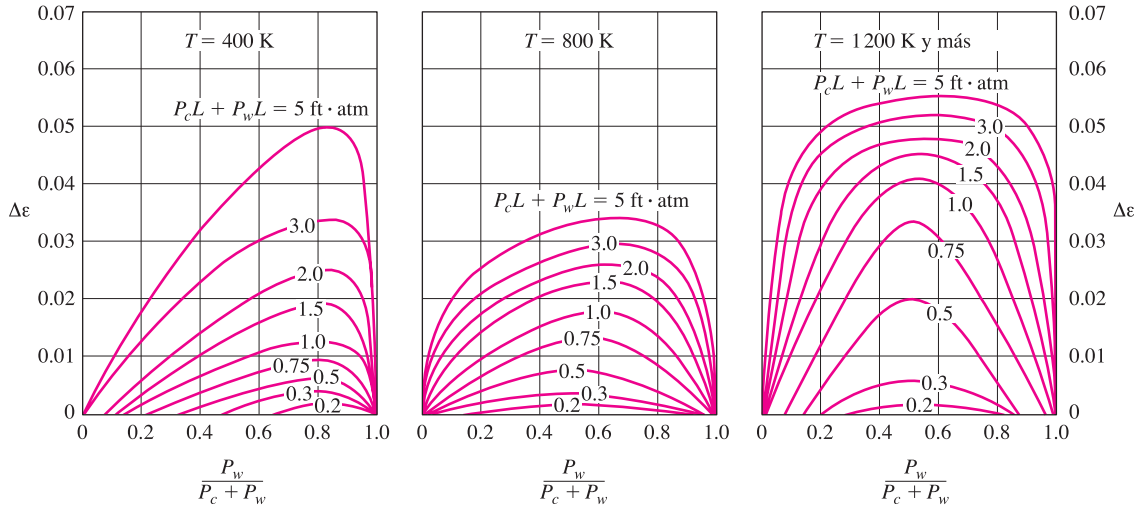


FIGURA 13-38

Corrección $\Delta\varepsilon$ de la emisividad para usarse en $\varepsilon_g = \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon$ cuando están presentes tanto el CO_2 como el vapor de H_2O en una mezcla de gases (1 m · atm = 3.28 ft · atm).
(Tomada de Hottel, 1954.)

TABLA 13-4

Longitud media del haz L para varias formas del volumen de gas

Configuración geométrica del volumen de gas	L
Hemisferio de radio R irradiando hacia el centro de su base	R
Esfera de diámetro D irradiando hacia su superficie	$0.65D$
Cilindro circular infinito de diámetro D irradiando hacia la superficie curva	$0.95D$
Cilindro circular semiinfinito de diámetro D irradiando hacia su base	$0.65D$
Cilindro circular semiinfinito de diámetro D irradiando hacia el centro de su base	$0.90D$
Cilindro semicircular infinito de radio R irradiando hacia el centro de su base	$1.26R$
Cilindro circular de altura igual al diámetro D irradiando hacia toda la superficie	$0.60D$
Cilindro circular de altura igual al diámetro D irradiando hacia el centro de su base	$0.71D$
Losa infinita de espesor D irradiando hacia cualquiera de los dos planos que la limitan	$1.80D$
Cubo de longitud L por lado irradiando hacia cualquiera de las caras	$0.66L$
Forma arbitraria de volumen V y área superficial A_s irradiando hacia la superficie	$3.6V/A_s$

Las emisividades asociadas con estas configuraciones geométricas se pueden determinar mediante las figuras 13-36 a 13-38 utilizando la longitud media apropiada del haz.

Siguiendo un procedimiento recomendado por Hottel, la absortividad de un gas que contiene los gases CO_2 y H_2O, para la radiación emitida por una fuente a la temperatura T_s,* se puede determinar de manera semejante a partir de

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha \tag{13-54}$$

*Nota del RT: El subíndice *s* proviene de la palabra *source* que en inglés significa fuente.

en donde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ y se determina con base en la figura 13-38 a la temperatura T_s de la fuente. Las absortividades del CO_2 y el H_2O se pueden determinar a partir de los diagramas de emisividad (figuras 13-36 y 13-37) como

CO_2: $$\alpha_c = C_c \times (T_g/T_s)^{0.65} \times \varepsilon_c(T_s, P_c L T_s/T_g) \quad \textbf{(13-55)}$$

y

H_2O: $$\alpha_w = C_w \times (T_g/T_s)^{0.45} \times \varepsilon_w(T_s, P_w L T_s/T_g) \quad \textbf{(13-56)}$$

La notación indica que las emisividades deben evaluarse usando T_s en lugar de T_g (en K o en R), $P_c L T_s/T_g$ en lugar de $P_c L$ y $P_w L T_s/T_g$ en lugar de $P_w L$. Note que la absortividad del gas depende de la temperatura de la fuente T_s así como de la temperatura del gas, T_g. Asimismo, $\alpha = \varepsilon$ cuando $T_s = T_g$, como era de esperarse. Los factores de corrección C_c y C_w se evalúan usando $P_c L$ y $P_w L$, como en los cálculos de la emisividad.

Cuando se conoce la emisividad total de un gas ε_g a la temperatura T_g, se puede expresar la potencia de emisión de ese gas (radiación emitida por el gas por unidad de área superficial) como $E_g = \varepsilon_g \sigma T_g^4$. Entonces la razón a la que se emite la energía de radiación por un gas hacia una superficie límite de área A_s que lo rodea queda

$$\dot{Q}_{g,e} = \varepsilon_g A_s \sigma T_g^4 \quad \textbf{(13-57)}$$

Si la superficie que rodea el gas es negra a la temperatura T_s, emitirá radiación hacia el gas a razón de $A_s \sigma T_s^4$ sin que refleje nada y el gas la absorberá a razón de $\alpha_g A_s \sigma T_s^4$, en donde α_g es la absortividad de ese gas. Entonces la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre el gas y una superficie negra que lo rodea queda:

Recinto negro: $$\dot{Q}_{\text{neta}} = A_s \sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4) \quad \textbf{(13-58)}$$

Si la superficie no es negra el análisis se vuelve más complicado debido a la radiación reflejada por ella. Pero para las superficies que se acercan a las negras, con una emisividad $\varepsilon_s > 0.7$, Hottel (1954) recomienda esta modificación:

$$\dot{Q}_{\text{neta, gris}} = \frac{\varepsilon_s + 1}{2}\dot{Q}_{\text{neta, negra}} = \frac{\varepsilon_s + 1}{2} A_s \sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4) \quad \textbf{(13-59)}$$

Las emisividades de las superficies de las paredes de los hornos y de las cámaras de combustión típicamente son mayores a 0.7 y, por consiguiente, la relación que se acaba de dar resulta muy conveniente para los cálculos preliminares de la transferencia de calor por radiación.

EJEMPLO 13-13 Emisividad efectiva de los gases de combustión

Un horno cilíndrico cuya altura y diámetro son de 5 m contiene gases de combustión a 1 200 K a una presión total de 2 atm. Mediante análisis volumétrico se determina que la composición de los gases de combustión es 80% de N_2, 8% de H_2O, 7% de O_2 y 5% de CO_2. Determine la emisividad efectiva de los gases de combustión (figura 13-39).

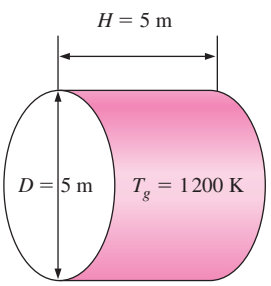


FIGURA 13-39
Esquema para el ejemplo 13-13.

SOLUCIÓN Se dan la temperatura, presión y composición de una mezcla de gases. Debe determinarse la emisividad de la mezcla.

Suposiciones **1** Todos los gases de la mezcla son ideales. **2** La emisividad que se determine es un promedio de la radiación emitida hacia todas las superficies del recinto cilíndrico.

Análisis El análisis volumétrico de una mezcla de gases proporciona las fracciones molares y_i de los componentes, las cuales son equivalentes a las fracciones de presión para una mezcla de gases ideales. Por lo tanto, las presiones parciales del CO_2 y el H_2O son

$$P_c = y_{CO_2} P = 0.05(2 \text{ atm}) = 0.10 \text{ atm}$$
$$P_w = y_{H_2O} P = 0.08(2 \text{ atm}) = 0.16 \text{ atm}$$

La longitud media del haz para un cilindro de diámetro y altura iguales, para la radiación emitida hacia todas las superficies, es, según la tabla 13-4,

$$L = 0.60D = 0.60(5 \text{ m}) = 3 \text{ m}$$

Entonces,

$$P_c L = (0.10 \text{ atm})(3 \text{ m}) = 0.30 \text{ m} \cdot \text{atm} = 0.98 \text{ ft} \cdot \text{atm}$$
$$P_w L = (0.16 \text{ atm})(3 \text{ m}) = 0.48 \text{ m} \cdot \text{atm} = 1.57 \text{ ft} \cdot \text{atm}$$

Las emisividades de CO_2 y H_2O correspondientes a estos valores, a la temperatura de los gases de $T_g = 1\,200$ K y a 1 atm son, tomándolos de la figura 13-36,

$$\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = 0.16 \qquad \text{y} \qquad \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = 0.23$$

Éstos son los valores base de las emisividades a 1 atm y es necesario corregirlos para la presión total de 2 atm. Dado que $(P_w + P)/2 = (0.16 + 2)/2 = 1.08$ atm, los factores de corrección son, tomándolos de la figura 13-37,

$$C_c = 1.1 \qquad \text{y} \qquad C_w = 1.4$$

Tanto el CO_2 como el H_2O están presentes en la misma mezcla y es necesaria la corrección por el traslape de las bandas de emisión. El factor de corrección de la emisividad a $T = T_g = 1\,200$ K es, de acuerdo con la figura 13-38,

$$\left.\begin{aligned} P_c L + P_w L &= 0.98 + 1.57 = 2.55 \\ \frac{P_w}{P_w + P_c} &= \frac{0.16}{0.16 + 0.10} = 0.615 \end{aligned}\right\} \quad \Delta\varepsilon = 0.048$$

Entonces la emisividad efectiva de los gases de combustión queda

$$\varepsilon_g = C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon = 1.1 \times 0.16 + 1.4 \times 0.23 - 0.048 = \mathbf{0.45}$$

Discusión La anterior es la emisividad promedio para la radiación emitida hacia todas las superficies del recinto cilíndrico. Para la radiación emitida hacia el centro de la base la longitud media del haz es $0.71D$, en lugar de $0.60D$, y el valor de la emisividad sería diferente.

EJEMPLO 13-14 Transferencia de calor por radiación en un horno cilíndrico

Vuelva a considerar el horno cilíndrico discutido en el ejemplo 13-13. Para una temperatura de las paredes de 600 K determine la absortividad de los gases de combustión y la razón de la transferencia de calor por radiación de estos gases hacia las paredes del horno (figura 13-40).

SOLUCIÓN Se dan las temperaturas de las superficies de las paredes y de los gases de combustión para un horno cilíndrico. Deben determinarse la absortividad de la mezcla de gases y la razón de la transferencia de calor por radiación de estos gases hacia las paredes del horno.

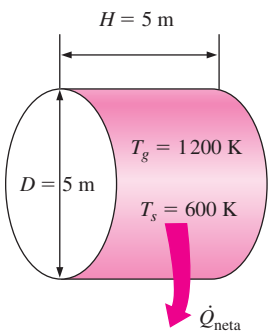


FIGURA 13-40
Esquema para el ejemplo 13-14.

Suposiciones **1** Todos los gases de la mezcla son ideales. **2** Todas las superficies interiores de las paredes del horno son negras. **3** La dispersión por el hollín y otras partículas es despreciable.

Análisis En el ejemplo anterior se determinó que la emisividad promedio de los gases de combustión a la temperatura $T_g = 1\,200$ K es $\varepsilon_g = 0.45$. Para una temperatura de la fuente de $T_s = 600$ K, una vez más se determina la absortividad del gas mediante los diagramas de emisividad, como

$$P_c L \frac{T_s}{T_g} = (0.10 \text{ atm})(3 \text{ m}) \frac{600 \text{ K}}{1\,200 \text{ K}} = 0.15 \text{ m} \cdot \text{atm} = 0.49 \text{ ft} \cdot \text{atm}$$

$$P_w L \frac{T_s}{T_g} = (0.16 \text{ atm})(3 \text{ m}) \frac{600 \text{ K}}{1\,200 \text{ K}} = 0.24 \text{ m} \cdot \text{atm} = 0.79 \text{ ft} \cdot \text{atm}$$

Con base en la figura 13-36 las emisividades del CO_2 y el H_2O correspondientes a estos valores, a una temperatura de $T_s = 600$ K y 1 atm, son

$$\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = 0.11 \qquad \text{y} \qquad \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = 0.25$$

En el ejemplo anterior se determinó que los factores de corrección son $C_c = 1.1$ y $C_w = 1.4$ y no cambian con la temperatura de las superficies. Entonces las absortividades del CO_2 y el H_2O quedan

$$\alpha_c = C_c \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.65} \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = (1.1)\left(\frac{1\,200 \text{ K}}{600 \text{ K}}\right)^{0.65} (0.11) = 0.19$$

$$\alpha_w = C_w \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.45} \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = (1.4)\left(\frac{1\,200 \text{ K}}{600 \text{ K}}\right)^{0.45} (0.25) = 0.48$$

Asimismo, $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$, pero el factor de corrección de la emisividad debe evaluarse basándose en la figura 13-38 a $T = T_s = 600$ K, en lugar de $T_g = 1\,200$ K. En la figura no se tiene diagrama para 600 K, pero se pueden leer valores de $\Delta\varepsilon$ a 400 K y 800 K, y se toma su promedio. A $P_w/(P_w + P_c) = 0.615$ y $P_cL + P_wL = 2.55$ se lee $\Delta\varepsilon = 0.027$. Entonces la absortividad de los gases de combustión queda

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha = 0.19 + 0.48 - 0.027 = \mathbf{0.64}$$

El área superficial de la superficie cilíndrica es

$$A_s = \pi DH + 2\frac{\pi D^2}{4} = \pi(5 \text{ m})(5 \text{ m}) + 2\frac{\pi(5 \text{ m})^2}{4} = 118 \text{ m}^2$$

Entonces la razón neta de la transferencia de calor por radiación de los gases de combustión hacia las paredes del horno queda

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{neta}} &= A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)\\ &= (118 \text{ m}^2)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[0.45(1\,200 \text{ K})^4 - 0.64(600 \text{ K})^4]\\ &= \mathbf{5.69 \times 10^6 \text{ W}}\end{aligned}$$

Discusión La razón de la transferencia de calor que acaba de determinarse es para el caso de que las superficies de las paredes sean negras. Si las superficies no fueran negras pero su emisividad ε_s fuera mayor que 0.7, se puede determinar la razón de la transferencia de calor multiplicando la razón ya determinada por $(\varepsilon_s + 1)/2$.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor desde el cuerpo humano

El calor metabólico generado en el cuerpo se disipa hacia el medio a través de la piel y los pulmones, por convección y radiación, como *calor sensible* y por evaporación como *calor latente* (figura 13-41). El calor latente representa el calor de vaporización del agua a medida que se evapora en los pulmones y sobre la piel, absorbiendo calor del cuerpo, y se libera también calor latente cuando la humedad se condensa sobre las superficies frías. El calentamiento del aire inhalado representa transferencia de calor sensible en los pulmones y es proporcional al aumento de su temperatura. La razón total de la pérdida de calor del cuerpo se puede expresar como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{cuerpo, total}} &= \dot{Q}_{\text{piel}} + \dot{Q}_{\text{pulmones}} \\ &= (\dot{Q}_{\text{sensible}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{piel}} + (\dot{Q}_{\text{sensible}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{pulmones}} \\ &= (\dot{Q}_{\text{convección}} + \dot{Q}_{\text{radiación}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{piel}} + (\dot{Q}_{\text{convección}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{pulmones}}\end{aligned} \tag{13-60}$$

Por lo tanto, la determinación de la transferencia de calor desde el cuerpo sólo por análisis es difícil. La ropa complica todavía más la transferencia de calor desde el cuerpo y por lo tanto debemos apoyarnos en datos experimentales. En condiciones estacionarias la razón total de la transferencia de calor desde el cuerpo es igual a la razón de la generación de calor metabólico en el propio cuerpo, la cual varía desde cerca de 100 W, para el trabajo ligero de oficina, hasta muy aproximadamente 1 000 W durante el trabajo físico pesado.

La *pérdida de calor sensible* desde la piel depende de las temperaturas de esta última, del medio y de las superficies circundantes, así como del movimiento del aire. Por otra parte, la *pérdida de calor latente* depende de cuán húmeda esté la piel y también de la humedad relativa del medio. La *ropa* sirve como aislamiento y reduce la pérdida de calor tanto de la forma sensible como latente. Es obvio que la transferencia de calor desde los pulmones a través de la respiración depende de la frecuencia con la que se respira y del volumen pulmonar, así como de los factores del medio que afectan la transferencia de calor desde la piel.

El calor sensible desde la piel cubierta de ropa se transfiere primero hacia esta última y de la ropa hacia el medio. Las pérdidas de calor por convección y radiación desde la superficie exterior de un cuerpo con ropa se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_{\text{ropa}}(T_{\text{ropa}} - T_{\text{ambiente}}) \tag{13-61}$$

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = h_{\text{rad}} A_{\text{ropa}}(T_{\text{ropa}} - T_{\text{alred}}) \tag{13-62}$$

(W)

en donde

h_{conv} = coeficiente de transferencia de calor por convección, según se da en la tabla 13-5

h_{rad} = coeficiente de transferencia de calor por radiación, 4.7 W/m^2 · °C para condiciones típicas en el interior; se supone que la emisividad es 0.95, lo cual es típico

A_{ropa} = área de la superficie exterior de una persona vestida

T_{ropa} = temperatura promedio de piel expuesta y de la ropa

T_{ambiente} = temperatura del aire ambiente

T_{alred} = temperatura promedio de las superficies circundantes

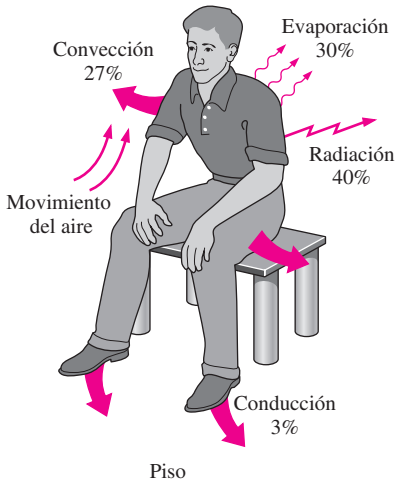


FIGURA 13-41
Mecanismos de pérdida de calor desde el cuerpo humano y magnitudes relativas para una persona en reposo.

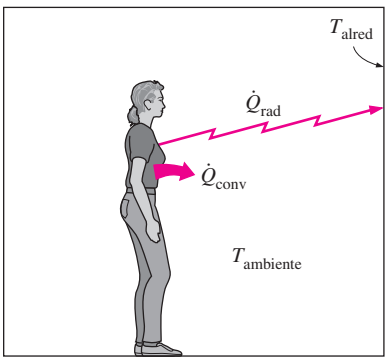
* Esta sección se puede pasar por alto sin pérdida de continuidad.

TABLA 13-5

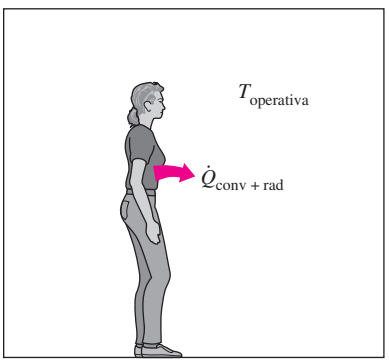
Coeficientes de transferencia de calor por convección para un cuerpo con ropa, a 1 atm (V en m/s) (compilado de varias fuentes)

Actividad	h_{conv},* W/m^2 · °C
Sentado en aire en movimiento a	
$0 < V < 0.2$ m/s	3.1
$0.2 < V < 4$ m/s	$8.3V^{0.6}$
Caminando en aire tranquilo a	
$0.5 < V < 2$ m/s	$8.6V^{0.53}$
Caminando sobre una caminadora en aire tranquilo a	
$0.5 < V < 2$ m/s	$6.5V^{0.39}$
De pie en aire en movimiento a	
$0 < V < 0.15$ m/s	4.0
$0.15 < V < 1.5$ m/s	$14.8V^{0.69}$

*A presiones diferentes de 1 atm, multiplíquese por $P^{0.55}$, en donde P se da en atm.



a) Convección y radiación separadas



b) Convección y radiación combinadas

FIGURA 13-42

Las pérdidas de calor por convección y por radiación del cuerpo se pueden combinar en un solo término, definiendo una temperatura operativa equivalente.

En la tabla 13-5 se dan los coeficientes de transferencia de calor por convección a la presión de 1 atm. Los coeficientes de convección a presiones P diferentes de 1 atm se obtienen al multiplicar los valores a la presión atmosférica de 1 atm por $P^{0.55}$, en donde P se da en atmósferas. Asimismo, se reconoce que las temperaturas de las diferentes superficies que rodean a una persona es probable que sean diferentes, y T_{alred} representa la **temperatura media para la radiación**, la cual es la temperatura de un recinto isotérmico imaginario en el cual el intercambio de calor por radiación con el cuerpo humano es igual al intercambio de calor por radiación con el recinto real. Dado que la mayor parte de la ropa y de los materiales de construcción son en esencia negros, se puede determinar la *temperatura media para la radiación* de un recinto que consta de N superficies a temperaturas diferentes a partir de

$$T_{alred} \cong F_{persona\text{-}1}\, T_1 + F_{persona\text{-}2}\, T_2 + \cdots + F_{persona\text{-}N}\, T_N \qquad \textbf{(13-63)}$$

en donde T_i es la *temperatura de la superficie i* y $F_{persona\text{-}i}$ es el *factor de visión* entre la persona y la superficie i.

La *pérdida total de calor sensible* también se puede expresar de manera conveniente combinando las pérdidas de calor por convección y por radiación, como

$$\dot{Q}_{conv+rad} = h_{combinado}\, A_{ropa}\, (T_{ropa} - T_{operativa}) \qquad \textbf{(13-64)}$$
$$= (h_{conv} + h_{rad}) A_{ropa}\, (T_{ropa} - T_{operativa}) \qquad \textbf{(13-65)}$$
$$\text{(W)}$$

en donde la **temperatura operativa** $T_{operativa}$ es el promedio de las temperaturas medias para la radiación y ambiente ponderadas por sus respectivos coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación, y se expresa como (figura 13-42)

$$T_{operativa} = \frac{h_{conv}\, T_{ambiente} + h_{rad}\, T_{alred}}{h_{conv} + h_{rad}} \cong \frac{T_{ambiente} + T_{alred}}{2} \qquad \textbf{(13-66)}$$

Note que la temperatura operativa será el promedio aritmético de las temperaturas ambiente y de las superficies circundantes cuando los coeficientes de transferencia de calor por convección y por radiación sean iguales entre sí. Otro índice ambiental usado en el análisis de la comodidad térmica es la **temperatura efectiva**, en la cual se combinan los efectos de la temperatura y de la humedad. Dos medios ambientes con la misma temperatura efectiva producen la misma respuesta térmica en las personas, aun cuando se encuentren a temperaturas y humedades diferentes.

La transferencia de calor a través de la *ropa* se puede expresar como

$$\dot{Q}_{conv\,+\,rad} = \frac{A_{ropa}\, (T_{piel} - T_{ropa})}{R_{ropa}} \qquad \textbf{(13-67)}$$

en donde R_{ropa} es la **resistencia térmica unitaria de la ropa** en m^2 · °C/W, la cual comprende los efectos combinados de la conducción, la convección y la radiación entre la piel y la superficie exterior de la ropa. La resistencia térmica de la ropa suele expresarse en la unidad **clo**, en donde 1 clo = 0.155 m^2 · °C/W = 0.880 ft^2 · °F · h/Btu. La resistencia térmica de los pantalones gruesos, las camisas de manga larga, los suéteres de manga larga y las camisetas (playera o remera) es de 1.0 clo, o sea 0.155 m^2 · °C/W. La ropa de verano, como los pantalones ligeros y las camisas de manga corta, tiene un valor de aislamiento de 0.5 clo, en tanto que la de invierno, como los pantalones, las camisetas de manga larga y un suéter o chaqueta, tiene un valor de aislamiento de 0.9 clo.

Entonces la pérdida total de calor sensible se puede expresar en términos de la temperatura de la piel, en lugar de la inconveniente temperatura de la ropa, como (figura 13-43)

$$\dot{Q}_{\text{conv + rad}} = \frac{A_{\text{ropa}}\,(T_{\text{piel}} - T_{\text{operativa}})}{R_{\text{ropa}} + \dfrac{1}{h_{\text{combinada}}}} \qquad \textbf{(13-68)}$$

En un estado de comodidad térmica se observa que la temperatura promedio de la piel del cuerpo es de 33°C (91.5°F). No se experimenta incomodidad cuando la temperatura de la piel fluctúa ±1.5°C (2.5°F). Éste es el caso ya sea que el cuerpo esté con ropa o desnudo.

La **pérdida de calor latente** o **evaporativo** desde la piel es proporcional a la diferencia entre la presión del vapor de agua en la piel y la del aire ambiente, así como de la humectación de la piel, lo cual es una medida de la cantidad de humedad sobre ésta. Se debe a los efectos combinados de la *evaporación del sudor* y de la *difusión* del agua a través de la piel, y se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{latente}} = \dot{m}_{\text{vapor}}\, h_{fg} \qquad \textbf{(13-69)}$$

en donde

$\dot{m}_{\text{vapor}}$ = razón de la evaporación desde el cuerpo, kg/s
h_{fg} = entalpía de vaporización del agua = 2 430 kJ/kg a 30°C

La pérdida de calor por evaporación es máxima cuando la piel está completamente mojada. Asimismo, la ropa ofrece resistencia a la evaporación y la razón de la evaporación en los cuerpos con ropa depende de la permeabilidad de esta última. La razón máxima de la evaporación en un hombre promedio es de alrededor de 1 L/h (0.3 g/s), lo cual representa un límite superior de 730 W para la razón del enfriamiento evaporativo. Una persona puede perder tanto como 2 kg de agua por hora durante una sesión de ejercicios en un día caluroso, pero cualquier exceso de sudor resbala por la superficie de la piel sin evaporarse (figura 13-44).

Durante la *respiración* el aire inhalado entra en las condiciones ambiente y el aire exhalado sale casi saturado a una temperatura cercana a la de las profundidades del cuerpo (figura 13-45). Por lo tanto, el cuerpo pierde calor sensible por convección y latente por evaporación desde los pulmones, esto se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{conv, pulmones}} = \dot{m}_{\text{aire, pulmones}}\, c_{p,\,\text{aire}}(T_{\text{exhalado}} - T_{\text{ambiente}}) \qquad \textbf{(13-70)}$$

$$\dot{Q}_{\text{latente, pulmones}} = \dot{m}_{\text{vapor, pulmones}}\, h_{fg} = \dot{m}_{\text{aire, pulmones}}\,(\omega_{\text{exhalado}} - \omega_{\text{ambiente}})h_{fg} \qquad \textbf{(13-71)}$$

en donde

$\dot{m}_{\text{aire, pulmones}}$ = razón de la admisión de aire hacia los pulmones, kg/s
$c_{p,\,\text{aire}}$ = calor específico del aire, 1.0 kJ/kg · °C
T_{exhalado} = temperatura del aire exhalado
ω = relación de humedad (masa de humedad por unidad de masa de aire seco)

La razón de la admisión de aire a los pulmones es directamente proporcional al índice metabólico $\dot{Q}_{\text{met}}$. La razón de la pérdida total de calor desde los pulmones a través de la respiración se puede expresar de manera aproximada como

$$\dot{Q}_{\text{conv + latente, pulmones}} = 0.0014\dot{Q}_{\text{met}}\,(34 - T_{\text{ambiente}}) + 0.0173\dot{Q}_{\text{met}}\,(5.87 - P_{v,\,\text{ambiente}}) \qquad \textbf{(13-72)}$$

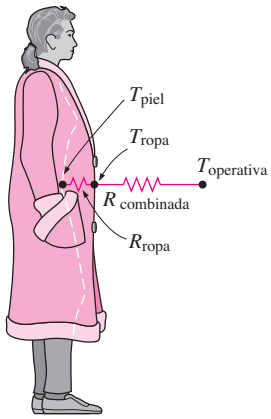


FIGURA 13-43
Red simplificada de resistencias térmicas para la transferencia de calor desde una persona vestida.

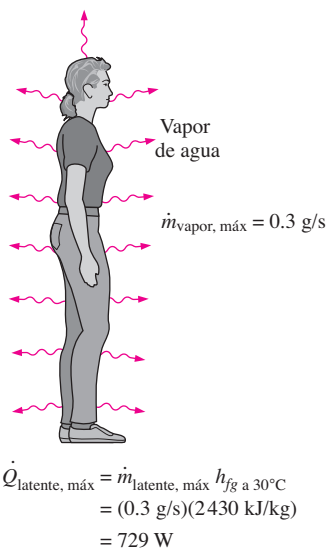


FIGURA 13-44
Una persona promedio puede perder calor por evaporación a razón de hasta 730 W.

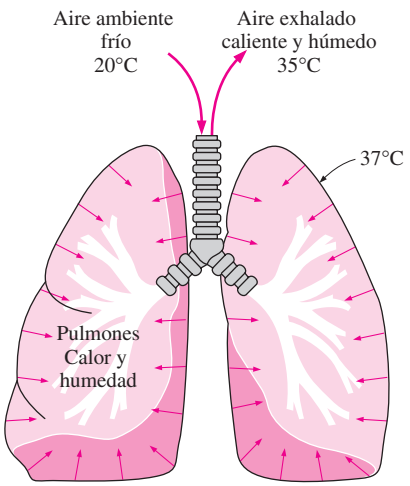


FIGURA 13-45
Parte del calor metabólico generado en el cuerpo se rechaza hacia el aire desde los pulmones, durante la respiración.

en donde $P_{v,\,\text{ambiente}}$ representa la presión de vapor del aire ambiente expresada en kPa.

La fracción de calor sensible varía desde cerca de 40%, en el caso de trabajo pesado, hasta alrededor de 70%, durante el trabajo ligero. El resto de la energía se rechaza del cuerpo por transpiración en la forma de calor latente.

EJEMPLO 13-15 Efecto de la ropa sobre la comodidad térmica

Está bien establecido que una persona con ropa o desnuda se siente cómoda cuando la temperatura de la piel es de alrededor de 33°C. Considere un hombre promedio que está usando ropa de verano cuya resistencia térmica es de 0.6 clo. El hombre se siente muy cómodo mientras se encuentra de pie en un cuarto mantenido a 22°C donde el movimiento del aire es despreciable y la temperatura de la superficie interior es más o menos la misma que la del aire. Si este hombre estuviera de pie desnudo en dicho cuarto, determine la temperatura a la cual debe mantenerse la habitación para que el hombre se sienta térmicamente cómodo.

SOLUCIÓN Un hombre que está usando ropa de verano se siente cómodo en un cuarto a 22°C. Debe determinarse la temperatura a la que este hombre se sentirá térmicamente cómodo cuando esté desnudo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias. **2** La pérdida de calor latente desde la persona sigue siendo la misma. **3** Los coeficientes de transferencia de calor siguen siendo los mismos.

Análisis El cuerpo pierde calor en las formas sensible y latente, y la primera consta de transferencia de calor por convección y radiación. A velocidades bajas del aire, de acuerdo con la tabla 13-5, el coeficiente de transferencia de calor por convección para un hombre de pie es de 4.0 W/m^2 · °C. El coeficiente de transferencia de calor por radiación en las condiciones típicas en interiores es de 4.7 W/m^2 · °C. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor en la superficie para una persona de pie, para la convección y radiación combinadas, es

$$h_{\text{combinado}} = h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}} = 4.0 + 4.7 = 8.7\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

Se da que la resistencia térmica de la ropa es

$$R_{\text{ropa}} = 0.6\ \text{clo} = 0.6 \times 0.155\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W} = 0.093\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$$

Dado que el área superficial de un hombre promedio es de 1.8 m^2, se determina que la pérdida de calor sensible desde esta persona cuando está con ropa es (figura 13-46)

$$\dot{Q}_{\text{sensible, con ropa}} = \frac{A_s(T_{\text{piel}} - T_{\text{ambiente}})}{R_{\text{ropa}} + \dfrac{1}{h_{\text{combinado}}}} = \frac{(1.8\ \text{m}^2)(33 - 22)^\circ\text{C}}{0.093\ \text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W} + \dfrac{1}{8.7\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}}$$

$$= 95.2\ \text{W}$$

Desde el punto de vista de la transferencia de calor, quitarse la ropa equivale a eliminar el aislamiento de ésta o hacer $R_{\text{ropa}} = 0$. En este caso la transferencia de calor se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{sensible, desnudo}} = \frac{A_s(T_{\text{piel}} - T_{\text{ambiente}})}{\dfrac{1}{h_{\text{combinado}}}} = \frac{(1.8\ \text{m}^2)(33 - T_{\text{ambiente}})^\circ\text{C}}{\dfrac{1}{8.7\ \text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}}$$

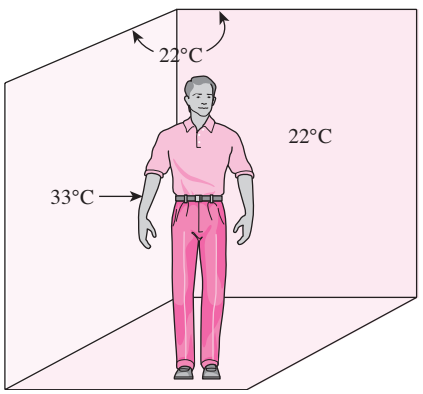


FIGURA 13-46
Esquema para el ejemplo 13-15.

Para mantener la comodidad térmica después de quitarse la ropa, la temperatura de la piel de la persona y la razón de la transferencia de calor desde ella deben seguir siendo las mismas. Entonces, igualando a 95.2 W la ecuación que acabamos de dar, se obtiene

$$T_{\text{ambiente}} = \mathbf{26.9°C}$$

Por lo tanto, se necesita elevar la temperatura del aire de 22 hasta 26.9°C para garantizar que la persona se sentirá cómoda en el cuarto después de quitarse la ropa (figura 13-47).

Discusión Note que en la solución antes dada se supone que el efecto de la ropa sobre el calor latente es despreciable. También, por sencillez, supusimos que el área superficial de la persona vestida y desnuda era la misma y estos dos efectos deben contraponerse entre sí.

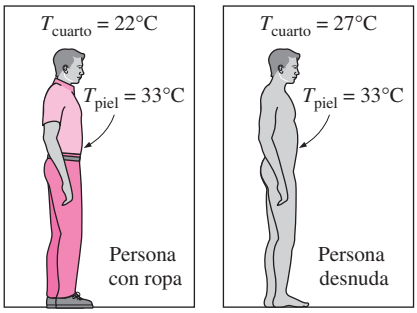


FIGURA 13-47
La ropa sirve como aislamiento y es necesario elevar la temperatura del cuarto cuando una persona está desnuda para mantener el mismo nivel de comodidad.

RESUMEN

La transferencia de calor por radiación entre superficies depende de la orientación de éstas, una con respecto a las otras. En un análisis de la radiación, este efecto se toma en cuenta por medio del parámetro geométrico conocido como *factor de visión*. El *factor de visión* de una superficie i hacia una superficie j es denotado como $F_{i\to j}$ o como F_{ij} y se define como la fracción de la radiación que saliendo de la superficie i choca contra la superficie j en forma directa. Los factores de visión entre superficies diferenciales y finitas se expresan como

$$dF_{dA_1\to dA_2} = \frac{\dot{Q}_{dA_1\to dA_2}}{\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi r^2}\,dA_2$$

$$F_{dA_1\to A_2} = \int_{A_2}\frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi r^2}\,dA_2$$

$$F_{12} = F_{A_1\to A_2} = \frac{\dot{Q}_{A_1\to A_2}}{\dot{Q}_{A_1}} = \frac{1}{A_1}\int_{A_2}\int_{A_1}\frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi r^2}\,dA_1\,dA_2$$

en donde r es la distancia entre dA_1 y dA_2, y θ_1 y θ_2 son los ángulos entre las perpendiculares a las superficies y la recta que une dA_1 con dA_2.

El factor de visión $F_{i\to i}$ representa la fracción de la radiación que sale de la superficie i y que choca directamente contra ella misma; $F_{i\to i} = 0$ para las superficies *planas* o *convexas* y $F_{i\to i} \neq 0$ para las superficies *cóncavas*. Para los factores de visión, la *regla de reciprocidad* se expresa como

$$A_i\,F_{i\to j} = A_j\,F_{j\to i}$$

La suma de los factores de visión de la superficie i de un recinto cerrado hacia todas las superficies de este último, incluyendo ella misma, debe ser igual a la unidad. Esto se conoce como la *regla de la suma* para un recinto cerrado. La *regla de superposición* se expresa diciendo que el factor de visión desde una superficie i hacia una superficie j es igual a la suma de los factores de visión de la superficie i hacia las partes de la de j. La regla de simetría se expresa diciendo que si las superficies j y k son simétricas con respecto a la superficie i entonces $F_{i\to j} = F_{i\to k}$.

La razón de la transferencia de calor neta por radiación entre dos superficies *negras* se determina a partir de

$$\dot{Q}_{1\to 2} = A_1F_{1\to 2}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

La transferencia de calor *neta* por radiación desde cualquier superficie i de un recinto cerrado *negro* se determina sumando las transferencias de calor netas por radiación desde esa superficie i hacia cada una de las superficies del recinto:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N}\dot{Q}_{i\to j} = \sum_{j=1}^{N}A_iF_{i\to j}\,\sigma(T_i^4 - T_j^4)$$

La energía total de radiación que sale de una superficie por unidad de tiempo y por unidad de área se llama *radiosidad* y se denota por J. La razón *neta* de la transferencia de calor por radiación desde una superficie i de área superficial A_i se expresa como

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}$$

en donde

$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A_i\,\varepsilon_i}$$

es la *resistencia de la superficie* a la radiación. La razón *neta* de la transferencia de calor por radiación de la superficie i hacia la j se puede expresar como

$$\dot{Q}_{i\to j} = \frac{J_i - J_j}{R_{i\to j}}$$

en donde

$$R_{i\to j} = \frac{1}{A_i\,F_{i\to j}}$$

es la *resistencia del espacio* a la radiación. El *método de redes* se aplica a los problemas relativos a la radiación en recintos cerrados, trazando una resistencia superficial asociada con cada superficie de un recinto y uniéndolas con resistencias del espa-

cio. A continuación el problema se resuelve tratándolo como un problema de resistencias eléctricas, en donde la transferencia de calor por radiación reemplaza a la corriente y la radiosidad al potencial. El *método directo* se basa en las dos ecuaciones siguientes:

Superficies con razón neta específica de transferencia de calor $\dot{Q}_i$

$$\dot{Q}_i = A_i \sum_{j=1}^{N} F_{i\to j}(J_i - J_j)$$

Superficies con temperatura T_i específica

$$\sigma T_i^4 = J_i + \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} F_{i\to j}(J_i - J_j)$$

El primero y el segundo grupos de ecuaciones dan N ecuaciones algebraicas lineales para la determinación de las N radiosidades desconocidas, para un recinto de N superficies. Una vez que se dispone de las radiosidades $J_1, J_2, \ldots, J_N$, es posible determinar las temperaturas superficiales y las razones de transferencia de calor, a partir de las ecuaciones que se acaban de mostrar.

La razón neta de la transferencia por radiación entre dos superficies grises, difusas y opacas cualesquiera que forman un recinto cerrado se expresa por

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1\,F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2}}$$

La transferencia de calor por radiación entre dos superficies se puede reducir mucho si, entre éstas, se introducen láminas delgadas de alta reflectividad (baja emisividad) de material, llamadas *blindajes contra la radiación*. La transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas grandes separadas por N blindajes contra la radiación es

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{ blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \ldots + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_{N,1}} + \dfrac{1}{\varepsilon_{N,2}} - 1\right)}$$

Se puede tomar en cuenta de manera apropiada el efecto de la radiación en las mediciones de temperatura por medio de la relación

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h}$$

donde T_f es la temperatura real del fluido, T_{term} es el valor de la temperatura medido por el termómetro y T_w es la temperatura de las paredes circundantes, todas en K.

Los gases con moléculas asimétricas, como el H_2O, CO_2, CO, SO_2 y los hidrocarburos H_nC_m, participan en el proceso de radiación, por absorción o emisión. La *transmisividad*, la *absortividad* y la *emisividad espectrales* de un medio se expresan como

$$\tau_\lambda = e^{-\kappa_\lambda L}, \qquad \alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \qquad \text{y}$$
$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L}$$

en donde κ_λ es el *coeficiente de absorción espectral* del medio.

En la figura 13-36 se dan las emisividades del H_2O y el CO_2, para una presión total de $P = 1$ atm. Las emisividades a otras presiones se determinan a partir de

$$\varepsilon_w = C_w\varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} \qquad \text{y} \qquad \varepsilon_c = C_c\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}}$$

en donde C_w y C_c son los *factores de corrección por la presión*. Para mezclas de gases que contienen tanto H_2O como CO_2, la emisividad se determina a partir de

$$\varepsilon_g = \varepsilon_c + \varepsilon_w - \Delta\varepsilon = C_c\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w\varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon$$

en donde $\Delta\varepsilon$ es el *factor de corrección de la emisividad*, con el que se toma en cuenta el traslape de las bandas de emisión. De manera semejante, las absortividades de los gases para la radiación emitida por una fuente a la temperatura T_s se determinan a partir de

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha$$

en donde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ a la temperatura T_s de la fuente y

CO_2: $$\alpha_c = C_c \times (T_g/T_s)^{0.65} \times \varepsilon_c(T_s,\, P_c L T_s/T_g)$$

H_2O: $$\alpha_w = C_w \times (T_g/T_s)^{0.45} \times \varepsilon_w(T_s,\, P_w L T_s/T_g)$$

La razón de la transferencia de calor por radiación entre un gas y una superficie circundante es

Recinto negro cerrado: $$\dot{Q}_{\text{neta}} = A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)$$

Recinto gris cerrado, con $\varepsilon_s > 0.7$: $$\dot{Q}_{\text{neta, gris}} = \frac{\varepsilon_s + 1}{2} A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)$$

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. D. K. Edwards. *Radiation Heat Transfer Notes*, Washington, D. C.: Hemisphere, 1981.
2. ———— y R. Matavosian. "Scaling Rules for Total Absorptivity and Emissivity of Gases", *Journal of Heat Transfer* 106 (1984), pp. 684-689.
3. ————. "Emissivity Data for Gases", Sección 5.5.5, en G. F. Hewitt (ed.), *Hemisphere Handbook of Heat Exchanger Design*, Nueva York: Hemisphere, 1990.
4. D. C. Hamilton y W. R. Morgan. "Radiation Interchange Configuration Factors", en National Advisory Committee for Aeronautics, Nota Técnica 2836, 1952.

5. H. C. Hottel. "Radiant Heat Transmission", en W. H. McAdams (ed.), *Heat Transmission*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1954.

6. ————. "Heat Transmission by Radiation from Non-luminous Gases", *Transactions of the AIChE* (1927), pp. 173-205.

7. ———— y R. B. Egbert. "Radiant Heat Transmission from Water Vapor", *Transactions of the AIChE* 38 (1942), pp. 531-565.

8. J. R. Howell. *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, Nueva York: McGraw-Hill, 1982.

9. M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, 2a. ed., Nueva York: Academic Press, 2003.

10. A. K. Oppenheim. "Radiation Analysis by the Network Method", *Transactions of the ASME* 78 (1956), pp. 725-735.

11. R. Siegel y J. R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*, 4a. ed., Nueva York: Taylor y Francis, 2002.

PROBLEMAS*

El factor de visión

13-1C ¿Qué representa el factor de visión? ¿Cuándo el factor de visión de una superficie hacia sí misma no es cero?

13-2C ¿Cuál es el método de las cuerdas cruzadas? ¿Para cuáles clases de configuraciones geométricas es aplicable el método de las cuerdas cruzadas?

13-3C ¿Cuáles son la regla de la suma y la regla de superposición para los factores de visión?

13-4C ¿Cómo puede el lector determinar el factor de visión F_{12} cuando se dispone del factor de visión F_{21} y de las áreas superficiales?

13-5 Considere un recinto cerrado que consta de cinco superficies. ¿Cuántos factores de visión intervienen en esta configuración geométrica? ¿Cuántos de estos factores se pueden determinar por la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la suma?

13-6 Considere un recinto cerrado que consta de 13 superficies. ¿Cuántos factores de visión intervienen en esta configuración geométrica? ¿Cuántos de estos factores se pueden determinar por la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la suma? *Respuestas:* 169, 91

13-7 Considere un recinto cilíndrico con A_1, A_2 y A_3, que representan la base interna, la parte superior y las superficies laterales, respectivamente. Usando el cociente de longitud a diámetro, $K = L/D$, determine *a*) la expresión para el factor de visión entre la base y la superficie lateral F_{13} en términos de K y *b*) el valor del factor de visión F_{13} para $L = D$.

Respuestas: a) $F_{13} = 2K\sqrt{(K^2 + 1)} - 2K^2$, *b)* 0.828

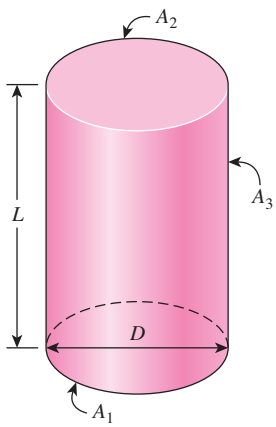


FIGURA P13-7

13-8 Dos placas paralelas infinitamente largas de ancho w están ubicadas a una distancia w entre ellas, como se muestra en la figura. Mediante el método de las cuerdas cruzadas, determine el factor de visión F_{12}.

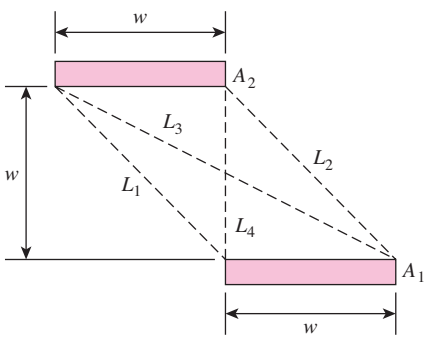


FIGURA P13-8

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a darles respuesta a todos. Los designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con un ícono de EES-CD, , se resuelven usando el EES y las soluciones completas, junto con estudios paramétricos, que se incluyen en el CD que acompaña a este texto. Los problemas con un ícono de computadora-EES, , son de naturaleza detallada y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software de EES que acompaña a este texto.

13-9 Determine los factores de visión F_{13} y F_{23} entre las superficies rectangulares que se muestran en la figura P13-9.

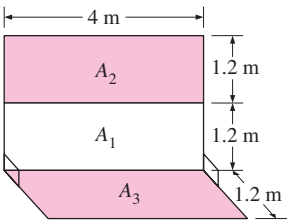


FIGURA P13-9

13-10 Considere un recinto cerrado cilíndrico cuya altura es el doble del diámetro de su base. Determine el factor de visión de la superficie lateral de este recinto cilíndrico hacia su superficie base.

13-11 Considere un horno hemisférico con una base circular plana de diámetro D. Determine el factor de visión del domo de este horno hacia su base. *Respuesta:* 0.5

13-12 Tres cilindros paralelos infinitamente largos de diámetro D están ubicados de manera que existe una distancia s entre ellos. Determine el factor de visión entre el cilindro de en medio y los alrededores.

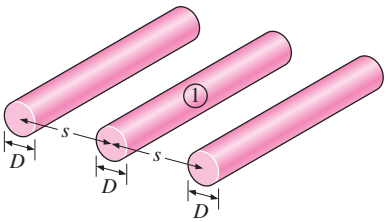


FIGURA P13-12

13-13 Determine los factores de visión de la base de un cubo hacia cada una de los otras cinco superficies.

13-14 Considere un recinto cerrado cónico de altura h y diámetro D de la base. Determine el factor de visión de la superficie lateral cónica hacia un agujero de diámetro d localizado en el centro de la base.

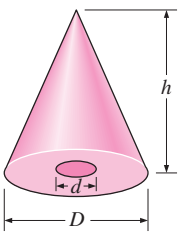


FIGURA P13-14

13-15 Determine los cuatro factores de visión asociados con un recinto cerrado formado por dos cilindros concéntricos muy largos de radios r_1 y r_2. Desprecie los efectos de los extremos.

13-16 Determine el factor de visión F_{12} entre las superficies rectangulares que se muestran en la figura P13-16.

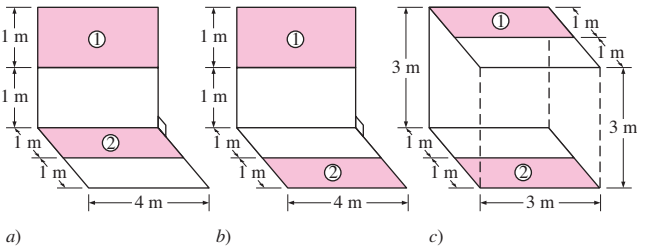
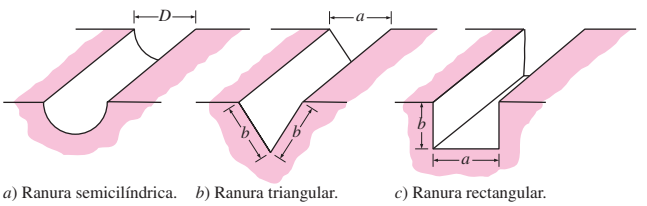


FIGURA P13-16

13-17 Dos cilindros paralelos infinitamente largos de diámetro D están ubicados de manera que existe una distancia s entre ellos. Determine el factor de visión F_{12} entre estos dos cilindros.

13-18 Determine los factores de visión de las ranuras muy largas que se muestran en la figura P13-18 hacia los alrededores, sin usar tablas ni diagramas de los factores de visión. Desprecie los efectos de los extremos.



a) Ranura semicilíndrica. *b*) Ranura triangular. *c*) Ranura rectangular.

FIGURA P13-18

13-19 Un cono circular de diámetro D está colocado sobre un eje común con un disco circular, también de diámetro D, a una distancia L, como se muestra en la figura. Con un área hipotética (A_3) correspondiente a la abertura del cono, determine los valores de F_{11} y F_{12} para $L = D = 100$ mm.

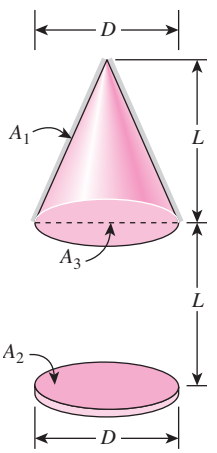


FIGURA P13-19

13-20 Considere una superficie cilíndrica y un disco con orientación coaxial como se muestra en la figura. El cilindro tiene un diámetro D y una longitud L. El disco de diámetro D se coloca en posición coaxial con el cilindro a una distancia L. Si

$L = 2D$, determine el factor de visión F12 entre la superficie cilíndrica 1) y el disco 2) frente a ella.

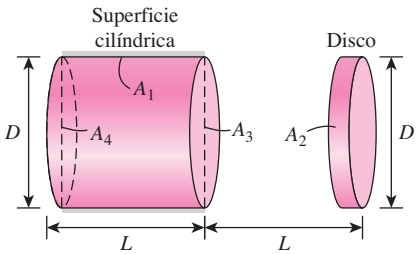


FIGURA P13-20

13-21 Repita el problema 13-20 con $L = D$.

Transferencia de calor por radiación entre superficies

13-22C ¿Cuáles son los dos métodos usados en el análisis de la radiación? ¿Cuál es la diferencia entre estos dos métodos?

13-23C ¿En qué difiere la radiosidad de una superficie con respecto a la energía emitida? ¿Para qué clases de superficies estas dos cantidades son idénticas?

13-24C ¿Qué son las resistencias a la radiación de las superficies y del espacio? ¿Cómo se expresan? ¿Para qué clases de superficies la resistencia a la radiación de ellas es cero?

13-25C ¿Por qué es más o menos fácil el análisis relativo a la radiación de los recintos cerrados que constan de superficies negras? En este caso, ¿cómo se expresa la razón de la transferencia de calor por radiación?

13-26C ¿Qué es una superficie reirradiante? ¿Qué simplificaciones ofrece una superficie de este tipo en el análisis relativo a la radiación?

13-27 Dos rectángulos paralelos alineados con dimensiones 6 m × 8 m están separados por una distancia de 2 m. Si los dos rectángulos paralelos están experimentando la transferencia de calor por radiación como superficies negras, determine el cambio porcentual en la razón de transferencia de calor por radiación cuando los rectángulos se separan 8 m.

Respuestas: 71.6 por ciento

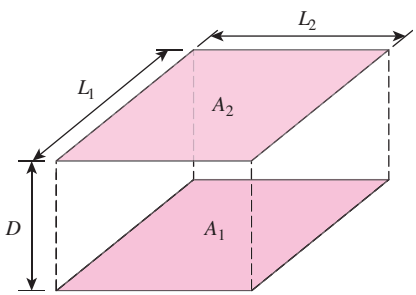


FIGURA P13-27

13-28 Se mantiene una esfera sólida de 1 m de diámetro y a 600 K en un recinto con forma de triángulo equilátero, al vacío y grande, cuyos lados tienen 2 m de largo. La emisividad de la esfera es 0.45 y la temperatura del recinto es de 420 K. Si dentro de la esfera se genera calor en forma uniforme a razón de 3 100 W, determine *a*) el factor de visión del recinto a la esfera y *b*) la emisividad del recinto.

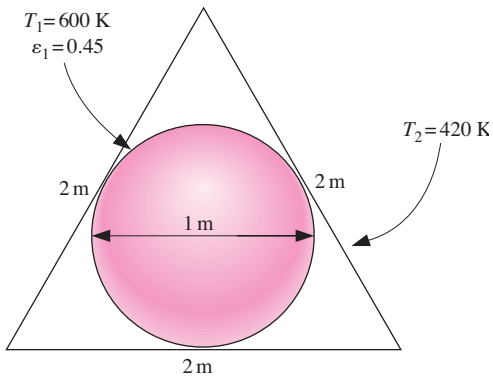


FIGURA P13-28

13-29 Este experimento se conduce con el fin de determinar la emisividad de cierto material. Una barra cilíndrica larga de diámetro $D_1 = 0.01$ m se recubre con este nuevo material y se coloca en un largo recinto cerrado cilíndrico en el que se ha hecho el vacío y que tiene un diámetro $D_2 = 0.1$ m y emisividad $\varepsilon_2 = 0.95$, el cual se enfría desde el exterior y se mantiene a una temperatura de 200 K en todo momento. La varilla se calienta haciendo pasar por ella una corriente eléctrica. Cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación se observa que la varilla disipa potencia eléctrica a razón de 12 W por cada unidad de longitud y su temperatura superficial es de 600 K. Con base en estas mediciones determine la emisividad del recubrimiento de la varilla.

13-30I Considere un horno cúbico de 10 ft × 10 ft × 10 ft cuyas superficies superior y laterales se aproximan mucho a superficies negras y cuya superficie base tiene una emisividad $\varepsilon = 0.4$. Las superficies base, superior y laterales del horno se mantienen a temperaturas uniformes de 800 R, 1 600 R y 2 400 R, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre *a*) las superficies base y laterales, y *b*) las superficies base y superior. Asimismo, determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie base.

13-31I Vuelva a considerar el problema 13-30I. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto de la emisividad de la superficie base sobre las razones netas de la transferencia de calor por radiación entre las superficies base y laterales, entre las superficies base y superior, y hacia la superficie base. Suponga que la emisividad

varía de 0.1 hasta 0.9. Trace las gráficas de las razones de la transferencia de calor como función de la emisividad y discuta los resultados.

13-32 Dos placas paralelas muy grandes se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 600$ K y $T_2 = 400$ K, y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.9$, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por unidad de área de las placas.

13-33 Vuelva a considerar el problema 13-32. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la temperatura y de la emisividad de la placa caliente sobre la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las placas. Suponga que la temperatura varía de 500 K hasta 1 000 K, y la emisividad de 0.1 hasta 0.9. Trace gráficas de la razón neta de la transferencia de calor por radiación como función de la temperatura y de la emisividad, y discuta los resultados.

13-34 Dos placas paralelas infinitamente largas de ancho w están ubicadas a w de distancia entre sí, como se muestra en la figura. Las dos placas se comportan como superficies negras, donde la superficie A_1 tiene una temperatura de 700 K y la superficie A_2 una temperatura de 300 K. Determine el flujo de calor por radiación entre las dos superficies, por unidad de área.

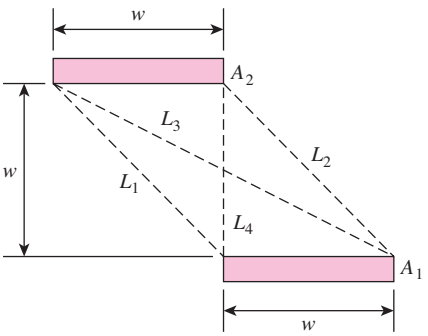


FIGURA P13-34

13-35 Una secadora tiene la forma de un ducto largo semicilíndrico de 1.5 m de diámetro. La base de la secadora está ocupada con materiales empapados con agua que se deben secar. La base se mantiene a una temperatura de 370 K, mientras que el domo de la secadora se mantiene a 1 000 K. Si ambas superficies se comportan como un cuerpo negro, determine la razón de secado, por unidad de longitud de la secadora, experimentada por los materiales húmedos.

Respuesta: 0.0370 kg/s · m

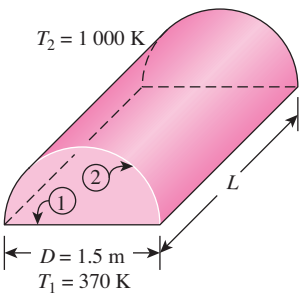


FIGURA P13-35

13-36 Un horno tiene forma cilíndrica con $R = H = 3$ m. Todas las superficies del horno, la base, la superior y la lateral, son negras y se mantienen a las temperaturas uniformes de 500, 700 y 1 400 K, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie superior o desde ésta durante la operación estacionaria.

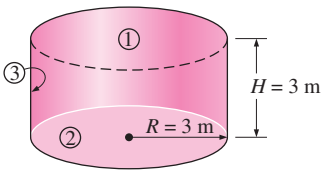


FIGURA P13-36

13-37I Un cuarto de 9 ft de alto con un área de la base de 12 ft × 12 ft se debe caldear por medio de calentadores de resistencia eléctrica colocados en el techo, el cual se mantiene a una temperatura uniforme de 90°F en todo momento. El piso del cuarto está a 65°F y tiene una emisividad de 0.8. Las superficies laterales están bien aisladas. Tratando el techo como un cuerpo negro, determine la razón de la pérdida de calor desde el cuarto a través del piso.

13-38 Dos cilindros concéntricos muy largos de diámetros $D_1 = 0.35$ m y $D_2 = 0.5$ m se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 950$ K y $T_2 = 500$ K, y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 1$ y $\varepsilon_2 = 0.55$, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros por unidad de longitud de los mismos.

13-39 Este problema trata de la transferencia de calor por radiación, de estado estacionario, entre una esfera ($r_1 = 30$ cm) y un disco circular ($r_2 = 120$ cm), los cuales están separados por una distancia de centro a centro $h = 60$ cm. Cuando la normal al centro del disco pasa por el centro de la esfera, el factor de visión para la radiación es expresado por

$$F_{12} = 0.5\left\{1 - \left[1 + \left(\frac{r_2}{h}\right)^2\right]^{-0.5}\right\}$$

Las temperaturas superficiales de la esfera y del disco son 600°C y 200°C, respectivamente, y sus emisividades son 0.9 y 0.5, también respectivamente.

a) Calcular los factores de visión F_{12} y F_{21}.
b) Calcular la razón neta de intercambio de calor por radiación entre la esfera y el disco.
c) Para los radios y temperaturas dados para la esfera y el disco, las tres modificaciones posibles siguientes podrían aumentar la razón neta de intercambio de calor por radiación: pintar cada una de las superficies para alterar sus emisividades, ajustar la distancia entre ellas y proporcionar un recinto (refractario). Calcular la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los dos cuerpos si se seleccionan los *mejores valores* para cada una de las modificaciones antes mencionadas.

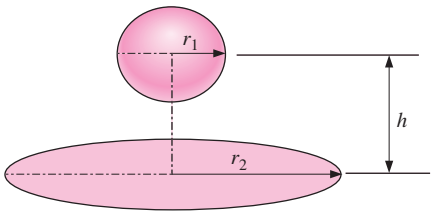


FIGURA P13-39

13-40 Dos discos paralelos de diámetro $D = 0.6$ m y con una separación $L = 0.4$ m entre sí están ubicados uno directamente arriba del otro. Los dos discos son negros y se mantienen a una temperatura de 450 K. Los lados posteriores de los discos están aislados y se puede considerar que el medio en el que se encuentran es el de un cuerpo negro a 300 K. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación de los discos hacia el medio. *Respuesta:* 781 W

13-41I Dos rectángulos paralelos negros con dimensiones de 3 ft × 5 ft están separados por 1 ft de distancia. Los dos rectángulos paralelos experimentan transferencia de calor por radiación como superficies negras, donde el rectángulo superior recibe un total de 180 000 Btu/h de razón de transferencia de calor por radiación del rectángulo inferior. Si el rectángulo superior tiene una temperatura uniforme de 60°F, determine la temperatura del rectángulo inferior.

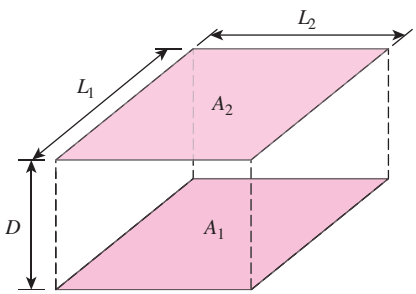


FIGURA P13-41I

13-42 Dos discos coaxiales paralelos de diámetros iguales de 1 m se colocaron en un inicio a una separación de 1 m de distancia. Si ambos discos se comportan como superficies negras, determine la nueva distancia entre los discos tal que haya una reducción de 75% en la razón de transferencia de calor por radiación, con respecto a la distancia original de 1 m.

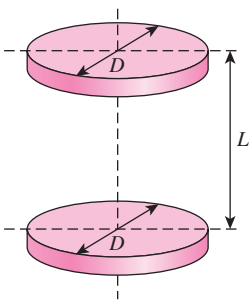


FIGURA P13-42

13-43 Un horno tiene una forma semejante a la de un largo ducto cuya sección transversal es un triángulo equilátero, en donde el ancho de cada lado es de 2 m. Se alimenta calor desde la superficie base, cuya emisividad es $\varepsilon_1 = 0.8$, a razón de 800 W/m^2, en tanto que las superficies laterales, cuyas emisividades son de 0.4, se mantienen a 600 K. Despreciando los efectos de los extremos, determine la temperatura de la superficie base. ¿Puede tratar el lector esta configuración geométrica como un recinto cerrado de dos superficies?

13-44 Vuelva a considerar el problema 13-43. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la razón de la transferencia de calor en la superficie base y de la temperatura de las superficies laterales sobre la temperatura de esa superficie base. Suponga que la razón de la transferencia de calor varía de 500 W/m^2 hasta 1 000 W/m^2 y la temperatura de 300 K hasta 700 K. Trace gráficas de la temperatura de la superficie base como función de la razón de la transferencia de calor y de la temperatura de las superficies laterales, y discuta los resultados.

13-45 Considere un horno cúbico de 4 m × 4 m × 4 m cuyos piso y techo son negros y cuyas superficies laterales son reirradiantes. El piso y el techo del horno se mantienen a las temperaturas de 550 K y 1 100 K, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre el piso y el techo del horno.

13-46 Dos esferas concéntricas de diámetros $D_1 = 0.3$ m y $D_2 = 0.6$ m se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K, y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos esferas. Asimismo, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior si tanto el medio como las superficies circundantes se encuentran a 30°C. Suponga que la emisividad de la superficie exterior es de 0.35.

13-47 Un tanque esférico de diámetro $D = 2$ m que está lleno con nitrógeno líquido a 100 K se mantiene en un recinto cerrado cúbico en el que se ha hecho el vacío cuyos lados tienen 3 m de largo. Las emisividades del tanque esférico y del recinto cerrado son $\varepsilon_1 = 0.1$ y $\varepsilon_2 = 0.8$, respectivamente. Si se mide que la temperatura del recinto cúbico es de 240 K, determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia el nitrógeno líquido. *Respuesta:* 228 W

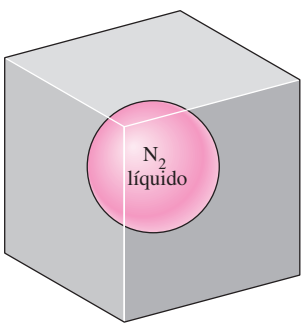


FIGURA P13-47

13-48 Repita el problema 13-47 reemplazando el recinto cúbico por uno esférico cuyo diámetro sea de 3 m.

13-49 Vuelva a considerar el problema 13-47. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos de la longitud del lado y de la emisividad del recinto cerrado cúbico, y de la emisividad del tanque esférico sobre la razón neta de la transferencia de calor por radiación. Suponga que la longitud del lado varía de 2 m hasta 12 m y las dos emisividades de 0.1 hasta 0.9. Trace gráficas de la razón neta de la transferencia de calor por radiación como función de la longitud del lado y de las emisividades, y discuta los resultados.

13-50 Considere una parrilla circular cuyo diámetro es de 0.3 m. Su fondo está cubierto con trozos de carbón mineral calientes a 950 K, en tanto que la malla de alambre de la parte superior de la misma está cubierta con bisteces inicialmente a 5°C. La distancia entre los trozos de carbón y la carne es de 0.20 m. Tratando tanto los bisteces como el carbón como cuerpos negros, determine la razón inicial de la transferencia de calor por radiación del segundo hacia los primeros. Asimismo, determine la razón inicial de transferencia de calor por radiación hacia los trozos de carne si la abertura lateral de la parrilla se cubre con hoja de aluminio, la cual se puede considerar como una superficie reirradiante. *Respuestas:* 928 W, 2 085 W

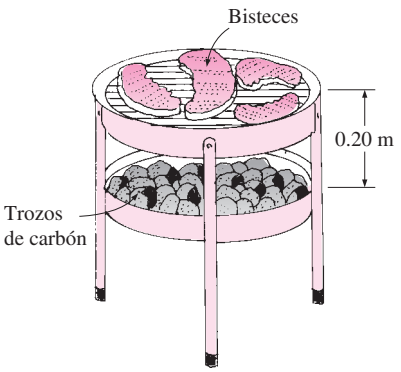


FIGURA P13-50

13-51 Considere un horno hemisférico de diámetro $D = 5$ m con una base plana. El domo del horno es negro y la base tiene una emisividad de 0.7. La base y el domo del horno se mantienen a las temperaturas uniformes de 400 y 1 000 K, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación del domo hacia la superficie base durante la operación estacionaria. *Respuesta:* 759 kW

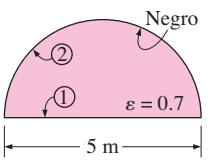


FIGURA P13-51

13-52 Considere dos superficies rectangulares perpendiculares entre sí con una arista común, la cual tiene 1.6 m de largo. La superficie horizontal tiene 0.8 m de ancho y la vertical 1.2 m de alto. La superficie horizontal tiene una emisividad de 0.75 y se mantiene a 450 K. La superficie vertical es negra y se mantiene a 700 K. Los lados posteriores de las superficies se encuentran aislados. Las superficies circundantes están a 290 K y se puede considerar que tienen una emisividad de 0.85. Determine la razón neta de las transferencias de calor por radiación entre las dos superficies y entre la superficie horizontal y los alrededores.

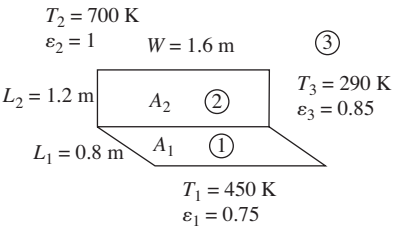


FIGURA P13-52

13-53 Dos cilindros paralelos largos de 20 cm de diámetro están colocados con una separación de 30 cm entre sí. Los dos son negros y se mantienen a las temperaturas de 425 K y 275 K, respectivamente. Los alrededores se pueden considerar como un cuerpo negro a 300 K. Para una sección de 1 m de largo de los cilindros, determine las razones de la transferencia de calor por radiación entre los cilindros y entre el cilindro caliente y los alrededores.

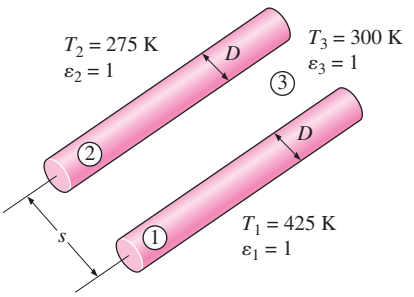


FIGURA P13-53

13-54 Considere un ducto semicilíndrico largo de diámetro de 1.0 m. Se alimenta calor desde la superficie base, la cual es negra, a razón de 1 200 W/m^2, en tanto que la superficie lateral, con una emisividad de 0.4, se mantiene a 650 K. Despreciando los efectos de los extremos, determine la temperatura de la superficie base.

13-55 Considere un recinto cerrado hemisférico de 30 cm de diámetro. El domo se mantiene a 600 K y desde él se alimenta calor a razón de 65 W, en tanto que la superficie base, con una emisividad de 0.55, se mantiene a 400 K. Determine la emisividad del domo.

13-56 Considere una superficie cilíndrica caliente y un disco orientado como se muestra en la figura. Tanto la superficie cilíndrica como el disco se comportan como cuerpos negros. El cilindro tiene un diámetro D y una longitud L de 0.2 m. El disco de diámetro $D = 0.2$ m se coloca coaxialmente con el cilindro a una distancia entre ellos de $L = 0.2$ m. La superficie cilíndrica y el disco se mantienen a temperaturas uniformes de 1 000 K y 300 K, respectivamente. Determine la razón de transferencia de calor por radiación de la superficie cilíndrica al disco.

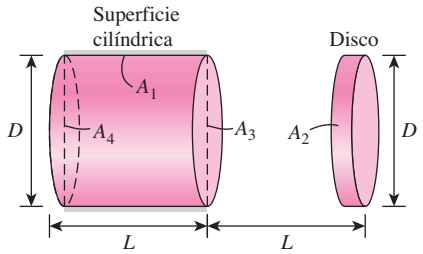


FIGURA P13-56

13-57 Dos discos negros paralelos se colocan coaxialmente a una distancia entre ellos de 0.25 m en un entorno con una temperatura constante de 300 K. El disco inferior tiene un diámetro de 0.2 m, y el disco superior 0.4 m de diámetro. El disco inferior se calienta eléctricamente a 100 W para mantener una temperatura uniforme de 500 K. Determine la temperatura del disco superior.

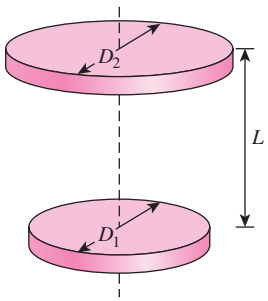


FIGURA P13-57

13-58 Oxígeno bifásico, gas-líquido, se almacena en un tanque esférico de 1 m de diámetro, donde se mantiene a su punto normal de ebullición. El tanque esférico está encerrado en una superficie esférica concéntrica de 1.6 m de diámetro a 273 K. Ambas superficies esféricas tienen una emisividad de 0.01 y la brecha entre la esfera interna y la esfera externa está al vacío. Si se supone que la superficie del tanque esférico tiene la misma temperatura que el oxígeno, determine la razón de transferencia de calor en la superficie del tanque esférico.

Respuesta: 241 K

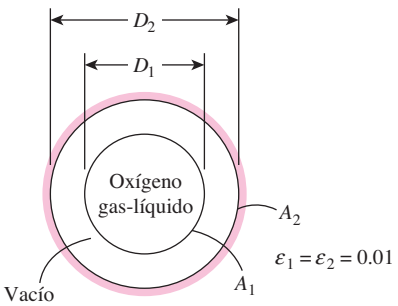


FIGURA P13-58

Blindajes contra la radiación y el efecto de la radiación

13-59C Dé ejemplos de efectos de la radiación que afecten la comodidad humana.

13-60C ¿Qué es efecto de la radiación? ¿Cómo influye sobre las mediciones de temperatura?

13-61C ¿Qué es un blindaje contra la radiación? ¿Por qué se usa?

13-62 Dos placas paralelas muy grandes se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 1\,100$ K y $T_2 = 700$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$, respectivamente. Se desea reducir la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas hasta la quinta parte colocando entre ellas delgadas hojas de aluminio, con una emisividad de 0.1 por ambos lados. Determine el número de hojas que es necesario introducir.

13-63 Aire fluye entre dos placas paralelas infinitamente largas. La placa superior está a 500 K y tiene una emisividad de 0.7, mientras que la placa inferior es una superficie negra con una temperatura de 330 K. Si la temperatura del aire es de 290 K, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con el aire.

Respuesta: 50.3 W/m^2 · K

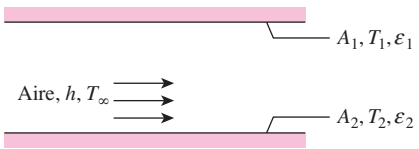


FIGURA P13-63

13-64 Se coloca una delgada hoja de aluminio, con una emisividad de 0.15 por ambos lados, entre dos placas paralelas muy grandes, las cuales se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 900$ K y $T_2 = 650$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.8$, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, por unidad de área superficial de las mismas y compare el resultado con el que se tendría si no existiera el blindaje.

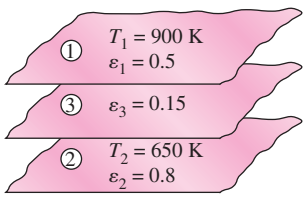


FIGURA P13-64

13-65 Vuelva a considerar el problema 13-64. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), trace la gráfica de la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas como función de la emisividad de la hoja de aluminio, cuando esa emisividad varía de 0.05 hasta 0.25, y discuta los resultados.

13-66 Considere una persona cuya área superficial expuesta es de 1.9 m^2, su emisividad es de 0.85 y su temperatura superficial es de 30°C. Determine la razón de la pérdida de calor de esa persona por radiación en un cuarto grande cuyas paredes están a una temperatura de *a*) 295 K y *b*) 260 K.

13-67 Se colocan cinco hojas delgadas idénticas de aluminio, con una emisividad de 0.1 por ambos lados, entre dos placas paralelas muy grandes, las cuales se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 800$ K y $T_2 = 450$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, por unidad de área superficial de las mismas y compare el resultado con el que se tendría si no existiera el blindaje.

13-68 Vuelva a considerar el problema 13-67. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos del número de hojas de aluminio y de las emisividades de las placas sobre la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos últimas. Suponga que el número de hojas varía de 1 hasta 10 y las emisividades de las placas de 0.1 hasta 0.9. Trace gráficas de la razón neta de la transferencia de calor por radiación como función del número de hojas y de las emisividades de las placas, y discuta los resultados.

13-69 Nitrógeno líquido se almacena en un tanque esférico de 1 m de diámetro, donde la superficie del tanque se mantiene a una temperatura uniforme de 80 K. El tanque esférico está encerrado en una esfera concéntrica de 1.6 m de diámetro con una temperatura superficial uniforme de 273 K. Ambas superficies esféricas tienen una emisividad de 0.01 y la brecha entre la esfera interna y la esfera externa está al vacío. Determine la razón de vaporización del nitrógeno líquido.

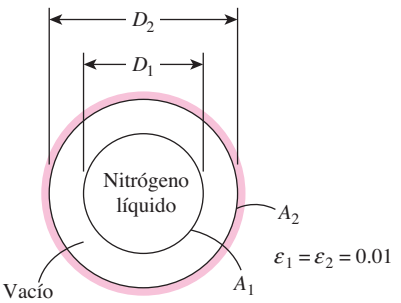


FIGURA P13-69

13-70I Dos discos paralelos de diámetro $D = 3$ ft y con una separación $L = 2$ ft entre sí están ubicados uno directamente arriba del otro. Los discos están separados por un blindaje contra la radiación cuya emisividad es 0.15. Los dos discos son negros y se mantienen a las temperaturas de 1 350 R y 650 R, respectivamente. Se puede considerar que el medio en el que esos discos se encuentran es un cuerpo negro a 540 R. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación a través del blindaje en condiciones estacionarias.

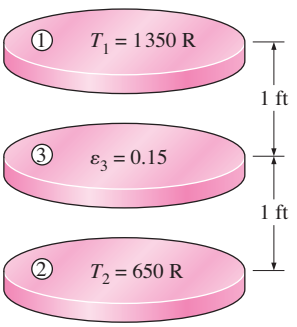


FIGURA P13-70I

13-71 Un blindaje contra la radiación que tiene la misma emisividad ε_3 por ambos lados se coloca entre dos placas paralelas grandes, las cuales se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 650$ K y $T_2 = 400$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.6$ y $\varepsilon_2 = 0.9$, respectivamente. Determine la emisividad del blindaje contra la radiación si la transferencia de calor por radiación entre las placas se debe reducir al 15% del que se tendría si no existiera el blindaje.

13-72 Vuelva a considerar el problema 13-71. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue el efecto del porcentaje de reducción en la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las placas sobre la emisividad de los blindajes contra la radiación. Suponga que el porcentaje de reducción varía de 40 hasta 95%. Trace la gráfica de la emisividad contra el porcentaje de reducción en la transferencia de calor y discuta los resultados.

13-73 Dos cilindros coaxiales de diámetros $D_1 = 0.10$ m y $D_2 = 0.50$ m y que tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.7$ y $\varepsilon_2 = 0.4$ se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 750$ K y $T_2 = 500$ K, respectivamente. Ahora, entre los dos cilindros se coloca un blindaje coaxial contra la radiación de diámetro $D_3 = 0.20$ m y que tiene la emisividad $\varepsilon_3 = 0.2$. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros por unidad de longitud de los mismos y compare el resultado con el que se tendría si no existiera el blindaje.

13-74 Vuelva a considerar el problema 13-73. Mediante el software EES (o cualquier otro semejante), investigue los efectos del diámetro del cilindro exterior y de la emisividad del blindaje contra la radiación sobre la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros. Suponga que el diámetro varía de 0.25 m hasta 0.50 m y la emisividad de 0.05 hasta 0.35. Trace gráficas de la transferencia de calor por radiación como función del diámetro y de la emisividad, y discuta los resultados.

13-75 Una larga barra cilíndrica de combustible de superficie negra y un diámetro de 25 mm es encerrada por una superficie concéntrica a la barra. El blindaje tiene un diámetro de 50 mm y su superficie externa está expuesta al aire circundante a 300 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m^2 · K. Las superficies interna y externa del blindaje tienen una emisividad de 0.05 y la brecha entre la barra de combustible y el blindaje está al vacío. Si el blindaje se mantiene a una temperatura uniforme de 320 K, determine la temperatura superficial de la barra de combustible.

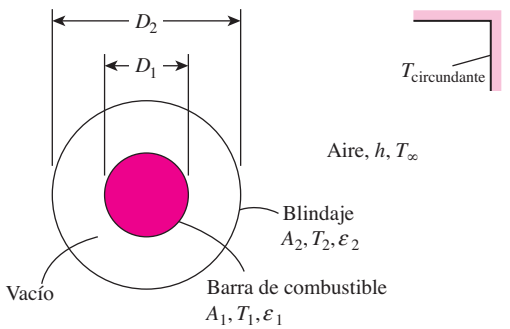


FIGURA P13-75

Intercambio de radiación con gases absorbentes y emisores

13-76C ¿En qué se diferencia la transferencia de calor por radiación a través de un medio participante de la que se da a través de un medio no participante?

13-77C ¿En qué difiere la distribución de la longitud de onda de la radiación emitida por un gas con respecto a la de una superficie a la misma temperatura?

13-78C Defina emisividad espectral de un medio de espesor L en términos del coeficiente de absorción espectral.

13-79C Defina transmisividad espectral de un medio de espesor L en términos de *a*) las intensidades espectrales y *b*) el coeficiente de absorción espectral.

13-80 Considere una muestra equimolar de gases CO_2 y O_2 a 800 K y a una presión total de 0.5 atm. Para una longitud de la trayectoria de 1.2 m, determine la emisividad del gas.

13-81 En una planta de cogeneración se usan gases de combustión a 1 atm y 1 000 K para precalentar agua, pasándolos por tubos de 6 m de largo y 10 cm de diámetro. La superficie interior del tubo es negra y las presiones parciales del CO_2 y el H_2O en dichos gases de combustión son 0.12 atm y 0.18 atm, respectivamente. Si la temperatura del tubo es de 500 K, determine la razón de la transferencia de calor de los gases al tubo.

13-82 Un recipiente cilíndrico cuyos altura y diámetro son de 8 m está lleno con una mezcla de gases CO_2 y N_2 a 600 K y 1 atm. La presión parcial del CO_2 en la mezcla es de 0.15 atm. Si las paredes son negras y están a una temperatura de 450 K, determine la razón de la transferencia de calor por radiación entre el gas y las paredes del recipiente.

13-83 Repita el problema 13-82 reemplazando el CO_2 por el H_2O en estado gaseoso.

13-84 Un horno esférico de 5 m de diámetro contiene una mezcla de gases CO_2 y N_2 a 1 200 K y 1 atm. La fracción molar del CO_2 en la mezcla es de 0.15. Si la pared del horno es negra y su temperatura se mantiene a 600 K, determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre la mezcla de gases y la pared del horno.

13-85 Una cámara de combustión de flujo pasante consta de tubos largos de 15 cm de diámetro sumergidos en agua. Se conduce aire comprimido al tubo y se rocía combustible hacia ese aire. Los gases de la combustión constan de 70% de N_2, 9% de H_2O, 15% de O_2 y 6% de CO_2, y se mantienen a 1 atm y 1 500 K. Las superficies de los tubos son casi negras, con una emisividad de 0.9. Si los tubos deben mantenerse a una temperatura de 600 K, determine la razón de la transferencia de calor de los gases de combustión hacia la pared del tubo, por radiación, por m de longitud de tubo.

13-86 Repita el problema 13-85 para una presión total de 3 atm.

13-87 Un horno cúbico cuya longitud del lado es de 6 m contiene gases de combustión a 1 200 K y a una presión total de 1 atm. La composición de esos gases es 75% de N_2, 9% de H_2O, 6% de O_2 y 10% de CO_2. Determine la emisividad efectiva de esos gases de combustión.

13-88 Un gas a 1 200 K y 1 atm consta de 10% de CO_2, 10% de H_2O, 10% de O_2 y 70% de N_2 en volumen. El gas fluye entre dos placas paralelas negras y grandes mantenidas a 600 K. Si estas placas tienen una separación de 20 cm entre ellas, determine la razón de la transferencia de calor del gas a cada placa, por unidad de área superficial.

Tema especial: Transferencia de calor desde el cuerpo humano

13-89C Explique todos los diferentes mecanismos de transferencia de calor del cuerpo humano *a*) a través de la piel y *b*) a través de los pulmones.

13-90C ¿Qué es calor sensible? ¿Cómo resulta afectada la pérdida de calor sensible desde un cuerpo humano por *a*) la temperatura de la piel, *b*) la temperatura del medio y *c*) el movimiento del aire?

13-91C ¿Qué es calor latente? ¿Cómo resulta afectada la pérdida de calor latente desde el cuerpo humano por *a*) lo húmedo de la piel y *b*) la humedad relativa del medio? ¿Cómo está relacionada la razón de evaporación del cuerpo con la razón de la pérdida de calor latente?

13-92C ¿Cómo se expresa el efecto aislante de la ropa? ¿Cómo afecta la ropa la pérdida de calor del cuerpo por convección, radiación y evaporación? ¿Cómo afecta la ropa la ganancia de calor proveniente del Sol?

13-93C Considere una persona que está descansando o realizando trabajo ligero. ¿Es justo decir que muy aproximadamente la tercera parte del calor metabólico generado en el cuerpo se disipa hacia el medio por convección, la tercera parte por evaporación y la tercera parte restante por radiación?

13-94C ¿Qué es temperatura operativa? ¿Cómo está relacionada con las temperaturas medias ambiente y radiante? ¿En qué difiere con respecto a la temperatura efectiva?

13-95 El coeficiente de transferencia de calor por convección para una persona con ropa mientras está caminando en aire tranquilo a una velocidad de 0.5 a 2 m/s queda dado por $h = 8.6V^{0.53}$, en donde V se da en m/s y h en W/m^2 · °C. Trace la gráfica del coeficiente de convección contra la velocidad al caminar y compare los coeficientes de convección en ese intervalo con el coeficiente promedio de radiación de alrededor de 5 W/m^2 · °C.

13-96 Una persona con ropa o desnuda se siente cómoda cuando la temperatura de la piel es de alrededor de 33°C. Considere un hombre promedio que usa ropa de verano cuya resistencia térmica es de 1.1 clo. El hombre se siente muy cómodo mientras está de pie en un cuarto mantenido a 20°C. Si él estuviera parado desnudo en ese cuarto, determine la temperatura a la cual debe mantenerse este último para que el hombre se sienta térmicamente cómodo. Suponga que la pérdida de calor latente desde la persona sigue siendo la misma.

Respuesta: 27.8°C

13-97I Una persona promedio produce 0.50 lbm de humedad mientras se está bañando con regadera y 0.12 lbm si se está bañando en tina. Considere una familia de cuatro personas que se bañan una vez al día con regadera en un cuarto de baño que no está ventilado. Tomando el calor de vaporización del agua como 1 050 Btu/lbm, determine la contribución de esos baños con regadera a la carga de calor latente del acondicionador del aire en verano, por día.

13-98 Un mecánico de automóviles está trabajando en un taller cuyo espacio interior no está calentado. Dos calentadores que irradian calor a una razón total de 4 kJ/s proporcionan co-

modidad al mecánico. Alrededor de 5% de este calor choca directamente contra el mecánico. Se puede suponer que el taller y sus superficies están a la temperatura ambiente, y la emisividad y absortividad del mecánico se pueden tomar como 0.95 y su área superficial como de 1.8 m^2. El mecánico está generando calor a razón de 350 W, la mitad del cual es latente y está usando ropa no muy gruesa con una resistencia térmica de 0.7 clo. Determine la temperatura ambiente más baja en la cual el mecánico puede trabajar de manera cómoda.

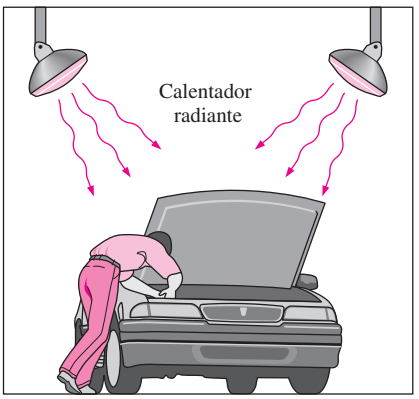


FIGURA P13-98

13-99 Considere un salón de clases grande con 75 estudiantes, en un día caluroso del verano. Todas las luces con una potencia nominal de 2.0 kW se mantienen encendidas. El salón no tiene paredes externas y, como consecuencia, la ganancia de calor a través de las paredes y el techo es despreciable. Se dispone de aire enfriado a 15°C y la temperatura del aire de retorno no debe ser superior a 25°C. La razón promedio de generación metabólica de calor por una persona sentada o que realiza trabajo ligero es de 115 W (70 W de calor sensible y 45 W de calor latente). Determine el gasto de aire que se necesita suministrar al salón. *Respuesta:* 0.73 kg/s

13-100 Una persona se siente cómoda en su casa con ropa ligera cuando el termostato se encuentra ajustado a 22°C y la temperatura media de radiación (la temperatura promedio de las superficies circundantes) también es de 22°C. Durante un día frío la temperatura media promedio de radiación cae hasta 18°C. ¿Hasta qué nivel debe elevarse la temperatura del aire del interior para mantener el mismo nivel de comodidad con la misma ropa?

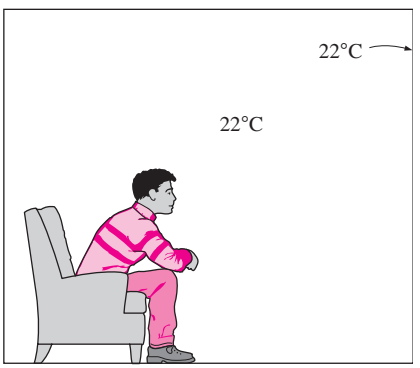


FIGURA P13-100

13-101 Repita el problema 13-100 para una temperatura media de radiación de 10°C.

13-102 Un pollo promedio (1.82 kg o 4.0 lbm) tiene un índice metabólico basal de 5.47 W y un índice metabólico promedio de 10.2 W (3.78 W de calor sensible y 6.42 W de calor latente) durante la actividad normal. Si se tienen 100 pollos en una sala de cría, determine la razón de la generación total de calor y la razón de producción de humedad en esa sala. Tome el calor de vaporización del agua como 2 430 kJ/kg.

Problemas de repaso

13-103 Considere un recinto cilíndrico con A_1, A_2 y A_3, que representan la base interna, la parte superior y las superficies laterales, respectivamente. Usando el cociente de longitud a diámetro, $K = L/D$, determine *a*) la expresión para el factor de visión de la superficie lateral hacia sí misma F_{33}, en términos de K, y *b*) el valor del factor de visión F_{33} para $L = D$.

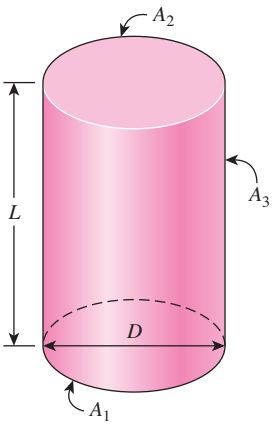


FIGURA P13-103

13-104 La superficie negra de una barra de combustible larga y cilíndrica de 25 mm de diámetro está blindada por una superficie concéntrica a la barra. El blindaje tiene un diámetro de 50 mm y una temperatura superficial constante de 320 K. Tanto las superficies interior como exterior del blindaje tienen una emisividad de 0.05 y la brecha entre la barra y el blindaje está al vacío. Si la barra de combustible genera 0.5 MW/m^3 de calor por unidad de longitud, determine la temperatura superficial de la barra de combustible.

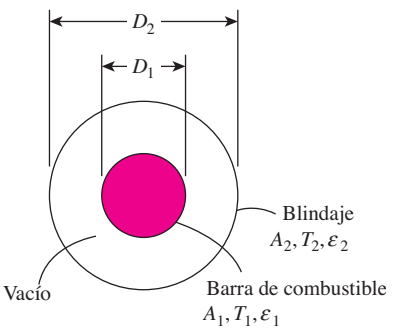


FIGURA P13-104

13-105 Una secadora tiene la forma de un ducto largo simicilíndrico de 1.5 m de diámetro. La base de la secadora está ocupada por materiales empapados de agua que se deben secar. La base se mantiene a una temperatura de 370 K y su emisividad es de 0.5. El domo de la secadora se mantiene a 1 000 K con una emisividad de 0.8. Determine la razón de secado, por unidad de longitud de la secadora, experimentada por los materiales húmedos.

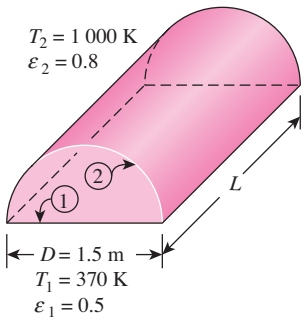


FIGURA P13-105

13-106 Dos esferas concéntricas de diámetros $D_1 = 15$ cm y $D_2 = 25$ cm están separadas por aire a la presión de 1 atm. Las temperaturas superficiales de las dos esferas que encierran el aire son $T_1 = 350$ K y $T_2 = 275$ K, respectivamente, y sus emisividades son 0.75. Determine la razón de la transferencia de calor desde la esfera interior hacia la exterior por *a*) convección natural y *b*) radiación.

13-107 Considere los dos discos coaxiales y paralelos de diámetros *a* y *b* que se muestran en la figura P13-107. Para esta configuración geométrica, el factor de visión del disco más pequeño hacia el más grande se puede calcular a partir de

$$F_{ij} = 0.5\left(\frac{B}{A}\right)^2\left\{C - \left[C^2 - 4\left(\frac{A}{B}\right)^2\right]^{0.5}\right\}$$

donde $A = a/2L$, $B = b/2L$ y $C = 1 + [(1 + A^2)/B^2]$. Para el disco *a*, el diámetro, la emisividad y la temperatura son 20 cm, 0.60 y 600°C, respectivamente, y para el *b*, 40 cm, 0.80 y 200°C, también respectivamente. La distancia entre los dos discos es $L = 10$ cm.

a) Calcule F_{ab} y F_{ba}.
b) Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los discos *a* y *b*, en operación estacionaria.
c) Suponga que entre los discos *a* y *b* se inserta otro disco (infinitamente) grande *c*, de espesor despreciable y $\varepsilon = 0.7$, en tal forma que es paralelo y equidistante a los dos discos. Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los discos *a* y *c* y los discos *c* y *b*, en operación estacionaria.

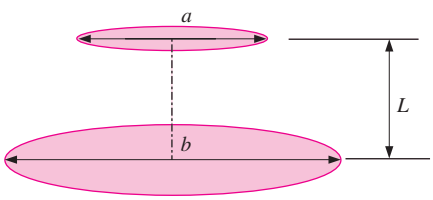


FIGURA P13-107

13-108 Un número grande de tubos largos, cada uno de diámetro *D*, se colocan paralelos entre sí y con distancia de centro a centro de *s*. Supuesto que todos los tubos son geométricamente semejantes y están a la misma temperatura, éstos se podrían tratar en forma colectiva como una superficie (A_j), para los cálculos relativos a la transferencia de calor por radiación. Como se muestra en la figura P13-108, el banco de tubos (A_j) se coloca opuesto a una pared plana grande (A_i) en tal forma que es paralelo a la pared. El factor de visión para la radiación, F_{ij}, para esta disposición, se expresa por

$$F_{ij} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{0.5} + \frac{D}{s}\left\{\tan^{-1}\left[\left(\frac{s}{D}\right)^2 - 1\right]^{0.5}\right\}$$

a) Calcule los factores de visión F_{ij} y F_{ji} para $s = 3.0$ cm y $D = 1.5$ cm.
b) Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre la pared y el banco de tubos por unidad de área de la pared cuando $T_i = 900$°C, $T_j = 60$°C, $\varepsilon_i = 0.8$ y $\varepsilon_j = 0.9$.
c) Un fluido se desplaza por los tubos a una temperatura promedio de 40°C, lo que da como resultado un coeficiente de transferencia de calor de 2.0 kW/m^2 · K. Si se supone que $T_i = 900$°C, $\varepsilon_i = 0.8$ y $\varepsilon_j = 0.9$ (como antes) y se desprecia el espesor de pared de los tubos y la convección desde la superficie exterior, calcule la temperatura de la superficie de los tubos en operación estacionaria.

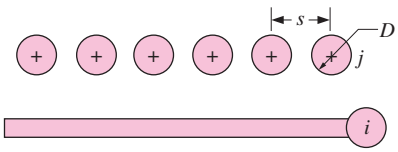


FIGURA P13-108

13-109 Se usa un termopar blindado con una hoja de aluminio de emisividad 0.15 para medir la temperatura de los gases calientes que fluyen en un ducto cuyas paredes se mantienen a $T_w = 320$ K. El termómetro muestra una lectura de temperatura de $T_{term} = 490$ K. Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es $\varepsilon = 0.7$ y el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 120$ W/m^2 · °C, determine la temperatura real del gas. ¿Cuál sería la lectura del termómetro si no se usara blindaje contra la radiación?

13-110 Se construye un colector solar sencillo colocando un tubo de plástico transparente de 6 cm de diámetro alrededor de una manguera para jardín cuyo diámetro

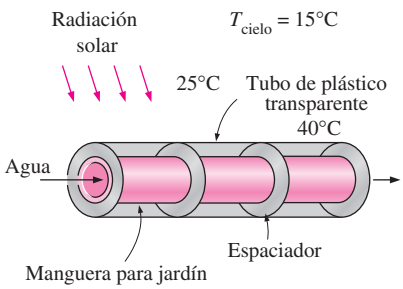


FIGURA P13-110

exterior es de 2 cm. La manguera está pintada de negro con el fin de maximizar la absorción solar y se usan algunos anillos de plástico para mantener constante el espaciamiento entre la manguera y la cubierta de plástico transparente. Las emisividades de la superficie de la manguera y de la cubierta de vidrio son 0.9 y se estima que la temperatura efectiva del cielo es de 15°C. Se mide que la temperatura del tubo de plástico es de 40°C, en tanto que la del aire ambiente es de 25°C. Determine la razón de la pérdida de calor del agua que está dentro de la manguera, por convección natural y por radiación, por metro de su longitud, en condiciones estacionarias.

Respuestas: 12.7 W, 26.1 W

13-111 Un termopar usado para medir la temperatura de aire caliente que fluye en un ducto cuyas paredes se mantienen a T_w = 500 K muestra una lectura de temperatura de T_{term} = 850 K. Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es $\varepsilon = 0.6$ y el coeficiente de transferencia de calor por convección es h = 75 W/m^2 · °C, determine la temperatura real del aire. *Respuesta:* 1 058 K

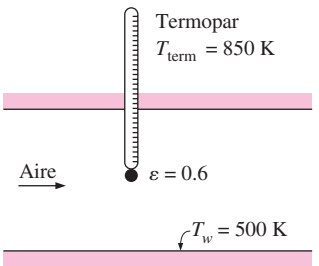


FIGURA P13-111

13-112 Considere un colector solar de 1.5 m de alto y 3 m de ancho que está inclinado formando un ángulo de 20° con respecto a la horizontal. La distancia entre la cubierta de vidrio y la placa de absorción es de 3 cm y el lado posterior de ésta se encuentra intensamente aislado. La placa de absorción y la cubierta de vidrio se mantienen a las temperaturas de 80°C y 32°C, respectivamente. La emisividad de la superficie de vidrio es 0.9 y la de la placa de absorción es 0.8. Determine la razón de la pérdida de calor desde la placa de absorción por convección natural y por radiación.

Respuestas: 750 W, 1 289 W

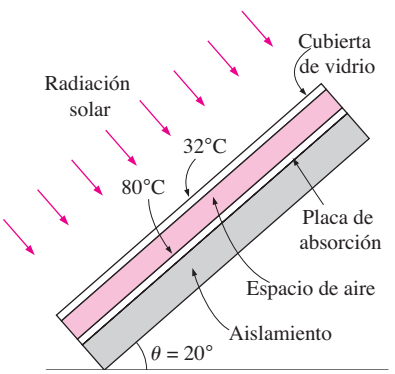


FIGURA P13-112

13-113I Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio que tiene un diámetro exterior de 2.5 in, encerrado en un tubo concéntrico de vidrio delgado de 5 in de diámetro. El agua se calienta conforme fluye por el tubo y el espacio anular entre el tubo de aluminio y el de vidrio está lleno con aire a la presión de 0.5 atm. Durante un día claro falla la bomba que hace circular el agua y la temperatura de la que se encuentra en el tubo empieza a elevarse. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a razón de 40 Btu/h por pie de longitud y la temperatura del aire ambiente del exterior es de 75°F. Las emisividades del tubo y de la cubierta de vidrio son 0.9. Tomando que la temperatura efectiva del cielo es de 60°F, determine la temperatura del tubo de aluminio cuando se establece el equilibrio térmico (es decir, cuando la razón de la pérdida de calor del tubo es igual a la cantidad de energía solar ganada por el mismo).

13-114 Una ventana vertical de hoja doble, de 2 m de alto y 5 m de ancho, consta de dos láminas de vidrio separadas por una brecha de aire de 3 cm de espesor. Para reducir la transferencia de calor a través de la ventana se hace un vacío parcial en el espacio de aire entre los dos vidrios hasta una presión de 0.3 atm. Las emisividades de las superficies de vidrio son 0.9. Tomando las temperaturas de las superficies de vidrio a uno y otro lado de la brecha de aire como 15°C y 5°C, determine la razón de la transferencia de calor a través de la ventana, por convección natural y por radiación.

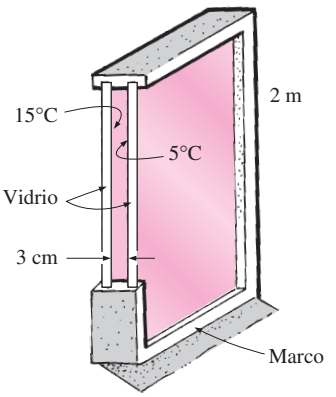


FIGURA P13-114

13-115 Se usa un tanque esférico de pared doble y de 2 m de diámetro interno para almacenar agua con hielo a 0°C. Cada pared tiene 0.5 cm de espesor y se hace el vacío en el espacio de

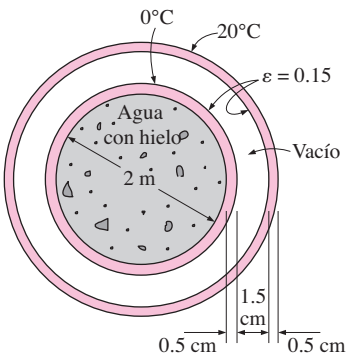


FIGURA P13-115

aire de 1.5 cm de espesor entre las dos paredes con el fin de minimizar la transferencia de calor. Las superficies que rodean el espacio en el que se hizo el vacío están pulidas, de modo que cada una de ellas tiene una emisividad de 0.15. Se mide que la temperatura de la pared exterior del tanque es de 20°C. Suponiendo que la pared exterior del tanque de acero está a 0°C, determine *a*) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está dentro de él y *b*) la cantidad de hielo a 0°C que se funde durante un periodo de 24 h.

13-116 Un colector solar consta de un tubo horizontal de cobre, de 5 cm de diámetro exterior, encerrado en un delgado tubo concéntrico de vidrio de 12 cm de diámetro. El agua se calienta conforme fluye por el tubo de cobre y el espacio anular entre los tubos de cobre y de vidrio está lleno con aire a la presión de 1 atm. Las emisividades de la superficie del tubo y de la cubierta de vidrio son 0.85 y 0.9, respectivamente. Durante un día claro se mide que las temperaturas de la superficie del tubo y de la cubierta de vidrio son de 60°C y 40°C, respectivamente. Determine la razón de la pérdida de calor del colector, por convección natural y por radiación, por metro de longitud del tubo.

13-117 Dos discos concéntricos paralelos, de 20 cm y 40 cm de diámetro, están separados por una distancia de 10 cm. El disco más pequeño ($\varepsilon = 0.80$) está a una temperatura de 300°C. El más grande ($\varepsilon = 0.60$), a una temperatura de 800°C.

a) Calcule los factores de visión para la radiación.
b) Determine la razón del intercambio de calor por radiación entre los dos discos.
c) Suponga que el espacio entre los dos discos está rodeado completamente por una superficie reflectora. Estime la razón del intercambio de calor por radiación entre los dos discos.

13-118 Considere un horno cúbico con una longitud de lado de 3 m. La superficie superior se mantiene a 700 K. La superficie base tiene una emisividad de 0.90 y se mantiene a 950 K. La superficie lateral es negra y se mantiene a 450 K. Se alimenta calor desde la superficie base a razón de 340 kW. Determine la emisividad de la superficie superior y las razones netas de la transferencia de calor entre las superficies superior e inferior, y entre las superficies inferior y laterales.

13-119 Se coloca una delgada hoja de aluminio, con una emisividad de 0.12 por ambos lados, entre dos placas paralelas muy grandes mantenidas a las temperaturas uniformes de $T_1 = 750$ K y $T_2 = 400$ K. Las emisividades de las placas son $\varepsilon_1 = 0.8$ y $\varepsilon_2 = 0.7$. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, por unidad de área superficial de las mismas, y la temperatura del blindaje contra la radiación en operación estacionaria.

13-120 Se colocan dos delgados blindajes contra la radiación, con emisividades $\varepsilon_3 = 0.10$ y $\varepsilon_4 = 0.15$ en cada uno de los lados, entre dos placas paralelas muy grandes, las cuales se mantienen a las temperaturas uniformes de $T_1 = 700$ K y $T_2 = 350$ K y tienen las emisividades $\varepsilon_1 = 0.6$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente. Determine las razones netas de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas, por unidad de área superficial de las mismas, con y sin los blindajes, y las temperaturas de estos últimos en operación estacionaria.

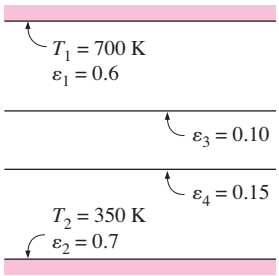


FIGURA P13-120

13-121 Dos placas cuadradas, con los lados *a* y *b* (y $b > a$) son coaxiales y paralelas entre sí, como se muestra en la figura P13-121, y están separadas por una distancia de centro a centro de *L*. El factor de visión para la radiación de la placa más pequeña a la más grande, F_{ab}, se expresa por

$$F_{ab} = \frac{1}{2A}\left\{[(B + A)^2 + 4]^{0.5} - [(B - A)^2 + 4]^{0.5}\right\}$$

donde $A = a/L$ y $B = b/L$.

a) Calcule los factores de visión F_{ab} y F_{ba} para $a = 20$ cm, $b = 60$ cm y $L = 40$ cm.
b) Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre las dos placas descritas con anterioridad, si $T_a = 800$°C, $T_b = 200$°C, $\varepsilon_a = 0.8$ y $\varepsilon_b = 0.4$.
c) Una placa grande (con el lado $c = 2.0$ m, $\varepsilon_c = 0.1$ y espesor despreciable) se inserta simétricamente entre las dos placas, en tal forma que sea paralela a ellas y equidistante de las mismas. Para los datos dados con anterioridad, calcule la temperatura de esta tercera placa cuando se establecen las condiciones estacionarias de operación.

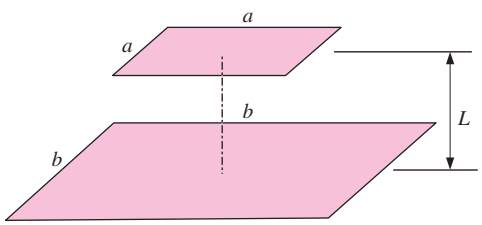


FIGURA P13-121

13-122 Un horno tiene forma cilíndrica con un diámetro de 1.2 m y una longitud de 1.2 m. La superficie superior tiene una emisividad de 0.60 y se mantiene a 450 K. La superficie inferior tiene una emisividad de 0.50 y se mantiene a 800 K. La superficie lateral tiene una emisividad de 0.40. Se alimenta calor desde la superficie base a una velocidad neta de 1 400 W. Determine la temperatura de la superficie lateral y las razones netas de la transferencia de calor entre las superficies superior e inferior, y entre las superficies inferior y lateral.

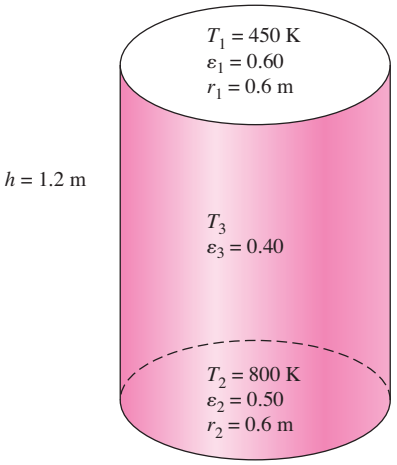


FIGURA P13-122

13-123 En una caldera en la que se quema gas natural los gases de combustión pasan por tubos de 6 m de largo y 15 cm de diámetro sumergidos en agua, a la presión de 1 atm. Se mide que la temperatura de los tubos es de 105°C y se estima que la emisividad de las superficies interiores de los mismos es 0.9. Los gases de combustión entran en el tubo a 1 atm y 1 000 K, a una velocidad media de 3 m/s. Las fracciones molares de CO_2 y H_2O en los gases de combustión son de 8 y 16%, respectivamente. Suponiendo un flujo completamente desarrollado y utilizando las propiedades del aire para los gases de combustión, determine *a*) las razones de la transferencia de calor, por convección y por radiación, de esos gases hacia la pared del tubo y *b*) la razón de evaporación del agua.

13-124 Repita el problema 13-123 para una presión total de 3 atm para los gases de combustión.

13-125 Considere dos superficies difusas A_1 y A_2 orientadas sobre una superficie esférica como se muestra en la figura. Determine *a*) la expresión para el factor de visión F_{12} en términos de A_2 y L, y *b*) el valor del factor de visión F_{12}, cuando $A_2 = 0.02$ m² y $L = 1$ m.

Respuestas: a) $F_{12} = A_2/(4\pi L_2)$, *b)* 0.00159

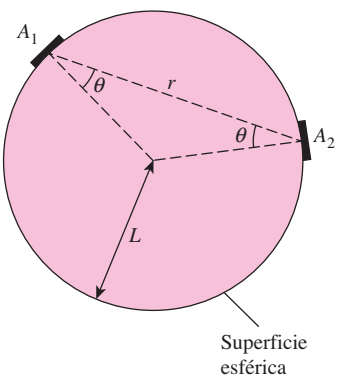


FIGURA P13-125

13-126 Dos discos paralelos se colocan coaxialmente con una distancia de 0.25 m entre ellos. El disco inferior tiene un diámetro de 0.2 m y el superior un diámetro de 0.4 m. Si el disco inferior se calienta eléctricamente a 20 W para mantener una temperatura uniforme de 500 K, determine la temperatura del disco superior.

Respuesta: 423 K

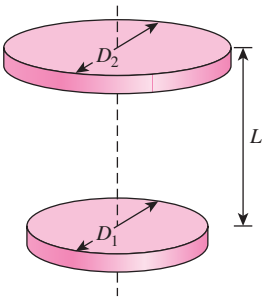


FIGURA P13-126

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

13-127 Considere una superficie a 0°C que se puede considerar un cuerpo negro en un medio ambiente a 25°C. Si sobre la superficie inciden 300 W/m² de radiación, la radiosidad de esta superficie negra es

a) 0 W/m² *b*) 15 W/m² *c*) 132 W/m²
d) 300 W/m² *e*) 315 W/m²

13-128 Considere una esfera de 15 cm de diámetro colocada dentro de un recinto cúbico con una longitud de lado de 15 cm. El factor de visión desde cualquiera de las superficies cuadradas del cubo hacia la esfera es

a) 0.09 *b*) 0.26 *c*) 0.52 *d*) 0.78 *e*) 1

13-129 Se coloca un disco negro plano de 90 cm de diámetro en el centro de la superficie superior de una caja negra de 1 m × 1 m × 1 m. El factor de visión desde la superficie interior completa de la caja hacia la superfie interior del disco

a) 0.07 *b*) 0.13 *c*) 0.26
d) 0.32 *e*) 0.50

13-130 Considere dos esferas concéntricas que forman un recinto, con diámetros de 12 cm y 18 cm, y temperaturas superficiales de 300 K y 500 K, respectivamente. Si se supone que las superficies son negras, la razón neta del intercambio de radiación entre las dos esferas es

a) 21 W *b*) 140 W *c*) 160 W
d) 1 275 W *e*) 3 084 W

13-131 Considere un horno cilíndrico vertical de 2 m de diámetro cuyas superficies se aproximan mucho a ser superficies negras. Las superficies de la base, superior y lateral del horno se mantienen a 400 K, 600 K y 1 200 K, respectivamente. Si el factor de visión desde la superficie de la base hacia la superior es 0.2, la transferencia neta de calor por radiación entre las superficies de la base y la lateral es

a) 73 kW *b*) 126 kW *c*) 215 kW
d) 292 kW *e*) 344 kW

13-132 Considere un horno cilíndrico vertical de 2 m de diámetro cuyas superficies se aproximan mucho a ser superficies negras. Las superficies del fondo, superior y lateral del horno se mantienen a 400 K, 600 K y 900 K, respectivamente. Si el factor de visión desde la superficie de la base hacia la superior es 0.2, la transferencia neta de calor por radiación desde la superficie del fondo es

a) –93.6 kW *b*) –86.1 kW *c*) 0 kW
d) 86.1 kW *e*) 93.6 kW

13-133 Considere un recinto de tres lados infinitamente largo, con longitudes de los lados de 5 cm, 3 cm y 4 cm. El factor de visión del lado de 5 cm hacia el de 4 cm es

a) 0.3 *b*) 0.4 *c*) 0.5 *d*) 0.6 *e*) 0.7

13-134 El número de factores de visión que es necesario evaluar en forma directa para un recinto de 10 superficies es

a) 1 *b*) 10 *c*) 22 *d*) 34 *e*) 45

13-135 Considere una superficie gris y opaca a 0°C en un medio ambiente a 25°C. La superficie tiene una emisividad de 0.8. Si 240 W/m^2 es la radiación que incide sobre la superficie, la radiosidad de esta superficie es

a) 38 W/m^2 *b*) 132 W/m^2 *c*) 240 W/m^2
d) 300 W/m^2 *e*) 315 W/m^2

13-136 Dos esferas concéntricas se mantienen a las temperaturas uniformes T_1 = 45°C y T_2 = 280°C, y tienen las emisividades ε_1 = 0.25 y ε_2 = 0.7, respectivamente. Si la razón de los diámetros es D_1/D_2 = 0.30, la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos esferas por unidad de área superficial de la esfera interior es

a) 86 W/m^2 *b*) 1 169 W/m^2 *c*) 1 181 W/m^2
d) 2 510 W/m^2 *e*) 3 306 W/m^2

13-137 Un flujo solar de 1 400 W/m^2 choca directamente contra la superficie de un vehículo espacial, la cual tiene una absortividad solar de 0.4 y una emisividad térmica de 0.6. La temperatura de equilibrio de esta superficie en el espacio a 0 K es

a) 300 K *b*) 360 K *c*) 410 K
d) 467 K *e*) 510 K

13-138 Considere un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m. La superficie de la base es negra y tiene una temperatura de 400 K. Se calcula que las radiosidades para las superficies superior y laterales son 7 500 W/m^2 y 3 200 W/m^2, respectivamente. Si la temperatura de las superficies laterales es de 485 K, la emisividad de estas últimas es

a) 0.37 *b*) 0.55 *c*) 0.63 *d*) 0.80 *e*) 0.89

13-139 Dos placas paralelas muy largas se mantienen a las temperaturas uniformes T_1 = 750 K y T_2 = 500 K y tienen las emisividades ε_1 = 0.85 y ε_2 = 0.7, respectivamente. Si para reducir la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre ellas en 90% se va a colocar entre las placas una delgada lámina de aluminio con la misma emisividad en ambos lados, la emisividad de la lámina de aluminio debe ser

a) 0.07 *b*) 0.10 *c*) 0.13 *d*) 0.16 *e*) 0.19

13-140 Se coloca un disco negro plano de 70 cm de diámetro en el centro de la superficie superior de una caja negra de 1 m × 1 m × 1 m. Si la temperatura de la caja es de 620°C y la del disco es de 27°C, la razón de la transferencia de calor por radiación entre el interior de la caja y el disco es

a) 2 kW *b*) 5 kW *c*) 8 kW
d) 11 kW *e*) 14 kW

13-141 Dos superficies grises que forman un recinto intercambian calor entre sí por radiación térmica. La superficie 1 tiene una temperatura de 400 K, un área de 0.2 m^2 y una emisividad total de 0.4. La superficie 2 tiene una temperatura de 600 K, un área de 0.3 m^2 y una emisividad total de 0.6. Si el factor de visión F_{12} es 0.3, la razón de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies es

a) 135 W *b*) 223 W *c*) 296 W
d) 342 W *e*) 422 W

13-142 Las superficies de un recinto de dos superficies intercambian calor entre sí por radiación térmica. La superficie 1 tiene una temperatura de 400 K, un área de 0.2 m^2 y una emisividad total de 0.4. La superficie 2 es negra, tiene una temperatura de 800 K y un área de 0.3 m^2. Si el factor de visión F_{12} es 0.3, la razón de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies es

a) 340 W *b*) 560 W *c*) 780 W
d) 900 W *e*) 1 160 W

13-143 Considere un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m. La superficie del fondo del horno es negra y tiene una temperatura de 550 K. Se calcula que las radiosidades para las superficies superior y laterales son 7 500 W/m^2 y 3 200 W/m^2, respectivamente. La razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie del fondo es

a) 10 kW *b*) 54 kW *c*) 61 kW
d) 113 kW *e*) 248 kW

Problemas de diseño y ensayo

13-144 Considere un recinto cerrado que consta de *N* superficies difusas y grises. Se especifican la emisividad y la temperatura de cada superficie, así como los factores de visión entre ellas. Escriba un programa para determinar la razón neta de la transferencia de calor por radiación para cada superficie.

13-145 Los blindajes contra la radiación son de uso común en el diseño de superaislamientos con el fin de utilizarse en aplicaciones espaciales y criogénicas. Escriba un ensayo sobre los superaislamientos y cómo se usan en las diferentes aplicaciones.

13-146 La comodidad térmica en una casa se ve fuertemente afectada por el llamado efecto de la radiación, el cual se debe a la transferencia de calor por radiación entre la persona y las superficies circundantes. Por ejemplo, una persona siente mucho más frío en la mañana debido a la temperatura superficial más baja de las paredes en ese momento, aun cuando se fije el ajuste del termostato de la casa. Escriba un ensayo sobre el efecto de la radiación, cómo afecta la comodidad humana y cómo se toma en cuenta en las aplicaciones de calefacción y acondicionamiento del aire.

CAPÍTULO 14

TRANSFERENCIA DE MASA

Hasta este punto se ha restringido la atención a problemas de transferencia de calor en los que no intervino transferencia de masa. Sin embargo, ésta interviene en muchos problemas significativos de transferencia de calor que se encuentran en la realidad. Por ejemplo, alrededor de un tercio de la pérdida de calor de una persona en reposo se debe a la evaporación. Resulta que la transferencia de masa es análoga a la transferencia de calor en muchos aspectos y existe una cercana semejanza entre las relaciones de ambas. En este capítulo se discuten los mecanismos de la transferencia de masa y se desarrollan relaciones para la razón de esa transferencia, para situaciones que se encuentran de manera común en la práctica.

Debe distinguirse entre la *transferencia de masa* y el *movimiento de masas de fluido* (o *flujo de fluidos*) que se presenta en un nivel macroscópico conforme un fluido se transporta de un lugar a otro. La transferencia de masa requiere la presencia de dos regiones con composiciones químicas diferentes y se refiere al movimiento de especies químicas desde una región de alta concentración hacia una de concentración menor. La fuerza impulsora primaria para el flujo de fluidos es la *diferencia de presión*, en tanto que, para la transferencia de masa, es la *diferencia de concentración*.

Se empieza este capítulo con el señalamiento de numerosas analogías entre la transferencia de masa y la de calor, y son trazados paralelos entre ellas. A continuación, se discuten las condiciones de frontera asociadas con la transferencia de masa y la difusión unidimensional, estacionaria y transitoria, y se sigue con una discusión de la transferencia de masa en un medio en movimiento. Por último, se considera la transferencia de masa por convección y la transferencia simultánea de calor y de masa.

OBJETIVOS

Cuando el lector termine de estudiar este capítulo, debe ser capaz de:

- Comprender el gradiente de concentración y el mecanismo físico de la transferencia de masa;
- Reconocer la analogía entre la transferencia de calor y la de masa;
- Describir la concentración en un lugar en términos de masa o molares y relacionar la razón de la difusión con el gradiente de concentración por medio de la ley de Fick;
- Calcular la razón de la difusión de masa a través de una capa simple en condiciones estacionarias;
- Predecir la migración del vapor de agua en los edificios;
- Efectuar un análisis de la difusión transitoria de masa en medios grandes;
- Calcular la transferencia de masa por convección, y
- Analizar la transferencia simultánea de calor y de masa.

14-1 ▪ INTRODUCCIÓN

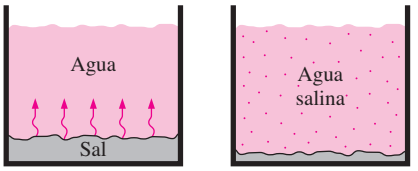
Es común observar que siempre que existe una falta de equilibrio de un producto en un medio, la naturaleza tiende a redistribuirlo hasta que se establece un "equilibrio" o "igualdad". Con frecuencia, a esta tendencia se le menciona como la *fuerza impulsora*, mecanismo que se encuentra detrás de muchos fenómenos de transporte que ocurren en forma natural.

Si se define la cantidad de un producto por unidad de volumen como la **concentración** del mismo, puede decirse que el flujo de un producto siempre se presenta en la dirección de la concentración decreciente; es decir, desde la región de alta concentración hacia la de baja concentración (figura 14-1). El producto sencillamente se escurre en el curso de la redistribución y, de este modo, el flujo es un *proceso de difusión*. La razón del flujo de un producto es proporcional al *gradiente de concentración*, dC/dx (el cual representa el cambio en la concentración C por unidad de longitud en la dirección x del flujo) y al área A normal a la dirección de ese flujo, y se expresa como

$$\text{Gasto} \propto (\text{Área normal})(\text{Gradiente de concentración})$$

o bien

$$\dot{Q} = -k_{\text{dif}} A \frac{dC}{dx} \tag{14-1}$$



a) Antes *b*) Después

FIGURA 14-1
Siempre que existe diferencia de concentración de una cantidad física en un medio, la naturaleza tiende a igualar las cosas al forzar un flujo desde la región de alta concentración hacia la de baja.

Aquí, la constante de proporcionalidad k_{dif} es el *coeficiente de difusión* del medio, el cual es una medida de la rapidez con la que se difunde un producto en ese medio; se tiene también el signo negativo para hacer que el flujo en la dirección positiva sea una cantidad positiva (nótese que dC/dx es una cantidad negativa, ya que la concentración decrece en la dirección del flujo). Puede ser que el lector recuerde que la *ley de Fourier de la conducción del calor*, la *ley de Ohm de la conducción eléctrica* y la *ley de Newton de la viscosidad* tienen la forma de la ecuación 14-1.

Para entender mejor el proceso de difusión, considérese un tanque que está dividido en dos partes iguales mediante una partición. Al inicio, la mitad izquierda del tanque contiene gas nitrógeno, N_2, en tanto que la derecha contiene aire (alrededor de 21% de O_2 y 79% de N_2), a la misma temperatura y presión, las moléculas de O_2 y N_2 están indicadas por círculos oscuros y claros, respectivamente. Cuando se elimina la partición, se sabe que las moléculas de N_2 empezarán a difundirse hacia el aire, al mismo tiempo que las de O_2 se difunden hacia las de N_2, como se muestra en la figura 14-2. Si se espera el tiempo suficiente, se tendrá una mezcla homogénea de N_2 y O_2 en el tanque. Puede explicarse este proceso de difusión de masa al considerar un plano imaginario, indicado en la figura por la línea punteada, de la siguiente forma: las moléculas de gas se mueven de manera aleatoria y, por consiguiente, la probabilidad de que una molécula se mueva hacia la derecha o hacia la izquierda es la misma. Como consecuencia, la mitad de las moléculas que se encuentran hacia uno de los lados de la línea punteada en cualquier momento dado se moverán hacia el otro lado. Puesto que la concentración de N_2 es mayor en el lado izquierdo que en el derecho, más moléculas de este tipo se moverán hacia la derecha que hacia la izquierda, lo que lleva a que exista un flujo neto de N_2 hacia la derecha. Como resultado, se dice que el N_2 *se transfiere* hacia la derecha. Puede darse un argumento semejante para el O_2 que se transfiere hacia la izquierda. El proceso continúa hasta que se establecen concentraciones uniformes de N_2 y O_2 en todo el contenido del tanque, de manera que el número de moléculas N_2 (o de O_2) que se mueven hacia la derecha sea igual al que se mueve hacia la izquierda, lo que da por resultado una transferencia neta cero de N_2 u O_2 de uno a otro lado de un plano imaginario.

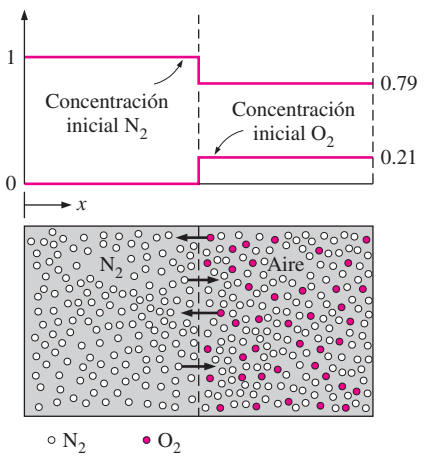


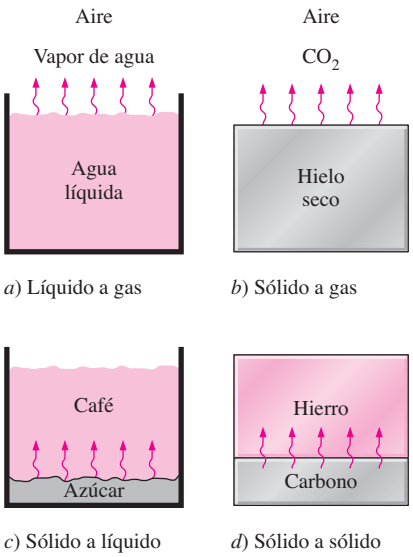
FIGURA 14-2
Tanque que contiene N_2 y aire en sus dos compartimientos, y la difusión del N_2 hacia el aire (y la difusión del O_2 hacia el N_2) cuando se quita la partición.

Las moléculas que existen en una mezcla gaseosa chocan continuamente entre sí y el proceso de difusión es fuertemente influido por estas colisiones. La

colisión de moléculas semejantes tiene poca consecuencia, ya que son idénticas y no hay diferencia respecto a cuál de ellas cruza cierto plano. Sin embargo, la de moléculas diferentes influye sobre la razón de la difusión, puesto que moléculas diferentes pueden tener masas distintas y, por consiguiente, cantidades de movimiento diferentes; en consecuencia, las moléculas más pesadas dominan el proceso de difusión. Los coeficientes de difusión y, por ende, la razón de difusión de los gases depende intensamente de la *temperatura*, ya que ésta es una medida de la velocidad promedio de las moléculas del gas. Por lo tanto, la razón de difusión es más alta a temperaturas más elevadas.

La transferencia de masa puede ocurrir en los líquidos y en los sólidos, al igual que en los gases. Por ejemplo, llega un momento en el que una taza de agua que se deja en un cuarto se evapora, como resultado de que las moléculas de agua se difunden hacia el aire (*transferencia de masa líquida a gaseosa*). Un trozo de CO_2 sólido (hielo seco) también se hace más pequeño con el transcurso del tiempo, ya que sus moléculas de CO_2 se difunden hacia el aire (*transferencia de masa sólida a gaseosa*). Con el tiempo, una cucharada de azúcar en una taza de café se mueve hacia arriba y lo endulza, aunque las moléculas de azúcar son mucho más pesadas que las de agua; igualmente, las moléculas de un lápiz de color introducido en un vaso de agua se difunden hacia ésta, como se evidencia por la dispersión gradual del color en esa agua (*transferencia de masa sólida a líquida*). Por supuesto, también puede ocurrir la transferencia de masa de un gas hacia un líquido o hacia un sólido, si la concentración de éstos es más alta en la fase gaseosa. Por ejemplo, una pequeña fracción del O_2 que se encuentra en el aire se difunde hacia el agua y satisface las necesidades de oxígeno de los animales marinos. La difusión del carbono hacia el hierro en el curso del cementado, el dopado de los semiconductores para transistores y la migración de moléculas dopadas en los semiconductores a alta temperatura son ejemplos de procesos de difusión de sólido a sólido (figura 14-3).

Otro factor que influye en el proceso de difusión es el *espaciamiento molecular*. En general, entre mayor sea éste, más alta es la razón de difusión. Por lo tanto, lo típico es que la razón de difusión sea mucho más alta en los gases que en los líquidos, y mucho más alta en éstos que en los sólidos. Los coeficientes de difusión en las mezclas gaseosas son unos cuantos órdenes de magnitud más grandes que los correspondientes a las soluciones líquidas o sólidas.



a) Líquido a gas *b*) Sólido a gas

c) Sólido a líquido *d*) Sólido a sólido

FIGURA 14-3
Algunos ejemplos de transferencia de masa que comprenden un líquido y/o un sólido.

14-2 ▪ ANALOGÍA ENTRE LA TRANSFERENCIA DE MASA Y LA DE CALOR

Se ha consumido una cantidad considerable de tiempo en el estudio de la transferencia de calor y se podría consumir el mismo en el estudio de la transferencia de masa. Empero, los mecanismos de ambas son análogos entre sí y, como consecuencia, puede desarrollarse una comprensión de la transferencia de masa en corto tiempo y con poco esfuerzo, sencillamente al trazar *paralelos* entre ellas. El establecimiento de esos "puentes" entre las dos áreas, no relacionadas en apariencia, hará posible usar el conocimiento de la transferencia de calor para resolver problemas de transferencia de masa. De manera alterna, adquirir un conocimiento aplicable de transferencia de masa ayudará a comprender mejor los procesos de transferencia de calor, al concebir a éste como una sustancia sin masa, como lo hicieron en el siglo XIX. La teoría de corta duración del calórico, referente al calor, es el origen de la mayor parte de la terminología de la transferencia de calor usada en la actualidad y sirvió bien para sus fines hasta que se reemplazó por la teoría cinética. En esencia, la masa es energía, ya que masa y energía pueden convertirse una en la otra según la fórmula de Einstein: $E = mc^2$, en donde c es la velocidad de la luz. Por lo tanto, la masa y el calor pueden mirarse como dos formas diferentes de energía y explotar ventajosamente esto, sin irse por la borda.

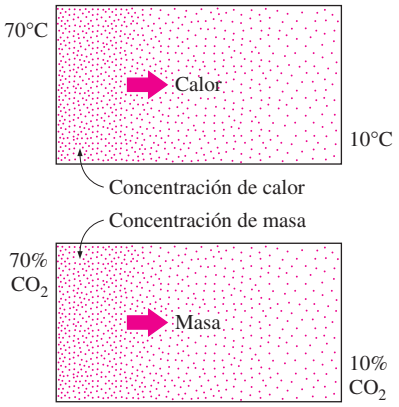


FIGURA 14-4
Analogía entre la transferencia de calor y la de masa.

Temperatura

La fuerza impulsora para la transferencia de calor es la *diferencia de temperatura*. Como contraste, la fuerza impulsora para la transferencia de masa es la *diferencia de concentración*. Puede verse la temperatura como una medida de la "concentración de calor" y, de este modo, una región a alta temperatura es aquella que tiene una alta concentración de calor (figura 14-4). Por lo tanto, tanto el calor como la masa se transfieren de las regiones más concentradas hacia las menos concentradas. Si no hay diferencia de temperatura entre dos regiones, entonces no existe transferencia de calor. De modo semejante, si no existe diferencia entre las concentraciones de una especie en regiones diferentes de un medio, no habrá transferencia de masa.

Conducción

El lector recordará que el calor se transfiere por conducción, convección y radiación. Sin embargo, la masa se transfiere sólo por *conducción* (llamada difusión) y *convección,* y no existe algo llamado "radiación de masa" (a menos que haya algo que Scotty sepa y nosotros no, cuando transporta a las personas "a través de un rayo" hacia cualquier parte en el espacio, a la velocidad de la luz) (figura 14-5). La razón de conducción del calor en una dirección x es proporcional al gradiente de temperatura dT/dx en esa dirección y se expresa por la **ley de Fourier de la conducción del calor** como

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \tag{14-2}$$

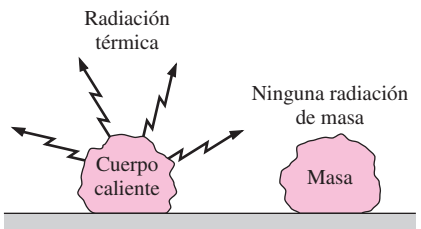


FIGURA 14-5
A diferencia de la radiación de calor, no hay algo que se pueda llamar radiación de masa.

donde k es la conductividad térmica del medio y A es el área normal a la dirección de transferencia del calor. De modo semejante, la razón de difusión de masa, $\dot{m}_{\text{dif}}$, de una especie química A en un medio en reposo, en la dirección x, es proporcional al gradiente de concentración dC/dx en esa dirección y se expresa mediante la **ley de Fick de la difusión** por (figura 14-6)

$$\dot{m}_{\text{dif}} = -D_{AB}A\frac{dC_A}{dx} \tag{14-3}$$

donde D_{AB} es el **coeficiente de difusión** (o *difusividad de la masa*) de la especie en la mezcla y C_A es la concentración de esa especie en la mezcla en ese lugar.

Puede demostrarse que las ecuaciones diferenciales, tanto para la conducción de calor como para la difusión de masa, tienen la misma forma. Por lo tanto, con sólo cambiar los coeficientes y variables correspondientes, pueden obtenerse las soluciones de las ecuaciones de la difusión de masa a partir de las soluciones de las ecuaciones correspondientes de la conducción del calor, para el mismo tipo de condiciones de frontera.

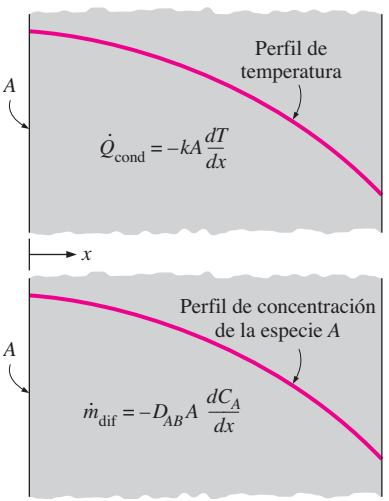


FIGURA 14-6
Analogía entre la conducción de calor y la difusión de masa.

Generación de calor

La generación de calor se refiere a la conversión de alguna forma de energía, como la eléctrica, la química o la nuclear, en energía *térmica sensible* en el medio. La generación de calor se desarrolla en toda la extensión del medio y se exhibe como una elevación de la temperatura. De manera análoga, en algunos problemas de transferencia de masa intervienen reacciones químicas que ocurren dentro del medio y dan como resultado la *generación de una especie* en toda su extensión. Por lo tanto, la generación de especies es un *fenómeno volumétrico* y la razón de generación puede variar de punto a punto en el medio. Esas reacciones que ocurren dentro del medio se llaman **reacciones homogéneas** y son análogas a la generación interna de calor. En contraste, algunas reacciones químicas dan como producto la generación de una especie *en la superficie*, como resultado de que ocurren en la superficie debido al con-

tacto entre el medio y los alrededores. Éste es un *fenómeno superficial* y, como tal, necesita tratarse como una condición de frontera. En los estudios de transferencia de masa, esas reacciones se conocen como **reacciones heterogéneas** y son análogas al *flujo especificado de calor en la superficie*.

Convección

El lector recordará que la *convección de calor* es el mecanismo de transferencia de calor en el que intervienen tanto la *conducción de calor* (difusión molecular) como el *movimiento de la masa de fluido*. El movimiento del fluido mejora en forma considerable la transferencia de calor, al quitar el fluido calentado cercano a la superficie y reemplazarlo por el más frío que se encuentra más alejado. En el caso límite de que no hay ningún movimiento de la masa de fluido, la convección se reduce a conducción. De modo semejante, la **convección de masa** (o *transferencia de masa por convección*) es el mecanismo de transferencia de masa entre una superficie y un fluido en movimiento en el que intervienen tanto la *difusión de masa* como el *movimiento de la masa de fluido*. El movimiento del fluido mejora también en forma considerable la transferencia de masa, al quitar el fluido con alta concentración cercano a la superficie y reemplazarlo por el de concentración más baja que se encuentra más alejado. En la convección de masa se define una *capa límite de concentración* de manera análoga a la capa límite térmica y se determinan nuevos parámetros adimensionales, que son las contrapartes de los números de Prandtl y de Nusselt.

La razón de la convección de calor para el flujo externo se expresó en forma conveniente por la *ley de Newton del enfriamiento* como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_s (T_s - T_\infty) \tag{14-4}$$

donde h_{conv} es el coeficiente de transferencia de calor, A_s es el área superficial y $T_s - T_\infty$ es la diferencia de temperatura de uno a otro lado de la capa límite térmica. De modo semejante, la razón de la convección de masa puede expresarse como (figura 14-7)

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s (C_s - C_\infty) \tag{14-5}$$

donde h_{masa} es el *coeficiente de transferencia de masa*, A_s es el área superficial y $C_s - C_\infty$ es una diferencia apropiada de concentración de uno a otro lado de la capa límite de concentración.

En la sección 14-9 se examinan varios aspectos de la analogía entre la convección de calor y la de masa. La analogía es válida para los casos de *baja razón de transferencia de masa*, en los cuales el gasto de las especies que experimentan el flujo de masa es bajo (menor a 10%) en relación con el gasto total de la mezcla líquida o gaseosa.

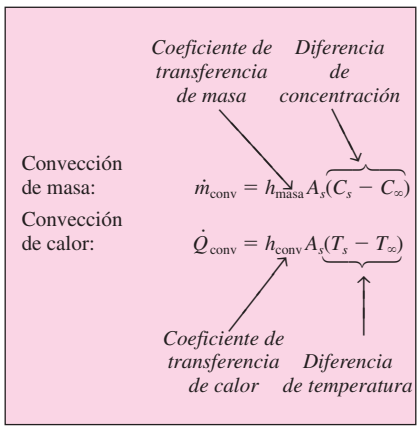


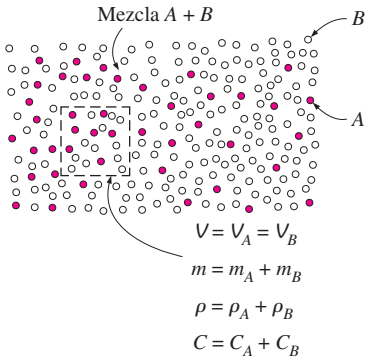
FIGURA 14-7
Analogía entre la transferencia de calor por convección y la transferencia de masa por convección.

14-3 ▪ DIFUSIÓN DE MASA

La ley de Fick de la difusión, propuesta en 1855, afirma que la razón de difusión de una especie química en el espacio de una mezcla gaseosa (o de una solución líquida o sólida) es proporcional al *gradiente de concentración* de esa especie en ese lugar. Aunque una concentración más elevada para una especie significa más moléculas de ella por unidad de volumen, la concentración de una especie puede expresarse de varias maneras. A continuación, se describen dos formas comunes.

1 Base másica

En una *base másica*, la concentración se expresa en términos de **densidad** (o *concentración de masa*), la cual es la masa por unidad de volumen. Si se



Base másica:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V},\ \rho = \frac{m}{V},\ w_A = \frac{\rho_A}{\rho}$$

Base molar:

$$C_A = \frac{N_A}{V},\ C = \frac{N}{V},\ y_A = \frac{C_A}{C}$$

Relación entre ellas:

$$C_A = \frac{\rho_A}{M_A},\ w_A = y_A \frac{M_A}{M}$$

FIGURA 14-8
Maneras diferentes de expresar la concentración de la especie A de una mezcla binaria de A y B.

considera un volumen pequeño V en un lugar dentro de la mezcla, las densidades de una especie (subíndice i) y de la mezcla (sin subíndice) en ese lugar quedan dadas por (figura 14-8)

Densidad parcial de la especie i: $\rho_i = m_i/V$ (kg/m^3)
Densidad total de la mezcla: $\rho = m/V = \sum m_i/V = \sum \rho_i$

Por lo tanto, la *densidad de una mezcla* en un lugar es igual a la suma de las *densidades de sus constituyentes* en ese lugar. La concentración de masa también puede expresarse en forma adimensional en términos de la **fracción de masa**, w, como

Fracción de masa de la especie i:
$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{m_i/V}{m/V} = \frac{\rho_i}{\rho} \qquad \textbf{(14-6)}$$

Nótese que la fracción de masa de una especie varía entre 0 y 1, y la conservación de la masa requiere que la suma de las fracciones de masa de los constituyentes de una mezcla sea igual a 1. Es decir, $\Sigma w_i = 1$. Asimismo, obsérvese que, en general, la densidad y la fracción de masa de un constituyente en una mezcla varían con el lugar, a menos que los gradientes de concentración sean cero.

2 Base molar

En una *base molar*, la concentración se expresa en términos de **concentración molar** (o *densidad molar*), la cual es la cantidad de materia, en kmol, por unidad de volumen. Una vez más, si se considera un volumen pequeño V en un lugar dentro de la mezcla, las concentraciones molares de una especie (subíndice i) y de la mezcla (sin subíndice) en ese lugar quedan dadas por

Concentración molar parcial de la especie i: $C_i = N_i/V$ (kmol/m^3)
Concentración molar total de la mezcla: $C = N/V = \sum N_i/V = \sum C_i$

Por lo tanto, la concentración molar de una mezcla en un lugar es igual a la suma de las concentraciones molares de sus constituyentes en ese lugar. La concentración molar también puede expresarse en forma adimensional en términos de la **fracción molar** y como

Fracción molar de la especie i:
$$y_i = \frac{N_i}{N} = \frac{N_i/V}{N/V} = \frac{C_i}{C} \qquad \textbf{(14-7)}$$

Una vez más, la fracción molar de una especie varía entre 0 y 1, y la suma de las fracciones molares de los constituyentes de una mezcla es la unidad, $\Sigma y_i = 1$.

La masa m y el número de moles, N, de una sustancia están relacionados entre sí por $m = NM$ (o, para una unidad de volumen, $\rho = CM$), en donde M es la *masa molar* (también llamada *peso molecular*) de la sustancia. Esto es de esperarse, puesto que la masa de 1 kmol de la sustancia es M kg, por lo que la masa de N kmol es NM kg. Por lo tanto, las concentraciones de masa y molar están relacionadas entre sí por

$$C_i = \frac{\rho_i}{M_i} \quad \text{(para la especie } i\text{)} \quad \text{y} \quad C = \frac{\rho}{M} \quad \text{(para la mezcla)} \qquad \textbf{(14-8)}$$

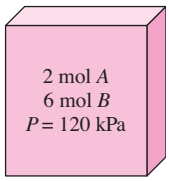
donde M es la masa molar de la mezcla, la cual puede determinarse a partir de

$$M = \frac{m}{N} = \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum \frac{N_i}{N} M_i = \sum y_i M_i \qquad \textbf{(14-9)}$$

Las fracciones de masa y molar de la especie i de una mezcla están relacionadas entre sí por

$$w_i = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{C_i M_i}{CM} = y_i \frac{M_i}{M} \tag{14-10}$$

En los párrafos anteriores se presentaron dos enfoques diferentes para la descripción de la concentración en un lugar y puede ser que el lector se esté preguntando cuál de ellos es mejor para ser aplicado. Bien, la respuesta depende de la situación en la que se encuentre. Los dos enfoques son equivalentes y el mejor de ellos para un problema dado es el que proporcione con mayor facilidad la solución deseada.



Una mezcla de dos gases ideales A y B

$$y_A = \frac{N_A}{N} = \frac{2}{2+6} = 0.25$$

$$P_A = y_A P = 0.25 \times 120 = 30 \text{ kPa}$$

FIGURA 14-9

Para las mezclas de gases ideales, la fracción de presión de un gas es igual a su fracción molar.

Caso especial: Mezclas de gases ideales

A bajas presiones, puede tenerse una aproximación conveniente de un gas o mezcla de gases como un gas ideal, con error despreciable. Por ejemplo, una mezcla de aire seco y vapor de agua en las condiciones atmosféricas puede tratarse como un gas ideal, con un error mucho menor de 1%. La presión total de una mezcla de gases, P, es igual a la suma de las presiones parciales P_i de los gases que estén en esa mezcla, por separado, y se expresa como $P = \Sigma P_i$. En este caso, a P_i se le conoce como **presión parcial** de la especie i, la cual es la presión que la especie i ejercería si existiera sola a la temperatura de la mezcla, en el mismo volumen. Esto se conoce como **ley de Dalton de las presiones aditivas**. Entonces, si se aplica la relación de los gases ideales, $P\forall = NR_uT$, donde R_u es la constante universal de los gases, tanto para la especie i como para la mezcla, la **fracción de presión** de la especie i puede expresarse como (figura 14-9)

$$\frac{P_i}{P} = \frac{N_i R_u T/\forall}{N R_u T/\forall} = \frac{N_i}{N} = y_i \tag{14-11}$$

Por lo tanto, la *fracción de presión* de la especie i de una mezcla de gases ideales es equivalente a la *fracción molar* de esa especie y puede usarse en lugar de ella en el análisis de la transferencia de masa.

Ley de Fick de la difusión: Medio en reposo que consta de dos especies

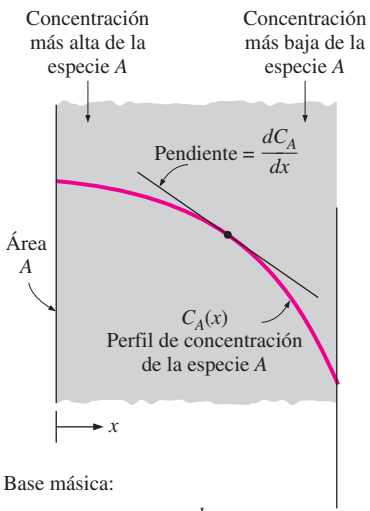
Se mencionó con anterioridad que la razón de difusión de la masa de una especie química en un medio estancado y en una dirección especificada es proporcional al gradiente local de concentración en esa dirección. Esta relación lineal entre la razón de difusión y el gradiente de concentración, propuesta por Fick en 1855, se conoce como **ley de Fick de la difusión** y puede expresarse como

Flujo de masa = Constante de proporcionalidad × Gradiente de concentración

Pero la concentración de una especie en una mezcla de gases o en una solución líquida o sólida puede definirse de varias maneras: como la densidad, la fracción de masa, la concentración molar y la fracción molar, como ya se discutió; por lo tanto, la ley de Fick puede expresarse en forma matemática de muchas maneras. Resulta que lo mejor es expresar el gradiente de concentración en términos de la fracción de masa o molar, y la formulación más apropiada de la *ley de Fick* para la difusión de una especie A en una mezcla binaria en reposo de las especies A y B, en una dirección x especificada, se expresa por (figura 14-10)

$$\textit{Base másica:}\quad j_{\text{dif},A} = \frac{\dot{m}_{\text{dif},A}}{A} = -\rho D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} = -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx} \quad (\text{kg/s}\cdot\text{m}^2)$$

$$\textit{Base molar:}\quad \bar{j}_{\text{dif},A} = \frac{\dot{N}_{\text{dif},A}}{A} = -CD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} = -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \quad (\text{kmol/s}\cdot\text{m}^2) \tag{14-12}$$



Base másica:

$$\dot{m}_{\text{dif}} = -\rho A D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = -\rho A D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} = -AD_{AB}\frac{d\rho_A}{dx} \quad (\text{si } \rho = \text{constante})$$

Base molar:

$$\dot{N}_{\text{dif},A} = -CAD_{AB}\frac{dy_A}{dx} = -CAD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} = -AD_{AB}\frac{dC_A}{dx} \quad (\text{si } C = \text{constante})$$

FIGURA 14-10

Varias expresiones de la ley de Fick de la difusión para una mezcla binaria.

En este caso, $j_{\text{dif}, A}$ es el **flujo de masa (por difusión)** de la especie A (transferencia de masa por difusión, por unidad de tiempo y por unidad de área normal a la dirección de la transferencia de masa, en kg/s · m²) y $\bar{j}_{\text{dif}, A}$ es el **flujo molar (por difusión)** (en kmol/s · m²). El flujo de masa de una especie en un lugar es proporcional a la densidad de la mezcla en ese lugar. Nótese que $\rho = \rho_A + \rho_B$ es la densidad y $C = C_A + C_B$ es la concentración molar de la mezcla binaria; asimismo, obsérvese que, en general, pueden variar en toda la extensión de la mezcla. Por lo tanto, $\rho d(\rho_A/\rho) \neq d\rho_A$ o $Cd(C_A/C) \neq dC_A$. Pero, en el caso especial de densidad constante ρ de la mezcla o concentración molar C constante, las relaciones anteriores se simplifican a

$$\textit{Base másica } (\rho = \text{constante}): \quad j_{\text{dif}, A} = -D_{AB}\frac{dr_A}{dx} \quad (\text{kg/s} \cdot \text{m}^2)$$

$$\textit{Base molar } (C = \text{constante}): \quad \bar{j}_{\text{dif}, A} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx} \quad (\text{kmol/s} \cdot \text{m}^2) \qquad \textbf{(14-13)}$$

La suposición de densidad constante o de concentración molar constante suele ser apropiada para las *soluciones sólidas* y para las *líquidas diluidas,* pero, con frecuencia, éste no es el caso para las mezclas de gases o para las soluciones líquidas concentradas. Por lo anterior, la ecuación 14-12 debe usarse en el último caso. En este texto de introducción, se limita la consideración a la difusión unidimensional de masa. Para los casos bidimensional y tridimensional, la ley de Fick puede expresarse de manera conveniente en forma vectorial, sencillamente al reemplazar las derivadas que aparecen en las relaciones antes dadas por los gradientes correspondientes (como $\mathbf{j}_A = -\rho D_{AB}\nabla w_A$).

Recuérdese que la constante de proporcionalidad en la ley de Fourier se definió como la *conductividad térmica* de la propiedad de transporte. De manera análoga, la constante de proporcionalidad en la ley de Fick se define como otra propiedad de transporte conocida como el **coeficiente de difusión binaria** o **difusividad de la masa**, D_{AB}. La unidad de la difusividad de masa es m²/s, la cual es la misma que las unidades de la *difusividad térmica* o la *difusividad de la cantidad de movimiento* (también conocida como *viscosidad cinemática*) (figura 14-11).

Debido a la naturaleza compleja de la difusión de masa, los coeficientes de difusión suelen determinarse en forma experimental. La teoría cinética de los gases indica que el coeficiente de difusión para los gases diluidos, a presiones ordinarias, es en esencia independiente de la composición de la mezcla y tiende a crecer con la temperatura al mismo tiempo que a decrecer con la presión según

$$D_{AB} \propto \frac{T^{3/2}}{P} \quad \text{o} \quad \frac{D_{AB,1}}{D_{AB,2}} = \frac{P_2}{P_1}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \qquad \textbf{(14-14)}$$

Esta relación es útil en la determinación del coeficiente de difusión para gases a temperaturas y presiones diferentes, a partir de un conocimiento del coeficiente de difusión a una temperatura y presión especificadas. También se cuenta con relaciones más generales, pero complicadas, que toman en cuenta los efectos de las colisiones moleculares. En la tabla 14-1 se dan los coeficientes de difusión de algunos gases en el aire a la presión de 1 atm, a varias temperaturas.

Los coeficientes de difusión de los sólidos y de los líquidos también tienden a crecer con la temperatura, exhibiendo al mismo tiempo una fuerte dependencia respecto a la composición. El proceso de difusión en los sólidos y los líquidos es mucho más complicado que en los gases y, en este caso, los coeficientes de difusión se determinan preferentemente en forma experimental.

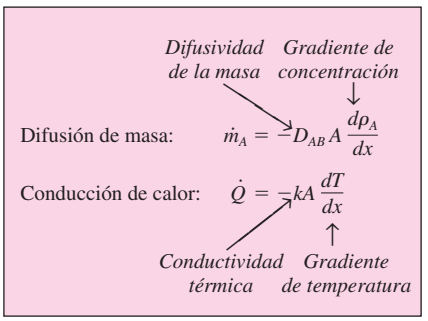


FIGURA 14-11
Analogía entre la ley de Fourier de la conducción del calor y la ley de Fick de la difusión de masa.

TABLA 14-1
Coeficientes de difusión binaria de algunos gases en aire a la presión de 1 atm (tomada de Mills, 1995; tabla A.17a, pág. 869)

	Coeficiente de difusión binaria, m²/s × 10⁵*			
T, K	O_2	CO_2	H_2	NO
200	0.95	0.74	3.75	0.88
300	1.88	1.57	7.77	1.80
400	5.25	2.63	12.5	3.03
500	4.75	3.85	17.1	4.43
600	6.46	5.37	24.4	6.03
700	8.38	6.84	31.7	7.82
800	10.5	8.57	39.3	9.78
900	12.6	10.5	47.7	11.8
1 000	15.2	12.4	56.9	14.1
1 200	20.6	16.9	77.7	19.2
1 400	26.6	21.7	99.0	24.5
1 600	33.2	27.5	125	30.4
1 800	40.3	32.8	152	37.0
2 000	48.0	39.4	180	44.8

*Multiplíquese por 10.76 para convertir a ft²/s.

En las tablas 14-2 y 14-3 se dan los coeficientes de difusión binaria para varias mezclas de gases, así como soluciones sólidas y líquidas, binarias. Con base en estas tablas se hacen dos observaciones:

1. En general, los coeficientes de difusión son los *más altos en los gases* y los *más bajos en los sólidos*. Los coeficientes de difusión de los gases son mayores que los de los líquidos en varios órdenes de magnitud.
2. Los coeficientes de difusión *se incrementan con la temperatura*. Por ejemplo, el coeficiente de difusión (y, por lo tanto, la razón de la difusión de masa) del carbono a través del hierro, en el transcurso de un proceso de endurecimiento, se incrementa hasta 6 000 veces conforme se eleva la temperatura desde 500°C hasta 1 000°C.

Debido a su importancia práctica, la difusión del *vapor de agua* en el *aire* ha sido el tema de varios estudios y se han desarrollado algunas fórmulas empíricas para el coeficiente de difusión $D_{H_2O\text{–aire}}$. Marrero y Mason (1972) propusieron esta popular fórmula (tabla 14-4):

$$D_{H_2O\text{–aire}} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \quad (\text{m}^2/\text{s}), \quad 280\ \text{K} < T < 450\ \text{K} \qquad \textbf{(14-15)}$$

donde P es la presión total en atm y T es la temperatura en K.

El mecanismo impulsor primario de la difusión de masa es el gradiente de concentración, y la difusión de masa debida a un gradiente de concentración se conoce como **difusión ordinaria**. Sin embargo, la difusión también puede ser causada por otros efectos. Los gradientes de temperatura en un medio pueden causar **difusión térmica** (también llamada **efecto de Soret**) y los gra-

TABLA 14-2

Coeficientes de difusión binaria de mezclas diluidas de gases a 1 atm (tomada de Barrer, 1941; Geankoplis, 1972; Perry, 1963, y Reid *et al.*, 1977)

Sustancia *A*	Sustancia *B*	*T*, K	D_{AB} o D_{BA}, m²/s	Sustancia *A*	Sustancia *B*	*T*, K	D_{AB} o D_{BA}, m²/s
Aire	Acetona	273	1.1×10^{-5}	Argón, Ar	Nitrógeno, N_2	293	1.9×10^{-5}
Aire	Amoniaco, NH_3	298	2.6×10^{-5}	Carbono, bióxido de, CO_2	Benceno	318	0.72×10^{-5}
Aire	Benceno	298	0.88×10^{-5}	Carbono, bióxido de, CO_2	Hidrógeno, H_2	273	5.5×10^{-5}
Aire	Carbono, bióxido de	298	1.6×10^{-5}	Carbono, bióxido de, CO_2	Nitrógeno, N_2	293	1.6×10^{-5}
Aire	Cloro	273	1.2×10^{-5}	Carbono, bióxido de, CO_2	Oxígeno, O_2	273	1.4×10^{-5}
Aire	Alcohol etílico	298	1.2×10^{-5}	Carbono, bióxido de, CO_2	Agua, vapor de	298	1.6×10^{-5}
Aire	Éter etílico	298	0.93×10^{-5}	Hidrógeno, H_2	Nitrógeno, N_2	273	6.8×10^{-5}
Aire	Helio, He	298	7.2×10^{-5}	Hidrógeno, H_2	Oxígeno, O_2	273	7.0×10^{-5}
Aire	Hidrógeno, H_2	298	7.2×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Amoniaco	293	2.5×10^{-5}
Aire	Yodo, I_2	298	0.83×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Benceno	296	0.39×10^{-5}
Aire	Metanol	298	1.6×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Nitrógeno, N_2	273	1.8×10^{-5}
Aire	Mercurio	614	4.7×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Agua, vapor de	298	2.5×10^{-5}
Aire	Naftaleno	300	0.62×10^{-5}	Agua, vapor de	Argón, Ar	298	2.4×10^{-5}
Aire	Oxígeno, O_2	298	2.1×10^{-5}	Agua, vapor de	Helio, He	298	9.2×10^{-5}
Aire	Agua, vapor de	298	2.5×10^{-5}	Agua, vapor de	Nitrógeno, N_2	298	2.5×10^{-5}

Nota: Pueden tomarse en cuenta los efectos de la presión y la temperatura sobre D_{AB} por medio de la siguiente proporcionalidad: $D_{AB} \sim T^{3/2}/P$. Asimismo, multiplíquese los valores de D_{AB} por 10.76 a fin de convertirlos en ft²/s.

TABLA 14-3

Coeficientes de difusión binaria de soluciones líquidas diluidas y de soluciones sólidas, a 1 atm (tomada de Barrer, 1941; Reid *et al.*, 1977; Thomas, 1991, y Van Black, 1980)

a) Difusión a través de líquidos				*b) Difusión a través de sólidos*			
Sustancia *A* (Soluto)	Sustancia *B* (Solvente)	*T*, K	D_{AB}, m²/s	Sustancia *A* (Soluto)	Sustancia *B* (Solvente)	*T*, K	D_{AB}, m²/s
Amoniaco	Agua	285	1.6×10^{-9}	Carbono, bióxido de	Caucho natural	298	1.1×10^{-10}
Benceno	Agua	293	1.0×10^{-9}	Nitrógeno	Caucho natural	298	1.5×10^{-10}
Carbono, bióxido de	Agua	298	2.0×10^{-9}	Oxígeno	Caucho natural	298	2.1×10^{-10}
Cloro	Agua	285	1.4×10^{-9}	Helio	Pyrex	773	2.0×10^{-12}
Etanol	Agua	283	0.84×10^{-9}	Helio	Pyrex	293	4.5×10^{-15}
Etanol	Agua	288	1.0×10^{-9}	Helio	Silicio, bióxido de	298	4.0×10^{-14}
Etanol	Agua	298	1.2×10^{-9}	Hidrógeno	Hierro	298	2.6×10^{-13}
Glucosa	Agua	298	0.69×10^{-9}	Hidrógeno	Níquel	358	1.2×10^{-12}
Hidrógeno	Agua	298	6.3×10^{-9}	Hidrógeno	Níquel	438	1.0×10^{-11}
Metano	Agua	275	0.85×10^{-9}	Cadmio	Cobre	293	2.7×10^{-19}
Metano	Agua	293	1.5×10^{-9}	Zinc	Cobre	773	4.0×10^{-18}
Metano	Agua	333	3.6×10^{-9}	Zinc	Cobre	1 273	5.0×10^{-13}
Metanol	Agua	288	1.3×10^{-9}	Antimonio	Plata	293	3.5×10^{-25}
Nitrógeno	Agua	298	2.6×10^{-9}	Bismuto	Plomo	293	1.1×10^{-20}
Oxígeno	Agua	298	2.4×10^{-9}	Mercurio	Plomo	293	2.5×10^{-19}
Agua	Etanol	298	1.2×10^{-9}	Cobre	Aluminio	773	4.0×10^{-14}
Agua	Etilenglicol	298	0.18×10^{-9}	Cobre	Aluminio	1 273	1.0×10^{-10}
Agua	Metanol	298	1.8×10^{-9}	Carbono	Hierro (fcc)*	773	5.0×10^{-15}
Cloroformo	Metanol	288	2.1×10^{-9}	Carbono	Hierro (fcc)	1 273	3.0×10^{-11}

*(fcc = abreviatura del tipo de celda de estructura cristalina: cúbica centrada en las caras, *face-centered cubic*).

TABLA 14-4

En una mezcla binaria de gases ideales, de las especies *A* y *B*, el coeficiente de difusión de *A* en *B* es igual al coeficiente de difusión de *B* en *A*, y ambos se incrementan con la temperatura

T, °C	$D_{H_2O\text{–aire}}$ o $D_{\text{aire–}H_2O}$ a 1 atm, en m²/s (de la ecuación 14-15)
0	2.09×10^{-5}
5	2.17×10^{-5}
10	2.25×10^{-5}
15	2.33×10^{-5}
20	2.42×10^{-5}
25	2.50×10^{-5}
30	2.59×10^{-5}
35	2.68×10^{-5}
40	2.77×10^{-5}
50	2.96×10^{-5}
100	3.99×10^{-5}
150	5.18×10^{-5}

dientes de presión pueden dar por resultado **difusión por la presión**. Sin embargo, estos dos efectos suelen ser despreciables, a menos que los gradientes sean muy grandes. En las centrífugas se usa el gradiente de presión generado por el efecto centrífugo para separar soluciones de líquidos e isótopos gaseosos. Puede usarse con éxito un campo externo de fuerzas, como un campo eléctrico o magnético, aplicado sobre una mezcla o solución, con el fin de separar de la mezcla moléculas cargadas eléctricamente o magnetizadas (como en un electrólito o un gas ionizado). Esto se conoce como **difusión forzada**. También, cuando los poros de un sólido poroso, como el gel de sílice, son más pequeños que el recorrido libre medio de las moléculas gaseosas, las colisiones moleculares pueden ser despreciables y puede iniciarse un flujo de moléculas libres. Esto se conoce como **difusión de Knudsen**. Cuando el tamaño de las moléculas gaseosas es comparable con el del poro, las moléculas adsorbidas se mueven a lo largo de las paredes de los poros. Esto se conoce como **difusión superficial**. Por último, las partículas cuyo diámetro está por debajo de 0.1 μm, como las de niebla o de hollín, actúan como moléculas grandes y la difusión de esas partículas debida al gradiente de concentración se llama **movimiento browniano**. Las partículas grandes (aquellas cuyo diámetro es mayor que 1 μm) no son afectadas por la difusión, ya que su movimiento lo rigen las leyes de Newton. En el tratamiento elemental de la difusión de masa que se presenta en este texto, se supone que estos efectos adicionales no existen o son despreciables, como suele ser el caso; sugerimos al lector interesado que consulte libros avanzados sobre estos temas.

EJEMPLO 14-1 **Determinación de las fracciones de masa a partir de las fracciones molares**

Sobre una masa molar, la composición del aire seco estándar se da como 78.1% de N_2, 20.9% de O_2, 1.0% de Ar y pequeñas cantidades de otros constituyentes (figura 14-12). Si se considera a estos otros constituyentes como Ar, determine las fracciones de masa de los constituyentes del aire.

SOLUCIÓN Se conocen las fracciones molares de los constituyentes del aire. Deben determinarse las fracciones de masa.

Suposición Las pequeñas cantidades de los otros gases que están en el aire son consideradas como argón.

Propiedades Las masas molares del N_2, O_2 y Ar son 28.0, 32.0 y 39.9 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1).

Análisis Se determina que la masa molar del aire es

$$M = \Sigma\, y_i M_i = 0.781 \times 28.0 + 0.209 \times 32.0 + 0.01 \times 39.9 = 29.0 \text{ kg/kmol}$$

Entonces, a partir de la ecuación 14-10, se concluye que las fracciones de masa de los gases constituyentes son

N_2: $$w_{N_2} = y_{N_2}\frac{M_{N_2}}{M} = (0.781)\frac{28.0}{29.0} = \mathbf{0.754}$$

O_2: $$w_{O_2} = y_{O_2}\frac{M_{O_2}}{M} = (0.209)\frac{32.0}{29.0} = \mathbf{0.231}$$

Ar: $$w_{Ar} = y_{Ar}\frac{M_{Ar}}{M} = (0.01)\frac{39.9}{29.0} = \mathbf{0.014}$$

Por lo tanto, las fracciones de masa del N_2, O_2 y Ar en la atmósfera estándar seca son 75.4%, 23.1% y 1.4%, respectivamente.

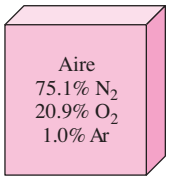


FIGURA 14-12
Esquema para el ejemplo 14-1.

14-4 ▪ CONDICIONES DE FRONTERA

Con anterioridad se mencionó que la ecuación de la difusión de masa es análoga a la ecuación de la difusión (conducción) de calor, por lo que se necesitan condiciones comparables de frontera para determinar la distribución de concentración de la especie en un medio. Dos tipos comunes de condiciones de frontera son 1) la *concentración especificada de la especie*, la cual corresponde a la temperatura especificada y 2) el *flujo especificado de la especie*, el cual corresponde al flujo especificado de calor.

A pesar de su aparente semejanza, existe una diferencia importante entre la temperatura y la concentración: necesariamente, la primera es una función *continua,* pero, en general, la concentración no lo es. Por ejemplo, las temperaturas de la pared y del aire en la superficie de esta pared siempre son las mismas. Sin embargo, las concentraciones del aire en los dos lados de una interfase agua-aire es obvio que son muy diferentes (de hecho, la concentración del aire en el agua es cercana a cero). De modo semejante, las concentraciones del agua en los dos lados de la interfase agua-aire también son diferentes, incluso cuando el aire está saturado (figura 14-13). Por lo tanto, al especificar una condición de frontera, no basta con especificar el lugar. También es necesario especificar el lado de la frontera. Para ello, se consideran dos superficies imaginarias en los dos lados de la interfase que están infinitamente cercanas a ésta. Siempre que exista una duda, se indica el lado deseado de la interfase, mediante la especificación de su fase como un subíndice. Por ejemplo, la con-

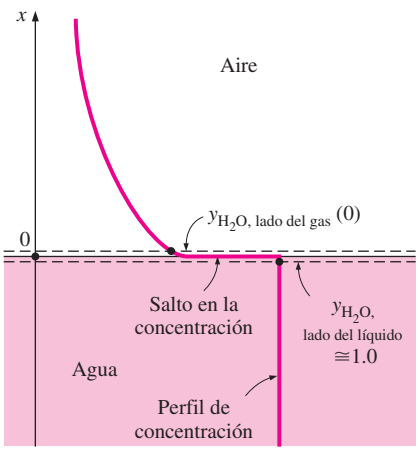


FIGURA 14-13
A diferencia de la temperatura, las concentraciones de la especie en los dos lados de una interfase líquido-gas (o sólido-gas o sólido-líquido) no suelen ser las mismas.

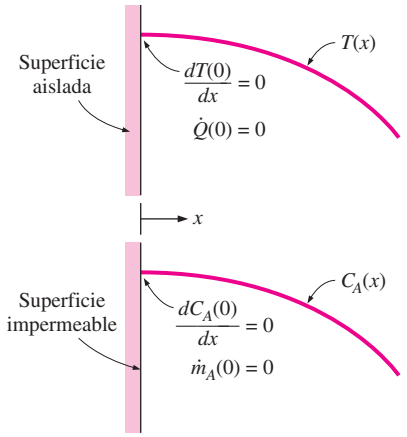


FIGURA 14-14
Una superficie impermeable en la transferencia de masa es análoga a una superficie aislada en la transferencia de calor.

centración del agua (líquida o vapor) en los lados del líquido y del gas de una interfase agua-aire, en $x = 0$, puede expresarse, en términos molares, como

$$y_{H_2O,\ \text{lado del líquido}}(0) = y_1 \qquad \text{y} \qquad y_{H_2O,\ \text{lado del gas}}(0) = y_2 \tag{14-16}$$

Si se aplica la ley de Fick, la condición de frontera de flujo constante de la especie, para una especie A en difusión en una frontera, en $x = 0$, se expresa, en ausencia de cualquier soplo o succión, como

$$-CD_{AB}\left.\frac{dy_A}{dx}\right|_{x=0} = \bar{j}_{A,0} \qquad \text{o} \qquad -\rho D_{AB}\left.\frac{dw_A}{dx}\right|_{x=0} = j_{A,0} \tag{14-17}$$

donde $\bar{j}_{A,0}$ y $j_{A,0}$ son los flujos molares y de masa especificados de la especie A en la frontera, respectivamente. El caso especial de flujo cero de masa, ($\bar{j}_{A,0} = j_{A,0} = 0$), corresponde a una **superficie impermeable** para la cual $dy_A(0)/dx = dw_A(0)/dx = 0$ (figura 14-14).

Para aplicar la condición de frontera de *concentración especificada*, debe conocerse la concentración de una especie en la frontera. Esta información suele obtenerse a partir del requisito de que debe existir *equilibrio termodinámico* en la interfase de dos fases de una especie. En el caso de la interfase aire-agua, los valores de la concentración del vapor de agua en el aire se determinan con facilidad basándose en los datos de saturación.

La situación es semejante en las interfases *sólido-líquido*. Una vez más, a una temperatura dada, sólo una cierta cantidad de sólido puede disolverse en un líquido, y la solubilidad del sólido en el líquido se determina con base en el requisito de que existe equilibrio termodinámico entre el sólido y la solución en la interfase. La **solubilidad** representa *la cantidad máxima de sólido que puede disolverse en un líquido a una temperatura especificada* y se encuentra comúnmente en los manuales de química. En la tabla 14-5 se presentan datos muestra para la solubilidad del cloruro de sodio (NaCl) y del bicarbonato de calcio [$Ca(HCO_3)_2$] a varias temperaturas. Por ejemplo, la solubilidad de la sal (NaCl) en agua a 310 K es 36.5 kg por 100 kg de agua. Por lo tanto, la fracción de masa de la sal en la salmuera, en la interfase, es simplemente

$$w_{\text{sal, lado del líquido}} = \frac{m_{\text{sal}}}{m} = \frac{36.5\ \text{kg}}{(100 + 36.5)\ \text{kg}} = 0.267 \qquad (\text{o } 26.7\%)$$

en tanto que la fracción de masa de la sal en la sal sólida pura es $w = 1.0$. Nótese que el agua se vuelve *saturada* con la sal cuando 36.5 kg de ésta se disuelven en 100 kg de agua, a 310 K.

En muchos procesos interviene la absorción de un gas en un líquido. La mayor parte de los gases son débilmente solubles en los líquidos (como el aire en el agua); para esas soluciones diluidas, se observa que las fracciones molares de una especie i en las fases gaseosa y líquida, en la interfase, son proporcionales entre sí. Es decir, $y_{i,\ \text{lado del gas}} \propto y_{i,\ \text{lado del líquido}}$, o bien, $P_{i,\ \text{lado del gas}} \propto P\, y_{i,\ \text{lado del líquido}}$, puesto que, para las mezclas de gases ideales, $y_{i,\ \text{lado del gas}} = P_{i,\ \text{lado del gas}}/P$. Esto se conoce como **ley de Henry** y se expresa como

$$y_{i,\ \text{lado del líquido}} = \frac{P_{i,\ \text{lado del gas}}}{H} \quad (\text{en la interfase}) \tag{14-18}$$

donde H es la **constante de Henry**, la cual es el producto de la presión total de la mezcla gaseosa y la constante de proporcionalidad. Para una especie dada, sólo es función de la temperatura y prácticamente es independiente de la presión para presiones por debajo de alrededor de 5 atm. En la tabla 14-6 se dan valores de la constante de Henry para varias soluciones acuosas, para

TABLA 14-5

Solubilidad de dos compuestos inorgánicos en agua a varias temperaturas, en kg, en 100 kg de ella [tomada de *Handbook of Chemistry* (Nueva York: McGraw-Hill, 1961)]

	Soluto	
Temperatura, K	Sal, NaCl	Bicarbonato de calcio, $Ca(HCO_3)_2$
273.15	35.7	16.15
280	35.8	16.30
290	35.9	16.53
300	36.2	16.75
310	36.5	16.98
320	36.9	17.20
330	37.2	17.43
340	37.6	17.65
350	38.2	17.88
360	38.8	18.10
370	39.5	18.33
373.15	39.8	18.40

TABLA 14-6

Constante de Henry, H (en bars), para gases seleccionados, en agua para presiones bajas a moderadas (para el gas i, $H = P_{i,\text{ lado del gas}}/y_{i,\text{ lado del agua}}$) (tomada de Mills, 1995; tabla A-21)

Soluto	290 K	300 K	310 K	320 K	330 K	340 K
H_2S	440	560	700	830	980	1 140
CO_2	1 280	1 710	2 170	2 720	3 220	—
O_2	38 000	45 000	52 000	57 000	61 000	65 000
H_2	67 000	72 000	75 000	76 000	77 000	76 000
CO	51 000	60 000	67 000	74 000	80 000	84 000
Aire	62 000	74 000	84 000	92 000	99 000	104 000
N_2	76 000	89 000	101 000	110 000	118 000	124 000

varias temperaturas. Con base en esta tabla y la ecuación anterior, se hacen las observaciones siguientes:

1. La concentración de un gas disuelto en un líquido es inversamente proporcional a la constante de Henry. Por lo tanto, entre mayor sea esta constante, menor será la concentración de los gases disueltos en el líquido.
2. La constante de Henry aumenta (y, de este modo, la fracción de un gas disuelto en el líquido decrece) al aumentar la temperatura. Por lo tanto, pueden hacerse escapar los gases disueltos en un líquido al calentar este último (figura 14-15).
3. La concentración de un gas disuelto en un líquido es proporcional a la presión parcial del gas. Por lo tanto, puede hacerse que aumente la cantidad de gas disuelto en un líquido al aumentar la presión del gas. Puede aprovecharse esto en la carbonatación de las bebidas gaseosas con gas CO_2.

En sentido estricto, el resultado obtenido a partir de la ecuación 14-18 para la fracción molar de gas disuelto es válido para la capa de líquido precisamente debajo de la interfase y no necesariamente para todo el líquido. Esto último sólo sucederá en el caso en que se establece el equilibrio termodinámico de las fases en toda la extensión de la masa completa de líquido.

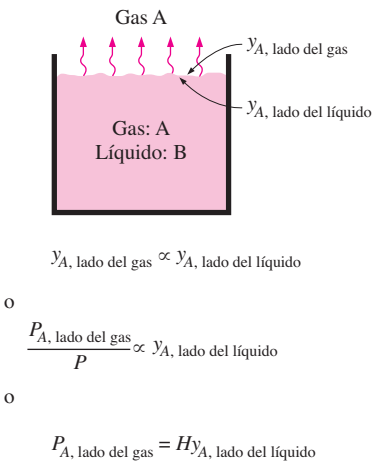


FIGURA 14-15
Puede hacerse que se escapen los gases disueltos en un líquido al calentar este último.

EJEMPLO 14-2 **Fracción molar del aire disuelto en el agua**

Determine la fracción molar del aire disuelto en el agua, en la superficie de un lago cuya temperatura es de 17°C (figura 14-16). Tome la presión atmosférica en el nivel del lago como 92 kPa.

SOLUCIÓN Debe determinarse la fracción molar del aire disuelto en el agua, en la superficie de un lago.

Suposiciones **1** Tanto el aire como el vapor de agua son gases ideales. **2** El aire es débilmente soluble en el agua, de modo que es aplicable la ley de Henry.

Propiedades La presión de saturación del agua a 17°C es 1.96 kPa (tabla A-9). La constante de Henry para el aire disuelto en agua, a 290 K, es H = 62 000 bars (tabla 14-6).

Análisis El aire en la superficie del agua está saturado, por lo que la presión parcial del vapor de agua en el aire, en la superficie del lago, es la presión de saturación del agua a 17°C,

$$P_{\text{vapor}} = P_{\text{sat @ 17°C}} = 1.96 \text{ kPa}$$

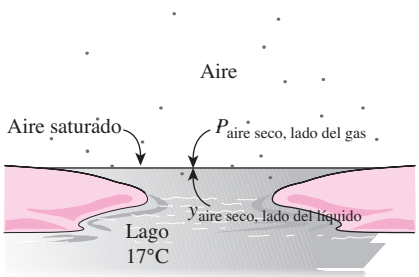


FIGURA 14-16
Esquema para el ejemplo 14-2.

Si se supone que tanto el aire como el vapor son gases ideales, se determina que la presión parcial del aire seco es

$$P_{\text{aire seco}} = P - P_{\text{vapor}} = 92 - 1.96 = 90.04 \text{ kPa} = 0.9004 \text{ bar}$$

Nótese que, con poca pérdida de exactitud (un error de alrededor de 2%), se pudo haber ignorado la presión del vapor de agua, debido a que la cantidad de vapor en el aire es tan pequeña. Entonces, la fracción molar del aire en el agua queda

$$y_{\text{aire seco, lado del líquido}} = \frac{P_{\text{aire seco, lado del gas}}}{H} = \frac{0.9004 \text{ bars}}{62\,900 \text{ bars}} = \mathbf{1.45 \times 10^{-5}}$$

la cual es muy pequeña, como era de esperarse. Por lo tanto, la concentración de aire en el agua, precisamente debajo de la interfase aire-agua, es de 1.45 moles por cada 100 000 moles. Pero resulta obvio que éste es oxígeno suficiente para los peces y otras criaturas que se encuentran en el lago. Nótese que la cantidad de aire disuelto en el agua disminuye al aumentar la profundidad.

Se mencionó con anterioridad que el uso de la ley de Henry queda limitado a las soluciones diluidas gas-líquido; es decir, un líquido con una pequeña cantidad de gas disuelto en él. Entonces la pregunta que surge de manera natural es: ¿qué se hace cuando el gas es intensamente soluble en el líquido (o en el sólido), como el amoniaco en el agua? En este caso, no es aplicable la relación lineal de la ley de Henry, y la fracción molar de un gas disuelto en el líquido (o en el sólido) suele expresarse como función de la presión parcial del gas en la fase gaseosa y la temperatura. En esta situación, una relación apropiada para las *fracciones molares* de una especie en los *lados del líquido* y *del gas* de la interfase se expresa por la **ley de Raoult** como

$$P_{i,\text{ lado del gas}} = y_{i,\text{ lado del gas}} P = y_{i,\text{ lado del líquido}} P_{i,\text{ sat}}(T) \qquad \textbf{(14-19)}$$

donde $P_{i,\text{ sat}}(T)$ es la *presión de saturación* de la especie i a la temperatura de la interfase y P es la *presión total* del lado de la fase gaseosa. En los manuales de química existen tablas de datos para las soluciones comunes, como la solución amoniaco-agua, que se usa con amplitud en los sistemas de refrigeración por absorción.

Es posible que los gases se disuelvan en *sólidos,* pero, en esos casos, el proceso de difusión puede ser muy complicado. La disolución de un gas puede ser independiente de la estructura del sólido o depender intensamente de la porosidad de éste. Algunos procesos de disolución (como la del hidrógeno en titanio, semejante a la del CO_2 en agua) son *reversibles* y, por consiguiente, mantener el contenido de gas en el sólido requiere el contacto constante de este último con un depósito de ese gas. Algunos otros procesos de disolución son *irreversibles*. Por ejemplo, si se disuelve oxígeno gaseoso en titanio se forma TiO_2 sobre la superficie, y el proceso no se invierte.

La concentración de la especie gaseosa i en el sólido en la interfase, $C_{i,\text{ lado del sólido}}$, es proporcional a la *presión parcial* de esa especie i en el gas, $P_{i,\text{ lado del gas}}$, en el lado del gas de la interfase y se expresa como

$$C_{i,\text{ lado del sólido}} = \mathcal{S} \times P_{i,\text{ lado del gas}} \qquad (\text{kmol/m}^3) \qquad \textbf{(14-20)}$$

donde $\mathcal{S}$ es la **solubilidad**. Si se expresa la presión en bars y se observa que la unidad de la concentración molar es kmol de la especie i por m^3, la unidad de la solubilidad es kmol/m^3 · bar. En la tabla 14-7 se dan datos de la solubilidad para combinaciones seleccionadas gas-sólido. El producto de la *solubilidad* de un gas y el *coeficiente de difusión* de ese gas en un sólido se conoce como la

TABLA 14-7

Solubilidad de gases y sólidos seleccionados (para el gas i, $\mathcal{S} = C_{i,\text{ lado del sólido}}/P_{i,\text{ lado del gas}}$) (tomada de Barrer, 1941)

Gas	Sólido	T, K	$\mathcal{S}$ kmol/m^3 · bar
O_2	Caucho	298	0.00312
N_2	Caucho	298	0.00156
CO_2	Caucho	298	0.04015
He	SiO_2	293	0.00045
H_2	Ni	358	0.00901

permeabilidad $\mathcal{P}$, la cual es una medida de la capacidad del gas para penetrar un sólido. Es decir, $\mathcal{P} = \mathcal{S}D_{AB}$, donde D_{AB} es la difusividad del gas en el sólido. La permeabilidad es inversamente proporcional al espesor y tiene la unidad kmol/s · bar.

Por último, si en un proceso interviene la *sublimación* de un sólido puro (como el hielo o CO_2 sólido) o la *evaporación* de un líquido puro (como el agua) en un medio diferente, como el aire, la fracción molar (o de masa) de la sustancia en la fase líquida o sólida se toma sencillamente como 1.0 y puede determinarse con facilidad la presión parcial (y, por lo tanto, la fracción molar de esa sustancia en la fase gaseosa) a partir de los datos de saturación de la misma a la temperatura especificada. Asimismo, la suposición de equilibrio termodinámico en la interfase es muy razonable para los sólidos puros, los líquidos puros y las soluciones, excepto cuando, en esa interfase, están ocurriendo reacciones químicas.

EJEMPLO 14-3 Difusión de gas hidrógeno a una placa de níquel

Considere una placa de níquel que está en contacto con gas hidrógeno a 358 K y 300 kPa. Determine la densidad molar y másica del hidrógeno en el níquel, en la interfase (figura 14-17).

SOLUCIÓN Una placa de níquel está expuesta a hidrógeno. Deben determinarse la densidad molar y másica del hidrógeno en el níquel, en la interfase.

Suposición El níquel y el hidrógeno se encuentran en equilibrio termodinámico en la interfase.

Propiedades La masa molar del hidrógeno es $M = 2$ kg/kmol (tabla A-1). La solubilidad del hidrógeno en el níquel a 358 K es 0.00901 kmol/m^3 · bar (tabla 14-7).

Análisis Al observar que 300 kPa = 3 bars, se determina, a partir de la ecuación 14-20, que la densidad molar del hidrógeno en el níquel, en la interfase, es

$$C_{H_2,\text{ lado del sólido}} = \mathcal{S} \times P_{H_2,\text{ lado del gas}}$$
$$= (0.00901 \text{ kmol/m}^3 \cdot \text{bar})(3 \text{ bars}) = \mathbf{0.027 \text{ kmol/m}^3}$$

Esto corresponde a una densidad de masa de

$$\rho_{H_2,\text{ lado del sólido}} = C_{H_2,\text{ lado del gas}} M_{H_2}$$
$$= (0.027 \text{ kmol/m}^3)(2) = \mathbf{0.054 \text{ kg/m}^3}$$

Es decir, se tendrán 0.027 kmol (o sea 0.054 kg) de gas H_2 en cada m^3 de volumen de níquel adyacente a la interfase.

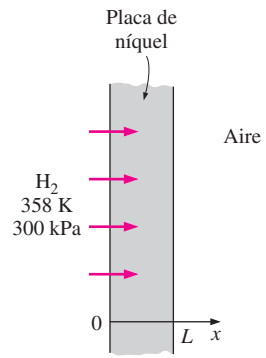


FIGURA 14-17
Esquema para el ejemplo 14-3.

EJEMPLO 14-4 Fuga de gas de un recipiente a través de un tapón de hule

Considere un recipiente de 4 L lleno con el gas de dióxido de carbono a 25°C y 5 atm (figura 14-18). Para contener el gas dentro del recipiente se utiliza un tapón de hule circular de 20 mm de diámetro y espesor de 10 mm. Determine la razón de pérdida de masa de dióxido de carbono del recipiente a través del tapón de hule.

SOLUCIÓN Un tapón de hule circular con las dimensiones especificadas, se utiliza para contener el dióxido de carbono dentro de un recipiente. Se debe determinar la razón de pérdida de gas del recipiente por el tapón de hule.

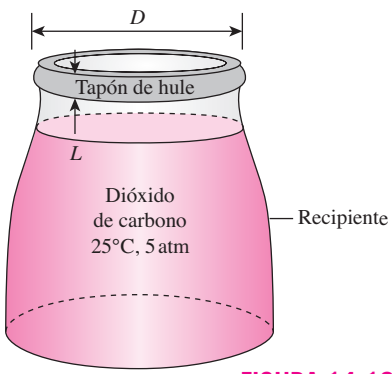


FIGURA 14-18
Esquema para el ejemplo 14-4.

Suposiciones **1** La difusión de masa es estacionaria y unidimensional. **2** No hay reacciones químicas en el tapón de hule que ocasionen la generación o agotamiento del dióxido de carbono.

Propiedades El coeficiente de difusión binaria para CO_2 en el hule a 25°C o 298 K es $D_{AB} = 1.1 \times 10^{-10}$ m²/s [tabla 14-3*b*)]. La masa molar de CO_2 es $M = 44.01$ kg/kmol (tabla A-1). La solubilidad del CO_2 en el hule a 25°C = 298 K es 0.04015 kmol/m³ · bar (tabla 14-7).

Análisis La densidad de masa del CO_2 (para 5 atm) en el hule a la interfase se determina de

$$\begin{aligned}\rho_{A,1} &= \mathscr{L} P_{A,1}\\ &= (0.04015\ \text{kmol/m}^3\cdot\text{bar})(5\ \text{atm})\left(\frac{44.01\ \text{kg}}{1\ \text{kmol}}\right)\left(\frac{1.01325\ \text{bar}}{1\ \text{atm}}\right)\\ &= 8.952\ \text{kg/m}^2\end{aligned}$$

Del lado contrario, la densidad de masa del CO_2 es cero, $\rho_{A,2} = 0$. Entonces, la razón de pérdida de dióxido de carbono por el tapón de hule se convierte en

$$\begin{aligned}\dot{m}_{\text{dif}} &= D_{AB}A\frac{\rho_{A,1}-\rho_{A,2}}{L} = D_{AB}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\frac{\rho_{A,1}-\rho_{A,2}}{L}\\ &= (1.1\times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s})\frac{\pi(0.02\ \text{m})^2}{4}\frac{(8.952-0)\ \text{kg/m}^3}{0.01\ \text{m}}\\ &= \mathbf{3.09\times 10^{-11}\ kg/s}\end{aligned}$$

Esto corresponde a alrededor de 1 gramo de CO_2 por año.

Discusión Mediante la relación del gas ideal se puede demostrar que la masa del gas CO_2 en el recipiente es de 36 g. Una pérdida de 1 g de CO_2 corresponde a alrededor de 3% de la masa total inicial, lo cual puede ser significativo. Por lo tanto, se deben considerar alternativas para el almacenamiento a largo plazo.

14-5 ▪ DIFUSIÓN ESTACIONARIA DE MASA A TRAVÉS DE UNA PARED

Muchos problemas prácticos de transferencia de masa comprenden la difusión de una especie a través de un medio limitado por planos paralelos, en el que no se tienen reacciones químicas homogéneas, en condiciones *unidimensionales estacionarias*. Esos problemas de transferencia de masa son análogos a los problemas de conducción unidimensional estacionaria de calor en una pared plana, sin generación de calor, y pueden analizarse de manera análoga. De hecho, pueden aplicarse muchas de las relaciones desarrolladas en el capítulo 3, para la transferencia de masa, reemplazando la temperatura por la fracción de masa (o la molar), la conductividad térmica por ρD_{AB} (o CD_{AB}) y el flujo de calor por el flujo de masa (o molar) (tabla 14-8).

Considérese una pared plana sólida (medio B) de área A, espesor L y densidad ρ. La pared está sujeta en ambos lados a concentraciones diferentes de una especie A, a la cual es permeable. Las superficies frontera, en $x = 0$ y $x = L$, están localizadas dentro del sólido adyacente a las interfases y las fracciones de masa de A en esas superficies se mantienen en $w_{A,1}$ y $w_{A,2}$, respectivamente, en todo momento (figura 14-19). La fracción de masa de la especie A en la pared varía sólo en la dirección x y puede expresarse como $w_A(x)$. Por lo tanto, en este caso, la transferencia de masa a través de la pared puede modelarse como *estacionaria* y *unidimensional*. Después, se determina la razón de la difusión

TABLA 14-8

Analogía entre la conducción de calor y la difusión de masa en un medio en reposo

	Difusión de masa	
Conducción de calor	Base másica	Base molar
T	w_i	y_i
k	ρD_{AB}	CD_{AB}
$\dot{q}$	j_i	$\bar{j}_i$
α	D_{AB}	D_{AB}
L	L	L

de masa de la especie A, a través de la pared, aplicando un procedimiento semejante al que se utilizó en el capítulo 3 para la conducción del calor.

La concentración de la especie A en cualquier punto no cambia con el tiempo, puesto que la operación es estacionaria, y no hay producción ni destrucción de la especie A, ya que no están ocurriendo reacciones químicas en el medio. Entonces, el principio de **conservación de la masa** para la especie A puede expresarse como: *el gasto de masa de la especie A, a través de la pared y en cualquier sección transversal, es el mismo*; es decir,

$$\dot{m}_{\text{dif},A} = j_A A = \text{constante} \qquad \text{(kg/s)}$$

Entonces la ley de Fick de la difusión queda

$$j_A = \frac{\dot{m}_{\text{dif},A}}{A} = -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = \text{constante}$$

Si se separan las variables en esta ecuación y se integran de uno a otro lado de la pared, desde $x = 0$, donde $w(0) = w_{A,1}$, hasta $x = L$, donde $w(L) = w_{A,2}$, se obtiene

$$\frac{\dot{m}_{\text{dif},A}}{A}\int_0^L dx = -\int_{w_{A,1}}^{w_{A,2}} \rho D_{AB}\, dw_A \qquad \textbf{(14-21)}$$

donde la razón de la transferencia de masa, $\dot{m}_{\text{dif},A}$, y el área A de la pared se extraen del signo integral, ya que las dos son constantes. Si la densidad ρ y el coeficiente de difusión de masa, D_{AB}, varían poco a lo largo de la pared, entonces puede suponerse que son constantes. En ese caso, puede realizarse la integración, para obtener

$$\dot{m}_{\text{dif},A,\text{pared}} = \rho D_{AB} A\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{L} = D_{AB}A\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L} \qquad \text{(kg/s)} \qquad \textbf{(14-22)}$$

Esta relación puede reordenarse como

$$\dot{m}_{\text{dif},A,\text{pared}} = \frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{L/\rho D_{AB}A} = \frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{R_{\text{dif, pared}}} \qquad \textbf{(14-23)}$$

donde

$$R_{\text{dif, pared}} = \frac{L}{\rho D_{AB}A}$$

es la **resistencia a la difusión** de la pared, en s/kg, la cual es análoga a la resistencia eléctrica o a la conducción de una pared plana de espesor L (figura 14-20). Por lo tanto, se concluye que *la razón de la difusión de masa a través de una pared plana es proporcional a la densidad promedio, al área de la pared y a la diferencia de concentración de uno a otro lado de la pared, pero es inversamente proporcional al espesor de esta última*. Asimismo, una vez que se determina la razón de la difusión de masa, puede determinarse la fracción $w_A(x)$ de masa, en cualquier ubicación x, al reemplazar, en la ecuación 14-22, $w_{A,2}$ por $w_A(x)$ y L por x.

Puede repetirse el análisis precedente sobre una base molar, con este resultado

$$\dot{N}_{\text{dif},A,\text{pared}} = CD_{AB}A\frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{L} = D_{AB}A\frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{L} = \frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{\bar{R}_{\text{dif, pared}}} \qquad \textbf{(14-24)}$$

donde $\bar{R}_{\text{dif, pared}} = L/CD_{AB}A$ es la **resistencia a la difusión molar** de la pared, en s/kmol. Nótese que las fracciones molares vienen acompañadas por las concentraciones molares, y las fracciones de masa lo son por la densidad. Puede usarse cualquiera de las dos relaciones para determinar la razón de di-

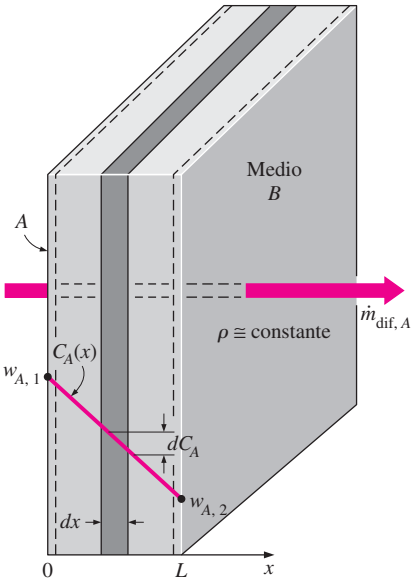


FIGURA 14-19
Esquema para la difusión de masa unidimensional estacionaria de la especie A, a través de una pared plana.

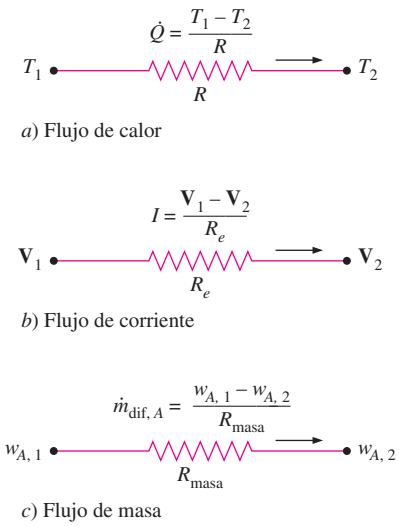


FIGURA 14-20
Analogía entre los conceptos de resistencia térmica, eléctrica y de la difusión de masa.

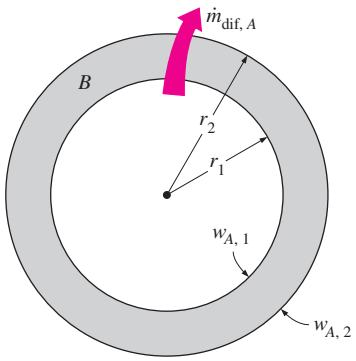


FIGURA 14-21
Difusión unidimensional de masa a través de una capa esférica o una cilíndrica.

fusión de la especie A a través de la pared, dependiendo de si se conocen las fracciones de masa o molares en las fronteras. Asimismo, los gradientes de concentración son diferentes en ambos lados de una interfase y, como consecuencia, no pueden construirse redes de resistencia a la difusión de una manera análoga a las redes de resistencia térmica.

En el desarrollo de estas relaciones, se supuso que la densidad y el coeficiente de difusión de la pared son casi constantes. Estas suposiciones resultan razonables cuando una pequeña cantidad de la especie A se difunde a través de la pared y, por lo tanto, *la concentración de A es pequeña*. La especie A puede ser un gas, un líquido o un sólido. Asimismo, la pared puede ser una capa plana de un líquido o de un gas, siempre y cuando se encuentre *en reposo*.

La analogía entre la transferencia de calor y la de masa también se aplica a las configuraciones geométricas *cilíndricas* y *esféricas*. Si se repite el procedimiento descrito en el capítulo 3 para la conducción de calor, se obtiene las siguientes relaciones análogas para la transferencia unidimensional estacionaria de masa a través de capas cilíndricas o esféricas sin ocurrencia de reacciones químicas (figura 14-21)

$$\dot{m}_{\text{dif}, A, \text{cil}} = 2\pi L\rho D_{AB}\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi L D_{AB}\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} \tag{14-25}$$

$$\dot{m}_{\text{dif}, A, \text{esf}} = 4\pi r_1 r_2 \rho D_{AB}\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{r_2 - r_1} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{r_2 - r_1} \tag{14-26}$$

o, sobre una base molar,

$$\dot{N}_{\text{dif}, A, \text{cil}} = 2\pi L C D_{AB}\frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi L D_{AB}\frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} \tag{14-27}$$

$$\dot{N}_{\text{dif}, A, \text{esf}} = 4\pi r_1 r_2 C D_{AB}\frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{r_2 - r_1} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{r_2 - r_1} \tag{14-28}$$

En las anteriores fórmulas, L es la longitud del cilindro, r_1 es el radio interior y r_2 es el radio exterior para el cilindro o la esfera. Una vez más, las superficies frontera en $r = r_1$ y $r = r_2$ están localizadas dentro del sólido adyacente a las interfases, y las fracciones de masa de A en esas superficies se mantienen a $w_{A,1}$ y $w_{A,2}$, respectivamente, en todo momento. (Podrían hacerse enunciados semejantes para la densidad, la concentración molar y la fracción molar de la especie A en las fronteras.)

Se mencionó con anterioridad que la concentración de la especie gaseosa en un sólido en la interfase es proporcional a la presión parcial del gas adyacente y se expresó como $C_{A,\text{ lado del sólido}} = \mathcal{S}_{AB}P_{A,\text{ lado del gas}}$ donde $\mathcal{S}_{AB}$ es la *solubilidad* (en kmol/m^3 · bar) del gas A en el sólido B. También se mencionó que el producto de la solubilidad y el coeficiente de difusión se llama *permeabilidad*, $\mathcal{P}_{Ab} = \mathcal{S}_{AB}D_{AB}$ (en kmol/m · s · bar). Entonces el gasto molar de un gas a través de un sólido, en condiciones unidimensionales estacionarias, puede expresarse en términos de las presiones parciales del gas adyacente en los dos lados del sólido, reemplazando C_A en estas relaciones por $\mathcal{S}_{AB}P_A$ o $\mathcal{P}_{AB}P_A/D_{AB}$. Por ejemplo, en el caso de una *pared plana* da (figura 14-22)

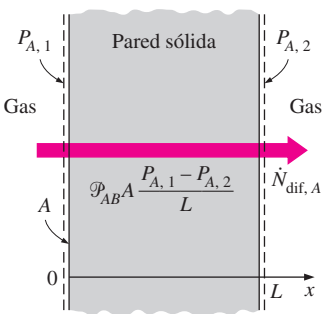


FIGURA 14-22
La razón de difusión de una especie gaseosa a través de un sólido puede determinarse a partir de un conocimiento de las presiones parciales de ese gas en ambos lados y de la permeabilidad del sólido al mismo.

$$\dot{N}_{\text{dif}, A, \text{pared}} = D_{AB}\mathcal{S}_{AB}A\frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L} = \mathcal{P}_{AB}A\frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L} \qquad \text{(kmol/s)} \tag{14-29}$$

donde $P_{A,1}$ y $P_{A,2}$ son las *presiones parciales* del gas A en los dos lados de la pared. Si se sigue el mismo procedimiento, pueden obtenerse relaciones semejantes para las capas cilíndricas y esféricas. También, si se da la permeabilidad con base en masa (en kg/m · s · bar), entonces la ecuación 14-29 da el gasto de masa por difusión.

Al observar que 1 kmol de un gas ideal, a las condiciones estándar de 0°C y 1 atm, ocupa un volumen de 22.414 m^3, puede determinarse el gasto volumétrico del gas a través de la pared, por difusión, a partir de

$$\dot{V}_{\text{dif},A} = 22.414\dot{N}_{\text{dif},A} \qquad (\text{m}^3/\text{s estándar, a 0°C y 1 atm})$$

Puede determinarse el gasto volumétrico en otras condiciones, basándose en la relación de los gases ideales, $P_A\dot{V} = \dot{N}_A R_u T$.

EJEMPLO 14-5 Difusión de hidrógeno a través de un recipiente esférico

Se almacena gas hidrógeno a presión, a 358 K, en un recipiente esférico hecho de níquel con 4.8 m de diámetro exterior (figura 14-23). La pared esférica del recipiente tiene 6 cm de espesor. Se determina que la concentración molar del hidrógeno en el níquel, en la superficie interior, es de 0.087 kmol/m^3. La concentración del hidrógeno en el níquel, en la superficie exterior, es despreciable. Determine el gasto de masa por difusión del hidrógeno a través del recipiente de níquel.

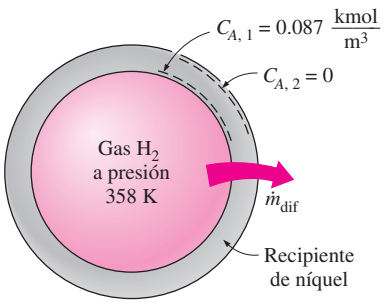


FIGURA 14-23
Esquema para el ejemplo 14-5.

SOLUCIÓN Se almacena gas hidrógeno a presión en un recipiente esférico. Debe determinarse el gasto por difusión del hidrógeno a través del recipiente.

Suposiciones **1** La difusión de masa es *estacionaria* y *unidimensional*, puesto que la concentración del hidrógeno en el tanque y, por consiguiente, en la superficie interior del recipiente, es prácticamente constante, y la concentración del hidrógeno en la atmósfera y, como consecuencia, en la superficie exterior, es prácticamente cero. También, se tiene simetría térmica en torno del centro. **2** No hay reacciones químicas en la pared esférica de níquel que den por resultado la generación o el agotamiento del hidrógeno.

Propiedades El coeficiente de difusión binaria para el hidrógeno en el níquel, a la temperatura especificada, es 1.2×10^{-12} m^2/s [tabla 14-3*b*)].

Análisis Puede considerarse que la concentración molar es constante ($C = C_A + C_B \cong C_B =$ constante) y que el recipiente es un medio *en reposo*, ya que no hay difusión de moléculas de níquel ($\dot{N}_B = 0$) y la concentración del hidrógeno en el recipiente es extremadamente baja ($C_A \ll 1$).Entonces, puede determinarse con facilidad el gasto molar por difusión de hidrógeno a través de esta capa esférica, con base en la ecuación 14-28, como

$$\dot{N}_{\text{dif}} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB} \frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{r_2 - r_1}$$

$$= 4\pi(2.34\ \text{m})(2.40\ \text{m})(1.2 \times 10^{-12}\ \text{m}^2/\text{s}) \frac{(0.087 - 0)\ \text{kmol/m}^3}{(2.40 - 2.34)\ \text{m}}$$

$$= 1.228 \times 10^{-10}\ \text{kmol/s}$$

El gasto de masa se determina al multiplicar el gasto molar por la masa molar del hidrógeno, la cual es $M = 2$ kg/mol,

$$\dot{m}_{\text{dif}} = M\dot{N}_{\text{dif}} = (2\ \text{kg/kmol})(1.228 \times 10^{-10}\ \text{kmol/s}) = \mathbf{2.46 \times 10^{-10}\ kg/s}$$

Por lo tanto, el hidrógeno se fugará por difusión a través de la pared esférica del recipiente, a razón de 2.46×10^{-10} kg/s, o sea, 7.8 g/año. Nótese que la concentración de hidrógeno en el níquel en la superficie interior depende de la temperatura y de la presión del hidrógeno en el tanque, y puede determinarse como se explicó en el ejemplo 14-3. Asimismo, la suposición de concentración cero de hidrógeno en el níquel, en la superficie exterior, es razonable, ya que sólo se tienen trazas de hidrógeno en la atmósfera (0.5 partes por millón en números de moles).

14-6 ▪ MIGRACIÓN DEL VAPOR DE AGUA EN LOS EDIFICIOS

La humedad influye mucho en el rendimiento y durabilidad de los materiales de construcción y, por lo tanto, la transmisión de ella es una consideración importante en la construcción y mantenimiento de los edificios.

Las *dimensiones* de la madera y de otras sustancias higroscópicas cambian con el contenido de humedad. Por ejemplo, una variación de 4.5% en el contenido de humedad hace que el volumen de la madera de roble blanco cambie en 2.5%. Esos cambios cíclicos en las dimensiones debilitan las juntas y pueden poner en peligro la integridad estructural de los componentes de la construcción, causando como mínimo "chirridos". La humedad en exceso también puede causar cambios en la *apariencia* y en las *propiedades físicas* de los materiales: *corrosión* y *oxidación* en los metales, *pudrición* en las maderas y *desprendimiento de la pintura* en las superficies de las paredes interiores y exteriores. Se observa que la madera empapada con un contenido de agua de 24 a 31% se desintegra con rapidez a temperaturas de 10 a 38°C. También, el *moho* crece sobre las superficies de madera a humedades relativas por encima de 85%. La expansión del agua durante la congelación puede dañar la estructura celular de los materiales porosos.

El contenido de humedad también afecta la *conductividad efectiva* de los medios porosos, como los suelos, los materiales de construcción y los aislantes, y, por consiguiente, la transferencia de calor a través de ellos. Varios estudios han indicado que la transferencia de calor aumenta casi de manera lineal con el contenido de humedad, a razón de 3 a 5% por cada aumento en porcentaje en el contenido de humedad en volumen. Por ejemplo, el aislamiento con 5% de contenido de humedad en volumen aumenta la transferencia de calor en 15 a 25%, respecto al aislamiento seco (ASHRAE *Handbook of Fundamentals*, 1993, cap. 20) (figura 14-24). La migración de la humedad también puede servir como un mecanismo de transferencia para el calor latente, por evaporación y condensación alternadas. Por ejemplo, en el curso de un día cálido y húmedo, el vapor de agua puede migrar a través de una pared y condensarse sobre el lado interior, liberando el calor de vaporización e invirtiéndose el proceso en el transcurso de una noche fría. El contenido de humedad también afecta el *calor específico* y, por lo tanto, las características de almacenamiento de calor de los materiales de construcción.

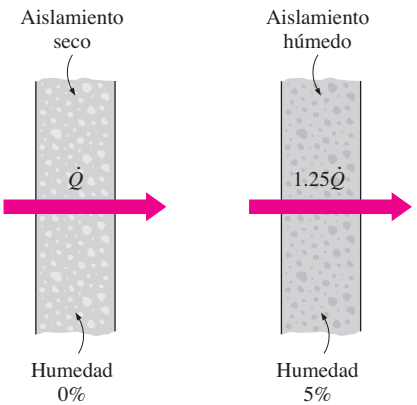


FIGURA 14-24
Un contenido de humedad de 5% puede aumentar la transferencia de calor a través del aislamiento de la pared en 25%.

La migración de la humedad en las paredes, los pisos o los plafones de los edificios, así como en otras aplicaciones, se controla por medio de **barreras contra el vapor** o **retardadores del vapor**. Las *barreras contra el vapor* son materiales impermeables a la humedad, como las láminas metálicas, las hojas metálicas gruesas y las capas gruesas de plástico, y son barreras efectivas contra la migración del vapor. Por otra parte, los *retardadores del vapor retardan* o *retrasan* el flujo de la humedad a través de las estructuras, pero no lo eliminan en su totalidad. Los retardadores del vapor pueden ser materiales sólidos, flexibles o de recubrimiento, pero suelen consistir en una hoja o recubrimiento delgado. Las formas comunes de retardadores de vapor son *plásticos o metales reforzados*, *hojas delgadas*, *películas de plástico*, *papeles tratados*, *fieltros recubiertos* y *recubrimientos de pintura polimérica o asfáltica*. En aplicaciones como la construcción de paredes en donde la penetración de vapor es inevitable, debido a numerosas aberturas, como cajas eléctricas, líneas telefónicas y pasos de plomería, se usan retardadores del vapor en lugar de las barreras contra éste, para permitir que, de alguna manera, el vapor se filtre para salir, en lugar de atraparlo en el interior. Los retardadores del vapor con una permeancia de 57.4×10^{-9} kg/s · m^2 son de uso común en los edificios residenciales.

El aislamiento sobre *líneas de agua fría* y otras superficies impermeables que siempre están frías debe envolverse con una *camisa de barrera contra el vapor*, o bien, esas superficies frías deben aislarse con un material que sea impermeable a la humedad. Esto es así porque la humedad que migra a través del aislamiento hacia la superficie fría se condensa y permanece allí por tiempo indefinido, sin posibilidad de vaporizarse y moverse de regreso hacia el exterior. En esos casos, la acumulación de humedad puede inutilizar el aislamiento, lo que da como resultado un consumo excesivo de energía.

El aire atmosférico puede verse como una mezcla de aire seco y vapor de agua, y la presión atmosférica es la suma de la presión del aire seco y la presión del vapor de agua, la cual se conoce como **presión de vapor,** P_v. El aire sólo puede contener una cierta cantidad de humedad y la razón de la cantidad real de humedad en el aire a una temperatura dada a la cantidad máxima que el aire puede contener a esa temperatura se conoce como **humedad relativa** ϕ. La humedad relativa va desde 0, para el aire seco, hasta 100%, para el aire *saturado* (aire que no puede contener más humedad). La presión parcial del vapor de agua en el aire saturado se llama **presión de saturación**, P_{sat}. En la tabla 14-9 se presenta una lista de la presión de saturación a varias temperaturas.

La cantidad de humedad en el aire queda por completo especificada por la temperatura y la humedad relativa, y la presión de vapor está relacionada con la humedad relativa ϕ por

$$P_v = \phi P_{sat} \tag{14-30}$$

donde P_{sat} es la presión de saturación (o de ebullición) del agua a la temperatura especificada. Entonces, el gasto de masa de la humedad a través de una capa simple de espesor L y área normal A puede expresarse como

$$\dot{m}_v = \mathcal{P}A\,\frac{P_{v,1} - P_{v,2}}{L} = \mathcal{P}A\,\frac{\phi_1 P_{sat,1} - \phi_2 P_{sat,2}}{L} \qquad \text{(kg/s)} \tag{14-31}$$

donde $\mathcal{P}$ es la permeabilidad para el vapor del material, la cual suele expresarse, con base másica, en la unidad ng/s · m · Pa, donde ng = 10^{-12} kg y 1 Pa = 10^{-5} bar. Nótese que el vapor migra o se difunde desde una región con presión de vapor más alta hacia una con presión de vapor más baja.

La permeabilidad de la mayor parte de los materiales de construcción suele expresarse para un espesor dado, en lugar de por unidad de espesor. A esto se le conoce como **permeancia** $\mathcal{M}$, la cual es la razón de la permeabilidad del material a su espesor; es decir,

$$\text{Permeancia} = \frac{\text{Permeabilidad}}{\text{Espesor}}$$

$$\mathcal{M} = \frac{\mathcal{P}}{L} \qquad \text{(kg/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Pa)} \tag{14-32}$$

El recíproco de la permeancia se llama **resistencia al vapor** y se expresa como

$$\text{Resistencia al vapor} = \frac{1}{\text{Permeancia}}$$

$$R_v = \frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{L}{\mathcal{P}} \qquad \text{(s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Pa/kg)} \tag{14-33}$$

Nótese que la resistencia al vapor representa la resistencia de un material a la transmisión de vapor de agua.

Debe señalarse que la cantidad de humedad que entra o sale de un edificio por *difusión* suele ser despreciable en comparación con la cantidad que entra con el *aire que se infiltra* o que sale con el *aire que se exfiltra*. La causa primaria de interés en la difusión de humedad es su impacto sobre el rendimiento y sobre la longevidad de los materiales de construcción.

TABLA 14-9

Presión de saturación del agua a varias temperaturas

Temperatura, °C	Presión de saturación, Pa
−40	13
−36	20
−32	31
−28	47
−24	70
−20	104
−16	151
−12	218
−8	310
−4	438
0	611
5	872
10	1 228
15	1 705
20	2 339
25	3 169
30	4 246
35	5 628
40	7 384
50	12 350
100	101 330
200	1.55×10^6
300	8.58×10^6

TABLA 14-10

Permeancia típica al vapor de materiales comunes de construcción (tomada de ASHRAE, 1993, cap. 22, tabla 9)*

Materiales y su espesor	Permeancia ng/s · m² · Pa
Concreto (mezcla 1:2:4, 1 m)	4.7
Ladrillo, mampostería, 100 mm	46
Argamasa sobre listón metálico, 19 mm	860
Argamasa sobre listón de madera, 19 mm	630
Tablero de pared de yeso, 9.5 mm	2 860
Madera contrachapada, 6.4 mm	40-109
Aire inmóvil, 1 m	174
Aislamiento de lana mineral (no protegido), 1 m	245
Tablero de aislamiento de poliuretano expandido, 1 m	0.58-2.3
Hoja de aluminio, 0.025 mm	0.0
Hoja de aluminio, 0.009 mm	2.9
Polietileno, 0.051 mm	9.1
Polietileno, 0.2 mm	2.3
Poliéster, 0.19 mm	4.6
Pintura de látex retardadora del vapor, 0.070 mm	26
Pintura de acrílico para exteriores de casas y adornos de madera, 0.040 mm	313
Papel para construcción, masa unitaria de 0.16 a 0.68 kg/m²	0.1-2 400

*Los datos varían mucho. Para obtener datos más exactos, consúltese al fabricante. Multiplíquese por 1.41×10^{-6} para convertir a lbm/s · ft² · psi. También, 1 ng = 10^{-12} kg.

La resistencia total al vapor de una estructura *compuesta* de un edificio que consta de varias capas en serie es la suma de las resistencias de las capas por separado y se expresa como

$$R_{\nu,\,\text{total}} = R_{\nu,\,1} + R_{\nu,\,2} + \cdots + R_{\nu,\,n} = \sum \mathrm{R}_{\nu,\,i} \qquad \textbf{(14-34)}$$

Entonces, la razón de la transmisión de vapor a través de una estructura compuesta puede determinarse de una manera análoga a la transferencia de calor, a partir de

$$\dot{m}_{\nu} = A\,\frac{\Delta P_{\nu}}{R_{\nu,\,\text{total}}} \qquad (\text{kg/s}) \qquad \textbf{(14-35)}$$

En la tabla 14-10 se da la permeancia al vapor de materiales comunes de construcción.

EJEMPLO 14-6 **Condensación y congelación de la humedad en las paredes**

La condensación, e incluso la congelación, de la humedad en las paredes, sin retardadores efectivos del vapor, es una preocupación real en los climas fríos y socava la efectividad de los aislamientos. Considere una pared de armazón de madera que está construida en torno de montantes de madera de 38 mm × 90 mm (2 × 4 nominal). La cavidad con un ancho de 90 mm entre los montantes está llena con aislante de fibra de vidrio. El interior está acabado con un tablero de yeso de 13 mm y el exterior, con tablero de fibra de madera de 13 mm y tablas achaflanadas traslapadas de madera, de 13 mm × 200 mm. Si se usan los datos del fabricante se determina que las resistencias térmicas y al vapor de los diversos componentes, por unidad de área de pared, son

Construcción	Valor R, m² · °C/W	Valor R_{ν}, s · m² · Pa/ng
1. Superficie exterior, viento de 24 km/h	0.030	—
2. Tablas achaflanadas traslapadas de madera pintadas	0.14	0.019
3. Encofrado de tablero de fibra de madera, 13 mm	0.23	0.0138
4. Aislamiento de fibra de vidrio, 90 mm	2.45	0.0004
5. Tablero de yeso pintado, 13 mm	0.079	0.012
6. Superficie interior, aire inmóvil	0.12	—
TOTAL	3.05	0.0452

Las condiciones en el interior son 20°C y humedad relativa de 60%, en tanto que las del exterior son –16°C y humedad relativa de 70%. Determine si, en el aislamiento, se tendrá condensación o congelamiento de la humedad.

SOLUCIÓN Se dan las resistencias térmicas y al vapor de las diferentes capas de una pared. Debe investigarse la posibilidad de condensación o congelamiento de la humedad en la pared.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las resistencias térmicas y al vapor de las diferentes capas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Las resistencias térmicas y al vapor son las que se señalan en el enunciado del problema. Las presiones de saturación del agua a 20°C y a –16°C son 2 339 Pa y 151 Pa, respectivamente (tabla 14-9).

Análisis En la figura 14-25 se muestra el esquema de la pared y los diferentes elementos usados en su construcción. Lo más probable es que la condensación ocurra en la parte más fría del aislamiento, la cual es la adyacente al forro exterior. Si se observa que la resistencia térmica total de la pared es de 3.05 m^2 · °C/W, la razón de la transferencia de calor a través de una unidad de área $A = 1$ m^2 de la pared es

$$\dot{Q}_{\text{pared}} = A\frac{T_i - T_o}{R_{\text{total}}} = (1\ \text{m}^2)\frac{[20 - (-16)°\text{C}]}{3.05\ \text{m}^2\ \cdot\ °\text{C/W}} = 11.8\ \text{W}$$

La resistencia térmica de la parte exterior de la pared que está más allá del aislamiento es 0.03 + 0.14 + 0.23 = 0.40 m^2 · °C/W. Entonces la temperatura de la interfase aislamiento-forro exterior es

$$T_I = T_o + \dot{Q}_{\text{pared}}R_{\text{ext}} = -16°\text{C} + (11.8\ \text{W})(0.40°\text{C/W}) = -11.3°\text{C}$$

Como se muestra en la tabla 14-9, la presión de saturación del agua a –11.3°C es de 234 Pa y, si hay condensación o congelamiento, la presión de vapor en la interfase aislamiento-forro exterior tendrá que ser este valor. La presión en el interior y en el exterior es

$$P_{v,1} = \phi_1 P_{\text{sat},1} = 0.60 \times (2\,340\ \text{Pa}) = 1\,404\ \text{Pa}$$

$$P_{v,2} = \phi_2 P_{\text{sat},2} = 0.70 \times (151\ \text{Pa}) = 106\ \text{Pa}$$

Entonces la razón del flujo de humedad a través de las partes interior y exterior de la pared queda

$$\dot{m}_{v,\text{interior}} = A\left(\frac{\Delta P}{R_v}\right)_{\text{interior}} = A\frac{P_{v,I} - P_{v,1}}{R_{v,\text{interior}}}$$

$$= (1\ \text{m}^2)\frac{(1\,404 - 234)\ \text{Pa}}{(0.012 + 0.0004)\ \text{Pa}\ \cdot\ \text{m}^2\ \cdot\ \text{s/ng}} = 94\,355\ \text{ng/s} = 94.4\ \mu\text{g/s}$$

$$\dot{m}_{v,\text{exterior}} = A\left(\frac{\Delta P}{R_v}\right)_{\text{exterior}} = A\frac{P_{v,I} - P_{v,2}}{R_{v,\text{exterior}}}$$

$$= (1\ \text{m}^2)\frac{(234 - 106)\ \text{Pa}}{(0.019 + 0.0138)\ \text{Pa}\ \cdot\ \text{m}^2\ \cdot\ \text{s/ng}} = 3\,902\ \text{ng/s} = 3.9\ \mu\text{g/s}$$

Es decir, la humedad está fluyendo hacia la interfase a razón de 94.4 μg/s, pero desde la interfase hacia el exterior a razón de sólo 3.9 μg/s. Si se observa que la presión en la interfase no puede sobrepasar 234 Pa, estos resultados indican que la humedad se está congelando en el aislamiento a razón de

$$\dot{m}_{v,\text{congelamiento}} = \dot{m}_{v,\text{interior}} - \dot{m}_{v,\text{exterior}} = 94.4 - 3.9 = \mathbf{90.5\ \mu g/s}$$

Discusión Este resultado corresponde a 7.82 g en el transcurso de un periodo de 24 h, lo cual puede ser absorbido por el material aislante o el forro y, entonces, fluir hacia fuera cuando mejoren las condiciones. Sin embargo, la condensación excesiva (o el congelamiento a temperaturas por debajo de 0°C) de la humedad en las paredes durante largas temporadas frías puede causar problemas graves. Este problema puede evitarse o minimizarse mediante la instalación de barreras contra el vapor en el lado interior de la pared, lo cual limitará el gasto de humedad a 3.9 μg/s. Nótese que si no hubiera condensación o congelamiento, el gasto de humedad a través de una sección de 1 m^2 de la pared sería de 28.7 μg/s (¿puede usted verificar esto?)

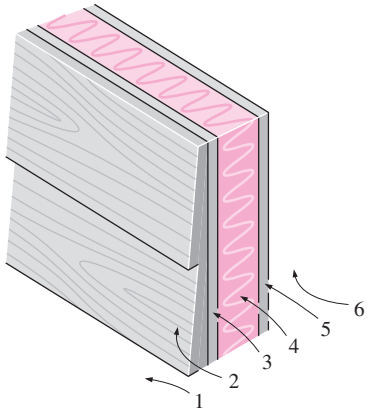


FIGURA 14-25
Esquema para el ejemplo 14-6.

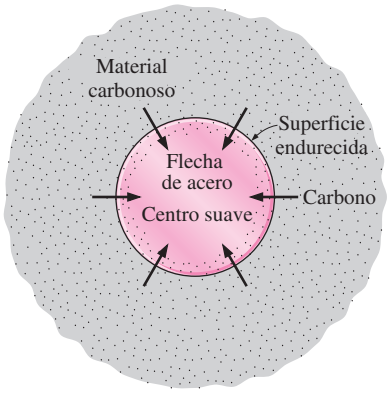


FIGURA 14-26
El endurecimiento superficial de un componente de acero dulce por la difusión de moléculas de carbono es un proceso transitorio de difusión de masa.

14-7 ▪ DIFUSIÓN TRANSITORIA DE MASA

El análisis estacionario que se discutió con anterioridad es útil en la determinación de la razón de fuga de una especie a través de una capa en reposo. Pero, a veces, se tiene interés en la difusión de una especie en una masa en el curso de un tiempo limitado, antes de que se establezcan las condiciones estacionarias de operación. Esos problemas se estudian aplicando el **análisis transitorio**. Por ejemplo, la superficie de un componente de acero dulce suele endurecerse empacando ese componente en un material carbonoso, dentro de un horno a alta temperatura. En el transcurso del corto tiempo en el horno, las moléculas de carbono se difunden a través de la superficie del componente de acero, pero penetran hasta una profundidad de sólo unos cuantos milímetros. La concentración de carbono disminuye en forma exponencial desde la superficie hasta las partes interiores y el resultado es un componente de acero con una superficie muy dura y una región central relativamente suave (figura 14-26).

Se aplica el mismo proceso en la industria de las gemas para dar color a las piedras transparentes. Por ejemplo, a un zafiro transparente se le da un color azul brillante al empacarlo en polvos de óxido de titanio y hierro, y calentarlo en un horno a cerca de 2 000°C durante más o menos un mes. En el curso de este proceso, las moléculas de titanio y de hierro penetran menos de 0.5 mm en el zafiro. La difusión en los sólidos por lo general se realiza a altas temperaturas para aprovechar los elevados coeficientes de difusión a altas temperaturas y, de este modo, mantener el tiempo de difusión en un nivel razonable. Esa difusión o "dopado" también es práctica común en la producción de materiales semiconductores tipo n o p, usados en la fabricación de componentes electrónicos. Los procesos de secado, como el del carbón mineral, la madera, los alimentos y los textiles, constituyen otra importante área de aplicación de la difusión transitoria de masa.

La difusión transitoria de masa en un medio en reposo es análoga a la transferencia transitoria de calor, siempre que la solución sea diluida y, por lo tanto, la densidad ρ del medio sea constante. En el capítulo 4 se presentaron las soluciones analítica y gráfica para los problemas de conducción transitoria unidimensional del calor, en sólidos con propiedades constantes, sin generación de calor y temperatura inicial uniforme. Los problemas análogos de difusión transitoria unidimensional de masa satisfacen estos requisitos:

1. El *coeficiente de difusión es constante*. Esto es válido para un medio isotérmico, ya que D_{AB} varía con la temperatura (corresponde a la difusividad térmica constante).
2. *No hay reacciones homogéneas* en el medio que generen o agoten la especie A en difusión (corresponde a no generación de calor).
3. Inicialmente ($t = 0$) la concentración de la especie A es *constante* en toda la extensión del medio (corresponde a temperatura inicial uniforme).

Entonces, puede obtenerse la solución de un problema de difusión de masa de manera directa a partir de la solución analítica o gráfica del problema correspondiente de conducción de calor, dado en el capítulo 4. Para una fácil consulta, en la tabla 14-11 se resumen las cantidades análogas entre la transferencia de calor y la de masa. Por ejemplo, para el caso de un medio semiinfinito con concentración constante en la superficie, la solución puede expresarse de una manera análoga a la ecuación 4-45 como

$$\frac{C_A(x, t) - C_{A,i}}{C_{A,s} - C_{A,i}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right) \tag{14-36}$$

donde $C_{A,i}$ es la concentración inicial de la especie A, en el instante $t = 0$, y $C_{A,s}$ es la concentración en el lado interior de la superficie expuesta del medio.

TABLA 14-11

Analogía entre las cantidades que aparecen en la formulación y solución de la conducción transitoria de calor y la difusión transitoria de masa, en un medio en reposo

Conducción de calor	Difusión de masa
T	C, y, ρ o w
α	D_{AB}
$\theta = \dfrac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$, $\theta_{masa} = \dfrac{w_A(X, t) - w_{A,\infty}}{w_{A,i} - w_{A,\infty}}$	
$\dfrac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s}$	$\dfrac{w_A(x, t) - w_A}{w_{A,i} - w_A}$
$\xi = \dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$	$\xi_{masa} = \dfrac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}$
$\mathrm{Bi} = \dfrac{h_{conv} L}{k}$	$\mathrm{Bi}_{masa} = \dfrac{h_{masa} L}{D_{AB}}$
$\tau = \dfrac{\alpha t}{L^2}$	$\tau = \dfrac{D_{AB}t}{L^2}$

Si se usan las definiciones de fracción molar, fracción de masa y densidad, puede demostrarse que, para las soluciones diluidas,

$$\frac{C_A(x,t) - C_{A,i}}{C_{A,s} - C_{A,i}} = \frac{\rho_A(x,t) - \rho_{A,i}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,i}} = \frac{w_A(x,t) - w_{A,i}}{w_{A,s} - w_{A,i}} = \frac{y_A(x,t) - y_{A,i}}{y_{A,s} - y_{A,i}} \tag{14-37}$$

ya que la densidad total o la concentración molar total de las soluciones diluidas suele ser constante (ρ = constante o C = constante). Por lo tanto, en la ecuación 14-36 pueden usarse otras medidas de concentración.

Una cantidad de interés en los procesos de difusión de masa es la profundidad de la difusión en un tiempo dado. Esto comúnmente se caracteriza por la **profundidad de penetración**, definida como *el lugar x en donde la tangente al perfil de concentración en la superficie* ($x = 0$) *intercepta la recta* $C_A = C_{A,i}$, como se muestra en la figura 14-27. Al obtener el gradiente de concentración en $x = 0$, derivando la ecuación 14-36, se determina que la profundidad de penetración es

$$\delta_{\text{dif}} = \frac{C_{A,s} - C_{A,i}}{-(dC_A/dx)_{x=0}} = \frac{C_{A,s} - C_{A,i}}{(C_{A,s} - C_{A,i})/\sqrt{\pi D_{AB} t}} = \sqrt{\pi D_{AB} t} \tag{14-38}$$

Por lo tanto, la profundidad de penetración es proporcional a la raíz cuadrada tanto del coeficiente de difusión como del tiempo. Por ejemplo, el coeficiente de difusión del zinc en el cobre, a 1 000°C, es 5.0×10^{-13} m²/s (tabla 14-3). Entonces, la profundidad de penetración del zinc en el cobre, en 10 h, es

$$\begin{aligned}\delta_{\text{dif}} &= \sqrt{\pi D_{AB} t} = \sqrt{\pi(5.0 \times 10^{-13}\ \text{m}^2/\text{s})(10 \times 3\,600\ \text{s})} \\ &= 0.00024\ \text{m} = 0.24\ \text{mm}\end{aligned}$$

Es decir, el zinc penetrará hasta una profundidad de alrededor de 0.24 mm en una cantidad apreciable, en 10 h, y difícilmente habrá algo de zinc en el bloque de cobre más allá de esa profundidad.

Generalmente, los coeficientes de difusión en los sólidos son muy bajos (en el orden de 10^{-9} a 10^{-15} m²/s) y, por lo tanto, el proceso de difusión suele afectar una capa delgada en la superficie. En el curso de una difusión transitoria de masa, un sólido puede considerarse de manera conveniente como un medio semiinfinito, sin importar su tamaño y forma, cuando la profundidad de penetración es pequeña en relación con el espesor de ese sólido. Cuando éste no es el caso, pueden obtenerse soluciones para la difusión transitoria unidimensional de masa, a través de una pared plana, un cilindro o una esfera, a partir de las soluciones de problemas análogos de conducción de calor, con el uso de las gráficas de Heisler o las soluciones de un término, presentadas en el capítulo 4.

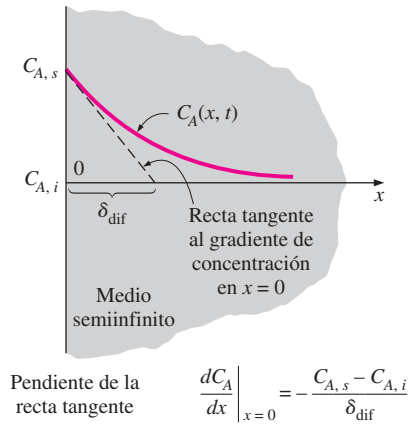


FIGURA 14-27
Perfil de concentración de la especie A en un medio semiinfinito, en el curso de la difusión transitoria de masa, y la profundidad de penetración.

EJEMPLO 14-7 Endurecimiento del acero por la difusión de carbono

Comúnmente, se endurece la superficie de una pieza de acero dulce empacándola en un material carbonoso, dentro de un horno a una temperatura elevada, durante un tiempo predeterminado. Considere una de esas piezas con una concentración inicial uniforme de carbono de 0.15% en masa. Ahora se empaca la pieza en un material carbonoso y se coloca en un horno a temperatura elevada. Se sabe que el coeficiente de difusión del carbono en el acero, a la temperatura del horno, es 4.8×10^{-10} m²/s, y se determina que la concentración de equilibrio del carbono en el hierro, en la interfase, es de 1.2% en masa. Determine cuánto tiempo debe mantenerse la pieza en el horno para que la concentración de masa del carbono a 0.5 mm por debajo de la superficie alcance 1% (figura 14-28).

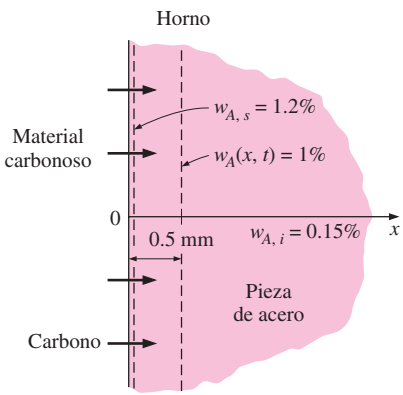


FIGURA 14-28
Esquema para el ejemplo 14-7.

SOLUCIÓN Va a endurecerse superficialmente una pieza de acero empacándola en un material carbonoso, dentro de un horno. Debe determinarse el tiempo que la pieza tiene que mantenerse en el horno.

Suposición El carbono penetra hacia una capa muy delgada por debajo de la superficie de la pieza y, como consecuencia, ésta puede modelarse como un medio semiinfinito, sin importar su espesor o forma.

Propiedades Las propiedades pertinentes se dan en el enunciado del problema.

Análisis Este problema es análogo al de conducción unidimensional transitoria de calor en un medio semiinfinito, con una temperatura superficial especificada y, por lo tanto, puede resolverse de una manera correspondiente. Si se usa la fracción de masa para la concentración, puesto que los datos se dan en esa forma, la solución puede expresarse como

$$\frac{w_A(x, t) - w_{A,i}}{w_{A,s} - w_{A,i}} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

Si se sustituyen las cantidades especificadas da

$$\frac{0.01 - 0.0015}{0.012 - 0.0015} = 0.81 = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

Con base en la tabla 4-4 se determina que 0.17 es el argumento cuya función complementaria de error es 0.81; es decir,

$$\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}} = 0.17$$

Entonces, al despejar el tiempo t da

$$t = \frac{x^2}{4D_{AB}(0.17)^2} = \frac{(0.0005\ \text{m})^2}{4 \times (4.8 \times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s})(0.17)^2} = 4\,505\ \text{s} = \mathbf{1\ h\ 15\ min}$$

Discusión En este caso, la pieza de acero debe mantenerse en el horno durante 1 h y 15 min para lograr el nivel deseado de endurecimiento. El coeficiente de difusión del carbono en el acero se incrementa en forma exponencial con la temperatura y, como consecuencia, generalmente este proceso se lleva a cabo a temperaturas elevadas para conservar el tiempo de difusión en un nivel razonable.

14-8 ▪ DIFUSIÓN EN UN MEDIO EN MOVIMIENTO

Hasta este punto se ha limitado la consideración a la difusión de masa en un *medio en reposo*; por ende, el único movimiento que intervino fue el de infiltración de las moléculas en la dirección de la concentración decreciente y no se tuvo movimiento de la mezcla como un todo. En muchos problemas prácticos, como la evaporación del agua de un lago debido a la influencia del viento o el mezclado de dos fluidos a medida que fluyen por un tubo, interviene la difusión en un **medio en movimiento**, donde el movimiento de la masa es causado por una fuerza externa. En esos casos, la difusión de masa se complica por el hecho de que las especies químicas se transportan tanto por la *difusión* como por el movimiento masivo del medio (es decir, *convección*). Las velocidades y los gastos de masa de la especie en un medio en movimiento constan de dos componentes: una debida a la *difusión molecular* y otra a la *convección* (figura 14-29).

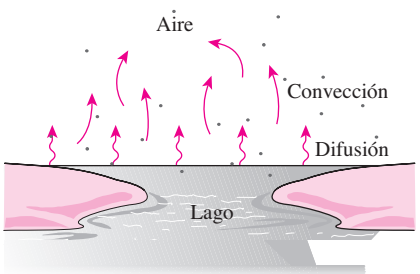
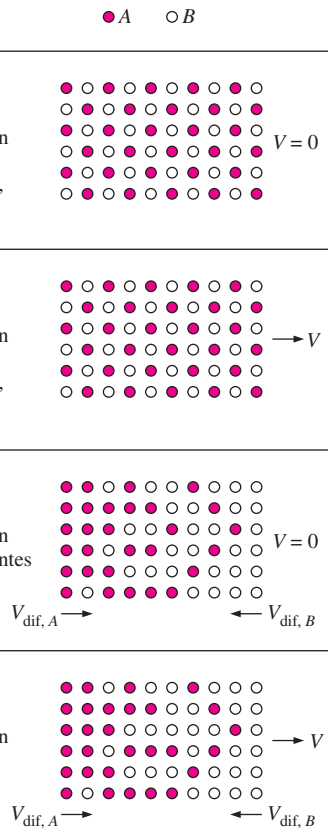


FIGURA 14-29
En un medio en movimiento, la transferencia de masa se debe tanto a la difusión como a la convección.

En general, la difusión en un medio en movimiento es difícil de analizar, ya que las diversas especies pueden moverse a velocidades diferentes, en direcciones distintas. La turbulencia complica las cosas todavía más. Para adquirir una firme comprensión del mecanismo, manteniendo al mismo tiempo las complejidades en un mínimo, se limitará la consideración a sistemas en los

que sólo intervengan *dos componentes* (las especies A y B) en *flujo unidimensional* (la velocidad y otras propiedades cambian sólo en una dirección, digamos la dirección x). Asimismo, se supone que la densidad (o concentración molar) total del medio permanece constante. Es decir, $\rho = \rho_A + \rho_B =$ constante (o $C = C_A + C_B =$ constante), pero las densidades de las especies A y B pueden variar en la dirección x.

En la figura 14-30 se resumen varias posibilidades. En el caso trivial (caso *a*) de una *mezcla homogénea en reposo,* no habrá transferencia de masa por difusión molecular o por convección, puesto que no hay gradiente de concentración ni movimiento de la masa. El caso siguiente (caso *b*) corresponde al *flujo de una mezcla de fluido bien mezclado* por un tubo. Nótese que, en este caso, no se tienen gradientes de concentración ni, por lo tanto, difusión molecular, y todas las especies se mueven a la velocidad V del flujo de la masa como un todo. En el tercer caso (caso *c*), la mezcla está *en reposo* ($V = 0$) y, por consiguiente, corresponde a la difusión molecular común en medios en reposo, la cual se discutió con anterioridad. Obsérvese que, en este caso, la velocidad de una especie en un lugar es sencillamente la **velocidad de difusión**, la cual es la velocidad promedio de un grupo de moléculas, en ese lugar, moviéndose por la influencia del gradiente de concentración. Finalmente, el último caso (caso *d*) comprende tanto *difusión molecular* como *convección*; en esta ocasión, la velocidad de una especie es igual a la suma de la velocidad del flujo de la masa correspondiente a convección y la velocidad de difusión. Nótese



	Especie	Densidad	Velocidad	Gasto de masa
a) Mezcla homogénea sin movimiento de la masa correspondiente a convección (ningún gradiente de concentración y, por lo tanto, difusión)	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A =$ constante $\rho_B =$ constante $\rho = \rho_A + \rho_B$ $=$ constante	$V_A = 0$ $V_B = 0$ $V = 0$	$\dot{m}_A = 0$ $\dot{m}_B = 0$ $\dot{m} = 0$
b) Mezcla homogénea con movimiento de la masa correspondiente a convección (ningún gradiente de concentración y, por lo tanto, difusión)	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A =$ constante $\rho_B =$ constante $\rho = \rho_A + \rho_B$ $=$ constante	$V_A = V$ $V_B = V$ $V = V$	$\dot{m}_A = \rho_A V_A A$ $\dot{m}_B = \rho_B V_B A$ $\dot{m} = \rho V A$ $= \dot{m}_A + \dot{m}_B$
c) Mezcla no homogénea sin movimiento de la masa correspondiente a convección (medio en reposo con gradientes de concentración)	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A \neq$ constante $\rho_B \neq$ constante $\rho = \rho_A + \rho_B$ $=$ constante	$V_A = V_{\text{dif}, A}$ $V_B = V_{\text{dif}, B}$ $V = 0$	$\dot{m}_A = \rho_A V_{\text{dif}, A} A$ $\dot{m}_B = \rho_B V_{\text{dif}, B} A$ $\dot{m} = \rho V A = 0$ (por lo tanto $\dot{m}_A = -\dot{m}_B$)
d) Mezcla no homogénea con movimiento de la masa correspondiente a convección (medio en movimiento con gradientes de concentración)	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A \neq$ constante $\rho_B \neq$ constante $\rho = \rho_A + \rho_B$ $=$ constante	$V_A = V + V_{\text{dif}, A}$ $V_B = V + V_{\text{dif}, B}$ $V = V$	$\dot{m}_A = \rho_A V_{\text{dif}, A} A$ $\dot{m}_B = \rho_B V_{\text{dif}, B} A$ $\dot{m} = \rho V A$ $= \dot{m}_A + \dot{m}_B$

FIGURA 14-30

Varias cantidades asociadas con una mezcla de dos especies, A y B, en una ubicación x, en condiciones de flujo unidimensional o en ausencia de flujo. (Se supone que la densidad de la mezcla $\rho = \rho_A + \rho_B$ permanece constante.)

que las velocidades del flujo correspondiente a convección y de la difusión pueden tener la misma dirección o direcciones opuestas, dependiendo de la dirección del gradiente de concentración. La velocidad de difusión de una especie es *negativa* cuando el flujo de la masa correspondiente a convección es en la dirección x positiva y el gradiente de concentración es positivo (es decir, la concentración de la especie aumenta en la dirección x).

Si se observa que el gasto de masa en cualquier sección del flujo se expresa como $\dot{m} = \rho VA$, donde ρ es la densidad, V es la velocidad y A es el área de la sección transversal, la relación de conservación de la masa para el flujo de una mezcla que comprende las dos especies A y B puede expresarse como

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B$$

o bien,

$$\rho VA = \rho_A V_A A + \rho_B V_B A$$

Si se cancela A y se despeja V, da

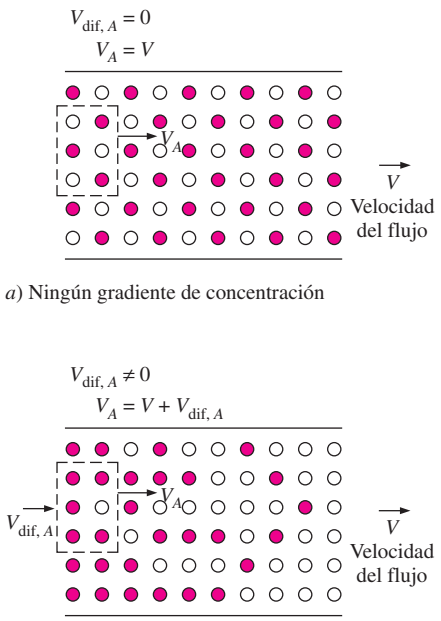
$$V = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{\rho} = \frac{\rho_A}{\rho} V_A + \frac{\rho_B}{\rho} V_B = w_A V_A + w_B V_B \qquad \textbf{(14-39)}$$

donde V se llama **velocidad promedio en masa** del flujo, la cual es la velocidad que se mediría por medio de un sensor de velocidad, como un tubo de Pitot, un instrumento de medición de tipo de turbina o un anemómetro de hilo caliente, introducido en el flujo.

El caso especial de $V = 0$ corresponde a un **medio en reposo**, el cual ahora puede definirse con mayor precisión como *un medio cuya velocidad promedio en masa es cero*. Por lo tanto, el transporte de masa en un medio en reposo es sólo por difusión y la velocidad promedio cero en masa indica que no hay movimiento de la masa de fluido como un todo.

Cuando *no hay gradiente de concentración* (y, por ende, no hay difusión molecular) en el fluido, la velocidad promedio de todas las especies será igual a la *velocidad promedio en masa del flujo*; es decir, $V = V_A = V_B$. Pero cuando existe un gradiente de concentración, también habrá un flujo simultáneo de las especies en la dirección de la concentración decreciente, con una velocidad de difusión de V_{dif}. Entonces puede determinarse la velocidad promedio de las especies A y B al sobreponer la velocidad promedio del flujo y la velocidad de difusión como (figura 14-31)

$$V_A = V + V_{\text{dif},A}$$
$$V_B = V + V_{\text{dif},B} \qquad \textbf{(14-40)}$$



a) Ningún gradiente de concentración

b) Gradiente de concentración de masa y, por lo tanto, difusión de masa

FIGURA 14-31
La velocidad de una especie en un punto es igual a la suma de la velocidad de flujo debida a convección y la velocidad de difusión de esa especie en ese punto.

De manera análoga se aplica el principio de superposición a los gastos de masa de las especies, para obtener

$$\dot{m}_A = \rho_A V_A A = \rho_A (V + V_{\text{dif},A})A = \rho_A VA + \rho_A V_{\text{dif},A} A = \dot{m}_{\text{conv},A} + \dot{m}_{\text{dif},A}$$
$$\dot{m}_B = \rho_B V_B A = \rho_B (V + V_{\text{dif},B})A = \rho_B VA + \rho_B V_{\text{dif},B} A = \dot{m}_{\text{conv},B} + \dot{m}_{\text{dif},B} \qquad \textbf{(14-41)}$$

Si se aplica la ley de Fick de la difusión pueden expresarse los flujos totales de masa, $j = \dot{m}/A$, como

$$j_A = \rho_A V + \rho_A V_{\text{dif},A} = \frac{\rho_A}{\rho}\rho V - \rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = w_A(j_A + j_B) - \rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx}$$

$$j_B = \rho_B V + \rho_B V_{\text{dif},B} = \frac{\rho_B}{\rho}\rho V - \rho D_{BA}\frac{dw_B}{dx} = w_B(j_A + j_B) - \rho D_{BA}\frac{dw_B}{dx} \qquad \textbf{(14-42)}$$

Nótese que la velocidad de difusión de una especie es negativa cuando la difusión molecular ocurre en la dirección x negativa (opuesta a la dirección del

flujo). La razón de difusión de masa de las especies A y B, en una ubicación especificada x, puede expresarse como

$$\dot{m}_{\text{dif},A} = \rho_A V_{\text{dif},A} A = \rho_A (V_A - V)A$$
$$\dot{m}_{\text{dif},B} = \rho_B V_{\text{dif},B} A = \rho_B (V_B - V)A \qquad \textbf{(14-43)}$$

Al sustituir la relación de V de la ecuación 14-39 en la 14-43, puede demostrarse que, en cualquier sección transversal,

$$\dot{m}_{\text{dif},A} + \dot{m}_{\text{dif},B} = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{m}_{\text{dif},A} = -\dot{m}_{\text{dif},B} \quad \rightarrow \quad -\rho A D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = \rho A D_{BA}\frac{dw_B}{dx} \qquad \textbf{(14-44)}$$

lo cual indica que la razón de difusión de las especies A y B debe tener magnitudes iguales, pero signo opuesto. Esto es una consecuencia de la suposición $\rho = \rho_A + \rho_B =$ constante e indica que *en cualquier instante en que la especie A se difunde en una dirección, una cantidad igual de la especie B debe difundirse en la dirección opuesta para mantener la densidad (o la concentración molar) constante*. Este comportamiento lo presentan de manera bastante aproximada las mezclas diluidas de gases y las soluciones diluidas de líquidos y sólidos. Por ejemplo, cuando una pequeña cantidad de un gas se difunde en un líquido, resulta razonable suponer que la densidad de ese líquido permanezca constante.

Nótese que, para una mezcla binaria, $w_A + w_B = 1$, en cualquier ubicación x. Si se toma la derivada con respecto a x da

$$\frac{dw_A}{dx} = -\frac{dw_B}{dx} \qquad \textbf{(14-45)}$$

Donde, con base en la ecuación 14-44, se concluye que (figura 14-32)

$$D_{AB} = D_{BA} \qquad \textbf{(14-46)}$$

Es decir, en el caso de una concentración total constante, el coeficiente de difusión de la especie A en la B es igual al coeficiente de difusión de la especie B en la A.

Ahora se repite el análisis presentado en los párrafos anteriores con la concentración molar C y el gasto molar $\dot{N}$. En este caso, la conservación de la materia se expresa como

$$\dot{N} = \dot{N}_A + \dot{N}_B$$

o bien

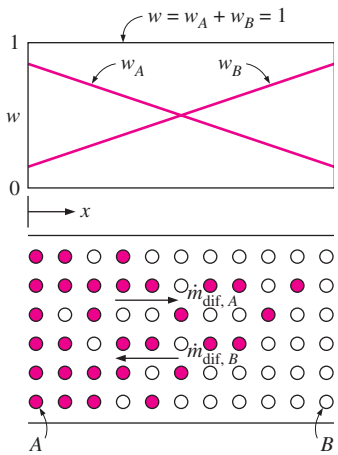
$$\rho \overline{V} A = \rho_A \overline{V}_A A + \rho_B \overline{V}_B A \qquad \textbf{(14-47)}$$

Si se cancela A y se despeja $\overline{V}$, da

$$\overline{V} = \frac{C_A \overline{V}_A + C_B \overline{V}_B}{C} = \frac{C_A}{C}\overline{V}_A + \frac{C_B}{C}\overline{V}_B = y_A \overline{V}_A + y_B \overline{V}_B \qquad \textbf{(14-48)}$$

donde $\overline{V}$ se llama **velocidad promedio molar** del flujo. Nótese que $\overline{V} \neq V$, a menos que las fracciones de masa y molares sean las mismas. De manera análoga se determinan los gastos molares de las especies como

$$\dot{N}_A = C_A V_A A = C_A(\overline{V} + \overline{V}_{\text{dif},A})A = C_A \overline{V} A + C_A \overline{V}_{\text{dif},A} A = \dot{N}_{\text{conv},A} + \dot{N}_{\text{dif},A}$$
$$\dot{N}_B = C_B V_B A = C_B(\overline{V} + \overline{V}_{\text{dif},B})A = C_B \overline{V} A + C_B \overline{V}_{\text{dif},B} A = \dot{N}_{\text{conv},B} + \dot{N}_{\text{dif},B} \qquad \textbf{(14-49)}$$



$$w_A = -w_B$$
$$\frac{dw_A}{dx} = -\frac{dw_B}{dx}$$
$$\dot{m}_{\text{dif},A} = -\dot{m}_{\text{dif},B}$$
$$D_{AB} = D_{BA}$$

FIGURA 14-32
En una mezcla binaria de las especies A y B, con $\rho = \rho_A - \rho_B =$ constante, la razón de difusión de masa de las especies A y B tiene magnitudes iguales y direcciones opuestas.

Si se aplica la ley de Fick de la difusión, los flujos molares totales $\bar{j} = \dot{N}/A$ y los gastos molares de difusión, $\dot{N}_{\text{dif.}}$, pueden expresarse como

$$\bar{j}_A = C_A\overline{V} + C_A\overline{V}_{\text{dif},A} = \frac{C_A}{C}C\overline{V} - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} = y_A(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx}$$

$$\bar{j}_B = C_B\overline{V} + C_B\overline{V}_{\text{dif},B} = \frac{C_B}{C}C\overline{V} - CD_{BA}\frac{dy_B}{dx} = y_B(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{BA}\frac{dy_B}{dx} \qquad \textbf{(14-50)}$$

y

$$\dot{N}_{\text{dif},A} = C_A\overline{V}_{\text{dif},A}A = C_A(V_A - \overline{V})A$$
$$\dot{N}_{\text{dif},B} = C_B\overline{V}_{\text{dif},B}A = C_B(V_B - \overline{V})A \qquad \textbf{(14-51)}$$

Si se sustituye la relación de $\overline{V}$ de la ecuación 14-48, en estas dos ecuaciones, puede demostrarse que

$$\dot{N}_{\text{dif},A} + \dot{N}_{\text{dif},B} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \dot{N}_{\text{dif},A} = -\dot{N}_{\text{dif},B} \qquad \textbf{(14-52)}$$

lo cual una vez más indica que la razón de difusión de las especies A y B debe tener magnitudes iguales pero signos opuestos.

Es importante observar que, cuando se está trabajando con unidades molares, se dice que un medio está en reposo cuando la *velocidad promedio molar* es cero. En este caso, la velocidad promedio de las moléculas será cero, pero la velocidad aparente de la mezcla, según se mide por medio de un velocímetro colocado en el flujo, no necesariamente será cero debido a las masas diferentes de las distintas moléculas.

Al aplicar el análisis *basado en masa* a un *medio en reposo*, obtenemos que por cada unidad de masa de la especie A que se mueva en una dirección, una unidad de masa de la especie B se desplaza en la dirección opuesta. Igualmente, al aplicar el análisis *molar* a un *medio en reposo*, obtenemos que, por cada mol de la especie A que se mueva en una dirección, un mol de la especie B se desplaza en la dirección opuesta. Y esto puede conducir a un gasto neto de masa en una dirección que puede medirse por medio de un velocímetro, ya que las masas de moléculas distintas son diferentes.

El lector puede preguntarse si debe usar el análisis de masas o el molar en un problema. Los dos procedimientos son equivalentes y cualquiera de ellos puede aplicarse en el análisis de transferencia de masa. Pero, a vece s, puede ser más fácil el uso de uno de ellos, dependiendo de los datos que se tengan. Es obvio que cuando se da la velocidad promedio en masa o cuando puede obtenerse ésta con facilidad, resulta más conveniente usar la formulación en masas. No obstante, cuando la *presión total* y *la temperatura* de una mezcla son constantes, es más conveniente aplicar la formulación molar, como se explica a continuación.

Caso especial: Mezclas de gases a presión y temperatura constantes

Considere una mezcla de gases cuya presión total y temperatura son constantes en toda su extensión. Cuando la mezcla es homogénea, la densidad de masa ρ, la densidad molar (o la concentración) C, la constante de los gases R y la masa molar M de la mezcla son las mismas en toda la extensión de esta última. Pero cuando la concentración de uno o más gases de la mezcla no es constante, y se establece el escenario para la difusión de masa, entonces las

fracciones molares y_i de la especie variarán en toda la mezcla. Como resultado, la constante R de los gases, la masa molar M y la densidad de masa ρ de ella variarán, ya que, si se supone comportamiento de gas ideal,

$$M = \sum y_i M_i, \qquad R = \frac{R_u}{M}, \qquad \text{y} \qquad \rho = \frac{P}{RT}$$

donde $R_u = 8.314$ kJ/kmol · K es la constante universal de los gases. Por lo tanto, en esos casos, la suposición de *densidad constante de la mezcla* ($\rho =$ constante) no será exacta, a menos que el gas o los gases con concentraciones variables constituyan una fracción muy pequeña de esa mezcla. Empero, la *densidad molar* C de una mezcla *permanece constante* cuando la presión P y la temperatura T de la misma son constantes, ya que

$$P = \rho RT = \rho \frac{R_u}{M} T = CR_uT \qquad \textbf{(14-53)}$$

La condición $C =$ constante ofrece una simplificación considerable en el análisis de transferencia de masa y, como consecuencia, es más conveniente usar la formulación molar al tratar con mezclas de gases a presión total y temperatura constantes (figura 14-33).

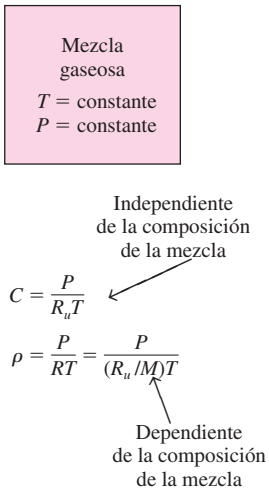


FIGURA 14-33
Cuando la presión total P y la temperatura T de una mezcla binaria de gases ideales se mantienen constantes, la concentración molar C de la mezcla también permanece constante.

Difusión del vapor a través de un gas estacionario: Flujo de Stefan

En muchas aplicaciones de ingeniería, como los tubos de calor, los estanques de enfriamiento y la transpiración común, intervienen la condensación, la evaporación y la transpiración en presencia de un gas no condensable y, por consiguiente, la *difusión* de un vapor a través de un gas en reposo (o estancado). Para entender y analizar esos procesos, considérese una capa de líquido de la especie A en un tanque rodeado por un gas de la especie B, como una capa de agua líquida en un tanque abierto al aire atmosférico (figura 14-34), a la presión P y a la temperatura T constantes. Existe equilibrio entre las fases de vapor y líquido en la interfase ($x = 0$), por lo que la presión de vapor en esta última debe ser igual a la presión de saturación de la especie A, a la temperatura especificada. Se supone que el gas es insoluble en el líquido y tanto ese gas como el vapor se comportan como gases ideales.

Si el gas que hay alrededor de la parte superior del tanque ($x = L$) no está saturado, la presión de vapor en la interfase será mayor que la presión de vapor en esa parte superior ($P_{A,0} > P_{A,L}$, de donde, $y_{A,0} > y_{A,L}$, ya que $y_A = P_A/P$), y esta diferencia de presión (o de concentración) impulsará ese vapor hacia arriba de la interfase aire-agua en medio del gas estancado. El flujo de vapor hacia arriba se sostendrá debido a la evaporación del agua en la interfase. En condiciones estacionarias, el gasto molar (o de masa) de vapor en toda la columna de gas estancado permanece constante; es decir,

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = \text{constante (o } j_A = \dot{m}_A/A = \text{constante)}$$

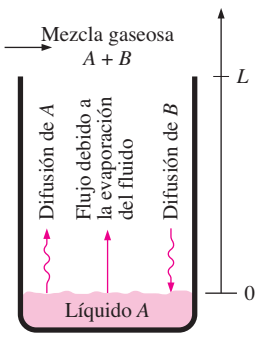


FIGURA 14-34
Difusión de un vapor A a través de un gas estancado B.

Se dice que la presión y la temperatura de la mezcla gas-vapor son constantes y, por lo tanto, la densidad molar de la mezcla debe ser constante en toda la extensión de esa mezcla, como se demostró con anterioridad. Es decir, $C = C_A + C_B =$ constante y, en este caso, resulta más conveniente trabajar con fracciones o concentraciones molares, en lugar de con fracciones de masa o densidades, puesto que $\rho \neq$ constante.

Si se observa que $y_A + y_B = 1$ y que $y_{A,0} > y_{A,L}$, debe concluirse que $y_{B,0} < y_{B,L}$. Es decir, la fracción molar del gas que se desplaza hacia abajo debe decrecer en la misma cantidad que la fracción molar del vapor crece. Por lo tanto, el gas debe difundirse desde la parte superior de la columna hacia la

interfase del líquido. Sin embargo, se dice que el gas es *insoluble* en el líquido y, por lo tanto, no puede haber flujo neto de masa del gas hacia abajo. Entonces, en condiciones estacionarias, debe haber un *movimiento hacia arriba de fluido*, con una velocidad promedio V que es sólo suficientemente grande como para equilibrar la difusión del aire hacia abajo, de modo que el gasto molar (o de masa) neto del gas, en cualquier punto, es cero. En otras palabras, el movimiento hacia arriba compensa la difusión hacia abajo y, por cada molécula de aire que se mueve hacia abajo, se tiene otra molécula de aire que se mueve hacia arriba. Como resultado, el aire parece estar *estancado* (no se mueve); es decir,

$$\bar{j}_B = \dot{N}_B/A = 0 \text{ (o } j_B = \dot{m}_B/A = 0)$$

El medio de difusión ya no está en reposo debido al movimiento que se presenta. La implicación del movimiento de la masa del gas es que también transporta vapor, junto con él, con una velocidad V, lo cual conduce a un flujo *adicional* de masa de vapor hacia arriba. Por lo tanto, el flujo molar del vapor puede expresarse como

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = \bar{j}_{A,\,\text{conv}} + \bar{j}_{A,\,\text{dif}} = y_A(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \tag{14-54}$$

Si se observa que $\bar{j}_B = 0$, esto se simplifica a

$$\bar{j}_A = y_A\bar{j}_A - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \tag{14-55}$$

Si se despeja $\bar{j}_A$ da

$$\bar{j}_A = -\frac{CD_{AB}}{1 - y_A}\frac{dy_A}{dx} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{1 - y_A}\frac{dy_A}{dx} = \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}} = \text{constante} \tag{14-56}$$

ya que $\bar{j}_A$ = constante, C = constante y D_{AB} = constante. Al separar las variables e integrar desde $x = 0$, donde $y_A(0) = y_{A,\,0}$, hasta $x = L$, donde $y_A(L) = y_{A,\,L}$, da

$$-\int_{A,\,0}^{y_{A,\,L}} \frac{dy_A}{1 - y_A} = \int_0^L \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}}\,dx \tag{14-57}$$

Si se realizan las integraciones,

$$\ln\frac{1 - y_{A,\,L}}{1 - y_{A,\,0}} = \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}}L \tag{14-58}$$

Entonces el flujo molar del vapor A, lo cual es la *razón de evaporación de la especie A por unidad de área de la interfase*, queda como

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = \frac{CD_{AB}}{L}\ln\frac{1 - y_{A,\,L}}{1 - y_{A,\,0}} \qquad (\text{kmol/s} \cdot \text{m}^2) \tag{14-59}$$

Esta relación se conoce como **ley de Stefan**, y el *flujo por convección inducida* descrito, que mejora la difusión de masa, se llama **flujo de Stefan**. Al observar que, para una mezcla de gases ideales, $y_A = P_A/P$ y $C = P/R_uT$, la razón de evaporación de la especie A también puede expresarse como

$$\dot{N}_A = \frac{D_{AB}P}{LR_uT} \ln \frac{P - P_{A,L}}{P - P_{A,0}} \qquad \text{(kmol/s)} \qquad \textbf{(14-60)}$$

Puede determinarse una expresión para la variación de la fracción molar de A con x, al realizar la integración planteada en la ecuación 14-57 hasta el límite superior de x, donde $y_A(x) = y_A$ (en lugar de hasta L, donde $y_A(L) = y_{A,L}$). Esto da

$$\ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{A,0}} = \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}} x$$

Si en esta relación se sustituye la expresión de $\bar{j}_A$, dada en la ecuación 14-59, y se reordena, da

$$\frac{1 - y_A}{1 - y_{A,0}} = \left(\frac{1 - y_{A,L}}{1 - y_{A,0}}\right)^{x/L} \qquad \text{y} \qquad \frac{y_B}{y_{B,0}} = \left(\frac{y_{B,L}}{y_{B,0}}\right)^{x/L} \qquad \textbf{(14-61)}$$

La segunda relación para la variación de la fracción molar del gas en reposo B se obtiene a partir de la primera, al sustituir $1 - y_A = y_B$, ya que $y_A + y_B = 1$.

Para mantener las condiciones isotérmicas en el tanque durante el curso de la evaporación, debe suministrarse calor a éste a razón de

$$\dot{Q} = \dot{m}_A h_{fg,A} = j_A A_s h_{fg,A} = (\bar{j}_A M_A) A_s h_{fg,A} \qquad \text{(kJ/s)} \qquad \textbf{(14-62)}$$

donde A_s es el área superficial de la interfase líquido-vapor, $h_{fg,A}$ es el calor latente de vaporización y M_A es la masa molar de la especie A.

Contradifusión equimolar

Considérense dos recipientes grandes conectados por un canal de longitud L, como se muestra en la figura 14-35. El sistema completo contiene una mezcla binaria de gases A y B, a la temperatura T y presión P uniformes en toda su extensión. Las concentraciones de las especies se mantienen constantes en cada uno de los recipientes, en tal forma que $y_{A,0} > y_{A,L}$ y $y_{B,0} < y_{B,L}$. Los gradientes resultantes de concentración harán que la especie A se difunda en la dirección x positiva y la B en la dirección opuesta. Si se supone que los gases se comportan como gases ideales, por lo que $P = CR_uT$, la concentración molar total de la mezcla, C, se mantendrá constante en toda ella, puesto que P y T son constantes; es decir,

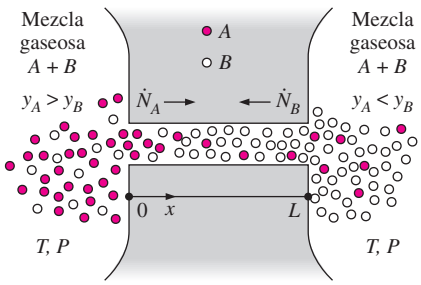


FIGURA 14-35
Contradifusión isotérmica equimolar de dos gases, A y B.

$$C = C_A + C_B = \text{constante} \qquad \text{(kmol/m}^3\text{)}$$

Esto requiere que por cada molécula de A que se mueva hacia la derecha, una de B se mueva hacia la izquierda y, como consecuencia, los gastos molares de las especies A y B deben tener magnitudes iguales pero signos opuestos; es decir,

$$\dot{N}_A = -\dot{N}_B \qquad \text{o} \qquad \dot{N}_A + \dot{N}_B = 0 \qquad \text{(kmol/s)}$$

Por obvias razones, a este proceso se le llama **contradifusión equimolar**. El gasto molar neto de la mezcla para un proceso de este tipo y, por consiguiente, la velocidad promedio molar, son cero, ya que

$$\dot{N} = \dot{N}_A + \dot{N}_B = 0 \quad \rightarrow \quad CA\bar{V} = 0 \quad \rightarrow \quad \bar{V} = 0$$

Por lo tanto, la mezcla está en *reposo* con base en el análisis molar y, por ende, la transferencia de masa sólo se realiza por difusión (no hay transferencia de masa por convección), de modo que

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \qquad \text{y} \qquad \bar{j}_B = \dot{N}_B/A = -CD_{BA}\frac{dy_B}{dx} \qquad \textbf{(14-63)}$$

En condiciones estacionarias, los gastos molares de las especies A y B pueden determinarse en forma directa a partir de la ecuación 14-24, desarrollada con anterioridad para la difusión estacionaria unidimensional en un medio en reposo, al notar que $P = CR_uT$ y, por consiguiente, $C = P/R_uT$ para cada gas constituyente y para la mezcla. Para el flujo unidimensional a través de un canal de área A de la sección transversal uniforme, sin reacciones químicas homogéneas, se expresa como

$$\dot{N}_{\text{dif},A} = CD_{AB}A\frac{y_{A,1} - y_{A,2}}{L} = D_{AB}A\frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{L} = \frac{D_{AB}}{R_uT}A\frac{P_{A,0} - P_{A,L}}{L}$$

$$\dot{N}_{\text{dif},B} = CD_{BA}A\frac{y_{B,1} - y_{B,2}}{L} = D_{BA}A\frac{C_{B,1} - C_{B,2}}{L} = \frac{D_{BA}}{R_uT}A\frac{P_{B,0} - P_{B,L}}{L} \qquad \textbf{(14-64)}$$

Estas relaciones implican que la fracción molar, la concentración molar y la presión parcial de cualquiera de los dos gases varían en forma lineal en el curso de la contradifusión molar.

Resulta interesante destacar que la mezcla está *en reposo* en el análisis base molar, pero no está en reposo en términos de masa, a menos que las masas molares de A y B sean iguales. Aunque el gasto molar neto por el canal es cero, el gasto neto de masa de la mezcla a través del canal no es cero y puede determinarse a partir de

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = \dot{N}_A M_A + \dot{N}_B M_B = \dot{N}_A(M_A - M_B) \qquad \textbf{(14-65)}$$

ya que $\dot{N}_B = -\dot{N}_A$. Nótese que la dirección del flujo neto de masa es la del flujo del gas con la masa molar más grande. Un instrumento de medición de la velocidad, como un anemómetro, colocado en el canal indicará una velocidad de $V = \dot{m}/\rho_A$, donde ρ es la densidad total de la mezcla en el lugar de la medición.

EJEMPLO 14-8 Desfogue de helio hacia la atmósfera por difusión

La presión en una tubería que transporta gas helio a razón de 2 kg/s se mantiene a 1 atm al desfogar el helio hacia la atmósfera a través de un tubo, cuyo diámetro interior es de 5 mm, que se extiende 15 m hacia el aire, como se muestra en la figura 14-36. Si se supone que tanto el helio como el aire atmosférico están a 25°C, determine *a*) el gasto de masa del helio perdido hacia la atmósfera a través del tubo, *b*) el gasto de masa del aire que se infiltra a la tubería y *c*) la velocidad del flujo en la parte inferior del tubo, en donde se fija a la tubería, que será medida por un anemómetro, en operación estacionaria.

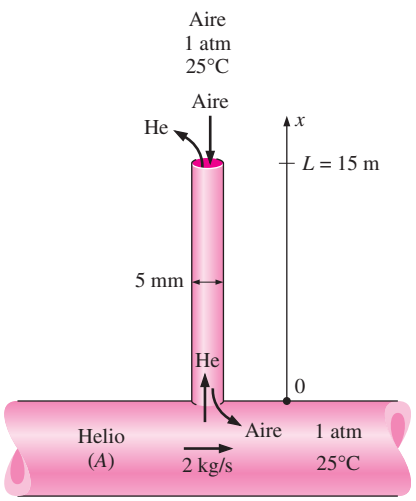


FIGURA 14-36
Esquema para el ejemplo 14-8.

SOLUCIÓN La presión en una tubería de helio se mantiene constante por el desfogue hacia la atmósfera a través de un tubo largo. Deben determinarse los gastos de masa del aire y del helio a través del tubo, así como la velocidad neta del flujo en la parte inferior de éste.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El helio y el aire atmosférico son gases ideales. **3** No ocurren reacciones químicas en el tubo. **4** La concentración del aire en la tubería y la del helio en la atmósfera son despreciables, de modo que la fracción molar del helio es 1 en la tubería y 0 en la atmósfera (más adelante comprobaremos esta hipótesis).

Propiedades El coeficiente de difusión del helio en el aire (o del aire en el helio) a las condiciones atmosféricas normales es $D_{AB} = 7.2 \times 10^{-5}$ m²/s (tabla 14-2). Las masas molares del aire y del helio son 29 y 4 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1).

Análisis Éste es un proceso típico de contradifusión equimolar, dado que en el problema intervienen dos grandes depósitos de mezclas de gases ideales conec-

tados entre sí por un canal, y las concentraciones de las especies en cada depósito (la tubería y la atmósfera) permanecen constantes.

a) El área de flujo, la cual es el área de la sección transversal del tubo, es

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.005\ \text{m})^2/4 = 1.963 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$$

Si se observa que la presión del helio es 1 atm en la parte inferior del tubo ($x = 0$) y 0 en la parte superior ($x = L$), su gasto molar se determina, con la ecuación 14-64, como

$$\begin{aligned}\dot{N}_{\text{helio}} = \dot{N}_{\text{dif},A} &= \frac{D_{AB}A}{R_uT}\frac{P_{A,0} - P_{A,L}}{L}\\ &= \frac{(7.20 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(1.963 \times 10^{-5}\ \text{m}^2)}{(8.314\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K})(298\ \text{K})}\left(\frac{1\ \text{atm} - 0}{15\ \text{m}}\right)\left(\frac{101.3\ \text{kPa}}{1\ \text{atm}}\right)\\ &= 3.85 \times 10^{-12}\ \text{kmol/s}\end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\dot{m}_{\text{helio}} = (\dot{N}M)_{\text{helio}} = (3.85 \times 10^{-12}\ \text{kmol/s})(4\ \text{kg/kmol}) = \mathbf{1.54 \times 10^{-11}\ kg/s}$$

lo cual corresponde a alrededor de 0.5 g por año.

b) Si se observa que $\dot{N}_B = -\dot{N}_A$, en el curso de un proceso de contradifusión molar, el gasto molar del aire hacia la tubería de helio es igual al gasto molar del helio. El gasto de masa del aire hacia la tubería es

$$\dot{m}_{\text{aire}} = (\dot{N}M)_{\text{aire}} = (-3.85 \times 10^{-12}\ \text{kmol/s})(29\ \text{kg/kmol}) = \mathbf{-112 \times 10^{-12}\ kg/s}$$

La fracción de masa del aire en la tubería de helio es

$$w_{\text{aire}} = \frac{|\dot{m}_{\text{aire}}|}{\dot{m}_{\text{total}}} = \frac{112 \times 10^{-12}\ \text{kg/s}}{(2 + 112 \times 10^{-12} - 1.54 \times 10^{-11})\ \text{kg/s}} = 5.6 \times 10^{-11} \approx 0$$

lo cual valida la hipótesis original de presencia despreciable de aire en la tubería.

c) El gasto neto de masa por el tubo es

$$\dot{m}_{\text{neto}} = \dot{m}_{\text{helio}} + \dot{m}_{\text{aire}} = 1.54 \times 10^{-11} - 112 \times 10^{-12} = -9.66 \times 10^{-11}\ \text{kg/s}$$

La fracción de masa del aire en la parte inferior del tubo es muy pequeña, como se muestra arriba y, por ende, la densidad de la mezcla en $x = 0$ puede tomarse simplemente como la densidad del helio, la cual es

$$\rho \cong \rho_{\text{helio}} = \frac{P}{RT} = \frac{101.325\ \text{kPa}}{(2.0769\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(298\ \text{K})} = 0.1637\ \text{kg/m}^3$$

Entonces, la velocidad promedio del flujo en la parte inferior del tubo queda como

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{-9.66 \times 10^{-11}\ \text{kg/s}}{(0.1637\ \text{kg/m}^3)(1.963 \times 10^{-5}\ \text{m}^2)} = \mathbf{-3.01 \times 10^{-5}\ m/s}$$

la cual es difícil de medir incluso por los aparatos más sensibles de medición de la velocidad. El signo negativo indica flujo en la dirección x negativa (hacia la tubería).

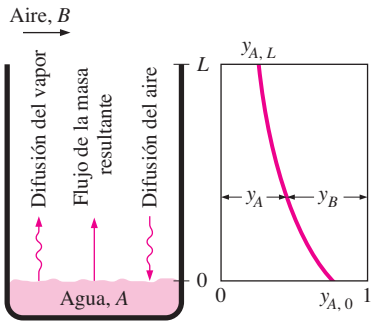


FIGURA 14-37
Esquema para el ejemplo 14-9.

EJEMPLO 14-9 Medición del coeficiente de difusión mediante el tubo de Stefan

Se usa un tubo de Stefan de 3 cm de diámetro para medir el coeficiente de difusión binaria del vapor de agua en aire a 20°C, a una elevación de 1 600 m, en donde la presión atmosférica es de 83.5 kPa. El tubo está parcialmente lleno con agua y la distancia de la superficie de ésta hasta el extremo abierto del tubo es de 40 cm (figura 14-37). Se sopla aire seco sobre el extremo abierto del tubo, de modo que se elimine de inmediato el vapor de agua que se desplaza hasta la parte superior, y la concentración de vapor en la parte superior del tubo es cero. En 15 días de operación continua a presión y temperatura constantes, se mide la cantidad de agua que se ha evaporado y es 1.23 g. Determine el coeficiente de difusión del vapor de agua en aire a 20°C y 83.5 kPa.

SOLUCIÓN Se mide la cantidad de agua que se evapora de un tubo de Stefan, a una temperatura y presión especificadas, durante un periodo especificado. Debe determinarse el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire.

Suposiciones **1** El vapor de agua y el aire atmosférico son gases ideales. **2** La cantidad de aire disuelto en el agua líquida es despreciable. **3** Se transfiere calor hacia el agua desde los alrededores para reemplazar el calor latente de vaporización, de modo que la temperatura del agua permanece constante a 20°C.

Propiedades La presión de saturación del agua a 20°C es de 2.34 kPa (tabla A-9).

Análisis La presión de vapor en la interfase aire-agua es la presión de saturación del agua a 20°C y la fracción molar de vapor de agua (especie *A*) en la interfase se determina a partir de

$$y_{\text{vapor},\,0} = y_{A,\,0} = \frac{P_{\text{vapor},\,0}}{P} = \frac{2.34\ \text{kPa}}{83.5\ \text{kPa}} = 0.0280$$

Se sopla aire seco sobre la parte superior del tubo, por lo que $y_{\text{vapor},\,L} = y_{A,\,L} = 0$. Asimismo, la densidad molar total a lo largo de todo el tubo permanece constante, en virtud de las condiciones de temperatura y presión constantes, y se determina que es

$$C = \frac{P}{R_u T} = \frac{83.5\ \text{kPa}}{(8.314\ \text{kPa}\ \cdot\ \text{m}^3/\text{kmol}\ \cdot\ \text{K})(293\ \text{K})} = 0.0343\ \text{kmol/m}^3$$

El área de la sección transversal del tubo es

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.03\ \text{m})^2/4 = 7.069 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Se sabe que la razón de evaporación es de 1.23 g durante 15 días. Entonces se determina que el gasto molar de vapor es

$$\dot{N}_A = \dot{N}_{\text{vapor}} = \frac{\dot{m}_{\text{vapor}}}{M_{\text{vapor}}} = \frac{1.23 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{(15 \times 24 \times 3\,600\ \text{s})(18\ \text{kg/kmol})}$$

$$= 5.27 \times 10^{-11}\ \text{kmol/s}$$

Por último, se sustituye esta información en la ecuación 14-59 y se obtiene

$$\frac{5.27 \times 10^{-11}\ \text{kmol/s}}{7.069 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = \frac{(0.0343\ \text{kmol/m}^3)D_{AB}}{0.4\ \text{m}} \ln \frac{1 - 0}{1 - 0.028}$$

lo cual da

$$D_{AB} = \mathbf{3.06 \times 10^{-5}\ m^2/s}$$

para el coeficiente de difusión binaria del vapor de agua en aire a 20°C y 83.5 kPa.

14-9 ▪ CONVECCIÓN DE MASA

Hasta ahora, se ha considerado la *difusión de masa*, la cual es la transferencia de masa debida a un gradiente de concentración. A continuación se considerará la *convección de masa* (o *transferencia de masa por convección*), la cual es la transferencia de masa entre una superficie y un fluido en movimiento, debido tanto a la *difusión de masa* como al *movimiento de toda la masa de fluido*. Se mencionó con anterioridad que el movimiento del fluido mejora de manera considerable la transferencia de calor, al quitar el fluido calentado que está cerca de la superficie y reemplazarlo por el fluido más frío que se encuentra más alejado. De modo semejante, el movimiento del fluido mejora de manera considerable la transferencia de masa, al quitar el fluido con alta concentración que está cerca de la superficie y reemplazarlo por el fluido con concentración más baja proveniente de las regiones alejadas de la superficie. En el caso límite de que no se tenga movimiento de la masa de fluido, la convección de masa se reduce a la difusión de la misma, precisamente como la convección se reduce a conducción. La analogía entre la convección de calor y la de masa se cumple tanto para convección *forzada* como para la *natural*, para el flujo *laminar* como para el *turbulento*, así como para los flujos *interno* y *externo*.

Como la convección de calor, la de masa también es compleja debido a las complicaciones asociadas con el flujo de fluidos, como la *configuración geométrica de la superficie*, el *régimen*, la *velocidad de flujo* y la *variación de las propiedades del fluido* y de la *composición*. Por lo tanto, hay que apoyarse en relaciones experimentales para determinar la transferencia de masa. También, la convección de masa suele analizarse *en términos de masa*, en lugar de una base molar. Por esa razón se presentarán las formulaciones en términos de concentración de masa (densidad ρ o fracción de masa, w), en lugar de concentración molar (densidad molar C o fracción molar y). Pero pueden obtenerse las formulaciones sobre una base molar usando la relación $C = \rho/M$, donde M es la masa molar. También, por facilidad, se restringirá la atención a la convección en fluidos que son (o pueden tratarse como) *mezclas binarias*.

Considérese el flujo de aire sobre la superficie libre de una masa de agua, como un lago, en condiciones isotérmicas. Si el aire no está saturado, la concentración del vapor de agua variará desde un máximo en la superficie del agua, en donde el aire está siempre saturado, hasta el valor en el flujo libre, lejos de la superficie. En la convección de calor, la región en la cual existen los gradientes de temperatura se definió como la *capa límite térmica*. De manera análoga, en la convección de masa, se define la región del fluido en la cual existen gradientes de concentración como la **capa límite de concentración**, como se muestra en la figura 14-38. En el **flujo externo**, el espesor de la capa límite de concentración, δ_c, para una especie A, en un lugar especificado sobre la superficie, se define como la distancia normal y desde la superficie, a la cual

$$\frac{\rho_{A,s} - \rho_A}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} = 0.99$$

donde $\rho_{A,s}$ y $\rho_{A,\infty}$ son las densidades de la especie A en la superficie (en el lado del fluido) y en el flujo libre, respectivamente.

En el **flujo interno** se tiene una **región de entrada de concentración**, donde se desarrolla el perfil de concentración, además de las regiones de entrada hidrodinámica y térmica (figura 14-39). La capa límite continúa desarrollándose en la dirección del flujo hasta que su espesor llega al centro del tubo y se juntan las capas límite. La distancia medida desde la entrada del tubo hasta el

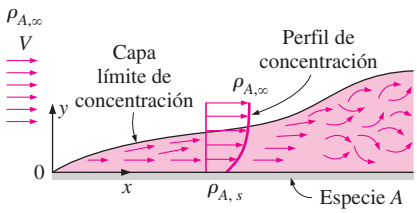


FIGURA 14-38
Desarrollo de una capa límite de concentración para la especie A, en el curso de un flujo externo sobre una superficie plana.

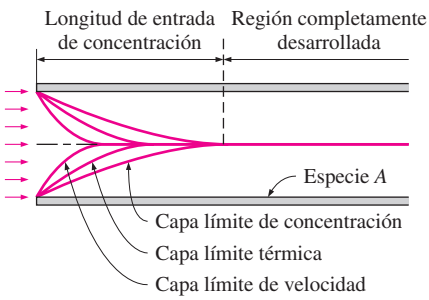


FIGURA 14-39
Desarrollo de las capas límite de velocidad, térmica y de concentración, en el flujo interno.

lugar donde ocurre esta unión se llama **longitud de entrada de concentración**, L_c, y la región que se encuentra más allá de ese punto se conoce como la **región completamente desarrollada**, la cual se caracteriza por

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_{A,s}-\rho_A}{\rho_{A,s}-\rho_{A,b}}\right)=0 \tag{14-66}$$

donde $\rho_{A,b}$* es la *densidad media de la masa* de la especie A, definida como

$$\rho_{A,b}=\frac{1}{A_c V_{\text{prom}}}\int_{A_c}\rho_A u dA_c \tag{14-67}$$

Por lo tanto, el perfil de diferencia de concentración, en forma adimensional, así como el coeficiente de transferencia de masa permanecen constantes en la región completamente desarrollada. Esto es análogo a los coeficientes de fricción y de transferencia de calor que permanecen constantes en la región completamente desarrollada.

En la convección de calor, las magnitudes relativas de la cantidad de movimiento y la difusión de calor en las capas límite de velocidad y térmica se expresan por el *número de Prandtl*, adimensional, definido como (figura 14-40)

Transferencia de calor:	$\text{Pr}=\frac{\nu}{\alpha}$
Transferencia de masa:	$\text{Sc}=\frac{\nu}{D_{AB}}$

FIGURA 14-40
En la transferencia de masa, el número de Schmidt desempeña el papel del número de Prandtl en la transferencia de calor.

$$\textit{Número de Prandtl:}\ \text{Pr}=\frac{\nu}{\alpha}=\frac{\text{Difusividad de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad térmica}} \tag{14-68}$$

La cantidad correspondiente en la convección de masa es el **número de Schmidt** (figura 14-41), definido como

$$\textit{Número de Schmidt:}\ \text{Sc}=\frac{\nu}{D_{AB}}=\frac{\text{Difusividad de la canti ad de movimiento}}{\text{Difusividad de masa}} \tag{14-69}$$

el cual representa las magnitudes relativas de la cantidad de movimiento molecular y la difusión de masa en las capas límite de velocidad y de concentración, respectivamente.

En el flujo laminar, el crecimiento relativo de las capas límite de velocidad y térmica lo rige el número de Prandtl, en tanto que el crecimiento relativo de las capas límite de velocidad y de concentración lo rige el número de Schmidt. Un número de Prandtl cercano a la unidad ($\text{Pr}\approx 1$) indica que las difusiones de la cantidad de movimiento y de la transferencia de calor son comparables, y las capas límite de velocidad y térmica casi coinciden entre sí. *Un número de Schmidt cercano a la unidad* ($\text{Sc}\approx 1$) *indica que las difusiones de la cantidad de movimiento y de la transferencia de masa son comparables, y las capas límite de velocidad y de concentración casi coinciden entre sí.*

Parece como si se necesitara un número adimensional más para representar las magnitudes relativas de la difusión de calor y de la de masa en las capas límite térmica y de concentración. Ése es el **número de Lewis** (figura 14-42), definido como (figura 14-43)

FIGURA 14-41
Ernst Heinrich Wilhelm Schmidt (1892-1975), ingeniero alemán, nacido en Völgelsen, Alemania. Uno de sus primeros esfuerzos en la investigación fue una medición cuidadosa de las propiedades de radiación en los sólidos, lo que lo hizo proponer y desarrollar el uso de hojas de aluminio como blindaje eficaz contra la radiación. Fue el primero en medir la velocidad y el campo de temperatura en una capa límite de convección natural y los coeficientes de transferencia de calor más grandes que ocurren durante la condensación con formación de gotas. El parámetro adimensional, el **número de Schmidt**, que caracteriza los flujos de fluidos en los que hay los procesos convectivos simultáneos de difusión de cantidad de movimiento y de masa, lleva este nombre en su honor.
Foto Deutsches Museum.

*Nota del RT: El subíndice *b* proviene de la palabra *bulk* que en inglés significa bulto y refiere a toda la extensión del cuerpo en consideración.

Número de Lewis: $$\mathrm{Le} = \frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad térmica}}{\text{Difusividad de masa}} \qquad \textbf{(14-70)}$$

Los espesores relativos de las capas límite de velocidad, térmica y de concentración, en el flujo laminar, se expresan como

$$\frac{\delta_{\text{velocidad}}}{\delta_{\text{térmica}}} = \mathrm{Pr}^n, \qquad \frac{\delta_{\text{velocidad}}}{\delta_{\text{concentración}}} = \mathrm{Sc}^n, \qquad \text{y} \qquad \frac{\delta_{\text{térmica}}}{\delta_{\text{concentración}}} = \mathrm{Le}^n \qquad \textbf{(14-71)}$$

donde, en estas tres relaciones, $n = \frac{1}{3}$ para la mayor parte de las aplicaciones. En general, estas relaciones no son aplicables a las capas límite turbulentas, ya que, en este caso, el mezclado turbulento puede dominar los procesos de difusión.

Nótese que la transferencia de especies en la superficie ($y = 0$) sólo es por difusión, debido a la *condición de no deslizamiento*, y el flujo de masa de la especie A en la superficie puede expresarse por la ley de Fick como (figura 14-44)

$$j_A = \dot{m}_A/A_s = -\rho D_{AB} \left.\frac{\partial w_A}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (\mathrm{kg/s \cdot m^2}) \qquad \textbf{(14-72)}$$

Esto es análogo a la transferencia de calor en la superficie que se efectúa sólo por conducción y que se expresa por la ley de Fourier.

La razón de transferencia de calor por convección, para el flujo externo, se expresó en forma conveniente por la *ley de Newton del enfriamiento* como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_s (T_s - T_\infty)$$

donde h_{conv} es el coeficiente promedio de transferencia de calor, A_s es el área superficial y $T_s - T_\infty$ es la diferencia de temperatura de uno a otro lado de la capa límite térmica. De modo semejante, la razón de la transferencia de masa por convección puede expresarse como

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) = h_{\text{masa}} \rho A_s (w_{A,s} - w_{A,\infty}) \qquad (\mathrm{kg/s}) \qquad \textbf{(14-73)}$$

donde h_{masa} es el **coeficiente** promedio **de transferencia de masa**, en m/s; A_s es el área superficial; $\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}$ es la diferencia de concentración de masa de la especie A de uno a otro lado de la capa límite de concentración, y ρ es la densidad promedio del fluido en la capa límite. El producto $h_{\text{masa}}\rho$, cuya unidad es $\mathrm{kg/m^2 \cdot s}$, se llama *conductancia de la transferencia de masa*. Para el flujo interno, se tiene

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s \frac{\Delta\rho_{A,e} - \Delta\rho_{A,i}}{\ln(\Delta\rho_{A,e}/\Delta\rho_{A,i})} \qquad \textbf{(14-74)}$$

donde $\Delta\rho_{A,e} = \rho_{A,s} - \rho_{A,e}$ y $\Delta\rho_{A,i} = \rho_{A,s} - \rho_{A,i}$. Si el coeficiente local de transferencia de masa varía en la dirección del flujo, el *coeficiente promedio de transferencia de masa* puede determinarse a partir de

$$h_{\text{masa, prom}} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h_{\text{masa}} dA_s$$

En el análisis de convección de calor, a menudo resulta conveniente expresar el coeficiente de transferencia de calor en una forma adimensional, en términos del *número* adimensional *de Nusselt*, definido como

FIGURA 14-42
Warren Kendall Lewis (1882-1975), ingeniero químico estadounidense, nacido en Laurel, Delaware. Fue profesor del MIT y a través de la coordinación de la química, física e ingeniería dio origen a una disciplina independiente para dar servicio a la industria química, por lo que ha sido llamado el padre de la ingeniería química moderna. El parámetro adimensional, el **número de Lewis**, que caracteriza los flujos de fluidos en los que hay los procesos convectivos simultáneos de difusión de masa y de calor, lleva este nombre en su honor.
Cortesía de MIT Museum

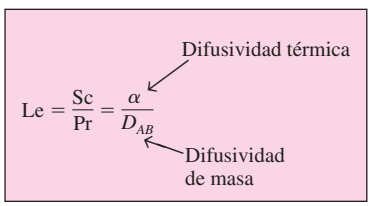


FIGURA 14-43
El número de Lewis es una medida de la difusión de calor en relación con la difusión de masa.

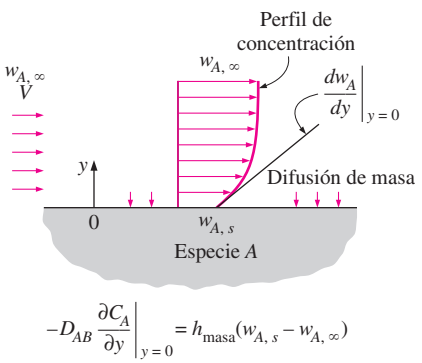


FIGURA 14-44
La transferencia de masa en una superficie ocurre por difusión debido a la condición de no deslizamiento en la frontera, precisamente como la transferencia de calor que ocurre por conducción.

FIGURA 14-45
Thomas Kilgore Sherwood (1903-1976), ingeniero químico estadounidense, nacido en Columbus, Ohio. Sherwood asistió al MIT en 1923 para trabajar en el departamento de ingeniería química y completar su tesis doctoral bajo la tutoría de Warren K. Lewis. La principal área de investigación de Sherwood fue la transferencia de masa y su interacción con el flujo, las reacciones químicas y las operaciones de procesos industriales en las que esos fenómenos desempeñaban una parte importante. Recibió numerosos premios por sus contribuciones a la investigación como la medalla estadounidense al mérito y el Lewis Award. El parámetro adimensional, el **número de Sherwood**, que representa la relación de transporte convectivo de masa a transporte difusivo de masa, lleva este nombre en su honor.
Cortesía de MIT Museum.

Número de Nusselt:
$$\mathrm{Nu} = \frac{h_{\mathrm{conv}} L_c}{k} \tag{14-75}$$

donde L_c es la longitud característica y k es la conductividad térmica del fluido. La cantidad correspondiente en la convección de masa es el **número** (adimensional) **de Sherwood** (figura 14-45) definido como (figura 14-46)

Número de Sherwood:
$$\mathrm{Sh} = \frac{h_{\mathrm{masa}} L_c}{D_{AB}} \tag{14-76}$$

donde h_{masa} es el coeficiente de transferencia de masa y D_{AB} es la difusividad de masa. Los números de Nusselt y de Sherwood representan la efectividad de la convección de calor y de masa en la superficie, respectivamente.

A veces, es más conveniente expresar los coeficientes de transferencia de calor y de masa en términos del **número** adimensional **de Stanton** como

Número de Stanton de la transferencia de calor:
$$\mathrm{St} = \frac{h_{\mathrm{conv}}}{\rho V c_p} = \mathrm{Nu}\,\frac{1}{\mathrm{Re\,Pr}} \tag{14-77}$$

y

Número de Stanton de la transferencia de masa:
$$\mathrm{St}_{\mathrm{masa}} = \frac{h_{\mathrm{masa}}}{V} = \mathrm{Sh}\,\frac{1}{\mathrm{Re\,Sc}} \tag{14-78}$$

donde V es la velocidad del flujo libre en el flujo externo y la velocidad de fluido promediada entre la entrada y la salida en el flujo interno.

Para una configuración geométrica dada, el número de Nusselt promedio en la convección forzada depende de los números de Reynolds y de Prandtl, en tanto que el número promedio de Sherwood depende de los números de Reynolds y de Schmidt; es decir,

Número de Nusselt: $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$

Número de Sherwood: $\mathrm{Sh} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Sc})$

donde, en una configuración geométrica dada, la forma funcional de f es la misma tanto para el número de Nusselt como para el de Sherwood, siempre que las condiciones de frontera, térmicas y de concentración sean del mismo tipo. Por lo tanto, *puede obtenerse el número de Sherwood a partir de la expresión del número de Nusselt, simplemente al reemplazar el número de Prandtl por el de Schmidt*. Esto muestra qué tan poderosa herramienta es la analogía en el estudio de los fenómenos naturales (tabla 14-12).

En la *transferencia de masa por convección natural*, todavía se cumple la analogía entre los números de Nusselt y de Sherwood y, por lo tanto, $\mathrm{Sh} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Sc})$. Pero, en este caso, debe determinarse el número de Grashof en forma directa a partir de

$$\mathrm{Gr} = \frac{g(\rho_\infty - \rho_s)\,L_c^3}{\rho\nu^2} = \frac{g(\Delta\rho/\rho)\,L_c^3}{\nu^2} \tag{14-79}$$

el cual es aplicable para los flujos por convección natural impulsados por la temperatura y/o la concentración. Nótese que en los fluidos *homogéneos* (es decir, aquéllos sin gradientes de concentración), las diferencias de densidad se deben sólo a diferencias de temperatura y, por ende, por conveniencia, puede reemplazarse $\Delta\rho/\rho$ por $\beta\Delta T$, como se hizo en la transferencia de calor por convección natural. Sin embargo, en los fluidos *no homogéneos*, las diferen-

Transferencia: de calor	$\mathrm{Nu} = \dfrac{h_{\mathrm{conv}} L_c}{k}$
Transferencia de masa:	$\mathrm{Sh} = \dfrac{h_{\mathrm{masa}} L_c}{D_{AB}}$

FIGURA 14-46
En la transferencia de masa, el número de Sherwood desempeña el papel que el número de Nusselt tiene en la transferencia de calor.

cias de densidad se deben a los *efectos combinados* de las *diferencias* de *temperatura* y de *concentración* y, en esos casos, no puede reemplazarse $\Delta\rho/\rho$ por $\beta\Delta T$, aun si todo el interés radica en la transferencia de calor y no en la transferencia de masa. Por ejemplo, el agua caliente que está en el fondo de un estanque sube hasta la parte superior. Pero, cuando se coloca sal en el fondo, como se hace en los estanques solares, el agua salada (salmuera) que está en el fondo no subirá porque ahora es más pesada que el agua dulce que está en la parte de arriba (figura 14-47).

Los flujos por convección natural impulsados por la concentración se basan en que las densidades de especies distintas en una mezcla sean diferentes. Por lo tanto, en condiciones isotérmicas, no se tendrá convección natural en una mezcla gaseosa que esté compuesta de gases con masas molares idénticas. También, el caso de una superficie caliente con la cara hacia arriba corresponde a la difusión de fluido que tenga una densidad menor que la mezcla (y, como consecuencia, que suba bajo la influencia de la flotación), y el caso de una superficie caliente con la cara hacia abajo corresponde a la difusión de fluido que tenga una densidad más alta. Por ejemplo, la evaporación de agua hacia el aire corresponde a una superficie caliente con la cara hacia arriba, ya que el vapor de agua es más ligero que el aire y tiende a subir. Pero éste no es el caso para la gasolina, a menos que la temperatura de la mezcla gasolina-aire, en la superficie de la gasolina, sea tan alta que la expansión térmica prevalezca sobre la diferencial de densidad debido a la concentración más elevada de la gasolina cerca de la superficie.

Analogía entre los coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa

Considérese el desplazamiento de un fluido sobre una placa plana de longitud L, con condiciones del flujo libre de T_∞, V y $w_{A,\infty}$ (figura 14-48). Si se observa que convección en la superficie ($y = 0$) es igual a difusión debido a la condición de no deslizamiento, las condiciones de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa en esa superficie pueden expresarse como

Fricción en la pared:
$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{f}{2}\rho V^2 \quad \textbf{(14-80)}$$

Transferencia de calor:
$$\dot{q}_s = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{calor}}(T_s - T_\infty) \quad \textbf{(14-81)}$$

Transferencia de masa:
$$j_{A,s} = -D_{AB} \left.\frac{\partial w_A}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{masa}}(w_{A,s} - w_{A,\infty}) \quad \textbf{(14-82)}$$

Estas relaciones pueden reescribirse para el flujo interno mediante el uso de las *propiedades medias de la masa*, en lugar de las propiedades del flujo libre. Después de algunas manipulaciones matemáticas sencillas, las tres relaciones anteriores pueden reordenarse como

Fricción en la pared:
$$\left.\frac{d(u/V)}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{f}{2}\frac{\rho V L_c}{\mu} = \frac{f}{2}\text{Re} \quad \textbf{(14-83)}$$

Transferencia de calor:
$$\left.\frac{d[(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{h_{\text{calor}} L_c}{k} = \text{Nu} \quad \textbf{(14-84)}$$

Transferencia de masa:
$$\left.\frac{d[(w_A - w_{A,s})/(w_{A,\infty} - w_{A,s})]}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}} = \text{Sh} \quad \textbf{(14-85)}$$

TABLA 14-12

Analogía entre las cantidades que aparecen en la formulación y solución de la convección de calor y las de la convección de masa

Convección de calor	Convección de masa
T	C, y, ρ, o w
h_{conv}	h_{masa}
$\delta_{\text{térmica}}$	$\delta_{\text{concentración}}$
$\text{Re} = \dfrac{VL_c}{\nu}$	$\text{Re} = \dfrac{VL_c}{\nu}$
$\text{Gr} = \dfrac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$,	$\text{Gr} = \dfrac{g(\rho_\infty - \rho_s)L_c^3}{\rho\nu^2}$
$\text{Pr} = \dfrac{\nu}{\alpha}$	$\text{Sc} = \dfrac{\nu}{D_{AB}}$
$\text{St} = \dfrac{h_{\text{conv}}}{\rho V c_p}$	$\text{St}_{\text{masa}} = \dfrac{h_{\text{masa}}}{V}$
$\text{Nu} = \dfrac{h_{\text{conv}} L_c}{k}$	$\text{Sh} = \dfrac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}}$
$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$	$\text{Sh} = f(\text{Re}, \text{Sc})$
$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr})$	$\text{Sh} = f(\text{Gr}, \text{Sc})$

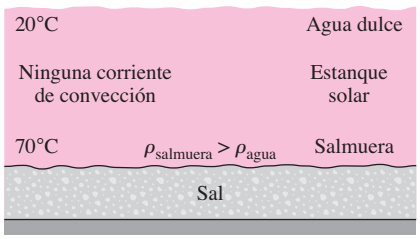


FIGURA 14-47
Un fluido caliente que esté en el fondo subirá y se iniciarán corrientes de convección natural sólo si su densidad es menor.

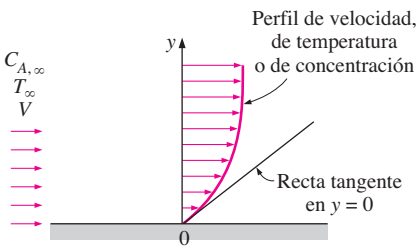
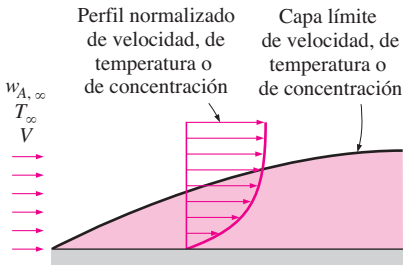


FIGURA 14-48
Los coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa sobre una superficie son proporcionales a la pendiente de la recta tangente de los perfiles de velocidad, de temperatura y de concentración, respectivamente, en esa superficie.



Analogía de Reynolds
$\nu = \alpha = D_{AB}$
(o Pr = Sc = Le)

FIGURA 14-49
Cuando las difusividades moleculares de la cantidad de movimiento, del calor y de la masa son iguales entre sí, las capas límite de velocidad, de temperatura y de concentración coinciden.

Los primeros miembros de estas tres relaciones son las pendientes de los perfiles normalizados de velocidad, de temperatura y de concentración en la superficie, y los segundos miembros son los números adimensionales discutidos con anterioridad.

Caso especial: Pr ≈ Sc ≈ 1 (analogía de Reynolds)

Considérese ahora el caso hipotético en el que las difusividades moleculares de la cantidad de movimiento, del calor y de la masa son idénticas. Es decir, $\nu = \alpha = D_{AB}$, de donde, Pr = Sc = Le = 1. En este caso, los perfiles normalizados de velocidad, de temperatura y de concentración coincidirán y, por lo tanto, las pendientes de estas tres curvas en la superficie (los primeros miembros de las ecuaciones 14-83 a 14-85) serán idénticas (figura 14-49). Entonces pueden igualarse entre sí los segundos miembros de esas tres ecuaciones para obtener

$$\frac{f}{2}\mathrm{Re} = \mathrm{Nu} = \mathrm{Sh} \qquad \text{o} \qquad \frac{f}{2}\frac{VL_c}{\nu} = \frac{h_{\text{calor}}L_c}{k} = \frac{h_{\text{masa}}L_c}{D_{AB}} \tag{14-86}$$

Al notar que Pr = Sc = 1, esta ecuación también puede escribirse como

$$\frac{f}{2} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}} = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re\,Sc}} \qquad \text{o} \qquad \frac{f}{2} = \mathrm{St} = \mathrm{St}_{\text{masa}} \tag{14-87}$$

Esta relación se conoce como **analogía de Reynolds** y permite determinar los aparentemente no relacionados coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa, cuando sólo se conoce o se mide uno de ellos. (En realidad, la analogía original de Reynolds, propuesta por O. Reynolds en 1874, es St = f/2, la cual entonces se extiende para incluir la transferencia de masa). Sin embargo, siempre debe recordarse que la analogía se restringe a situaciones para las cuales Pr ≈ Sc ≈ 1. Por supuesto, siempre puede usarse para los gases la primera parte de la analogía entre los coeficientes de fricción y de transferencia de calor, puesto que su número de Prandtl está muy próximo a la unidad.

Caso general: Pr ≠ Sc ≠ 1 (analogía de Chilton-Colburn)

La analogía de Reynolds es una relación muy útil y, en verdad, resulta deseable extenderla hacia un rango más amplio de números Pr y Sc. A este respecto, se han hecho varios intentos, pero la más sencilla y la más conocida es la sugerida por Chilton y Colburn en 1934 como

$$\frac{f}{2} = \mathrm{St\,Pr}^{2/3} = \mathrm{St}_{\text{masa}}\mathrm{Sc}^{2/3} \tag{14-88}$$

para 0.6 < Pr < 60 y 0.6 < Sc < 3 000. Esta ecuación se conoce como **analogía de Chilton-Colburn**. Si se usa la definición de los números de Stanton para el calor y para la masa, la analogía entre la transferencia de calor y la de masa puede expresarse de manera más conveniente como (figura 14-50)

$$\frac{\mathrm{St}}{\mathrm{St}_{\text{masa}}} = \left(\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}$$

$$\text{o} \qquad \frac{h_{\text{calor}}}{h_{\text{masa}}} = \rho c_p\left(\frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3} = \rho c_p\left(\frac{\alpha}{D_{AB}}\right)^{2/3} = \rho c_p\,\mathrm{Le}^{2/3} \tag{14-89}$$

Analogía de Chilton-Colburn

General:

$$h_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{calor}}}{\rho c_p}\left(\frac{D_{AB}}{\alpha}\right)^{2/3} = \frac{1}{2}fV\left(\frac{D_{AB}}{\nu}\right)^{2/3}$$

Caso especial: $\nu = \alpha = D_{AB}$

$$h_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{calor}}}{\rho c_p} = \frac{1}{2}fV$$

FIGURA 14-50
Cuando se conoce el coeficiente de fricción o el de transferencia de calor, puede determinarse de forma directa el coeficiente de transferencia de masa con base en la analogía de Chilton-Colburn.

Para las mezclas aire-vapor de agua a 298 K, las difusividades de masa y térmica son $D_{AB} = 2.5 \times 10^{-5}$ m²/s y $\alpha = 2.18 \times 10^{-5}$ m²/s, de donde, el número de Lewis es Le = α/D_{AB} = 0.872. (Simplemente se usa el valor de α del aire seco, en lugar del correspondiente al aire húmedo, puesto que la fracción

de vapor de agua en el aire a las condiciones atmosféricas es baja). Entonces $(\alpha/D_{AB})^{2/3} = 0.872^{2/3} = 0.913$, lo cual está cercano a la unidad. También, el número de Lewis es más o menos insensible a la variación en la temperatura. Por lo tanto, para las mezclas de aire-vapor de agua, la relación entre los coeficientes de transferencia de calor y de masa pueden expresarse con gran exactitud como

$$h_{\text{calor}} \cong \rho c_p h_{\text{masa}} \qquad \text{(mezclas de aire-vapor de agua)} \qquad \textbf{(14-90)}$$

donde ρ y c_p son la densidad y el calor específico del aire a las condiciones promedio (o ρc_p es el calor específico del aire por unidad de volumen). La ecuación 14-90 se conoce como **relación de Lewis** y es de uso común en las aplicaciones de acondicionamiento de aire. Otra consecuencia importante de Le $\cong$ 1 es que las *temperaturas de saturación adiabática y de bulbo húmedo* del aire húmedo son semejantes. En el *flujo turbulento*, puede aplicarse la relación de Lewis incluso cuando el número de Lewis no es 1, ya que el mezclado arremolinado en el flujo turbulento prevalece sobre cualquier difusión molecular, y el calor y la masa son transportados con la misma razón.

Se ha observado que la analogía de Chilton-Colburn se cumple bastante bien en el flujo laminar o turbulento sobre superficies planas. Pero éste no siempre es el caso para el flujo interno y para el flujo sobre configuraciones geométricas irregulares; en esos casos, debe usarse relaciones específicas desarrolladas. Al tratar con el flujo sobre cuerpos redondeados, es importante hacer notar que f de estas relaciones es el *coeficiente de fricción superficial*, no el coeficiente total de arrastre, el cual también incluye el arrastre por presión.

Limitación sobre la analogía de la convección calor-masa

Debe tenerse precaución al utilizar la analogía de la ecuación 14-88, ya que existen unos cuantos factores que lanzan alguna sombra sobre la exactitud de esa relación. Por un lado, los números de Nusselt suelen evaluarse para superficies lisas, pero en muchos problemas de transferencia de masa intervienen superficies onduladas o ásperas. Asimismo, muchas relaciones de Nusselt se obtienen para situaciones de temperatura superficial constante, pero la concentración puede no ser constante sobre la superficie completa debido al posible secado superficial. El soplado o la succión en la superficie, en el curso de la transferencia de masa, también puede causar algunas desviaciones, en especial en el transcurso de acciones de ese tipo de alta velocidad.

Por último, la analogía de la convección calor-masa es válida para los casos de **flujo bajo de masa**, en los cuales el gasto de la especie que pasa por el flujo de masa es bajo en relación con el gasto total del líquido o de la mezcla gaseosa, de modo que la transferencia de masa entre el fluido y la superficie no afectan la *velocidad del flujo*. (Nótese que las relaciones de convección se basan en velocidad *cero* del fluido en la superficie, lo cual sólo es cierto cuando no hay transferencia neta de masa en esa superficie). Por lo tanto, la analogía de la convección calor-masa no es aplicable cuando la razón de la transferencia de masa de una especie es alta en relación con el gasto de esa especie.

Por ejemplo, considérese la evaporación y la transferencia de vapor de agua hacia el aire en un proceso de lavado de aire, un enfriador por evaporación y una torre húmeda de enfriamiento, o simplemente en la superficie libre de un lago o de un río (figura 14-51). Incluso a una temperatura de 40°C, la presión de vapor en la superficie del agua es la presión de saturación de 7.4 kPa, lo cual corresponde a una fracción molar de 0.074 o a una fracción de masa de $w_{A,s} = 0.047$ para el vapor. Entonces, la diferencia en las fracciones de masa de uno a otro lado de la capa límite será, cuando más, $\Delta w = w_{A,s} - w_{A,\infty} = 0.047 - 0 = 0.047$. Para la evaporación del agua hacia el aire, el error comprendido en la

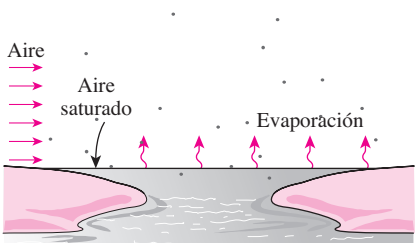


FIGURA 14-51
Evaporación del agua hacia el aire desde la superficie libre.

aproximación de flujo bajo de masa es aproximadamente $\Delta w/2$, lo cual es 2.5% en el peor de los casos que se consideró en las líneas anteriores. Por lo tanto, en los procesos en los que interviene la evaporación de agua hacia el aire, puede utilizarse con confianza la analogía de la convección calor-masa. Empero, la fracción de masa del vapor tiende a 1 a medida que la temperatura del agua tiende a la de saturación y, por lo tanto, no es aplicable la aproximación de flujo bajo de masa a la transferencia de masa en calderas y condensadores, y a la evaporación de las gotitas de combustible en las cámaras de combustión. En este capítulo, se limita la consideración a las aplicaciones de flujo bajo de masa.

Relaciones de la convección de masa

En condiciones de flujo bajo de masa pueden determinarse los coeficientes de convección de masa al 1) determinar el coeficiente de fricción o el de transferencia de calor y, a continuación, aplicar la analogía de Chilton-Colburn o 2) seleccionar la relación apropiada del número de Nusselt para la configuración geométrica dada y condiciones análogas en la frontera, reemplazando el número de Nusselt por el de Sherwood, y el de Prandtl por el de Schmidt, como se muestra en la tabla 14-13 para algunos casos representativos. Es obvio que el primer procedimiento es más conveniente cuando ya se conoce el coeficiente de fricción o el de transferencia de calor. De lo contrario, debe preferirse el segundo procedimiento, ya que en general es más exacto y, en este caso, la analogía de Chilton-Colburn no ofrece una ventaja significativa. De manera análoga, pueden escribirse relaciones para la transferencia de masa por convección en otras configuraciones geométricas, usando la relación correspondiente de la transferencia de calor de los capítulos 6 al 9.

TABLA 14-13

Relaciones del número de Sherwood en la convección de masa, para concentración especificada en la superficie, correspondientes a las relaciones del número de Nusselt en la convección de calor, para temperatura especificada en la superficie

Transferencia de calor por convección	Transferencia de masa por convección
1. *Convección forzada sobre una placa plana*	
a) Flujo laminar ($Re < 5 \times 10^5$)	
$Nu = 0.664\ Re_L^{0.5}\ Pr^{1/3}$, $Pr > 0.6$	$Sh = 0.664\ Re_L^{0.5}\ Sc^{1/3}$, $Sc > 0.5$
b) Flujo turbulento ($5 \times 10^5 < Re < 10^7$)	
$Nu = 0.037\ Re_L^{0.8}\ Pr^{1/3}$, $Pr > 0.6$	$Sh = 0.037\ Re_L^{0.8}\ Sc^{1/3}$, $Sc > 0.5$
2. *Flujo completamente desarrollado en tubos circulares lisos*	
a) Flujo laminar ($Re < 2\,300$)	
$Nu = 3.66$	$Sh = 3.66$
b) Flujo turbulento ($Re > 10\,000$)	
$Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.4}$, $0.7 < Pr < 160$	$Sh = 0.023\ Re^{0.8}\ Sc^{0.4}$, $0.7 < Sc\ 160$
3. *Convección natural sobre superficies*	
a) Placa vertical	
$Nu = 0.59(Gr\ Pr)^{1/4}$, $10^5 < Gr\ Pr < 10^9$	$Sh = 0.59(Gr\ Sc)^{1/4}$, $10^5 < Gr\ Sc < 10^9$
$Nu = 0.1(Gr\ Pr)^{1/3}$, $10^9 < Gr\ Pr < 10^{13}$	$Sh = 0.1(Gr\ Sc)^{1/3}$, $10^9 < Gr\ Sc < 10^{13}$
b) Superficie superior de una placa horizontal	
La superficie está caliente ($T_s > T_\infty$)	El fluido cercano a la superficie es ligero ($\rho_s < \rho_\infty$)
$Nu = 0.54(Gr\ Pr)^{1/4}$, $10^4 < Gr\ Pr < 10^7$	$Sh = 0.54(Gr\ Sc)^{1/4}$, $10^4 < Gr\ Sc < 10^7$
$Nu = 0.15(Gr\ Pr)^{1/3}$, $10^7 < Gr\ Pr < 10^{11}$	$Sh = 0.15(Gr\ Sc)^{1/3}$, $10^7 < Gr\ Sc < 10^{11}$
c) Superficie inferior de una placa horizontal	
La superficie está caliente ($T_s > T_\infty$)	El fluido cercano a la superficie es ligero ($\rho_s < \rho_\infty$)
$Nu = 0.27(Gr\ Pr)^{1/4}$, $10^5 < Gr\ Pr < 10^{11}$	$Sh = 0.27(Gr\ Sc)^{1/4}$, $10^5 < Gr\ Sc < 10^{11}$

EJEMPLO 14-10 Convección de masa dentro de un tubo circular

Considere un tubo circular de diámetro interior $D = 0.015$ m cuya superficie interior está cubierta con una capa de agua líquida como resultado de la condensación (figura 14-52). Para secar el tubo, se fuerza a fluir por él aire a 300 K y 1 atm con una velocidad promedio de 1.2 m/s. Si se aplica la analogía entre la transferencia de masa y la de calor, determine el coeficiente de transferencia de masa en el interior del tubo, para flujo completamente desarrollado.

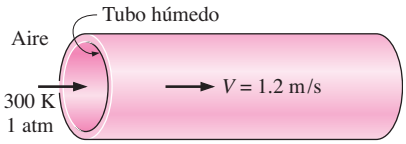


FIGURA 14-52
Esquema para el ejemplo 14-10.

SOLUCIÓN Se seca la capa líquida sobre la superficie interior de un tubo circular soplando aire por él. Debe determinarse el coeficiente de transferencia de masa.

Suposiciones **1** Es aplicable el modelo de flujo bajo de masa y, por lo tanto, la analogía entre la transferencia de masa y la de calor, ya que la fracción de masa del vapor en el aire es baja (alrededor de 2% para aire saturado a 300 K). **2** El flujo está completamente desarrollado.

Propiedades Debido a las condiciones de flujo bajo de masa, pueden usarse las propiedades del aire seco para la mezcla, a la temperatura de 300 K y 1 atm especificadas, para las cuales $\nu = 1.58 \times 10^{-5}$ m²/s (tabla A-15). A partir de la ecuación 14-15, se determina que la difusividad de masa del vapor de agua en el aire a 300 K es

$$D_{AB} = D_{\text{H}_2\text{O-aire}} = 1.87 \times 10^{-10}\,\frac{T^{2.072}}{P} = 1.87 \times 10^{-10}\,\frac{300^{2.072}}{1} = 2.54 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis El número de Reynolds para este flujo interno es

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(1.2\ \text{m/s})(0.015\ \text{m})}{1.58 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 1\,139$$

el cual es menor que 2 300 y, por consiguiente, el flujo es laminar. Por lo tanto, con base en la analogía entre la transferencia de calor y la de masa, en este caso los números de Nusselt y de Sherwood son Nu = Sh = 3.66. Si se aplica la definición del número de Sherwood, se determina que el coeficiente de transferencia de masa es

$$h_{\text{masa}} = \frac{\text{Sh}D_{AB}}{D} = \frac{(3.66)(2.54 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})}{0.015\ \text{m}} = \mathbf{0.00620\ m/s}$$

En este caso, puede determinarse la razón de transferencia de masa (o la razón de evaporación) al definir la diferencia media logarítmica de concentración de una manera análoga a la diferencia media logarítmica de temperatura.

EJEMPLO 14-11 Analogía entre la transferencia de calor y la de masa

Pueden determinarse los coeficientes de transferencia de calor en configuraciones geométricas complejas, con condiciones complicadas en la frontera, por las mediciones de la transferencia de masa en configuraciones geométricas semejantes, en condiciones similares de flujo, con el uso de sólidos volátiles, como el naftaleno y el diclorobenceno, y utilizando la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de masa y la de calor en condiciones de flujo bajo de masa. Se determina la cantidad de masa que se transfiere en el lapso de un periodo especificado, pesando el modelo o midiendo la recesión de la superficie.

En el curso de cierto experimento en el que interviene el flujo de aire seco a 25°C y 1 atm, con una velocidad del flujo libre de 2 m/s, sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno, se observa que se han sublimado 12 g de naftaleno en 15 min (figura 14-53). El área superficial del cuerpo es de 0.3 m². Tanto el cuerpo como el aire se mantuvieron a 25°C en el curso del estudio. La presión de vapor del naftaleno a 25°C es de 11 Pa y la difusividad de masa del

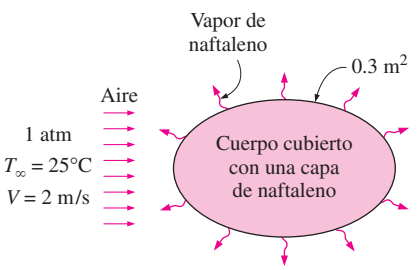


FIGURA 14-53
Esquema para el ejemplo 14-11.

propio naftaleno en aire a 25°C es $D_{AB} = 0.61 \times 10^{-5}$ m²/s. Determine el coeficiente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo, sobre la misma configuración geométrica.

SOLUCIÓN Se sopla aire sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno y se mide la razón de sublimación. Debe determinarse el coeficiente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo, sobre la misma configuración geométrica.

Suposiciones **1** Existen condiciones de flujo bajo de masa, de modo que es aplicable (se verificará) la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y la de masa. **2** Tanto el aire como el vapor de naftaleno son gases ideales.

Propiedades La masa molar del naftaleno es de 128.2 kg/kmol. Debido a las condiciones de flujo bajo de masa, pueden usarse las propiedades del aire seco para la mezcla, a la temperatura de 25°C y 1 atm especificadas, a las que $\rho = 1.184$ kg/m³, $c_p = 1\,007$ J/kg · K y $\alpha = 2.141 \times 10^{-5}$ m²/s (tabla A-15).

Análisis El aire entrante no contiene naftaleno y, por lo tanto, la fracción de masa del naftaleno en las condiciones del flujo libre es cero, $w_{A,\infty} = 0$. Si se observa que la presión de vapor del naftaleno en la superficie es de 11 Pa, se determina que la fracción de masa en la superficie es

$$w_{A,s} = \frac{P_{A,s}}{P}\left(\frac{M_A}{M_{\text{aire}}}\right) = \frac{11 \text{ Pa}}{101\,325 \text{ Pa}}\left(\frac{128.2 \text{ kg/kmol}}{29 \text{ kg/kmol}}\right) = 4.8 \times 10^{-4}$$

lo cual confirma que la aproximación de flujo bajo de masa es válida. En este caso, la razón de evaporación del naftaleno es

$$\dot{m}_{\text{evap}} = \frac{m}{\Delta t} = \frac{0.012 \text{ kg}}{(15 \times 60 \text{ s})} = 1.33 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

Entonces el coeficiente de convección de masa queda como

$$h_{\text{masa}} = \frac{\dot{m}}{\rho A_s(w_{A,s} - w_{A,\infty})} = \frac{1.33 \times 10^{-5} \text{ kg/s}}{(1.184 \text{ kg/m}^3)(0.3 \text{ m}^2)(4.8 \times 10^{-4} - 0)}$$
$$= 0.0780 \text{ m/s}$$

Si se aplica la analogía entre la transferencia de masa y la de calor, a partir de la ecuación 14-89 se determina que el coeficiente promedio de transferencia de calor es

$$h_{\text{calor}} = \rho c_p h_{\text{masa}}\left(\frac{\alpha}{D_{AB}}\right)^{2/3}$$
$$= (1.184 \text{ kg/m}^3)(1\,007 \text{ J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(0.0780 \text{ m/s})\left(\frac{2.141 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}{0.61 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}\right)^{2/3}$$
$$= \mathbf{215 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$$

Discusión Debido a la conveniencia que ofrece, se ha usado el naftaleno en numerosos estudios de transferencia de calor, con el fin de determinar los coeficientes de transferencia de calor por convección.

14-10 ▪ TRANSFERENCIA SIMULTÁNEA DE CALOR Y DE MASA

En la práctica, se encuentran muchos procesos de transferencia de masa que ocurren isotérmicamente y, por lo tanto, en ellos no interviene la transferencia de calor. Pero algunas aplicaciones de ingeniería comprenden la vaporización de un líquido y la difusión de este vapor hacia el gas circundante. Esos procesos requieren la transferencia del calor latente de vaporización, h_{fg}, hacia el líqui-

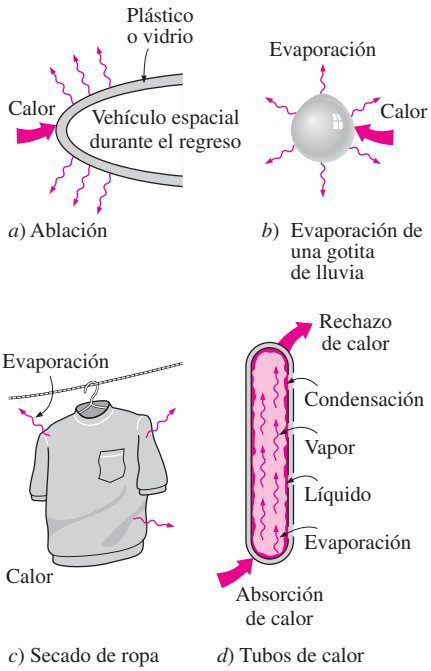
do para vaporizarlo y, como consecuencia, en esos problemas interviene la transferencia simultánea de calor y de masa. Para generalizar, cualquier problema de transferencia de masa que comprende *cambio de fase* (evaporación, sublimación, condensación, fusión, etc.) también debe comprender la *transferencia de calor,* y la solución de esos problemas necesita analizarse considerando la *transferencia simultánea de calor y de masa*. Algunos ejemplos de problemas simultáneos de calor y de masa son el secado, el enfriamiento por evaporación, el enfriamiento por transpiración (o sudación), el enfriamiento por hielo seco, la combustión de gotitas de combustible y el enfriamiento por ablación de los vehículos espaciales en el curso de su regreso e, incluso, sucesos comunes como la lluvia, la nieve y el granizo. Por ejemplo, en los lugares más cálidos, la nieve se funde y la lluvia se evapora antes de llegar al suelo (figura 14-54).

Para entender el mecanismo de la transferencia simultánea de calor y de masa, considérese la *evaporación de agua* de una piscina hacia el aire. Supóngase que, inicialmente, el agua y el aire están a la misma temperatura. Si este último está saturado (una humedad relativa de $\phi = 100\%$), no habrá transferencia de calor o de masa en tanto se mantengan las condiciones isotérmicas. Pero si no está saturado ($\phi < 100\%$), habrá una diferencia entre la concentración de vapor de agua en la interfase agua-aire (la cual siempre está saturada) y a alguna distancia por encima de la interfase (la capa límite de concentración). La diferencia de concentración es la fuerza impulsora para la transferencia de masa, por lo que esta diferencia de concentración impulsa el agua hacia el aire. Pero primero debe vaporizarse el agua y debe absorber el calor latente de vaporización para que eso suceda. Inicialmente, todo el calor de vaporización proviene del agua cercana a la interfase, puesto que no hay diferencia de temperatura entre el agua y los alrededores y, por consiguiente, no puede haber transferencia de calor. La temperatura del agua cercana a la superficie debe disminuir, como resultado de la pérdida de calor sensible, lo cual hace disminuir también la presión de saturación y, como consecuencia, la concentración de vapor en la interfase.

La reducción en la temperatura crea diferencias de ésta dentro del agua, en la parte superior así como entre el agua y el aire circundante. Estas diferencias de temperatura impulsan la transferencia de calor hacia el agua, tanto desde el aire como desde las partes más profundas del agua, como se muestra en la figura 14-55. Si la razón de evaporación es alta y, por ende, la demanda de calor de vaporización es más alta que la cantidad de calor que puede ser suministrado desde las partes más bajas de la masa de agua y de los alrededores, el déficit se compensa a partir del calor sensible del agua en la superficie y, como consecuencia, la temperatura del agua en esta última disminuye más. El proceso continúa hasta que el calor latente de vaporización sea igual a la transferencia de calor hacia el agua en la superficie. Una vez que se alcanzan las condiciones estacionarias de operación y se estabiliza la temperatura de la interfase, el balance de energía en una capa delgada del líquido en la superficie puede expresarse como

$$\dot{Q}_{\text{sensible, transferido}} = \dot{Q}_{\text{latente, absorbido}} \quad \text{o} \quad \dot{Q} = \dot{m}_v h_{fg} \tag{14-91}$$

donde $\dot{m}_v$ es la razón de evaporación y h_{fg} es el calor latente de vaporización del agua a la temperatura de la superficie. En la tabla 14-14, se dan diversas expresiones para $\dot{m}_v$ en relación con varias aproximaciones. Las propiedades de la mezcla, como el calor específico c_p y la masa molar M, normalmente deben evaluarse a la *composición media de la película* y a la *temperatura media de la película*. Sin embargo, al tratar con mezclas de aire-vapor de agua en las condiciones atmosféricas o en otras situaciones de flujo bajo de masa, simplemente pueden usarse las propiedades del gas con exactitud razonable.



a) Ablación

b) Evaporación de una gotita de lluvia

c) Secado de ropa

d) Tubos de calor

FIGURA 14-54

Muchos problemas que se encuentran en la práctica comprenden la transferencia simultánea de calor y de masa.

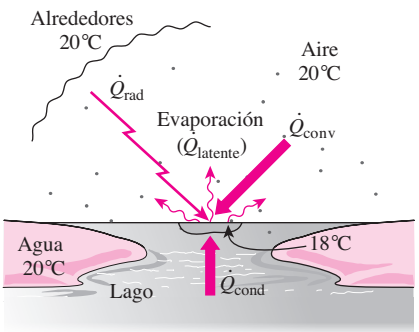


FIGURA 14-55

Diversos mecanismos de transferencia de calor que intervienen en el curso de la evaporación de agua de la superficie de un lago.

TABLA 14-14

Diversas expresiones para la razón de evaporación de un líquido hacia un gas a través de un área A_s de la interfase, en relación con varias aproximaciones (el subíndice *v* representa vapor, *s* representa la interfase líquido-gas y ∞, lejos de la superficie)

Hipótesis	Razón de evaporación
General	$\dot{m}_v = h_{\text{masa}} A_s(\rho_{v,\,s} - \rho_{v,\,\infty})$
Si se supone que el vapor es un gas ideal, $P_v = \rho_v R_v T$	$\dot{m}_v = \dfrac{h_{\text{masa}} A_s}{R_v}\left(\dfrac{P_{v,\,s}}{T_s} - \dfrac{P_{v,\,\infty}}{T_\infty}\right)$
Si se aplica la analogía de Chilton-Colburn, $h_{\text{calor}} = \rho c_p h_{\text{masa}} \text{Le}^{2/3}$	$\dot{m}_v = \dfrac{h_{\text{masa}} A_s}{\rho c_p Le^{2/3} R_v}\left(\dfrac{P_{v,\,s}}{T_s} - \dfrac{P_{v,\,\infty}}{T_\infty}\right)$
Si se usa $\dfrac{1}{T_s} - \dfrac{1}{T_\infty} \approx \dfrac{1}{T}$, donde $T = \dfrac{T_s + T_\infty}{2}$	$\dot{m}_v = \dfrac{h_{\text{masa}} A_s}{\rho c_p Le^{2/3}} \dfrac{M_v}{M} \dfrac{P_{v,\,s} - P_{v,\,\infty}}{P}$

La $\dot{Q}$ de la ecuación 14-91 representa todas las formas de calor, de todas las fuentes, transferido a la superficie, incluida la convección y la radiación desde los alrededores y la conducción desde las partes más profundas del agua debida a la energía sensible de la propia agua o debida al calentamiento de la masa de agua por un calentador de resistencia, por un serpentín de calentamiento o, incluso, por reacciones químicas en esa agua. Si la transferencia de calor de la masa de agua a la superficie así como la radiación desde los alrededores son despreciables, lo cual es con frecuencia el caso, entonces la pérdida de calor por evaporación debe ser igual a la ganancia de calor por convección; es decir,

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = \dot{m}_v\, h_{fg} \qquad \text{o} \qquad h_{\text{conv}} A_s(T_\infty - T_s) = \frac{h_{\text{conv}} A_s h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,\,s} - P_{v,\,\infty}}{P}$$

Si se cancela $h_{\text{conv}} A_s$ en ambos miembros de la segunda ecuación da

$$T_s = T_\infty - \frac{h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,\,s} - P_{v,\,\infty}}{P} \tag{14-92}$$

la cual es una relación para la temperatura del líquido en condiciones estacionarias.

EJEMPLO 14-12 **Enfriamiento por evaporación de una bebida enlatada**

En un día cálido de verano, se va a enfriar una bebida enlatada envolviéndola en un paño que se moja de manera continua y soplándole aire por medio de un ventilador (figura 14-56). Si las condiciones del medio ambiente son 1 atm, 30°C y 40% de humedad relativa, determine la temperatura de la bebida cuando se alcanzan las condiciones estacionarias.

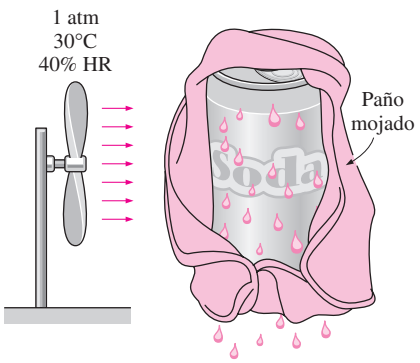


FIGURA 14-56
Esquema para el ejemplo 14-12.

SOLUCIÓN Se sopla aire sobre una bebida enlatada que está envuelta en un paño mojado con el fin de enfriarla por transferencia simultánea de calor y de masa. Debe determinarse la temperatura de la bebida cuando son alcanzadas las condiciones estacionarias.

Suposiciones **1** Existen las condiciones de flujo bajo de masa, de modo que es aplicable la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y la de masa, puesto que la fracción de masa de vapor en el aire es baja (alrededor de 2% para el aire saturado a 25°C). **2** Tanto el aire como el vapor de agua, a las con-

diciones especificadas, son gases ideales (el error que se comete con esta hipótesis es menor de 1%). **3** Los efectos de la radiación son despreciables.

Propiedades Debido a las condiciones de flujo bajo de masa, pueden usarse las propiedades del aire seco para la mezcla, a la temperatura promedio de $(T_\infty + T_s)/2$, la cual no puede determinarse en este punto debido a la temperatura desconocida T_s de la superficie. Se sabe que $T_s < T_\infty$ y, para los fines de una evaluación apropiada, tomemos T_s como 20°C. Entonces las propiedades del agua a 20°C y las propiedades del aire seco a la temperatura promedio de 25°C y 1 atm son (tablas A-9 y A-15)

$$\text{Agua:} \quad h_{fg} = 2\,454 \text{ kJ/kg}, P_v = 2.34 \text{ kPa; también, } P_v = 4.25 \text{ kPa a } 30°\text{C}$$
$$\text{Aire seco:} \quad c_p = 1.007 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C}, \alpha = 2.141 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Las masas molares del agua y del aire son de 18 y 29 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1). Asimismo, la difusividad de masa del vapor de agua en el aire a 25°C es $D_{H_2O\text{-aire}} = 2.50 \times 10^{-5}$ m²/s (tabla 14-4).

Análisis Si se aplica la analogía de Chilton-Colburn, puede determinarse la temperatura superficial de la bebida a partir de la ecuación 14-92,

$$T_s = T_\infty - \frac{h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,s} - P_{v,\infty}}{P}$$

donde el número de Lewis es

$$\text{Le} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{2.141 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}{2.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 0.856$$

Nótese que, por simplificación, se tomaría el número de Lewis como 1, pero, para lograr mayor exactitud, se elige incorporarlo.

El aire en la superficie está saturado y, por lo tanto, la presión de vapor en ella es simplemente la presión de saturación del agua a la temperatura de la misma (2.34 kPa). La presión de vapor del aire alejado de la superficie es

$$P_{v,\infty} = \phi P_{\text{sat @ } T_\infty} = (0.40)P_{\text{sat @ 30°C}} = (0.40)(4.25 \text{ kPa}) = 1.70 \text{ kPa}$$

Si se observa que la presión atmosférica es de 1 atm = 101.3 kPa, y se sustituye, da

$$T_s = 30°\text{C} - \frac{2\,454 \text{ kJ/kg}}{(1.007 \text{ kJ/kg} \cdot °\text{C})(0.856)^{2/3}} \frac{18 \text{ kg/kmol}}{29 \text{ kg/kmol}} \frac{(2.34 - 1.70) \text{ kPa}}{101.3 \text{ kPa}}$$
$$= \mathbf{19.4°C}$$

Por lo tanto, por este proceso, la temperatura de la bebida puede bajar hasta 19.4°C.

EJEMPLO 14-13 Pérdida de calor desde baños descubiertos de agua caliente

En las instalaciones de fabricación, es común el uso de baños de agua caliente con sus partes superiores abiertas, por varias razones. En una planta en la que se fabrican pinturas en aerosol, se prueban las latas de pintura a presión, en relación con su comportamiento a una temperatura elevada, sumergiéndolas en agua caliente a 50°C, en un baño rectangular de 40 cm de profundidad, y manteniéndolas allí hasta que las latas se calientan hasta esos 50°C, con el fin de garantizar que soportan temperaturas hasta de esa magnitud mientras se les transporta o se les almacena (figura 14-57). El baño de agua tiene 1 m de ancho y 3.5 m de largo y su superficie superior está abierta al aire del ambiente, para facilitar la observación por parte de los trabajadores. Si las condiciones promedio en la planta son de 92 kPa, 25°C y humedad relativa de 52%, determi-

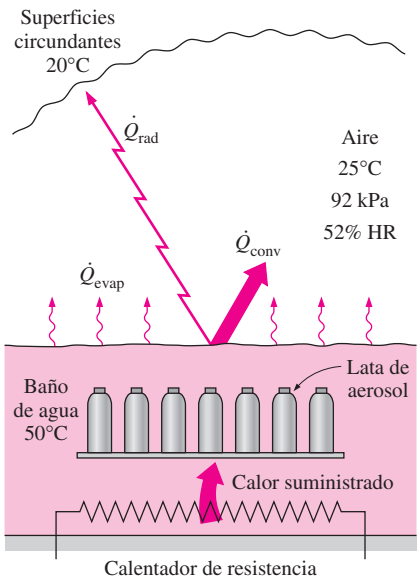


FIGURA 14-57
Esquema para el ejemplo 14-13.

ne la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior del baño de agua por *a*) radiación, *b*) convección natural y *c*) evaporación. Suponga que el agua está bien agitada y que se mantiene a una temperatura uniforme de 50°C en todo momento por medio de un calentador, y tome la temperatura promedio de las superficies circundantes como 20°C.

SOLUCIÓN Se hacen pruebas relacionadas con la temperatura a latas de pintura en aerosol, sumergiéndolas en un baño descubierto de agua caliente. Debe determinarse la razón de la pérdida de calor por radiación, por convección natural y por evaporación.

Suposiciones **1** Existen condiciones de flujo bajo de masa, de modo que es aplicable la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y la de masa, puesto que la fracción de masa de vapor en el aire es baja (alrededor de 2% para el aire saturado a 300 K). **2** A las condiciones especificadas, tanto el aire como el vapor de agua son gases ideales (el error relacionado con esta hipótesis es menor de 1%). **3** El agua se mantiene a una temperatura uniforme de 50°C.

Propiedades A continuación, se determinan las propiedades pertinentes para cada modo de transferencia de calor, en las secciones respectivas.

Análisis *a*) En la tabla A-18 se da la emisividad del agua líquida como 0.95. Entonces la pérdida de calor por radiación del agua hacia las superficies circundantes queda como

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)\\ &= (0.95)(3.5\ \text{m}^2)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(323\ \text{K})^4 - (293\ \text{K})^4]\\ &= \mathbf{663\ W}\end{aligned}$$

b) La mezcla aire-vapor de agua es diluida y, como consecuencia, pueden usarse las propiedades del aire seco para la mezcla, a la temperatura promedio de $(T_\infty + T_s)/2 = (25 + 50)/2 = 37.5°\text{C}$. Si se observa que la presión atmosférica total es de 92/101.3 = 0.9080 atm, las propiedades del aire seco a 37.5°C y 0.9080 atm son (tabla A-15)

$$k = 0.02644\ \text{W/m} \cdot °\text{C}, \qquad \text{Pr} = 0.7262\ \text{(independiente de la presión)}$$

$$\alpha = (2.312 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})/0.9080 = 2.546 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$\nu = (1.679 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})/0.9080 = 1.849 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Las propiedades del agua a 50°C son

$$h_{fg} = 2\,383\ \text{kJ/kg} \qquad \text{y} \qquad P_v = 12.35\ \text{kPa}$$

El aire en la superficie está saturado y, por lo tanto, la presión de vapor en esa superficie es simplemente la presión de saturación del agua a la temperatura superficial. La presión de vapor del aire lejos de la superficie del agua es

$$P_{v,\infty} = \phi P_{\text{sat @ } T_\infty} = (0.52)P_{\text{sat @ 25°C}} = (0.52)(3.17\ \text{kPa}) = 1.65\ \text{kPa}$$

Si se considera al vapor de agua y al aire como gases ideales y se observa que la presión atmosférica total es la suma de las presiones del vapor y del aire seco, se determina que las densidades del vapor de agua, del aire seco y de su mezcla, en la interfase agua-aire y lejos de la superficie, son

En la superficie:

$$\rho_{v,s} = \frac{P_{v,s}}{R_v T_s} = \frac{12.35\ \text{kPa}}{(0.4615\ \text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(323\ \text{K})} = 0.0829\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_{a,s} = \frac{P_{a,s}}{R_a T_s} = \frac{(92 - 12.35)\ \text{kPa}}{(0.287\ \text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(323\ \text{K})} = 0.8592\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_s = \rho_{v,s} + \rho_{a,s} = 0.0829 + 0.8592 = 0.9421\ \text{kg/m}^3$$

Lejos de la superficie:

$$\rho_{v,\infty} = \frac{P_{v,\infty}}{R_v T_\infty} = \frac{1.65 \text{ kPa}}{(0.4615 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(298 \text{ K})} = 0.0120 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{a,\infty} = \frac{P_{a,\infty}}{R_a T_\infty} = \frac{(92 - 1.65) \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(298 \text{ K})} = 1.0564 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_\infty = \rho_{v,\infty} + \rho_{a,\infty} = 0.0120 + 1.0564 = 1.0684 \text{ kg/m}^3$$

El área de la superficie superior del baño de agua es $A_s = (3.5 \text{ m})(1 \text{ m}) = 3.5 \text{ m}^2$ y su perímetro es $p = 2(3.5 + 1) = 9$ m. Por lo tanto, la longitud característica es

$$L_c = \frac{A_s}{p} = \frac{3.5 \text{ m}^2}{9 \text{ m}} = 0.3889 \text{ m}$$

Entonces, si se usan las densidades (en lugar de las temperaturas), ya que la mezcla no es homogénea, el número de Grashof es

$$\text{Gr} = \frac{g(\rho_\infty - \rho_S)L_c^3}{\rho \nu^2}$$

$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(1.0684 - 0.9421 \text{ kg/m}^3)(0.3889 \text{ m})^3}{[(0.9421 + 1.0684)/2 \text{ kg/m}^3](1.849 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}$$

$$= 2.121 \times 10^8$$

Al reconocer que éste es un problema de convección natural con superficie horizontal caliente viendo hacia arriba, se determina que el número de Nusselt y el coeficiente de transferencia de calor por convección son

$$\text{Nu} = 0.15(\text{Gr Pr})^{1/3} = 0.15(2.121 \times 10^8 \times 0.7262)^{1/3} = 80.41$$

$$h_{\text{conv}} = \frac{\text{Nu}k}{L_c} = \frac{(80.41)(0.02644 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})}{0.3889 \text{ m}} = 5.47 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$$

Entonces, la razón de la transferencia de calor por convección natural queda como

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_s (T_s - T_\infty)$$

$$= (5.47 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C})(3.5 \text{ m}^2)(50 - 25){}^\circ\text{C} = \mathbf{479 \text{ W}}$$

Nótese que la magnitud de la transferencia de calor por convección natural es comparable a la de la radiación, como era de esperarse.

c) Al utilizar la analogía entre la convección de calor y la de masa, se determina el coeficiente de transferencia de masa de la misma manera, reemplazando Pr por Sc. Si se toma como base la ecuación 14-15, se determina que la difusividad de la masa del vapor de agua en el aire a la temperatura promedio de 310.5 K es

$$D_{AB} = D_{\text{H}_2\text{O–aire}} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{310.5^{2.072}}{0.908}$$

$$= 3.00 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

El número de Schmidt es

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{1.849 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}{3.00 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 0.616$$

Se determina que el número de Sherwood y el coeficiente de transferencia de masa son

$$\text{Sh} = 0.15(\text{Gr Sc})^{1/3} = 0.15(2.121 \times 10^8 \times 0.616)^{1/3} = 76.1$$

$$h_{\text{masa}} = \frac{\text{Sh}D_{AB}}{L_c} = \frac{(76.1)(3.00 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})}{0.3889\ \text{m}} = 0.00587\ \text{m/s}$$

Entonces la razón de la transferencia de masa y la razón de transferencia de calor por evaporación quedan como

$$\begin{aligned}\dot{m}_v &= h_{\text{masa}} A_s(\rho_{v,s} - \rho_{v,\infty}) \\ &= (0.00587\ \text{m/s})(3.5\ \text{m}^2)(0.0829 - 0.0120)\text{kg/m}^3 \\ &= 0.00146\ \text{kg/s} = 5.24\ \text{kg/h}\end{aligned}$$

$$\dot{Q}_{\text{evap}} = \dot{m}_v h_{fg} = (0.00146\ \text{kg/s})(2\,383\ \text{kJ/kg}) = 3.479\ \text{kW} = \mathbf{3\,479\ W}$$

lo cual es más de siete veces la razón de transferencia de calor por convección natural.

Por último, si se observa que la dirección de la transferencia de calor siempre es de la alta temperatura hacia la baja, todas las formas de transferencia de calor antes determinadas se llevan a efecto en la misma dirección y la razón total de pérdida de calor del agua hacia el aire y superficies circundantes es

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{rad}} + \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{evap}} = 663 + 479 + 3\,479 = 4\,621\ \text{W}$$

Discusión Nótese que si el baño de agua se calienta eléctricamente, se necesitará un calentador de resistencia de 4.6 kW de potencia sólo para compensar las pérdidas de calor desde la superficie superior. El tamaño total del calentador tendrá que ser mayor para tomar en cuenta las pérdidas de calor desde las superficies laterales y del fondo del baño así como el calor absorbido por las latas de pintura en aerosol conforme se calientan hasta 50°C. Asimismo, nótese que necesita suministrarse agua al baño a razón de 5.24 kg/h para compensar las pérdidas de ella por evaporación. Asimismo, en realidad, la temperatura de la superficie será posiblemente un poco más baja que la temperatura promedio de agua, y de este modo las razones de transferencia de calor serán un poco más bajas que aquellas que se estimaron aquí.

RESUMEN

La *transferencia de masa* es el movimiento de una especie química desde una región de concentración alta hacia otra de concentración más baja, en relación con las otras especies químicas presentes en el medio. La transferencia de masa y la de calor son análogas entre sí y pueden encontrarse varios paralelismos entre ellas. Las fuerzas impulsoras son la *diferencia de temperatura*, en la transferencia de calor, y la *diferencia de concentración*, en la de masa. La ley de Fick de la difusión de masa tiene la misma forma que la de Fourier de la conducción del calor. La generación de especies en un medio debido a *reacciones homogéneas* es análoga a la generación de calor. Asimismo, la convección de masa debida al movimiento de la masa de fluido es análoga a la convección de calor. La temperatura superficial constante corresponde a la concentración constante en la superficie, y una pared adiabática corresponde a una pared impermeable. Sin embargo, la concentración no suele ser una función continua en una interfase entre fases.

La concentración de una especie A puede expresarse en términos de la densidad ρ_A o de la concentración molar C_A. También puede expresarse en forma adimensional, en términos de *fracción de masa* o *molar*, como

Fracción de masa de la especie A: $w_A = \dfrac{m_A}{m} = \dfrac{m_A/V}{m/V} = \dfrac{\rho_A}{\rho}$

Fracción molar de la especie A: $y_A = \dfrac{N_A}{N} = \dfrac{N_A/V}{N/V} = \dfrac{C_A}{C}$

En el caso de una mezcla de gases ideales, la presión molar de un gas es igual a su fracción de presión. La *ley de Fick* para la difusión de una especie A en una mezcla binaria estacionaria de las especies A y B, en una dirección especificada x, se expresa como

Base másica:
$$\begin{aligned} j_{\text{dif},A} &= \frac{\dot{m}_{\text{dif},A}}{A} = -\rho D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} \\ &= -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx}\end{aligned}$$

Base molar:
$$\begin{aligned} \bar{j}_{\text{dif},A} &= \frac{\dot{N}_{\text{dif},A}}{A} = -CD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} \\ &= -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx}\end{aligned}$$

donde D_{AB} es el *coeficiente de difusión* (o *difusividad de masa*) de la especie en la mezcla, $j_{\text{dif}, A}$ es el *flujo de masa* por difusión de la especie A y $\bar{j}_{\text{dif}, A}$ es el *flujo molar*.

Las fracciones molares de una especie i en las fases gaseosa y líquida, en la interfase de una mezcla diluida, son proporcionales entre sí y se expresan por la *ley de Henry* como

$$y_{i,\ \text{lado del líquido}} = \frac{P_{i,\ \text{lado del gas}}}{H}$$

donde H es la *constante de Henry*. Cuando la mezcla no está diluida, una relación aproximada para las fracciones molares de una especie en los lados del gas y del líquido de la interfase se expresa de manera aproximada por la *ley de Raoult* como

$$P_{i,\ \text{lado del gas}} = y_{i,\ \text{lado del gas}} P = y_{i,\ \text{lado del líquido}} P_{i,\ \text{sat}}(T)$$

donde $P_{i,\ \text{sat}}(T)$ es la presión de saturación de la especie i a la temperatura de la interfase y P es la *presión total* en el lado de la fase gaseosa.

La concentración de la especie gaseosa i en el sólido, en la interfase, $C_{i,\ \text{lado del sólido}}$, es proporcional a la *presión parcial* de la especie i del gas, $P_{i,\ \text{lado del gas}}$, en el lado del gas en esa interfase y se expresa como

$$C_{i,\ \text{lado del sólido}} = \mathcal{S} \times P_{i,\ \text{lado del gas}}$$

donde $\mathcal{S}$ es la *solubilidad*. El producto de la *solubilidad* de un gas y el *coeficiente de difusión* del mismo en un sólido se conoce como la *permeabilidad* $\mathcal{P}$, la cual es una medida de la capacidad del gas para penetrar en un sólido.

En ausencia de cualesquiera reacciones químicas, la razón de transferencia de masa, $\dot{m}_{\text{dif}, A}$, a través de una pared plana de área A y espesor L, así como de capa cilíndrica o esférica de radios interior y exterior r_1 y r_2, en condiciones estacionarias unidimensionales se expresa como

$$\dot{m}_{\text{dif}, A, \text{pared}} = \rho D_{AB} A \frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{L} = D_{AB} A \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L}$$

$$\dot{m}_{\text{dif}, A, \text{cil}} = 2\pi L \rho D_{AB} \frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi L D_{AB} \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$\dot{m}_{\text{dif}, A, \text{esf}} = 4\pi r_1 r_2 \rho D_{AB} \frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{r_2 - r_1}$$

$$= 4\pi r_1 r_2 D_{AB} \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{r_2 - r_1}$$

El gasto de un gas a través de una pared plana sólida, en condiciones unidimensionales estacionarias, también puede expresarse en términos de las presiones parciales del gas adyacente en los dos lados del sólido como

$$\dot{N}_{\text{dif}, A, \text{pared}} = D_{AB} \mathcal{S}_{AB} A \frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L}$$

$$= \mathcal{P}_{AB} A \frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L}$$

donde $P_{A,1}$ y $P_{A,2}$ son las presiones parciales del gas A en los dos lados de la pared.

Durante la transferencia de masa en un *medio en movimiento*, las especies químicas se transportan tanto por difusión molecular como por el movimiento de la masa del fluido, y las velocidades de las especies se expresan como

$$V_A = V + V_{\text{dif}, A} \qquad V_B = V + V_{\text{dif}, B}$$

donde V es la *velocidad promedio en masa* del flujo. Ésta es la velocidad que se mediría por medio de un sensor de velocidad y se expresa como

$$V = w_A V_A + w_B V_B$$

El caso especial $V = 0$ corresponde a un *medio en reposo*. Si se usa la ley de Fick de la difusión, los flujos totales de masa, $j = \dot{m}/A$, en un medio en movimiento se expresan como

$$j_A = \rho_A V + \rho_A V_{\text{dif}, A} = w_A(j_A + j_B) - \rho D_{AB} \frac{dw_A}{dx}$$

$$j_B = \rho_B V + \rho_B V_{\text{dif}, B} = w_B(j_A + j_B) - \rho D_{BA} \frac{dw_B}{dx}$$

La *razón de convección de masa* de la especie A en una mezcla binaria se expresa de manera análoga a la ley de Newton del enfriamiento como

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) = h_{\text{masa}} \rho A_s(w_{A,s} - w_{A,\infty})$$

donde h_{masa} es el *coeficiente* promedio *de transferencia de masa*, en m/s.

Las contrapartes de los números de Prandtl y de Nusselt en la convección de masa son el *número de Schmidt* Sc y el *número de Sherwood* Sh, definidos como

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad de la masa}}$$

$$\text{y} \qquad \text{Sh} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}}$$

Las magnitudes relativas de la difusión de masa y del calor en las capas límite térmica y de concentración se representan por el *número de Lewis*, definido como

$$\text{Le} = \frac{\text{Sc}}{\text{Pr}} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad térmica}}{\text{Difusividad de masa}}$$

Los coeficientes de transferencia de calor y de masa a veces se expresan en términos del *número* adimensional *de Stanton*, definido como

$$\text{St} = \frac{h_{\text{conv}}}{\rho V c_p} = \text{Nu} \frac{1}{\text{Re Pr}} \quad \text{y} \quad \text{St}_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{masa}}}{V} = \text{Sh} \frac{1}{\text{Re Sc}}$$

donde V es la velocidad del flujo libre, en el flujo externo, y la velocidad de fluido promediada entre la entrada y la salida en el flujo interno. Para una configuración geométrica y condiciones de frontera dadas, puede determinarse el número de Sherwood, en la convección natural o en la forzada, con base en la expresión correspondiente del número de Nusselt, simplemente al reemplazar el número de Prandtl por el de Schmidt. Pero en la convección natural, el número de Grashof debe expresarse en términos de la diferencia de densidad, en lugar de la diferencia de temperatura.

Cuando las difusividades moleculares de la cantidad de movimiento, del calor y de la masa son idénticas, se tiene $\nu = \alpha$

$= D_{AB}$ y, por ende, Pr = Sc = Le = 1. En este caso, la semejanza entre la transferencia de la cantidad de movimiento, la del calor y la de masa queda dada por la *analogía de Reynolds*, expresada como

$$\frac{f}{2}\text{Re} = \text{Nu} = \text{Sh} \qquad \text{o}$$

$$\frac{f}{2}\frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{h_{\text{calor}} L}{k} = \frac{h_{\text{masa}} L}{D_{AB}} \qquad \text{o} \qquad \frac{f}{2} = \text{St} = \text{St}_{\text{masa}}$$

Para el caso general de Pr ≠ Sc ≠ 1, se modifica como

$$\frac{f}{2} = \text{St Pr}^{2/3} = \text{St}_{\text{masa}}\text{Sc}^{2/3}$$

la cual se conoce como *analogía de Chilton-Colburn*. La analogía entre la transferencia de calor y la de masa se expresa de manera más conveniente como

$$h_{\text{calor}} = \rho c_p \text{Le}^{2/3}\, h_{\text{masa}} = \rho c_p (\alpha/D_{AB})^{2/3} h_{\text{masa}}$$

Para las mezclas aire-vapor de agua, Le ≡ 1, por lo que esta relación se simplifica todavía más. La analogía de la convección calor-masa se limita a los casos de *flujo bajo de masa*, en los cuales el gasto de la especie que pasa por el flujo de masa es bajo en relación con el gasto total de la mezcla líquida o gaseosa. En los problemas de transferencia de masa en los que se presenta cambio de fase (evaporación, sublimación, condensación, fusión, etc.), también interviene la transferencia de calor y esos problemas se analizan al considerar la transferencia de calor y la de masa en forma simultánea.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS SUGERIDAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals*, Atlanta: ASHRAE, 1993.
2. R. M. Barrer. *Diffusion in and through Solids*, Nueva York: Macmillan, 1941.
3. R. B. Bird. "Theory of Diffusion", *Advances in Chemical Engineering* 1 (1956), p. 170.
4. ————, W. E. Stewart y E. N. Lightfoot. *Transport Phenomena*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1960.
5. C. J. Geankoplis. *Mass Transport Phenomena*, Nueva York: Holt, Rinehart, y Winston, 1972.
6. *Handbook of Chemistry and Physics*, 56a. ed., Cleveland, OH: Chemical Rubber Publishing Co., 1976.
7. J. O. Hirshfelder, F. Curtis y R. B. Bird. *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1954.
8. *International Critical Tables*, vol. 3, Nueva York: McGraw-Hill, 1928.
9. W. M. Kays, M. E. Crawford y B. Weignad. *Convective Heat and Mass Transfer*, 4a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 2005.
10. T. R. Marrero y E. A. Mason. "Gaseous Diffusion Coefficients", *Journal of Phys. Chem. Ref. Data* 1 (1972), pp. 3-118.
11. A. F. Mills. *Basic Heat and Mass Transfer*, Burr Ridge, IL: Richard D. Irwin, 1995.
12. J. H. Perry (ed.), *Chemical Engineer's Handbook*, 4a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1963.
13. R. D. Reid, J. M. Prausnitz y T. K. Sherwood. *The Properties of Gases and Liquids*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, 1977.
14. A. H. P. Skelland. *Diffusional Mass Transfer*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
15. D. B. Spalding. *Convective Mass Transfer*, Nueva York: McGraw-Hill, 1963.
16. W. F. Stoecker y J. W. Jones. *Refrigeration and Air Conditioning*, Nueva York: McGraw-Hill, 1982.
17. L. C. Thomas. *Mass Transfer Supplement—Heat Transfer*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
18. L. Van Black. *Elements of Material Science and Engineering*, Reading, MA: Addison-Wesley, 1980.

PROBLEMAS*

Analogía entre la transferencia de calor y la de masa

14-1C ¿Cuál es la fuerza impulsora para *a*) la transferencia de calor, *b*) el flujo de corriente eléctrica, *c*) el flujo de fluidos y *d*) la transferencia de masa?

*Los problemas designados por una "C" son preguntas de concepto y se alienta a los estudiantes a que den respuesta a todos ellos. Los problemas designados por una "I" están en unidades inglesas y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el ícono ⊛ se resuelven usando el EES, y en el CD que acompaña este texto se incluyen las soluciones completas junto con estudios paramétricos. Los problemas con el ícono ■ son de naturaleza amplia y se pretende que se resuelvan con una computadora, de preferencia usando el software EES que acompaña a este texto.

14-2C ¿Cómo se define la concentración de una sustancia? ¿Cómo se define el gradiente de concentración? ¿De qué manera está relacionada la razón de difusión de una sustancia con el gradiente de concentración?

14-3C Dé ejemplos de transferencia de masa *a*) líquido a gas, *b*) sólido a líquido, *c*) sólido a gas y *d*) gas a líquido.

14-4C ¿En qué difieren la transferencia de masa y el flujo de la masa de fluido? ¿Puede presentarse transferencia de masa en un fluido homogéneo?

14-5C ¿Qué representan *a*) las reacciones homogéneas y *b*) las reacciones heterogéneas en la transferencia de masa? ¿A qué corresponden en la transferencia de calor?

Difusión de masa

14-6C Tanto la ley de Fourier de la conducción del calor como la de Fick de la difusión de masa pueden expresarse como $\dot{Q} = -kA(dT/dx)$. ¿Qué representan las cantidades $\dot{Q}$, k, A y T en *a*) la conducción del calor y *b*) la difusión de masa?

14-7C Marque cada una de estas afirmaciones como Verdadera o Falsa para una mezcla binaria de sustancias A y B.

_____*a*) La densidad de una mezcla siempre es igual a la suma de las densidades de sus constituyentes.

_____*b*) La razón de la densidad del componente A a la densidad del componente B es igual a la fracción de masa del componente A.

_____*c*) Si la fracción de masa del componente A es mayor que 0.5, entonces por lo menos la mitad de los moles de la mezcla son de ese componente.

_____*d*) Si las masas molares de A y B son iguales entre sí, entonces la fracción de masa de A será igual a la fracción molar de A.

_____*e*) Si tanto la fracción de masa de A como la de B son 0.5, entonces la masa molar de la mezcla es sencillamente el promedio aritmético de las masas molares de A y B.

14-8C La ley de Fick de la difusión se expresa en los términos de masa y en los términos de moles como $\dot{m}_{\text{dif},A} = -\rho A D_{AB}(dw_A/dx)$ y $\dot{N}_{\text{dif},A} = -CAD_{AB}(dy_A/dx)$, respectivamente. ¿Los coeficientes de difusión D_{AB} de las dos relaciones son los mismos o diferentes?

14-9C ¿Cómo cambia la difusividad de masa de una mezcla gaseosa con *a*) la temperatura y *b*) la presión?

14-10C A una temperatura y presión dadas, ¿piensa usted que la difusividad de masa del aire en el vapor de agua será igual a la difusividad de masa del vapor de agua en el aire? Explique.

14-11C A una temperatura y presión dadas, ¿piensa usted que la difusividad de masa del cobre en el aluminio será igual a la difusividad de masa del aluminio en el cobre? Explique.

14-12C En una instalación de producción, tienen que endurecerse componentes de acero por difusión de carbono. ¿Llevaría usted a cabo el proceso de endurecimiento a la temperatura ambiente o en un horno a una temperatura elevada, digamos 900°C? ¿Por qué?

14-13C Alguien afirma que las fracciones de masa y molares para una mezcla gaseosa de CO_2 y N_2O son idénticas. ¿Está usted de acuerdo con ello? Explique.

14-14 Determine la fracción máxima de masa de bicarbonato de calcio [$Ca(HCO_3)_2$] en agua a 300 K.

Respuesta: 0.143

14-15 Con base en análisis molar, la composición de aire húmedo se da como 78% N_2, 20% O_2 y 2% vapor de agua. Determine las fracciones de masa de los constituyentes del aire.

Respuestas: 76.4% N_2, 22.4% O_2, 1.2% H_2O

14-16I La humedad relativa de aire a 80°F y 14.7 psia se aumenta de 45% hasta 90% en el transcurso de un proceso de humidificación a temperatura y presión constantes. Determine el porcentaje de error que se comete al suponer que la densidad del aire ha permanecido constante. *Respuesta:* 1.6%

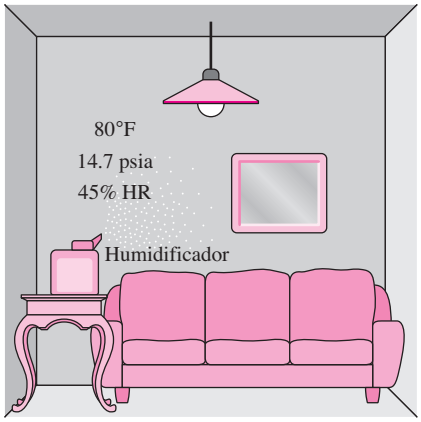


FIGURA P14-16I

14-17 Una mezcla gaseosa consta de 10 kmol de H_2 y 2 kmol de N_2. Determine la masa de cada gas y la constante aparente de los gases de la mezcla.

14-18 El análisis molar de una mezcla gaseosa a 290 K y 250 kPa es 65% N_2, 20% O_2 y 15% CO_2. Determine la fracción de masa y la presión parcial de cada gas.

14-19 Determine el coeficiente de difusión binaria del CO_2 en aire a *a*) 200 K y 1 atm, *b*) 400 K y 0.5 atm y *c*) 600 K y 5 atm.

14-20 Repita el problema 14-19 para el O_2 en N_2.

14-21I Una mezcla gaseosa consta de 7 lbm de O_2, 8 lbm de N_2 y 10 lbm de CO_2. Determine *a*) la fracción de masa de cada uno de los componentes, *b*) la fracción molar de cada uno de los componentes y *c*) la masa molar promedio de la mezcla.

14-22 El coeficiente de difusión del hidrógeno en el acero se expresa como función de la temperatura como

$$D_{AB} = 1.65 \times 10^{-6} \exp(-4\,630/T) \qquad (\text{m}^2/\text{s})$$

donde T está en K. Determine el coeficiente de difusión a 300 K, 500 K, 1 000 K y 1 500 K.

14-23 Vuelva a considerar el problema 14-22. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica del coeficiente de difusión como función de la temperatura en el rango de 200 K a 1 200 K.

14-24 Determine el coeficiente de difusión binaria para *a*) el dióxido de carbono en nitrógeno, *b*) el dióxido de carbono en oxígeno y *c*) el dióxido de carbono en hidrógeno a 320 K y 2 atm.

Respuestas: a) 0.913×10^{-5} m²/s, *b*) 0.888×10^{-5} m²/s, *c*) 3.49×10^{-5} m²/s

Condiciones de la frontera

14-25C Escriba tres condiciones de frontera para la transferencia de masa (con base en análisis de masa) para la especie A, en $x = 0$, que correspondan en la transferencia de calor a temperatura especificada, flujo especificado de calor y condición de convección en la frontera.

14-26C En la transferencia de masa, ¿qué es una superficie impermeable? ¿Cómo se expresa matemáticamente (con base en análisis de masa)? ¿A qué corresponde en la transferencia de calor?

14-27C Considere la superficie libre de un lago expuesta a la atmósfera. Si el aire en la superficie del lago está saturado, ¿la fracción molar del vapor de agua en el aire, en la superficie del lago, será la misma que la fracción molar del agua en el propio lago?, ¿cuál está cercana a 1?

14-28C Al prescribir una condición de frontera para la transferencia de masa en una interfase sólido-gas, ¿por qué necesitamos especificar el lado de la superficie (sea el lado del sólido o el del gas)? ¿Por qué no lo hacemos en la transferencia de calor?

14-29C Utilizando las propiedades del agua saturada, explique cómo determinaría la fracción molar del agua en la superficie de un lago cuando se especifican la temperatura de la superficie de éste y la presión atmosférica.

14-30C Usando los datos de solubilidad de un sólido en un líquido especificado, explique cómo determinaría la fracción de masa del sólido en el líquido en la interfase, a una temperatura especificada.

14-31C Usando los datos de la constante de Henry para un gas disuelto en un líquido, explique cómo determinaría la concentración molar del gas disuelto en el líquido en la interfase, a una temperatura especificada.

14-32C ¿Qué es permeabilidad? ¿Cómo está relacionada la permeabilidad de un gas en un sólido con la solubilidad del mismo gas en ese sólido?

14-33 Considere un vaso de agua en un cuarto a 15°C y 97 kPa. Si la humedad relativa en el cuarto es de 100% y el agua en el aire se encuentra en equilibrio térmico y de fases, determine *a*) la fracción molar del vapor de agua en el aire y *b*) la fracción molar del aire en el agua.

14-34I Determine la fracción molar del vapor de agua en la superficie de un lago cuya temperatura en la superficie es de 70°F y compárela con la fracción molar del agua en el propio lago. Tome la presión atmosférica al nivel del lago como 13.8 psia.

14-35 Determine la fracción molar de aire seco en la superficie de un lago cuya temperatura es de 18°C. Tome la presión atmosférica al nivel del lago como 100 kPa. *Respuesta:* 97.9%

14-36 Vuelva a considerar el problema 14-35. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica de la fracción molar de aire seco en la superficie del lago como función de la temperatura de éste, conforme la temperatura varía de 5°C a 30°C, y comente los resultados.

14-37 Considere una placa de caucho que está en contacto con gas nitrógeno a 298 K y 250 kPa. Determine las densidades molar y de masa del nitrógeno en el caucho, en la interfase.
Respuestas: 0.0039 kmol/m^3, 0.1092 kg/m^3

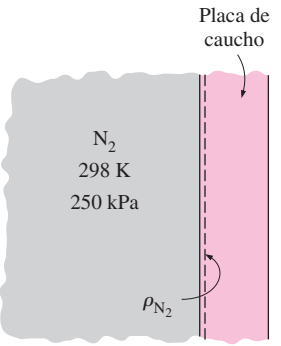


FIGURA P14-37

14-38 Una pared hecha de caucho natural separa gases O_2 y N_2 a 25°C y 750 kPa. Determine la concentración molar de O_2 y N_2 en la pared.

14-39 Un recipiente de 2 mm de espesor y 5 de longitud hecho de níquel se utiliza para almacenar el gas de hidrógeno a 358 K y 300 kPa. Si el área superficial total del recipiente es 1 600 cm^2, determine la razón de pérdida de gas del recipiente de níquel por medio de la difusión de masa. También, determine la fracción de la pérdida de hidrógeno por difusión de masa después de un año de almacenamiento.

14-40 El gas de hidrógeno a 85°C se mantiene a presiones constantes de 5 atm y 3 atm en los lados opuestos de una pared de níquel de 0.1 mm de espesor. Determine la razón de difusión molar por unidad de área a través de la pared de níquel.

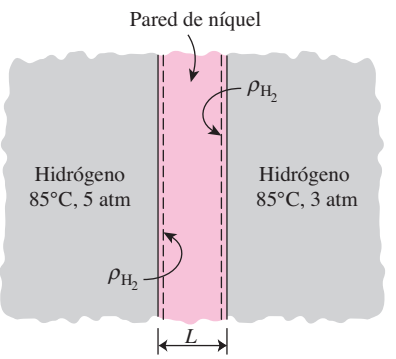


FIGURA P14-40

14-41 Durante los periodos de clima frío, el vapor en una habitación se difunde a través de la pared seca y se condensa en el aislamiento contiguo. Este proceso disminuye la resistencia térmica y degrada el aislamiento. Considere una condición en la que la presión de vapor en el aire a 25°C dentro de la habitación es 3 kPa, y la presión del vapor en el aislamiento es despreciable. La pared seca de 10 m de ancho y 3 m de alto tiene 12 mm de espesor y una solubilidad del vapor de agua en el material de

la pared de alrededor de 0.007 kmol/m^3 · bar y el coeficiente de difusión del vapor de agua en la pared es 0.2×10^{-9} m^2/s. Determine la razón de difusión de masa de vapor de agua a través de la pared.

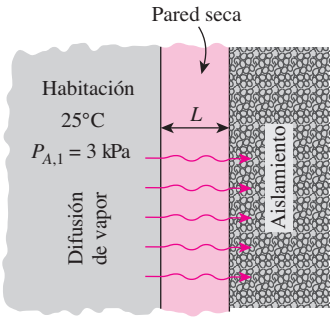


FIGURA P14-41

14-42 Determine la fracción molar del bióxido de carbono (CO_2) disuelto en el agua, en la superficie de agua a 300 K. La fracción molar del CO_2 en el aire es 0.006 y la presión atmosférica local es de 100 kPa.

14-43I Se rocía agua hacia aire a 80°F y 14.3 psia y las gotitas de agua que caen se recogen en un recipiente en el piso. Determine las fracciones de masa y molar del aire disuelto en el agua.

14-44 Considere una membrana de hule que separa dióxido de carbono que se mantiene de un lado a 2 atm y del otro a 1 atm. Si la temperatura es constante a 25°C, determine *a*) las densidades molares del dióxido de carbono en la membrana de hule en ambos lados y *b*) las densidades molares del dióxido de carbono fuera de la membrana de hule en ambos lados.

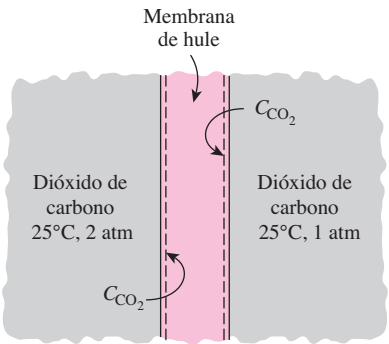


FIGURA P14-44

14-45 Considere una pared de níquel que separa el gas de hidrógeno mantenido de un lado a 5 atm y del otro lado a 3 atm. Si la temperatura es constante a 85°C, determine *a*) las densidades másicas del gas hidrógeno en la pared de níquel en sus dos lados y *b*) las densidades de masa del hidrógeno fuera de la pared de níquel en ambos lados.

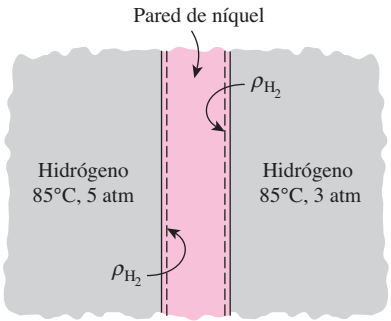


FIGURA P14-45

14-46 Considere una bebida carbonatada en una botella a 37°C y 130 kPa. Si se supone que el espacio de gas arriba del líquido consta de una mezcla saturada de CO_2 y vapor de agua, y se considera la bebida como agua, determine *a*) la fracción molar del vapor de agua en el gas CO_2 y *b*) la masa de CO_2 disuelto en una bebida de 200 mL.

Respuestas: a) 4.9%, *b*) 0.28 g

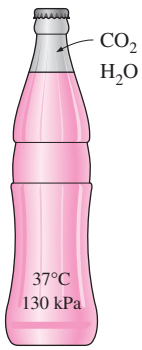


FIGURA P14-46

Difusión estacionaria de masa a través de una pared

14-47C Escriba las relaciones para la conducción de calor y de difusión de masa unidimensionales estacionarias a través de una pared plana e identifique las cantidades en las dos ecuaciones que se correspondan entre sí.

14-48C Considere la difusión unidimensional estacionaria de masa. Marque cada una de estas afirmaciones como Verdadera o Falsa.

_____*a*) Si se mantiene todo lo demás igual, entre más alta sea la densidad de la pared, más alta es la razón de la transferencia de masa.

_____*b*) Si se mantiene todo lo demás igual y se duplica el espesor de la pared, se duplicará la razón de la transferencia de masa.

_____*c*) Si se mantiene todo lo demás igual, entre más alta sea la temperatura, más alta es la razón de la transferencia de masa.

_____*d*) Si se mantiene todo lo demás igual y se duplica la fracción de masa de la especie en difusión a la concentración más alta, se duplicará la razón de la transferencia de masa.

14-49C Considere la difusión unidimensional de masa de la especie *A* a través de una pared plana. ¿Cambia el contenido de la especie *A* de la pared en el curso de la difusión estacionaria de masa? ¿Qué puede decirse en caso de la difusión transitoria de masa?

14-50 Se almacena gas helio a 293 K en un recipiente esférico de 3 m de radio exterior hecho de Pyrex de 3 cm de espesor. La concentración molar del helio en el Pyrex es de 0.00069 kmol/m^3, en la superficie interior, y despreciable, en la exterior. Determine el gasto de masa del helio por difusión a través del recipiente de Pyrex.

Respuesta: 1.15×10^{-14} kg/s

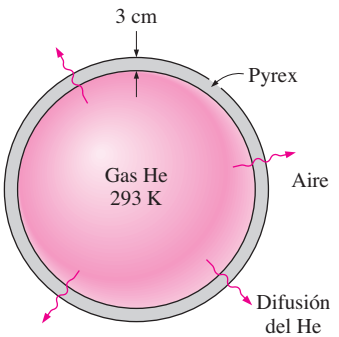


FIGURA P14-50

14-51 Se almacena gas helio a 293 K y 500 kPa en un tanque esférico de 2 cm de espesor y 3 m de radio interior hecho de sílice (SO_2) fundida. La zona en donde está ubicado el recipiente está bien ventilada. Determine *a*) el gasto de helio por difusión a través del tanque, y *b*) la caída de presión en el tanque en una semana, como resultado de la pérdida de gas helio.

14-52 La solubilidad del gas hidrógeno en acero, en términos de su fracción de masa, se expresa como $w_{H_2} = 2.09 \times 10^{-4} \exp(-3\,950/T)P_{H_2}^{0,5}$ donde P_{H_2} es la presión parcial del hidrógeno, en bars, y T es la temperatura en K. Si se transporta gas natural en un tubo de acero de 1 cm de espesor y 3 m de diámetro interno, a una presión de 500 kPa, y la presión parcial del hidrógeno en el gas natural es de 8%, determine la razón más alta de la pérdida de hidrógeno a través de una sección de 100 m de largo del tubo, en condiciones estacionarias, a una temperatura de 293 K, si el tubo está expuesto al aire. Tome la difusividad del hidrógeno en el acero como 2.9×10^{-13} m^2/s.

Respuesta: 3.98×10^{-14} kg/s

14-53 Vuelva a considerar el problema 14-52. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica de la razón más alta de la pérdida de hidrógeno como función de la fracción molar del mismo en el gas natural, conforme esa fracción varía de 5 a 20%, y comente los resultados.

14-54 Una delgada membrana plástica separa el hidrógeno del aire. Las concentraciones molares de hidrógeno en la membrana de las superficies interna y externas están determinadas como de 0.045 y 0.002 kmol/m^3, respectivamente. El coeficiente de difusión binaria de hidrógeno en el plástico a la temperatura de operación es de 5.3×10^{-10}m^2/s. Determine la tasa de flujo de masa del hidrógeno por difusión a través de la membrana en condiciones estables si el espesor de la membrana es *a*) 2 mm y *b*) 0.5 mm.

14-55 Es probable que el lector haya advertido que los globos se inflan con gas helio para que se eleven en el aire durante el primer día en una fiesta, pero al día siguiente caen y actúan como globos comunes llenos con aire. Esto se debe a que el helio que se encuentra dentro del globo se fuga con lentitud a través de la pared y el aire se filtra hacia adentro por difusión.

Considere un globo que está hecho de caucho suave de 0.2 mm de espesor y que tiene un diámetro de 15 cm cuando está inflado. En un principio, la presión y la temperatura en el interior del globo son 120 kPa y 25°C. La permeabilidad del caucho al helio, al oxígeno y al nitrógeno, a 25°C, son 9.4×10^{-13}, 7.05×10^{-13} y 2.6×10^{-13} kmol/m · s · bar, respectivamente. Determine la razón inicial de difusión del helio, el oxígeno y el nitrógeno a través de la pared del globo y la fricción de masa de helio que escapa del globo en el transcurso de las primeras 5 h, suponiendo que la presión del helio en el interior del globo permanece aproximadamente constante. Suponga que el aire está constituido por 21% de oxígeno y 79% de nitrógeno por números de moles y tome las condiciones ambiente como 100 kPa y 25°C.

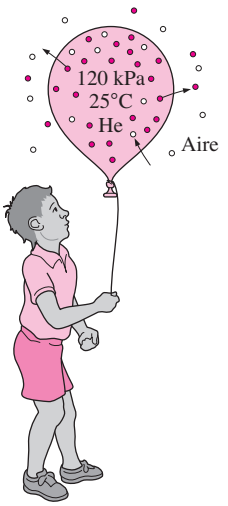


FIGURA P14-55

14-56 Vuelva a considerar el globo del problema 14-55. Si se supone que el volumen permanece constante y se descarta la difusión del aire hacia el interior del globo, obtenga una relación para la variación con el tiempo de la presión en este último. Use los resultados obtenidos y los valores numéricos dados en el problema y determine cuánto tiempo tardará la presión dentro del globo en caer hasta 100 kPa.

14-57 Gas N_2 puro a 1 atm y 25°C está fluyendo por un tubo de 10 m de largo y 3 cm de diámetro interior hecho de caucho con un espesor de 2 mm. Determine la razón a la cual el N_2 se fuga del tubo si el medio que circunda a éste es *a*) un vacío y *b*) aire atmosférico a 1 atm y 25°C con 21% de O_2 y 79% de N_2.

Respuestas: a) 2.28×10^{-10} kmol/s, *b)* 4.78×10^{-11} kmol/s

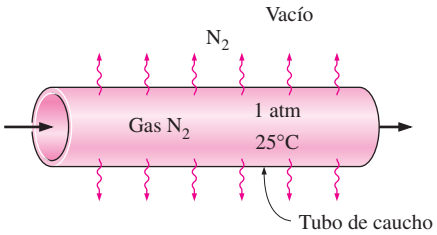


FIGURA P14-57

Migración del vapor de agua en los edificios

14-58C Considere un tanque que contiene aire húmedo a 3 atm y cuyas paredes son permeables al vapor de agua. El aire circundante, a una presión de 1 atm, también contiene algo de humedad. ¿Es posible que el vapor de agua fluya hacia el interior del tanque desde los alrededores? Explique.

14-59C Exprese el gasto de masa del vapor de agua a través de una pared de espesor L, en términos de la presión parcial de ese vapor en ambos lados de la pared y la permeabilidad de ésta al vapor.

14-60C ¿Cómo afecta la condensación o la congelación del vapor de agua en la pared a la efectividad del aislamiento en ésta? ¿Cómo afecta el contenido de humedad a la conductividad térmica efectiva del suelo?

14-61C La migración de humedad en las paredes, pisos y techos de los edificios se controla por barreras de vapor o retardadores de vapor. Explique la diferencia entre los dos y comente cuál es el más adecuado para usarse en las paredes de los edificios residenciales.

14-62C ¿Cuáles son los efectos adversos de la humedad en exceso sobre los componentes de madera y metálicos de una casa así como sobre la pintura de las paredes?

14-63C ¿Por qué los aislantes que están sobre las líneas de agua fría siempre se envuelven con camisas de barreras contra el vapor?

14-64C Explique cómo se determina la presión de vapor del aire del ambiente cuando se dan la temperatura, la presión total y la humedad relativa del aire.

14-65 Considere una pared de ladrillos de 20 cm de espesor en una casa. Las condiciones en el interior son de 25°C y 40% de humedad relativa, mientras las condiciones externas son de 40°C y 40% de humedad relativa. Suponga que no hay condensación o congelamiento dentro de la pared, y determine la cantidad de humedad que fluye a través del área unitaria de la superficie de la pared durante un periodo de 24 horas.

14-66 La difusión del vapor de agua a través de los tableros de yeso y su condensación en el aislamiento de las paredes en el tiempo frío constituyen una preocupación, ya que reducen la efectividad del aislamiento. Considere una casa que se mantiene a 20°C y humedad relativa de 60%, en un lugar donde la presión atmosférica es de 97 kPa. El interior de las paredes tiene un acabado de un tablero de yeso de 9.5 mm de espesor. Si se toma la presión de vapor en el lado exterior del tablero como cero, determine la cantidad máxima de vapor de agua que se difundirá a través de una sección de 3 m × 8 m de pared en el transcurso de un periodo de 24 h. La permeancia del tablero de yeso de 9.5 mm de espesor al vapor de agua es de 2.86×10^{-9} kg/s · m² · Pa.

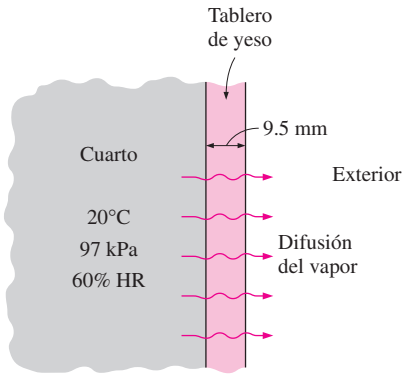


FIGURA P14-66

14-67 Vuelva a considerar el problema 14-66. Con el fin de reducir la migración de vapor de agua a través de la pared, se propone usar una película de polietileno de 0.051 mm de espesor con una permeancia de 9.1×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Determine la cantidad de vapor de agua que se difundirá a través de la pared en este caso, en el transcurso de un periodo de 24 h.
Respuesta: 26.4 g

14-68 El techo de una casa tiene 15 m × 8 m y está hecho de una capa de concreto de 30 cm de espesor. El interior de la casa se mantiene a 25°C y a una humedad relativa de 50%, y la presión atmosférica local es de 100 kPa. Determine la cantidad de vapor de agua que migrará a través del techo en 24 h, si las condiciones promedio en el exterior en el curso de ese periodo son 3°C y humedad relativa de 30%. La permeabilidad del concreto al vapor de agua es 24.7×10^{-12} kg/s · m · Pa.

14-69 Vuelva a considerar el problema 14-68. Usando el software EES (u otro), investigue los efectos de la temperatura y de la humedad relativa del aire en el interior de la casa sobre la cantidad de vapor de agua que migrará a través del techo. Suponga que la temperatura varía de 10°C a 30°C y la humedad relativa, de 30 a 70%. Trace la gráfica de la cantidad de agua que migrará como funciones de la temperatura y de la humedad relativa, y comente los resultados.

14-70 Vuelva a considerar el problema 14-68. Con el fin de reducir la migración de vapor de agua, la superficie interior de la pared se pinta con pintura de látex retardadora del vapor con una permeancia de 26×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Determine la cantidad de vapor de agua que se difundirá a través del techo en este caso, en el transcurso de un periodo de 24 h.

14-71 Un vaso de leche que se deja sobre un mostrador en la cocina, que está a 15°C, 88 kPa y humedad relativa de 50%, está herméticamente sellado por medio de una hoja de aluminio de 0.009 mm de espesor cuya permeancia es de 2.9×10^{-12} kg/s · m² · Pa. El diámetro interior del vaso es de 12 cm. Si se su-

pone que el aire en el vaso está saturado en todo momento, determine cuánto bajará el nivel de la leche en ese vaso en 12 h.

Respuesta: 0.0011 mm

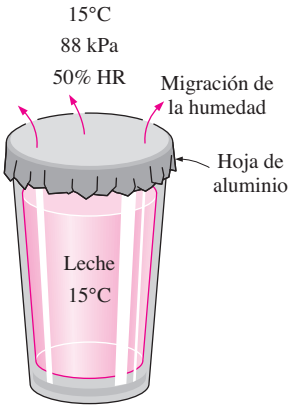


FIGURA P14-71

Difusión transitoria de masa

14-72C En el análisis de la difusión transitoria, ¿puede tratarse la difusión de un sólido hacia otro de espesor finito (digamos, la difusión del carbono hacia una pieza de acero) como un proceso de difusión en un medio semiinfinito? Explique.

14-73C Defina la profundidad de penetración para la transferencia de masa y explique cómo puede determinarse en un momento especificado cuando se conoce el coeficiente de difusión.

14-74C Cuando se conoce la densidad de una especie *A* al principio y en la superficie, explique cómo determinaría la concentración de la especie *A* en un lugar y momento especificados.

14-75 Una pieza de acero caliente, con una concentración uniforme inicial de carbono de 0.20% con base en masa, se expuso a una atmósfera carburizante durante una hora. Durante todo el proceso, la concentración de carbono de la superficie fue de 0.70%. Si la difusividad de masa del carbono en el acero durante este proceso fue uniforme a 1×10^{-11} m²/s, determine el porcentaje de concentración de masa de carbono a 0.2 mm y 0.4 mm por debajo de la superficie después del proceso.

Respuestas: 0.428 por ciento, 0.268 por ciento

14-76 Considere una pieza de acero que experimenta un proceso de decarburación a 925°C. La difusividad de la masa del carbono en el acero a 925°C es 1×10^{-7} cm²/s. Determine la profundidad debajo de la superficie del acero al que la concentración del carbón se redujo a 40% a partir de su valor inicial como resultado del proceso de decarburación al término de *a*) una hora y *b*) diez horas. Asuma que la concentración de carbono en la superficie es cero durante el proceso de decarburación.

14-77 Una pieza de acero cuyo contenido inicial de carbono es de 0.10% en masa va a endurecerse en un horno a 1 150 K, exponiéndola a un gas carburante. El coeficiente de difusión del carbono en el acero depende fuertemente de la temperatura y, a la temperatura del horno, se sabe que es $D_{AB} = 7.2 \times 10^{-12}$ m²/s. Asimismo, la fracción de masa de carbono en la superficie expuesta de la pieza de acero se mantiene a 0.011 por medio del ambiente rico en carbono que hay en el horno. Si el proceso de endurecimiento debe continuar hasta que la fracción de masa de carbono a una profundidad de 0.6 mm se eleve hasta 0.32%, determine cuánto tiempo debe mantenerse la pieza en el horno.

Respuesta: 4.62 h

FIGURA P14-77

14-78 Repita el problema 14-77 para una temperatura del horno de 500 K, a la cual el coeficiente de difusión del carbono en el acero es $D_{AB} = 2.1 \times 10^{-20}$ m²/s.

14-79 Un estanque con un contenido inicial de oxígeno de cero va a oxigenarse formando una tienda sobre la superficie del agua y llenándola con gas oxígeno a 25°C y 110 kPa. Determine la fracción molar de oxígeno a una profundidad de 0.8 cm desde la superficie, después de 24 h.

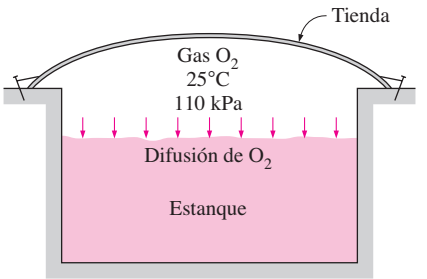


FIGURA P14-79

14-80 Se ha almacenado una barra larga de níquel con un diámetro de 5 cm en un ambiente rico en hidrógeno, a 358 K y 300 kPa, durante un tiempo largo y, como consecuencia, contiene gas hidrógeno en toda su extensión de manera uniforme. Ahora se lleva la barra a una zona bien ventilada, de modo que la concentración de hidrógeno en la superficie exterior permanece cerca de cero en todo momento. Determine cuánto tardará la concentración de hidrógeno en el centro de la barra en disminuir hasta la mitad. El coeficiente de difusión del hidrógeno en la barra de níquel, a la temperatura ambiente de 298 K, puede tomarse como $D_{AB} = 1.2 \times 10^{-12}$ m²/s.

Respuesta: 3.3 años

14-81 Un estanque grande, a temperatura de 25°C, tiene una densidad uniforme de oxígeno de 2 kg/m³. Durante un proceso de aireación, en la superficie del estanque repentinamente se aumenta la densidad de oxígeno a 9 kg/m³. Determine la densidad del oxígeno a 5 cm por debajo de la superficie del estanque después de 100 horas del proceso de aireación.

14-82 Una capa de glucosa se sumerge bajo una capa profunda de agua a 25°C. A medida que la capa de glucosa se disuelve en el agua, su densidad a la interfase glucosa-agua se mantiene constante. Determine el tiempo requerido para que la concentración de glucosa a una distancia de $x = 1$ cm de la interfase glucosa-agua alcance 1% de su concentración en la interfase.

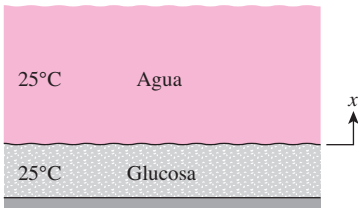


FIGURA P14-82

Difusión en un medio en movimiento

14-83C Defina los términos siguientes: velocidad promedio en masa, velocidad de difusión, medio en reposo y medio en movimiento.

14-84C ¿Qué es velocidad de difusión? ¿De qué manera afecta la velocidad promedio en masa? ¿Puede ser cero la velocidad de una especie en un medio en movimiento en relación con un punto de referencia fijo? Explique.

14-85C ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad promedio en masa y la velocidad promedio molar en el transcurso de la transferencia de masa en un medio en movimiento? Si una de estas velocidades es cero, ¿la otra también será necesariamente cero? ¿En qué condiciones estas dos velocidades serán las mismas para una mezcla binaria?

14-86C Considere la transferencia unidimensional de masa en un medio en movimiento que consta de las especies A y B, con $\rho = \rho_A + \rho_B =$ constante. Marque cada una de estas afirmaciones como Verdadera o Falsa.

_____*a*) La razón de difusión de masa de las especies A y B tienen magnitudes iguales y direcciones opuestas.

_____*b*) $D_{AB} = D_{BA}$.

_____*c*) En el transcurso de la contradifusión molar a través de un tubo, números iguales de moles de A y B se mueven en direcciones opuestas y, de este modo, un instrumento de medición de velocidad colocado en el tubo dará como lectura cero.

_____*d*) Se deja abierta la tapa de un tanque que contiene gas propano (el cual es más pesado que el aire). Si el aire circundante y el propano en el tanque están a las mismas temperatura y presión, nada de propano se escapará del tanque ni nada de aire entrará.

14-87C ¿Qué es flujo de Stefan? Escriba la expresión para la ley de Stefan e indique qué representa cada variable.

14-88 Un investigador está utilizando un tubo Stefan de 5 cm de diámetro para medir la difusividad de la masa del cloroformo en aire a 25°C y 1 atm. En un principio, la superficie de cloroformo líquido era de 7.00 cm desde la parte superior del tubo; después de 10 horas, la superficie del cloroformo líquido era de 7.44 cm a partir de la parte superior del tubo, lo que corresponde a 222 g del cloroformo difundido. A 25°C, la presión del vapor de cloroformo es 0.263 atm y la concentración del cloroformo es cero en la parte superior del tubo. Si la masa molar del cloroformo es 119.39 kg/kmol, determine la difusividad de masa del cloroformo en el aire.

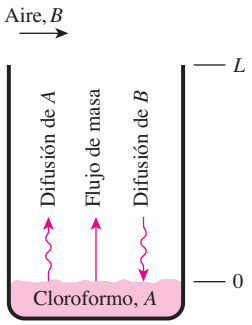


FIGURA P14-88

14-89 La difusividad de masa del etanol ($\rho = 789$ kg/m^3 y $M = 46$ kg/kmol) a través del aire se determinó en un tubo Stefan. El tubo tiene un área uniforme transversal de 0.8 cm^2. En un principio, la superficie del etanol estaba a 10 cm de la parte superior del tubo; y después de 10 horas, la superficie del etanol estaba a 25 cm de la parte superior del tubo, lo que corresponde a 0.0445 cm^3 de etanol evaporado. La presión de vapor del etanol es de 0.0684 atm y la concentración del etanol es de cero en la parte superior del tubo. Si todo el proceso se operó a 24°C y 1 atm, determine la difusividad de masa del etanol en el aire.
Respuesta: 1.37×10^{-5} m^2/s

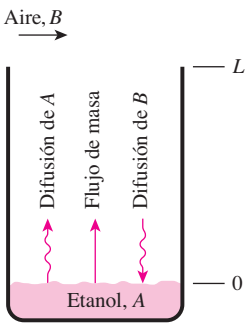


FIGURA P14-89

14-90I La presión en una tubería que transporta gas helio a razón de 7 lbm/s se mantiene a 14.5 psia mediante el desfogue de helio hacia la atmósfera a través de un tubo con un diámetro interior de 0.4 in que se extiende 30 ft hacia el aire. Si se supone que tanto el helio como el aire atmosférico están a 80°F, determine *a*) el gasto de masa del helio perdido hacia la atmósfera a través del tubo, *b*) el gasto de masa del aire que se infiltra hacia la tubería y *c*) la velocidad del flujo en la parte inferior del tubo, donde está fijo a la tubería, que se medirá por medio de un anemómetro, en operación estacionaria.

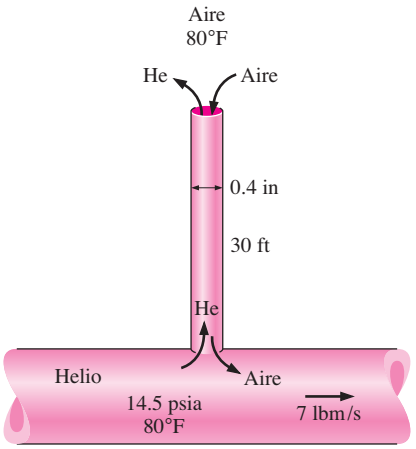


FIGURA P14-90I

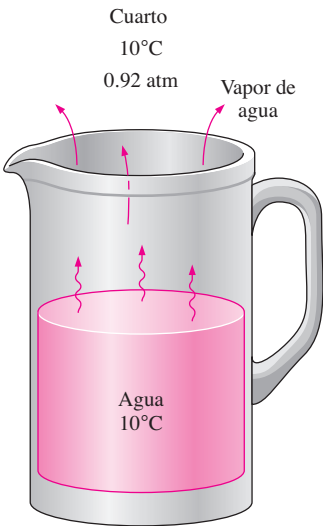


FIGURA P14-95

14-91I Repita el problema 14-90I para una tubería que transporta bióxido de carbono, en lugar de helio.

14-92 Un tanque con una pared de 2 cm de espesor contiene gas hidrógeno a las condiciones atmosféricas de 25°C y 90 kPa. La válvula de carga del tanque tiene un diámetro interno de 3 cm y se extiende 8 cm arriba del propio tanque. Si se deja abierta la tapa del tanque de modo que tanto el hidrógeno como el aire experimenten contradifusión equimolar a través del paso de 10 cm de largo, determine el gasto de masa del hidrógeno perdido hacia la atmósfera a través de la válvula en las etapas iniciales del proceso.

Respuesta: 4.20×10^{-8} kg/s

14-93 Vuelva a considerar el problema 14-92. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica del gasto de masa del hidrógeno perdido como función de la válvula de carga conforme el diámetro varíe desde 1 cm hasta 10 cm, y comente los resultados.

14-94I Se usa un tubo de Stefan de 1 in de diámetro para medir el coeficiente de difusión binaria del vapor de agua en aire a 80°F y 13.8 psia. El tubo está parcialmente lleno con agua, con una distancia desde la superficie de ésta hasta el extremo abierto del tubo de 10 in. Se sopla aire seco sobre el extremo abierto del tubo de modo que el vapor de agua que sube hasta la parte superior se quita de inmediato y la concentración de ese vapor en esa parte superior del propio tubo es cero. En el transcurso de 10 días de operación continua, a presión y temperatura constantes, se mide en 0.0025 lbm la cantidad de agua que se ha evaporado. Determine el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire a 80°F y 13.8 psia.

14-95 Se deja una jarra de 8 cm de diámetro interno y 30 cm de alto, llena hasta la mitad con agua, en un cuarto seco a 10°C y 0.92 atm, con su parte superior abierta. Si el agua también se mantiene a 10°C en todo momento, determine cuánto tardará el agua en evaporarse por completo.

Respuesta: 1 702 días

14-96 Un tanque grande que contiene amoniaco a 1 atm y 25°C se desfoga hacia la atmósfera a través de un tubo de 2 m de largo cuyo diámetro interno es de 1.5 cm. Determine la razón de la pérdida de amoniaco y la razón de infiltración del aire al tanque.

14-97 Metanol (ρ = 791 kg/m^3 y M = 32 kg/kmol) se evapora en un tubo Stefan con un área uniforme transversal de 0.8 cm^2. En un principio, la superficie del metanol estaba a 10 cm de la parte superior del tubo; después de un rato, la superficie del metanol estaba a 26 cm de la parte superior del tubo. La presión de vapor del metanol es 17 kPa y la concentración del metanol es de cero en la parte superior del tubo. Si todo el proceso se operó a 25°C y 1 atm, determine la razón de evaporación del metanol en kg/h. La difusividad de masa del metanol en el aire es D_{AB} = 0.162 cm^2/s.

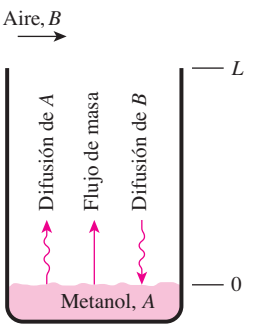


FIGURA P14-97

Convección de masa

14-98C La convección de calor se expresa por la ley del enfriamiento de Newton como $\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty)$. Exprese la convección de masa de una manera análoga en términos de masa e identifique todas las cantidades en la expresión; asimismo, dé sus unidades.

14-99C ¿Qué es la capa límite de concentración? ¿Cómo se define para el flujo sobre una placa?

14-100C ¿Cuál es el significado físico del número de Schmidt? ¿Cómo se define? ¿A cuál número adimensional corresponde en la transferencia de calor? ¿Qué indica un número de Schmidt de 1?

14-101C ¿Cuál es el significado físico del número de Lewis? ¿Cómo se define? ¿Qué indica un número de Lewis de 1?

14-102C En la transferencia de masa por convección natural, el número de Grashof se evalúa usando la diferencia de densidad, en lugar de la diferencia de temperatura. ¿Puede usarse también el número de Grashof evaluado de esta manera en los cálculos de transferencia de calor?

14-103C Usando la analogía entre la transferencia de calor y la de masa, explique cómo puede determinarse el coeficiente de transferencia de masa a partir de las relaciones para el coeficiente de transferencia de calor.

14-104C Se sabe bien que el aire cálido sube en un medio ambiente más frío. Considere ahora una mezcla caliente de aire y gasolina (C_8H_{18}) en la parte superior de una lata abierta de gasolina. ¿Piensa usted que esta mezcla gaseosa se elevará en un medio ambiente más frío?

14-105C Considere dos tazas idénticas de café, una sin azúcar y otra con gran cantidad de ella en el fondo. Al inicio, las dos tazas están a la misma temperatura. Si se dejan solas, ¿cuál de las dos tazas se enfriará más rápido?

14-106C ¿Cómo se conoce la relación $(f/2)\ \mathrm{Re} = \mathrm{Nu} = \mathrm{Sh}$? ¿En qué condiciones es válida? ¿Cuál es la importancia práctica de ella?

14-107C ¿Cuál es el nombre de la relación $f/2 = \mathrm{St}\ \mathrm{Pr}^{2/3} = \mathrm{St}_{masa}\mathrm{Sc}^{2/3}$ y cuáles son los nombres de las variables que están en ella? ¿En qué condiciones es válida? ¿Cuál es su importancia en la ingeniería?

14-108C ¿Cómo se conoce la relación $h_{calor} = \rho c_p h_{masa}$? ¿Para qué clases de mezclas es válida? ¿Cuál es su importancia práctica?

14-109C ¿Cuál es la aproximación de flujo bajo de masa en el análisis de transferencia de masa? ¿Puede tratarse la evaporación del agua de un lago como un proceso de flujo bajo de masa?

14-110 El coeficiente de transferencia de calor por convección local para el aire que fluye en paralelo sobre una placa de 1 m de largo con una topología superficial irregular se determina experimentalmente como de $h_x = 0.5 + 12x - 0.7x^3$, donde h_x está en $\mathrm{W/m^2 \cdot K}$. Si la superficie de la placa se recubre con agua, determine el correspondiente coeficiente promedio de convección de masa sobre toda la placa. Suponga que las propiedades se pueden evaluar a 298 K y 1 atm.

14-111 Un fluido con una velocidad de flujo libre de 2 m/s fluye sobre una superficie de un cuerpo con una longitud característica de 2 m. Las condiciones de flujo se mantienen a 298 K y 1 atm, y la convección promedio de transferencia de masa es 0.015 m/s. Determine el número promedio de Reynolds, el número de Schmidt, el número de Sherwood y el coeficiente de fricción para *a*) el aire que fluye sobre una superficie cubierta con agua (evaporación) y *b*) el aire que fluye sobre la superficie cubierta con naftaleno (sublimación). Suponga que la difusividad de masa del naftaleno en el aire es de $0.61 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$.

14-112 Fluye aire a 40°C y 1 atm sobre una placa húmeda de 8 m de largo, con una velocidad promedio de 2.5 m/s, para secar la superficie. Usando la analogía entre la transferencia de masa y la de calor, determine el coeficiente de transferencia de masa sobre la placa.

14-113I Considere un tubo circular con diámetro interior $D =$ 0.7 in cuya superficie interior está cubierta con una capa delgada de agua líquida como resultado de la condensación. Para secar el tubo, se fuerza a fluir aire a 540 R y 1 atm por él, con una velocidad promedio de 6 ft/s. Usando la analogía entre la transferencia de masa y la de calor, determine el coeficiente de transferencia de masa en el interior del tubo para flujo completamente desarrollado. *Respuesta:* 0.017 ft/s

14-114 Va a determinarse el coeficiente promedio de transferencia de calor para el flujo de aire sobre un cuerpo de forma no común por medio de mediciones de transferencia de masa y aplicando la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de masa y la de calor. El experimento se conduce soplando aire seco a 1 atm a una velocidad de flujo libre de 2 m/s sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno. El área superficial del cuerpo es de $0.75\ \mathrm{m^2}$ y se observa que, en 45 min, se han sublimado 100 g de naftaleno. En el transcurso del experimento, tanto el cuerpo como el aire se mantienen a 25°C, a la cual la presión de vapor y la difusividad de masa del naftaleno son 11 Pa y $D_{AB} = 0.61 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$, respectivamente. Determine el coeficiente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo sobre la misma configuración geométrica.

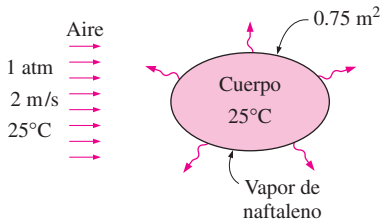


FIGURA P14-114

14-115 Considere un ducto circular de 12 cm de diámetro y 14 m de largo cuya superficie interior está húmeda. El ducto va a secarse forzando por él el flujo de aire seco a 1 atm, 15°C y a una velocidad promedio de 3 m/s. El ducto pasa por un cuarto enfriado y permanece a una temperatura promedio de 15°C en todo momento. Determine el coeficiente de transferencia de masa en el ducto.

14-116 Vuelva a considerar el problema 14-115. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica del coeficiente de transferencia de masa como función de la velocidad del aire conforme ésta varía desde 1 m/s hasta 8 m/s, y comente los resultados.

14-117 Fluye aire seco a 15°C y 85 kPa sobre una superficie húmeda con una velocidad de flujo libre de 3 m/s. Determine el coeficiente promedio de transferencia de masa.

Respuesta: 0.00463 m/s

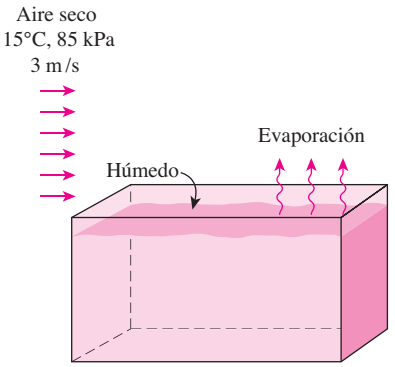


FIGURA P14-117

14-118 Considere un patio de concreto húmedo, de 5 m × 5 m, con una película de agua de espesor promedio de 0.2 mm. Ahora está soplando viento sobre la superficie a 50 km/h. Si el aire está a 1 atm, 15°C y con humedad relativa de 35%, determine cuánto tardará el patio en secarse por completo.

Respuesta: 12.4 min

14-119I Se suspende una bola esférica de naftaleno, de 2 in de diámetro, en un cuarto a 1 atm y 80°F. Determine el coeficiente promedio de transferencia de masa entre el naftaleno y el aire, si este último se fuerza a que fluya sobre aquél con una velocidad de flujo libre de 15 ft/s. El número de Schmidt del naftaleno en aire a la temperatura ambiente es 2.35.

Respuesta: 0.0524 ft/s

14-120 Considere una gota de lluvia de 3 mm de diámetro que está cayendo libremente en aire atmosférico a 25°C. Si se toma la temperatura de la gota de lluvia como 9°C, determine la velocidad terminal de esa gota en la cual la fuerza de arrastre es igual al peso de la propia gota y el coeficiente de transferencia de masa en ese momento.

14-121 En una instalación de fabricación, van a secarse placas mojadas de latón, de 50 cm × 50 cm, que están saliendo de un baño de agua, haciéndolas pasar por una sección en donde se sopla aire seco a 1 atm y 25°C paralelo a sus superficies, a 6 m/s. Si las placas están a 15°C y no hay puntos secos, determine la razón de la evaporación desde ambos lados de una placa.

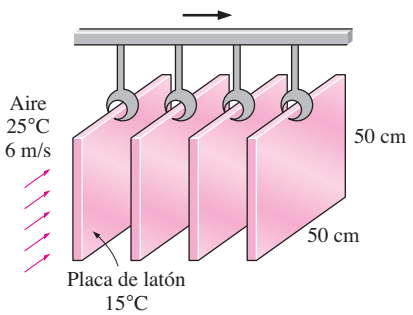


FIGURA P14-121

14-122I Se sopla aire a 80°F, 1 atm y con humedad relativa de 30% sobre la superficie de una cacerola cuadrada de 15 in × 15 in llena con agua, a una velocidad de flujo libre de 10 ft/s. Si el agua se mantiene a una temperatura uniforme de 80°F, determine la razón de evaporación del agua y la cantidad de calor que es necesario suministrar a ella para mantener constante su temperatura.

14-123I Repita el problema 14-122I para una temperatura de 60°F tanto para el aire como para el agua.

14-124 Un bloque delgado de sal sólida (NaCl), con dimensiones de 0.15 m × 0.15 m, se está arrastrando por agua de mar ($\nu = 1.022 \times 10^{-6}$ m²/s) a una velocidad relativa promedio de 0.6 m/s. El agua de mar a 18°C tiene una concentración salina de 31 kg/m³, aunque en la costa tiene una concentración de 35 000 kg/m³. Si el coeficiente de difusión de la sal en agua de mar es 1.2×10^{-9} m²/s, determine la razón de convección de la masa de la sal disolviéndose en el agua de mar.

Respuesta: 0.0235 kg/s

Transferencia simultánea de calor y de masa

14-125C Considere una masa poco profunda de agua. ¿Es posible que esta agua se congele en el transcurso de una noche fría y seca, incluso cuando las temperaturas del aire del ambiente y de las superficies circundantes nunca caen por debajo de 0°C? Explique.

14-126C Durante la evaporación de una masa de agua hacia el aire, ¿en qué condiciones el calor latente de vaporización será igual a la transferencia de calor por convección desde el aire?

14-127 En el pasado, fueron de uso común jarros fabricados de una arcilla porosa para enfriar el agua. Una pequeña cantidad de agua que se filtra hacia fuera mantiene húmeda la superficie exterior del jarro en todo momento y el aire caliente y relativamente seco que fluye sobre éste hace que esta agua se evapore. Parte del calor latente de evaporación proviene del agua que está en el jarro y, como resultado, esa agua se enfría. Si las condiciones del medio ambiente son 1 atm, 32°C y humedad relativa de 40%, determine la temperatura del agua cuando se alcanzan las condiciones estacionarias.

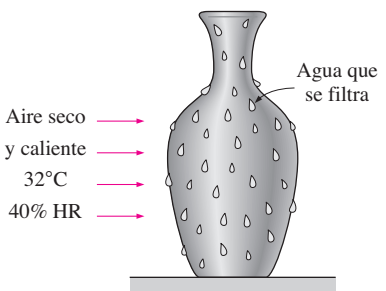


FIGURA P14-127

14-128 Vuelva a considerar el problema 14-127. Usando el software EES (u otro), trace la gráfica de la temperatura del agua como función de la humedad relativa del aire conforme ésta varía de 10 a 100%, y comente los resultados.

14-129I En el curso de un día caluroso de verano, van a enfriarse 2 L de una bebida embotellada, envolviéndola en un paño que se mantiene mojado de manera continua y soplando

aire a éste con un ventilador. Si las condiciones del medio ambiente son 1 atm, 80°F y humedad relativa de 30%, determine la temperatura de la bebida cuando se alcanzan las condiciones estacionarias.

14-130 En una instalación de lavado de botellas de vidrio se usa un baño bien agitado de agua caliente a 50°C, con su parte superior abierta, que está colocado sobre el piso. La tina de baño tiene 1 m de alto, 2 m de ancho y 4 m de largo, y está fabricada de lámina metálica, de modo que las superficies del lado exterior también están a alrededor de 50°C. Las botellas entran a razón de 800 por minuto a la temperatura ambiente y salen a la temperatura del agua. Cada botella tiene una masa de 150 g y extrae 0.6 g de agua cuando sale mojada del baño. Se alimenta agua de repuesto a 15°C. Si las condiciones promedio en la planta son 1 atm, 25°C y humedad relativa de 50%, y la temperatura promedio de las superficies circundantes es de 15°C, determine *a*) la cantidad de calor y de agua extraídos por las propias botellas por segundo, *b*) la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior del baño de agua, por radiación, convección natural y evaporación, *c*) la razón de la pérdida de calor desde las superficies laterales, por convección natural y radiación, y *d*) la razón a la cual deben suministrarse calor y agua para mantener condiciones estacionarias de operación. Descarte la pérdida de calor a través de la superficie del fondo del baño y tome las emisividades de la lámina metálica y del agua como 0.61 y 0.95, respectivamente.

14-131 Repita el problema 14-130 para una temperatura del baño de agua de 55°C.

14-132 Una manera de aumentar la transferencia de calor desde la cabeza en un día cálido de verano es mojándola. Esto es en especial efectivo con tiempo ventoso, como puede ser que el lector haya advertido. Si se hace una aproximación de la cabeza como una esfera de 30 cm de diámetro a 30°C, con una emisividad de 0.95, determine la razón total de la pérdida de calor desde la cabeza a las condiciones del aire del ambiente de 1 atm, 25°C, humedad relativa de 30% y vientos de 25 km/h, si la cabeza está *a*) seca y *b*) mojada. Tome la temperatura de los alrededores como 25°C. *Respuestas: a) 40.5 W, b) 385 W*

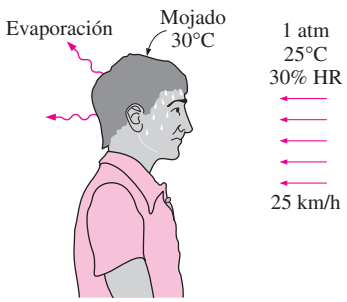


FIGURA P14-132

14-133 Una piscina calentada de 1.5 m de profundidad y 25 m × 25 m se mantiene a una temperatura constante de 30°C en un lugar donde la presión atmosférica es 1 atm. Si el aire del ambiente está a 20°C y con una humedad relativa de 60%, y la temperatura efectiva del cielo es de 0°C, determine la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior de la piscina por *a*) radiación, *b*) convección natural, y *c*) evaporación. *d*) Si se supone que las pérdidas de calor hacia el suelo son despreciables, determine el tamaño del calentador.

14-134 Repita el problema 14-133 para una temperatura de la piscina de 25°C.

14-135 Una esponja cuadrada de 10 cm × 10 cm empapada de agua está experimentando un flujo de aire seco paralelo sobre su superficie. Se estima que el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección de aire seco a 20°C que fluye sobre la superficie de la esponja es de 30 W/m^2 · K y la superficie de la esponja se mantiene a 30°C. Si la esponja se coloca bajo un arreglo de lámparas radiantes, determine *a*) la razón de evaporación del agua de la esponja y *b*) la razón de transferencia neta de calor por radiación.

FIGURA P14-135

14-136 Considere una capa delgada de agua líquida sobre una superficie de concreto. El aire circundante es seco con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m^2 · K. El agua líquida tiene una emisividad de 0.95 y la temperatura de los alrededores y del aire es de 30°C. Si la capa de agua líquida tiene una temperatura uniforme de 20°C, determine el flujo de calor por conducción a través del concreto, por unidad de área. *Respuesta: 1 417 W*

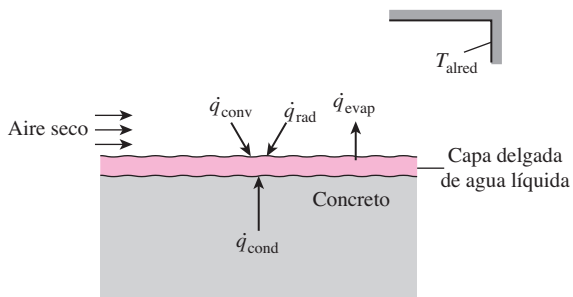


FIGURA P14-136

Problemas de repaso

14-137C Marque cada una de estas afirmaciones como Verdadera o Falsa.

_____*a*) Las unidades de la difusividad de masa, la difusividad de calor y la difusividad de la cantidad de movimiento son las mismas.

_____*b*) Si la concentración molar (o la densidad molar) C de una mezcla es constante, entonces su densidad ρ también debe ser constante.

_____*c*) Si la velocidad promedio de masa de una mezcla binaria es cero, entonces la velocidad promedio molar de la mezcla también debe ser cero.

_____*d*) Si las fracciones molares de *A* y *B* de una mezcla son 0.5, entonces la masa molar de esa mezcla es simplemente el promedio aritmético de las masas molares de *A* y *B*.

14-138 Un camión cisterna que transporta herbicida líquido se voltea y derrama su contenido sobre el suelo. El herbicida líquido permanece en el suelo por 30 minutos antes de evaporarse al aire. La difusividad de masa del herbicida líquido en el suelo es de 2×10^{-8} m²/s. Si una concentración de 0.1% con base en peso destruiría la mayor parte de los seres vivos, determine la profundidad del suelo a la que la vida de plantas e insectos puede ser afectada por el derrame.

Respuesta: 2.80 cm

14-139 Determine la fracción molar del vapor de agua en la superficie de un lago cuya temperatura es de 15°C y compárela con la fracción molar de agua en el lago. Tome la presión atmosférica al nivel del lago como de 92 kPa.

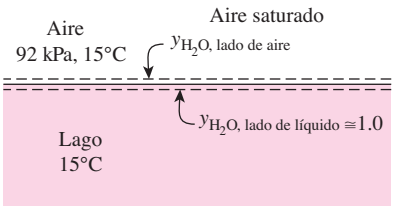


FIGURA P14-139

14-140 Aplicando la ley de Henry, demuestre que los gases disueltos en un líquido pueden extraerse calentando este último.

14-141 Demuestre que para una mezcla de gases ideales mantenida a una temperatura y una presión constantes, la concentración molar *C* de esa mezcla permanece constante, aunque éste no es necesariamente el caso para la densidad ρ de la misma.

14-142I Una mezcla de gases en un tanque a 550 R y 25 psia consta de 1 lbm de CO_2 y 3 lbm de CH_4. Determine el volumen del tanque y la presión parcial de cada gas.

14-143 Aire seco cuyo análisis molar es 78.1% N_2, 20.9% O_2 y 1% Ar fluye sobre una masa de agua hasta que se satura. Si la presión y la temperatura del aire permanecen constantes a 1 atm y 25°C durante el proceso, determine *a*) el análisis molar del aire saturado y *b*) la densidad del aire antes y después del proceso. ¿Qué concluye a partir de sus resultados?

14-144 Considere un vaso de agua en un cuarto a 20°C y 100 kPa. Si la humedad relativa en el cuarto es de 70% y el agua y el aire están a la misma temperatura, determine *a*) la fracción molar del vapor de agua en el aire del cuarto, *b*) la fracción molar del vapor de agua en el aire adyacente a la superficie del agua y *c*) la fracción molar del aire en el agua cercana a la superficie.

Respuestas: a) 1.64%, *b*) 2.34%, *c*) 0.0015%

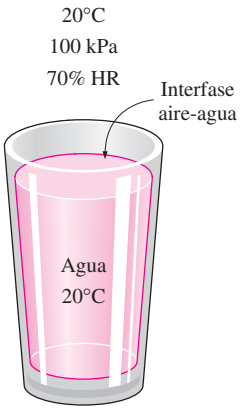


FIGURA P14-144

14-145 El coeficiente de difusión del carbono en acero se da como

$$D_{AB} = 2.67 \times 10^{-5} \exp(-17\,400/T) \qquad (\text{m}^2/\text{s})$$

donde *T* está en K. Determine el coeficiente de difusión desde 200 K hasta 1 200 K, en incrementos de 100 K y trace la gráfica de los resultados.

14-146 Las necesidades de oxígeno de los peces en los acuarios suelen satisfacerse forzando aire por el fondo del acuario mediante una compresora. Las burbujas de aire proporcionan un área grande de contacto entre el agua y el aire, y a medida que suben esas burbujas, los gases oxígeno y nitrógeno se disuelven en el agua, al mismo tiempo que algo de agua se evapora hacia dentro de las mismas. Considere un acuario que se mantiene a la temperatura ambiente de 20°C en todo momento. Se observa que las burbujas de aire suben hasta la superficie libre del agua en 2 s. Si el aire que entra al acuario está completamente seco y el diámetro de las burbujas es de 4 mm, determine la fracción molar del vapor de agua en el centro de la burbuja cuando sale del acuario. Suponga que no hay movimiento de fluido dentro de la burbuja, de modo que el vapor de agua se propaga en ella sólo por difusión.

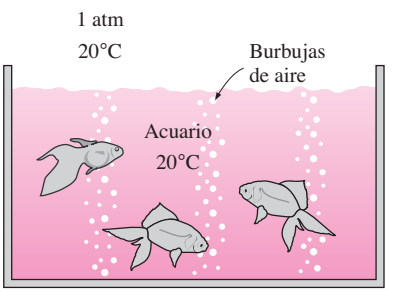


FIGURA P14-146

14-147 Considere una casa de ladrillos que se mantiene a 20°C y a una humedad relativa de 60%, en un lugar donde la presión atmosférica es de 85 kPa. Las paredes de la casa están fabricadas de ladrillo de 20 cm de espesor cuya permeancia es 23×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Si se toma la presión de vapor del agua en el lado exterior del tablero de la pared como cero, determine la cantidad máxima de vapor de agua que se difundirá a través de una sección de 3 m × 5 m de pared en el transcurso de un periodo de 24 h.

14-148 Una bebida carbonatada está completamente cargada con gas CO_2 a 17°C y 600 kPa, en tal forma que la masa completa de la bebida se encuentra en equilibrio termodinámico con la mezcla CO_2-vapor de agua. Considere ahora una botella de soda de 2 L. Si se liberara el gas CO_2 en esa botella y se almacenara en un recipiente a 25°C y 100 kPa, determine el volumen de este recipiente.

Respuesta: 12.7 L

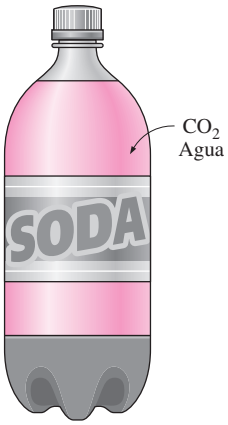


FIGURA P14-148

14-149 Se fuerza gas oxígeno hacia un acuario a 1 atm y 25°C, y se observa que las burbujas de oxígeno suben hasta la superficie libre en 4 s. Determine la profundidad de penetración del oxígeno en el agua desde una burbuja en el transcurso de este periodo.

14-150 Considere una cacerola de 30 cm de diámetro llena con agua a 15°C, en un cuarto a 20°C, 1 atm y con humedad relativa de 30%. Determine *a*) la razón de transferencia de calor por convección, *b*) la razón de evaporación del agua y *c*) la razón de transferencia de calor hacia el agua necesaria para mantener su temperatura a 15°C. Descarte cualesquiera efectos de radiación.

14-151 Repita el problema 14-150, suponiendo que un ventilador sopla aire sobre la superficie del agua a una velocidad de 5 m/s. Tome el radio de la cacerola como la longitud característica.

14-152 Se realizó el experimento siguiente para medir la difusividad de masa del *n*-octano (C_8H_{18}, M = 114.2 kg/kmol) en aire. Se colocó *n*-octano líquido puro en un tubo vertical de 5 cm de diámetro. Con el fondo del tubo cerrado, su parte superior se expuso a un flujo suave cruzado de aire (sin *n*-octano). Se dejó que el sistema completo alcanzara un estado estacionario a 20°C y 101.3 kPa, manteniendo al mismo tiempo constante, en 10 cm, la distancia entre la parte superior del tubo y la superficie del líquido. Se observó que, después de 38 horas, se había evaporado 1.0 g de *n*-octano. A 20°C, la presión de vapor y la densidad del *n*-octano líquido son 1.41 kPa y 703 kg/m^3, respectivamente. Calcule la difusividad de masa del *n*-octano en aire a 20°C y 101.3 kPa.

14-153I Un nadador extiende sus brazos mojados hacia el aire del exterior en el que sopla el viento, a 1 atm, 40°F, humedad relativa de 50% y 20 mph. Si la temperatura promedio de la piel es de 80°F, determine la razón a la cual el agua se evapora de los dos brazos y la razón correspondiente de transferencia de calor por evaporación. El brazo puede considerarse como un cilindro de 2 ft de largo y 3 in de diámetro, con extremos adiabáticos.

14-154 Se pone una pieza gruesa hecha de níquel en un cuarto lleno con hidrógeno a 3 atm y 85°C. Determine la concentración de hidrógeno a una profundidad de 2 mm desde la superficie, después de 24 h. *Respuesta:* 4.1×10^{-7} kmol/m^3

14-155 Una membrana hecha de caucho suave y de 0.15 mm de espesor separa O_2 puro, a 1 atm y 25°C, de aire a una presión de 5 atm. Determine el gasto de masa del O_2 a través de la membrana por unidad de área y en la dirección del flujo.

14-156I La sección superior de un estanque solar calentado, de 8 ft de profundidad y 100 ft × 100 ft, se mantiene a una temperatura constante de 80°F en un lugar donde la presión atmosférica es de 1 atm. Si el aire del ambiente está a 70°F y con una humedad relativa de 100%, y está soplando viento a una velocidad promedio de 40 mph, determine la razón de la pérdida de calor desde la superficie superior del estanque por *a*) convección forzada, *b*) radiación y *c*) evaporación. Tome la temperatura promedio de las superficies circundantes como de 60°F.

14-157I Repita el problema 14-156I para una temperatura superficial del estanque solar de 90°F.

Respuestas: a) 1 060 000 Btu/h, *b*) 299 400 Btu/h, *c*) 3 410 000 Btu/h

14-158 Se almacenó tolueno líquido ($C_6H_5CH_3$) a 6.4°C en un recipiente cilíndrico de 30 cm de diámetro con su parte superior abierta. La presión de vapor del tolueno a 6.4°C es 10 mm Hg. Se dejó que una corriente suave de aire fresco, a 6.4°C y 101.3 kPa, fluyera sobre el extremo abierto del recipiente. Se midió la razón de evaporación del tolueno en el aire como 80 g/día. Estime la concentración del tolueno (en g/m^3) a exactamente 10 mm arriba de la superficie del líquido. El coeficiente de difusión del tolueno a 25°C es $D_{AB} = 0.084 \times 10^{-4}$ m^2/s.

14-159 En un experimento se suspendió una esfera de cloruro de sodio (NaCl) cristalino en un tanque agitado lleno con agua a 20°C. Su masa inicial fue de 100 g. En 10 minutos se encontró que la masa de la esfera disminuyó 10%. La densidad del NaCl es 2 160 kg/m^3. Su solubilidad en agua a 20°C es 320 kg/m^3. Use estos resultados para obtener un valor promedio para el coeficiente de transferencia de masa.

14-160 Benceno-aire libre a 25°C y 101.3 kPa entra a un tubo de 5 cm de diámetro a una velocidad promedio de 5 m/s. La superficie interior del tubo de 6 m de largo está cubierta con una delgada película de benceno puro a 25°C. La presión de vapor del benceno (C_6H_6) a 25°C es 13 kPa y la solubilidad del aire en el benceno se supone que es despreciable. Calcule *a*) el coeficiente promedio de transferencia de masa en m/s, *b*) la concentración molar del benceno en el aire exterior y *c*) la razón de evaporación del benceno en kg/h.

14-161 Entra aire a 52°C, 101.3 kPa y humedad relativa de 20%, en un tubo de 5 cm de diámetro con una velocidad promedio de 6 m/s. La superficie interior del tubo está mojada de manera uniforme con agua cuya presión de vapor a 52°C es de 13.6 kPa. En tanto que la temperatura y la presión del aire permanecen constantes, la presión parcial del vapor en el aire a la salida se incrementa hasta 10 kPa. Determine *a*) el coefi-

ciente promedio de transferencia de masa en m/s, *b*) la fuerza impulsora media logarítmica para la transferencia de masa, en unidades de concentración molar, *c*) la razón de evaporación del agua en kg/h y *d*) la longitud del tubo.

14-162 Se usa de manera común el naftaleno como un repelente contra las polillas para proteger la ropa cuando está almacenada. Considere una bola esférica de naftaleno de 1.5 cm de diámetro que cuelga en un clóset a 25°C y 1 atm. Si se considera la variación del diámetro con el tiempo, determine cuánto tardará el naftaleno en sublimarse por completo. La densidad y la presión de vapor del naftaleno a 25°C son 1 100 kg/m^3 y 11 Pa, respectivamente, y la difusividad de masa del naftaleno en aire a 25°C es $D_{AB} = 0.61 \times 10^{-5}$ m^2/s. *Respuesta:* 103 días

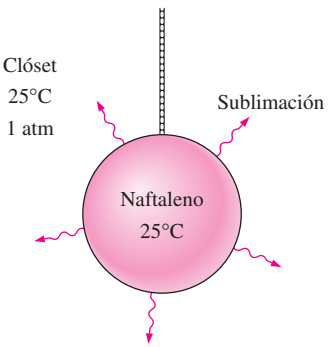


FIGURA P14-162

14-163 Se expone una esfera de hielo de 5 cm de diámetro a viento de 65 km/h con humedad relativa de 15%. Tanto la esfera de hielo como el aire están a –1°C y 90 kPa. Prediga la rapidez de evaporación del hielo en g/h mediante la aplicación de la correlación siguiente para las esferas sencillas: $Sh = [4.0 + 1.21\ ReSc^{2/3}]^{0.5}$. Datos a –1°C y 90 kPa: $D_{aire\text{-}H_2O} = 2.5 \times 10^{-5}$ m^2/s^3, viscosidad cinemática (aire) = 1.32×10^{-7} m^2/s, presión de vapor (H_2O) = 0.56 kPa y densidad (hielo) = 915 kg/m^3.

14-164 Metanol líquido se derrama por accidente en una banca de laboratorio de 1 m × 1 m y cubre toda su superficie. Un ventilador produce un flujo paralelo de aire a 20 m/s sobre la superficie de la banca. El aire se mantiene a 25°C y 1 atm y la concentración de metanol en el flujo libre es despreciable. Si el vapor de metanol en la interfase aire-metanol tiene una presión de 4 000 Pa y una temperatura de 25°C, determine la razón de evaporación del metanol con base en análisis molar.

Problemas de examen de fundamentos de ingeniería (FI)

14-165 Cuando el _____ es la unidad, puede esperarse que la transferencia por difusión de la cantidad de movimiento y la de masa sean las mismas.

a) Grashof *b*) Reynolds *c*) Lewis
d) Schmidt *e*) Sherwood

14-166 La ecuación básica que describe la difusión de un medio a través de otro medio estacionario es

a) $j_A = -CD_{AB}\dfrac{d(C_A/C)}{dx}$ *b*) $j_A = -D_{AB}\dfrac{d(C_A/C)}{dx}$

c) $j_A = -k\dfrac{d(C_A/C)}{dx}$ *d*) $j_A = -k\dfrac{dT}{dx}$

e) ninguna de ellas

14-167 Para la absorción de un gas (como el bióxido de carbono) en un líquido (como el agua), la ley de Henry expresa que la presión parcial del gas es proporcional a la fracción molar del propio gas en la solución líquido-gas, y la constante de proporcionalidad es la constante de Henry. Una botella de bebida carbonatada (CO_2-H_2O) a la temperatura ambiente tiene una constante de Henry de 17 100 kPa. Si la presión en esta botella es de 140 kPa y se desprecia la presión parcial del vapor de agua en el volumen gaseoso que está arriba de la botella, la concentración del CO_2 en el H_2O líquida es

a) 0.004 moles CO_2/mol *b*) 0.008 moles CO_2/mol
d) 0.012 moles CO_2/mol *d*) 0.024 moles CO_2/mol
e) 0.035 moles CO_2/mol

14-168 En una instalación de almacenamiento de gas natural (metano, CH_4) se usan tubos de desfogue de 3 cm de diámetro por 6 m de largo en sus tanques, para mantener la presión en éstos al valor atmosférico. Si el coeficiente de difusión para el metano en el aire es de 0.2×10^{-4} m^2/s y la temperatura del tanque y del medio ambiente es de 300 K, la razón a la cual el gas natural de un tanque se pierde a través de uno de los tubos de desfogue es

a) 13×10^{-5} kg/día *b*) 3.2×10^{-5} kg/día
d) 8.7×10^{-5} kg/día *d*) 5.3×10^{-5} kg/día
e) 0.12×10^{-5} kg/día

14-169 Un objeto de caucho está en contacto con nitrógeno (N_2) a 298 K y 250 kPa. La solubilidad del gas nitrógeno en caucho es 0.00156 kmol/m^3 · bar. La densidad de masa del nitrógeno en la interfase es

a) 0.049 kg/m^3 *b*) 0.064 kg/m^3 *c*) 0.077 kg/m^3
d) 0.092 kg/m^3 *e*) 0.109 kg/m^3

14-170 Gas nitrógeno a alta presión y 298 K está contenido en un recipiente cúbico de 2 m × 2 m × 2 m hecho de caucho natural cuyas paredes tienen 3 cm de espesor. La concentración del nitrógeno en el caucho, en las superficies interior y exterior, es de 0.067 kg/m^3 y 0.009 kg/m^3, respectivamente. El coeficiente de difusión del nitrógeno a través del caucho es de 1.5×10^{-10} m^2/s. El gasto de masa del nitrógeno por difusión a través del recipiente cúbico es

a) 8.1×10^{-10} kg/s *b*) 3.2×10^{-10} kg/s
c) 3.8×10^{-9} kg/s *d*) 7.0×10^{-9} kg/s
e) 1.60×10^{-8} kg/s

14-171 Va a endurecerse la superficie de una pieza de hierro por medio de carbono. El coeficiente de difusión del carbono en el hierro a 1 000°C se da como 3×10^{-11} m^2/s. Si se desea que la profundidad de penetración del carbono en el hierro sea de 1.0 mm, el proceso de endurecimiento debe tardar por lo menos

a) 1.10 h *b*) 1.47 h *c*) 1.86 h *d*) 2.50 h *e*) 2.95 h

14-172 Vapor de agua saturado a 25°C (P_{sat} = 3.17 kPa) fluye en un tubo que pasa por aire a 25°C con una humedad relativa de 40%. El vapor se desfoga hacia la atmósfera a través de un tubo con diámetro interior de 9 mm que se extiende 10 m hacia el aire. El coeficiente de difusión del vapor a través del aire es

de 2.5×10^{-5} m²/s. La cantidad de vapor de agua perdida hacia la atmósfera a través de este solo tubo por difusión es

a) 1.7×10^{-6} kg *b*) 2.3×10^{-6} kg
c) 3.8×10^{-6} kg *d*) 5.0×10^{-6} kg
e) 7.1×10^{-6} kg

14-173 Fluye aire por un tubo mojado de 4 cm de diámetro a 20°C y 1 atm, con una velocidad promedio de 4 m/s, para secar la superficie. En este caso, puede determinarse el número de Nusselt a partir de $Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$, donde Re = 10 550 y Pr = 0.731. Asimismo, el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire es de 2.42×10^{-5} m²/s. Si se aplica la analogía entre la transferencia de calor y la de masa, el coeficiente de transferencia de masa dentro del tubo para flujo completamente desarrollado queda como

a) 0.0918 m/s *b*) 0.0408 m/s *c*) 0.0366 m/s
d) 0.0203 m/s *e*) 0.0022 m/s

14-174 Fluye aire por un tubo mojado a 298 K y 1 atm, y el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire es de 2.5×10^{-5} m²/s. Si se determina que el coeficiente de transferencia de calor es de 80 W/m² · °C, el coeficiente de transferencia de masa es

a) 0.0022 m/s *b*) 0.036 m/s *c*) 0.074 m/s
d) 0.092 m/s *e*) 0.13 m/s

14-175 En un intento reciente de circunnavegar el mundo en un globo se usó uno lleno con helio cuyo volumen era de 7 240 m³ y su área superficial de 1 800 m². La cubierta de este globo tiene 2 mm de espesor y está hecho de un material cuyo coeficiente de difusión para el helio es de 1×10^{-9} m²/s. La concentración molar del helio en la superficie interior de la cubierta del globo es de 0.2 kmol/m³ y la concentración molar en la superficie exterior es extremadamente pequeña. La razón a la cual se pierde helio desde este globo es

a) 0.26 kg/h *b*) 1.5 kg/h *c*) 2.6 kg/h
d) 3.8 kg/h *e*) 5.2 kg/h

Problemas de diseño y ensayo

14-176 Escriba un ensayo sobre la difusión causada por efectos que no sean el gradiente de concentración, como la difusión térmica, la difusión de presión, la difusión forzada, la difusión de Knudsen y la difusión superficial.

14-177 Una manera de generar electricidad a partir de la energía solar comprende la recolección y el almacenamiento de esa energía en grandes lagos artificiales de unos cuantos metros de profundidad, llamados estanques solares. La energía solar se almacena en la parte del fondo del estanque a temperaturas cercanas a la de ebullición y se impide la subida del agua caliente hacia la parte superior, implantando sal en ese fondo. Escriba un ensayo sobre la operación de las plantas generadoras de electricidad que usan los estanques solares y averigüe cuánta sal se usa por año por m². Si el costo no es un factor, ¿puede usarse azúcar en lugar de sal para mantener el gradiente de concentración? Explique.

14-178 La condensación e incluso la congelación de la humedad en las paredes de los edificios sin retardadores eficaces del vapor es una preocupación real en los climas fríos, ya que socavan la efectividad del aislamiento. Investigue cómo los constructores de la zona en que vive el lector están resolviendo este problema, si están usando retardadores de vapor o barreras contra éste en las paredes, y en dónde se localizan en las paredes. Prepare un informe acerca de sus hallazgos y explique el razonamiento para la práctica que se aplique.

14-179 Se pide al lector que diseñe un sistema de calentamiento para una piscina que tiene 2 m de profundidad, 25 m de largo y 25 m de ancho. Su cliente desea que el sistema de calentamiento sea suficientemente grande como para elevar la temperatura del agua desde 20°C hasta 30°C, en 3 h. El calentador también debe ser capaz de mantener la piscina a 30°C en las condiciones de diseño del exterior de 15°C, 1 atm, humedad relativa de 35%, vientos de 40 mph y temperatura efectiva del cielo de 10°C. Se espera que las pérdidas de calor hacia el suelo sean pequeñas y puedan descartarse. El calentador considerado es un hogar de gas natural cuya eficiencia es de 80%. ¿Qué tamaño de calentador (en entrada de Btu/h) recomendaría usted que comprara su cliente?

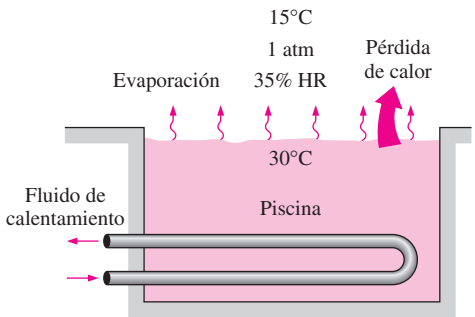


FIGURA P14-179

APÉNDICE

1

TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INTERNACIONAL)

Tabla A-1 Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias *866*

Tabla A-2 Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación *867*

Tabla A-3 Propiedades de metales sólidos *868-870*

Tabla A-4 Propiedades de no metales sólidos *871*

Tabla A-5 Propiedades de materiales de construcción *872-873*

Tabla A-6 Propiedades de materiales aislantes *874*

Tabla A-7 Propiedades de alimentos comunes *875-876*

Tabla A-8 Propiedades de diversos materiales *877*

Tabla A-9 Propiedades del agua saturada *878*

Tabla A-10 Propiedades del refrigerante 134a saturado *879*

Tabla A-11 Propiedades del amoniaco saturado *880*

Tabla A-12 Propiedades del propano saturado *881*

Tabla A-13 Propiedades de líquidos *882*

Tabla A-14 Propiedades de metales líquidos *883*

Tabla A-15 Propiedades del aire a la presión de 1 atm *884*

Tabla A-16 Propiedades de gases a la presión de 1 atm *885-886*

Tabla A-17 Propiedades de la atmósfera a gran altitud *887*

Tabla A-18 Emisividades de las superficies *888-889*

Tabla A-19 Propiedades relativas a la radiación solar de los materiales *890*

Figura A-20 Diagrama de Moody del factor de fricción para flujos completamente desarrollado en tubos circulares *891*

TABLA A-1

Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias

Sustancia	Masa molar M, kg/kmol	Constante de gas R, kJ/kg · K*	Calores específicos a 25°C c_p, kJ/kg · K	c_v, kJ/kg · K	$k = c_p/c_v$
Aire	28.97	0.2870	1.005	0.7180	1.400
Amoniaco, NH_3	17.03	0.4882	2.093	1.605	1.304
Argón, Ar	39.95	0.2081	0.5203	0.3122	1.667
Bromo, Br_2	159.81	0.05202	0.2253	0.1732	1.300
Isobutano, C_4H_{10}	58.12	0.1430	1.663	1.520	1.094
n-Butano, C_4H_{10}	58.12	0.1430	1.694	1.551	1.092
Carbono, bióxido de, CO_2	44.01	0.1889	0.8439	0.6550	1.288
Carbono, monóxido de, CO	28.01	0.2968	1.039	0.7417	1.400
Cloro, Cl_2	70.905	0.1173	0.4781	0.3608	1.325
Clorodifluorometano (R-22), $CHClF_2$	86.47	0.09615	0.6496	0.5535	1.174
Etano, C_2H_6	30.070	0.2765	1.744	1.468	1.188
Etileno, C_2H_4	28.054	0.2964	1.527	1.231	1.241
Fluoruro, F_2	38.00	0.2187	0.8237	0.6050	1.362
Helio, He	4.003	2.077	5.193	3.116	1.667
n-Heptano, C_7H_{16}	100.20	0.08297	1.649	1.566	1.053
n-Hexano, C_6H_{14}	86.18	0.09647	1.654	1.558	1.062
Hidrógeno, H_2	2.016	4.124	14.30	10.18	1.405
Kriptón, Kr	83.80	0.09921	0.2480	0.1488	1.667
Metano, CH_4	16.04	0.5182	2.226	1.708	1.303
Neón, Ne	20.183	0.4119	1.030	0.6180	1.667
Nitrógeno, N_2	28.01	0.2968	1.040	0.7429	1.400
Óxido nítrico, NO	30.006	0.2771	0.9992	0.7221	1.384
Nitrógeno, bióxido de, NO_2	46.006	0.1889	0.8060	0.6171	1.306
Oxígeno, O_2	32.00	0.2598	0.9180	0.6582	1.395
n-Pentano, C_5H_{12}	72.15	0.1152	1.664	1.549	1.074
Propano, C_3H_8	44.097	0.1885	1.669	1.480	1.127
Propileno, C_3H_6	42.08	0.1976	1.531	1.333	1.148
Agua, H_2O	18.015	0.4615	1.865	1.403	1.329
Sulfuro, bióxido de, SO_2	64.06	0.1298	0.6228	0.4930	1.263
Tetraclorometano, CCl_4	153.82	0.05405	0.5415	0.4875	1.111
Tetrafluoroetano (R-134a), $C_2H_2F_4$	102.03	0.08149	0.8334	0.7519	1.108
Trifluoroetano (R-143a), $C_2H_3F_3$	84.04	0.09893	0.9291	0.8302	1.119
Xenón, Xe	131.30	0.06332	0.1583	0.09499	1.667

*La unidad kJ/kg · K es equivalente a kPa · m^3/kg · K. La constante de gas se calcula de $R = R_U/M$, donde $R_U = 8.31447$ kJ/kmol · K es la constante de gas universal y M la masa molar.

Fuente: Valores de calores específicos se obtuvieron principalmente de rutinas de propiedad preparadas por The National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, MD.

TABLA A-2

Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación

	Datos para la ebullición a 1 atm		*Datos para la congelación*		*Propiedades del líquido*		
Sustancia	Punto normal de ebullición, °C	Calor latente de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Punto de congelación, °C	Calor latente de fusión, h_{if}, kJ/kg	Temp., °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, kJ/kg · K
Amoniaco	−33.3	1 357	−77.7	322.4	−33.3	682	4.43
					−20	665	4.52
					0	639	4.60
					25	602	4.80
Argón	−185.9	161.6	−189.3	28	−185.6	1 394	1.14
Benceno	80.2	394	5.5	126	20	879	1.72
Salmuera (20% de cloruro de sodio por masa)	103.9	—	−17.4	—	20	1 150	3.11
n-Butano	−0.5	385.2	−138.5	80.3	−0.5	601	2.31
Bióxido de carbono	−78.4*	230.5 (a 0°C)	−56.6		0	298	0.59
Etanol	78.2	838.3	−114.2	109	25	783	2.46
Etílico, alcohol	78.6	855	−156	108	20	789	2.84
Etilenglicol	198.1	800.1	−10.8	181.1	20	1 109	2.84
Glicerina	179.9	974	18.9	200.6	20	1 261	2.32
Helio	−268.9	22.8	—	—	−268.9	146.2	22.8
Hidrógeno	−252.8	445.7	−259.2	59.5	−252.8	70.7	10.0
Isobutano	−11.7	367.1	−160	105.7	−11.7	593.8	2.28
Queroseno	204-293	251	−24.9	—	20	820	2.00
Mercurio	356.7	294.7	−38.9	11.4	25	13 560	0.139
Metano	−161.5	510.4	−182.2	58.4	−161.5	423	3.49
					−100	301	5.79
Metanol	64.5	1 100	−97.7	99.2	25	787	2.55
Nitrógeno	−195.8	198.6	−210	25.3	−195.8	809	2.06
					−160	596	2.97
Octano	124.8	306.3	−57.5	180.7	20	703	2.10
Aceite (ligero)					25	910	1.80
Oxígeno	−183	212.7	−218.8	13.7	−183	1 141	1.71
Petróleo	—	230-384			20	640	2.0
Propano	−42.1	427.8	−187.7	80.0	−42.1	581	2.25
					0	529	2.53
					50	449	3.13
Refrigerante-134a	−26.1	216.8	−96.6	—	−50	1 443	1.23
					−26.1	1 374	1.27
					0	1 295	1.34
					25	1 207	1.43
Agua	100	2 257	0.0	333.7	0	1 000	4.22
					25	997	4.18
					50	988	4.18
					75	975	4.19
					100	958	4.22

*Temperatura de sublimación. (A presiones por debajo de la del punto triple de 518 kPa, el bióxido de carbono existe como sólido o gas. Asimismo, la temperatura en el punto de congelación del bióxido de carbono es la temperatura en el punto triple de −56.5°C.)

TABLA A-3

Propiedades de metales sólidos

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m³	c_p J/kg · K	k W/m · K	$\alpha \times 10^6$ m²/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m · K)/c_p(J/kg · K) 100	200	400	600	800	1 000
Aluminio:											
Puro	933	2 702	903	237	97.1	302	237	240	231	218	
						482	798	949	1 033	1 146	
Aleación 2024-T6	775	2 770	875	177	73.0	65	163	186	186		
(4.5% Cu, 1.5% Mg, 0.6% Mn)						473	787	925	1 042		
Aleación 195, fundido (4.5% Cu)		2 790	883	168	68.2			174	185		
Berilio	1 550	1 850	1 825	200	59.2	990	301	161	126	106	90.8
						203	1 114	2 191	2 604	2 823	3 018
Bismuto	545	9 780	122	7.86	6.59	16.5	9.69	7.04			
						112	120	127			
Boro	2 573	2 500	1 107	27.0	9.76	190	55.5	16.8	10.6	9.60	9.85
						128	600	1 463	1 892	2 160	2 338
Cadmio	594	8 650	231	96.8	48.4	203	99.3	94.7			
						198	222	242			
Cromo	2 118	7 160	449	93.7	29.1	159	111	90.9	80.7	71.3	65.4
						192	384	484	542	581	616
Cobalto	1 769	8 862	421	99.2	26.6	167	122	85.4	67.4	58.2	52.1
						236	379	450	503	550	628
Cobre:											
Puro	1 358	8 933	385	401	117	482	413	393	379	366	352
						252	356	397	417	433	451
Bronce comercial	1 293	8 800	420	52	14		42	52	59		
(90% Cu, 10% Al)							785	160	545		
Bronce al fósforo para engranes	1 104	8 780	355	54	17		41	65	74		
(89% Cu, 11% Sn)							—	—	—		
Latón para cartuchos	1 188	8 530	380	110	33.9	75	95	137	149		
(70% Cu, 30% Zn)							360	395	425		
Constantán	1 493	8 920	384	23	6.71	17	19				
(55% Cu, 45% Ni)						237	362				
Germanio	1 211	5 360	322	59.9	34.7	232	96.8	43.2	27.3	19.8	17.4
						190	290	337	348	357	375
Oro	1 336	19 300	129	317	127	327	323	311	298	284	270
						109	124	131	135	140	145
Iridio	2 720	22 500	130	147	50.3	172	153	144	138	132	126
						90	122	133	138	144	153
Hierro:											
Puro	1 810	7 870	447	80.2	23.1	134	94.0	69.5	54.7	43.3	32.8
						216	384	490	574	680	975
Armco (99.75% puro)		7 870	447	72.7	20.7	95.6	80.6	65.7	53.1	42.2	32.3
						215	384	490	574	680	975
Aceros al carbono:											
Simple al carbono (Mn ≤ 1%,		7 854	434	60.5	17.7			56.7	48.0	39.2	30.0
Si ≤ 0.1%)								487	559	685	1 169
AISI 1010		7 832	434	63.9	18.8			58.7	48.8	39.2	31.3
								487	559	685	1 168
Al carbono-silicio (Mn ≤ 1%,		7 817	446	51.9	14.9			49.8	44.0	37.4	29.3
0.1% < Si ≤ 0.6%)								501	582	699	971

TABLA A-3

Propiedades de metales sólidos (*continuación*)

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m³	c_p J/kg · K	k W/m · K	$\alpha \times 10^6$ m²/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m · K)/c_p(J/kg · K) 100	200	400	600	800	1 000
Al carbono-manganeso-silicio (1% < Mn < 1.65% 0.1% < Si < 0.6%)		8 131	434	41.0	11.6			42.2 487	39.7 559	35.0 685	27.6 1 090
Aceros al cromo (bajo):											
$\frac{1}{2}$ Cr-$\frac{1}{4}$ Mo-Si (0.18% C, 0.65% Cr, 0.23% Mo, 0.6% Si)		7 822	444	37.7	10.9			38.2 492	36.7 575	33.3 688	26.9 969
1Cr-$\frac{1}{2}$ Mo (0.16% C, 1% Cr, 0.54% Mo, 0.39% Si)		7 858	442	42.3	12.2			42.0 492	39.1 575	34.5 688	27.4 969
1Cr-V (0.2% C, 1.02% Cr, 0.15% V)		7 836	443	48.9	14.1			46.8 492	42.1 575	36.3 688	28.2 969
Aceros inoxidables:											
AISI 302		8 055	480	15.1	3.91			17.3 512	20.0 559	22.8 585	25.4 606
AISI 304	1 670	7 900	477	14.9	3.95	9.2 272	12.6 402	16.6 515	19.8 557	22.6 582	25.4 611
AISI 316		8 238	468	13.4	3.48			15.2 504	18.3 550	21.3 576	24.2 602
AISI 347		7 978	480	14.2	3.71			15.8 513	18.9 559	21.9 585	24.7 606
Plomo	601	11 340	129	35.3	24.1	39.7 118	36.7 125	34.0 132	31.4 142		
Magnesio	923	1 740	1 024	156	87.6	169 649	159 934	153 1 074	149 1 170	146 1 267	
Molibdeno	2 894	10 240	251	138	53.7	179 141	143 224	134 261	126 275	118 285	112 295
Níquel:											
Puro	1 728	8 900	444	90.7	23.0	164 232	107 383	80.2 485	65.6 592	67.6 530	71.8 562
Nicromo (80% Ni, 20% Cr)	1 672	8 400	420	12	3.4			14 480	16 525	21 545	
Inconel X-750 (73% Ni, 15% Cr, 6.7% Fe)	1 665	8 510	439	11.7	3.1	8.7 —	10.3 372	13.5 473	17.0 510	20.5 546	24.0 626
Niobio	2 741	8 570	265	53.7	23.6	55.2 188	52.6 249	55.2 274	58.2 283	61.3 292	64.4 301
Paladio	1 827	12 020	244	71.8	24.5	76.5 168	71.6 227	73.6 251	79.7 261	86.9 271	94.2 281
Platino:											
Puro	2 045	21 450	133	71.6	25.1	77.5 100	72.6 125	71.8 136	73.2 141	75.6 146	78.7 152
Aleación 60Pt-40Rh (60% Pt, 40% Rh)	1 800	16 630	162	47	17.4			52 —	59 —	65 —	69 —
Renio	3 453	21 100	136	47.9	16.7	58.9 97	51.0 127	46.1 139	44.2 145	44.1 151	44.6 156
Rodio	2 236	12 450	243	150	49.6	186 147	154 220	146 253	136 274	127 293	121 311

TABLA A-3

Propiedades de metales sólidos (*conclusión*)

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m³	c_p J/kg · K	k W/m · K	$\alpha \times 10^6$ m²/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m · K)/c_p(J/kg · K) 100	200	400	600	800	1 000
Silicio	1 685	2 330	712	148	89.2	884	264	98.9	61.9	42.4	31.2
						259	556	790	867	913	946
Plata	1 235	10 500	235	429	174	444	430	425	412	396	379
						187	225	239	250	262	277
Tantalio	3 269	16 600	140	57.5	24.7	59.2	57.5	57.8	58.6	59.4	60.2
						110	133	144	146	149	152
Torio	2 023	11 700	118	54.0	39.1	59.8	54.6	54.5	55.8	56.9	56.9
						99	112	124	134	145	156
Estaño	505	7 310	227	66.6	40.1	85.2	73.3	62.2			
						188	215	243			
Titanio	1 953	4 500	522	21.9	9.32	30.5	24.5	20.4	19.4	19.7	20.7
						300	465	551	591	633	675
Tungsteno	3 660	19 300	132	174	68.3	208	186	159	137	125	118
						87	122	137	142	146	148
Uranio	1 406	19 070	116	27.6	12.5	21.7	25.1	29.6	34.0	38.8	43.9
						94	108	125	146	176	180
Vanadio	2 192	6 100	489	30.7	10.3	35.8	31.3	31.3	33.3	35.7	38.2
						258	430	515	540	563	597
Zinc	693	7 140	389	116	41.8	117	118	111	103		
						297	367	402	436		
Zirconio	2 125	6 570	278	22.7	12.4	33.2	25.2	21.6	20.7	21.6	23.7
						205	264	300	332	342	362

De Frank P. Incropera y David P. DeWitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 3a. ed., 1990. Este material se utilizó con autorización de John Wiley & Sons, Inc.

TABLA A-4

Propiedades de no metales sólidos

Composición	Punto de fusión, K	Propiedades a 300 K: ρ kg/m³	c_p J/kg · K	k W/m · K	$\alpha \times 10^6$ m²/s	Propiedades a varias temperaturas (K), k(W/m · K)/c_p(J/kg · K): 100	200	400	600	800	1 000
Aluminio, óxido de,	2 323	3 970	765	46	15.1	450	82	32.4	18.9	13.0	10.5
zafiro						—	—	940	1 110	1 180	1 225
Aluminio, óxido de,	2 323	3 970	765	36.0	11.9	133	55	26.4	15.8	10.4	7.85
policristalino						—	—	940	1 110	1 180	1 225
Berilio, óxido de	2 725	3 000	1 030	272	88.0			196	111	70	47
								1 350	1 690	1 865	1 975
Boro	2 573	2 500	1 105	27.6	9.99	190	52.5	18.7	11.3	8.1	6.3
						—	—	1 490	1 880	2 135	2 350
Boro, fibra epóxica	590	2 080									
al compuesto											
(30% en volumen)											
k, ∥ a las fibras				2.29		2.10	2.23	2.28			
k, ⊥ a las fibras				0.59		0.37	0.49	0.60			
c_p			1 122			364	757	1 431			
Carbono											
Amorfo	1 500	1 950	—	1.60	—	0.67	1.18	1.89	21.9	2.37	2.53
						—	—	—	—	—	—
Diamante,											
tipo IIa	—	3 500	509	2 300		10 000	4 000	1 540			
aislador						21	194	853			
Grafito, pirolítico	2 273	2 210									
k, ∥ a las capas				1 950		4 970	3 230	1 390	892	667	534
k, ⊥ a las capas				5.70		16.8	9.23	4.09	2.68	2.01	1.60
c_p			709			136	411	992	1 406	1 650	1 793
Grafito, fibra de compuesto	450	1 400									
epóxico (25% en vol.)											
k, flujo de calor											
∥ a las fibras				11.1		5.7	8.7	13.0			
k, flujo de calor											
⊥ a las fibras				0.87		0.46	0.68	1.1			
c_p			935			337	642	1 216			
Pirocerámico,	1 623	2 600	808	3.98	1.89	5.25	4.78	3.64	3.28	3.08	2.96
Corning 9606						—	—	908	1 038	1 122	1 197
Silicio, carburo de	3 100	3 160	675	490	230			—	—	—	87
								880	1 050	1 135	1 195
Silicio, bióxido de,	1 883	2 650									
cristalino (cuarzo)											
k, ∥ al eje c				10.4		39	16.4	7.6	5.0	4.2	
k, ⊥ al eje c				6.21		20.8	9.5	4.70	3.4	3.1	
c_p			745			—	—	885	1 075	1 250	
Silicio, bióxido de,	1 883	2 220	745	1.38	0.834	0.69	1.14	1.51	1.75	2.17	2.87
policristalino											
(vidrio de sílice)						—	—	905	1 040	1 105	1 155
Silicio, nitruro de	2 173	2 400	691	16.0	9.65	—	—	13.9	11.3	9.88	8.76
						—	578	778	937	1 063	1 155
Azufre	392	2 070	708	0.206	0.141	0.165	0.185				
						403	606				
Torio, bióxido de	3 573	9 110	235	13	6.1			10.2	6.6	4.7	3.68
								255	274	285	295
Titanio, bióxido de,	2 133	4 157	710	8.4	2.8			7.01	5.02	3.94	3.46
policristalino								805	880	910	930

TABLA A-5

Propiedades de materiales de construcción
(a una temperatura media de 24°C)

Material	Espesor, L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), K · m^2/W
Tableros de construcción					
Tablero de asbesto-cemento	6 mm	1 922	—	1.00	0.011
Tablero de yeso de revoque	10 mm	800	—	1.09	0.057
	13 mm	800	—	—	0.078
Madera contrachapada (abeto Douglas)	—	545	0.12	1.21	—
	6 mm	545	—	1.21	0.055
	10 mm	545	—	1.21	0.083
	13 mm	545	—	1.21	0.110
	20 mm	545	—	1.21	0.165
Tablero y entablado aislados	13 mm	288	—	1.30	0.232
(densidad común)	20 mm	288	—	1.30	0.359
Tablero duro (de alta densidad, amasado estándar)	—	1 010	0.14	1.34	—
Tablero aglutinado:					
Densidad media	—	800	0.14	1.30	—
Contrapiso	16 mm	640	—	1.21	0.144
Contrapiso de madera	20 mm	—	—	1.38	0.166
Membrana de construcción					
Fieltro permeable al vapor	—	—	—	—	0.011
Sello de vapor (2 capas de fieltro de 0.73 kg/m^2 estropajeado)	—	—	—	—	0.021
Materiales para piso					
Alfombra y carpeta fibrosa	—	—	—	1.42	0.367
Alfombra y carpeta de caucho	—	—	—	1.38	0.217
Loseta (asfalto, linóleo, vinilo)	—	—	—	1.26	0.009
Materiales para mampostería					
Unidades de mampostería:					
Ladrillo común		1 922	0.72	—	—
Ladrillo para fachada		2 082	1.30	—	—
Ladrillo de arcilla refractaria		2 400	1.34	—	—
		1 920	0.90	0.79	—
		1 120	0.41	—	—
Bloques de concreto (3 núcleos ovales, agregado de arena y grava)	100 mm	—	0.77	—	0.13
	200 mm	—	1.0	—	0.20
	300 mm	—	1.30	—	0.23
Concretos:					
Agregados ligeros (incluyendo esquisto, arcilla o pizarra expandidos; escorias de alto horno expandidas; cenizas de alto horno; piedra pómez y escoria)		1 920	1.1	—	—
		1 600	0.79	0.84	—
		1 280	0.54	0.84	—
		960	0.33	—	—
		940	0.18	—	—
Cemento/cal, mortero y estuco		1 920	1.40	—	—
		1 280	0.65	—	—
Estuco		1 857	0.72	—	—

TABLA A-5

Propiedades de materiales de construcción (*conclusión*)
(a una temperatura media de 24°C)

Material	Espesor, L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), K · m^2/W
Material para techos					
Tejas de asbesto-cemento		1 900	—	1.00	0.037
Asfalto en rollos		1 100	—	1.51	0.026
Tejas de asfalto		1 100	—	1.26	0.077
Techado incorporado	10 mm	1 100	—	1.46	0.058
Pizarra	13 mm	—	—	1.26	0.009
Tejas de madera (simples o con cara de plástico/película)		—	—	1.30	0.166
Materiales para revoque					
Revoque de cemento, agregado de arena	19 mm	1 860	0.72	0.84	0.026
Revoque de yeso:					
Agregado ligero	13 mm	720	—	—	0.055
Agregado de arena	13 mm	1 680	0.81	0.84	0.016
Agregado de perlita	—	720	0.22	1.34	—
Material para forro exterior (sobre superficies planas)					
Tejas de asbesto-cemento	—	1 900	—	—	0.037
Forro de tablero duro	11 mm	—	—	1.17	0.12
Forro de madera (rebajada)	25 mm	—	—	1.30	0.139
Forro de madera (contrachapada), traslapada	10 mm	—	—	1.21	0.111
Forro de aluminio o acero (sobre encofrado):					
Con respaldo hueco	10 mm	—	—	1.22	0.11
Con respaldo de tablero aislante	10 mm	—	—	1.34	0.32
Vidrio arquitectónico	—	2 530	1.0	0.84	0.018
Maderas					
Maderas duras (arce, roble, etc.)	—	721	0.159	1.26	—
Maderas suaves (abeto, pino, etc.)	—	513	0.115	1.38	—
Metales					
Aluminio (1 100)	—	2 739	222	0.896	—
Acero dulce	—	7 833	45.3	0.502	—
Acero inoxidable	—	7 913	15.6	0.456	—

Fuente: Las tablas A-5 y A-6 se adaptaron tomándolas del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, 1993), Cap. 22, tabla 4. Usadas con autorización.

TABLA A-6

Propiedades de materiales aislantes
(a una temperatura media de 24°C)

Material	Espesor, L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), K · m^2/W
Colcha y lámina					
Fibra mineral (forma fibrosa	50 a 70 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	1.23
procesada a partir de roca,	75 a 90 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	1.94
escoria o vidrio)	135 a 165 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	3.32
Tablero y losa					
Vidrio celular		136	0.055	1.0	—
Fibra de vidrio (ligamento orgánico)		64-144	0.036	0.96	—
Poliestireno expandido (bolitas moldeadas)		16	0.040	1.2	—
Poliuretano expandido (*R*-11 expandido)		24	0.023	1.6	—
Perlita expandida (ligamento orgánico)		16	0.052	1.26	—
Caucho expandido (rígido)		72	0.032	1.68	—
Fibra mineral con aglomerante de resina		240	0.042	0.71	—
Corcho		120	0.039	1.80	—
Rociado o formado en el sitio					
Espuma de poliuretano		24-40	0.023-0.026	—	—
Fibra de vidrio		56-72	0.038-0.039	—	—
Uretano, mezcla de dos partes					
(espuma rígida)		70	0.026	1.045	—
Gránulos de lana mineral con aglomerantes					
de asbesto/inorgánico (rociado)		190	0.046	—	—
Relleno flojo					
Fibra mineral (de roca,					
escoria o vidrio)	~ 75 a 125 mm	9.6-32	—	0.71	1.94
	~165 a 222 mm	9.6-32	—	0.71	3.35
	~191 a 254 mm	—	—	0.71	3.87
	~185 mm	—	—	0.71	5.28
Aerogel de sílice		122	0.025	—	—
Vermiculita (expandida)		122	0.068	—	—
Perlita (expandida)		32-66	0.039-0.045	1.09	—
Aserrín o virutas		128-240	0.065	1.38	—
Aislamiento celulósico					
(papel molido o pulpa de madera)		37-51	0.039-0.046	—	—
Aislamiento para techo					
Vidrio celular	—	144	0.058	1.0	—
Preformado, para usarse arriba					
del tablero	13 mm	—	—	1.0	0.24
	25 mm	—	—	2.1	0.49
	50 mm	—	—	3.9	0.93
Aislamiento reflector					
Polvo sílice (al vacío)		160	0.0017	—	—
Hoja de aluminio separando colchones de vidrio					
esponjoso; 10 a 12 capas (al vacío);					
para aplicaciones criogénicas (150 K)		40	0.00016	—	—
Hoja de aluminio y laminado de vidrio y papel;					
75 a 150 capas; para aplicaciones criogénicas (150 K)		120	0.000017	—	—

TABLA A-7

Propiedades de alimentos comunes

a) Calores específicos y propiedades en el punto de congelación

Alimento	Contenido de agua,[a] % (masa)	Punto de congelación[a] °C	Calor específico,[b] kJ/kg · K: Arriba del punto de congelación	Calor específico,[b] kJ/kg · K: Debajo del punto de congelación	Calor latente de fusión,[c] kJ/kg
Vegetales					
Alcachofas	84	−1.2	3.65	1.90	281
Espárragos	93	−0.6	3.96	2.01	311
Frijoles	89	−0.7	3.82	1.96	297
Brócoli	90	−0.6	3.86	1.97	301
Col	92	−0.9	3.92	2.00	307
Zanahorias	88	−1.4	3.79	1.95	294
Coliflor	92	−0.8	3.92	2.00	307
Apio	94	−0.5	3.99	2.02	314
Maíz tierno	74	−0.6	3.32	1.77	247
Pepinos	96	−0.5	4.06	2.05	321
Berenjena	93	−0.8	3.96	2.01	311
Rábano	75	−1.8	3.35	1.78	251
Poro	85	−0.7	3.69	1.91	284
Lechuga	95	−0.2	4.02	2.04	317
Hongos	91	−0.9	3.89	1.99	304
Quimbombó	90	−1.8	3.86	1.97	301
Cebollas frescas	89	−0.9	3.82	1.96	297
Cebollas secas	88	−0.8	3.79	1.95	294
Perejil	85	−1.1	3.69	1.91	284
Chícharos frescos	74	−0.6	3.32	1.77	247
Pimientos	92	−0.7	3.92	2.00	307
Papas	78	−0.6	3.45	1.82	261
Calabazas	91	−0.8	3.89	1.99	304
Espinaca	93	−0.3	3.96	2.01	311
Tomate rojo	94	−0.5	3.99	2.02	314
Nabos	92	−1.1	3.92	2.00	307
Frutas					
Manzanas	84	−1.1	3.65	1.90	281
Chabacanos	85	−1.1	3.69	1.91	284
Aguacates	65	−0.3	3.02	1.66	217
Plátanos	75	−0.8	3.35	1.78	251
Moras azules	82	−1.6	3.59	1.87	274
Melones	92	−1.2	3.92	2.00	307
Cerezas ácidas	84	−1.7	3.65	1.90	281
Cerezas dulces	80	−1.8	3.52	1.85	267
Higos secos	23	—	—	1.13	77
Higos frescos	78	−2.4	3.45	1.82	261
Toronja	89	−1.1	3.82	1.96	297
Uvas	82	−1.1	3.59	1.87	274
Limones	89	−1.4	3.82	1.96	297
Aceitunas	75	−1.4	3.35	1.78	251
Naranjas	87	−0.8	3.75	1.94	291
Duraznos	89	−0.9	3.82	1.96	297
Peras	83	−1.6	3.62	1.89	277
Piñas	85	−1.0	3.69	1.91	284
Ciruelas	86	−0.8	3.72	1.92	287
Membrillos	85	−2.0	3.69	1.91	284
Pasas	18	—	—	1.07	60
Fresas	90	−0.8	3.86	1.97	301
Mandarinas	87	−1.1	3.75	1.94	291
Sandías	93	−0.4	3.96	2.01	311
Pescado/mariscos					
Bacalao entero	78	−2.2	3.45	1.82	261
Hipogloso entero	75	−2.2	3.35	1.78	251
Langosta	79	−2.2	3.49	1.84	264
Macarela	57	−2.2	2.75	1.56	190
Salmón entero	64	−2.2	2.98	1.65	214
Camarón	83	−2.2	3.62	1.89	277
Carnes					
Res, canal de	49	−1.7	2.48	1.46	164
Hígado	70	−1.7	3.18	1.72	234
Bistec	67	—	3.08	1.68	224
Lomo	56	—	2.72	1.55	187
Pollo	74	−2.8	3.32	1.77	247
Cordero, pierna de	65	—	3.02	1.66	217
Cerdo, canal de	37	—	2.08	1.31	124
Jamón	56	−1.7	2.72	1.55	187
Salchicha de puerco	38	—	2.11	1.32	127
Pavo	64	—	2.98	1.65	214
Otros					
Almendras	5	—	—	0.89	17
Mantequilla	16	—	—	1.04	53
Queso americano	37	−12.9	2.08	1.31	124
Queso suizo	39	−10.0	2.15	1.33	130
Chocolate con leche	1	—	—	0.85	3
Huevos enteros	74	−0.6	3.32	1.77	247
Miel de abeja	17	—	—	1.05	57
Mantecado	63	−5.6	2.95	1.63	210
Leche entera	88	−0.6	3.79	1.95	294
Cacahuates	6	—	—	0.92	20
Cacahuates tostados	2	—	—	0.87	7
Nueces encarceladas	3	—	—	0.87	10
Nueces	4	—	—	0.88	13

Fuentes: [a] Los datos sobre los contenidos de agua y los puntos de congelación se tomaron del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión en el SI (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), cap. 30, tabla 1. Usado con autorización. El punto de congelación es la temperatura a la cual esa congelación se inicia para las frutas y los vegetales, y la temperatura promedio de congelación para los otros alimentos.

[b] Los datos del calor específico están basados en los valores del calor específico del agua y el hielo a 0°C y se determinan con base en las fórmulas de Siebel: $c_{p,\,\text{fresco}} = 3.35 \times (\text{contenido de agua}) + 0.84$, arriba del punto de congelación, y $c_{p,\,\text{congelado}} = 1.26 \times (\text{contenido de agua}) + 0.84$, debajo del punto de congelación.

[c] El calor latente de fusión se determina al multiplicar el calor de fusión del agua (334 kJ/kg) por el contenido de agua del alimento.

TABLA A-7

Propiedades de alimentos comunes (*conclusión*)
b) Otras propiedades

Alimento	Contenido de agua, % (masa)	Temperatura, T °C	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · °C	Difusividad térmica, α m^2/s	Calor específico, c_p kJ/kg · K
Frutas/Vegetales						
Manzana, jugo de	87	20	1 000	0.559	0.14×10^{-6}	3.86
Manzanas	85	8	840	0.418	0.13×10^{-6}	3.81
Manzanas secas	41.6	23	856	0.219	0.096×10^{-6}	2.72
Chabacanos secos	43.6	23	1 320	0.375	0.11×10^{-6}	2.77
Plátanos frescos	76	27	980	0.481	0.14×10^{-6}	3.59
Brócoli	—	−6	560	0.385	—	—
Moras frescas	92	0-30	1 050	0.545	0.13×10^{-6}	3.99
Higos	40.4	23	1 241	0.310	0.096×10^{-6}	2.69
Toronja, jugo de	89	20	1 000	0.567	0.14×10^{-6}	3.91
Duraznos	89	2-32	960	0.526	0.14×10^{-6}	3.91
Ciruelas	—	−16	610	0.247	—	—
Papas	78	0-70	1 055	0.498	0.13×10^{-6}	3.64
Pasas	32	23	1 380	0.376	0.11×10^{-6}	2.48
Carnes						
Res, bistec de	67	6	950	0.406	0.13×10^{-6}	3.36
Res, carne magra de	74	3	1 090	0.471	0.13×10^{-6}	3.54
Res, carne grasosa de	0	35	810	0.190	—	—
Res, hígado de	72	35	—	0.448	—	3.49
Gatos, alimento para	39.7	23	1 140	0.326	0.11×10^{-6}	2.68
Pollo, pechuga de	75	0	1 050	0.476	0.13×10^{-6}	3.56
Perros, alimento para	30.6	23	1 240	0.319	0.11×10^{-6}	2.45
Bacalao	81	3	1 180	0.534	0.12×10^{-6}	3.71
Salmón	67	3	—	0.531	—	3.36
Jamón	71.8	20	1 030	0.480	0.14×10^{-6}	3.48
Cordero	72	20	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Puerco, carne magra	72	4	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Pavo, pechuga de	74	3	1 050	0.496	0.13×10^{-6}	3.54
Ternera	75	20	1 060	0.470	0.13×10^{-6}	3.56
Otros						
Mantequilla	16	4	—	0.197	—	2.08
Chocolate, pastel de	31.9	23	340	0.106	0.12×10^{-6}	2.48
Margarina	16	5	1 000	0.233	0.11×10^{-6}	2.08
Leche descremada	91	20	—	0.566	—	3.96
Leche entera	88	28	—	0.580	—	3.89
Olivo, aceite de	0	32	910	0.168	—	—
Cacahuate, aceite de	0	4	920	0.168	—	—
Agua	100	0	1 000	0.569	0.14×10^{-6}	4.217
	100	30	995	0.618	0.15×10^{-6}	4.178
Pastel blanco	32.3	23	450	0.082	0.10×10^{-6}	2.49

Fuente: Los datos se obtuvieron principalmente del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión en el SI (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), cap. 30, tablas 7 y 9. Usado con autorización.

La mayor parte de los calores específicos se calculan a partir de $c_p = 1.68 + 2.51 \times$ (contenido de agua), lo cual es una buena aproximación en el rango de temperatura de 3 hasta 32°C. La mayor parte de las difusividades térmicas se calculan a partir de $\alpha = k/\rho c_p$. Los valores patentados dados son válidos para el contenido específico de agua.

TABLA A-8

Propiedades de diversos materiales
(A menos que se indique lo contrario, los valores se dan a 300 K)

Material	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p J/kg · K
Asfalto	2 115	0.062	920
Baquelita	1 300	1.4	1 465
Ladrillo refractario			
Ladrillo de cromita			
473 K	3 010	2.3	835
823 K	—	2.5	—
1173 K	—	2.0	—
Arcilla refractaria cocida			
1600 K			
773 K	2 050	1.0	960
1073 K	—	1.1	—
1373 K	—	1.1	—
Arcilla refractaria cocida			
1725 K			
773 K	2 325	1.3	960
1073 K	—	1.4	—
1373 K	—	1.4	—
Ladrillo de arcilla refractaria			
478 K	2 645	1.0	960
922 K	—	1.5	—
1478 K	—	1.8	—
Magnesita			
478 K	—	3.8	1 130
922 K	—	2.8	—
1478 K	—	1.9	—
Carne de pollo blanca (74.4% de contenido de agua)			
198 K	—	1.60	—
233 K	—	1.49	—
253 K	—	1.35	—
273 K	—	0.48	—
293 K	—	0.49	—
Arcilla seca	1 550	0.930	—
Arcilla mojada	1 495	1.675	—
Carbón mineral, antracita	1 350	0.26	1 260
Concreto (mezcla con piedra)	2 300	1.4	880
Corcho	86	0.048	2 030
Algodón	80	0.06	1 300
Grasa	—	0.17	—
Vidrio			
De ventana	2 800	0.7	750
Pyrex	2 225	1-1.4	835
Crown	2 500	1.05	—
Al plomo	3 400	0.85	—
Hielo			
273 K	920	1.88	2 040
253 K	922	2.03	1 945
173 K	928	3.49	1 460
Cuero para suela	998	0.159	—
Linóleo	535	0.081	—
	1 180	0.186	—
Mica	2 900	0.523	—
Papel	930	0.180	1 340
Plásticos			
Plexiglás	1 190	0.19	1 465
Teflón			
300 K	2 200	0.35	1 050
400 K	—	0.45	—
Lexan	1 200	0.19	1 260
Nylon	1 145	0.29	—
Polipropileno	910	0.12	1 925
Poliéster	1 395	0.15	1 170
PVC, vinilo	1 470	0.1	840
Porcelana	2 300	1.5	—
Caucho natural	1 150	0.28	—
Caucho vulcanizado			
Blando	1 100	0.13	2 010
Duro	1 190	0.16	—
Arena	1 515	0.2-1.0	800
Nieve reciente	100	0.60	—
Nieve, 273 K	500	2.2	—
Suelo seco	1 500	1.0	1 900
Suelo mojado	1 900	2.0	2 200
Azúcar	1 600	0.58	—
Tejido humano			
Piel	—	0.37	—
Capa de grasa	—	0.2	—
Músculo	—	0.41	—
Vaselina	—	0.17	—
Madera, perpendicular a la fibra			
De balsa	140	0.055	—
Abeto	415	0.11	2 720
Roble	545	0.17	2 385
Pino blanco	435	0.11	—
Pino amarillo	640	0.15	2 805
Madera, radial			
Roble	545	0.19	2 385
Abeto	420	0.14	2 720
Madera para barcos	145	0.05	—

Fuente: Los datos se recopilaron de diversas fuentes.

TABLA A-9

Propiedades del agua saturada

Temp., T °C	Presión de saturación, P_{sat}, kPa	Densidad, ρ kg/m³ Líquido	Densidad, ρ kg/m³ Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Calor específico, c_p, J/kg · K Líquido	Calor específico, c_p, J/kg · K Vapor	Conductividad térmica, k W/m · K Líquido	Conductividad térmica, k W/m · K Vapor	Viscosidad dinámica, μ kg/m · s Líquido	Viscosidad dinámica, μ kg/m · s Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β 1/K Líquido
0.01	0.6113	999.8	0.0048	2 501	4 217	1 854	0.561	0.0171	1.792×10^{-3}	0.922×10^{-5}	13.5	1.00	-0.068×10^{-3}
5	0.8721	999.9	0.0068	2 490	4 205	1 857	0.571	0.0173	1.519×10^{-3}	0.934×10^{-5}	11.2	1.00	0.015×10^{-3}
10	1.2276	999.7	0.0094	2 478	4 194	1 862	0.580	0.0176	1.307×10^{-3}	0.946×10^{-5}	9.45	1.00	0.733×10^{-3}
15	1.7051	999.1	0.0128	2 466	4 185	1 863	0.589	0.0179	1.138×10^{-3}	0.959×10^{-5}	8.09	1.00	0.138×10^{-3}
20	2.339	998.0	0.0173	2 454	4 182	1 867	0.598	0.0182	1.002×10^{-3}	0.973×10^{-5}	7.01	1.00	0.195×10^{-3}
25	3.169	997.0	0.0231	2 442	4 180	1 870	0.607	0.0186	0.891×10^{-3}	0.987×10^{-5}	6.14	1.00	0.247×10^{-3}
30	4.246	996.0	0.0304	2 431	4 178	1 875	0.615	0.0189	0.798×10^{-3}	1.001×10^{-5}	5.42	1.00	0.294×10^{-3}
35	5.628	994.0	0.0397	2 419	4 178	1 880	0.623	0.0192	0.720×10^{-3}	1.016×10^{-5}	4.83	1.00	0.337×10^{-3}
40	7.384	992.1	0.0512	2 407	4 179	1 885	0.631	0.0196	0.653×10^{-3}	1.031×10^{-5}	4.32	1.00	0.377×10^{-3}
45	9.593	990.1	0.0655	2 395	4 180	1 892	0.637	0.0200	0.596×10^{-3}	1.046×10^{-5}	3.91	1.00	0.415×10^{-3}
50	12.35	988.1	0.0831	2 383	4 181	1 900	0.644	0.0204	0.547×10^{-3}	1.062×10^{-5}	3.55	1.00	0.451×10^{-3}
55	15.76	985.2	0.1045	2 371	4 183	1 908	0.649	0.0208	0.504×10^{-3}	1.077×10^{-5}	3.25	1.00	0.484×10^{-3}
60	19.94	983.3	0.1304	2 359	4 185	1 916	0.654	0.0212	0.467×10^{-3}	1.093×10^{-5}	2.99	1.00	0.517×10^{-3}
65	25.03	980.4	0.1614	2 346	4 187	1 926	0.659	0.0216	0.433×10^{-3}	1.110×10^{-5}	2.75	1.00	0.548×10^{-3}
70	31.19	977.5	0.1983	2 334	4 190	1 936	0.663	0.0221	0.404×10^{-3}	1.126×10^{-5}	2.55	1.00	0.578×10^{-3}
75	38.58	974.7	0.2421	2 321	4 193	1 948	0.667	0.0225	0.378×10^{-3}	1.142×10^{-5}	2.38	1.00	0.607×10^{-3}
80	47.39	971.8	0.2935	2 309	4 197	1 962	0.670	0.0230	0.355×10^{-3}	1.159×10^{-5}	2.22	1.00	0.653×10^{-3}
85	57.83	968.1	0.3536	2 296	4 201	1 977	0.673	0.0235	0.333×10^{-3}	1.176×10^{-5}	2.08	1.00	0.670×10^{-3}
90	70.14	965.3	0.4235	2 283	4 206	1 993	0.675	0.0240	0.315×10^{-3}	1.193×10^{-5}	1.96	1.00	0.702×10^{-3}
95	84.55	961.5	0.5045	2 270	4 212	2 010	0.677	0.0246	0.297×10^{-3}	1.210×10^{-5}	1.85	1.00	0.716×10^{-3}
100	101.33	957.9	0.5978	2 257	4 217	2 029	0.679	0.0251	0.282×10^{-3}	1.227×10^{-5}	1.75	1.00	0.750×10^{-3}
110	143.27	950.6	0.8263	2 230	4 229	2 071	0.682	0.0262	0.255×10^{-3}	1.261×10^{-5}	1.58	1.00	0.798×10^{-3}
120	198.53	943.4	1.121	2 203	4 244	2 120	0.683	0.0275	0.232×10^{-3}	1.296×10^{-5}	1.44	1.00	0.858×10^{-3}
130	270.1	934.6	1.496	2 174	4 263	2 177	0.684	0.0288	0.213×10^{-3}	1.330×10^{-5}	1.33	1.01	0.913×10^{-3}
140	361.3	921.7	1.965	2 145	4 286	2 244	0.683	0.0301	0.197×10^{-3}	1.365×10^{-5}	1.24	1.02	0.970×10^{-3}
150	475.8	916.6	2.546	2 114	4 311	2 314	0.682	0.0316	0.183×10^{-3}	1.399×10^{-5}	1.16	1.02	1.025×10^{-3}
160	617.8	907.4	3.256	2 083	4 340	2 420	0.680	0.0331	0.170×10^{-3}	1.434×10^{-5}	1.09	1.05	1.145×10^{-3}
170	791.7	897.7	4.119	2 050	4 370	2 490	0.677	0.0347	0.160×10^{-3}	1.468×10^{-5}	1.03	1.05	1.178×10^{-3}
180	1 002.1	887.3	5.153	2 015	4 410	2 590	0.673	0.0364	0.150×10^{-3}	1.502×10^{-5}	0.983	1.07	1.210×10^{-3}
190	1 254.4	876.4	6.388	1 979	4 460	2 710	0.669	0.0382	0.142×10^{-3}	1.537×10^{-5}	0.947	1.09	1.280×10^{-3}
200	1 553.8	864.3	7.852	1 941	4 500	2 840	0.663	0.0401	0.134×10^{-3}	1.571×10^{-5}	0.910	1.11	1.350×10^{-3}
220	2 318	840.3	11.60	1 859	4 610	3 110	0.650	0.0442	0.122×10^{-3}	1.641×10^{-5}	0.865	1.15	1.520×10^{-3}
240	3 344	813.7	16.73	1 767	4 760	3 520	0.632	0.0487	0.111×10^{-3}	1.712×10^{-5}	0.836	1.24	1.720×10^{-3}
260	4 688	783.7	23.69	1 663	4 970	4 070	0.609	0.0540	0.102×10^{-3}	1.788×10^{-5}	0.832	1.35	2.000×10^{-3}
280	6 412	750.8	33.15	1 544	5 280	4 835	0.581	0.0605	0.094×10^{-3}	1.870×10^{-5}	0.854	1.49	2.380×10^{-3}
300	8 581	713.8	46.15	1 405	5 750	5 980	0.548	0.0695	0.086×10^{-3}	1.965×10^{-5}	0.902	1.69	2.950×10^{-3}
320	11 274	667.1	64.57	1 239	6 540	7 900	0.509	0.0836	0.078×10^{-3}	2.084×10^{-5}	1.00	1.97	—
340	14 586	610.5	92.62	1 028	8 240	11 870	0.469	0.110	0.070×10^{-3}	2.255×10^{-5}	1.23	2.43	—
360	18 651	528.3	144.0	720	14 690	25 800	0.427	0.178	0.060×10^{-3}	2.571×10^{-5}	2.06	3.73	—
374.14	22 090	317.0	317.0	0	—	—	—	—	0.043×10^{-3}	4.313×10^{-5}	—	—	—

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las temperaturas de 0.01°C, 100°C y 374.14°C son las temperaturas de los puntos triple, de ebullición y crítico del agua, respectivamente. Las propiedades cuya lista se da arriba (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualquier presión con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C, para el calor específico, es equivalente a kJ/kg · K y la unidad W/m · °C, para la conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Los datos de la viscosidad y la conductividad térmica se tomaron de J. V. Sengers y J. T. R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15 (1986), pp. 1291-1322. Los otros datos se obtuvieron de diversas fuentes o se calcularon.

TABLA A-10

Propiedades del refrigerante 134a saturado

Temp., T, °C	Presión de saturación, P, kPa	Densidad, ρ, kg/m³ Líquido	Densidad, ρ, kg/m³ Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Calor específico, c_p, J/kg · K Líquido	Calor específico, c_p, J/kg · K Vapor	Conductividad térmica, k, W/m · K Líquido	Conductividad térmica, k, W/m · K Vapor	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Líquido	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/K, Líquido	Tensión superficial, N/m
−40	51.2	1 418	2.773	225.9	1 254	748.6	0.1101	0.00811	4.878×10^{-4}	2.550×10^{-6}	5.558	0.235	0.00205	0.01760
−35	66.2	1 403	3.524	222.7	1 264	764.1	0.1084	0.00862	4.509×10^{-4}	3.003×10^{-6}	5.257	0.266	0.00209	0.01682
−30	84.4	1 389	4.429	219.5	1 273	780.2	0.1066	0.00913	4.178×10^{-4}	3.504×10^{-6}	4.992	0.299	0.00215	0.01604
−25	106.5	1 374	5.509	216.3	1 283	797.2	0.1047	0.00963	3.882×10^{-4}	4.054×10^{-6}	4.757	0.335	0.00220	0.01527
−20	132.8	1 359	6.787	213.0	1 294	814.9	0.1028	0.01013	3.614×10^{-4}	4.651×10^{-6}	4.548	0.374	0.00227	0.01451
−15	164.0	1 343	8.288	209.5	1 306	833.5	0.1009	0.01063	3.371×10^{-4}	5.295×10^{-6}	4.363	0.415	0.00233	0.01376
−10	200.7	1 327	10.04	206.0	1 318	853.1	0.0989	0.01112	3.150×10^{-4}	5.982×10^{-6}	4.198	0.459	0.00241	0.01302
−5	243.5	1 311	12.07	202.4	1 330	873.8	0.0968	0.01161	2.947×10^{-4}	6.709×10^{-6}	4.051	0.505	0.00249	0.01229
0	293.0	1 295	14.42	198.7	1 344	895.6	0.0947	0.01210	2.761×10^{-4}	7.471×10^{-6}	3.919	0.553	0.00258	0.01156
5	349.9	1 278	17.12	194.8	1 358	918.7	0.0925	0.01259	2.589×10^{-4}	8.264×10^{-6}	3.802	0.603	0.00269	0.01084
10	414.9	1 261	20.22	190.8	1 374	943.2	0.0903	0.01308	2.430×10^{-4}	9.081×10^{-6}	3.697	0.655	0.00280	0.01014
15	488.7	1 244	23.75	186.6	1 390	969.4	0.0880	0.01357	2.281×10^{-4}	9.915×10^{-6}	3.604	0.708	0.00293	0.00944
20	572.1	1 226	27.77	182.3	1 408	997.6	0.0856	0.01406	2.142×10^{-4}	1.075×10^{-5}	3.521	0.763	0.00307	0.00876
25	665.8	1 207	32.34	177.8	1 427	1 028	0.0833	0.01456	2.012×10^{-4}	1.160×10^{-5}	3.448	0.819	0.00324	0.00808
30	770.6	1 188	37.53	173.1	1 448	1 061	0.0808	0.01507	1.888×10^{-4}	1.244×10^{-5}	3.383	0.877	0.00342	0.00742
35	887.5	1 168	43.41	168.2	1 471	1 098	0.0783	0.01558	1.772×10^{-4}	1.327×10^{-5}	3.328	0.935	0.00364	0.00677
40	1 017.1	1 147	50.08	163.0	1 498	1 138	0.0757	0.01610	1.660×10^{-4}	1.408×10^{-5}	3.285	0.995	0.00390	0.00613
45	1 160.5	1 125	57.66	157.6	1 529	1 184	0.0731	0.01664	1.554×10^{-4}	1.486×10^{-5}	3.253	1.058	0.00420	0.00550
50	1 318.6	1 102	66.27	151.8	1 566	1 237	0.0704	0.01720	1.453×10^{-4}	1.562×10^{-5}	3.231	1.123	0.00455	0.00489
55	1 492.3	1 078	76.11	145.7	1 608	1 298	0.0676	0.01777	1.355×10^{-4}	1.634×10^{-5}	3.223	1.193	0.00500	0.00429
60	1 682.8	1 053	87.38	139.1	1 659	1 372	0.0647	0.01838	1.260×10^{-4}	1.704×10^{-5}	3.229	1.272	0.00554	0.00372
65	1 891.0	1 026	100.4	132.1	1 722	1 462	0.0618	0.01902	1.167×10^{-4}	1.771×10^{-5}	3.255	1.362	0.00624	0.00315
70	2 118.2	996.2	115.6	124.4	1 801	1 577	0.0587	0.01972	1.077×10^{-4}	1.839×10^{-5}	3.307	1.471	0.00716	0.00261
75	2 365.8	964	133.6	115.9	1 907	1 731	0.0555	0.02048	9.891×10^{-5}	1.908×10^{-5}	3.400	1.612	0.00843	0.00209
80	2 635.2	928.2	155.3	106.4	2 056	1 948	0.0521	0.02133	9.011×10^{-5}	1.982×10^{-5}	3.558	1.810	0.01031	0.00160
85	2 928.2	887.1	182.3	95.4	2 287	2 281	0.0484	0.02233	8.124×10^{-5}	2.071×10^{-5}	3.837	2.116	0.01336	0.00114
90	3 246.9	837.7	217.8	82.2	2 701	2 865	0.0444	0.02357	7.203×10^{-5}	2.187×10^{-5}	4.385	2.658	0.01911	0.00071
95	3 594.1	772.5	269.3	64.9	3 675	4 144	0.0396	0.02544	6.190×10^{-5}	2.370×10^{-5}	5.746	3.862	0.03343	0.00033
100	3 975.1	651.7	376.3	33.9	7 959	8 785	0.0322	0.02989	4.765×10^{-5}	2.833×10^{-5}	11.77	8.326	0.10047	0.00004

Nota: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: R. Tillner-Roth y H. D. Baehr, "An International Standard Formulation for the Thermodynamic Properties of 1, 1, 1, 2-Tetraflouroethane (HFC-134a) for Temperatures from 170 K to 455 K and Pressures up to 70 MPa", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 23, No. 5, 1994; M. J. Assael, N. K. Dalaouti, A. A. Griva y J. H. Dymond, "Viscosity and Thermal Conductivity of Halogenated Methane and Ethane Refrigerants", *IJR*. Vol. 22, págs. 525-535, 1999; programa NIST REFROP 6 (M. O. McLinden, S. A. Klein, E. W. Lemmon y A. P. Peskin, Physical and Chemical Properties Division, National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO 80303, 1995).

TABLA A-11

Propiedades del amoniaco saturado

Temp., T, °C	Presión de saturación, P, kPa	Densidad, ρ, kg/m³ Líquido	Densidad, ρ, kg/m³ Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Calor específico, c_p, J/kg · K Líquido	Calor específico, c_p, J/kg · K Vapor	Conductividad térmica, k, W/m · K Líquido	Conductividad térmica, k, W/m · K Vapor	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Líquido	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/K, Líquido	Tensión superficial, N/m
−40	71.66	690.2	0.6435	1 389	4 414	2 242	—	0.01792	2.926×10^{-4}	7.957×10^{-6}	—	0.9955	0.00176	0.03565
−30	119.4	677.8	1.037	1 360	4 465	2 322	—	0.01898	2.630×10^{-4}	8.311×10^{-6}	—	1.017	0.00185	0.03341
−25	151.5	671.5	1.296	1 345	4 489	2 369	0.5968	0.01957	2.492×10^{-4}	8.490×10^{-6}	1.875	1.028	0.00190	0.03229
−20	190.1	665.1	1.603	1 329	4 514	2 420	0.5853	0.02015	2.361×10^{-4}	8.669×10^{-6}	1.821	1.041	0.00194	0.03118
−15	236.2	658.6	1.966	1 313	4 538	2 476	0.5737	0.02075	2.236×10^{-4}	8.851×10^{-6}	1.769	1.056	0.00199	0.03007
−10	290.8	652.1	2.391	1 297	4 564	2 536	0.5621	0.02138	2.117×10^{-4}	9.034×10^{-6}	1.718	1.072	0.00205	0.02896
−5	354.9	645.4	2.886	1 280	4 589	2 601	0.5505	0.02203	2.003×10^{-4}	9.218×10^{-6}	1.670	1.089	0.00210	0.02786
0	429.6	638.6	3.458	1 262	4 617	2 672	0.5390	0.02270	1.896×10^{-4}	9.405×10^{-6}	1.624	1.107	0.00216	0.02676
5	516	631.7	4.116	1 244	4 645	2 749	0.5274	0.02341	1.794×10^{-4}	9.593×10^{-6}	1.580	1.126	0.00223	0.02566
10	615.3	624.6	4.870	1 226	4 676	2 831	0.5158	0.02415	1.697×10^{-4}	9.784×10^{-6}	1.539	1.147	0.00230	0.02457
15	728.8	617.5	5.729	1 206	4 709	2 920	0.5042	0.02492	1.606×10^{-4}	9.978×10^{-6}	1.500	1.169	0.00237	0.02348
20	857.8	610.2	6.705	1 186	4 745	3 016	0.4927	0.02573	1.519×10^{-4}	1.017×10^{-5}	1.463	1.193	0.00245	0.02240
25	1 003	602.8	7.809	1 166	4 784	3 120	0.4811	0.02658	1.438×10^{-4}	1.037×10^{-5}	1.430	1.218	0.00254	0.02132
30	1 167	595.2	9.055	1 144	4 828	3 232	0.4695	0.02748	1.361×10^{-4}	1.057×10^{-5}	1.399	1.244	0.00264	0.02024
35	1 351	587.4	10.46	1 122	4 877	3 354	0.4579	0.02843	1.288×10^{-4}	1.078×10^{-5}	1.372	1.272	0.00275	0.01917
40	1 555	579.4	12.03	1 099	4 932	3 486	0.4464	0.02943	1.219×10^{-4}	1.099×10^{-5}	1.347	1.303	0.00287	0.01810
45	1 782	571.3	13.8	1 075	4 993	3 631	0.4348	0.03049	1.155×10^{-4}	1.121×10^{-5}	1.327	1.335	0.00301	0.01704
50	2 033	562.9	15.78	1 051	5 063	3 790	0.4232	0.03162	1.094×10^{-4}	1.143×10^{-5}	1.310	1.371	0.00316	0.01598
55	2 310	554.2	18.00	1 025	5 143	3 967	0.4116	0.03283	1.037×10^{-4}	1.166×10^{-5}	1.297	1.409	0.00334	0.01493
60	2 614	545.2	20.48	997.4	5 234	4 163	0.4001	0.03412	9.846×10^{-5}	1.189×10^{-5}	1.288	1.452	0.00354	0.01389
65	2 948	536.0	23.26	968.9	5 340	4 384	0.3885	0.03550	9.347×10^{-5}	1.213×10^{-5}	1.285	1.499	0.00377	0.01285
70	3 312	526.3	26.39	939.0	5 463	4 634	0.3769	0.03700	8.879×10^{-5}	1.238×10^{-5}	1.287	1.551	0.00404	0.01181
75	3 709	516.2	29.90	907.5	5 608	4 923	0.3653	0.03862	8.440×10^{-5}	1.264×10^{-5}	1.296	1.612	0.00436	0.01079
80	4 141	505.7	33.87	874.1	5 780	5 260	0.3538	0.04038	8.030×10^{-5}	1.292×10^{-5}	1.312	1.683	0.00474	0.00977
85	4 609	494.5	38.36	838.6	5 988	5 659	0.3422	0.04232	7.645×10^{-5}	1.322×10^{-5}	1.338	1.768	0.00521	0.00876
90	5 116	482.8	43.48	800.6	6 242	6 142	0.3306	0.04447	7.284×10^{-5}	1.354×10^{-5}	1.375	1.871	0.00579	0.00776
95	5 665	470.2	49.35	759.8	6 561	6 740	0.3190	0.04687	6.946×10^{-5}	1.389×10^{-5}	1.429	1.999	0.00652	0.00677
100	6 257	456.6	56.15	715.5	6 972	7 503	0.3075	0.04958	6.628×10^{-5}	1.429×10^{-5}	1.503	2.163	0.00749	0.00579

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C para calores específicos es equivalente a kJ/kg · K, y la unidad W/m · °C para conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Tillner-Roth, Harms-Watzenberg y Baehr, "Eine neue Fundamentalgleichung fur Ammoniak", DKV-Tagungsbericht 20:167-181, 1993; Liley y Desai, "Thermophysical Properties of Refrigerants", ASHRAE, 1993, ISBN 1-1883413-10-9.

TABLA A-12

Propiedades del propano saturado

Temp., T, °C	Presión de saturación, P, kPa	Densidad, ρ, kg/m³ Líquido	Densidad, ρ, kg/m³ Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Calor específico, c_p, J/kg · K Líquido	Calor específico, c_p, J/kg · K Vapor	Conductividad térmica, k, W/m · K Líquido	Conductividad térmica, k, W/m · K Vapor	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Líquido	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/K, Líquido	Tensión superficial, N/m
−120	0.4053	664.7	0.01408	498.3	2 003	1 115	0.1802	0.00589	6.136×10^{-4}	4.372×10^{-6}	6.820	0.827	0.00153	0.02630
−110	1.157	654.5	0.03776	489.3	2 021	1 148	0.1738	0.00645	5.054×10^{-4}	4.625×10^{-6}	5.878	0.822	0.00157	0.02486
−100	2.881	644.2	0.08872	480.4	2 044	1 183	0.1672	0.00705	4.252×10^{-4}	4.881×10^{-6}	5.195	0.819	0.00161	0.02344
−90	6.406	633.8	0.1870	471.5	2 070	1 221	0.1606	0.00769	3.635×10^{-4}	5.143×10^{-6}	4.686	0.817	0.00166	0.02202
−80	12.97	623.2	0.3602	462.4	2 100	1 263	0.1539	0.00836	3.149×10^{-4}	5.409×10^{-6}	4.297	0.817	0.00171	0.02062
−70	24.26	612.5	0.6439	453.1	2 134	1 308	0.1472	0.00908	2.755×10^{-4}	5.680×10^{-6}	3.994	0.818	0.00177	0.01923
−60	42.46	601.5	1.081	443.5	2 173	1 358	0.1407	0.00985	2.430×10^{-4}	5.956×10^{-6}	3.755	0.821	0.00184	0.01785
−50	70.24	590.3	1.724	433.6	2 217	1 412	0.1343	0.01067	2.158×10^{-4}	6.239×10^{-6}	3.563	0.825	0.00192	0.01649
−40	110.7	578.8	2.629	423.1	2 258	1 471	0.1281	0.01155	1.926×10^{-4}	6.529×10^{-6}	3.395	0.831	0.00201	0.01515
−30	167.3	567.0	3.864	412.1	2 310	1 535	0.1221	0.01250	1.726×10^{-4}	6.827×10^{-6}	3.266	0.839	0.00213	0.01382
−20	243.8	554.7	5.503	400.3	2 368	1 605	0.1163	0.01351	1.551×10^{-4}	7.136×10^{-6}	3.158	0.848	0.00226	0.01251
−10	344.4	542.0	7.635	387.8	2 433	1 682	0.1107	0.01459	1.397×10^{-4}	7.457×10^{-6}	3.069	0.860	0.00242	0.01122
0	473.3	528.7	10.36	374.2	2 507	1 768	0.1054	0.01576	1.259×10^{-4}	7.794×10^{-6}	2.996	0.875	0.00262	0.00996
5	549.8	521.8	11.99	367.0	2 547	1 814	0.1028	0.01637	1.195×10^{-4}	7.970×10^{-6}	2.964	0.883	0.00273	0.00934
10	635.1	514.7	13.81	359.5	2 590	1 864	0.1002	0.01701	1.135×10^{-4}	8.151×10^{-6}	2.935	0.893	0.00286	0.00872
15	729.8	507.5	15.85	351.7	2 637	1 917	0.0977	0.01767	1.077×10^{-4}	8.339×10^{-6}	2.909	0.905	0.00301	0.00811
20	834.4	500.0	18.13	343.4	2 688	1 974	0.0952	0.01836	1.022×10^{-4}	8.534×10^{-6}	2.886	0.918	0.00318	0.00751
25	949.7	492.2	20.68	334.8	2 742	2 036	0.0928	0.01908	9.702×10^{-5}	8.738×10^{-6}	2.866	0.933	0.00337	0.00691
30	1 076	484.2	23.53	325.8	2 802	2 104	0.0904	0.01982	9.197×10^{-5}	8.952×10^{-6}	2.850	0.950	0.00358	0.00633
35	1 215	475.8	26.72	316.2	2 869	2 179	0.0881	0.02061	8.710×10^{-5}	9.178×10^{-6}	2.837	0.971	0.00384	0.00575
40	1 366	467.1	30.29	306.1	2 943	2 264	0.0857	0.02142	8.240×10^{-5}	9.417×10^{-6}	2.828	0.995	0.00413	0.00518
45	1 530	458.0	34.29	295.3	3 026	2 361	0.0834	0.02228	7.785×10^{-5}	9.674×10^{-6}	2.824	1.025	0.00448	0.00463
50	1 708	448.5	38.79	283.9	3 122	2 473	0.0811	0.02319	7.343×10^{-5}	9.950×10^{-6}	2.826	1.061	0.00491	0.00408
60	2 110	427.5	49.66	258.4	3 283	2 769	0.0765	0.02517	6.487×10^{-5}	1.058×10^{-5}	2.784	1.164	0.00609	0.00303
70	2 580	403.2	64.02	228.0	3 595	3 241	0.0717	0.02746	5.649×10^{-5}	1.138×10^{-5}	2.834	1.343	0.00811	0.00204
80	3 127	373.0	84.28	189.7	4 501	4 173	0.0663	0.03029	4.790×10^{-5}	1.249×10^{-5}	3.251	1.722	0.01248	0.00114
90	3 769	329.1	118.6	133.2	6 977	7 239	0.0595	0.03441	3.807×10^{-5}	1.448×10^{-5}	4.465	3.047	0.02847	0.00037

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C para calores específicos es equivalente a kJ/kg · K, y la unidad W/m · °C para conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Reiner Tillner-Roth, "Fundamental Equations of State", Shaker, Verlag, Aachan, 1998; B. A. Younglove y J. F. Ely, "Thermophysical Properties of Fluids. II Methane, Ethane, Propane, Isobutane and Normal Butane", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 16, No. 4, 1987; G. R. Somayajulu, "A Generalized Equation for Surface Tension from the Triple Point to the Critical Point", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 9, No. 4, 1988.

TABLA A-13

Propiedades de líquidos

Temp., T, °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, J/kg · K	Conductividad térmica, k, W/m · K	Difusividad térmica, α, m^2/s	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s	Viscosidad cinemática, ν, m^2/s	Número de Prandtl, Pr	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/K
				Metano (CH_4)				
−160	420.2	3 492	0.1863	1.270×10^{-7}	1.133×10^{-4}	2.699×10^{-7}	2.126	0.00352
−150	405.0	3 580	0.1703	1.174×10^{-7}	9.169×10^{-5}	2.264×10^{-7}	1.927	0.00391
−140	388.8	3 700	0.1550	1.077×10^{-7}	7.551×10^{-5}	1.942×10^{-7}	1.803	0.00444
−130	371.1	3 875	0.1402	9.749×10^{-8}	6.288×10^{-5}	1.694×10^{-7}	1.738	0.00520
−120	351.4	4 146	0.1258	8.634×10^{-8}	5.257×10^{-5}	1.496×10^{-7}	1.732	0.00637
−110	328.8	4 611	0.1115	7.356×10^{-8}	4.377×10^{-5}	1.331×10^{-7}	1.810	0.00841
−100	301.0	5 578	0.0967	5.761×10^{-8}	3.577×10^{-5}	1.188×10^{-7}	2.063	0.01282
−90	261.7	8 902	0.0797	3.423×10^{-8}	2.761×10^{-5}	1.055×10^{-7}	3.082	0.02922
				Metanol [$C_3H_3(OH)$]				
20	788.4	2 515	0.1987	1.002×10^{-7}	5.857×10^{-4}	7.429×10^{-7}	7.414	0.00118
30	779.1	2 577	0.1980	9.862×10^{-8}	5.088×10^{-4}	6.531×10^{-7}	6.622	0.00120
40	769.6	2 644	0.1972	9.690×10^{-8}	4.460×10^{-4}	5.795×10^{-7}	5.980	0.00123
50	760.1	2 718	0.1965	9.509×10^{-8}	3.942×10^{-4}	5.185×10^{-7}	5.453	0.00127
60	750.4	2 798	0.1957	9.320×10^{-8}	3.510×10^{-4}	4.677×10^{-7}	5.018	0.00132
70	740.4	2 885	0.1950	9.128×10^{-8}	3.146×10^{-4}	4.250×10^{-7}	4.655	0.00137
				Isobutano (R600a)				
−100	683.8	1 881	0.1383	1.075×10^{-7}	9.305×10^{-4}	1.360×10^{-6}	12.65	0.00142
−75	659.3	1 970	0.1357	1.044×10^{-7}	5.624×10^{-4}	8.531×10^{-7}	8.167	0.00150
−50	634.3	2 069	0.1283	9.773×10^{-8}	3.769×10^{-4}	5.942×10^{-7}	6.079	0.00161
−25	608.2	2 180	0.1181	8.906×10^{-8}	2.688×10^{-4}	4.420×10^{-7}	4.963	0.00177
0	580.6	2 306	0.1068	7.974×10^{-8}	1.993×10^{-4}	3.432×10^{-7}	4.304	0.00199
25	550.7	2 455	0.0956	7.069×10^{-8}	1.510×10^{-4}	2.743×10^{-7}	3.880	0.00232
50	517.3	2 640	0.0851	6.233×10^{-8}	1.155×10^{-4}	2.233×10^{-7}	3.582	0.00286
75	478.5	2 896	0.0757	5.460×10^{-8}	8.785×10^{-5}	1.836×10^{-7}	3.363	0.00385
100	429.6	3 361	0.0669	4.634×10^{-8}	6.483×10^{-5}	1.509×10^{-7}	3.256	0.00628
				Glicerina				
0	1 276	2 262	0.2820	9.773×10^{-8}	10.49	8.219×10^{-3}	84 101	
5	1 273	2 288	0.2835	9.732×10^{-8}	6.730	5.287×10^{-3}	54 327	
10	1 270	2 320	0.2846	9.662×10^{-8}	4.241	3.339×10^{-3}	34 561	
15	1 267	2 354	0.2856	9.576×10^{-8}	2.496	1.970×10^{-3}	20 570	
20	1 264	2 386	0.2860	9.484×10^{-8}	1.519	1.201×10^{-3}	12 671	
25	1 261	2 416	0.2860	9.388×10^{-8}	0.9934	7.878×10^{-4}	8 392	
30	1 258	2 447	0.2860	9.291×10^{-8}	0.6582	5.232×10^{-4}	5 631	
35	1 255	2 478	0.2860	9.195×10^{-8}	0.4347	3.464×10^{-4}	3 767	
40	1 252	2 513	0.2863	9.101×10^{-8}	0.3073	2.455×10^{-4}	2 697	
				Aceite para motor (no usado)				
0	899.0	1 797	0.1469	9.097×10^{-8}	3.814	4.242×10^{-3}	46 636	0.00070
20	888.1	1 881	0.1450	8.680×10^{-8}	0.8374	9.429×10^{-4}	10 863	0.00070
40	876.0	1 964	0.1444	8.391×10^{-8}	0.2177	2.485×10^{-4}	2 962	0.00070
60	863.9	2 048	0.1404	7.934×10^{-8}	0.07399	8.565×10^{-5}	1 080	0.00070
80	852.0	2 132	0.1380	7.599×10^{-8}	0.03232	3.794×10^{-5}	499.3	0.00070
100	840.0	2 220	0.1367	7.330×10^{-8}	0.01718	2.046×10^{-5}	279.1	0.00070
120	828.9	2 308	0.1347	7.042×10^{-8}	0.01029	1.241×10^{-5}	176.3	0.00070
140	816.8	2 395	0.1330	6.798×10^{-8}	0.006558	8.029×10^{-6}	118.1	0.00070
150	810.3	2 441	0.1327	6.708×10^{-8}	0.005344	6.595×10^{-6}	98.31	0.00070

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

TABLA A-14

Propiedades de metales líquidos

Temp., T, °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, J/kg · K	Conductividad térmica, k, W/m · K	Difusividad térmica, α, m^2/s	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s	Viscosidad cinemática, ν, m^2/s	Número de Prandtl, Pr	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/K
Mercurio (Hg) punto de fusión: −39°C								
0	13 595	140.4	8.18200	4.287×10^{-6}	1.687×10^{-3}	1.241×10^{-7}	0.0289	1.810×10^{-4}
25	13 534	139.4	8.51533	4.514×10^{-6}	1.534×10^{-3}	1.133×10^{-7}	0.0251	1.810×10^{-4}
50	13 473	138.6	8.83632	4.734×10^{-6}	1.423×10^{-3}	1.056×10^{-7}	0.0223	1.810×10^{-4}
75	13 412	137.8	9.15632	4.956×10^{-6}	1.316×10^{-3}	9.819×10^{-8}	0.0198	1.810×10^{-4}
100	13 351	137.1	9.46706	5.170×10^{-6}	1.245×10^{-3}	9.326×10^{-8}	0.0180	1.810×10^{-4}
150	13 231	136.1	10.07780	5.595×10^{-6}	1.126×10^{-3}	8.514×10^{-8}	0.0152	1.810×10^{-4}
200	13 112	135.5	10.65465	5.996×10^{-6}	1.043×10^{-3}	7.959×10^{-8}	0.0133	1.815×10^{-4}
250	12 993	135.3	11.18150	6.363×10^{-6}	9.820×10^{-4}	7.558×10^{-8}	0.0119	1.829×10^{-4}
300	12 873	135.3	11.68150	6.705×10^{-6}	9.336×10^{-4}	7.252×10^{-8}	0.0108	1.854×10^{-4}
Bismuto (Bi) punto de fusión: 271°C								
350	9 969	146.0	16.28	1.118×10^{-5}	1.540×10^{-3}	1.545×10^{-7}	0.01381	
400	9 908	148.2	16.10	1.096×10^{-5}	1.422×10^{-3}	1.436×10^{-7}	0.01310	
500	9 785	152.8	15.74	1.052×10^{-5}	1.188×10^{-3}	1.215×10^{-7}	0.01154	
600	9 663	157.3	15.60	1.026×10^{-5}	1.013×10^{-3}	1.048×10^{-7}	0.01022	
700	9 540	161.8	15.60	1.010×10^{-5}	8.736×10^{-4}	9.157×10^{-8}	0.00906	
Plomo (Pb) punto de fusión: 327°C								
400	10 506	158	15.97	9.623×10^{-6}	2.277×10^{-3}	2.167×10^{-7}	0.02252	
450	10 449	156	15.74	9.649×10^{-6}	2.065×10^{-3}	1.976×10^{-7}	0.02048	
500	10 390	155	15.54	9.651×10^{-6}	1.884×10^{-3}	1.814×10^{-7}	0.01879	
550	10 329	155	15.39	9.610×10^{-6}	1.758×10^{-3}	1.702×10^{-7}	0.01771	
600	10 267	155	15.23	9.568×10^{-6}	1.632×10^{-3}	1.589×10^{-7}	0.01661	
650	10 206	155	15.07	9.526×10^{-6}	1.505×10^{-3}	1.475×10^{-7}	0.01549	
700	10 145	155	14.91	9.483×10^{-6}	1.379×10^{-3}	1.360×10^{-7}	0.01434	
Sodio (Na) punto de fusión: 98°C								
100	927.3	1 378	85.84	6.718×10^{-5}	6.892×10^{-4}	7.432×10^{-7}	0.01106	
200	902.5	1 349	80.84	6.639×10^{-5}	5.385×10^{-4}	5.967×10^{-7}	0.008987	
300	877.8	1 320	75.84	6.544×10^{-5}	3.878×10^{-4}	4.418×10^{-7}	0.006751	
400	853.0	1 296	71.20	6.437×10^{-5}	2.720×10^{-4}	3.188×10^{-7}	0.004953	
500	828.5	1 284	67.41	6.335×10^{-5}	2.411×10^{-4}	2.909×10^{-7}	0.004593	
600	804.0	1 272	63.63	6.220×10^{-5}	2.101×10^{-4}	2.614×10^{-7}	0.004202	
Potasio (K) punto de fusión: 64°C								
200	795.2	790.8	43.99	6.995×10^{-5}	3.350×10^{-4}	4.213×10^{-7}	0.006023	
300	771.6	772.8	42.01	7.045×10^{-5}	2.667×10^{-4}	3.456×10^{-7}	0.004906	
400	748.0	754.8	40.03	7.090×10^{-5}	1.984×10^{-4}	2.652×10^{-7}	0.00374	
500	723.9	750.0	37.81	6.964×10^{-5}	1.668×10^{-4}	2.304×10^{-7}	0.003309	
600	699.6	750.0	35.50	6.765×10^{-5}	1.487×10^{-4}	2.126×10^{-7}	0.003143	
Sodio-potasio (%22Na-%78K) punto de fusión: −11°C								
100	847.3	944.4	25.64	3.205×10^{-5}	5.707×10^{-4}	6.736×10^{-7}	0.02102	
200	823.2	922.5	26.27	3.459×10^{-5}	4.587×10^{-4}	5.572×10^{-7}	0.01611	
300	799.1	900.6	26.89	3.736×10^{-5}	3.467×10^{-4}	4.339×10^{-7}	0.01161	
400	775.0	879.0	27.50	4.037×10^{-5}	2.357×10^{-4}	3.041×10^{-7}	0.00753	
500	751.5	880.1	27.89	4.217×10^{-5}	2.108×10^{-4}	2.805×10^{-7}	0.00665	
600	728.0	881.2	28.28	4.408×10^{-5}	1.859×10^{-4}	2.553×10^{-7}	0.00579	

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

TABLA A-15

Propiedades del aire a la presión de 1 atm

Temp., T, °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, J/kg · K	Conductividad térmica, k, W/m · K	Difusividad térmica, α, m^2/s^2	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s	Viscosidad cinemática, ν, m^2/s	Número de Prandtl, Pr
−150	2.866	983	0.01171	4.158×10^{-6}	8.636×10^{-6}	3.013×10^{-6}	0.7246
−100	2.038	966	0.01582	8.036×10^{-6}	1.189×10^{-6}	5.837×10^{-6}	0.7263
−50	1.582	999	0.01979	1.252×10^{-5}	1.474×10^{-5}	9.319×10^{-6}	0.7440
−40	1.514	1 002	0.02057	1.356×10^{-5}	1.527×10^{-5}	1.008×10^{-5}	0.7436
−30	1.451	1 004	0.02134	1.465×10^{-5}	1.579×10^{-5}	1.087×10^{-5}	0.7425
−20	1.394	1 005	0.02211	1.578×10^{-5}	1.630×10^{-5}	1.169×10^{-5}	0.7408
−10	1.341	1 006	0.02288	1.696×10^{-5}	1.680×10^{-5}	1.252×10^{-5}	0.7387
0	1.292	1 006	0.02364	1.818×10^{-5}	1.729×10^{-5}	1.338×10^{-5}	0.7362
5	1.269	1 006	0.02401	1.880×10^{-5}	1.754×10^{-5}	1.382×10^{-5}	0.7350
10	1.246	1 006	0.02439	1.944×10^{-5}	1.778×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7336
15	1.225	1 007	0.02476	2.009×10^{-5}	1.802×10^{-5}	1.470×10^{-5}	0.7323
20	1.204	1 007	0.02514	2.074×10^{-5}	1.825×10^{-5}	1.516×10^{-5}	0.7309
25	1.184	1 007	0.02551	2.141×10^{-5}	1.849×10^{-5}	1.562×10^{-5}	0.7296
30	1.164	1 007	0.02588	2.208×10^{-5}	1.872×10^{-5}	1.608×10^{-5}	0.7282
35	1.145	1 007	0.02625	2.277×10^{-5}	1.895×10^{-5}	1.655×10^{-5}	0.7268
40	1.127	1 007	0.02662	2.346×10^{-5}	1.918×10^{-5}	1.702×10^{-5}	0.7255
45	1.109	1 007	0.02699	2.416×10^{-5}	1.941×10^{-5}	1.750×10^{-5}	0.7241
50	1.092	1 007	0.02735	2.487×10^{-5}	1.963×10^{-5}	1.798×10^{-5}	0.7228
60	1.059	1 007	0.02808	2.632×10^{-5}	2.008×10^{-5}	1.896×10^{-5}	0.7202
70	1.028	1 007	0.02881	2.780×10^{-5}	2.052×10^{-5}	1.995×10^{-5}	0.7177
80	0.9994	1 008	0.02953	2.931×10^{-5}	2.096×10^{-5}	2.097×10^{-5}	0.7154
90	0.9718	1 008	0.03024	3.086×10^{-5}	2.139×10^{-5}	2.201×10^{-5}	0.7132
100	0.9458	1 009	0.03095	3.243×10^{-5}	2.181×10^{-5}	2.306×10^{-5}	0.7111
120	0.8977	1 011	0.03235	3.565×10^{-5}	2.264×10^{-5}	2.522×10^{-5}	0.7073
140	0.8542	1 013	0.03374	3.898×10^{-5}	2.345×10^{-5}	2.745×10^{-5}	0.7041
160	0.8148	1 016	0.03511	4.241×10^{-5}	2.420×10^{-5}	2.975×10^{-5}	0.7014
180	0.7788	1 019	0.03646	4.593×10^{-5}	2.504×10^{-5}	3.212×10^{-5}	0.6992
200	0.7459	1 023	0.03779	4.954×10^{-5}	2.577×10^{-5}	3.455×10^{-5}	0.6974
250	0.6746	1 033	0.04104	5.890×10^{-5}	2.760×10^{-5}	4.091×10^{-5}	0.6946
300	0.6158	1 044	0.04418	6.871×10^{-5}	2.934×10^{-5}	4.765×10^{-5}	0.6935
350	0.5664	1 056	0.04721	7.892×10^{-5}	3.101×10^{-5}	5.475×10^{-5}	0.6937
400	0.5243	1 069	0.05015	8.951×10^{-5}	3.261×10^{-5}	6.219×10^{-5}	0.6948
450	0.4880	1 081	0.05298	1.004×10^{-4}	3.415×10^{-5}	6.997×10^{-5}	0.6965
500	0.4565	1 093	0.05572	1.117×10^{-4}	3.563×10^{-5}	7.806×10^{-5}	0.6986
600	0.4042	1 115	0.06093	1.352×10^{-4}	3.846×10^{-5}	9.515×10^{-5}	0.7037
700	0.3627	1 135	0.06581	1.598×10^{-4}	4.111×10^{-5}	1.133×10^{-4}	0.7092
800	0.3289	1 153	0.07037	1.855×10^{-4}	4.362×10^{-5}	1.326×10^{-4}	0.7149
900	0.3008	1 169	0.07465	2.122×10^{-4}	4.600×10^{-5}	1.529×10^{-4}	0.7206
1 000	0.2772	1 184	0.07868	2.398×10^{-4}	4.826×10^{-5}	1.741×10^{-4}	0.7260
1 500	0.1990	1 234	0.09599	3.908×10^{-4}	5.817×10^{-5}	2.922×10^{-4}	0.7478
2 000	0.1553	1 264	0.11113	5.664×10^{-4}	6.630×10^{-5}	4.270×10^{-4}	0.7539

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm) diferente de 1 atm se determinan al multiplicar los valores de ρ, a la temperatura dada, por P y al dividir ν y α entre P.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Keenan, Chao, Keyes, Gas Tables, Wiley, 1984, y Thermophysical Properties of Matter, Vol. 3: Thermal Conductivity, Y. S. Touloukian, P. E. Liley, S. C. Saxena, Vol. 11: Viscosity, Y. S. Touloukian, S. C. Saxena y P. Hestermans, IFI/Plenun, NY, 1970, ISBN 0-306067020-8.

TABLA A-16

Propiedades de gases a la presión de 1 atm

Temp., T, °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, J/kg · K	Conductividad térmica, k, W/m · K	Difusividad térmica, α, m^2/s	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s	Viscosidad cinemática, ν, m^2/s	Número de Prandtl, Pr
				Bióxido de carbono, CO_2			
−50	2.4035	746	0.01051	5.860×10^{-6}	1.129×10^{-5}	4.699×10^{-6}	0.8019
0	1.9635	811	0.01456	9.141×10^{-6}	1.375×10^{-5}	7.003×10^{-6}	0.7661
50	1.6597	866.6	0.01858	1.291×10^{-5}	1.612×10^{-5}	9.714×10^{-6}	0.7520
100	1.4373	914.8	0.02257	1.716×10^{-5}	1.841×10^{-5}	1.281×10^{-5}	0.7464
150	1.2675	957.4	0.02652	2.186×10^{-5}	2.063×10^{-5}	1.627×10^{-5}	0.7445
200	1.1336	995.2	0.03044	2.698×10^{-5}	2.276×10^{-5}	2.008×10^{-5}	0.7442
300	0.9358	1 060	0.03814	3.847×10^{-5}	2.682×10^{-5}	2.866×10^{-5}	0.7450
400	0.7968	1 112	0.04565	5.151×10^{-5}	3.061×10^{-5}	3.842×10^{-5}	0.7458
500	0.6937	1 156	0.05293	6.600×10^{-5}	3.416×10^{-5}	4.924×10^{-5}	0.7460
1 000	0.4213	1 292	0.08491	1.560×10^{-4}	4.898×10^{-5}	1.162×10^{-4}	0.7455
1 500	0.3025	1 356	0.10688	2.606×10^{-4}	6.106×10^{-5}	2.019×10^{-4}	0.7745
2 000	0.2359	1 387	0.11522	3.521×10^{-4}	7.322×10^{-5}	3.103×10^{-4}	0.8815
				Monóxido de carbono, CO			
−50	1.5297	1 081	0.01901	1.149×10^{-5}	1.378×10^{-5}	9.012×10^{-6}	0.7840
0	1.2497	1 048	0.02278	1.739×10^{-5}	1.629×10^{-5}	1.303×10^{-5}	0.7499
50	1.0563	1 039	0.02641	2.407×10^{-5}	1.863×10^{-5}	1.764×10^{-5}	0.7328
100	0.9148	1 041	0.02992	3.142×10^{-5}	2.080×10^{-5}	2.274×10^{-5}	0.7239
150	0.8067	1 049	0.03330	3.936×10^{-5}	2.283×10^{-5}	2.830×10^{-5}	0.7191
200	0.7214	1 060	0.03656	4.782×10^{-5}	2.472×10^{-5}	3.426×10^{-5}	0.7164
300	0.5956	1 085	0.04277	6.619×10^{-5}	2.812×10^{-5}	4.722×10^{-5}	0.7134
400	0.5071	1 111	0.04860	8.628×10^{-5}	3.111×10^{-5}	6.136×10^{-5}	0.7111
500	0.4415	1 135	0.05412	1.079×10^{-4}	3.379×10^{-5}	7.653×10^{-5}	0.7087
1 000	0.2681	1 226	0.07894	2.401×10^{-4}	4.557×10^{-5}	1.700×10^{-4}	0.7080
1 500	0.1925	1 279	0.10458	4.246×10^{-4}	6.321×10^{-5}	3.284×10^{-4}	0.7733
2 000	0.1502	1 309	0.13833	7.034×10^{-4}	9.826×10^{-5}	6.543×10^{-4}	0.9302
				Metano, CH_4			
−50	0.8761	2 243	0.02367	1.204×10^{-5}	8.564×10^{-6}	9.774×10^{-6}	0.8116
0	0.7158	2 217	0.03042	1.917×10^{-5}	1.028×10^{-5}	1.436×10^{-5}	0.7494
50	0.6050	2 302	0.03766	2.704×10^{-5}	1.191×10^{-5}	1.969×10^{-5}	0.7282
100	0.5240	2 443	0.04534	3.543×10^{-5}	1.345×10^{-5}	2.567×10^{-5}	0.7247
150	0.4620	2 611	0.05344	4.431×10^{-5}	1.491×10^{-5}	3.227×10^{-5}	0.7284
200	0.4132	2 791	0.06194	5.370×10^{-5}	1.630×10^{-5}	3.944×10^{-5}	0.7344
300	0.3411	3 158	0.07996	7.422×10^{-5}	1.886×10^{-5}	5.529×10^{-5}	0.7450
400	0.2904	3 510	0.09918	9.727×10^{-5}	2.119×10^{-5}	7.297×10^{-5}	0.7501
500	0.2529	3 836	0.11933	1.230×10^{-4}	2.334×10^{-5}	9.228×10^{-5}	0.7502
1 000	0.1536	5 042	0.22562	2.914×10^{-4}	3.281×10^{-5}	2.136×10^{-4}	0.7331
1 500	0.1103	5 701	0.31857	5.068×10^{-4}	4.434×10^{-5}	4.022×10^{-4}	0.7936
2 000	0.0860	6 001	0.36750	7.120×10^{-4}	6.360×10^{-5}	7.395×10^{-4}	1.0386
				Hidrógeno, H_2			
−50	0.11010	12 635	0.1404	1.009×10^{-4}	7.293×10^{-6}	6.624×10^{-5}	0.6562
0	0.08995	13 920	0.1652	1.319×10^{-4}	8.391×10^{-6}	9.329×10^{-5}	0.7071
50	0.07603	14 349	0.1881	1.724×10^{-4}	9.427×10^{-6}	1.240×10^{-4}	0.7191
100	0.06584	14 473	0.2095	2.199×10^{-4}	1.041×10^{-5}	1.582×10^{-4}	0.7196
150	0.05806	14 492	0.2296	2.729×10^{-4}	1.136×10^{-5}	1.957×10^{-4}	0.7174
200	0.05193	14 482	0.2486	3.306×10^{-4}	1.228×10^{-5}	2.365×10^{-4}	0.7155
300	0.04287	14 481	0.2843	4.580×10^{-4}	1.403×10^{-5}	3.274×10^{-4}	0.7149
400	0.03650	14 540	0.3180	5.992×10^{-4}	1.570×10^{-5}	4.302×10^{-4}	0.7179
500	0.03178	14 653	0.3509	7.535×10^{-4}	1.730×10^{-5}	5.443×10^{-4}	0.7224
1 000	0.01930	15 577	0.5206	1.732×10^{-3}	2.455×10^{-5}	1.272×10^{-3}	0.7345
1 500	0.01386	16 553	0.6581	2.869×10^{-3}	3.099×10^{-5}	2.237×10^{-3}	0.7795
2 000	0.01081	17 400	0.5480	2.914×10^{-3}	3.690×10^{-5}	3.414×10^{-3}	1.1717

(*continúa*)

TABLA A-16

Propiedades de gases a la presión de 1 atm (*conclusión*)

Temp., T, °C	Densidad, ρ, kg/m^3	Calor específico, c_p, J/kg · K	Conductividad térmica, k, W/m · K	Difusividad térmica, α, m^2/s	Viscosidad dinámica, μ, kg/m · s	Viscosidad cinemática, ν, m^2/s	Número de Prandtl, Pr
				Nitrógeno, N_2			
−50	1.5299	957.3	0.02001	1.366×10^{-5}	1.390×10^{-5}	9.091×10^{-6}	0.6655
0	1.2498	1 035	0.02384	1.843×10^{-5}	1.640×10^{-5}	1.312×10^{-5}	0.7121
50	1.0564	1 042	0.02746	2.494×10^{-5}	1.874×10^{-5}	1.774×10^{-5}	0.7114
100	0.9149	1 041	0.03090	3.244×10^{-5}	2.094×10^{-5}	2.289×10^{-5}	0.7056
150	0.8068	1 043	0.03416	4.058×10^{-5}	2.300×10^{-5}	2.851×10^{-5}	0.7025
200	0.7215	1 050	0.03727	4.921×10^{-5}	2.494×10^{-5}	3.457×10^{-5}	0.7025
300	0.5956	1 070	0.04309	6.758×10^{-5}	2.849×10^{-5}	4.783×10^{-5}	0.7078
400	0.5072	1 095	0.04848	8.727×10^{-5}	3.166×10^{-5}	6.242×10^{-5}	0.7153
500	0.4416	1 120	0.05358	1.083×10^{-4}	3.451×10^{-5}	7.816×10^{-5}	0.7215
1 000	0.2681	1 213	0.07938	2.440×10^{-4}	4.594×10^{-5}	1.713×10^{-4}	0.7022
1 500	0.1925	1 266	0.11793	4.839×10^{-4}	5.562×10^{-5}	2.889×10^{-4}	0.5969
2 000	0.1502	1 297	0.18590	9.543×10^{-4}	6.426×10^{-5}	4.278×10^{-4}	0.4483
				Oxígeno, O_2			
−50	1.7475	984.4	0.02067	1.201×10^{-5}	1.616×10^{-5}	9.246×10^{-6}	0.7694
0	1.4277	928.7	0.02472	1.865×10^{-5}	1.916×10^{-5}	1.342×10^{-5}	0.7198
50	1.2068	921.7	0.02867	2.577×10^{-5}	2.194×10^{-5}	1.818×10^{-5}	0.7053
100	1.0451	931.8	0.03254	3.342×10^{-5}	2.451×10^{-5}	2.346×10^{-5}	0.7019
150	0.9216	947.6	0.03637	4.164×10^{-5}	2.694×10^{-5}	2.923×10^{-5}	0.7019
200	0.8242	964.7	0.04014	5.048×10^{-5}	2.923×10^{-5}	3.546×10^{-5}	0.7025
300	0.6804	997.1	0.04751	7.003×10^{-5}	3.350×10^{-5}	4.923×10^{-5}	0.7030
400	0.5793	1 025	0.05463	9.204×10^{-5}	3.744×10^{-5}	6.463×10^{-5}	0.7023
500	0.5044	1 048	0.06148	1.163×10^{-4}	4.114×10^{-5}	8.156×10^{-5}	0.7010
1 000	0.3063	1 121	0.09198	2.678×10^{-4}	5.732×10^{-5}	1.871×10^{-4}	0.6986
1 500	0.2199	1 165	0.11901	4.643×10^{-4}	7.133×10^{-5}	3.243×10^{-4}	0.6985
2 000	0.1716	1 201	0.14705	7.139×10^{-4}	8.417×10^{-5}	4.907×10^{-4}	0.6873
				Vapor de agua, H_2O			
−50	0.9839	1 892	0.01353	7.271×10^{-6}	7.187×10^{-6}	7.305×10^{-6}	1.0047
0	0.8038	1 874	0.01673	1.110×10^{-5}	8.956×10^{-6}	1.114×10^{-5}	1.0033
50	0.6794	1 874	0.02032	1.596×10^{-5}	1.078×10^{-5}	1.587×10^{-5}	0.9944
100	0.5884	1 887	0.02429	2.187×10^{-5}	1.265×10^{-5}	2.150×10^{-5}	0.9830
150	0.5189	1 908	0.02861	2.890×10^{-5}	1.456×10^{-5}	2.806×10^{-5}	0.9712
200	0.4640	1 935	0.03326	3.705×10^{-5}	1.650×10^{-5}	3.556×10^{-5}	0.9599
300	0.3831	1 997	0.04345	5.680×10^{-5}	2.045×10^{-5}	5.340×10^{-5}	0.9401
400	0.3262	2 066	0.05467	8.114×10^{-5}	2.446×10^{-5}	7.498×10^{-5}	0.9240
500	0.2840	2 137	0.06677	1.100×10^{-4}	2.847×10^{-5}	1.002×10^{-4}	0.9108
1 000	0.1725	2 471	0.13623	3.196×10^{-4}	4.762×10^{-5}	2.761×10^{-4}	0.8639
1 500	0.1238	2 736	0.21301	6.288×10^{-4}	6.411×10^{-5}	5.177×10^{-4}	0.8233
2 000	0.0966	2 928	0.29183	1.032×10^{-3}	7.808×10^{-5}	8.084×10^{-4}	0.7833

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm) diferente de 1 atm se determinan al multiplicar los valores de ρ, a la temperatura dada, por P y al dividir ν y α entre P.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

TABLA A-17

Propiedades de la atmósfera a gran altitud

Altitud, z, m	Temperatura, T, °C	Presión, P, kPa	Gravedad, g, m/s^2	Velocidad del sonido, c, m/s	Densidad, ρ, kg/m^3	Viscosidad, μ, kg/m · s	Conductividad térmica, k, W/m · K
0	15.00	101.33	9.807	340.3	1.225	1.789×10^{-5}	0.0253
200	13.70	98.95	9.806	339.5	1.202	1.783×10^{-5}	0.0252
400	12.40	96.61	9.805	338.8	1.179	1.777×10^{-5}	0.0252
600	11.10	94.32	9.805	338.0	1.156	1.771×10^{-5}	0.0251
800	9.80	92.08	9.804	337.2	1.134	1.764×10^{-5}	0.0250
1 000	8.50	89.88	9.804	336.4	1.112	1.758×10^{-5}	0.0249
1 200	7.20	87.72	9.803	335.7	1.090	1.752×10^{-5}	0.0248
1 400	5.90	85.60	9.802	334.9	1.069	1.745×10^{-5}	0.0247
1 600	4.60	83.53	9.802	334.1	1.048	1.739×10^{-5}	0.0245
1 800	3.30	81.49	9.801	333.3	1.027	1.732×10^{-5}	0.0244
2 000	2.00	79.50	9.800	332.5	1.007	1.726×10^{-5}	0.0243
2 200	0.70	77.55	9.800	331.7	0.987	1.720×10^{-5}	0.0242
2 400	−0.59	75.63	9.799	331.0	0.967	1.713×10^{-5}	0.0241
2 600	−1.89	73.76	9.799	330.2	0.947	1.707×10^{-5}	0.0240
2 800	−3.19	71.92	9.798	329.4	0.928	1.700×10^{-5}	0.0239
3 000	−4.49	70.12	9.797	328.6	0.909	1.694×10^{-5}	0.0238
3 200	−5.79	68.36	9.797	327.8	0.891	1.687×10^{-5}	0.0237
3 400	−7.09	66.63	9.796	327.0	0.872	1.681×10^{-5}	0.0236
3 600	−8.39	64.94	9.796	326.2	0.854	1.674×10^{-5}	0.0235
3 800	−9.69	63.28	9.795	325.4	0.837	1.668×10^{-5}	0.0234
4 000	−10.98	61.66	9.794	324.6	0.819	1.661×10^{-5}	0.0233
4 200	−12.3	60.07	9.794	323.8	0.802	1.655×10^{-5}	0.0232
4 400	−13.6	58.52	9.793	323.0	0.785	1.648×10^{-5}	0.0231
4 600	−14.9	57.00	9.793	322.2	0.769	1.642×10^{-5}	0.0230
4 800	−16.2	55.51	9.792	321.4	0.752	1.635×10^{-5}	0.0229
5 000	−17.5	54.05	9.791	320.5	0.736	1.628×10^{-5}	0.0228
5 200	−18.8	52.62	9.791	319.7	0.721	1.622×10^{-5}	0.0227
5 400	−20.1	51.23	9.790	318.9	0.705	1.615×10^{-5}	0.0226
5 600	−21.4	49.86	9.789	318.1	0.690	1.608×10^{-5}	0.0224
5 800	−22.7	48.52	9.785	317.3	0.675	1.602×10^{-5}	0.0223
6 000	−24.0	47.22	9.788	316.5	0.660	1.595×10^{-5}	0.0222
6 200	−25.3	45.94	9.788	315.6	0.646	1.588×10^{-5}	0.0221
6 400	−26.6	44.69	9.787	314.8	0.631	1.582×10^{-5}	0.0220
6 600	−27.9	43.47	9.786	314.0	0.617	1.575×10^{-5}	0.0219
6 800	−29.2	42.27	9.785	313.1	0.604	1.568×10^{-5}	0.0218
7 000	−30.5	41.11	9.785	312.3	0.590	1.561×10^{-5}	0.0217
8 000	−36.9	35.65	9.782	308.1	0.526	1.527×10^{-5}	0.0212
9 000	−43.4	30.80	9.779	303.8	0.467	1.493×10^{-5}	0.0206
10 000	−49.9	26.50	9.776	299.5	0.414	1.458×10^{-5}	0.0201
12 000	−56.5	19.40	9.770	295.1	0.312	1.422×10^{-5}	0.0195
14 000	−56.5	14.17	9.764	295.1	0.228	1.422×10^{-5}	0.0195
16 000	−56.5	10.53	9.758	295.1	0.166	1.422×10^{-5}	0.0195
18 000	−56.5	7.57	9.751	295.1	0.122	1.422×10^{-5}	0.0195

Fuente: U. S. Standard Atmosphere Supplements, U. S. Government Printing Office, 1966. Basadas en las condiciones medias redondeadas al año a 45° de latitud y varían con el momento del año y los patrones meteorológicos. Las condiciones al nivel del mar ($z = 0$) se toman como $P = 101.325$ kPa, $T = 15$°C, $\rho = 1.2250$ kg/m^3, $g = 9.80665$ m^2/s.

TABLA A-18

Emisividades de las superficies
a) Metales

Material	Temperatura, K	Emisividad, ε
Aluminio		
Pulido	300-900	0.04-0.06
Lámina comercial	400	0.09
Intensamente oxidado	400-800	0.20-0.33
Anodizado	300	0.8
Bismuto brillante	350	0.34
Latón		
Intensamente pulido	500-650	0.03-0.04
Pulido	350	0.09
Placa mate	300-600	0.22
Oxidado	450-800	0.6
Cromo pulido	300-1 400	0.08-0.40
Cobre		
Intensamente pulido	300	0.02
Pulido	300-500	0.04-0.05
Lámina comercial	300	0.15
Oxidado	600-1 000	0.5-0.8
Oxidado en negro	300	0.78
Oro		
Intensamente pulido	300-1 000	0.03-0.06
Hoja brillante	300	0.07
Hierro		
Intensamente pulido	300-500	0.05-0.07
Hierro fundido	300	0.44
Hierro forjado	300-500	0.28
Aherrumbrado	300	0.61
Oxidado	500-900	0.64-0.78
Plomo		
Pulido	300-500	0.06-0.08
No oxidado, áspero	300	0.43
Oxidado	300	0.63
Magnesio pulido	300-500	0.07-0.13
Mercurio	300-400	0.09-0.12
Molibdeno		
Pulido	300-2 000	0.05-0.21
Oxidado	600-800	0.80-0.82
Níquel		
Pulido	500-1 200	0.07-0.17
Oxidado	450-1 000	0.37-0.57
Platino pulido	500-1 500	0.06-0.18
Plata pulida	300-1 000	0.02-0.07
Acero inoxidable		
Pulido	300-1 000	0.17-0.30
Ligeramente oxidado	600-1 000	0.30-0.40
Intensamente oxidado	600-1 000	0.70-0.80
Acero		
Lámina pulida	300-500	0.08-0.14
Lámina comercial	500-1 200	0.20-0.32
Intensamente oxidado	300	0.81
Estaño pulido	300	0.05
Tungsteno		
Pulido	300-2 500	0.03-0.29
Filamento	3500	0.39
Zinc		
Pulido	300-800	0.02-0.05
Oxidado	300	0.25

TABLA A-18

Emisividades de las superficies (*conclusión*)
b) No metales

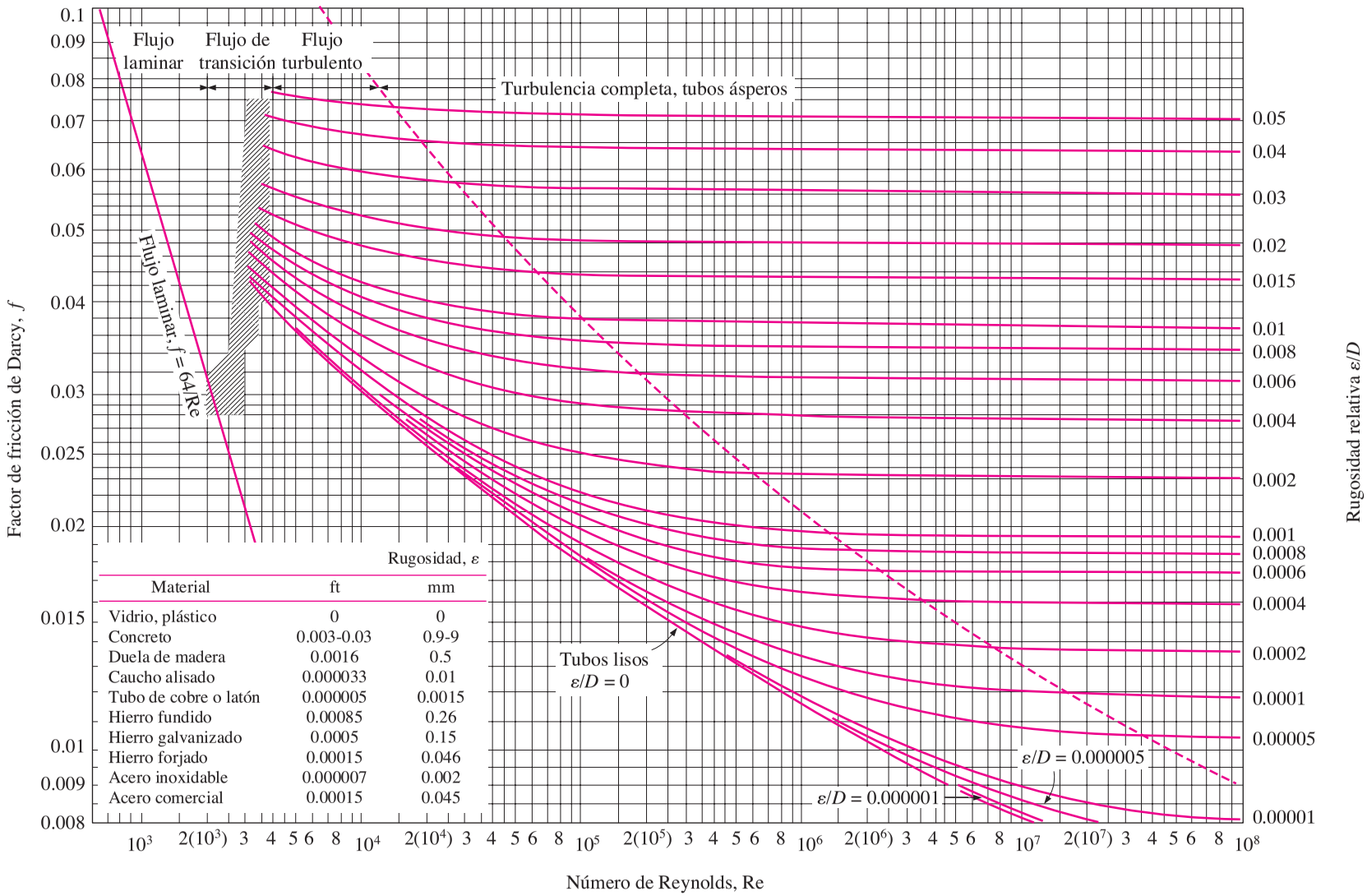
Material	Temperatura, K	Emisividad, ε
Alúmina	800-1 400	0.65-0.45
Aluminio, óxido de	600-1 500	0.69-0.41
Asbesto	300	0.96
Asfalto, pavimento de	300	0.85-0.93
Ladrillo		
Común	300	0.93-0.96
De arcilla refractaria	1 200	0.75
Carbono, filamento de	2 000	0.53
Tela	300	0.75-0.90
Concreto	300	0.88-0.94
Vidrio		
De ventana	300	0.90-0.95
Pyrex	300-1 200	0.82-0.62
Pyroceram	300-1 500	0.85-0.57
Hielo	273	0.95-0.99
Magnesio, óxido de	400-800	0.69-0.55
Mampostería	300	0.80
Pinturas		
De aluminio	300	0.40-0.50
Negra, laca, lustrosa	300	0.88
De aceite, todos los colores	300	0.92-0.96
De base (primer) roja	300	0.93
Acrílica blanca	300	0.90
Esmalte blanco	300	0.90
Papel blanco	300	0.90
Revoque blanco	300	0.93
Porcelana vidriada	300	0.92
Cuarzo, áspero, vidrio	300	0.93
Caucho		
Duro	300	0.93
Suave	300	0.86
Arena	300	0.90
Silicio, carburo de	600-1 500	0.87-0.85
Piel humana	300	0.95
Nieve	273	0.80-0.90
Suelo, tierra	300	0.93-0.96
Hollín	300-500	0.95
Teflón	300-500	0.85-0.92
Agua profunda	273-373	0.95-0.96
Madera		
Haya	300	0.94
Roble	300	0.90

TABLA A-19

Propiedades relativas a la radiación solar de los materiales

Descripción/composición	Absortividad solar, α_s	Emisividad, ε, a 300 K	Relación, α_s/ε	Transmisividad solar, τ_s
Aluminio				
Pulido	0.09	0.03	3.0	
Anodizado	0.14	0.84	0.17	
Con capa adicional de cuarzo	0.11	0.37	0.30	
Hoja	0.15	0.05	3.0	
Ladrillo rojo (Purdue)	0.63	0.93	0.68	
Concreto	0.60	0.88	0.68	
Lámina metálica galvanizada				
Limpia, nueva	0.65	0.13	5.0	
Oxidada, con acción de la intemperie	0.80	0.28	2.9	
Vidrio, espesor de 3.2 mm				
Flotado o templado				0.79
Tipo al bajo óxido de hierro				0.88
Mármol, ligeramente blancuzco (no reflector)	0.40	0.88	0.45	
Metal, con chapa				
Sulfuro negro	0.92	0.10	9.2	
Óxido negro de cobalto	0.93	0.30	3.1	
Óxido negro de níquel	0.92	0.08	11	
Cromo negro	0.87	0.09	9.7	
Mylar, espesor de 0.13 mm				0.87
Pinturas				
Negra (Parsons)	0.98	0.98	1.0	
Blanca, acrílica	0.26	0.90	0.29	
Blanca, óxido de zinc	0.16	0.93	0.17	
Papel blanco	0.27	0.83	0.32	
Plexiglás, espesor de 3.2 mm				0.90
Porcelana, losetas de porcelana, blancas (superficie vidriada reflectora)	0.26	0.85	0.30	
Tejas para techo, rojo brillante				
Superficie seca	0.65	0.85	0.76	
Superficie mojada	0.88	0.91	0.96	
Arena seca				
Blancuzca	0.52	0.82	0.63	
Roja mate	0.73	0.86	0.82	
Nieve				
Partículas finas, recién caídas	0.13	0.82	0.16	
Gránulos de hielo	0.33	0.89	0.37	
Acero				
Acabado de espejo	0.41	0.05	8.2	
Intensamente herrumbroso	0.89	0.92	0.96	
Piedra (rosa claro)	0.65	0.87	0.74	
Tedlar, espesor de 0.10 mm				0.92
Teflón, espesor de 0.13 mm				0.92
Madera	0.59	0.90	0.66	

Fuente: V. C. Sharma y A. Sharma, "Solar Properties of Some Building Elements", *Energy* 14 (1989), págs. 805-810, y otras fuentes.



Material	Rugosidad, ε ft	Rugosidad, ε mm
Vidrio, plástico	0	0
Concreto	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Caucho alisado	0.000033	0.01
Tubo de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

FIGURA A-20

Diagrama de Moody del factor de fricción para flujo completamente desarrollado en tubos circulares para el uso en la relación $\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2}$. Los factores de fricción en flujo turbulento se evalúan con la ecuación de Colebrook $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$.

APÉNDICE

2

TABLAS Y DIAGRAMAS DE PROPIEDADES (SISTEMA INGLÉS)

Tabla A-1I Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias *894*

Tabla A-2I Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación *895*

Tabla A-3I Propiedades de metales sólidos *896-897*

Tabla A-4I Propiedades de no metales sólidos *898*

Tabla A-5I Propiedades de materiales de construcción *899-900*

Tabla A-6I Propiedades de materiales aislantes *901*

Tabla A-7I Propiedades de alimentos comunes *902-903*

Tabla A-8I Propiedades de diversos materiales *904*

Tabla A-9I Propiedades del agua saturada *905*

Tabla A-10I Propiedades del refrigerante 134a saturado *906*

Tabla A-11I Propiedades del amoniaco saturado *907*

Tabla A-12I Propiedades del propano saturado *908*

Tabla A-13I Propiedades de líquidos *909*

Tabla A-14I Propiedades de metales líquidos *910*

Tabla A-15I Propiedades del aire a la presión de 1 atm *911*

Tabla A-16I Propiedades de gases a la presión de 1 atm *912-913*

Tabla A-17I Propiedades de la atmósfera a gran altitud *914*

TABLA A-1I

Masa molar, constante de gas y calores específicos de ciertas sustancias

Sustancia	Masa molar, M, lbm/lbmol	Constante de gas R* Btu/lbm · R	Constante de gas R* psia · ft³/lbm · R	Calores específicos a 77°F c_p, Btu/lbm · R	Calores específicos a 77°F c_v, Btu/lbm · R	$k = c_p/c_v$
Aire	28.97	0.06855	0.3704	0.2400	0.1715	1.400
Amoniaco, NH_3	17.03	0.1166	0.6301	0.4999	0.3834	1.304
Argón, Ar	39.95	0.04970	0.2686	0.1243	0.07457	1.667
Bromo, Br_2	159.81	0.01242	0.06714	0.0538	0.04137	1.300
Isobutano, C_4H_{10}	58.12	0.03415	0.1846	0.3972	0.3631	1.094
n-Butano, C_4H_{10}	58.12	0.03415	0.1846	0.4046	0.3705	1.092
Carbono, bióxido de, CO_2	44.01	0.04512	0.2438	0.2016	0.1564	1.288
Carbono, monóxido de, CO	28.01	0.07089	0.3831	0.2482	0.1772	1.400
Cloruro, Cl_2	70.905	0.02802	0.1514	0.1142	0.08618	1.325
Clorodifuorometano (R-22), $CHClF_2$	86.47	0.02297	0.1241	0.1552	0.1322	1.174
Etano, C_2H_6	30.070	0.06604	0.3569	0.4166	0.3506	1.188
Etileno, C_2H_4	28.054	0.07079	0.3826	0.3647	0.2940	1.241
Fluoruro, F_2	38.00	0.05224	0.2823	0.1967	0.1445	1.362
Helio, He	4.003	0.4961	2.681	1.2403	0.7442	1.667
n-Heptano, C_7H_{16}	100.20	0.01982	0.1071	0.3939	0.3740	1.053
n-Hexano, C_6H_{14}	86.18	0.02304	0.1245	0.3951	0.3721	1.062
Hidrógeno, H_2	2.016	0.9850	5.323	3.416	2.431	1.405
Kryptón, Kr	83.80	0.02370	0.1281	0.05923	0.03554	1.667
Metano, CH_4	16.04	0.1238	0.6688	0.5317	0.4080	1.303
Neón, Ne	20.183	0.09838	0.5316	0.2460	0.1476	1.667
Nitrógeno, N_2	28.01	0.07089	0.3831	0.2484	0.1774	1.400
Óxido nítrico, NO	30.006	0.06618	0.3577	0.2387	0.1725	1.384
Nitrógeno, bióxido de, NO_2	46.006	0.04512	0.2438	0.1925	0.1474	1.306
Oxígeno, O_2	32.00	0.06205	0.3353	0.2193	0.1572	1.395
n-Pentano, C_5H_{12}	72.15	0.02752	0.1487	0.3974	0.3700	1.074
Propano, C_3H_8	44.097	0.04502	0.2433	0.3986	0.3535	1.127
Propileno, C_3H_6	42.08	0.04720	0.2550	0.3657	0.3184	1.148
Agua, H_2O	18.015	0.1102	0.5957	0.4455	0.3351	1.329
Sulfuro dióxido de, SO_2	64.06	0.03100	0.1675	0.1488	0.1178	1.263
Tetraclorometano, CCl_4	153.82	0.01291	0.06976	0.1293	0.1164	1.111
Tetrafluoroetano (R-134a), $C_2H_2F_4$	102.03	0.01946	0.1052	0.1991	0.1796	1.108
Trifluoroetano (R-143a), $C_2H_3F_3$	84.04	0.02363	0.1277	0.2219	0.1983	1.119
Xenón, Xe	131.30	0.01512	0.08173	0.03781	0.02269	1.667

*La constante de gas se calculó de $R = R_u/M$, donde $R_u = 1.9859$ Btu/lbmol · R $= 10.732$ psia · ft³/lbmol · R es la constante de gas universal y M es la masa molar.

Fuente: Valores de calores específicos se obtuvieron principalmente de rutinas de propiedad preparadas por The National Institute of Standards and Technology (NIST), Gaithersburg, MD.

TABLA A-2I

Propiedades en los puntos de ebullición y de congelación

	Datos para la ebullición a 1 atm		Datos para la congelación		Propiedades del líquido		
Sustancia	Punto normal de ebullición, °F	Calor latente de vaporización, h_{fg}, Btu/lbm	Punto de congelación, °F	Calor latente de, fusión h_{if}, Btu/lbm	Temperatura, °F	Densidad, ρ lbm/ft^3	Calor específico, c_p Btu/lbm · R
Amoniaco	−27.9	24.54	−107.9	138.6	−27.9	42.6	1.06
					0	41.3	1.083
					40	39.5	1.103
					80	37.5	1.135
Argón	−302.6	69.5	−308.7	12.0	−302.6	87.0	0.272
Benceno	176.4	169.4	41.9	54.2	68	54.9	0.411
Salmuera (20% de cloruro de sodio en masa)	219.0	—	0.7	—	68	71.8	0.743
n-Butano	31.1	165.6	−217.3	34.5	31.1	37.5	0.552
Carbono, bióxido de	−109.2*	99.6 (a 32°F)	−69.8	—	32	57.8	0.583
Etanol	172.8	360.5	−173.6	46.9	77	48.9	0.588
Etílico, alcohol	173.5	368	−248.8	46.4	68	49.3	0.678
Etilenglicol	388.6	344.0	12.6	77.9	68	69.2	0.678
Glicerina	355.8	419	66.0	86.3	68	78.7	0.554
Helio	−452.1	9.80	—	—	−452.1	9.13	5.45
Hidrógeno	−423.0	191.7	−434.5	25.6	−423.0	4.41	2.39
Isobutano	10.9	157.8	−255.5	45.5	10.9	37.1	0.545
Queroseno	399-559	108	−12.8	—	68	51.2	0.478
Mercurio	674.1	126.7	−38.0	4.90	77	847	0.033
Metano	−258.7	219.6	296.0	25.1	−258.7	26.4	0.834
					−160	20.0	1.074
Metanol	148.1	473	−143.9	42.7	77	49.1	0.609
Nitrógeno	−320.4	85.4	−346.0	10.9	−320.4	50.5	0.492
					−260	38.2	0.643
Octano	256.6	131.7	−71.5	77.9	68	43.9	0.502
Aceite (ligero)	—	—			77	56.8	0.430
Oxígeno	−297.3	91.5	−361.8	5.9	−297.3	71.2	0.408
Petróleo	—	99-165			68	40.0	0.478
Propano	−43.7	184.0	−305.8	34.4	−43.7	36.3	0.538
					32	33.0	0.604
					100	29.4	0.673
Refrigerante-134a	−15.0	93.2	−141.9	—	−40	88.5	0.283
					−15	86.0	0.294
					32	80.9	0.318
					90	73.6	0.348
Agua	212	970.5	32	143.5	32	62.4	1.01
					90	62.1	1.00
					150	61.2	1.00
					212	59.8	1.01

* Temperatura de sublimación. (A presiones por debajo de la del punto triple de 75.1 psia, el bióxido de carbono existe como sólido o gas. Asimismo, la temperatura en el punto de congelación del bióxido de carbono es la temperatura en el punto triple de −69.8°F.)

TABLA A-3I

Propiedades de metales sólidos

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/ft^3	c_p (Btu/lbm · R)	k (Btu/h · ft · R)	$\alpha \times 10^6$ ft^2/s	*Propiedades a varias temperaturas (R)* k(Btu/h · ft · R)/c_p(Btu/lbm · R) 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Aluminio:	1 679	168	0.216	137	1045	174.5	137	138.6	133.4	126	
Puro						0.115	0.191	0.226	0.246	0.273	
Aleación 2024-T6	1 395	173	0.209	102.3	785.8	37.6	94.2	107.5	107.5		
(4.5% Cu, 1.5% Mg, 0.6% Mn)						0.113	0.188	0.22	0.249		
Aleación 195, cast (4.5% Cu)		174.2	0.211	97	734		100.5	106.9			
Berilio	2 790	115.5	0.436	115.6	637.2	572	174	93	72.8	61.3	52.5
						0.048	0.266	0.523	0.621	0.624	0.72
Bismuto	981	610.5	0.029	4.6	71	9.5	5.6	4.06			
						0.026	0.028	0.03			
Boro	4 631	156	0.264	15.6	105	109.7	32.06	9.7	6.1	5.5	5.7
						0.03	0.143	0.349	0.451	0.515	0.558
Cadmio	1 069	540	0.055	55.6	521	117.3	57.4	54.7			
						0.047	0.053	0.057			
Cromo	3 812	447	0.107	54.1	313.2	91.9	64.1	52.5	46.6	41.2	37.8
						0.045	0.091	0.115	0.129	0.138	0.147
Cobalto	3 184	553.2	0.101	57.3	286.3	96.5	70.5	49.3	39	33.6	80.1
						0.056	0.09	0.107	0.12	0.131	0.145
Cobre:	2 445	559	0.092	231.7	1 259.3	278.5	238.6	227.07	219	212	203.4
Puro						0.06	0.085	0.094	0.01	0.103	0.107
Bronce comercial	2 328	550	0.1	30	150.7	24.3	30	34			
(90% Cu, 10% Al)							0.187	0.109	0.130		
Bronce al fósforo	1 987	548.1	0.084	31.2	183	23.7	37.6	42.8			
para engranes (89% Cu, 11% Sn)							—	—	—		
Latón para cartuchos	2 139	532.5	0.09	63.6	364.9	43.3	54.9	79.2	86.0		
(70% Cu, 30% Zn)							0.09	0.09	0.101		
Constantán	2 687	557	0.092	13.3	72.3	9.8	1.1				
(55% Cu, 45% Ni)						0.06	0.09				
Germanio	2 180	334.6	0.08	34.6	373.5	134	56	25	15.7	11.4	10.05
						0.045	0.069	0.08	0.083	0.085	0.089
Oro	2 405	1 205	0.03	183.2	1 367	189	186.6	179.7	172.2	164.09	156
						0.026	0.029	0.031	0.032	0.033	0.034
Iridio	4 896	1 404.6	0.031	85	541.4	99.4	88.4	83.2	79.7	76.3	72.8
						0.021	0.029	0.031	0.032	0.034	0.036
Hierro:											
Puro	3 258	491.3	0.106	46.4	248.6	77.4	54.3	40.2	31.6	25.01	19
						0.051	0.091	0.117	0.137	0.162	0.232
Armco		491.3	0.106	42	222.8	55.2	46.6	38	30.7	24.4	18.7
(99.75% puro)						0.051	0.091	0.117	0.137	0.162	0.233
Aceros al carbono:		490.3	0.103	35	190.6			32.8	27.7	22.7	17.4
Simple al carbono											
(Mn ≤ 1%, Si ≤ 0.1%)								0.116	0.113	0.163	0.279
AISI 1010		489	0.103	37	202.4			33.9	28.2	22.7	18
								0.116	0.133	0.163	0.278
Al carbono-silicio		488	0.106	30	160.4			28.8	25.4	21.6	17
(Mn ≤ 1%, 0.1% < Si ≤ 0.6%)								0.119	0.139	0.166	0.231
Al carbono-manganeso-silicio		508	0.104	23.7	125			24.4	23	20.2	16
(1% < Mn ≤ 1.65%, 0.1% < Si ≤ 0.6%)								0.116	0.133	0.163	0.260
Aceros al (bajo) cromo:		488.3	0.106	21.8	117.4			22	21.2	19.3	15.6
$\frac{1}{2}$Cr-$\frac{1}{4}$ Mo-Si								0.117	0.137	0.164	0.231
(0.18% C, 0.65% Cr, 0.23% Mo, 0.6% Si)											
1 Cr-$\frac{1}{2}$ Mo (0.16% C, 1% Cr,		490.6	0.106	24.5	131.3			24.3	22.6	20	15.8
0.54% Mo, 0.39% Si)								0.117	0.137	0.164	0.231
1 Cr-V		489.2	0.106	28.3	151.8			27.0	24.3	21	16.3
(0.2% C, 1.02% Cr, 0.15% V)								0.117	0.137	0.164	0.231

TABLA A-3I

Propiedades de metales sólidos (*conclusión*)

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/ft^3	c_p (Btu/lbm · R)	k (Btu/h · ft · R)	$\alpha \times 10^6$ ft^2/s	*Propiedades a varias temperaturas (R)* k(Btu/h · ft · R)/c_p(Btu/lbm · R) 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Aceros inoxidables:											
AISI 302		503	0.114	8.7	42			10	11.6	13.2	14.7
								0.122	0.133	0.140	0.144
AISI 304	3 006	493.2	0.114	8.6	42.5	5.31	7.3	9.6	11.5	13	14.7
						0.064	0.096	0.123	0.133	0.139	0.145
AISI 316		514.3	0.111	7.8	37.5			8.8	10.6	12.3	14
						0.12	0.131	0.137	0.143		
AISI 347		498	0.114	8.2	40			9.1	1.1	12.7	14.3
								0.122	0.133	0.14	0.144
Plomo	1 082	708	0.03	20.4	259.4	23	21.2	19.7	18.1		
						0.028	0.029	0.031	0.034		
Magnesio	1 661	109	0.245	90.2	943	87.9	91.9	88.4	86.0	84.4	
						0.155	0.223	0.256	0.279	0.302	
Molibdeno	5 209	639.3	0.06	79.7	578	1 034	82.6	77.4	72.8	68.2	64.7
						0.033	0.053	0.062	0.065	0.068	0.070
Níquel:	3 110	555.6	0.106	52.4	247.6	94.8	61.8	46.3	37.9	39	41.4
Puro						0.055	0.091	0.115	0.141	0.126	0.134
Nicromo	3 010	524.4	0.1	6.9	36.6			8.0	9.3	12.2	
(80% Ni, 20% Cr)							0.114	0.125	0.130		
Inconel X-750	2 997	531.3	0.104	6.8	33.4	5	5.9	7.8	9.8	11.8	13.9
(73% Ni, 15% Cr, 6.7% Fe)						—	0.088	0.112	0.121	0.13	0.149
Niobio	4 934	535	0.063	31	254	31.9	30.4	32	33.6	35.4	32.2
						0.044	0.059	0.065	0.067	0.069	0.071
Paladio	3 289	750.4	0.058	41.5	263.7	44.2	41.4	42.5	46	50	54.4
						0.04	0.054	0.059	0.062	0.064	0.067
Platino:	3 681	1 339	0.031	41.4	270	44.7	42	41.5	42.3	43.7	45.5
Puro						0.024	0.03	0.032	0.034	0.035	0.036
Aleación 60Pt-40Rh	3 240	1 038.2	0.038	27.2	187.3			30	34	37.5	40
(60% Pt, 40% Rh)								—	—	—	
Renio	6 215	1 317.2	0.032	27.7	180	34	30	26.6	25.5	25.4	25.8
						0.023	0.03	0.033	0.034	0.036	0.037
Rodio	4 025	777.2	0.058	86.7	534	107.5	89	84.3	78.5	73.4	70
						0.035	0.052	0.06	0.065	0.069	0.074
Silicio	3 033	145.5	0.17	85.5	960.2	510.8	152.5	57.2	35.8	24.4	18.0
						0.061	0.132	0.189	0.207	0.218	0.226
Plata	2 223	656	0.056	248	1873	257	248.4	245.5	238	228.8	219
						0.044	0.053	0.057	0.059	0.062	0.066
Tantalio	5 884	1 036.3	0.033	33.2	266	34.2	33.2	33.4	34	34.3	34.8
						0.026	0.031	0.034	0.035	0.036	0.036
Torio	3 641	730.4	0.028	31.2	420.9	34.6	31.5	31.4	32.2	32.9	32.9
						0.024	0.027	0.029	0.032	0.035	0.037
Estaño	909	456.3	0.054	38.5	431.6	49.2	42.4	35.9			
						0.044	0.051	0.058			
Titanio	3 515	281	0.013	12.7	100.3	17.6	14.2	11.8	11.2	11.4	12
						0.071	0.111	0.131	0.141	0.151	0.161
Tungsteno	6 588	1 204.9	0.031	100.5	735.2	120.2	107.5	92	79.2	72.2	68.2
						0.020	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035
Uranio	2 531	1 190.5	0.027	16	134.5	12.5	14.5	17.1	19.6	22.4	25.4
						0.022	0.026	0.029	0.035	0.042	0.043
Vanadio	3 946	381	0.117	17.7	110.9	20.7	18	18	19.3	20.6	22.0
						0.061	0.102	0.123	0.128	0.134	0.142
Zinc	1 247	445.7	0.093	67	450	67.6	68.2	64.1	59.5		
						0.07	0.087	0.096	0.104		
Zirconio	3 825	410.2	0.067	13.1	133.5	19.2	14.6	12.5	12	12.5	13.7
						0.049	0.063	0.072	0.77	0.082	0.087

Fuente: Las tablas A-3I y A-4I se obtienen a partir de las tablas respectivas en unidades SI del apéndice 1, aplicando los factores apropiados de conversión.

TABLA A-4I

Propiedades de no metales sólidos

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/ft^3	c_p (Btu/lbm · R)	k (Btu/h · ft · R)	$\alpha \times 10^6$ ft^2/s	*Propiedades a varias temperaturas (R), k(Btu/h · ft · R)/c_p(Btu/lbm · R)* 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Aluminio, óxido de,	4 181	247.8	0.182	26.6	162.5	260	47.4	18.7	11	7.5	6
zafiro						—	—	0.224	0.265	0.281	0.293
Aluminio, óxido de,	4 181	247.8	0.182	20.8	128	76.8	31.7	15.3	9.3	6	4.5
policristalino						—	—	0.244	0.265	0.281	0.293
Berilio, óxido de	4 905	187.3	0.246	157.2	947.3			113.2	64.2	40.4	27.2
								0.322	0.40	0.44	0.459
Boro	4 631	156	0.264	16	107.5	109.8	30.3	10.8	6.5	4.6	3.6
								0.355	0.445	0.509	0.561
Boro, fibra de,	1 062	130									
compuesto epóxico (30% en volumen)											
k, ∥ a las fibras				1.3		1.2	1.3	1.31			
k, ⊥ a las fibras				0.34		0.21	0.28	0.34			
c_p			0.268			0.086	0.18	0.34			
Carbono	2 700	121.7	—	0.92	—	0.38	0.68	1.09	1.26	1.36	1.46
Amorfo											
Diamante,											
tipo IIa	—	219	0.121	1 329	—	5 778	2 311.2	889.8			
aislador							0.005	0.046	0.203		
Grafito, pirolítico	4 091	138									
k, ∥ a las capas				1 126.7		2 871.6	1 866.3	803.2	515.4	385.4	308.5
k, ⊥ a las capas				3.3		9.7	5.3	2.4	1.5	1.16	0.92
c_p			0.169			0.32	0.098	0.236	0.335	0.394	0.428
Grafito, fibra de	810	87.4									
compuesto epóxico (25% en vol.)											
k, flujo de calor ∥ a las fibras				6.4		3.3	5.0	7.5			
k, flujo de calor ⊥ a las fibras				0.5	5	0.4	0.63				
c_p			0.223			0.08	0.153	0.29			
Pirocerámico,	2 921	162.3	0.193	2.3	20.3	3.0	2.3	2.1	1.9	1.7	1.7
Corning 9606											
Silicio, carburo de	5 580	197.3	0.161	283.1	2 475.7			—	—	—	50.3
								0.210	0.25	0.27	0.285
Silicio, bióxido de,											
cristalino (cuarzo)	3 389	165.4									
k, ∥ al eje c				6		22.5	9.5	4.4	2.9	2.4	
k, ⊥ al eje c				3.6		12.0	5.9	2.7	2	1.8	
c_p			0.177					0.211	0.256	0.298	
Silicio, bióxido de,	3 389	138.6	0.177	0.79	9	0.4	0.65	0.87	1.01	1.25	1.65
policristalino						—	—	0.216	0.248	0.264	0.276
(vidrio de sílice)											
Silicio, nitruro de	3 911	150	0.165	9.2	104	—	—	8.0	6.5	5.7	5.0
						—	0.138	0.185	0.223	0.253	0.275
Azufre	706	130	0.169	0.1	1.51	0.095	0.1				
						0.962	0.144				
Torio, bióxido de	6 431	568.7	0.561	7.5	65.7			5.9	3.8	2.7	2.12
								0.609	0.654	0.680	0.704
Titanio, bióxido de,	3 840	259.5	0.170	4.9	30.1			4.0	2.9	2.3	2
policristalino								0.192	0.210	0.217	0.222

TABLA A-5I

Propiedades de materiales de construcción
(a una temperatura media de 75°F)

Material	Espesor, L in	Densidad, ρ lbm/ft^3	Conductividad térmica, k Btu-in/h · ft^2 · °F	Calor específico, c_p Btu/lbm · R	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), °F · h · ft^2/Btu
Tableros de construcción					
Tablero de asbesto-cemento	$\frac{1}{4}$ in	120	—	0.24	0.06
Tablero de yeso de revoque	$\frac{3}{8}$ in	50	—	0.26	0.32
	$\frac{1}{2}$ in	50	—	—	0.45
Madera contrachapada (abeto Douglas)	—	34	0.80	0.29	—
	$\frac{1}{4}$ in	34	—	0.29	0.31
	$\frac{3}{8}$ in	34	—	0.29	0.47
	$\frac{1}{2}$ in	34	—	0.29	0.62
	$\frac{3}{4}$ in	34	—	0.29	0.93
Tablero y entablado aislados	$\frac{1}{2}$ in	18	—	0.31	1.32
(densidad común)	$\frac{25}{32}$ in	18	—	0.31	2.06
Tablero duro (de alta densidad, templado estándar)	—	63	1.00	0.32	—
Tablero aglutinado:					
Densidad media	—	50	0.94	0.31	—
Contrapiso	$\frac{5}{8}$ in	40	—	0.29	0.82
Contrapiso de madera	$\frac{3}{4}$ in	—	—	0.33	0.94
Membrana de construcción					
Fieltro permeable al vapor	—	—	—	—	0.06
Sello de vapor (2 capas de fieltro de 17.3 lbm/ft^2 estropajeado)	—	—	—	—	0.12
Materiales para pisos					
Alfombra y carpeta fibrosa	—	—	—	0.34	2.08
Alfombra y carpeta de caucho	—	—	—	0.33	1.23
Loseta (asfalto, linóleo, vinilo)	—	—	—	0.30	0.05
Materiales para mampostería					
Unidades de mampostería:					
Ladrillo común		120	5.0	—	—
Ladrillo para fachada		130	9.0	—	—
Ladrillo de arcilla refractaria		150	9.3	—	—
		120	6.2	0.19	—
		70	2.8	—	—
Bloques de concreto (3 núcleos ovales, agregado de arena y grava)	4 in	—	5.34	—	0.71
	8 in	—	6.94	—	1.11
	12 in	—	9.02	—	1.28
Concretos:					
Agregados ligeros (incluyendo esquisto, arcilla o pizarra expandidos; escorias de alto horno expandidas; cenizas de alto horno; piedra pómez y escoria)		120	5.2	—	—
		100	3.6	0.2	—
		80	2.5	0.2	—
		60	1.7	—	—
		40	1.15	—	—
Cemento/cal, mortero y estuco		120	9.7	—	—
		80	4.5	—	—
Estuco		116	5.0	—	—

TABLA A-5I

Propiedades de materiales de construcción (*conclusión*)
(a una temperatura media de 75°F)

Material	Espesor, L in	Densidad, ρ lbm/ft^3	Conductividad térmica, k Btu-in/h · ft^2 · °F	Calor específico, c_p Btu/lbm · R	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), °F · h · ft^2/Btu
Material para techos					
Tejas de asbesto-cemento		120	—	0.24	0.21
Asfalto en rollos		70	—	0.36	0.15
Tejas de asfalto		70	—	0.30	0.44
Techado incorporado	$\frac{3}{8}$ in	70	—	0.35	0.33
Piarra	$\frac{1}{2}$ in	—	—	0.30	0.05
Tejas de madera (simples y con cara de película de plástico)		—	—	0.31	0.94
Materiales para revoque					
Revoque de cemento, agregado de arena	$\frac{3}{4}$ in	1.16	5.0	0.20	0.15
Revoque de yeso:					
Agregado ligero	$\frac{1}{2}$ in	45	—	—	0.32
Agregado de arena	$\frac{1}{2}$ in	105	5.6	0.20	0.09
Agregado de perlita	—	45	1.5	0.32	—
Material para forro exterior (sobre superficies planas)					
Tejas de asbesto-cemento	—	120	—	—	0.21
Forro de tablero duro	$\frac{7}{16}$ in	—	—	0.28	0.67
Forro de madera (rebajada)	1 in	—	—	0.31	0.79
Forro de madera (contrachapada), traslapada	$\frac{3}{8}$ in	—	—	0.29	0.59
Forro de aluminio o acero (sobre encofrado):					
Con respaldo hueco	$\frac{3}{8}$ in	—	—	0.29	0.61
Con respaldo de tablero aislante	$\frac{3}{8}$ in	—	—	0.32	1.82
Vidrio arquitectónico	—	158	6.9	0.21	0.10
Maderas					
Maderas duras (arce, roble, etc.)	—	45	1.10	0.30	—
Maderas suaves (abeto, pino, etc.)	—	32	0.80	0.33	—
Metales					
Aluminio (1100)	—	171	1 536	0.214	—
Acero dulce	—	489	314	0.120	—
Acero inoxidable	—	494	108	0.109	—

Fuente: Las tablas A-5I y A-6I se adaptaron tomándolas del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, 1993), cap. 22, tabla 4. Usadas con autorización.

TABLA A-6I

Propiedades de materiales aislantes
(a una temperatura media de 75°F)

Material	Espesor, L in	Densidad, ρ lbm/ft^3	Conductividad térmica, k Btu-in/h · ft^2 · °F	Calor específico, c_p Btu/lbm · R	Valor R (para los espesores de la lista, L/k), °F · h · ft^2/Btu
Colcha y lámina					
Fibra mineral (forma fibrosa	~2 a $2\frac{3}{4}$ in	0.3-2.0	—	0.17-0.23	7
procesada a partir de roca,	~3 a $3\frac{1}{2}$ in	0.3-2.0	—	0.17-0.23	11
escoria o vidrio)	~$5\frac{1}{4}$ a $6\frac{1}{2}$ in	0.3-2.0	—	0.17-0.23	19
Tablero y losa					
Vidrio celular		8.5	0.38	0.24	—
Fibra de vidrio (ligamento orgánico)		4-9	0.25	0.23	—
Poliestireno expandido (bolitas moldeadas)		1.0	0.28	0.29	—
Poliuretano expandido (R-11 expandido)		1.5	0.16	0.38	—
Perlita expandida (ligamento orgánico)		1.0	0.36	0.30	—
Caucho expandido (rígido)		4.5	0.22	0.40	—
Fibra mineral con aglomerante de resina		15	0.29	0.17	—
Corcho		7.5	0.27	0.43	—
Rociado o formado en el sitio					
Espuma de poliuretano		1.5-2.5	0.16-0.18	—	—
Fibra de vidrio		3.5-4.5	0.26-0.27	—	—
Uretano, mezcla de dos partes (espuma rígida)		4.4	0.18	0.25	—
Gránulos de lana mineral con aglomerantes de asbesto/inorgánico (rociado)		12	0.32	—	—
Relleno flojo					
Fibra mineral (de roca, escoria	~3.75 a 5 in	0.6-0.20	—	0.17	11
o vidrio)	~6.5 a 8.75 in	0.6-0.20	—	0.17	19
	~7.5 a 10 in	—	—	0.17	22
	~7.25 in	—	—	0.17	30
Aerogel de sílice		7.6	0.17	—	—
Vermiculita (expandida)		7-8	0.47	—	—
Perlita (expandida)		2-4.1	0.27-0.31	—	—
Aserrín o virutas		8-15	0.45	—	—
Aislamiento celulósico (papel molido o pulpa de madera)		0.3-3.2	0.27-0.32	—	—
Cork, granulado		10	0.31	—	—
Aislamiento para techo					
Vidrio celular	—	9	0.4	0.24	—
Preformado, para usarse arriba del tablero	$\frac{1}{2}$ in	—	—	0.24	1.39
	1 in	—	—	0.50	2.78
	2 in	—	—	0.94	5.56
Aislamiento reflector					
Polvo de sílice (al vacío)		10	0.0118	—	—
Hoja de aluminio separando colchones de vidrio esponjoso; 10 a 12 capas (al vacío); para aplicaciones criogénicas (270 R)		2.5	0.0011	—	—
Hoja de aluminio y laminado de vidrio y papel; 75 a 150 capas; para aplicaciones criogénicas (270 R)		7.5	0.00012	—	—

TABLA A-7I

Propiedades de alimentos comunes

a) Calores específicos y propiedades en el punto de congelación

Alimento	Contenido de agua,[a] % (masa)	Punto de congelación[a] °F	*Calor específico,*[b] Btu/lbm · °F: Arriba del punto de congelación	*Calor específico,*[b] Btu/lbm · °F: Debajo del punto de congelación	Calor latente de fusión,[c] Btu/lb
Vegetales					
Alcachofas	84	30	0.873	0.453	121
Espárragos	93	31	0.945	0.481	134
Frijoles	89	31	0.913	0.468	128
Brócoli	90	31	0.921	0.471	129
Col	92	30	0.937	0.478	132
Zanahorias	88	29	0.905	0.465	126
Coliflor	92	31	0.937	0.478	132
Apio	94	31	0.953	0.484	135
Maíz tierno	74	31	0.793	0.423	106
Pepinos	96	31	0.969	0.490	138
Berenjena	93	31	0.945	0.481	134
Rábano	75	29	0.801	0.426	108
Poro	85	31	0.881	0.456	122
Lechuga	95	32	0.961	0.487	136
Hongos	91	30	0.929	0.474	131
Quimbombó	90	29	0.921	0.471	129
Cebollas frescas	89	30	0.913	0.468	128
Cebollas secas	88	31	0.905	0.465	126
Perejil	85	30	0.881	0.456	122
Chícharos frescos	74	31	0.793	0.423	106
Pimientos	92	31	0.937	0.478	132
Papas	78	31	0.825	0.435	112
Calabazas	91	31	0.929	0.474	131
Espinaca	93	31	0.945	0.481	134
Tomate rojo	94	31	0.953	0.484	135
Nabos	92	30	0.937	0.478	132
Frutas					
Manzanas	84	30	0.873	0.453	121
Chabacanos	85	30	0.881	0.456	122
Aguacates	65	31	0.721	0.396	93
Plátanos	75	31	0.801	0.426	108
Moras azules	82	29	0.857	0.447	118
Melones	92	30	0.937	0.478	132
Cerezas agrias	84	29	0.873	0.453	121
Cerezas dulces	80	29	0.841	0.441	115
Higos secos	23	—	—	0.270	33
Higos frescos	78	28	0.825	0.435	112
Toronja	89	30	0.913	0.468	128
Uvas	82	29	0.857	0.447	118
Limones	89	29	0.913	0.468	128
Aceitunas	75	29	0.801	0.426	108
Naranjas	87	31	0.897	0.462	125
Duraznos	89	30	0.913	0.468	128
Peras	83	29	0.865	0.450	119
Piñas	85	30	0.881	0.456	122
Ciruelas	86	31	0.889	0.459	124
Membrillos	85	28	0.881	0.456	122
Pasas	18	—	—	0.255	26
Fresas	90	31	0.921	0.471	129
Mandarinas	87	30	0.897	0.462	125
Sandías	93	31	0.945	0.481	134
Pescado/mariscos					
Bacalao entero	78	28	0.825	0.435	112
Hipogloso entero	75	28	0.801	0.426	108
Langosta	79	28	0.833	0.438	113
Macarela	57	28	0.657	0.372	82
Salmón entero	64	28	0.713	0.393	92
Camarón	83	28	0.865	0.450	119
Carnes					
Res, canal de	49	29	0.593	0.348	70
Hígado	70	29	0.761	0.411	101
Bistec	67	—	0.737	0.402	96
Lomo	56	—	0.649	0.369	80
Pollo	74	27	0.793	0.423	106
Cordero, pierna de	65	—	0.721	0.396	93
Cerdo, canal de	37	—	0.497	0.312	53
Jamón	56	29	0.649	0.369	80
Salchicha de puerco	38	—	0.505	0.315	55
Pavo	64	—	0.713	0.393	92
Otros					
Almendras	5	—	—	0.216	7
Mantequilla	16	—	—	0.249	23
Queso americano	37	9	0.497	0.312	53
Queso suizo	39	14	0.513	0.318	56
Chocolate con leche	1	—	—	0.204	1
Huevos enteros	74	31	0.793	0.423	106
Miel de abeja	17	—	—	0.252	24
Mantecado	63	22	0.705	0.390	90
Leche entera	88	31	0.905	0.465	126
Cacahuates	6	—	—	0.219	9
Cacahuates tostados	2	—	—	0.207	3
Nueces encarceladas	3	—	—	0.210	4
Nueces	4	—	—	0.213	6

Fuentes: [a]Los datos sobre los contenidos de agua y los puntos de congelación se tomaron del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión I-P (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), cap. 30, tabla 1. Usado con autorización. El punto de congelación es la temperatura a la cual esa congelación se inicia para las frutas y los vegetales, y la temperatura promedio de congelación para los otros alimentos.

[b]Los datos del calor específico están basados en los valores del calor específico del agua y el hielo a 32°F y se determinan con base en las fórmulas de Siebel: $c_{p,\ \text{fresco}} = 0.800 \times (\text{contenido de agua}) + 0.200$, arriba del punto de congelación, y $c_{p,\ \text{congelado}} = 0.300 \times (\text{contenido de agua}) + 0.200$, debajo del punto de congelación.

[c]El calor latente de fusión se determina al multiplicar el calor de fusión del agua (143 Btu/lbm) por el contenido de agua del alimento.

TABLA A-7I

Propiedades de alimentos comunes (*conclusión*)
b) Otras propiedades

Alimento	Contenido de agua, % (masa)	Temperatura, T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · °F	Difusividad térmica, α, ft^2/S	Calor específico, c_p Btu/lbm · R
Frutas/Vegetales						
Manzana, jugo de	87	68	62.4	0.323	1.51×10^{-6}	0.922
Manzanas	85	32-86	52.4	0.242	1.47×10^{-6}	0.910
Manzanas secas	41.6	73	53.4	0.127	1.03×10^{-6}	0.650
Chabacanos secos	43.6	73	82.4	0.217	1.22×10^{-6}	0.662
Plátanos frescos	76	41	61.2	0.278	1.51×10^{-6}	0.856
Brócoli	—	21	35.0	0.223	—	—
Cerezas frescas	92	32-86	65.5	0.315	1.42×10^{-6}	0.952
Higos	40.4	73	77.5	0.179	1.03×10^{-6}	0.642
Toronja, jugo de	89	68	62.4	0.328	1.51×10^{-6}	0.934
Duraznos	36-90	2-32	59.9	0.304	1.51×10^{-6}	0.934
Ciruelas	—	3	38.1	0.143	—	—
Papas	32-158	0-70	65.7	0.288	1.40×10^{-6}	0.868
Pasas	32	73	86.2	0.217	1.18×10^{-6}	0.592
Carnes						
Res, bistec de	67	43	59.3	0.235	1.40×10^{-6}	0.802
Res, carne magra de	74	37	68.0	0.272	1.40×10^{-6}	0.844
Res, carne grasosa de	0	95	50.5	0.110	—	—
Res, hígado de	72	95	—	0.259	—	0.832
Gatos, alimento para	39.7	73	71.2	0.188	1.18×10^{-6}	0.638
Pollo, pechuga de	75	32	65.5	0.275	1.40×10^{-6}	0.850
Perros, alimento para	30.6	73	77.4	0.184	1.18×10^{-6}	0.584
Bacalao	81	37	73.7	0.309	1.29×10^{-6}	0.886
Salmón	67	37	—	0.307	—	0.802
Jamón	71.8	72	64.3	0.277	1.51×10^{-6}	0.831
Cordero	72	72	64.3	0.263	1.40×10^{-6}	0.832
Puerco, carne magra	72	39	64.3	0.263	1.40×10^{-6}	0.832
Pavo, pechuga de	74	37	65.5	0.287	1.40×10^{-6}	0.844
Ternera	75	72	66.2	0.272	1.40×10^{-6}	0.850
Otros						
Mantequilla	16	39	—	0.114	—	0.496
Chocolate, pastel de	31.9	73	21.2	0.061	1.29×10^{-6}	0.591
Margarina	16	40	62.4	0.135	1.18×10^{-6}	0.496
Leche descremada	91	72	—	0.327	—	0.946
Leche entera	88	82	—	0.335	—	0.928
Olivo, aceite de	0	90	56.8	0.097	—	—
Cacahuate, aceite de	0	39	57.4	0.097	—	—
Agua	100	0	62.4	0.329	1.51×10^{-6}	1.000
	100	30	59.6	0.357	1.61×10^{-6}	1.000
Pastel blanco	32.3	73	28.1	0.047	1.08×10^{-6}	0.594

Fuente: Los datos se obtuvieron principalmente del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión I-P (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), cap. 30, tablas 7 y 9. Usado con autorización.

La mayor parte de los calores específicos se calculan a partir de $c_p = 0.4 + 0.6 \times$ (contenido de agua), lo cual es una buena aproximación en el rango de temperatura de 40 hasta 90°F. La mayor parte de las difusividades térmicas se calculan a partir de $\alpha = k/\rho c_p$. Los valores patentados son válidos para el contenido específico de agua.

TABLA A-8I

Propiedades de diversos materiales
(A menos que se indique lo contrario, los valores se dan a 540 R)

Material	Densidad, ρ lbm/ft^3	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Calor específico, c_p Btu/lbm · R
Asfalto	132.0	0.036	0.220
Baquelita	81.2	0.81	0.350
Ladrillo refractario			
Ladrillo de cromita			
851 R	187.9	1.33	0.199
1481 R	—	1.44	—
2111 R	—	1.16	—
Arcilla refractaria cocida			
2880 R			
1391 R	128.0	0.58	0.229
1931 R	—	0.64	—
2471 R	—	0.64	—
Arcilla refractaria cocida			
3105 R			
1391 R	145.1	0.75	0.229
1931 R	—	0.81	—
2471 R	—	0.81	—
Ladrillo de arcilla refractaria			
860 R	165.1	0.58	0.229
1660 R	—	0.87	—
2660 R	—	1.04	—
Magnesita			
860 R	—	2.20	0.270
1660 R	—	1.62	—
2660 R	—	1.10	—
Carne de pollo blanca (74.4% de contenido de agua)			
356 R	—	0.92	—
419 R	—	0.86	—
455 R	—	0.78	—
492 R	—	0.28	—
527 R	—	0.28	—
Arcilla seca	96.8	0.54	—
Arcilla mojada	93.3	0.97	—
Carbón mineral, antracita	84.3	0.15	0.301
Concreto (mezcla con piedra)	143.6	0.81	0.210
Corcho	5.37	0.028	0.485
Algodón	5.0	0.035	0.311
Grasa	—	0.10	—
Vidrio			
De ventana	174.8	0.40	0.179
Pyrex	138.9	0.6-0.8	0.199
Crown	156.1	0.61	—
Al plomo	212.2	0.49	—
Hielo			
492 R	57.4	1.09	0.487
455 R	57.6	1.17	0.465
311 R	57.9	2.02	0.349
Cuero para suela	62.3	0.092	—
Linóleo	33.4	0.047	—
	73.7	0.11	—
Mica	181.0	0.30	—
Papel	58.1	0.10	0.320
Plásticos			
Plexiglass	74.3	0.11	0.350
Teflón			
540 R	137.3	0.20	0.251
720 R	—	0.26	—
Lexan	74.9	0.11	0.301
Nylon	71.5	0.17	—
Polipropileno	56.8	0.069	0.388
Poliéster	87.1	0.087	0.279
PVC, vinilo	91.8	0.058	0.201
Porcelana	143.6	0.87	—
Caucho natural	71.8	0.16	—
Caucho			
Vulcanizado			
Blando	68.7	0.075	0.480
Duro	74.3	0.092	—
Arena	94.6	0.1-0.6	0.191
Nieve reciente	6.24	0.35	—
Nieve, 492 R	31.2	1.27	—
Suelo seco	93.6	0.58	0.454
Suelo mojado	118.6	1.16	0.525
Azúcar	99.9	0.34	—
Tejido humano			
Piel	—	0.21	—
Capa de grasa	—	0.12	—
Músculo	—	0.24	—
Vaselina	—	0.098	—
Madera, perpendicular a la fibra			
De balsa	8.74	0.032	—
Abeto	25.9	0.064	0.650
Roble	34.0	0.098	0.570
Pino blanco	27.2	0.064	—
Pino amarillo	40.0	0.087	0.670
Madera, radial			
Roble	34.0	0.11	0.570
Abeto	26.2	0.081	0.650
Madera para barcos	9.05	0.029	—

TABLA A-9I

Propiedades del agua saturada

Temp., T, °F	Presión de saturación, P_{sat}, psia	Densidad, ρ, lbm/ft³		Entalpía de vaporización, h_{fg}, Btu/lbm	Calor específico, c_p, Btu/lbm · °F		Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · °F		Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h		Número de Prandtl, Pr		Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/R
		Líquido	Vapor		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido
32.02	0.0887	62.41	0.00030	1 075	1.010	0.446	0.324	0.0099	1.204×10^{-3}	6.194×10^{-6}	13.5	1.00	-0.038×10^{-3}
40	0.1217	62.42	0.00034	1 071	1.004	0.447	0.329	0.0100	1.308×10^{-3}	6.278×10^{-6}	11.4	1.01	0.003×10^{-3}
50	0.1780	62.41	0.00059	1 065	1.000	0.448	0.335	0.0102	8.781×10^{-4}	6.361×10^{-6}	9.44	1.01	0.047×10^{-3}
60	0.2563	62.36	0.00083	1 060	0.999	0.449	0.341	0.0104	7.536×10^{-4}	6.444×10^{-6}	7.95	1.00	0.080×10^{-3}
70	0.3632	62.30	0.00115	1 054	0.999	0.450	0.347	0.0106	6.556×10^{-4}	6.556×10^{-6}	6.79	1.00	0.115×10^{-3}
80	0.5073	62.22	0.00158	1 048	0.999	0.451	0.352	0.0108	5.764×10^{-4}	6.667×10^{-6}	5.89	1.00	0.145×10^{-3}
90	0.6988	62.12	0.00214	1 043	0.999	0.453	0.358	0.0110	5.117×10^{-4}	6.778×10^{-6}	5.14	1.00	0.174×10^{-3}
100	0.9503	62.00	0.00286	1 037	0.999	0.454	0.363	0.0112	4.578×10^{-4}	6.889×10^{-6}	4.54	1.01	0.200×10^{-3}
110	1.2763	61.86	0.00377	1 031	0.999	0.456	0.367	0.0115	4.128×10^{-4}	7.000×10^{-6}	4.05	1.00	0.224×10^{-3}
120	1.6945	61.71	0.00493	1 026	0.999	0.458	0.371	0.0117	3.744×10^{-4}	7.111×10^{-6}	3.63	1.00	0.246×10^{-3}
130	2.225	61.55	0.00636	1 020	0.999	0.460	0.375	0.0120	3.417×10^{-4}	7.222×10^{-6}	3.28	1.00	0.267×10^{-3}
140	2.892	61.38	0.00814	1 014	0.999	0.463	0.378	0.0122	3.136×10^{-4}	7.333×10^{-6}	2.98	1.00	0.287×10^{-3}
150	3.722	61.19	0.0103	1 008	1.000	0.465	0.381	0.0125	2.889×10^{-4}	7.472×10^{-6}	2.73	1.00	0.306×10^{-3}
160	4.745	60.99	0.0129	1 002	1.000	0.468	0.384	0.0128	2.675×10^{-4}	7.583×10^{-6}	2.51	1.00	0.325×10^{-3}
170	5.996	60.79	0.0161	996	1.001	0.472	0.386	0.0131	2.483×10^{-4}	7.722×10^{-6}	2.90	1.00	0.346×10^{-3}
180	7.515	60.57	0.0199	990	1.002	0.475	0.388	0.0134	2.317×10^{-4}	7.833×10^{-6}	2.15	1.00	0.367×10^{-3}
190	9.343	60.35	0.0244	984	1.004	0.479	0.390	0.0137	2.169×10^{-4}	7.972×10^{-6}	2.01	1.00	0.382×10^{-3}
200	11.53	60.12	0.0297	978	1.005	0.483	0.391	0.0141	2.036×10^{-4}	8.083×10^{-6}	1.88	1.00	0.395×10^{-3}
210	14.125	59.87	0.0359	972	1.007	0.487	0.392	0.0144	1.917×10^{-4}	8.222×10^{-6}	1.77	1.00	0.412×10^{-3}
212	14.698	59.82	0.0373	970	1.007	0.488	0.392	0.0145	1.894×10^{-4}	8.250×10^{-6}	1.75	1.00	0.417×10^{-3}
220	17.19	59.62	0.0432	965	1.009	0.492	0.393	0.0148	1.808×10^{-4}	8.333×10^{-6}	1.67	1.00	0.429×10^{-3}
230	20.78	59.36	0.0516	959	1.011	0.497	0.394	0.0152	1.711×10^{-4}	8.472×10^{-6}	1.58	1.00	0.443×10^{-3}
240	24.97	59.09	0.0612	952	1.013	0.503	0.394	0.0156	1.625×10^{-4}	8.611×10^{-6}	1.50	1.00	0.462×10^{-3}
250	29.82	58.82	0.0723	946	1.015	0.509	0.395	0.0160	1.544×10^{-4}	8.611×10^{-6}	1.43	1.00	0.480×10^{-3}
260	35.42	58.53	0.0850	939	1.018	0.516	0.395	0.0164	1.472×10^{-4}	8.861×10^{-6}	1.37	1.00	0.497×10^{-3}
270	41.85	58.24	0.0993	932	1.020	0.523	0.395	0.0168	1.406×10^{-4}	9.000×10^{-6}	1.31	1.01	0.514×10^{-3}
280	49.18	57.94	0.1156	925	1.023	0.530	0.395	0.0172	1.344×10^{-4}	9.111×10^{-6}	1.25	1.01	0.532×10^{-3}
290	57.53	57.63	0.3390	918	1.026	0.538	0.395	0.0177	1.289×10^{-4}	9.250×10^{-6}	1.21	1.01	0.549×10^{-3}
300	66.98	57.31	0.1545	910	1.029	0.547	0.394	0.0182	1.236×10^{-4}	9.389×10^{-6}	1.16	1.02	0.566×10^{-3}
320	89.60	56.65	0.2033	895	1.036	0.567	0.393	0.0191	1.144×10^{-4}	9.639×10^{-6}	1.09	1.03	0.636×10^{-3}
340	117.93	55.95	0.2637	880	1.044	0.590	0.391	0.0202	1.063×10^{-4}	9.889×10^{-6}	1.02	1.04	0.656×10^{-3}
360	152.92	55.22	0.3377	863	1.054	0.617	0.389	0.0213	9.972×10^{-5}	1.013×10^{-5}	0.973	1.06	0.681×10^{-3}
380	195.60	54.46	0.4275	845	1.065	0.647	0.385	0.0224	9.361×10^{-5}	1.041×10^{-5}	0.932	1.08	0.720×10^{-3}
400	241.1	53.65	0.5359	827	1.078	0.683	0.382	0.0237	8.833×10^{-5}	1.066×10^{-5}	0.893	1.11	0.771×10^{-3}
450	422.1	51.46	0.9082	775	1.121	0.799	0.370	0.0271	7.722×10^{-5}	1.130×10^{-5}	0.842	1.20	0.912×10^{-3}
500	680.0	48.95	1.479	715	1.188	0.972	0.352	0.0312	6.833×10^{-5}	1.200×10^{-5}	0.830	1.35	1.111×10^{-3}
550	1 046.7	45.96	4.268	641	1.298	1.247	0.329	0.0368	6.083×10^{-5}	1.280×10^{-5}	0.864	1.56	1.445×10^{-3}
600	1 541	42.32	3.736	550	1.509	1.759	0.299	0.0461	5.389×10^{-5}	1.380×10^{-5}	0.979	1.90	1.883×10^{-3}
650	2 210	37.31	6.152	422	2.086	3.103	0.267	0.0677	4.639×10^{-5}	1.542×10^{-5}	1.30	2.54	—
700	3 090	27.28	13.44	168	13.80	25.90	0.254	0.1964	3.417×10^{-5}	2.044×10^{-5}	6.68	9.71	—
705.44	3 204	19.79	19.79	0	—	—	—	—	2.897×10^{-5}	2.897×10^{-5}	—	—	—

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\mathrm{Pr}$. Las temperaturas de 32.02°F, 212°F y 705.44°F son las temperaturas de los puntos triple, de ebullición y crítico del agua, respectivamente. Todas las propiedades que se aprecian en la lista (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualquier presión con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F, para el calor específico, es equivalente a Btu/lbm · R y la unidad Btu/h · ft · °F, para la conductividad térmica, es equivalente a Btu/h · ft · R.

Fuente: Los datos de la viscosidad y la conductividad térmica se tomaron de J. V. Sengers y J. T. R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15 (1986), pp. 1291-1322. Los otros datos se obtuvieron de diversas fuentes o se calcularon.

TABLA A-10I

Propiedades del refrigerante 134a saturado

Temp., T, °F	Presión de saturación, P_{sat}, psia	Densidad, ρ, lbm/ft³		Entalpía de vaporización, h_{fg}	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R		Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R		Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h		Número de Prandtl, Pr		Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/R,	Tensión superficial, lbf/ft
		Líquido	Vapor	Btu/lbm	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	
−40	7.4	88.51	0.1731	97.1	0.2996	0.1788	0.0636	0.00466	3.278×10^{-4}	1.714×10^{-6}	5.558	0.237	0.00114	0.001206
−30	9.9	87.5	0.2258	95.6	0.3021	0.1829	0.0625	0.00497	3.004×10^{-4}	2.053×10^{-6}	5.226	0.272	0.00117	0.001146
−20	12.9	86.48	0.2905	94.1	0.3046	0.1872	0.0613	0.00529	2.762×10^{-4}	2.433×10^{-6}	4.937	0.310	0.00120	0.001087
−10	16.6	85.44	0.3691	92.5	0.3074	0.1918	0.0602	0.00559	2.546×10^{-4}	2.856×10^{-6}	4.684	0.352	0.00124	0.001029
0	21.2	84.38	0.4635	90.9	0.3103	0.1966	0.0589	0.00589	2.345×10^{-4}	3.314×10^{-6}	4.463	0.398	0.00128	0.000972
10	26.6	83.31	0.5761	89.3	0.3134	0.2017	0.0576	0.00619	2.181×10^{-4}	3.811×10^{-6}	4.269	0.447	0.00132	0.000915
20	33.1	82.2	0.7094	87.5	0.3167	0.2070	0.0563	0.00648	2.024×10^{-4}	4.342×10^{-6}	4.098	0.500	0.00137	0.000859
30	40.8	81.08	0.866	85.8	0.3203	0.2127	0.0550	0.00676	1.883×10^{-4}	4.906×10^{-6}	3.947	0.555	0.00142	0.000803
40	49.8	79.92	1.049	83.9	0.3240	0.2188	0.0536	0.00704	1.752×10^{-4}	5.494×10^{-6}	3.814	0.614	0.00149	0.000749
50	60.2	78.73	1.262	82.0	0.3281	0.2253	0.0522	0.00732	1.633×10^{-4}	6.103×10^{-6}	3.697	0.677	0.00156	0.000695
60	72.2	77.51	1.509	80.0	0.3325	0.2323	0.0507	0.00758	1.522×10^{-4}	6.725×10^{-6}	3.594	0.742	0.00163	0.000642
70	85.9	76.25	1.794	78.0	0.3372	0.2398	0.0492	0.00785	1.420×10^{-4}	7.356×10^{-6}	3.504	0.810	0.00173	0.000590
80	101.4	74.94	2.122	75.8	0.3424	0.2481	0.0476	0.00810	1.324×10^{-4}	7.986×10^{-6}	3.425	0.880	0.00183	0.000538
90	119.1	73.59	2.5	73.5	0.3481	0.2572	0.0460	0.00835	1.234×10^{-4}	8.611×10^{-6}	3.357	0.955	0.00195	0.000488
100	138.9	72.17	2.935	71.1	0.3548	0.2674	0.0444	0.00860	1.149×10^{-4}	9.222×10^{-6}	3.303	1.032	0.00210	0.000439
110	161.2	70.69	3.435	68.5	0.3627	0.2790	0.0427	0.00884	1.068×10^{-4}	9.814×10^{-6}	3.262	1.115	0.00227	0.000391
120	186.0	69.13	4.012	65.8	0.3719	0.2925	0.0410	0.00908	9.911×10^{-5}	1.038×10^{-5}	3.235	1.204	0.00248	0.000344
130	213.5	67.48	4.679	62.9	0.3829	0.3083	0.0392	0.00931	9.175×10^{-5}	1.092×10^{-5}	3.223	1.303	0.00275	0.000299
140	244.1	65.72	5.455	59.8	0.3963	0.3276	0.0374	0.00954	8.464×10^{-5}	1.144×10^{-5}	3.229	1.416	0.00308	0.000255
150	277.8	63.83	6.367	56.4	0.4131	0.3520	0.0355	0.00976	7.778×10^{-5}	1.195×10^{-5}	3.259	1.551	0.00351	0.000212
160	314.9	61.76	7.45	52.7	0.4352	0.3839	0.0335	0.00998	7.108×10^{-5}	1.245×10^{-5}	3.324	1.725	0.00411	0.000171
170	355.8	59.47	8.762	48.5	0.4659	0.4286	0.0314	0.01020	6.450×10^{-5}	1.298×10^{-5}	3.443	1.963	0.00498	0.000132
180	400.7	56.85	10.4	43.7	0.5123	0.4960	0.0292	0.01041	5.792×10^{-5}	1.366×10^{-5}	3.661	2.327	0.00637	0.000095
190	449.9	53.75	12.53	38.0	0.5929	0.6112	0.0267	0.01063	5.119×10^{-5}	1.431×10^{-5}	4.090	2.964	0.00891	0.000061
200	504.0	49.75	15.57	30.7	0.7717	0.8544	0.0239	0.01085	4.397×10^{-5}	1.544×10^{-5}	5.119	4.376	0.01490	0.000031
210	563.8	43.19	21.18	18.9	1.4786	1.6683	0.0199	0.01110	3.483×10^{-5}	1.787×10^{-5}	9.311	9.669	0.04021	0.000006

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F, para el calor específico, es equivalente a Btu/lbm · R, y la unidad Btu/h · ft · °F, para la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · ft · R.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: R. Tillner-Roth y H. D. Baehr, "An International Standard Formulation for the Thermodynamic Properties of 1, 1, 1, 2-Tetraflouroethane (HFC-134a) for Temperatures from 170 K to 455 K and Pressures up to 70 MPa", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 23, No. 5, 1994; M. J. Assael, N. K. Dalaouti, A. A. Griva y J. H. Dymond, "Viscosity and Thermal Conductivity of Halogenated Methane and Ethane Refrigerants", *IJR*. Vol. 22, pp. 525-535, 1999; programa NIST REFROP 6 (M. O. McLinden, S. A. Klein, E. W. Lemmon y A. P. Peskin, Physical and Chemical Properties Division, National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO 80303, 1995).

TABLA A-11I

Propiedades del amoniaco saturado

Temp., T °F	Presión de saturación, P_{sat}, psia	Densidad, ρ, lbm/ft^3 Líquido	Densidad, ρ, lbm/ft^3 Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg} Btu/lbm	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R Líquido	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R Vapor	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R Líquido	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R Vapor	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h Líquido	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/R, Líquido	Tensión superficial, lbf/ft
−40	10.4	43.08	0.0402	597.0	1.0542	0.5354	—	0.01026	1.966×10^{-4}	5.342×10^{-6}	—	1.003	0.00098	0.002443
−30	13.9	42.66	0.0527	590.2	1.0610	0.5457	—	0.01057	1.853×10^{-4}	5.472×10^{-6}	—	1.017	0.00101	0.002357
−20	18.3	42.23	0.0681	583.2	1.0677	0.5571	0.3501	0.01089	1.746×10^{-4}	5.600×10^{-6}	1.917	1.031	0.00103	0.002272
−10	23.7	41.79	0.0869	575.9	1.0742	0.5698	0.3426	0.01121	1.645×10^{-4}	5.731×10^{-6}	1.856	1.048	0.00106	0.002187
0	30.4	41.34	0.1097	568.4	1.0807	0.5838	0.3352	0.01154	1.549×10^{-4}	5.861×10^{-6}	1.797	1.068	0.00109	0.002103
10	38.5	40.89	0.1370	560.7	1.0873	0.5992	0.3278	0.01187	1.458×10^{-4}	5.994×10^{-6}	1.740	1.089	0.00112	0.002018
20	48.2	40.43	0.1694	552.6	1.0941	0.6160	0.3203	0.01220	1.371×10^{-4}	6.125×10^{-6}	1.686	1.113	0.00116	0.001934
30	59.8	39.96	0.2075	544.4	1.1012	0.6344	0.3129	0.01254	1.290×10^{-4}	6.256×10^{-6}	1.634	1.140	0.00119	0.001850
40	73.4	39.48	0.2521	535.8	1.1087	0.6544	0.3055	0.01288	1.213×10^{-4}	6.389×10^{-6}	1.585	1.168	0.00123	0.001767
50	89.2	38.99	0.3040	526.9	1.1168	0.6762	0.2980	0.01323	1.140×10^{-4}	6.522×10^{-6}	1.539	1.200	0.00128	0.001684
60	107.7	38.50	0.3641	517.7	1.1256	0.6999	0.2906	0.01358	1.072×10^{-4}	6.656×10^{-6}	1.495	1.234	0.00132	0.001601
70	128.9	37.99	0.4332	508.1	1.1353	0.7257	0.2832	0.01394	1.008×10^{-4}	6.786×10^{-6}	1.456	1.272	0.00137	0.001518
80	153.2	37.47	0.5124	498.2	1.1461	0.7539	0.2757	0.01431	9.486×10^{-5}	6.922×10^{-6}	1.419	1.313	0.00143	0.001436
90	180.8	36.94	0.6029	487.8	1.1582	0.7846	0.2683	0.01468	8.922×10^{-5}	7.056×10^{-6}	1.387	1.358	0.00149	0.001354
100	212.0	36.40	0.7060	477.0	1.1719	0.8183	0.2609	0.01505	8.397×10^{-5}	7.189×10^{-6}	1.358	1.407	0.00156	0.001273
110	247.2	35.83	0.8233	465.8	1.1875	0.8554	0.2535	0.01543	7.903×10^{-5}	7.325×10^{-6}	1.333	1.461	0.00164	0.001192
120	286.5	35.26	0.9564	454.1	1.2054	0.8965	0.2460	0.01582	7.444×10^{-5}	7.458×10^{-6}	1.313	1.522	0.00174	0.001111
130	330.4	34.66	1.1074	441.7	1.2261	0.9425	0.2386	0.01621	7.017×10^{-5}	7.594×10^{-6}	1.298	1.589	0.00184	0.001031
140	379.2	34.04	1.2786	428.8	1.2502	0.9943	0.2312	0.01661	6.617×10^{-5}	7.731×10^{-6}	1.288	1.666	0.00196	0.000951
150	433.2	33.39	1.4730	415.2	1.2785	1.0533	0.2237	0.01702	6.244×10^{-5}	7.867×10^{-6}	1.285	1.753	0.00211	0.000872
160	492.7	32.72	1.6940	400.8	1.3120	1.1214	0.2163	0.01744	5.900×10^{-5}	8.006×10^{-6}	1.288	1.853	0.00228	0.000794
170	558.2	32.01	1.9460	385.4	1.3523	1.2012	0.2089	0.01786	5.578×10^{-5}	8.142×10^{-6}	1.300	1.971	0.00249	0.000716
180	630.1	31.26	2.2346	369.1	1.4015	1.2965	0.2014	0.01829	5.278×10^{-5}	8.281×10^{-6}	1.322	2.113	0.00274	0.000638
190	708.6	30.47	2.5670	351.6	1.4624	1.4128	0.1940	0.01874	5.000×10^{-5}	8.419×10^{-6}	1.357	2.286	0.00306	0.000562
200	794.4	29.62	2.9527	332.7	1.5397	1.5586	0.1866	0.01919	4.742×10^{-5}	8.561×10^{-6}	1.409	2.503	0.00348	0.000486
210	887.9	28.70	3.4053	312.0	1.6411	1.7473	0.1791	0.01966	4.500×10^{-5}	8.703×10^{-6}	1.484	2.784	0.00403	0.000411
220	989.5	27.69	3.9440	289.2	1.7798	2.0022	0.1717	0.02015	4.275×10^{-5}	8.844×10^{-6}	1.595	3.164	0.00480	0.000338
230	1 099.8	26.57	4.5987	263.5	1.9824	2.3659	0.1643	0.02065	4.064×10^{-5}	8.989×10^{-6}	1.765	3.707	0.00594	0.000265
240	1 219.4	25.28	5.4197	234.0	2.3100	2.9264	0.1568	0.02119	3.864×10^{-5}	9.136×10^{-6}	2.049	4.542	0.00784	0.000194

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F, para el calor específico, es equivalente a Btu/lbm · R, y la unidad Btu/h · ft · °F, para la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · ft · R.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Tillner-Roth, Harms-Watzenberg y Baehr, "Eine neue Fundamentalgleichung fur Ammoniak", DKV-Tagungsbericht 20:167-181, 1993; Liley y Desai, "Thermophysical Properties of Refrigerants", ASHRAE, 1993, ISBN 1-1883413-10-9.

TABLA A-12I

Propiedades del propano saturado

Temp., T, °F	Presión de saturación, P_{sat}, psia	Densidad, ρ, lbm/ft^3 Líquido	Densidad, ρ, lbm/ft^3 Vapor	Entalpía de vaporización, h_{fg} Btu/lbm	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R Líquido	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R Vapor	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R Líquido	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R Vapor	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h Líquido	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h Vapor	Número de Prandtl, Pr Líquido	Número de Prandtl, Pr Vapor	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/R, Líquido	Tensión superficial, lbf/ft
−200	0.0201	42.06	0.0003	217.7	0.4750	0.2595	0.1073	0.00313	5.012×10^{-4}	2.789×10^{-6}	7.991	0.833	0.00083	0.001890
−180	0.0752	41.36	0.0011	213.4	0.4793	0.2680	0.1033	0.00347	3.941×10^{-4}	2.975×10^{-6}	6.582	0.826	0.00086	0.001780
−160	0.2307	40.65	0.0032	209.1	0.4845	0.2769	0.0992	0.00384	3.199×10^{-4}	3.164×10^{-6}	5.626	0.821	0.00088	0.001671
−140	0.6037	39.93	0.0078	204.8	0.4907	0.2866	0.0949	0.00423	2.660×10^{-4}	3.358×10^{-6}	4.951	0.818	0.00091	0.001563
−120	1.389	39.20	0.0170	200.5	0.4982	0.2971	0.0906	0.00465	2.252×10^{-4}	3.556×10^{-6}	4.457	0.817	0.00094	0.001455
−100	2.878	38.46	0.0334	196.1	0.5069	0.3087	0.0863	0.00511	1.934×10^{-4}	3.756×10^{-6}	4.087	0.817	0.00097	0.001349
−90	4.006	38.08	0.0453	193.9	0.5117	0.3150	0.0842	0.00534	1.799×10^{-4}	3.858×10^{-6}	3.936	0.819	0.00099	0.001297
−80	5.467	37.70	0.0605	191.6	0.5169	0.3215	0.0821	0.00559	1.678×10^{-4}	3.961×10^{-6}	3.803	0.820	0.00101	0.001244
−70	7.327	37.32	0.0793	189.3	0.5224	0.3284	0.0800	0.00585	1.569×10^{-4}	4.067×10^{-6}	3.686	0.822	0.00104	0.001192
−60	9.657	36.93	0.1024	186.9	0.5283	0.3357	0.0780	0.00611	1.469×10^{-4}	4.172×10^{-6}	3.582	0.825	0.00106	0.001140
−50	12.54	36.54	0.1305	184.4	0.5345	0.3433	0.0760	0.00639	1.378×10^{-4}	4.278×10^{-6}	3.490	0.828	0.00109	0.001089
−40	16.05	36.13	0.1641	181.9	0.5392	0.3513	0.0740	0.00668	1.294×10^{-4}	4.386×10^{-6}	3.395	0.831	0.00112	0.001038
−30	20.29	35.73	0.2041	179.3	0.5460	0.3596	0.0721	0.00697	1.217×10^{-4}	4.497×10^{-6}	3.320	0.835	0.00115	0.000987
−20	25.34	35.31	0.2512	176.6	0.5531	0.3684	0.0702	0.00728	1.146×10^{-4}	4.611×10^{-6}	3.253	0.840	0.00119	0.000937
−10	31.3	34.89	0.3063	173.8	0.5607	0.3776	0.0683	0.00761	1.079×10^{-4}	4.725×10^{-6}	3.192	0.845	0.00123	0.000887
0	38.28	34.46	0.3703	170.9	0.5689	0.3874	0.0665	0.00794	1.018×10^{-4}	4.842×10^{-6}	3.137	0.850	0.00127	0.000838
10	46.38	34.02	0.4441	167.9	0.5775	0.3976	0.0647	0.00829	9.606×10^{-5}	4.961×10^{-6}	3.088	0.857	0.00132	0.000789
20	55.7	33.56	0.5289	164.8	0.5867	0.4084	0.0629	0.00865	9.067×10^{-5}	5.086×10^{-6}	3.043	0.864	0.00138	0.000740
30	66.35	33.10	0.6259	161.6	0.5966	0.4199	0.0612	0.00903	8.561×10^{-5}	5.211×10^{-6}	3.003	0.873	0.00144	0.000692
40	78.45	32.62	0.7365	158.1	0.6072	0.4321	0.0595	0.00942	8.081×10^{-5}	5.342×10^{-6}	2.967	0.882	0.00151	0.000644
50	92.12	32.13	0.8621	154.6	0.6187	0.4452	0.0579	0.00983	7.631×10^{-5}	5.478×10^{-6}	2.935	0.893	0.00159	0.000597
60	107.5	31.63	1.0046	150.8	0.6311	0.4593	0.0563	0.01025	7.200×10^{-5}	5.617×10^{-6}	2.906	0.906	0.00168	0.000551
70	124.6	31.11	1.1659	146.8	0.6447	0.4746	0.0547	0.01070	6.794×10^{-5}	5.764×10^{-6}	2.881	0.921	0.00179	0.000505
80	143.7	30.56	1.3484	142.7	0.6596	0.4915	0.0532	0.01116	6.406×10^{-5}	5.919×10^{-6}	2.860	0.938	0.00191	0.000460
90	164.8	30.00	1.5549	138.2	0.6762	0.5103	0.0517	0.01165	6.033×10^{-5}	6.081×10^{-6}	2.843	0.959	0.00205	0.000416
100	188.1	29.41	1.7887	133.6	0.6947	0.5315	0.0501	0.01217	5.675×10^{-5}	6.256×10^{-6}	2.831	0.984	0.00222	0.000372
120	241.8	28.13	2.3562	123.2	0.7403	0.5844	0.0472	0.01328	5.000×10^{-5}	6.644×10^{-6}	2.825	1.052	0.00267	0.000288
140	306.1	26.69	3.1003	111.1	0.7841	0.6613	0.0442	0.01454	4.358×10^{-5}	7.111×10^{-6}	2.784	1.164	0.00338	0.000208
160	382.4	24.98	4.1145	96.4	0.8696	0.7911	0.0411	0.01603	3.733×10^{-5}	7.719×10^{-6}	2.845	1.371	0.00469	0.000133
180	472.9	22.79	5.6265	77.1	1.1436	1.0813	0.0376	0.01793	3.083×10^{-5}	8.617×10^{-6}	3.380	1.870	0.00791	0.000065

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades cuya lista se da aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualesquiera presiones con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F, para el calor específico, es equivalente a Btu/lbm · R, y la unidad Btu/h · ft · °F, para la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · ft · R.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Reiner Tillner-Roth, "Fundamental Equations of State", Shaker, Verlag, Aachan, 1998; B. A. Younglove y J. F. Ely, "Thermophysical Properties of Fluids. II Methane, Ethane, Propane, Isobutane and Normal Butane", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 16, No. 4, 1987; G. R. Somayajulu, "A Generalized Equation for Surface Tension from the Triple Point to the Critical Point", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 9, No. 4, 1988.

TABLA A-13I

Propiedades de líquidos

Temp., T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Difusividad térmica, α, ft^2/s	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h	Viscosidad cinemática, ν, ft^2/s	Número de Prandtl, Pr	Coeficiente de expansión. volumétrica, β, 1/R
				Metano				
−280	27.41	0.8152	0.1205	1.497×10^{-6}	1.057×10^{-4}	3.857×10^{-6}	2.575	0.00175
−260	26.43	0.8301	0.1097	1.389×10^{-6}	8.014×10^{-5}	3.032×10^{-6}	2.183	0.00192
−240	25.39	0.8523	0.0994	1.276×10^{-6}	6.303×10^{-5}	2.482×10^{-6}	1.945	0.00215
−220	24.27	0.8838	0.0896	1.159×10^{-6}	5.075×10^{-5}	2.091×10^{-6}	1.803	0.00247
−200	23.04	0.9314	0.0801	1.036×10^{-6}	4.142×10^{-5}	1.798×10^{-6}	1.734	0.00295
−180	21.64	1.010	0.0709	9.008×10^{-7}	3.394×10^{-5}	1.568×10^{-6}	1.741	0.00374
−160	19.99	1.158	0.0616	7.397×10^{-7}	2.758×10^{-5}	1.379×10^{-6}	1.865	0.00526
−140	17.84	1.542	0.0518	5.234×10^{-7}	2.168×10^{-5}	1.215×10^{-6}	2.322	0.00943
				Metanol [$C_3H_3(OH)$]				
70	49.15	0.6024	0.1148	1.076×10^{-6}	3.872×10^{-4}	7.879×10^{-6}	7.317	0.000656
90	48.50	0.6189	0.1143	1.057×10^{-6}	3.317×10^{-4}	6.840×10^{-6}	6.468	0.000671
110	47.85	0.6373	0.1138	1.036×10^{-6}	2.872×10^{-4}	6.005×10^{-6}	5.793	0.000691
130	47.18	0.6576	0.1133	1.014×10^{-6}	2.513×10^{-4}	5.326×10^{-6}	5.250	0.000716
150	46.50	0.6796	0.1128	9.918×10^{-7}	2.218×10^{-4}	4.769×10^{-6}	4.808	0.000749
170	45.80	0.7035	0.1124	9.687×10^{-7}	1.973×10^{-4}	4.308×10^{-6}	4.447	0.000789
				Isobutano (R600a)				
−150	42.75	0.4483	0.0799	1.157×10^{-6}	6.417×10^{-4}	1.500×10^{-5}	12.96	0.000785
−100	41.06	0.4721	0.0782	1.120×10^{-6}	3.669×10^{-4}	8.939×10^{-6}	7.977	0.000836
−50	39.31	0.4986	0.0731	1.036×10^{-6}	2.376×10^{-4}	6.043×10^{-6}	5.830	0.000908
0	37.48	0.5289	0.0664	9.299×10^{-7}	1.651×10^{-4}	4.406×10^{-6}	4.738	0.001012
50	35.52	0.5643	0.0591	8.187×10^{-7}	1.196×10^{-4}	3.368×10^{-6}	4.114	0.001169
100	33.35	0.6075	0.0521	7.139×10^{-7}	8.847×10^{-5}	2.653×10^{-6}	3.716	0.001421
150	30.84	0.6656	0.0457	6.188×10^{-7}	6.558×10^{-5}	2.127×10^{-6}	3.437	0.001883
200	27.73	0.7635	0.0400	5.249×10^{-7}	4.750×10^{-5}	1.713×10^{-6}	3.264	0.002970
				Glicerina				
32	79.65	0.5402	0.163	1.052×10^{-6}	7.047	0.08847	84101	
40	79.49	0.5458	0.1637	1.048×10^{-6}	4.803	0.06042	57655	
50	79.28	0.5541	0.1645	1.040×10^{-6}	2.850	0.03594	34561	
60	79.07	0.5632	0.1651	1.029×10^{-6}	1.547	0.01956	18995	
70	78.86	0.5715	0.1652	1.018×10^{-6}	0.9422	0.01195	11730	
80	78.66	0.5794	0.1652	1.007×10^{-6}	0.5497	0.00699	6941	
90	78.45	0.5878	0.1652	9.955×10^{-7}	0.3756	0.004787	4809	
100	78.24	0.5964	0.1653	9.841×10^{-7}	0.2277	0.00291	2957	
				Aceite para motor (no usado)				
32	56.12	0.4291	0.0849	9.792×10^{-7}	2.563	4.566×10^{-2}	46636	0.000389
50	55.79	0.4395	0.08338	9.448×10^{-7}	1.210	2.169×10^{-2}	22963	0.000389
75	55.3	0.4531	0.08378	9.288×10^{-7}	0.4286	7.751×10^{-3}	8345	0.000389
100	54.77	0.4669	0.08367	9.089×10^{-7}	0.1630	2.977×10^{-3}	3275	0.000389
125	54.24	0.4809	0.08207	8.740×10^{-7}	7.617×10^{-2}	1.404×10^{-3}	1607	0.000389
150	53.73	0.4946	0.08046	8.411×10^{-7}	3.833×10^{-2}	7.135×10^{-4}	848.3	0.000389
200	52.68	0.5231	0.07936	7.999×10^{-7}	1.405×10^{-2}	2.668×10^{-4}	333.6	0.000389
250	51.71	0.5523	0.07776	7.563×10^{-7}	6.744×10^{-3}	1.304×10^{-4}	172.5	0.000389
300	50.63	0.5818	0.07673	7.236×10^{-7}	3.661×10^{-3}	7.232×10^{-5}	99.94	0.000389

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

TABLA A-14I

Propiedades de metales líquidos

Temp., T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Difusividad térmica, α, ft^2/s	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · h	Viscosidad cinemática, ν, ft^2/s	Número de Prandtl, Pr	Coeficiente de expansión volumétrica, β, 1/R
Mercurio (Hg), punto de fusión: −38°F								
32	848.7	0.03353	4.727	4.614×10^{-5}	1.133×10^{-3}	1.335×10^{-6}	0.02895	1.005×10^{-4}
50	847.2	0.03344	4.805	4.712×10^{-5}	1.092×10^{-3}	1.289×10^{-6}	0.02737	1.005×10^{-4}
100	842.9	0.03319	5.015	4.980×10^{-5}	9.919×10^{-4}	1.176×10^{-6}	0.02363	1.005×10^{-4}
150	838.7	0.03298	5.221	5.244×10^{-5}	9.122×10^{-4}	1.087×10^{-6}	0.02074	1.005×10^{-4}
200	834.5	0.03279	5.422	5.504×10^{-5}	8.492×10^{-4}	1.017×10^{-6}	0.01849	1.005×10^{-4}
300	826.2	0.03252	5.815	6.013×10^{-5}	7.583×10^{-4}	9.180×10^{-7}	0.01527	1.005×10^{-4}
400	817.9	0.03236	6.184	6.491×10^{-5}	6.972×10^{-4}	8.524×10^{-7}	0.01313	1.008×10^{-4}
500	809.6	0.03230	6.518	6.924×10^{-5}	6.525×10^{-4}	8.061×10^{-7}	0.01164	1.018×10^{-4}
600	801.3	0.03235	6.839	7.329×10^{-5}	6.186×10^{-4}	7.719×10^{-7}	0.01053	1.035×10^{-4}
Bismuto (Bi), punto de fusión: 520°F								
700	620.7	0.03509	9.361	1.193×10^{-4}	1.001×10^{-3}	1.614×10^{-6}	0.01352	
800	616.5	0.03569	9.245	1.167×10^{-4}	9.142×10^{-4}	1.482×10^{-6}	0.01271	
900	612.2	0.0363	9.129	1.141×10^{-4}	8.267×10^{-4}	1.350×10^{-6}	0.01183	
1 000	608.0	0.0369	9.014	1.116×10^{-4}	7.392×10^{-4}	1.215×10^{-6}	0.0109	
1 100	603.7	0.0375	9.014	1.105×10^{-4}	6.872×10^{-4}	1.138×10^{-6}	0.01029	
Plomo (Pb), punto de fusión: 621°F								
700	658	0.03797	9.302	1.034×10^{-4}	1.612×10^{-3}	2.450×10^{-6}	0.02369	
800	654	0.03750	9.157	1.037×10^{-4}	1.453×10^{-3}	2.223×10^{-6}	0.02143	
900	650	0.03702	9.013	1.040×10^{-4}	1.296×10^{-3}	1.994×10^{-6}	0.01917	
1 000	645.7	0.03702	8.912	1.035×10^{-4}	1.202×10^{-3}	1.862×10^{-6}	0.01798	
1 100	641.5	0.03702	8.810	1.030×10^{-4}	1.108×10^{-3}	1.727×10^{-6}	0.01676	
1 200	637.2	0.03702	8.709	1.025×10^{-4}	1.013×10^{-3}	1.590×10^{-6}	0.01551	
Sodio (Na), punto de fusión: 208°F								
300	57.13	0.3258	48.19	7.192×10^{-4}	4.136×10^{-4}	7.239×10^{-6}	0.01007	
400	56.28	0.3219	46.58	7.142×10^{-4}	3.572×10^{-4}	6.350×10^{-6}	0.008891	
500	55.42	0.3181	44.98	7.087×10^{-4}	3.011×10^{-4}	5.433×10^{-6}	0.007667	
600	54.56	0.3143	43.37	7.026×10^{-4}	2.448×10^{-4}	4.488×10^{-6}	0.006387	
800	52.85	0.3089	40.55	6.901×10^{-4}	1.772×10^{-4}	3.354×10^{-6}	0.004860	
1 000	51.14	0.3057	38.12	6.773×10^{-4}	1.541×10^{-4}	3.014×10^{-6}	0.004449	
Potasio (K), punto de fusión: 147°F								
300	50.40	0.1911	26.00	7.500×10^{-4}	2.486×10^{-4}	4.933×10^{-6}	0.006577	
400	49.58	0.1887	25.37	7.532×10^{-4}	2.231×10^{-4}	4.500×10^{-6}	0.005975	
500	48.76	0.1863	24.73	7.562×10^{-4}	1.976×10^{-4}	4.052×10^{-6}	0.005359	
600	47.94	0.1839	24.09	7.591×10^{-4}	1.721×10^{-4}	3.589×10^{-6}	0.004728	
800	46.31	0.1791	22.82	7.643×10^{-4}	1.210×10^{-4}	2.614×10^{-6}	0.003420	
1 000	44.62	0.1791	21.34	7.417×10^{-4}	1.075×10^{-4}	2.409×10^{-6}	0.003248	
Sodio-potasio (22% Na-78% K), punto de fusión: 12°F								
200	52.99	0.2259	14.79	3.432×10^{-4}	3.886×10^{-4}	7.331×10^{-6}	0.02136	
300	52.16	0.2230	14.99	3.580×10^{-4}	3.467×10^{-4}	6.647×10^{-6}	0.01857	
400	51.32	0.2201	15.19	3.735×10^{-4}	3.050×10^{-4}	5.940×10^{-6}	0.0159	
600	49.65	0.2143	15.59	4.070×10^{-4}	2.213×10^{-4}	4.456×10^{-6}	0.01095	
800	47.99	0.2100	15.95	4.396×10^{-4}	1.539×10^{-4}	3.207×10^{-6}	0.007296	
1 000	46.36	0.2103	16.20	4.615×10^{-4}	1.353×10^{-4}	2.919×10^{-6}	0.006324	

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

TABLA A-15I

Propiedades del aire a la presión de 1 atm

Temp., T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Difusividad térmica, α, ft^2/s	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · s	Viscosidad cinemática, ν, ft^2/s	Número de Prandtl, Pr
−300	0.24844	0.5072	0.00508	1.119×10^{-5}	4.039×10^{-6}	1.625×10^{-5}	1.4501
−200	0.15276	0.2247	0.00778	6.294×10^{-5}	6.772×10^{-6}	4.433×10^{-5}	0.7042
−100	0.11029	0.2360	0.01037	1.106×10^{-4}	9.042×10^{-6}	8.197×10^{-5}	0.7404
−50	0.09683	0.2389	0.01164	1.397×10^{-4}	1.006×10^{-5}	1.039×10^{-4}	0.7439
0	0.08630	0.2401	0.01288	1.726×10^{-4}	1.102×10^{-5}	1.278×10^{-4}	0.7403
10	0.08446	0.2402	0.01312	1.797×10^{-4}	1.121×10^{-5}	1.328×10^{-4}	0.7391
20	0.08270	0.2403	0.01336	1.868×10^{-4}	1.140×10^{-5}	1.379×10^{-4}	0.7378
30	0.08101	0.2403	0.01361	1.942×10^{-4}	1.158×10^{-5}	1.430×10^{-4}	0.7365
40	0.07939	0.2404	0.01385	2.016×10^{-4}	1.176×10^{-5}	1.482×10^{-4}	0.7350
50	0.07783	0.2404	0.01409	2.092×10^{-4}	1.194×10^{-5}	1.535×10^{-4}	0.7336
60	0.07633	0.2404	0.01433	2.169×10^{-4}	1.212×10^{-5}	1.588×10^{-4}	0.7321
70	0.07489	0.2404	0.01457	2.248×10^{-4}	1.230×10^{-5}	1.643×10^{-4}	0.7306
80	0.07350	0.2404	0.01481	2.328×10^{-4}	1.247×10^{-5}	1.697×10^{-4}	0.7290
90	0.07217	0.2404	0.01505	2.409×10^{-4}	1.265×10^{-5}	1.753×10^{-4}	0.7275
100	0.07088	0.2405	0.01529	2.491×10^{-4}	1.281×10^{-5}	1.809×10^{-4}	0.7260
110	0.06963	0.2405	0.01552	2.575×10^{-4}	1.299×10^{-5}	1.866×10^{-4}	0.7245
120	0.06843	0.2405	0.01576	2.660×10^{-4}	1.316×10^{-5}	1.923×10^{-4}	0.7230
130	0.06727	0.2405	0.01599	2.746×10^{-4}	1.332×10^{-5}	1.981×10^{-4}	0.7216
140	0.06615	0.2406	0.01623	2.833×10^{-4}	1.349×10^{-5}	2.040×10^{-4}	0.7202
150	0.06507	0.2406	0.01646	2.921×10^{-4}	1.365×10^{-5}	2.099×10^{-4}	0.7188
160	0.06402	0.2406	0.01669	3.010×10^{-4}	1.382×10^{-5}	2.159×10^{-4}	0.7174
170	0.06300	0.2407	0.01692	3.100×10^{-4}	1.398×10^{-5}	2.220×10^{-4}	0.7161
180	0.06201	0.2408	0.01715	3.191×10^{-4}	1.414×10^{-5}	2.281×10^{-4}	0.7148
190	0.06106	0.2408	0.01738	3.284×10^{-4}	1.430×10^{-5}	2.343×10^{-4}	0.7136
200	0.06013	0.2409	0.01761	3.377×10^{-4}	1.446×10^{-5}	2.406×10^{-4}	0.7124
250	0.05590	0.2415	0.01874	3.857×10^{-4}	1.524×10^{-5}	2.727×10^{-4}	0.7071
300	0.05222	0.2423	0.01985	4.358×10^{-4}	1.599×10^{-5}	3.063×10^{-4}	0.7028
350	0.04899	0.2433	0.02094	4.879×10^{-4}	1.672×10^{-5}	3.413×10^{-4}	0.6995
400	0.04614	0.2445	0.02200	5.419×10^{-4}	1.743×10^{-5}	3.777×10^{-4}	0.6971
450	0.04361	0.2458	0.02305	5.974×10^{-4}	1.812×10^{-5}	4.154×10^{-4}	0.6953
500	0.04134	0.2472	0.02408	6.546×10^{-4}	1.878×10^{-5}	4.544×10^{-4}	0.6942
600	0.03743	0.2503	0.02608	7.732×10^{-4}	2.007×10^{-5}	5.361×10^{-4}	0.6934
700	0.03421	0.2535	0.02800	8.970×10^{-4}	2.129×10^{-5}	6.225×10^{-4}	0.6940
800	0.03149	0.2568	0.02986	1.025×10^{-3}	2.247×10^{-5}	7.134×10^{-4}	0.6956
900	0.02917	0.2599	0.03164	1.158×10^{-3}	2.359×10^{-5}	8.087×10^{-4}	0.6978
1 000	0.02718	0.2630	0.03336	1.296×10^{-3}	2.467×10^{-5}	9.080×10^{-4}	0.7004
1 500	0.02024	0.2761	0.04106	2.041×10^{-3}	2.957×10^{-5}	1.460×10^{-3}	0.7158
2 000	0.01613	0.2855	0.04752	2.867×10^{-3}	3.379×10^{-5}	2.095×10^{-3}	0.7308
2 500	0.01340	0.2922	0.05309	3.765×10^{-3}	3.750×10^{-5}	2.798×10^{-3}	0.7432
3 000	0.01147	0.2972	0.05811	4.737×10^{-3}	4.082×10^{-5}	3.560×10^{-3}	0.7516
3 500	0.01002	0.3010	0.06293	5.797×10^{-3}	4.381×10^{-5}	4.373×10^{-3}	0.7543
4 000	0.00889	0.3040	0.06789	6.975×10^{-3}	4.651×10^{-5}	5.229×10^{-3}	0.7497

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm) diferente de 1 atm se determinan al multiplicar los valores de ρ, a la temperatura dada por P y al dividir ν y α entre P.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Keenan, Chao, Keyes, Gas Tables, Wiley, 1984, y *Thermophysical Properties of Matter*, Vol. 3: *Thermal Conductivity*, Y. S. Touloukian, P. E. Liley, S. C. Saxena, Vol. 11: *Viscosity*, Y. S. Touloukian, S. C. Saxena y P. Hestermans, IFI/Plenun, NY, 1970, ISBN 0-306067020-8.

TABLA A-16I

Propiedades de gases a la presión de 1 atm

Temp., T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Difusividad térmica, α, ft^2/s	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · s	Viscosidad cinemática, ν, ft^2/s	Número de Prandtl, Pr
			Bióxido de carbono, CO_2				
−50	0.14712	0.1797	0.00628	6.600×10^{-5}	7.739×10^{-6}	5.261×10^{-5}	0.7970
0	0.13111	0.1885	0.00758	8.522×10^{-5}	8.661×10^{-6}	6.606×10^{-5}	0.7751
50	0.11825	0.1965	0.00888	1.061×10^{-4}	9.564×10^{-6}	8.086×10^{-5}	0.7621
100	0.10769	0.2039	0.01017	1.286×10^{-4}	1.045×10^{-5}	9.703×10^{-5}	0.7543
200	0.09136	0.2171	0.01273	1.784×10^{-4}	1.217×10^{-5}	1.332×10^{-4}	0.7469
300	0.07934	0.2284	0.01528	2.341×10^{-4}	1.382×10^{-5}	1.743×10^{-4}	0.7445
500	0.06280	0.2473	0.02027	3.626×10^{-4}	1.696×10^{-5}	2.700×10^{-4}	0.7446
1 000	0.04129	0.2796	0.03213	7.733×10^{-4}	2.381×10^{-5}	5.767×10^{-4}	0.7458
1 500	0.03075	0.2995	0.04281	1.290×10^{-3}	2.956×10^{-5}	9.610×10^{-4}	0.7445
2 000	0.02450	0.3124	0.05193	1.885×10^{-3}	3.451×10^{-5}	1.408×10^{-3}	0.7474
			Monóxido de carbono, CO				
−50	0.09363	0.2571	0.01118	1.290×10^{-4}	9.419×10^{-6}	1.005×10^{-4}	0.7798
0	0.08345	0.2523	0.01240	1.636×10^{-4}	1.036×10^{-5}	1.242×10^{-4}	0.7593
50	0.07526	0.2496	0.01359	2.009×10^{-4}	1.127×10^{-5}	1.498×10^{-4}	0.7454
100	0.06854	0.2484	0.01476	2.408×10^{-4}	1.214×10^{-5}	1.772×10^{-4}	0.7359
200	0.05815	0.2485	0.01702	3.273×10^{-4}	1.379×10^{-5}	2.372×10^{-4}	0.7247
300	0.05049	0.2505	0.01920	4.217×10^{-4}	1.531×10^{-5}	3.032×10^{-4}	0.7191
500	0.03997	0.2567	0.02331	6.311×10^{-4}	1.802×10^{-5}	4.508×10^{-4}	0.7143
1 000	0.02628	0.2732	0.03243	1.254×10^{-3}	2.334×10^{-5}	8.881×10^{-4}	0.7078
1 500	0.01957	0.2862	0.04049	2.008×10^{-3}	2.766×10^{-5}	1.413×10^{-3}	0.7038
2 000	0.01559	0.2958	0.04822	2.903×10^{-3}	3.231×10^{-5}	2.072×10^{-3}	0.7136
			Metano, CH_4				
−50	0.05363	0.5335	0.01401	1.360×10^{-4}	5.861×10^{-6}	1.092×10^{-4}	0.8033
0	0.04779	0.5277	0.01616	1.780×10^{-4}	6.506×10^{-6}	1.361×10^{-4}	0.7649
50	0.04311	0.5320	0.01839	2.228×10^{-4}	7.133×10^{-6}	1.655×10^{-4}	0.7428
100	0.03925	0.5433	0.02071	2.698×10^{-4}	7.742×10^{-6}	1.972×10^{-4}	0.7311
200	0.03330	0.5784	0.02559	3.690×10^{-4}	8.906×10^{-6}	2.674×10^{-4}	0.7245
300	0.02892	0.6226	0.03077	4.748×10^{-4}	1.000×10^{-5}	3.457×10^{-4}	0.7283
500	0.02289	0.7194	0.04195	7.075×10^{-4}	1.200×10^{-5}	5.244×10^{-4}	0.7412
1 000	0.01505	0.9438	0.07346	1.436×10^{-3}	1.620×10^{-5}	1.076×10^{-3}	0.7491
1 500	0.01121	1.1162	0.10766	2.390×10^{-3}	1.974×10^{-5}	1.760×10^{-3}	0.7366
2 000	0.00893	1.2419	0.14151	3.544×10^{-3}	2.327×10^{-5}	2.605×10^{-3}	0.7353
			Hidrógeno, H_2				
−50	0.00674	3.0603	0.08246	1.110×10^{-3}	4.969×10^{-6}	7.373×10^{-4}	0.6638
0	0.00601	3.2508	0.09049	1.287×10^{-3}	5.381×10^{-6}	8.960×10^{-4}	0.6960
50	0.00542	3.3553	0.09818	1.500×10^{-3}	5.781×10^{-6}	1.067×10^{-3}	0.7112
100	0.00493	3.4118	0.10555	1.742×10^{-3}	6.167×10^{-6}	1.250×10^{-3}	0.7177
200	0.00419	3.4549	0.11946	2.295×10^{-3}	6.911×10^{-6}	1.652×10^{-3}	0.7197
300	0.00363	3.4613	0.13241	2.924×10^{-3}	7.622×10^{-6}	2.098×10^{-3}	0.7174
500	0.00288	3.4572	0.15620	4.363×10^{-3}	8.967×10^{-6}	3.117×10^{-3}	0.7146
1 000	0.00189	3.5127	0.20989	8.776×10^{-3}	1.201×10^{-5}	6.354×10^{-3}	0.7241
1 500	0.00141	3.6317	0.26381	1.432×10^{-2}	1.477×10^{-5}	1.048×10^{-2}	0.7323
2 000	0.00112	3.7656	0.31923	2.098×10^{-2}	1.734×10^{-5}	1.544×10^{-2}	0.7362

TABLA A-16I

Propiedades de gases a la presión de 1 atm (*conclusión*)

Temp., T, °F	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Calor específico, c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R	Difusividad térmica, α, ft^2/s	Viscosidad dinámica, μ, lbm/ft · s	Viscosidad cinemática, ν, ft^2/s	Número de Prandtl, Pr
			Nitrógeno, N_2				
−50	0.09364	0.2320	0.01176	1.504×10^{-4}	9.500×10^{-6}	1.014×10^{-4}	0.6746
0	0.08346	0.2441	0.01300	1.773×10^{-4}	1.043×10^{-5}	1.251×10^{-4}	0.7056
50	0.07527	0.2480	0.01420	2.113×10^{-4}	1.134×10^{-5}	1.507×10^{-4}	0.7133
100	0.06854	0.2489	0.01537	2.502×10^{-4}	1.221×10^{-5}	1.783×10^{-4}	0.7126
200	0.05815	0.2487	0.01760	3.379×10^{-4}	1.388×10^{-5}	2.387×10^{-4}	0.7062
300	0.05050	0.2492	0.01970	4.349×10^{-4}	1.543×10^{-5}	3.055×10^{-4}	0.7025
500	0.03997	0.2535	0.02359	6.466×10^{-4}	1.823×10^{-5}	4.559×10^{-4}	0.7051
1 000	0.02628	0.2697	0.03204	1.255×10^{-3}	2.387×10^{-5}	9.083×10^{-4}	0.7232
1 500	0.01958	0.2831	0.04002	2.006×10^{-3}	2.829×10^{-5}	1.445×10^{-3}	0.7202
2 000	0.01560	0.2927	0.04918	2.992×10^{-3}	3.212×10^{-5}	2.059×10^{-3}	0.6882
			Oxígeno, O_2				
−50	0.10697	0.2331	0.01216	1.355×10^{-4}	1.104×10^{-5}	1.032×10^{-4}	0.7622
0	0.09533	0.2245	0.01346	1.747×10^{-4}	1.218×10^{-5}	1.277×10^{-4}	0.7312
50	0.08598	0.2209	0.01475	2.157×10^{-4}	1.326×10^{-5}	1.543×10^{-4}	0.7152
100	0.07830	0.2200	0.01601	2.582×10^{-4}	1.429×10^{-5}	1.826×10^{-4}	0.7072
200	0.06643	0.2221	0.01851	3.484×10^{-4}	1.625×10^{-5}	2.446×10^{-4}	0.7020
300	0.05768	0.2262	0.02096	4.463×10^{-4}	1.806×10^{-5}	3.132×10^{-4}	0.7018
500	0.04566	0.2352	0.02577	6.665×10^{-4}	2.139×10^{-5}	4.685×10^{-4}	0.7029
1 000	0.03002	0.2520	0.03698	1.357×10^{-3}	2.855×10^{-5}	9.509×10^{-4}	0.7005
1 500	0.02236	0.2626	0.04701	2.224×10^{-3}	3.474×10^{-5}	1.553×10^{-3}	0.6985
2 000	0.01782	0.2701	0.05614	3.241×10^{-3}	4.035×10^{-5}	2.265×10^{-3}	0.6988
			Vapor de agua, H_2O				
−50	0.06022	0.4512	0.00797	8.153×10^{-5}	4.933×10^{-6}	8.192×10^{-5}	1.0050
0	0.05367	0.4484	0.00898	1.036×10^{-4}	5.592×10^{-6}	1.041×10^{-4}	1.0049
50	0.04841	0.4472	0.01006	1.291×10^{-4}	6.261×10^{-6}	1.293×10^{-4}	1.0018
100	0.04408	0.4473	0.01121	1.579×10^{-4}	6.942×10^{-6}	1.574×10^{-4}	0.9969
200	0.03740	0.4503	0.01372	2.263×10^{-4}	8.333×10^{-6}	2.228×10^{-4}	0.9845
300	0.03248	0.4557	0.01648	3.093×10^{-4}	9.756×10^{-6}	3.004×10^{-4}	0.9713
500	0.02571	0.4707	0.02267	5.204×10^{-4}	1.267×10^{-5}	4.931×10^{-4}	0.9475
1 000	0.01690	0.5167	0.04134	1.314×10^{-3}	2.014×10^{-5}	1.191×10^{-3}	0.9063
1 500	0.01259	0.5625	0.06315	2.477×10^{-3}	2.742×10^{-5}	2.178×10^{-3}	0.8793
2 000	0.01003	0.6034	0.08681	3.984×10^{-3}	3.422×10^{-5}	3.411×10^{-3}	0.8563

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm) diferente de 1 atm se determinan al multiplicar los valores de ρ, a la temperatura dada, por P y al dividir ν y α entre P.

Fuente: Datos generados basándose en el software EES desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente basados en varias fuentes.

www.mundoindustrial.net

TABLA A-17I

Propiedades de la atmósfera a gran altitud

Altitud, z, ft	Temperatura, T, °F	Presión, p, psia	Gravedad, g, ft/s^2	Velocidad del sonido, c, ft/s	Densidad, ρ, lbm/ft^3	Viscosidad, μ, lbm/ft · s	Conductividad térmica, k, Btu/h · ft · R
0	59.00	14.7	32.174	1 116	0.07647	1.202×10^{-5}	0.0146
500	57.22	14.4	32.173	1 115	0.07536	1.199×10^{-5}	0.0146
1 000	55.43	14.2	32.171	1 113	0.07426	1.196×10^{-5}	0.0146
1 500	53.65	13.9	32.169	1 111	0.07317	1.193×10^{-5}	0.0145
2 000	51.87	13.7	32.168	1 109	0.07210	1.190×10^{-5}	0.0145
2 500	50.09	13.4	32.166	1 107	0.07104	1.186×10^{-5}	0.0144
3 000	48.30	13.2	32.165	1 105	0.06998	1.183×10^{-5}	0.0144
3 500	46.52	12.9	32.163	1 103	0.06985	1.180×10^{-5}	0.0143
4 000	44.74	12.7	32.162	1 101	0.06792	1.177×10^{-5}	0.0143
4 500	42.96	12.5	32.160	1 099	0.06690	1.173×10^{-5}	0.0142
5 000	41.17	12.2	32.159	1 097	0.06590	1.170×10^{-5}	0.0142
5 500	39.39	12.0	32.157	1 095	0.06491	1.167×10^{-5}	0.0141
6 000	37.61	11.8	32.156	1 093	0.06393	1.164×10^{-5}	0.0141
6 500	35.83	11.6	32.154	1 091	0.06296	1.160×10^{-5}	0.0141
7 000	34.05	11.3	32.152	1 089	0.06200	1.157×10^{-5}	0.0140
7 500	32.26	11.1	32.151	1 087	0.06105	1.154×10^{-5}	0.0140
8 000	30.48	10.9	32.149	1 085	0.06012	1.150×10^{-5}	0.0139
8 500	28.70	10.7	32.148	1 083	0.05919	1.147×10^{-5}	0.0139
9 000	26.92	10.5	32.146	1 081	0.05828	1.144×10^{-5}	0.0138
9 500	25.14	10.3	32.145	1 079	0.05738	1.140×10^{-5}	0.0138
10 000	23.36	10.1	32.145	1 077	0.05648	1.137×10^{-5}	0.0137
11 000	19.79	9.72	32.140	1 073	0.05473	1.130×10^{-5}	0.0136
12 000	16.23	9.34	32.137	1 069	0.05302	1.124×10^{-5}	0.0136
13 000	12.67	8.99	32.134	1 065	0.05135	1.117×10^{-5}	0.0135
14 000	9.12	8.63	32.131	1 061	0.04973	1.110×10^{-5}	0.0134
15 000	5.55	8.29	32.128	1 057	0.04814	1.104×10^{-5}	0.0133
16 000	+1.99	7.97	32.125	1 053	0.04659	1.097×10^{-5}	0.0132
17 000	−1.58	7.65	32.122	1 049	0.04508	1.090×10^{-5}	0.0132
18 000	−5.14	7.34	32.119	1 045	0.04361	1.083×10^{-5}	0.0130
19 000	−8.70	7.05	32.115	1 041	0.04217	1.076×10^{-5}	0.0129
20 000	−12.2	6.76	32.112	1 037	0.04077	1.070×10^{-5}	0.0128
22 000	−19.4	6.21	32.106	1 029	0.03808	1.056×10^{-5}	0.0126
24 000	−26.5	5.70	32.100	1 020	0.03553	1.042×10^{-5}	0.0124
26 000	−33.6	5.22	32.094	1 012	0.03311	1.028×10^{-5}	0.0122
28 000	−40.7	4.78	32.088	1 003	0.03082	1.014×10^{-5}	0.0121
30 000	−47.8	4.37	32.082	995	0.02866	1.000×10^{-5}	0.0119
32 000	−54.9	3.99	32.08	987	0.02661	0.986×10^{-5}	0.0117
34 000	−62.0	3.63	32.07	978	0.02468	0.971×10^{-5}	0.0115
36 000	−69.2	3.30	32.06	969	0.02285	0.956×10^{-5}	0.0113
38 000	−69.7	3.05	32.06	968	0.02079	0.955×10^{-5}	0.0113
40 000	−69.7	2.73	32.05	968	0.01890	0.955×10^{-5}	0.0113
45 000	−69.7	2.148	32.04	968	0.01487	0.955×10^{-5}	0.0113
50 000	−69.7	1.691	32.02	968	0.01171	0.955×10^{-5}	0.0113
55 000	−69.7	1.332	32.00	968	0.00922	0.955×10^{-5}	0.0113
60 000	−69.7	1.048	31.99	968	0.00726	0.955×10^{-5}	0.0113

Fuente: U. S. Standard Atmosphere Supplements, U. S. Government Printing Office, 1966. Basadas en las condiciones medias redondeadas al año a 45° de latitud y varían con el momento del año y los patrones meteorológicos. Las condiciones al nivel del mar ($z = 0$) se toman como $P = 14.696$ psia, $T = 59$°F, $\rho = 0.076474$ lbm/ft^3, $g = 32.1741$ ft/s^2.

www.mundoindustrial.net

ÍNDICE

A

Absorción espectral, coeficiente de, 765
Absortividad, 28, 704
Absortividad, direccional, 705
Absortividad, espectral, 766
Absortividad, hemisférica, 705
Absortividad solar, 711
Acondicionamiento del aire, 40
Adiabático, 152
Agitación mecánica, 593
Aire atrapado, espacios de, 186
Aislador, 538
Aislamiento, 81, 146, 160, 173
Aleta, ecuación de la, 164
Aleta, efectividad de la, 171, 172
Aleta, eficiencia de la, 169,
Aleta infinitamente larga, 166, 167, 168
Aleta, longitud corregida de la, 168
Aletas, 163
Aluminio, 556
Análisis térmico general, 472
Análisis transitorio, 818
Analogía eléctrica, 151
Analogía entre la transferencia de masa y la de calor, 797
Ángulo sólido, 694
Anisotrópico, 67
Aproximación de un término, 238
Área superficial 40, 46
Arrastre, 418, 419
Aspereza relativa, 490
Aspereza superficial, 385, 420, 432, 435, 483

B

Balance de energía, 11, 12, 69, 71, 75, 101, 295, 304, 314
Balance de energía, método del, 302
Barreras contra el vapor, 814
Bidimensional, transferencia de calor multidimensional, 66
Blasius, solución de, 397
Blindajes contra la radiación, 760
Boltzmann, constante de, 668, 678
Boussinesq, aproximación de, 523
Btu, 6

C

Cabezales, 631
Cálculos, 36, 349
Caldera, 582, 633, 641, 644, 646, 658
Calefacción central, 40
Caliente al blanco, 690
Caliente al rojo, 690
Calor, 2,
Calor, adición de, 9
Calor, balance de, 12, 136,
Calor, conducción del. *Véase* Conducción, 46, 135, 796
Calor del cuerpo, 9
Calor específico, 7, 640
Calor específico a presión constante, 8
Calor específico a volumen constante, 7
Calor, flujo de, 10, 87
Calor, fuente de, 9, 68
Calor, generación de, 68
Calor latente, 7, 773
Calor latente modificado de vaporización, 599
Calor latente, pérdida de, 7735
Calor, pérdida de, 9, 167
  chimenea, 40
  latente, 9, 581, 735
  pared, 69, 136, 137, 141, 169, 324, 470
  sensible, 773
  superficies con aletas, 135, 163, 534, 535
Calor, rechazo de, 9
Calor sensible, 6
Calor sensible, pérdida de, 773
Calor sensible, pérdida total de, 774
Calor solar, ganancia de, 714
Calor solar, coeficiente de ganancia de (SHGC), 715
Calor, sumideros de, 175, 534
Calor, transferencia de, 2, 9, 17
  áreas de aplicación de la transferencia de, 3
  cilindro corto, 257
  condensación, 549
  convección natural, 519
  cuerpo humano, 773
  multidimensional, 66
  razón de, 9
  radiación. *Véase* Radiación, transferencia de calor por, 746
Calor y otras formas de energía, 6
Calores específicos de gases, líquidos y sólidos, 7
Caloría (cal), 6
Calórico, 4
Calórico, teoría del, 4
Canal abierto, flujo en, 378
Cantidades espectrales, 697, 698
Capa de traslape, 385
Capa intermedia, 385
Capa límite, 375, 469
Capa límite, aproximaciones de la, 391
Capa límite de concentración, 831
Capa límite, espesor de la, 382, 407
Capa límite, región de la, 382
Capa límite térmica, 383
Capa turbulenta, 385
Capacidad calorífica, 22
Capacidad calorífica, razón de, 640
Capacidades, relación de, 655
Cédula de tubería, 490
Células, 40
Centro del vidrio, 522
Chilton-Colburn, analogía de, 402, 836
Cilindros, 154, 156, 232, 417, 430
  concéntricos, 541
  horizontales, 530
  verticales, 529
Cilindros concéntricos, 541
Coeficiente de arrastre, 419
Coeficiente combinado de transferencia de calor, 29, 139
Coeficiente de difusión, 798
Coeficiente de difusión binaria, 802
Coeficiente de expansión volumétrica, 521
Coeficiente de resistencia al movimiento, 419
Coeficiente de transferencia de calor total, 140, 552, 633. *Véase también* Factor U
Coeficiente de transferencia de calor promedio, 603
Coeficiente promedio de transferencia de masa, 833
Coeficientes constantes, 112
Coeficientes primarios, 326
Coeficientes variables, 112
Colburn, ecuación de, 488
Colburn, factor *j* de, 403
Colebrook, ecuación de, 490
Comodidad térmica, 40
Comodidad térmica, zona de, 41
Compacto, 630
Concentración, 796
Concentración molar, 800
Condensación, 581. *Véase también* Ebullición y condensación
Condensación, transferencia de calor en la, 598
Condensador, 632
Condición inicial, 79
Condiciones de frontera, 78

www.mundoindustrial.net

Conducción, 17, 25, 46
Fourier, ley de. *Véase* Fourier, ley de, de la conducción del calor, 18, 67, 798
métodos numéricos, 286-354. *Véase también* Métodos numéricos
Conducción de calor bidimensional en estado estacionario, 302
Conducción del calor, ecuación de la, 63, 69,
cilindro largo, 71
conductividad térmica variable, 106
ecuación unidimensional, 69
ecuación unidimensional combinada, 73
esfera, en una, 72
generación de calor en un sólido, 99
Conducción del calor en estado estacionario, 135
paredes planas, 136
radio crítico del aislamiento, 161
red de resistencias térmicas, 139
redes generalizadas de resistencia térmica, 151
resistencia térmica por contacto, 146
transferencia de calor desde superficies con aletas, 163
transferencia de calor en configuración común, 179
Conducción del calor en régimen transitorio, 225
análisis de sistemas concentrados, 226
bidimensional, 257, 259
criterio de estabilidad, 326
paredes planas/cilindros/esferas, 232
sistemas multidimensional, 256
sólidos semiinfinitos, 249
Conducción, factor de forma en la, 179, 195
Conducción, resistencia a la, 137, 155, 228
cilindro, 154, 156
esfera, 154, 156
pared plana, 169
Conductancia térmica por contacto, 147
cilindro largo, 70
esfera, 71
pared plana grande, 69
Conductividad térmica, 18, 20, 67
Conductividad térmica constante, 165
Conductividad térmica efectiva, 539
Conductividad térmica turbulenta (o de los remolinos), 388
Conductividad térmica variable [$k(T)$], 106
Conductividad variable
cilindro largo, 71
esfera, 72
Configuración, factor de, 732
Conservación de la cantidad de movimiento, 390
Conservación de la energía, ecuación de la, 391
Conservación de la energía, principio de, 11, 467
Conservación de la masa, 811
Conservación de la masa, principio de, 467
Constante, 110
Constante de Henrry, 806
Constante solar, 709
Contacto de dos sólidos semiinfinitos, 253
Continuidad, ecuación de (balance de masa), 389
Contraflujo, 630
intercambiadores de calor a, 643
Control, volúmenes de, 12
Contradifusión equimolar, 827
Convección, 25, 87, 373
capa límite de velocidad, 382
capa límite térmica, 383
Chilton-Colburn, analogía de, 402
condición de frontera, 80
ecuación de la energía, 397
ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, 390-391
esfuerzo cortante superficial, 382
formas funcionales de los coeficientes de fricción/convección, 400
fundamentos, 373
interna forzada, 465. *Véase también* Convección interna forzada
mecanismo físico, 374, 520
natural, 26, 373, 519. *Véase también* Convección natural
Nusselt, número de, 376
placa plana, 381
Prandtl, número de, 384
Reynolds, analogía de, 402
Reynolds, número de, 385
semejanza, 399
transferencia del calor/cantidad de movimiento en el flujo turbulento, 386
Convección de masa, 799
Convección externa forzada. *Véase* Convección interna forzada
aspereza de la superficie, 468
caída de presión, 479
coeficiente de fricción, 383 400-401
coeficiente de transferencia de calor, 423
flujo uniforme de calor, 426
transferencia de calor, mejoramiento, 492
Convección forzada, 26, 519
Convección forzada (flujo), ebullición en, 583
Convección interna forzada, 465. *Véase también* Convección externa forzada
análisis térmico general, 472
caída de presión, 465
flujo laminar en tubos, 477
flujo laminar en tubos no circulares, 483
flujo turbulento en la región de entrada, 491
flujo turbulento en tubos, 488
flujo turbulento en tubos no circulares, 491
longitudes de entrada, 465
mejoramiento de la transferencia de calor, 492
región de entrada, 469
superficies ásperas, 484
Convección libre, 26. *Véase también* Convección natural
Convección mixta o combinada, 526
Convección natural, 26, 373, 519,
Convección natural, corriente de, 520
Convección natural, transferencia de calor por, 520
Convección, radiación y flujo de calor combinados, condición de frontera de, 306
Convección, resistencia a la, 138
Convección y radiación combinadas, condición de frontera de, 306
Coordenadas cilíndricas, 77
Coordenadas esféricas, 77
Coordenadas rectangulares, 75
Corriente de aire, 42
Corriente, función de, 396
Corrosión, 635
Cortinajes, 717
Costo, 662
Cuantos, 685
Cuerdas cruzadas, método de las, 744
Cuerpo humano, 40
Cuerpo negro, 28, 687

D

Dalton, presiones aditivas, ley de, 801
Darcy, factor de fricción de, 479
Darcy-Weisbach, factor de fricción de, 479
Derivada, 110
Densidad, 799
Derivadas parciales, 111
Desarrollo térmico, flujo en, 470
Deshidratación, 265
Desviadores, 631
Diámetro hidráulico, 468
Diámetro nominal, 490
Diferencia media logarítmica de temperatura , 476, 643
Diferencia de temperatura media logarítmica (LMTD), método de la, 666
Diferencia de temperatura promedio, 476
Diferencia hacia adelante, forma de, 324
Diferencias finitas, 299
Difusión de masa, 799
Difusión en un medio en movimiento, 820
Difusión forzada, 804
Difusión de Knudsen, 804
Difusión por presión, 804
Difusión ordinaria, 803
Difusión superficial, 804
Difusión transitoria de masa, 818
Difusividad del calor de los remolinos, 388
Difusividad de la cantidad de movimiento de los remolinos, 388
Difusividad de la masa, 802
Difusividad térmica, 23, 70, 76, 324, 351, 802
Difusividad térmica o difusividad del calor de los remolinos, 388
Dimensionamiento, problemas de, 4

www.mundoindustrial.net

Dirección *x*, ecuación de la cantidad de movimiento en la, 390-391
Dirección *y*, ecuación de la cantidad de movimiento en la, 314
Discretización, error por, 347
Disipación viscosa, función de, 393
Dispersión, 710
molecular, 689
Dittus-Boelter, ecuación de, 489

E

Ebullición, 582
Ebullición, curva de, 584
Ebullición, flujo de calor en la, 582
Ebullición local, 583
Ebullición masiva, 583
Ebullición nucleada, comienzo de la, 585
Ebullición saturada, 583
Ebullición subenfriada, 583
Ebullición, transferencia de calor en la, 588
Ebullición y condensación, 581
condensación por gotas, 587-588
curva de ebullición, 584
ebullición de transición, 584
ebullición en estanque, 584
ebullición nucleada, comienzo de, 584, 585, 586, 588, 592
gases no condensables, 606
transferencia de calor en la condensación, 598
transferencia de calor en la ebullición, 582
velocidad del vapor, 606
Ecuación característica, 236
Ecuación diferencial en derivadas parciales, 112
Ecuación diferencial ordinaria, 112
Ecuación de la aleta, 164
Ecuación de la conducción de calor, 63
Ecuación de la conducción de calor en un cilindro, 71
Ecuación de la conducción de calor en una pared plana, 69
Ecuación de la conducción de calor en una esfera, 72
Ecuación diferencial en derivadas parciales, 112
Ecuación diferencial lineal, 112
Ecuación diferencial no lineal, 112
Ecuación diferencial no lineal homogénea, en *y*, 112
Ecuación diferencial ordinaria, 112
Ecuaciones diferenciales, 101, 109, 112, 113, 299
Edificios comerciales, 45
Efectividad total, 174
Efectividad NTU, 639, 651
Eficiencia de la aleta, 169, 195
Efectividad de la aleta, 171
Eigenvalores (o valores propios), 236
Elaboración de modelos, 297
Elaboración de modelos en la transferencia de calor, 5
Emisividad, 28, 700
Emisividad direccional espectral, 700
Emisividad direccional total, 701
Emisividad efectiva, 186, 543, 554
Emisividad espectral, 766
Emisividad hemisférica espectral, 701
Emisividad, factor de corrección de la, 767
Emisividad hemisférica total, 701
Encristalado de referencia, 715
Energía, 2
Energía, balance de, 11-13, 69
Energía, ecuación de la, 397
Energía interna, 6, 12, 46
Energía latente, 7
Energía microscópica, 6
Energía nuclear, 7
Energía química (de enlace), 7
Energía renovable, 712
Energía sensible, 6
Energía solar, 708
Energía solar total, 710
Energía superficial, balance de, 82
Energía térmica, 9, 68, 99
Energía total, 6, 12
Energía, transferencia de, 9
Enfriamiento
Newton, ley de. *Véase* Newton, ley de, del enfriamiento, 26, 46, 407, 799, 833
Enfriamiento evaporativo, 44, 267
Enfriamiento rápido, 269, 272
Entalpía, 7
Entrada hidrodinámica, longitud de, 469
Entrada hidrodinámica, región de, 469
Entrada, longitudes de, 465, 471
Entrada, región de, 469, 484, 491
Enunciado del problema, 35
Equipos electrónicos, enfriamiento de, 68
Error, 346
Error de discretización, 347
Error, función complementaria de, 250
Error, función de, 250
Error numérico, 346
Error por redondeo, 347, 348
Esferas, 154, 156, 232, 417, 430, 530, 542, 605
concéntricas, 542
horizontales, 605
resistencia a la conducción, 137
Esferas concéntricas, 542
Esfuerzo cortante, 382
Esfuerzos de Reynolds (esfuerzo cortante turbulento), 387
Esfuerzo cortante en la pared, 470
Esfuerzo cortante superficial, 382
Esfuerzo normal, 390
Esfuerzo turbulento, 387
Esfuerzo viscoso, 390
Esquema, 35
Espaciadores, 556
Espacio, radiador de, 633
Espacio, resistencia del, 750
Espectro electromagnético, 685
Estabilidad, criterio de, 326
Estacionarios, problemas de transferencia, 65
Estado estacionario, 135, 136, 301, 302, 313, 322, 335
Estanque, ebullición en, 583
Estela, 420
Estudios paramétricos, 298
Evaporación, 582
Extinción, fenómeno de, 587

F

Factor de corrección, 644
Factor U, 552. *Véase también* Coeficiente de transferencia de calor total, 140, 552, 633
Fanning, factor de fricción de, 480, 498
Fase, cambio de, 7, 26, 663, 841
Fenómeno superficial, 687
Fenómeno volumétrico, 687
Fick, ley de la difusión, 798, 801
Fluido, flujo de, 795
Fluido, movimiento de, 25
Fluidos newtonianos, 382
Flujo anular, 597
Flujo completamente desarrollado, 465, 470, 474, 506
Flujo compresible, 378
Flujo constante de calor en la superficie, 473, 474, 481
Flujo crítico de calor (máximo), 586
Flujo cruzado, 631
Flujo cruzado sobre bancos de tubos, 417
Flujo de calor de fusión, 588
Flujo de Stefan, 826
Flujo de masa (por difusión), 802
Flujo molar(por difusión), 802
Flujo de transición, 379
Flujo bajo de masa, 837
Flujo, ebullición, 583, 596
Flujo en burbujas, régimen de, 597
Flujo en neblina, régimen de, 597
Flujo especificado de calor, condición de frontera de, 80
Flujo estacionario, 12, 379, 380, 391, 640
Flujo externo, 378, 831
Flujo estacionario, balance de energía para sistemas de, 12
Flujo forzado, 379
Flujo incompresible, 378
Flujo interno, 378, 831
Flujo, ebullición en, 583, 596
Flujo irrotacional, región del, 469
Flujo laminar, 379, 384
región de entrada, 469, 484
tubos, 417, 439
tubos no circulares, 466, 483, 491
Flujo laminar ondulado sobre placas verticales, 603
Flujo libre velocidad del, 418
Flujo máximo (crítico) de calor, 589
Flujo mínimo de calor, 591
Flujo natural, 379
Flujo no viscoso, región del, 378, 382
Flujo paralelo, 630

www.mundoindustrial.net

Flujo paralelo sobre placas planas, 417, 421
Flujo periódico, 380
Flujo pico de calor, 589
Flujo, regímenes de, 600
Flujo transitorio, 380
Flujo turbulento, 379, 384
placas verticales, 601, 603, 604
tubos no circulares, 466, 483, 491
tubos, 417, 439
Flujo uniforme, 379-380
Flujos no viscosos, regiones de, 378
Flujos viscosos, 378
Forma de razones, 11
Forma, factor de, 195, 732
Forma en diferencias finitas, 300
Fotones, 685
Fourier-Biot, ecuación de, 76
Fourier, ley de, de la conducción del calor, 18, 46, 67, 798
cilindro largo, 71
condición de frontera de flujo especificado de calor, 80
ecuación de la aleta, 164
Fourier, número discreto de, 324
Fracción de masa, 800
Fracción molar, 800
Fracción de presión, 801
Fricción, coeficiente de, 383, 419, 480, 498
Fricción, factor de, 465, 480, 498
Fricción, resistencia al movimiento de la, 419
Frontera, condiciones de, 805
convección, 305
de convección y radiación combinadas, 306
de convección, radiación y flujo de calor combinados, 306
de interfase, 306
de flujo de calor específico, 305
formulación en diferencias finitas, 299
generalizadas, 85
radiación, 306
temperatura específica, 80
Frontera aislada, 305
Fronteras irregulares, 318
Fuerza de flotación (o de flotabilidad o de empuje hidrostático), 521
Fuerza viva, 4
Función de radiación de cuerpo negro, 692
Fusión, punto de, 588

G

Gas conductor, 148
Gas ideal, 7, 8
Gases no condensables en los condensadores, presencia de, 606
Gasto en volumen, 13
Gotas, condensación por, 598
Grado, 110
Grasa térmica, 148
Grashof, número de, 526

H

Hagen-Poiseuille, flujo de, 480
Heisler, gráficas de, 239
Hoja metálica suave, 148
Hottel, método de las cuerdas cruzadas de, 744
Humedad, 42
Humedad relativa, 815

I

Imagen especular, concepto de, 306
Incremento, 110
Incrustación biológica, 635
Incrustación, factor de, 635
Incrustación química, 635
Índice de refracción, 684
Infrarroja, 686
Ingeniería, software para, 37
Insolación, 45
Integración, 111
Integración, constante de, 111
Integral indefinida, 111
Intensidad de radiación, 696
Intensidad espectral, 698
Intercambiado regenerativo de calor, 632
Intercambiadores de calor, 629
análisis de los, 639
coeficiente de transferencia de calor total, 633
costo, 662
efectividad, 639
efectividad, método de la, NTU, 652
factor de corrección, 644
factor de incrustación, 635
materiales, 663
otras consideraciones, 663
potencia para el bombeo, 662
selección de, 661
tamaño/peso, 651, 658
tipos, 630
Intercambio de calor, 629
Intercambiadores de calor, 629
Interfase, condiciones de frontera en la, 85
Introducción y conceptos básicos, 1
Invernadero, efecto de, 708
Irradiación, 697, 704
Irradiancia solar total, 709
Isotérmica, 136
Isotrópico, 22

K

Kilojoule (kJ), 6
Kirchhoff, ley de, 28, 707

L

Laminar, 373
Laminar ondulado, 600
Leidenfrost, punto de, 587
Leyes físicas, 36
Ley de Beer, 765
Ley de Henrry, 806
Ley de Raoult, 808
Ley de Stefan, 826
Líquido saturado, 4
Limitaciones, 297
Limitación sobre la analogía de la convección de calor-masa, 837
Limpiar, 45
Longitud apropiada de una aleta, 174
Longitud característica, 228, 376
Longitud de la entrada térmica, 470
Longitud de entrada de concentración, 832
Longitud media del haz, 767
Luz, 685

M

Mach-Zehnder, interferómetro de, 523
Magnetrones, 683
Malla cuadrada, 314
Marco, 552
Marco, factor U del, 556
Masa, balance de, 389
Masa, convención de, 799
Masa fija, 12
Masa, gasto de, 12
Másica, base, 799
Medio ambiente caliente (medios calientes), 44
Medio ambiente frío, 43
Medio en movimiento, 820
Medio en reposo, 822
Mejoramiento de la transferencia del calor (ebullición en estanque), 592
Metabolismo, 41
Metales líquidos, 424
Método de la efectividad-NTU, 652
Método explícito, 323, 324
Método implícito, 323
Método matricial, 751
Método directo, 311, 751
Métodos iterativos, 311
Métodos numéricos, 295, 296
concepto de imagen especular, 306
formulación en diferencias finitas de ecuaciones diferenciales, 299
Método, separación de variables, 235
Micrómetro, 684
Microonda, 686, 666
Microorganismos, 264
Migración del vapor de agua en los edificios, 814
Mohos, 264, 265
Molar, base, 800
Moody, diagrama de, 490
Movimiento browniano, 804
Movimiento excesivo del aire, 42

N

Newton, ley de, del enfriamiento, 374
concepto de resistencia térmica, 137
convección natural, 519
convección, 25
red de resistencias térmicas, 139
transferencia de calor desde superficies con aletas, 163

www.mundoindustrial.net

Newton, segunda ley de,
ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, 390-391
No condensables, gases, 606
No estacionario, 12, 379, 380
No deslizamiento, condición de, 375
Nodos, 300
Nodos frontera, 314
Número
de Biot, 228, 228, 244
de Fourier, 234, 244
de Lewis, 832
de Nusselt, 376
de Rayleigh, 527
de Reynolds, 385
de Sherwood, 834
de Stanton, 402, 834
de Schmidt, 832
Número de Biot, (Bi), 228
Número de unidades de transferencia (NTU), 655
Nusselt, número de, 376

O

Ondas electromagnéticas, 684
Ondulado, laminar, 600
Orden, 110
Oxígeno, consumo de, 41

P

Pared plana
conducción de calor en régimen transitorio, 322, 324
resistencia a la conducción, 137
Paredes planas de capas múltiples, 141
Peclet, número adimensional de, 424
Película, condensación en, 598
Película, ebullición en, 581, 584, 587, 591
Película, temperatura de, 421
Pérdida de calor latente (o evaporativo), 775
Pérdida de carga, 480
Permeabilidad, 809
Permeancia, 815
Petukhov, ecuación de, 488, 489
Petukhov, primera ecuación de, 488
Petukhov, segunda ecuación de, 489
Placas
horizontales, 530
inclinadas, 604
planas. *Véase* Placas planas
verticales, 601
Placas inclinadas, 604
Placas planas
flujo paralelo sobre, 417, 421
Placas verticales, 601
Placas y armazón, intercambiador de calor de, 632
Planck, constante de, 685
Planck, ley de, 688
Poder de emisión, 696
Poder de emisión de cuerpo negro, 687
Poder de emisión espectral de cuerpo negro, 688
Poiseuille, ley de, 480
Postración causada por el calor, 44
Potencia, 9
Potencia para el bombeo, 662
Prandtl, número de, 382, 384
Presión, caída de
flujo laminar en tubos, 477
Presión, diferencia de, 2
Presión de saturación, 815
Presión, factor de corrección por la, 767
Presión, pérdida de, 479
Presión parcial, 801
Presión, resistencia al movimiento por la, 419
Primera derivada, 300
Primera ley de la termodinámica, 11, 640
Principio de Arquímedes, 521
Problema, enunciado del, 35
Productos de carne de res, 267
Profundidad de penetración, 819
Propiedades, 36
Propiedades hemisféricas, 701
Proporción dimensional, 540
Productos de carne de res, 267
Puntos nodales, 300

Q

Quemadura del congelador, 273

R

Radiación, 27
absortividad, 683
ángulo sólido, 694
cantidades espectrales, 697
convección natural y, 542
efecto de invernadero, 708
emisividad,700
Kirchhoff, ley de, 707
Planck, ley de, 688
radiación atmosférica/solar, 708
radiación de cuerpo negro, 28
radiación incidente, 697
radiosidad, 697, 748
reflectividad, 704
Stefan-Boltzmann, ley de, 28, 687
térmica. *Véase* Radiación térmica
transferencia de calor. *Véase* Radiación, transferencia de calor por, 731
transmisividad, 704
Wien, ley del desplazamiento de, 689
Radiación, blindajes contra la, 760
Radiación, coeficiente de transferencia de calor por, 138
Radiación, condición de frontera de, 306
Radiación, corrección por, 762
Radiación del cuerpo negro, 28
Radiación difusa, 714
Radiación directa, 714
Radiación, efecto de la, sobre las mediciones de temperatura, 762
Radiación, efectos de la, 138
Radiación electromagnética, 684
Radiación, resistencia a la, 138
Radiación solar, 686
difusa, 710
directa, 710
Radiación térmica, 685
Radiación térmica asimétrica, 42
Radiación, transferencia de calor por, 731. *Véase también* Radiación térmica
cubiertos de dos superficies, 752
cubiertos de tres superficies, 754
difusa, superficies grises, 748
efecto de la radiación sobre las mediciones de temperatura, 762
factor de visión, 732
intercambio de radiación, gases emisores/absorbentes, 764
propiedades relativas a la radiación del medio participante, 765
radiación, blindajes contra la, 760
radiosidad, 697, 748
regla de la suma, 739
regla de superposición, 741
relación de reciprocidad, 734, 736, 739
relaciones del factor de visión, 735
resolución de problemas, 751
superficies negras, 746
Radio, onda de, 686
Radio crítico del aislamiento, 161
Radiosidad, 697, 727
Rayleigh, dispersión de, 765
Rayleigh, número de, 527
Rayos X, 685
Recintos cerrados, 538
Reacciones heterogéneas, 799
Reacciones homogéneas, 798
Recintos cerrados rectangulares horizontales, 539
Recintos cerrados rectangulares inclinados, 540
Recintos cerrados rectangulares verticales, 541
Reciprocidad, regla de, 739
Reciprocidad, relación de, 734, 739
Redes, método de, 751
Reflectividad, 704
Reflectividad direccional espectral, 705
Reflectividad hemisférica espectral, 705
Reflexión difusa, 706
Reflexión especular, 706
Refracción, índice de, 684
Refrigeración/congelación de alimentos, 264
Regenerador del tipo dinámico, 632
Régimen transitorio, 322
Región completamente desarrollada, 832
Región de la capa límite, 382, 469
Región de entrada térmica, 470
Región de entrada de concentración, 831
Región completamente desarrollada hidrodinámicamente, 469
Región térmica completamente desarrollada, 470
Relación de Lewis, 837
Relaciones de la convención de masa, 838
Remolinos, 386

www.mundoindustrial.net

Resistencia a la difusión, 811
Resistencia a la difusión molar, 811
Resistencia al movimiento, 419
Resistencia de la superficie a la radiación, analogía eléctrica de la, 749
Resistencia del espacio a la radiación, analogía eléctrica de la, 750
Resistencia al vapor, 815
Resistencia eléctrica, 137
Resistencia superficial, 751
Resistencia térmica, concepto de, 137
Resistencia térmica por contacto, 146
Resistencia térmica unitaria de la ropa, 774
Respiración, 775
Retardo, fase de, 264
Retardadores del vapor, 814
Reynolds, analogía de, 402, 836
Reynolds, analogía modificada de, 402
Reynolds crítico, número de, 386
Reynolds, número de, 385
Rigor mortis, 269
Ropa, 41, 773

S

Sección transversal constante, 165
Segunda derivada, 110
Semejante, 400
Semejanza, parámetros de, 400
Semejanza, variable de, 249, 396
Separación, región de, 420
Serpientes de cascabel, 690
Simetría, regla de, 742
Simetría térmica, 81
Sin ondas, 600
Sistema concentrado, criterios para el análisis de, 227
Sistema concentrado, parámetros de, 65
Sistemas concentrados, análisis de, 226
Software, paquetes de, 298
Software SS-T-CONDUCT, 340
Sólidos
  conducción de calor en régimen transitorio, 322
  conductividad térmica, 18
  generación de calor, 68
Sólidos cristalinos, 22
Solubilidad, 806, 808
Solución, 113
Solución completa, 113
Solución específica, 113
Solución general, 88, 113
Solución producto, 257, 276
Soluciones de las ecuaciones diferenciales, 113
Sombra, coeficiente de (SC), 715
Soret, efecto de, 803
Stanton, número de, 402
Stefan-Boltzmann, constante de, 687
Stefan-Boltzmann, ley de, 28, 687
Suavidad 268, 271
Subcapa viscosa, 385
Suma, regla de la, 739
Superconductores, 22
Superficie, balance de energía en la, 13
Superficie difusamente emisora, 696
Superficies frías (o calientes), 42, 43, 523
Superficie impermeable, 806
Superficie reirradiante, 750
Superficies ásperas, 489
Superficies con aletas
  efectividad de la aleta, 171
  eficiencia de la aleta, 169
Superposición, regla de, 741
Sustancia incompresible, 8
Sustentación, 419

T

Temperatura, 797
Temperatura, coeficiente de, de la conductividad térmica, 107
Temperatura, diferencia media aritmética de, 474
Temperatura efectiva, 774
Temperatura efectiva del cielo, 710-711
Temperatura específica, 304
Temperatura específica, condición de frontera de, 80
Temperatura, estratificación de la, 43
Temperatura, gradiente de, 3, 18, 46, 63, 67, 136, 229, 233, 375, 401
Temperatura máxima, 99
Temperatura media, 467
Temperatura media para la radiación, 774
Temperatura operativa, 774
Temperatura promedio, 467
Temperatura superficial, 140
Temperatura superficial constante, 473
Temperatura superficial efectiva, 709
Temperaturas, distribución de, 64
Teoría cinética, 4, 20
Térmica, difusión, 803
Término no homogéneo, 112
Término periódico, 380
Termodinámica y transferencia de calor, 2
Tiempo, constante de, 227
Tiritar, 44
Transitorios, problemas de transferencia, 65
Transferencia de calor, efectividad de, 652
Transferencia de calor, mecanismos de, 17
Transferencia de calor multidimensional, 66, 64-65
Transferencia de masa, 795
Transferencia simultánea de calor y de masa, 840
Transferencia de energía, 9
Transmisividad, 704
Transmisividad espectral, 765
Transmisividad hemisférica espectral, 705
Tridimensional, transferencia de calor multidimensional, 66
Tubo doble, intercambiador de calor de, 630
Tubo doble, intercambiadores de calor de, 492
Tubos
  horizontales, 605
  verticales, 605
Tubos horizontales, 605
Tubos y coraza, 631
Tubos verticales, 605

U

Ubicación de un punto, 64
Ultravioleta, 686
Unidad térmica británica (Btu), 6
Unidimensional, transferencia de calor multidimensional, 66

V

Valores característicos, 236
Vapor saturado, 4
Vapor sobrecalentado, 600
Vapor, presión de, 815
Vapor, velocidad del, 606
Variable, 110
Variable de semejanza, 396
Variable dependiente (o función), 110
Variable independiente (o argumento), 110
Velocidad, capa límite de, 382, 469
Velocidad corriente arriba, 418
Velocidad de aproximación, 418
Velocidad de difusión, 821
Velocidad del sonido, 379
Velocidad media, 467
Velocidad promedio, 467
Velocidad promedio en masa, 822
Velocidad promedio molar, 823
Ventana de hoja doble, 553
Ventanas transparentes, 40
Ventilación, 45, 265
Vibración superficial, 593
Viscosidad, 374
Viscosidad cinemática, 382
Viscosidad cinemática de los remolinos, 388
Viscosidad dinámica, 382
Viscosidad turbulenta (o de los remolinos), 388
Visión entre superficies infinitamente largas, 744
Visión, factor de, 732
Visión, factor de, relaciones del, 735
Visión, factor diferencial de, 733
Visión difusa, factor de, 732

W

Wien, ley del desplazamiento de, 689

www.mundoindustrial.net

NOMENCLATURA

A_c	Área de la sección transversal, m^2
Bi	Número de Biot
C	Índice de concentración molar, $kmol/m^3$
C	Calor específico, kJ/kg · K
C_c, C_h	Índice de capacidad calorífica W/°C
C_D	Coeficiente de resistencia al movimiento
C_f	Coeficiente de fricción
C_p	Calor específico a presión constante, kJ/kg · K
C_v	Calor específico a volumen constante, kJ/kg · K
COP	Coeficiente de rendimiento
d, D	Diámetro, m
D_{AB}	Coeficiente de difusión
D_h	Diámetro hidráulico, m
e	Energía específica total, kJ/kg
erfc	Función complementaria de error
E	Energía total, kJ
E_b	Flujo por emisión del cuerpo negro
$E_{b\lambda}$	Flujo espectral por emisión del cuerpo negro
f	Factor de fricción
f_λ	Función de radiación del cuerpo negro
F	Fuerza, N
F_D	Fuerza de resistencia al movimiento, N
F_{ij}, $F_{i\to j}$	Factor de visión
g	Aceleración gravitacional, m/s^2
G	Radiación incidente, W/m^2
Gr	Número de Grashof
h	Coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot °C$
h	Entalpía específica, $u + Pv$, kJ/kg
h_c	Conductancia térmica por contacto, $W/m^2 \cdot °C$
h_{fg}	Calor latente de vaporización, kJ/kg
j	Flujo difusivo de masa, $kg/s \cdot m^2$
J	Radiosidad, W/m^2; función de Bessel
k	Conductividad térmica, W/m · °C
k_{eff}	Conductividad térmica efectiva, W/m · °C
L	Longitud; mitad del espesor de una pared plana
L_c	Longitud característica o corregida
L_h	Longitud de entrada hidrodinámica
L_t	Longitud de entrada térmica
m	Masa, kg
$\dot{m}$	Gasto de masa, kg/s
M	Masa molar, kg/mol
N	Número de moles, kmol
NTU	Número de unidades de transferencia
Nu	Número de Nusselt
p	Perímetro, m
P	Presión, kPa
Pv	Presión de vapor, kPa
Pr	Número de Prandtl
$\dot{q}$	Flujo de calor, W/m^2
Q	Transferencia total de calor, kJ
$\dot{Q}$	Índice de transferencia del calor, kW
r_{cr}	Radio crítico del aislamiento
R	Constante de los gases, kJ/kg · K
R	Radio, m
R	Resistencia térmica, °C/W
R_c	Resistencia térmica por contacto, $m^2 \cdot °C/W$
R_f	Factor de incrustación
R_u	Constante universal de los gases, kJ/kmol · K
Valor R	Valor R del aislamiento
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
S	Factor de forma en la conducción
Sc	Número de Schmidt
Sh	Número de Sherwood
St	Número de Stanton
SC	Coeficiente de sombra
SHGC	Coeficiente de ganancia de calor solar
t	Tiempo, s
t	Espesor, m
T	Temperatura, °C o K
T_b	Temperatura del fluido masivo, °C
T_f	Temperatura de película, °C
T_{sat}	Temperatura de saturación, °C
T_s	Temperatura superficial, °C o K
u	Energía interna específica, kJ/kg
u, v	Componentes x y y de la velocidad
U	Coeficiente total de transferencia de calor, $W/m^2 \cdot °C$
v	Volumen específico, m^3/kg
V	Volumen total, m^3
$\dot{V}$	Gasto volumétrico, m^3/s
$\mathcal{V}$	Velocidad, m/s
$\mathcal{V}_m$	Velocidad media, m/s
$\mathcal{V}_\infty$	Velocidad de la corriente libre, m/s
w	Fracción de masa
$\dot{W}$	Potencia, kW
y	Fracción molar

www.mundoindustrial.net

Letras griegas

α	Absortividad
α	Difusividad térmica, m^2/s
α_s	Absortividad solar
β	Expansividad volumétrica, 1/K
δ	Espesor de la capa límite de velocidades, m
δ_t	Espesor de la capa límite térmica, m
ΔP	Caída de presión, Pa
ΔT_{ml}	Diferencia media logarítmica de temperaturas
ε	Emisividad; efectividad del intercambiador de calor o de la aleta
ε	Tamaño de la aspereza, m
η_{aleta}	Eficiencia de la aleta
$\eta_{térm}$	Eficiencia térmica
θ	Energía total de un fluido que fluye, kJ/kg
μ	Viscosidad dinámica, kg/m · s o N · s/m^2
ν	Viscosidad cinemática = μ/ρ, m^2/s
ν	Frecuencia, 1/s
ρ	Densidad, kg/m^3
ρ_s	Densidad relativa
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
σ_n	Esfuerzo normal, N/m^2
σ_s	Tensión superficial, N/m
τ	Esfuerzo cortante, N/m^2
τ	Transmisividad; número de Fourier
τ_s	Esfuerzo cortante en la pared, N/m^2
ϕ	Humedad relativa
θ	Temperatura adimensional

Subíndices

atm	Atmosférica
b	Frontera; fluido masivo
cond	Conducción
conv	Convección
cil	Cilindro
e	Condiciones a la salida
f	Líquido saturado; película
i	Condiciones a la entrada, iniciales o en el interior
i	*i*-ésimo componente
l	Líquido
m	Mezcla
o	Condiciones a la salida o en el exterior
rad	Radiación
s	Superficie
circ	Superficies circundantes
sat	Saturado
semi-inf	Medio semiinfinito
esf	Esfera
sis	Sistema
ν	Vapor de agua
1	Estado inicial o a la entrada
2	Estado final o a la salida
∞	Lejos de una superficie; condiciones de flujo libre

Superíndices

$\dot{}$ (punto arriba) Cantidad por unidad de tiempo

$\bar{}$ (raya arriba) Cantidad por unidad de mol